



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

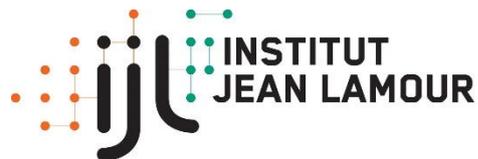
[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



UNIVERSITÉ  
DE LORRAINE

C2MP



INSTITUT  
JEAN LAMOUR

École Doctorale C2MP (Chimie, Mécanique, Matériaux, Physique)

## Thèse

Présentée et soutenue publiquement pour l'obtention du titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LORRAINE**

Mention : « Sciences des matériaux »

par

**Charlotte MERCIER**

# Développement d'un modèle de stabilité des barres à section tubulaire comprimées fléchies sensibles aux effets du second ordre

le 24 octobre 2019

Membres du jury :

Rapporteurs :

**Mme Cristina CĂMPIAN**  
**M. Hervé DEGÉE**

Professeur, Universitatea Tehnica din Cluj-Napoca, Roumanie  
Professeur, Universiteit Hasselt, Belgique

Examineurs :

**Mme Marion MARTINY**  
**M. André BEYER**  
**M. Abdelhamid BOUCHAIR**

Professeur, Université de Lorraine  
Chef de projet Recherche, CTICM  
Professeur, Université Clermont Auvergne, Clermont-Ferrand

Invité :

**M. Alain PAMIES**

Ingénieur, SFECE, Paris

Directeur de thèse :

**M. Abdelouahab KHELIL**

Professeur, Université de Lorraine

Co-directeur de thèse :

**M. Firas AL MAHMOUD**

Maître de Conférence, HDR, Université de Lorraine



« Il n'y a qu'une chose qui puisse rendre un rêve impossible, c'est la peur d'échouer. »

*Paulo Coelho*



## Remerciements

C'est avec beaucoup de sincérité que je tiens à remercier l'ensemble des personnes m'ayant permis de mener à bien ces travaux de recherches.

En premier lieu, je tiens à remercier mon directeur de thèse, Monsieur Abdelouahab KHELIL, pour son aide inestimable. Je suis ravie d'avoir travaillé en sa compagnie car, outre son appui scientifique, il a toujours été là pour me soutenir et me conseiller au cours de ces trois années.

Je remercie grandement Monsieur Alain PAMIES qui a été d'un grand soutien tout au long de ces trois années. Sa grande connaissance du métier et l'investissement dont il a fait preuve m'ont permis de mener à bien cette thèse. Je vous remercie profondément pour votre patience et vos conseils pertinents

Je tiens également à remercier mon co-directeur de thèse, Monsieur Firas AL MAHMOUD, pour ses grandes qualités humaines d'écoute et de compréhension.

Je remercie Madame Cristina CĂMPIAN et Monsieur Hervé DEGÉE d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je remercie également Madame Marion MARTINY, Monsieur Abdelhamid BOUCHAR et Monsieur André BEYER pour leur travail d'examineur et leur présence à ce jury.

Je souhaite également remercier l'ensemble des membres du Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement qui m'ont accueillie chaleureusement et soutenue. Je les remercie également d'avoir mis à ma disposition l'ensemble du matériel nécessaire pour mener à bien les différents essais expérimentaux réalisés durant cette thèse.

Par ailleurs, j'adresse un profond remerciement à Messieurs Laurent ROUGE, Damien DESCIEUX et Jonathan MARTENS pour leur grande disponibilité et le soutien technique dont ils ont fait preuve chaque fois que nous avons besoin d'eux lors des essais expérimentaux. Je tiens également à les remercier de leur bonne humeur quotidienne et du soutien qu'ils ont fait preuve à mon égard. Ce fut un réel plaisir de travailler en leur compagnie.

Mes remerciements s'adressent également à l'ensemble de l'équipe 207 de l'Institut Jean Lamour, ainsi qu'à l'ensemble du personnel du Département Génie Civil Construction Durable de l'IUT Nancy Brabois pour le soutien et l'accueil dont ils ont fait preuve, ainsi que pour les moments agréables que nous avons partagés.

Un grand merci à ma mère et ma sœur pour leur soutien tout au long de ces trois années ; et tout particulièrement un grand merci à Valentin pour avoir cru en moi, m'avoir soutenue et épaulée durant mes moments de faiblesse.

Et enfin, une pensée toute particulière pour terminer ces remerciements, pour toi, qui n'a pas pu voir l'aboutissement de mon travail. J'espère que tu aurais été très fier de ta fille.

## Résumé

Cette thèse s'inscrit dans une démarche d'amélioration des connaissances des instabilités des éléments comprimés et fléchis sensibles aux effets du second ordre. Il s'agit de traiter la prise en compte des imperfections initiales dans l'analyse de la structure et d'adapter les critères actuels de vérification pour les structures tubulaires, de type échafaudage. Les formulations existantes, proposées dans la littérature et les codes de calculs, sont souvent issues d'hypothèses, et conduisent donc à des incohérences entre, d'une part, les critères de vérification en section, et d'autre part, les critères de vérification en instabilité. L'approche développée traite l'interaction entre la résistance en section et les phénomènes d'instabilités, et inclut l'influence des imperfections initiales (défaut initial d'aplomb, défaut de rectitude, contraintes résiduelles). Ces effets seront, dans la mesure du possible, découplés.

À ce titre, une méthode a été conçue pour permettre la définition des imperfections initiales d'une structure, de manière à être la plus précise possible. Cette méthode, basée sur la définition d'une imperfection unique, d'allure identique à la déformée critique du mode de flambement prépondérant, est une méthode précise, entièrement définie permettant de tenir compte des caractéristiques géométriques, des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du chargement, dans la définition de l'imperfection initiale unique d'une structure.

Une campagne d'essai a été réalisée en collaboration avec le Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement (SFECE), visant à analyser le comportement expérimental au flambement de sections tubulaires formées à froid. Neuf essais de flambement sur des échelles d'échafaudage, provenant de divers fournisseurs européens, ont été effectués. Une étude statistique des résultats expérimentaux a permis de mettre en évidence que le facteur d'imperfection actuellement défini pour les sections tubulaires formées à froid est bien trop pénalisant à l'égard des sections usitées dans le domaine des échafaudages.

Afin de répondre à la problématique, de nouveaux critères de vérification en instabilité ont également été établis en utilisant une approche similaire à celle d'Ayrton-Perry. Ces nouveaux critères permettent de s'affranchir de la modélisation des imperfections initiales tout en offrant une estimation sûre et précise du facteur de sollicitation d'une structure. Des études comparatives ont été menées de manière à s'assurer de la sécurité des formulations proposées par rapport aux critères de vérification en section de la norme actuelle NF EN 1993-1-1.

## **Abstract**

This thesis is part of an effort to improve knowledge of the instabilities of beam-columns sensitive to second-order effects. The works deal with the means to take into account the initial imperfections in the structural analysis and to adapt the current verification criteria for tubular section structures, such as scaffold structures. The existing formulations, proposed in the literature and calculation codes, are often based on hypotheses, and thus lead to inconsistencies between, on the one hand, the verification criteria in section, and on the other hand, the verification criteria in instability. The developed approach takes into account the interaction between section resistance and instability phenomena, and includes the influence of initial imperfections (initial defect of aplomb, lack of straightness, residual stresses). As far as possible, these effects will be decoupled.

As such, a method has been developed to allow the definition of initial imperfections of a structure, to be as accurate as possible. This method, based on the definition of a single imperfection, identical in appearance to the shape of the predominant critical buckling mode, is a precise, fully defined method to take into account the geometric characteristics, intrinsic mechanical characteristics, limits and the form of loading, in the definition of the initial imperfections of a structure.

A test campaign was carried out in collaboration with the French Syndicate of Scaffolding, Formwork and Shoring (SFECE), aiming to analyze the experimental behavior of buckling of cold-formed tubular sections. Nine buckling tests on scaffold ladders, from various European suppliers, have been carried out. A statistical study of the experimental results has made it possible to highlight that the imperfection factor currently defined for the cold-formed tubular sections is far too penalizing for the sections used in the field of scaffolds.

In order to respond to the problem, new instability criteria have also been established using a similar approach to that of Ayrton-Perry. These new criteria make it possible to free ourselves from the modeling of initial imperfections while offering a safe and accurate estimate of the stress factor of a structure. A comparative study was conducted in order to ensure the safety of the proposed formulations as regards the section verification criteria of the NF EN 1993-1-1 current standard.

## Table des matières

<b>Remerciements</b> .....	<b>i</b>
<b>Résumé</b> .....	<b>ii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>iii</b>
<b>Notations</b> .....	<b>vii</b>
<b>I. Introduction</b> .....	<b>10</b>
<b>II. État de l’art des réglementations en vigueur</b> .....	<b>15</b>
II.1. Introduction.....	15
II.2. Principe d’analyse d’une structure .....	15
II.3. Réglementation relative aux éléments simplement comprimés .....	19
II.3.1. Phénomène de flambement pour les éléments parfaits.....	19
II.3.2. Phénomène de flambement pour les éléments réels.....	21
II.4. Réglementation relative aux éléments comprimés fléchis .....	28
II.4.1. Critère pour les barres comprimées fléchies de l’Eurocode 3 – Méthode 1 .....	28
II.4.2. Critère pour les barres comprimées fléchies de l’Eurocode 3 – Méthode 2 .....	33
II.5. Réglementation spécifique aux échafaudages.....	34
<b>III. Méthodes de prises en compte des imperfections initiales</b> .....	<b>36</b>
III.1. Introduction.....	36
III.2. Méthode conventionnelle de prise en compte des imperfections initiales.....	37
III.2.1. Définition de l’imperfection globale et de l’imperfection locale .....	37
III.2.2. Définition des imperfections, globale et locales, au moyen de forces équivalentes .....	38
III.3. Méthode alternative de prise en compte des imperfections initiales .....	39
III.3.1. Origine de l’expression de l’imperfection unique selon l’EC3 et l’EC9 : .....	40
III.3.2. Limite de l’imperfection unique de l’Eurocode 3 et l’Eurocode 9.....	42
III.4. Proposition d’une nouvelle méthode de prise en compte des imperfections initiales : la méthode des courbures .....	44
III.4.1. Définition des imperfections initiales à partir de la méthode des courbures.....	44
III.4.2. Méthode pour l’identification de la section de calcul des imperfections initiales.....	48
III.5. Étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales. .	51
III.5.1. Modèles de l’étude comparative.....	51
III.5.3. Exemples numériques des méthodes de prise en compte des imperfections initiales.....	53
III.5.5. Conclusion sur les méthodes de prise en compte des imperfections initiales.....	77

<b>IV. Estimation des imperfections initiales affectant les sections circulaires creuses.</b>	<b>78</b>
IV.1. Introduction.....	78
IV.2. Essais expérimentaux sur des barres isolées .....	79
IV.2.1. Dispositif et mode opération des essais .....	79
IV.2.3. Résultats expérimentaux.....	83
IV.2.4. Étude statistique .....	84
IV.2.5. Conclusions .....	86
IV.3. Essais expérimentaux sur les structures d'échafaudage en vraie grandeur .....	89
IV.3.1. Dispositif et mode opératoire des essais en vraie grandeur .....	90
IV.3.2. Résultats expérimentaux.....	93
IV.3.3. Étude statistique .....	97
IV.3.4. Conclusions .....	100
IV.4. Conclusion relative aux essais de flambement .....	102
<b>V. Dimensionnement des barres comprimées fléchies selon les principes actuels.</b>	<b>102</b>
V.1. Introduction.....	103
V.2. Étude comparative relative aux éléments simplement comprimés .....	103
V.2.1. Contexte de l'étude comparative.....	103
V.2.2. Résultats numériques des structures étudiées.....	104
V.2.3. Conclusions .....	118
V.3. Étude comparative relative aux éléments comprimés fléchis .....	119
V.3.1. Contexte de l'étude comparative.....	119
V.3.2. Résultats numériques en élasticité des structures étudiées .....	120
V.3.3. Résultats numériques en plasticité des structures étudiées .....	145
V.3.4. Conclusion .....	159
V.4. Étude comparative relative au coefficient d'équivalence $C_m$ .....	160
V.4.1. Contexte de l'étude comparative.....	160
V.4.2. Résultats numériques des différents exemples .....	161
V.4.3. Conclusion .....	163
V.5. Conclusion.....	164
<b>VI. Nouvelles formulations des critères en instabilité.....</b>	<b>168</b>
VI.1. Introduction.....	168
VI.2. Nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés .....	168
VI.2.1. Nouveau critère élastique en instabilité pour les éléments comprimés.....	169
VI.2.2. Nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour les éléments comprimés ...	172
VI.2.3. Nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour les éléments comprimés .....	175

VI.2.4. Étude comparative de ces nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés par rapport aux critères existants.....	179
VI.2.5. Conclusion.....	194
VI.3. Nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis .....	195
VI.3.1. Critères à partir d'une analyse au second ordre des sollicitations .....	196
VI.3.2. Critères à partir d'une analyse au premier ordre des sollicitations.....	197
VI.3.3. Étude comparative de ces nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis par rapport aux critères existants.....	199
VI.3.4. Conclusion.....	224
VI.4. Procédure de dimensionnement relative aux structures d'échafaudages et assimilées .....	225
<b>VII. Conclusions &amp; perspectives.....</b>	<b>234</b>
<b>VIII. Références .....</b>	<b>239</b>
<b>IX. Annexes .....</b>	<b>244</b>
IX.1. Exemples numériques pour l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales.....	244
IX.2. Exemples numériques des vérifications actuelles pour les éléments comprimés ..	336
IX.3. Exemples numériques des vérifications actuelles pour les éléments comprimés fléchis .....	361
IX.4. Exemples types pour l'utilisation des procédures de calcul.....	430
IX.5. Seconde proposition d'écriture des critères de vérification des éléments comprimés fléchis .....	518
<b>X. Liste des figures.....</b>	<b>524</b>
<b>XI. Liste des tableaux .....</b>	<b>534</b>

## Notations

### Abbréviations

CECM	Convention Européenne de la Construction Métallique
CEN	Comité Européen de Normalisation
EC3	Eurocode 3 (NF EN 1993-1-1)
EC9	Eurocode 9 (NF EN 1999-1-1)
ELU	Etat Limite Ultime
FS	Facteur de Sollicitation
II	Imperfections Initiales
SFECE	Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement

### Lettres majuscules

A	aire de la section
$C_m$	facteur de moment uniforme équivalent
$C_{nor}$	coefficient de normalisation de la déformée critique du mode de flambement considéré
$C_{yy}$	facteur de prise en compte de la plasticité dans le facteur d'interaction
E	module d'élasticité
H	hauteur de l'élément ou la structure force horizontale
I	moment d'inertie de flexion
L	longueur de l'élément ou la structure largeur de la structure
$L_{cr}$ ou $L_f$	longueur de flambement du mode de flambement considéré
M	moment fléchissant
$M^I$	moment fléchissant au premier ordre
$M^{II}$	moment fléchissant au second ordre
$M_{inst}^{II}$	moment d'instabilité induit par la présence de l'effort normal et des imperfections initiales
$M_{cr,max}^{II}$	moment maximal au second ordre induit par la déformée critique du mode de flambement considéré
$M_{Ed}$	moment fléchissant sollicitation à l'ELU
$M_{el,Rd}$	moment fléchissant résistant en élasticité
$M_{pl,Rd}$	moment fléchissant résistant en plasticité
$M_{N,Rd}$	moment fléchissant résistant en plasticité réduit par la présence de l'effort normal
$N_{b,Rd}$	effort normal résistant au flambement
N	effort normal
$N_{Ed}$	effort normal sollicitant à l'ELU
$N_{Rd}$	effort normal résistant
$N_{cr}$	charge critique
$P_r$	charge de ruine
RY	rotation issue des vecteurs propres du mode de flambement considéré
U	énergie interne des forces
UX	déplacement issu des vecteurs propres du mode de flambement considéré
W	travail des forces externes
$W_{el}$	module élastique

$W_{pl}$	module plastique
$Z$	altitude

### Lettres minuscules

$a_0, a, b, c,$	dénomination des courbes de flambement
$d$	diamètre de la section
$e$	déformée de la barre de référence
$e''$	courbure de la barre de référence
$e''_{max}$	courbure maximale de la barre de référence
$e_0$	amplitude maximale de l'imperfection initiale
$f_y$	limite d'élasticité
$h$	hauteur de l'étage
$k_{yy}$	facteur d'interaction
$k_{yy}^*$	nouveau facteur d'interaction
$m$	nombre de poteaux dans une file
$l_f$	longueur de flambement du mode de flambement considéré
$t$	épaisseur de la section
$u$	déplacement dans le sens longitudinal
$v$	flèche
	déplacement dans le sens transversal
$v_0$	flèche initiale
	flèche maximale au premier ordre
$w_y$	rapport des modules de plasticité et d'élasticité
$z_i$	abscisse locale du point de courbure maximale

### Lettres grecques

$\alpha$	facteur d'imperfection
$\alpha_{cr}$	coefficient par lequel il convient de multiplier les charges pour provoquer l'instabilité élastique
$\alpha_h$	coefficient de réduction dû à la hauteur des poteaux
	coefficient pour la détermination du facteur de moment uniforme de la Méthode 2
$\alpha_m$	coefficient de réduction pour le nombre de poteaux dans une file
$\alpha_s$	coefficient pour la détermination du facteur de moment uniforme de la Méthode 2
$\gamma_{M1}$	coefficient partiel de sécurité pour la résistance des éléments en instabilité
$\Delta$	déplacement horizontaux
$\varepsilon$	déformation
$\eta$	défaut géométrique généralisé
	déformée géométrique
$\eta_{cr}$	déformée critique du mode de flambement considéré
$\eta_{init}$	allure de l'imperfection initiale
$\eta''$	courbure
$\eta''_{cr}$	courbure du mode de flambement considéré
$\eta''_{init}$	courbure de l'imperfection initiale
$ \eta''_{cr} _{max}$	courbure au droit de la section critique $m$ de la structure
$\lambda$	élancement
$\bar{\lambda}$	élancement réduit

$\mu$	coefficient pour la détermination du facteur d'interaction
$\sigma$	contrainte
$\bar{\sigma}$	contrainte réduite
$\sigma_r$	contrainte de ruine
$\phi$	défaut initial global d'aplomb
	coefficient pour la détermination de coefficient de réduction au flambement
$\phi_0$	valeur de base du défaut initial global d'aplomb
$\chi$	coefficient de réduction au flambement
$\chi_{el}^*$	nouveau coefficient de flambement élastique
$\chi_{pl,lin}^*$	nouveau coefficient de flambement plastique
$\chi_{pl,non,lin}^*$	nouveau coefficient de flambement plastique non-linéaire
$\psi$	rapport des moments d'extrémité

## I. Introduction

D'une manière générale, la construction métallique présente l'avantage d'offrir de bonnes propriétés de résistance et de raideur, tout en nécessitant peu de matériau. Cela conduit, nécessairement, à l'emploi d'éléments présentant des élancements importants et une rigidité faible, vis-à-vis des autres types de construction. Cela est d'autant plus vrai dans le domaine des échafaudages, où les structures sont conçues à partir d'éléments à section circulaire creuse.

Les échafaudages sont des équipements temporaires de chantier communément usités dans le domaine de la construction. Il convient de différencier les échafaudages d'accès (Fig. I.1a), aussi appelés échafaudages de service, dont l'objectif est de fournir une plateforme de travail ; et les structures d'étalement (Fig. I.1b), dont l'objectif est de supporter des charges en phase d'exécution de travaux.

La conception d'un échafaudage en toute sécurité repose sur un modèle approprié, des hypothèses, une analyse globale et des critères de vérification, reflétant au mieux le comportement réel de la structure. Néanmoins, pour garantir la stabilité de la structure, le montage et l'utilisation de l'échafaudage doit être réalisé conformément aux dispositions prévues par les fabricants. Milojkovic et al. (1999, 2002) présentent un rapport d'enquête, mené par le Health and Safety Executive (H.S.E.) (2001), lui-même fondé sur les travaux de Birch et al. (1971, 1977), au Royaume-Uni, sur les défauts inhérents aux échafaudages. Il est mis en évidence que la cause la plus fréquente d'effondrement provient d'un manque d'amarrage à la façade. Parmi les autres causes, on retiendra également les défauts de verticalité de la structure, les défauts de rectitude des montants et des fondations inadéquates. Milojkovic montre qu'une association de ces défauts peut réduire la capacité de la structure à moins de 10% de sa capacité de conception.



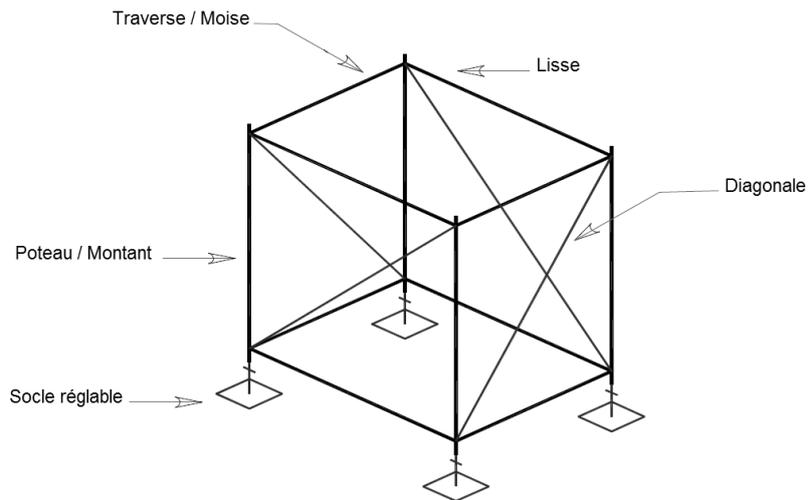
**Fig. I.1.** Équipements temporaires de chantier : a) Échafaudage de service ; b) Structure d'étalement

Dans les pays occidentaux, les échafaudages sont, depuis longtemps, conçus en acier, avec des sections tubulaires formées à froid. Néanmoins, il existe encore de nos jours, en Asie, et tout particulièrement à Hong Kong, des échafaudages en bambou. En effet, dans ces pays, le bambou offre l'avantage d'être un matériau local, renouvelable et à faible coût (Fu 1993, Lugt et al. 2006, Ramanathan 2008).

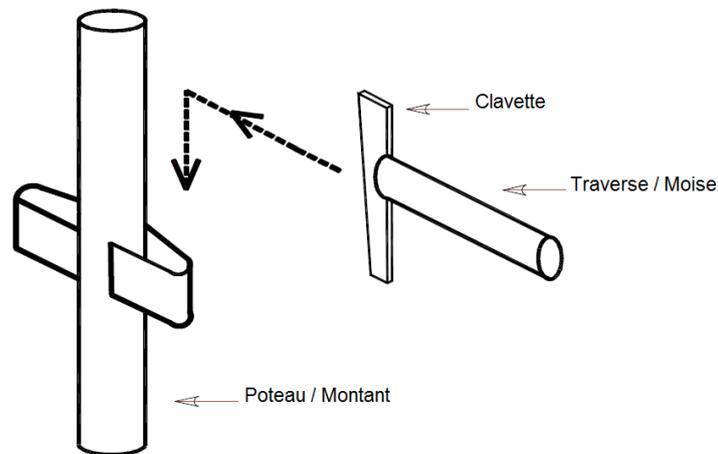
Un échafaudage (Fig. I.2) est composé de poteaux, aussi appelés montants, et, d'éléments horizontaux. Parmi ceux-ci, on différenciera, d'une part, les traverses, aussi appelées moises, qui sont des éléments perpendiculaires à la façade, et d'autre part, les lisses, éléments parallèles à la façade. Ces éléments horizontaux sont munis, à chaque extrémité, de mâchoire, à clavette imperdable, s'accrochant sur les montants (Fig. I.3), assurant ainsi, la liaison moise/poteau. La structure moise/poteau est ensuite rigidifiée grâce à des diagonales, dans le plan longitudinal, comme dans le plan transversal. Dans le plan vertical, l'assemblage des

poteaux est assuré par des goujons (Fig. I.4). Outre le fait qu'ils transmettent les efforts, les goujons garantissent l'alignement entre les montants. Selon les types d'échafaudage, les goujons peuvent être, soit soudés, soit simplement assemblés, grâce à des boulons, aux poteaux.

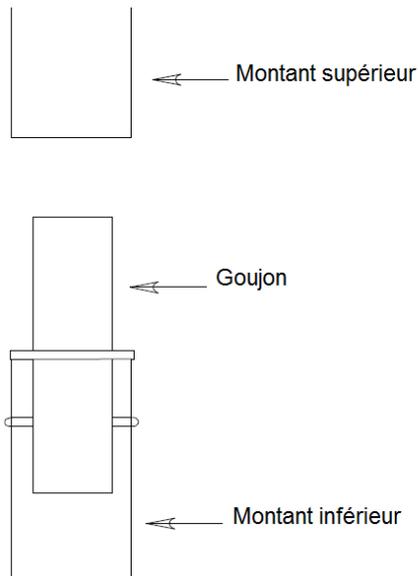
L'échafaudage repose sur des socles réglables (Fig. I.5), aussi appelés vérins de pied, permettant le réglage vertical de la structure. Ils peuvent assurer une sortie de vérin allant jusqu'à 0,6 m. En général, l'échafaudage de façade est également attaché à la façade, grâce à un système d'ancrage ou d'amarrage.



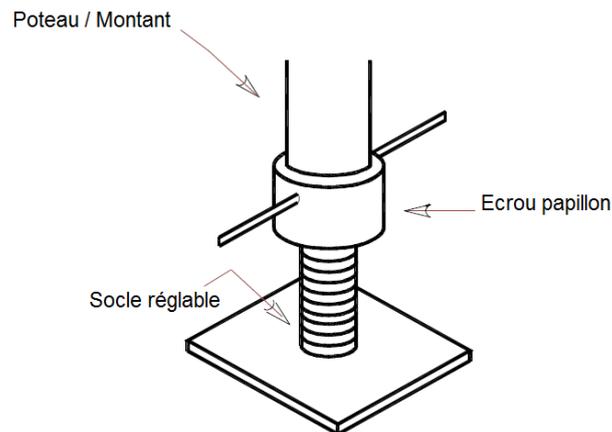
**Fig. I.2.** Schéma des composants d'un échafaudage



**Fig. I.3.** Schéma de la liaison moise/poteau



**Fig. I.4.** Schéma de la jonction des poteaux



**Fig. I.5.** Schéma du socle réglable

Les échafaudages sont des structures tridimensionnelles. L'analyse de ces structures devrait donc être réalisée au moyen de modèle tridimensionnel. Cependant, comme le montre une campagne d'essais, menée par le groupe de recherche au sein du SFECE, le comportement tridimensionnel d'un échafaudage de façade, du fait de la rigidité apportée par les éléments de type diagonales, lisses et planchers, est régi par le comportement plan des échelles d'échafaudages. L'analyse d'échafaudage tridimensionnelle peut donc être effectuée, comme le préconise la norme NF EN 12810-2 (CEN 2004a), en considérant le comportement plan de l'échelle la plus instable. Cette ruine de l'échelle la plus instable, considérée isolée, aura, nécessairement, lieu avant la ruine réelle de l'échelle lorsque l'on considère l'interaction entre les plans. La vérification de stabilité de l'échelle la plus instable isolée place donc en sécurité.

Les échafaudages sont des structures amenées à résister à des efforts, tant verticaux qu'horizontaux. Les charges verticales proviennent, essentiellement, du poids des ouvriers, des matériaux et matériels de construction et du poids propre des éléments. Quant aux efforts horizontaux, ceux-ci sont induits notamment par les charges de vent.

Les éléments, soumis à une compression axiale associée à une flexion, développent un comportement spécifique dans les différentes gammes d'élançement. À très faible élançement, la résistance en section prédomine. La ruine des éléments se fait par bifurcation d'équilibre. À mesure que l'élançement augmente, des effets du second ordre apparaissent. L'amplitude de ces effets du second ordre est largement influencée par la présence

d'imperfections géométriques et de contraintes résiduelles. La ruine de ces éléments ne se fait alors plus par bifurcation d'équilibre mais par divergence d'équilibre. La Fig. 1.6 illustre ce phénomène.

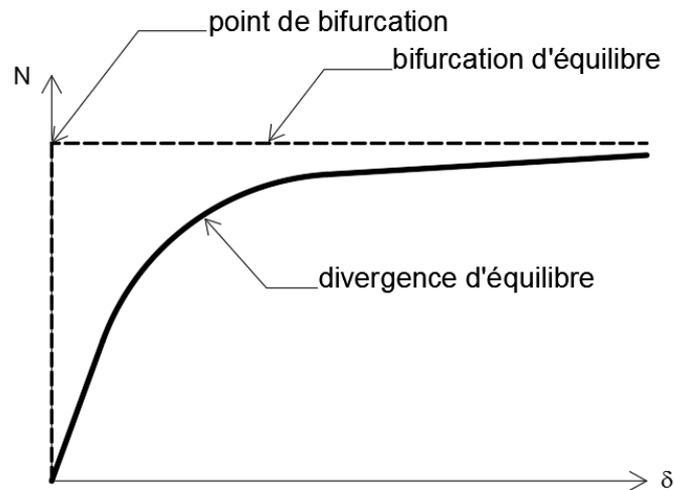


Fig. 1.6. Ruine par bifurcation ou par divergence d'équilibre

Le comportement réel des éléments comprimés fléchis résulte donc de l'interaction entre, d'une part, leur comportement en section, et, d'autre part, leur comportement en instabilité. Le chapitre II traite de la manière dont les réglementations actuelles tiennent compte de ces phénomènes dans les différents critères de vérification proposés. On constatera que la prise en compte des imperfections initiales et des effets du second ordre affectant une structure pourra être abordée de deux manières, à savoir :

- (i) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont intégralement pris en compte dans l'analyse globale de la structure, et, la vérification des éléments s'effectue alors avec des critères en section.
- (ii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre ne sont pas pris en compte dans l'analyse globale de la structure ; la vérification des éléments est alors réalisée au moyen de critères appropriés, dits critères en instabilité.

Ce chapitre II s'intéressera également à fournir les différentes études ayant menées aux formulations des critères de vérification en instabilité actuels.

Dans le chapitre II, nous nous intéresserons à la manière dont ces imperfections initiales peuvent être incluses dans l'analyse globale de la structure. Nous verrons, que la norme NF EN 1993-1-1 (CEN 2005) préconise la modélisation d'une imperfection globale et d'imperfections locales. Cependant, comme il nous sera possible de le constater à travers une étude comparative, cette méthode ne permet pas de refléter au mieux les imperfections initiales réelles affectant une structure. Nous développerons donc une nouvelle approche, basée sur la définition d'une imperfection unique, permettant de tenir compte, non seulement de la géométrie de la structure, mais également de ses caractéristiques mécaniques intrinsèques, de ses conditions aux limites et de la forme de son chargement.

Que la prise en compte des imperfections initiales de la structure se fasse dans l'analyse globale ou au moyen de critères appropriés, la justesse des vérifications reposera sur l'estimation qui est faite de l'intensité de ces imperfections initiales. À ces fins, la Convention Européenne de la Construction Métallique (C.E.C.M.) a lancé une vaste campagne européenne d'essais menant à la définition des cinq courbes européennes de flambement que l'on trouve actuellement dans l'Eurocode 3. Ces courbes de flambement définissent le niveau d'imperfections affectant chaque type de section transversale. Dès lors, les sections tubulaires formées à froid, sections courantes dans le domaine des échafaudages, ont été classées avec

les profilés présentant de nombreuses imperfections. Dans le chapitre IV, nous montrerons, à travers des essais en vraie grandeur, que cette estimation des imperfections initiales est beaucoup trop pénalisante pour ce type de section. Nous définirons, après une étude statistique des résultats expérimentaux, une valeur de facteur d'imperfection permettant une estimation juste et sécuritaire des imperfections initiales affectant les sections circulaires creuses formées à froid, utilisées dans le domaine des échafaudages.

Le chapitre V sera consacré à l'analyse des critères de vérification actuels. Nous mettrons ainsi en évidence que les critères de vérification en instabilité ne permettent pas une estimation juste et précise du facteur de sollicitation d'une structure. Par la suite, nous appellerons facteur de sollicitation, l'outil permettant d'apprécier le niveau de sollicitation dans une structure. Ce facteur de sollicitation est directement en lien avec le niveau de résistance de la section transversale considéré. Ainsi, pour une structure donnée, sollicitée au maximum de sa capacité de résistance élastique, le facteur de sollicitation, avec résistance élastique, sera donc égal à 1. Pour ce même chargement de cette structure, si l'on considère, cette fois, le facteur de sollicitation, avec résistance plastique linéaire, celui-ci sera inférieur à 1.

Le chapitre V sera également l'occasion de mettre en évidence que la formulation actuelle des critères en instabilité ne permet pas, d'une part, de prendre en compte correctement les capacités de résistance plastique des sections transversales, et, d'autre part, de connaître l'influence de chaque sollicitation.

Par conséquent, nous dédions le chapitre VI à la définition de nouveaux critères en instabilité, permettant de s'affranchir d'inclure les imperfections initiales dans l'analyse globale de la structure, tout en les prenant en compte dans les critères de vérification. Ces nouveaux critères offriront une estimation fiable du facteur de sollicitation d'une structure. Ils permettront de découpler l'effet de chaque sollicitation et de prendre en compte, de la manière la plus précise possible, la capacité de résistance de la section transversale, que ce soit en élasticité, plasticité linéaire ou plasticité non-linéaire. Dans ce même chapitre, ces nouveaux critères seront l'objet d'une étude comparative visant à mettre en avant leur fiabilité. En vue d'assurer une meilleure lisibilité de ces nouveaux critères, un ensemble de procédures de dimensionnement a été mis en place, visant une application directe de ces nouveaux critères au dimensionnement de structures de type échafaudages et assimilés. Pour accompagner ces procédures, une série d'exemples types est proposée de manière à illustrer l'ensemble des nouvelles notions apportées dans ce nouveau principe de dimensionnement des éléments comprimés fléchis.

Le chapitre VII sera l'occasion de faire un bilan de ces travaux de recherche et d'en ressortir les principaux apports. Il fournira également des perspectives quant à des investigations ultérieures.

## **II. État de l'art des réglementations en vigueur**

### **II.1. Introduction**

Ce chapitre s'attache à présenter les différentes avancées ayant menées aux spécifications de conception que l'on trouve actuellement dans les normes de calcul relatives, d'une part, aux structures en acier en général, la norme NF EN 1993-1-1 (CEN 2005), autrement appelée Eurocode 3 ; et, d'autre part, aux équipements temporaires de chantier, et plus particulièrement aux échafaudages, les normes NF EN 12810-2 (CEN 2004a) et NF EN 12811-1 (CEN 2004b).

Les montants d'un échafaudage, tout comme les montants d'une structure métallique en général, sont des éléments qui, dans la plupart des cas, sont soumis, simultanément, à des efforts de compression et de flexion. La vérification de la résistance de ces éléments doit donc être réalisée en prenant en compte ces deux phénomènes. Cependant, en amont, la conception de ces structures nécessite, inmanquablement, d'une part, d'établir des modèles de calcul appropriés, et, d'autre part, de mettre en place des hypothèses reflétant au mieux leurs comportements structuraux. Les principes d'analyse d'une structure seront abordés dans la première partie de ce chapitre.

L'étude de la barre comprimée ne représente qu'un cas particulier de l'étude de la barre comprimée fléchie. Néanmoins elle présente l'avantage de permettre d'examiner et d'analyser une première part du problème plus complexe que pose l'étude d'une barre comprimée fléchie. C'est pour cette raison que la seconde partie de ce chapitre sera consacrée à l'étude d'éléments simplement comprimés. Après un rappel de leurs fondements, nous introduirons les critères de vérification des instabilités actuels relatifs aux éléments soumis à un effort de compression simple.

Le problème, plus général, de la barre comprimée fléchie sera abordé dans une troisième partie de ce chapitre. De la même manière que pour la compression pure, nous aborderons, les fondements théoriques ayant menés aux critères de vérification actuels relatifs aux éléments comprimés fléchis.

Enfin, une dernière partie de ce chapitre présentera la réglementation spécifique relative aux échafaudages.

### **II.2. Principe d'analyse d'une structure**

Lors de la conception d'une structure, le calcul s'effectue en deux étapes. La première étape consiste à effectuer une analyse de la structure, dite analyse globale ; puis la seconde étape consiste à effectuer les vérifications de résistance et de stabilité. L'objectif de l'analyse globale de la structure est de déterminer les sollicitations engendrées par les actions extérieures sur les différents éléments de la structure. L'analyse globale doit être menée à partir d'un modèle et d'hypothèses reflétant au mieux le comportement réel de la structure. Elle permet ainsi d'évaluer la sensibilité de la structure à l'instabilité.

L'analyse globale de la structure doit être menée sur la structure dans son ensemble. Cela nécessiterait donc de développer des modèles tridimensionnels. Beaucoup d'auteurs se sont donc consacrés au développement de modèle d'analyse tridimensionnel permettant de prédire le comportement et la charge critique de ruine d'une structure (Godley and Beale 1997, Milojkovic et al. 2002, Peng et al. 2013&2017, Prabhakaran et al 2006). Ainsi, Chandrangu et Rasmussen (2009 & 2011b) ont mis en place un dispositif d'essais visant à déterminer la charge critique de structures d'échafaudage. Ces résultats ont ensuite permis de calibrer des modèles numériques permettant de prédire la charge de ruine d'une structure. Cependant, on note, dans l'ensemble de ces articles, que ces modèles tridimensionnels ne sont utilisés qu'au

stade de l'analyse globale de la structure. Les conditions de vérifications, qui en découlent, beaucoup trop complexes, ne sont pas abordées.

Pour la clarté du fonctionnement, il est donc possible de simplifier l'étude d'une structure tridimensionnelle en la décomposant en sous-structures planes juxtaposées. Il convient alors de tenir compte de l'interaction entre ces différents plans. Divers auteurs (Aristizabal-Ochoa 2012&2013, Peng et al. 1996a&b, 1998, Weesner et Jones 2001) ont montré la fiabilité de ces modèles bidimensionnels. L'Eurocode 3, lui-même, fournit des exemples plans pour illustrer le calcul considéré comme spatial.

Dès lors, il est possible d'affirmer que le comportement tridimensionnel d'un échafaudage est régi par le comportement plan des échelles d'échafaudage. La vérification de résistance et de stabilité doit alors être menée sur l'échelle la plus instable, c'est-à-dire celle présentant les imperfections initiales les plus défavorables. L'instabilité de la structure sera ainsi initiée par cette échelle la plus instable, qui sera, quant à elle, nécessairement retenue par les échelles voisines. Ainsi, le fait de négliger cette interaction entre les plans est sécuritaire. Cette méthode d'analyse et de vérification place donc en sécurité.

Néanmoins, on note que lorsque la simplification de la structure n'est pas possible, il est nécessaire d'avoir recours à un modèle spatial pour l'analyse globale de la structure, de laquelle on extrait des modèles plans pour mener l'ensemble des vérifications à son terme.

Selon la rigidité des structures, l'analyse globale peut être menée au 1<sup>er</sup> ou au 2<sup>nd</sup> ordre (Fig. II.1). Selon l'article 5.2.1(3) de l'Eurocode 3, il est possible d'avoir recours à une analyse au 1<sup>er</sup> ordre lorsque les déformations de la structure ont une incidence négligeable sur l'amplification des sollicitations, autrement dit, lorsque le coefficient  $\alpha_{cr}$  est supérieur à 10. Ce coefficient  $\alpha_{cr}$  est le coefficient par lequel la charge de calcul doit être multipliée pour provoquer l'instabilité dans un mode global. Dans les autres cas, l'analyse globale de la structure doit être menée au 2<sup>nd</sup> ordre. L'analyse des modes propres d'une structures conduit à différencier deux types d'instabilité : une instabilité globale, se traduisant par un mouvement d'ensemble de la structure ; et une instabilité locale, associée, elle, à l'instabilité d'un élément seul. Il convient, dès lors, d'identifier pour chaque structure le type de mode d'instabilité en analysant les modes propres.

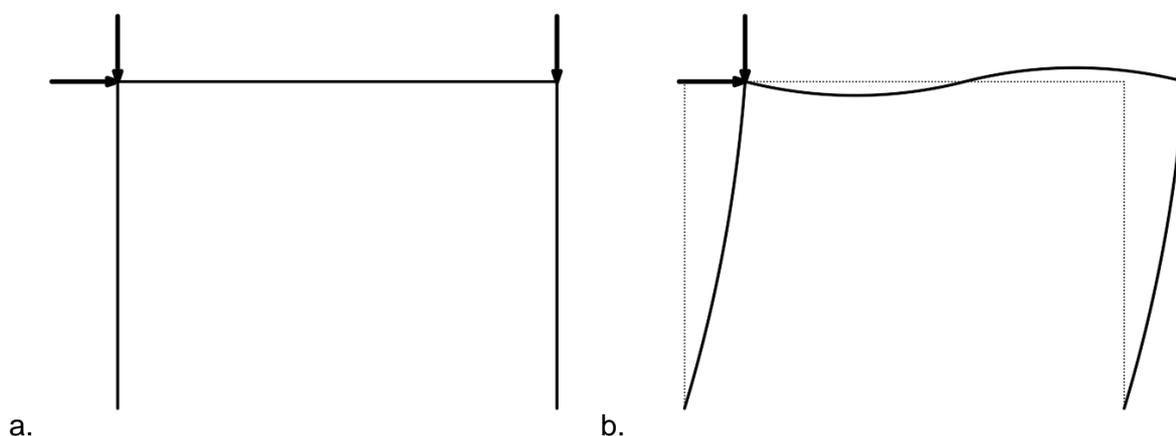
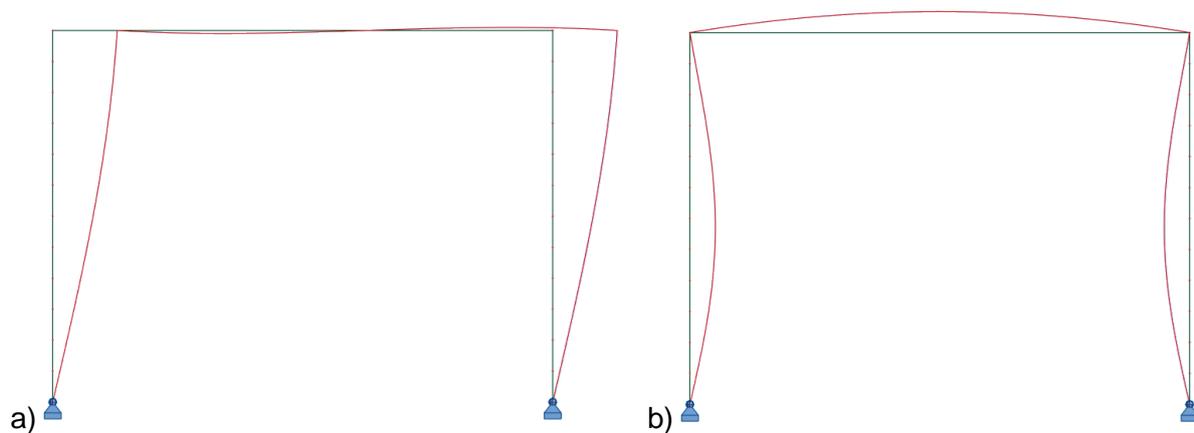


Fig. II.1. Type d'analyse : a. 1<sup>er</sup> ordre ; b. 2<sup>nd</sup> ordre

Dans le cas d'un portique, simplement comprimé, le premier mode de flambement est donné sur la Fig. II.2a. Il apparaît clairement que ce premier mode de flambement est un mode global, c'est-à-dire un mode de flambement à nœuds déplaçables. Le mode de flambement local n'apparaît qu'au 2<sup>ème</sup> mode (Fig. II.2b). L'amplification des efforts par ce 1<sup>er</sup> mode de flambement est de : 3.

Pour rappel, l'amplification entre le premier et le second ordre est donnée par le rapport  $\frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$

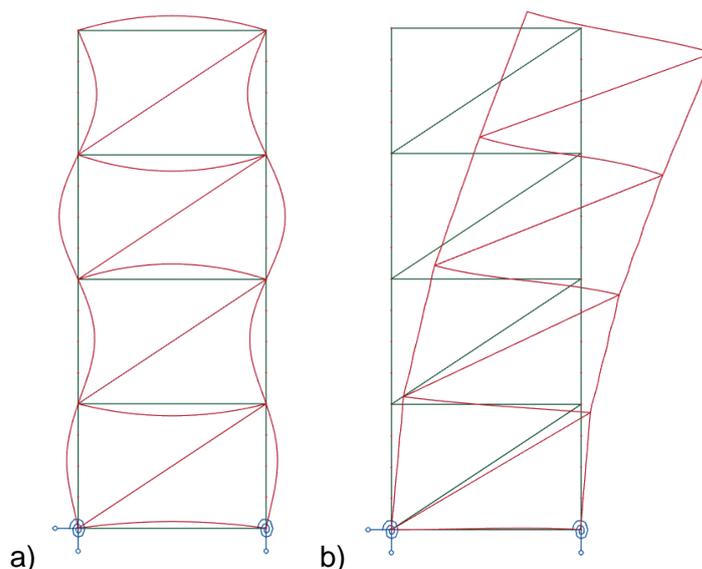


**Fig. II.2.** Modes de flambement du portique comprimé : a) 1<sup>er</sup> mode ( $\alpha_{cr} = 1,5$ ) ; b) 2<sup>ème</sup> mode ( $\alpha_{cr} = 11,1$ )

Les structures d'échafaudage sont des structures présentant de faibles rigidités. Leur vérification doit donc être réalisée en tenant compte de la déformée induite par le chargement. C'est ce que l'on appelle tenir compte des effets du second ordre. Les imperfections initiales, de ces structures à faibles rigidités, vont alors être source d'effets du second ordre supplémentaires. Il est donc nécessaire de les prendre en compte dans la vérification de résistance et de stabilité. L'analyse des modes propres de ces structures conduit, quant à elle, aux conclusions suivantes.

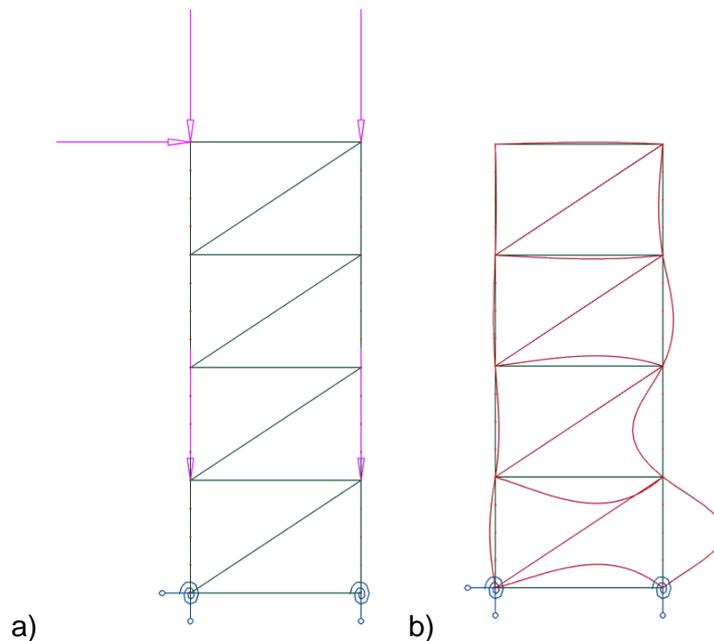
L'analyse au flambement d'une tour autostable simplement comprimée conduit au premier mode de flambement donné sur la Fig. II.3a. Pour cet exemple, on constate que ce premier mode de flambement n'est pas un mode global. Il est donc nécessairement possible d'affirmer que ce premier mode est un mode de flambement local.

Le premier mode de flambement global de la structure apparaît au 47<sup>ème</sup> mode (Fig. II.3b), dont le coefficient  $\alpha_{cr}$  s'élève à 4055. Ainsi, lorsque l'on se réfère à la norme NF EN 1993-1-1, l'ensemble des vérifications doit être réalisé à partir de ce 47<sup>ème</sup> mode. Dès lors, il est possible de se poser la question de la cohérence de prendre en compte ce 47<sup>ème</sup> mode. En effet, l'amplification des efforts avec ce mode n'est que de 1,0002 ; autrement dit, cette amplification est nulle.



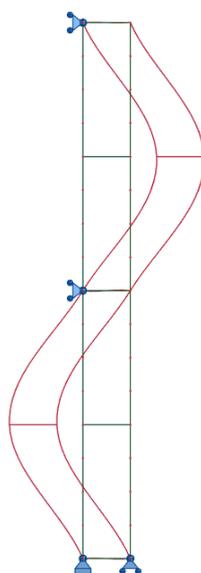
**Fig. II.3.** Modes de flambement de la tour autostable comprimée : a) 1<sup>er</sup> mode ( $\alpha_{cr} = 1,5$ ) ; b) 47<sup>ème</sup> mode ( $\alpha_{cr} = 4055$ )

En s'intéressant à cette même tour autostable, sollicitée, cette fois-ci, par un effort de compression et de flexion (Fig. II.4a). On constate, une fois de plus, que le premier mode de flambement (Fig. II.4b) est toujours un mode local, avec une déformée critique maximale dans la zone la plus sollicitée, qui s'atténue dans le reste de la structure. Le premier mode global apparaît au 50<sup>ème</sup> mode, avec un  $\alpha_{cr}$  de 149,5, soit une amplification de 1,007. L'amplification des sollicitations suivant ce mode de flambement sera donc nulle.



**Fig. II.4.** Tour autostable comprimée fléchie :  
a) Géométrie et chargement ; b) Allure du 1<sup>er</sup> mode de flambement ( $\alpha_{cr} = 1,9$ )

Si l'on considère maintenant un échafaudage de façade simplement comprimé. Le premier mode de flambement est donné par la Fig. II.5. Comme on peut le voir cet échafaudage est appuyé en partie haute. Il n'est alors nécessairement pas possible d'observer de déplacement en tête de la structure. Cela signifierait donc que la totalité des modes de la structure peut apparaître comme des modes locaux, avec une longueur de flambement correspondant à deux étages.



**Fig. II.5.** 1<sup>er</sup> mode de flambement de l'échafaudage de façade comprimé

Néanmoins, il est également possible de dire que l'on observe un déplacement des points libres par rapport aux points fixes de la structure. On pourrait alors parler d'un mode global mais à une plus petite échelle de la structure. On observerait alors dans la structure deux modes globaux.

La notion de mode d'instabilité global ou local est source de confusion pour certaines structures, notamment, comme on a pu le voir, pour les structures présentant dans appuis en partie haute. De plus, il se pose la question de la pertinence de l'utilisation du 1<sup>er</sup> mode de flambement global lorsque celui-ci engendre une amplification nulle des sollicitations.

D'une manière générale, plus l'analyse globale de la structure est menée de manière approfondie et plus les critères de vérification sont simples, et inversement. Dès lors, selon l'article 5.2.2(3) de la norme NF EN 1993-1-1, la vérification d'éléments comprimés en tenant compte des effets du second ordre et des imperfections initiales peut être réalisée des manières suivantes :

- (i) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont entièrement pris en compte dans l'analyse globale de la structure
- (ii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont en partie pris en compte dans l'analyse globale de la structure et en partie pris en compte dans les critères de vérifications en instabilité
- (iii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont entièrement pris en compte dans les critères de vérifications en instabilité en utilisant des longueurs de flambement appropriées au mode global d'instabilité de la structure.

On remarque que la vérification suivant la méthode (ii) semble compliquée et peut être source d'oubli ou de doublon dans la prise en compte des effets. Par la suite, nous nous intéresserons donc uniquement aux deux méthodes de vérification suivantes :

- (i) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont pris en compte dans l'analyse globale de la structure. La vérification des éléments s'effectuera à travers des critères en section.
- (ii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre ne sont pas pris en compte dans l'analyse globale de la structure ; la vérification des éléments est alors réalisée à partir de critères appropriés, dits critères en instabilité, en utilisant des longueurs de flambement appropriées.

La norme NF EN 1993-1-1 différencie actuellement les critères en instabilité relatifs aux éléments simplement comprimés et les critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis.

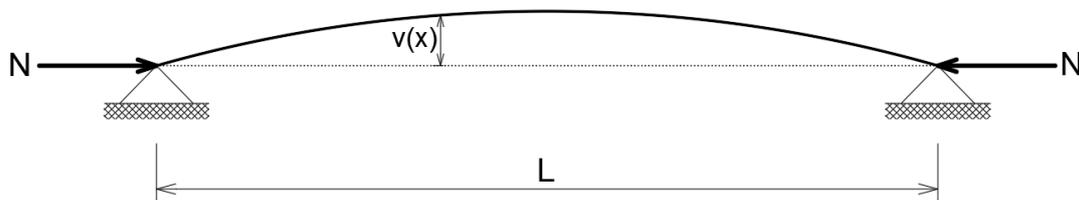
## **II.3. Réglementation relative aux éléments simplement comprimés**

### **II.3.1. Phénomène de flambement pour les éléments parfaits**

Les efforts de compression dans une structure sont à l'origine d'instabilités, appelées flambement. Le phénomène de flambement est conditionné par la nature des liaisons de l'élément comprimé avec le reste de la structure. Il sera d'autant plus important que l'élançement de cet élément comprimé sera élevé.

Les premières observations relatives au flambement de colonnes comprimées sont attribuées à Héron d'Alexandrie, physicien et mathématicien grec, lors du I<sup>er</sup> siècle avant J-C, puis plus tard, lors du XV<sup>ème</sup>, au physicien et mathématicien, Leonard de Vinci. Par la suite, Pieter van Musschenbroek (1729), physicien néerlandais, suite à des expérimentations, propose dans son écrit, une formule empirique, mettant en évidence que la charge critique d'un élément comprimé est inversement proportionnelle au carré de sa longueur. Il a fallu ensuite attendre les travaux de Leonhard Euler, en 1759, inspirés des travaux du mathématicien et physicien suisse, Jakob Bernoulli, pour que la première formule de la charge critique d'un poteau idéal soit établie.

Leonhard Euler a décrit le comportement d'une poutre simple, sur deux appuis, de longueur L et soumise à un effort de compression N (Fig. II.6).



**Fig. II.6.** Barre simple bi-articulée sollicitée par un effort de compression

Le moment fléchissant de cette poutre s'écrit :

$$M(x) = -N \cdot v(x) \quad (2.1)$$

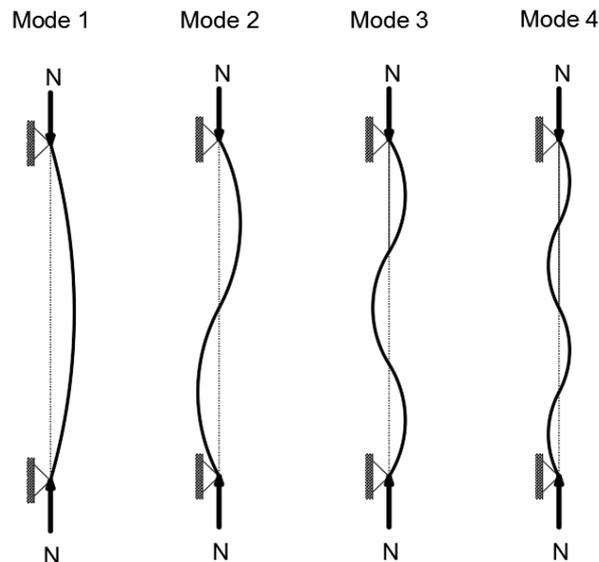
À partir de l'équation de la déformée d'une poutre, on en déduit que l'équation d'équilibre de cette poutre simple est la suivante :

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{N}{EI}v = 0 \quad (2.2)$$

La solution à cette équation est :

$$N_{cr} = n \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.3)$$

Le coefficient n représente le mode de flambement considéré. Pour le premier mode de flambement, on a :  $n = 1$  ; on retrouve ainsi l'expression de la charge critique établit par Leonhard Euler, en 1778. Les quatre premiers modes de flambement de la poutre simple sont représentés sur la Fig. II.7.



**Fig. II.7.** Modes de flambement de la poutre sur appuis simples

Les travaux réalisés jusque-là ne concernaient que des poteaux idéaux, c'est-à-dire des poteaux parfaitement rectilignes. La déformation du poteau comprimé survient dès lors que la charge appliquée à celui-ci atteint la charge critique de l'élément. Le comportement des poteaux présentant un élancement élevé se rapproche de ce comportement théorique. Ils possèdent ainsi une charge critique de ruine proche de la charge critique d'Euler.

### II.3.2. Phénomène de flambement pour les éléments réels

En règle générale, les poteaux possèdent un comportement qui s'éloigne du comportement théorique défini par Euler. Cette différence de comportement est induite par la présence de diverses imperfections affectant l'élément comprimé, comme les défauts de rectitude, les contraintes résiduelles ou encore l'excentricité d'application des charges. L'ensemble de ces imperfections vont conduire à une ruine prématurée de l'élément par flambement inélastique, ce qui va réduire la charge de ruine. La présence d'imperfections initiales dans la structure augmente donc le phénomène d'instabilité. Par conséquent, il est nécessaire de les prendre en compte lors des vérifications de résistance.

Dès lors, il est possible de constater que deux grandes approches distinctes ont été étudiées :

- une approche considérant le comportement inélastique d'un élément idéal. Cette approche s'inscrit dans la continuité des travaux menés par Leonhard Euler. Les principaux apports sont dus à F. Engesser (1889), A. Considere (1889), F. Jasinski (1894), T. Von Karman (1910) et F. R. Shanley (1947).
- une approche considérant le comportement d'une barre présentant des imperfections géométriques.

Les premiers travaux relatifs à cette seconde approche ont été menés par le physicien anglais, T. Young (1807). Il reprend les travaux de son prédécesseur L. Euler, et montre que le comportement d'une barre comprimée est influencé par : (i) les imperfections géométriques affectant la barre et (ii) les éventuelles excentricités lors de l'application des charges de compression. Il a donc étudié le cas d'une barre simple, bi-articulée, soumise à un effort de compression simple, noté  $N_{Ed}$  (Fig. II.8).

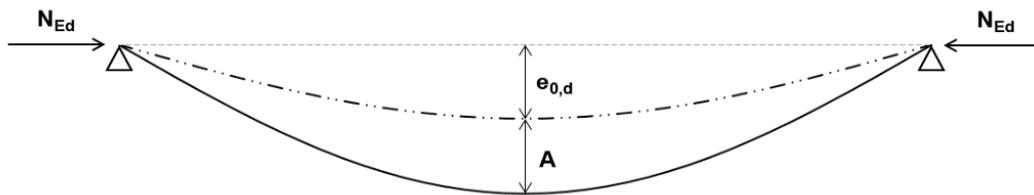


Fig. II.8. Barre avec imperfections initiales soumise à un effort de compression simple.

En l'absence de tout chargement, cette barre possède un défaut de rectitude, que l'on appelle imperfection initiale. Cette imperfection est considérée comme étant une sinusoïde d'amplitude maximale  $e_{0,d}$ , à mi-portée de la barre. L'expression de l'imperfection initiale est :

$$v_0(x) = e_{0,d} \times \sin\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad (2.4)$$

où :

$$e_{0,d} = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} \quad (2.5)$$

Lorsque l'effort  $N_{Ed}$  est appliqué à la barre, une flèche additionnelle s'ajoute à l'imperfection initiale. Son expression est :

$$v_{add}(x) = A \times \sin\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad (2.6)$$

où A est l'amplitude maximale de la déformée additionnelle.

La flèche totale de la barre, tenant compte de l'imperfection initiale, s'écrit donc :

$$v(x) = (A + e_{0,d}) \sin\left(\frac{\pi X}{L}\right) \quad (2.7)$$

Pour cette barre, avec imperfection initiale, l'équation d'équilibre (2.2) devient :

$$v_{add}''(x) + \frac{N_{Ed}}{EI} \times (v_0(x) + v_{add}(x)) = 0 \quad (2.8)$$

En remplaçant les équations (2.4) et (2.6) dans l'équation (2.8), on détermine l'expression de l'amplitude maximale de la déformée additionnelle A :

$$A = \frac{N_{Ed}}{N_{cr} - N_{Ed}} \times e_{0,d} \quad (2.9)$$

où  $N_{cr}$  est la charge critique du premier mode de flambement et dont l'expression est issue de l'équation (2.3) :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.10)$$

La déformée totale maximale,  $v_{max}$ , à mi-portée de la barre s'exprime donc :

$$v_{max} = v\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_{Ed}} \times e_{0,d} = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \times e_{0,d} \quad (2.11)$$

La déformée initiale  $e_{0,d}$  est amplifiée par un facteur d'amplification, noté K, et dépendant du niveau de chargement  $N_{Ed}$  de la barre.

$$K = \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \quad (2.12)$$

Lorsque le moment fléchissant est constant, le facteur d'amplification K peut également prendre la forme :

$$K' = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{N_{Ed}/N_{cr}}\right)} \quad (2.13)$$

Thomas Young a alors montré que le moment au second ordre de cette poutre est obtenu à partir du moment au premier ordre, amplifié par ce facteur d'amplification K.

$$M'' = K \cdot M' = K \cdot N_{Ed} \cdot e_0 = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \quad (2.14)$$

Ces travaux ont ensuite été repris quelques années plus tard par Ayrton et Perry (1886). Ils ont montré, que pour les valeurs courantes de  $N_{Ed}/N_{cr}$ , les équations (2.12) et (2.13) donnent des résultats similaires (Fig. II.9).

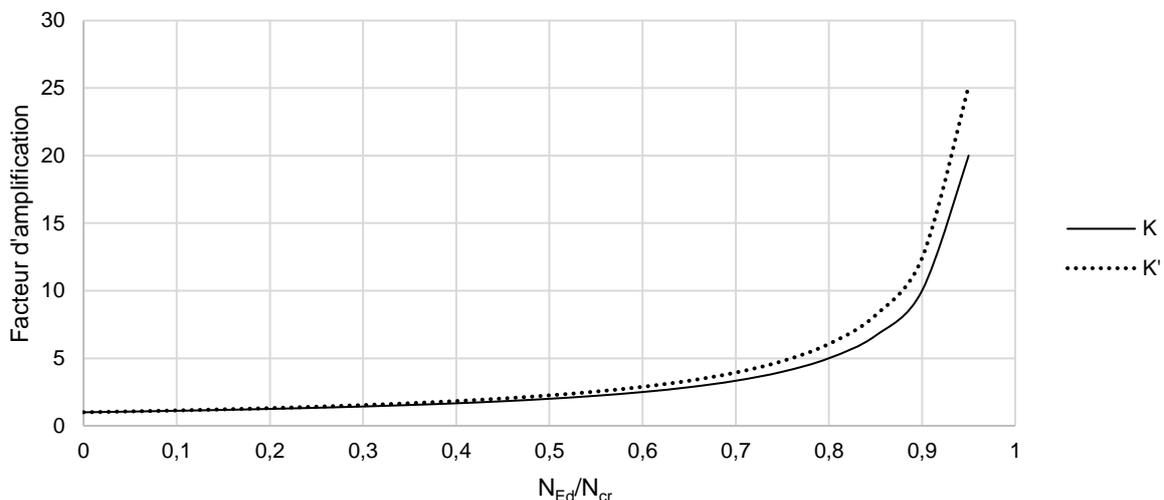


Fig. II.9. Facteurs d'amplification K et K'

Ils ont ainsi mis en évidence que la courbure initiale d'un élément pouvait être considérée comme une imperfection géométrique. Ils ont donc écrit le critère de résistance de cette barre, présentant une imperfection initiale, et soumise à l'effort de compression simple, comme étant :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M''}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (2.15)$$

En tenant compte de l'expression du moment fléchissant au second ordre (2.14), ce critère de résistance, dans la section médiane, la plus sollicitée, devient :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \cdot \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (2.16)$$

À la ruine de la barre, le critère de résistance atteint la limite de 1, et la charge  $N_{Ed}$  atteint l'effort résistant de calcul au flambement  $N_{b,Rd}$ , avec  $N_{b,Rd} = \chi \cdot N_{Rd}$ . Le critère de résistance (2.16) s'écrit alors sous la forme dite d'Ayrton-Perry :

$$(1 - \chi) \left( 1 - \chi \bar{\lambda}^2 \right) = \chi \times \frac{A}{W_{el}} \times e_{0,d} = \eta \times \chi \quad (2.17)$$

$\chi$  est le coefficient de réduction au flambement et  $\eta$  représente le défaut géométrique généralisé du poteau :

$$\eta = \frac{A}{W_{el}} \cdot e_{0,d} \quad (2.18)$$

L'équation (2.17) est une équation quadratique en  $\chi$  dont la solution minimale est :

$$\chi = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\bar{\lambda}^2} \quad (2.19)$$

où :

$$\phi = 0,5 \left( 1 + \eta + \bar{\lambda}^2 \right) \quad (2.20)$$

Différentes expressions de ce coefficient  $\eta$  ont été proposées dans la littérature. On retiendra les propositions suivantes :

- l'équation de  $\eta$  retenue dans les normes anglaises British Standards BS 153 (relative aux ponts) et British Standards BS 449 (relative aux bâtiments), jusqu'en 1962, était celle proposée par A. Robertson (1925)

$$\eta_R = 0,003\lambda \quad (2.21)$$

- par la suite, la norme anglaise British Standards BS449 a adopté la nouvelle solution proposée par G.B. Godfrey (1962)

$$\eta_G = 0,03 \cdot (\lambda / 100)^2 \quad (2.22)$$

- l'équation de  $\eta$  retenue dans la norme française CM56 était la proposition de Dutheil (1947, 1952)

$$\eta_D = \frac{C}{\pi^2 E} \cdot f_y \cdot \lambda^2 \quad \text{avec } C = 1/12 \quad (2.23)$$

Jusque-là chaque pays européen possédait ainsi ses propres normes de calcul. En 1955, la C.E.C.M. fut créée, avec pour objectif d'uniformiser l'ensemble des codes de calcul des différents pays européens. Dans cet optique, différentes commissions ont été créées, dont la Commission 8 chargée des problèmes d'instabilité.

Cette commission lance, dans les années 1955, une vaste campagne d'essais, supervisée par Sfintesco (1970), visant à uniformiser les divers codes alors en vigueur dans les différents pays. Les essais ont été menés dans des laboratoires en Allemagne, Belgique, Grande-Bretagne, Italie, Pays-Bas, Yougoslavie et France. Un mode opératoire a été imposé à l'ensemble des laboratoires afin de garantir la cohérence des résultats obtenus. À partir de ces essais, Jacquet (1970) a réalisé une étude statistique visant à obtenir les valeurs des contraintes d'affaiblissement pour l'ensemble des profilés testés. Simultanément, Beer et Schulz (1970) étudient la théorie du flambement d'une barre imparfaite en se fondant sur des simulations numériques. L'ensemble de ces travaux ont conduit la C.E.C.M. à définir trois courbes adimensionnelles tenant compte du type de profilés et des hétérogénéités structurelles et géométriques de sections.

La poursuite des recherches relatives au flambement (H. Beer et G. Schulz (1972)) a conduit certains auteurs à critiquer les courbes de flambement proposées par la C.E.C.M. On retiendra principalement les travaux de B. W. Young (1971) relatifs aux profilés à haute résistance et aux profilés de grandes épaisseurs. En 1977, la C.E.C.M. (1977a et 1977b) définit les cinq courbes de flambement (Fig. II.10) que l'on retrouve actuellement dans les textes réglementaires en vigueur (C.E.N. 2005). René Maquoi et Jacques Rondal (1978), dans leur article, proposent une équation de ces cinq courbes de flambement :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \cdot \left( 1 + \alpha\sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04} + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{\left( 1 + \alpha\sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04} + \bar{\lambda}^2 \right)^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right) \quad (2.24)$$

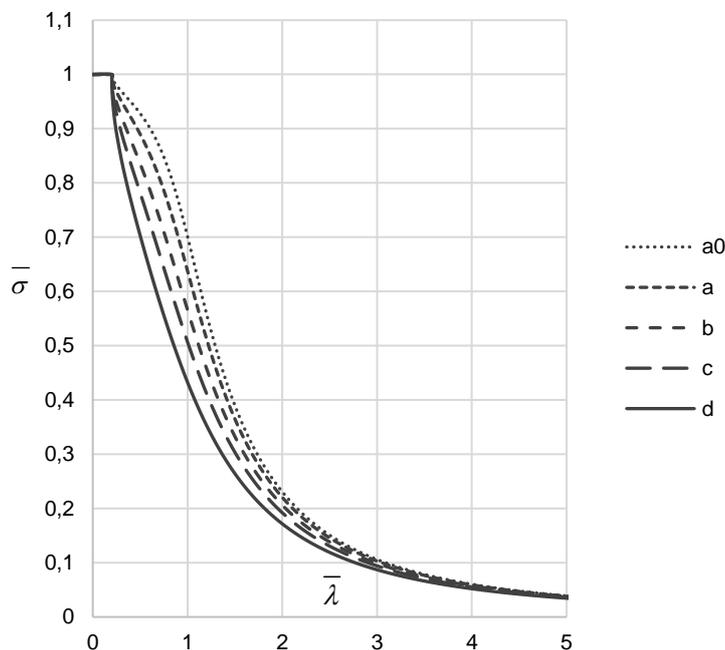


Fig. II.10. Courbes européennes de flambement

Dans ce souci d'uniformisation des divers codes européens, alors en vigueur, la C.E.C.M. retient la formulation proposée par J.B. Dwight (1972) pour l'expression du défaut géométrique généralisé  $\eta$  :

$$\eta = \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \quad (2.25)$$

où 0,2 correspond à la limite de l'élanement réduit en dessous de laquelle les effets du flambement sont négligés

L'ensemble de ces travaux ont permis d'établir le critère de vérification au flambement d'une barre comprimée, présent actuellement dans l'Eurocode 3 (C.E.N. 2005) :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad (2.26)$$

où  $N_{b,Rd}$  est appelée résistance de calcul d'une barre comprimée au flambement

La résistance de calcul d'une barre comprimée se détermine de la manière suivante :

$$N_{b,Rd} = \chi \times \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.27)$$

avec :

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad (2.28)$$

et :

$$\phi = 0,5 \left( 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right) \quad (2.29)$$

Le facteur d'imperfection  $\alpha$  dépend de la courbe de flambement adoptée. Il est donné par le Tableau II.1.

**Tableau II.1.** Facteur d'imperfection

Courbe de flambement	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
Facteur d'imperfection $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

La courbe de flambement considérée dépend de la section transversale de l'élément, des dimensions de celle-ci, du plan de flambement considéré ainsi que de la limite élastique du matériau. Il convient de déterminer la courbe de flambement à partir du Tableau II.2.

La Fig. II.11 récapitule l'historique, proposé par René Maquoi et Jacques Rondal (1978), des travaux relatifs à l'étude du comportement des éléments comprimés.

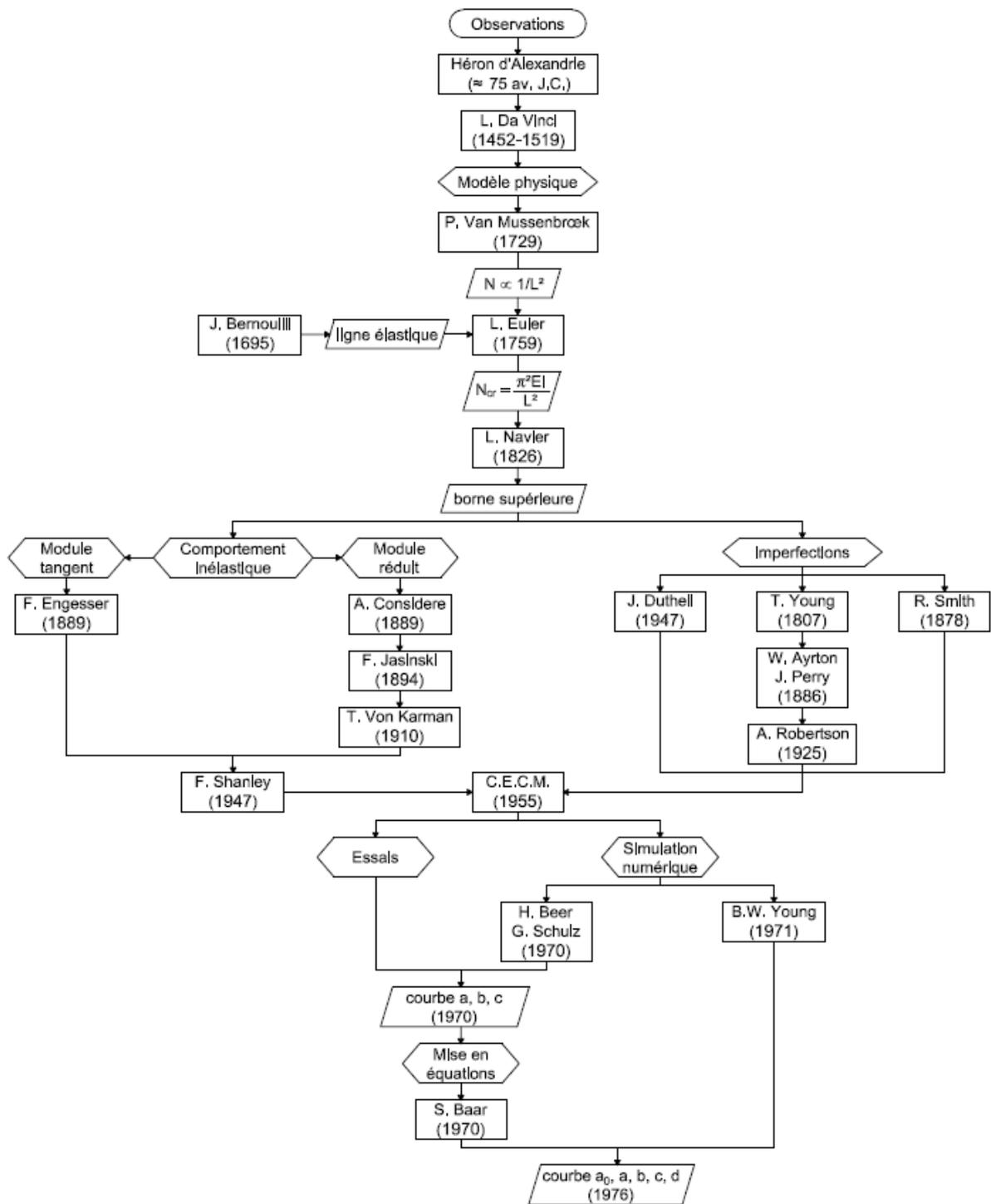
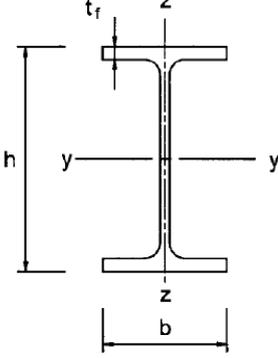
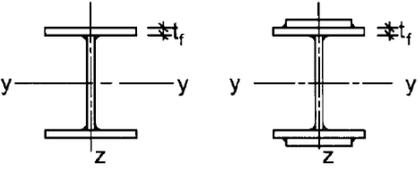
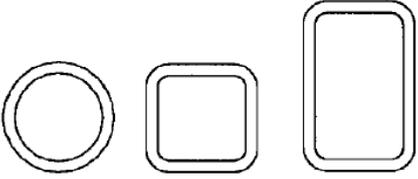
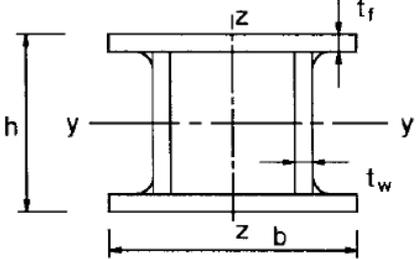
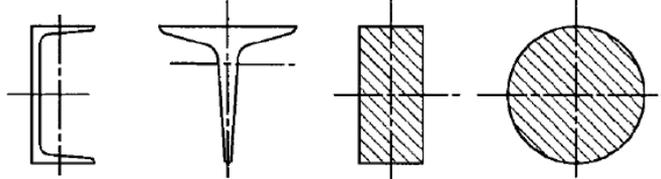
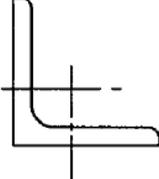


Fig. II.11. Historique des recherches concernant le flambement

Tableau II.2. Courbe de flambement des sections transversales

Section transversale		Limites	Plan de flambement	Courbe de flambement		
				S235 S275 S355 S420	S460	
Sections en I laminées		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40$ mm	y-y z-z	a b	a <sub>0</sub> a <sub>0</sub>
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$ mm	y-y z-z	b c	a a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100$ mm	y-y z-z	b c	a a
			$t_f > 100$ mm	y-y z-z	d d	c c
Section en I soudées		$t_f \leq 40$ mm	y-y z-z	b c	b c	
		$t_f > 40$ mm	y-y z-z	c d	c d	
Sections creuses		Finies à chaud	Quelconque	a	a <sub>0</sub>	
		Finies à froid	Quelconque	c	c	
Sections en caisson soudées		En général (sauf cas particuliers ci-dessous)	Quelconque	b	b	
		Soudures épaisses : $a > 0,5t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	Quelconque	c	c	
Section en U, T et pleines			Quelconque	c	c	
Sections en L			Quelconque	b	b	

## II.4. Réglementation relative aux éléments comprimés fléchis

Jusqu'à présent, seuls des éléments simplement comprimés ont été considérés. Dans cette partie, ces critères, préalablement établis, vont être élargis au cas plus général des éléments comprimés fléchis (ECCS TC8 2006a).

Par le passé, différentes formules d'interaction ont été proposées, de la forme exponentielle (mettant en évidence le comportement de la section transversale plastique) à la forme linéaire-additive (dérivée de la réponse de flambement linéaire-élastique). L'approche retenue dans la norme NF EN 1993-1-1 est basée sur la sommation des effets de la force de compression et des moments de flexion. Les effets non-linéaires sont pris en compte par l'intermédiaire de facteurs d'interaction. Cette méthode a été retenue car elle présente l'avantage d'évaluer les effets individuels de chaque sollicitation.

Dès lors, deux approches de facteur d'interaction sont considérées dans la norme NF EN 1993-1-1, à savoir la Méthode 1 (Annexe A de la norme NF EN 1993-1-1) et la Méthode 2 (Annexe B de la norme NF EN 1993-1-1). La principale différence entre ces deux méthodes réside dans la complexité d'expression du coefficient d'équivalence  $C_m$ .

La Méthode 1 est la méthode franco-belge dont les principaux apports sont attribués à M. Villette, J.P. Jaspart, N. Boissonnade et J.P. Muzeau. Cette méthode présente l'avantage de proposer des expressions générales permettant l'application à l'ensemble des cas envisageables. Pour cela, les expressions proposées s'appuient autant que possible sur des aspects théoriques. La Méthode 2 (Greiner et Lindner 2006), méthode germanique, a été développée entre autre par R. Greiner, R. Ofner, G. Salzgeber, P. Kaim, J. Linder, A. Rusch, S. Heyde et J. Wang Kunming. Cette deuxième approche est plus axée sur la convivialité et la simplicité des expressions pour permettre une conception directe des cas standards.

### II.4.1. Critère pour les barres comprimées fléchies de l'Eurocode 3 – Méthode 1

#### II.4.1.1. Origine du critère pour les barres comprimées fléchies

Jusqu'à présent, nous nous étions donc intéressés à des éléments soumis à un effort de compression seul, dont le critère de résistance élastique était donné par :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \times \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (2.30)$$

Ce critère peut être étendu à un élément, avec imperfections initiales, soumis simultanément à un effort de compression et de flexion, en y additionnant la part du moment induit par le chargement transversal. De ce fait, le critère de résistance élastique d'une barre soumise à un effort de compression et de flexion est donné par :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \times \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{el,Rd}} + \frac{M_{Ed}''}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (2.31)$$

Le moment  $M_{Ed}''$  correspond au moment maximal au second ordre induit par les charges transversales, ou des moments d'extrémité, appliquées à la barre.

Afin de s'affranchir de la localisation de la section transversale la plus sollicitée au second ordre, on utilise le principe des moments équivalents (Fig. II.12) et du coefficient d'équivalence, noté  $C_m$ .

Le coefficient  $C_m$  est le coefficient d'équivalence qui multiplié au moment sinusoïdal, au 1<sup>er</sup> ordre, amplifié, d'une barre soumise à l'effort  $N_{Ed}$  soit égal au moment maximal au second ordre de la barre étudiée, sous l'effort  $N_{Ed}$ . Ainsi, la section la plus sollicitée se situe au milieu de la barre.

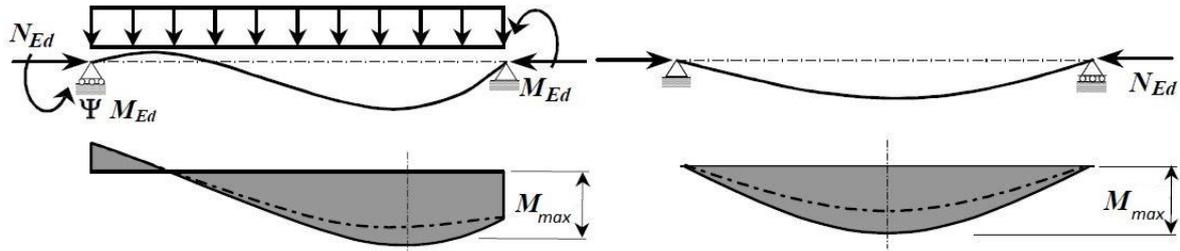


Fig. II.12. Principe d'équivalence des moments

Avec ce principe d'équivalence des moments, on peut exprimer le moment  $M_{Ed}''$  comme étant :

$$M_{Ed}'' = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot C_m \cdot M_{Ed}' \quad (2.32)$$

Le critère de résistance élastique (2.32) devient donc :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \times \frac{N_{Ed} \cdot e_{0,d}}{M_{el,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \times \frac{C_m \cdot M_{Ed}'}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (2.33)$$

où  $M_{Ed}'$  correspond au moment maximal au premier ordre induit par les charges transversales, ou des moments d'extrémité, appliquées à la barre.

Le terme  $e_{0,d}$  correspond à l'imperfection initiale, dont l'expression est la suivante :

$$e_{0,d} = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = e_{0,d} = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{N_{Rd}} \quad (2.34)$$

D'après l'équation de Ayrton-Perry (équation (2.17)), il est possible d'écrire :

$$\alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) = \frac{(1 - \chi)(1 - \chi \bar{\lambda}^2)}{\chi} \quad (2.35)$$

Le critère (2.33) s'écrit donc :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \times \frac{N_{Ed}}{M_{el,Rd}} \times \frac{(1 - \chi)(1 - \chi \bar{\lambda}^2)}{\chi} \times \frac{M_{el,Rd}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \times \frac{C_m \cdot M_{Ed}'}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (2.36)$$

En travaillant l'écriture, on aboutit au critère de vérification en élasticité des barres comprimées fléchies défini dans l'Eurocode 3 au §6.3.3 :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy,el} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (2.37)$$

avec :

$$k_{yy,el} = C_m \cdot \frac{\mu}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \quad (2.38)$$

et :

$$\mu = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}{1 - \chi \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \quad (2.39)$$

Par la suite, ce critère a été étendu afin de proposer un critère de vérification plastique linéaire des barres comprimées fléchies :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy,pl} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (2.40)$$

avec :

$$k_{yy,pl} = C_m \cdot \frac{\mu}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} \quad (2.41)$$

Le coefficient  $C_{yy}$  est un coefficient réduction du moment résistance plastique  $M_{pl,Rd}$ . En raison des instabilités et de l'interaction des sollicitations, il est prévu, dans l'Eurocode 3, que le moment résistance plastique ne peut pas être atteint mais uniquement une valeur intermédiaire, dans le domaine élasto-plastique. Ce facteur dépend donc de la force de compression, de la distribution du moment fléchissant et l'élançement réduit de la pièce. Son expression est donnée par :

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}} \quad (2.42)$$

En l'absence de risque déversement, l'équation (2.42) s'écrit alors :

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}} \quad (2.43)$$

où  $w_y$  est le rapport des modules d'élasticité :

$$w_y = \frac{W_{pl}}{W_{el}} \leq 1,5 \quad (2.44)$$

On constate que lorsque l'effort de compression est suffisamment faible, le coefficient  $C_{yy}$  tend vers 1, et, le moment résistance correspond alors au moment résistant plastique.

#### II.4.1.2. Coefficient d'équivalence $C_m$

Le coefficient d'équivalence  $C_m$  permet de s'affranchir de la détermination de la section transversale la plus sollicitée au second ordre. Ce paramètre joue un rôle essentiel dans l'expression du critère de vérification des éléments comprimés fléchis. La qualité et la précision, de la vérification des barres comprimées fléchies, vont être conditionnées essentiellement par la qualité des formulations du coefficient  $C_m$  proposées. Par conséquent, plusieurs auteurs se sont intéressés au développement d'expression de  $C_m$  couvrant différentes conditions de chargement (Austin 1981, Campus et Massonnet 1955). Les expressions de  $C_m$  présentées dans cette partie sont celles retenues dans la norme NF EN 1993-1-1.

### (a) Cas des poutres à simple courbure

R. Maquoi et J. Rondal (1982) étudient le cas général où la flexion d'une poutre à simple courbure est provoquée par des charges transversales et/ou des moments d'extrémités. Pour cela, ils considèrent une poutre soumise à un effort de compression  $N$  et à une charge transversale et/ou des moments d'extrémités, provoquant une flèche  $v_0$  à mi-portée de la poutre (Fig. II.13).

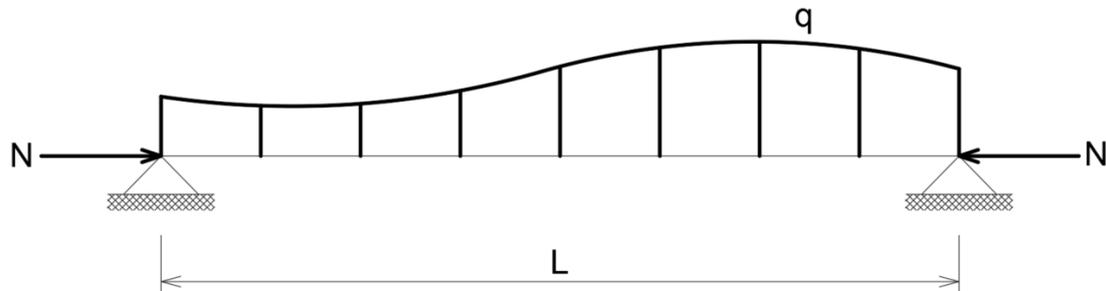


Fig. II.13. Poutre soumise à un effort de compression et à une charge transversale quelconque

Le moment du second ordre est supposé varier sinusoïdalement le long de la poutre. On note  $v_1$  la flèche additionnelle à mi-portée de la poutre. Comme cela été rappelé dans le paragraphe II.3.2, la flèche additionnelle peut s'exprimer en fonction de la flèche initiale :

$$v_1 = v_0 \cdot \frac{1}{\alpha_{cr} - 1} \quad (2.45)$$

La flèche maximale totale est donc :

$$v_{\max} = v_0 + v_1 = v_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (2.46)$$

Le moment maximal au second ordre s'écrit alors :

$$M''_{Ed} = M'_{Ed} + N \cdot v_{\max} \quad (2.47)$$

En utilisant l'expression de  $v_{\max}$ , on peut alors exprimer  $M''_{\max}$  comme étant :

$$M''_{Ed} = M'_{Ed} + N \cdot v_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (2.48)$$

Après modification de l'écriture, on aboutit à la relation :

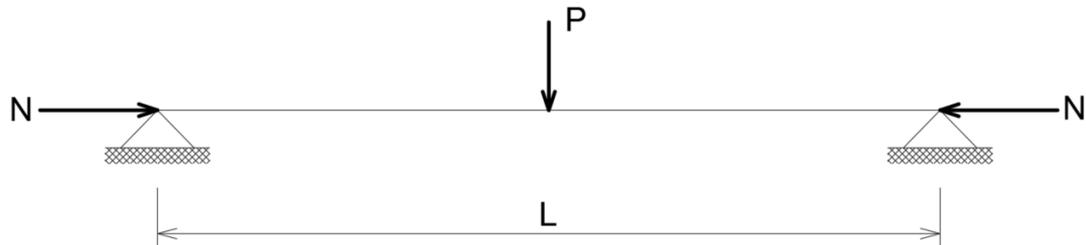
$$M''_{Ed} = M'_{Ed} \times \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \times \left( 1 + \left( \frac{\pi^2 \cdot EI \cdot v_0}{L^2 \cdot M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \right) \quad (2.49)$$

Le coefficient d'équivalence  $C_m$  pour une poutre à simple courbure s'écrit donc :

$$C_m = 1 + \left( \frac{\pi^2 \cdot EI \cdot v_0}{L^2 \cdot M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \quad (2.50)$$

**(b) Cas des poutres sollicitées par une charge transversale concentrée en leur milieu**

Ce cas ne représente qu'un cas particulier du cas général précédent. Il n'est destiné qu'aux poutres sollicitées par un effort de compression  $N$  et une charge transversale concentrée, localisée au centre de la poutre (Fig. II.14).



**Fig. II.14.** Poutre bi-articulée avec charge transversale concentrée en son milieu

Pour une poutre de ce type, il est possible d'exprimer le moment au premier ordre  $M_{Ed}^I$  comme étant :

$$M_{Ed}^I = \frac{PL}{4} \quad (2.51)$$

La flèche au premier ordre de la poutre s'exprime comme étant :

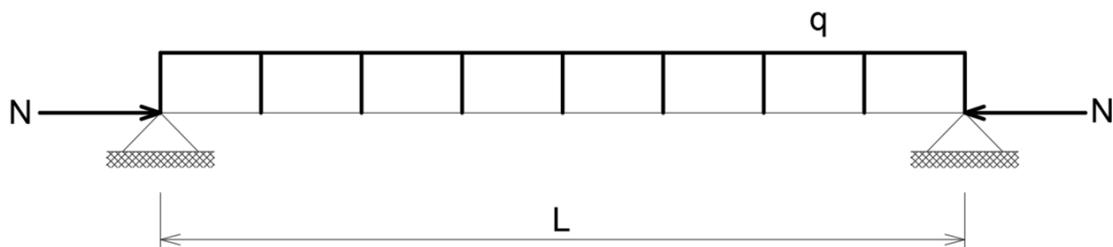
$$v_0 = \frac{PL^3}{48EI} \quad (2.52)$$

Lorsque l'on remplace ces deux expressions dans l'équation (2.50), on obtient l'expression du coefficient d'équivalence  $C_m$  pour les poutres sollicitées par une charge transversale concentrée, localisée en leur milieu :

$$C_m = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \quad (2.53)$$

**(c) Cas des poutres sollicitées par une charge transversale répartie constante**

Ce cas ne représente qu'un cas particulier du cas général (a). Il n'est destiné qu'aux poutres sollicitées par un effort de compression  $N$  et une charge transversale répartie (Fig. II.15).



**Fig. II.15.** Poutre bi-articulée avec charge transversale répartie

Pour une poutre de ce type, il est possible d'exprimer le moment au premier ordre  $M_{Ed}^I$  comme étant :

$$M_{Ed}^I = \frac{qL^2}{8} \quad (2.54)$$

La flèche au premier ordre de la poutre s'exprime comme étant :

$$v_0 = \frac{5qL^4}{384EI} \quad (2.55)$$

Lorsque l'on remplace ces deux expressions dans l'équation (2.50), on obtient l'expression du coefficient d'équivalence  $C_m$  pour les poutres sollicitées par une charge transversale concentrée, localisée en leur milieu :

$$C_m = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \quad (2.56)$$

#### (d) Cas d'une poutre avec des moments linéairement répartis

Pour le cas courant d'une poutre avec un moment linéairement réparti, M. Villette (1999) a proposé l'expression du coefficient d'équivalence  $C_m$  suivant :

$$C_m = 0,79 + 0,21\psi + 0,36(\psi - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \quad (2.57)$$

### II.4.2. Critère pour les barres comprimées fléchies de l'Eurocode 3 – Méthode 2

Le critère de vérification élastique des barres comprimées fléchies de la Méthode 2 est également issu du critère de résistance élastique (2.33) et de l'égalité (2.35) issue de l'équation de Ayrton-Perry (2.17). On obtient ainsi les critères même critères de vérification que la Méthode 1 :

- (i) Critère de vérification élastique des barres comprimées fléchies :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy,el} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (2.58)$$

- (ii) Critère de vérification plastique linéaire des barres comprimées fléchies :

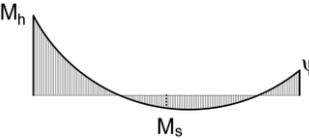
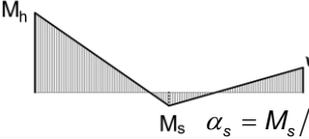
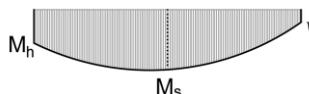
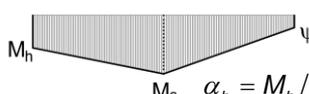
$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy,pl} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (2.59)$$

La différence avec la Méthode 1 réside dans la manière d'exprimer et de déterminer les coefficients d'interaction  $k_{yy,el}$  et  $k_{yy,pl}$ . Comme expliqué précédemment, cette Méthode 2 se veut d'être une méthode offrant l'avantage d'une expression plus conviviale et plus simple, de sorte à minimiser le travail de calcul (ECCS TC8 2001a). De nombreuses simulations numériques, utilisant l'analyse GMNIA, ont été réalisées pour aboutir aux expressions de facteurs d'interaction et de coefficients d'équivalence respectivement présentées dans le Tableau II.3 et le Tableau II.4 (ECCS TC8 2001b & 2006b).

**Tableau II.3.** Facteurs d'interaction pour les éléments non sensibles à la torsion

Critère de vérification élastique	Critère de vérification plastique linéaire
$k_{yy,el} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \times \frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rd}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \times \frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rd}} \right)$	$k_{yy,pl} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \times \frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rd}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \times \frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rd}} \right)$

**Tableau II.4.** Coefficients d'équivalence  $C_m$  de la Méthode 2

Diagramme de moment	Domaine		$C_m$	
			Charge uniforme	Charge répartie
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1 - \psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1 + 2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h(1 + 2\psi)$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1 + 2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h(1 + 2\psi)$

Il est essentiel de noter que le moment  $M$  correspond au moment au centre de la barre et non au moment maximal sur la barre.

Cette méthode a pour objectif de couvrir l'étude des cas standards, à savoir les sections en I et les sections rectangulaires creuses. La suite de ces travaux (§V.3), doit permettre de mettre en avant l'utilisation possible de cette méthode pour les structures à section circulaire creuse.

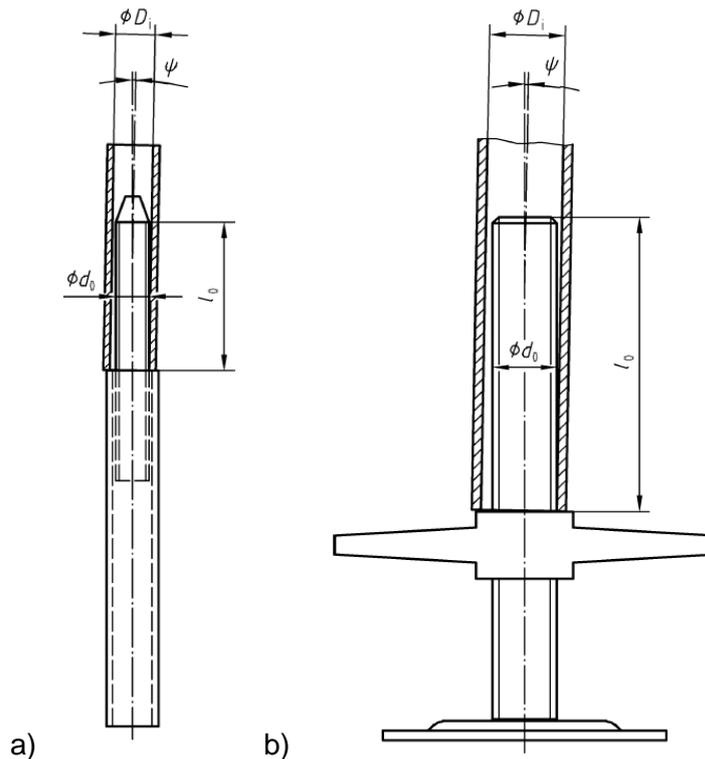
## II.5. Réglementation spécifique aux échafaudages

La norme relative au calcul des structures de type échafaudage est la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b). Elle énonce des exigences générales, telles que la largeur de travail, la hauteur libre, l'accès entre niveaux ; mais également, des exigences en matière de matériau et de calcul des structures.

D'une manière générale, la norme NF EN 12811-1 affirme que l'ensemble des calculs de structures doit être effectué conformément à la norme NF EN 1993-1-1 (CEN 2005). Elle définit toutefois quelques principes concernant l'étude des structures.

La norme NF EN 12811-1 autorise l'étude d'un échafaudage de façade tridimensionnel avec des sous-structures planes, à condition de considérer les phénomènes d'interaction entre les plans. Les modèles de ces sous-structures doivent prendre en compte les imperfections initiales.

Ces imperfections initiales sont les imperfections globales et les imperfections locales que l'on retrouve dans l'Eurocode 3. En supplément de ces imperfections globales et locales, la norme NF EN 12811-1 définit des imperfections d'inclinaison entre composants verticaux : inclinaisons entre montants tubulaires (Fig. II.16a), et, inclinaisons entre socles et montants tubulaires (Fig. II.16b). L'intensité de ces inclinaisons dépendant de la rigidité de l'assemblage entre les montants.



**Fig. II.16.** Inclinaison entre : a) montants tubulaires ; b) socle et montant tubulaire [CEN 2004b]

En plus de ces imperfections initiales, le modèle de calcul doit tenir compte de la rigidité des liaisons moises/poteaux et de la rigidité des socles. Une rigidité conventionnelle pour les socles, de 20 kN.m/rad, est définie dans la norme NF EN 12811-1. En ce qui concerne la rigidité des liaisons moises/poteaux, celle-ci dépend du type de matériel utilisé, c'est pourquoi cette valeur est directement fournie dans les documentations techniques de chaque fournisseur. Le groupe « Calculs » de la Commission Technique du Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement utilise, quant à lui, une valeur conventionnelle de rigidité moise/poteau de 50 kN.m/rad. C'est cette valeur qui sera utilisée pour l'ensemble des modèles de calcul des structures de type échafaudage (échafaudage de façade et tour autostable).

Lorsque le modèle de calcul est effectué en y intégrant l'ensemble de ces imperfections initiales, les vérifications de stabilité peuvent être effectuées à partir d'une analyse au second ordre des sollicitations, ou, avec une analyse au premier ordre, avec amplification. Dans les deux cas, le critère de vérification est un critère de vérification en section avec résistance plastique non-linéaire :

$$\frac{M''_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \leq \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) \quad (2.60)$$

Concernant la vérification à partir d'une analyse au premier ordre, aucune indication n'est fournie quant à la méthode d'amplification des moments. Il convient alors de réaliser cette amplification des moments conformément à la méthode d'amplification de la norme NF EN 1993-1-1, vue dans le paragraphe II.4.

La vérification de la stabilité des éléments suivant la norme NF EN 12811-1 nécessite obligatoirement d'inclure les imperfections initiales dans le modèle de calcul. Le chapitre suivant est consacré aux méthodes permettant d'intégrer ces imperfections initiales, globales et locales, dans le modèle de calcul de la structure.

### **III. Méthodes de prises en compte des imperfections initiales**

#### **III.1. Introduction**

La réalisation d'une structure, tout en respectant les règles de l'art, entraîne nécessairement l'apparition d'imperfections initiales. Ces imperfections initiales peuvent être classées selon deux catégories : les imperfections globales et les imperfections locales.

Les imperfections globales sont inhérentes au processus de montage et correspondent à l'ensemble des imprécisions de réglage pouvant avoir lieu lors du montage de la structure. Elles peuvent donc être dues aux jeux d'assemblage entre les éléments, aux défauts d'ajustage ou encore aux différentes excentricités d'assemblages.

Les imperfections locales traduisent quant à elles les imperfections d'un élément seul. Ces imperfections, inhérentes au processus de fabrication industriel, peuvent être des défauts géométriques (défaut de rectitude, défaut de planéité), une inhomogénéité du matériau ou les contraintes résiduelles.

Les contraintes résiduelles apparaissent lors du refroidissement de l'élément au cours de son laminage ou soudage, car celui-ci ne s'effectue pas de manière homogène. Cela va donc engendrer des contraintes entre, les régions refroidissant en premier, et celles refroidissant en dernier.

Ces imperfections, globales ou locales, vont générer au sein de la structure des efforts supplémentaires, plus ou moins importants suivant la rigidité de la structure. Il est donc impératif de les prendre en compte lors du dimensionnement de la structure. Cette prise en compte pourra se faire, comme précisé dans la norme NF EN 1993-1-1 (CEN 2005), en les modélisant de manière appropriée dans le modèle de la structure, ou lorsque ce n'est pas le cas, de les prendre en compte dans les formules de résistance.

Pour les structures temporaires de type échafaudage ou étaielement, du fait de leur faible rigidité, vis-à-vis de celle des bâtiments, les imperfections initiales vont être à l'origine d'efforts supplémentaires importants devant être pris en compte. La norme actuelle concernant ce type de structures temporaires, la norme NF EN 12811-1, ne propose pas de méthode spécifique de définition des imperfections initiales. À ce titre, elle fait appel à la définition des imperfections initiales suivant la norme NF EN 1993-1-1 (CEN 2005).

Cette dernière propose une méthode principale pour la définition de ces imperfections initiales, que l'on nommera méthode conventionnelle, qui fait appel à la définition d'une imperfection globale, correspondant au défaut de rectitude global de la structure et d'une imperfection locale, correspondant à un défaut géométrique en arc de la barre.

La norme NF EN 1993-1-1 propose également une méthode secondaire, que l'on nommera méthode alternative, pour la définition des imperfections initiales. Cette méthode repose sur la définition d'une imperfection unique, à la fois globale et locale, d'allure identique à la déformée du mode de flambement de la structure.

Après un rappel des méthodes actuellement définies permettant de déterminer l'allure et l'intensité des imperfections initiales d'une structure, nous allons, dans ce chapitre, discuter des limites des méthodes actuelles et proposer une nouvelle méthode permettant de définir les imperfections initiales, dite la méthode des courbures. Cette nouvelle méthode sera confrontée à une étude comparative afin d'examiner sa pertinence.

### III.2. Méthode conventionnelle de prise en compte des imperfections initiales

Cette méthode conventionnelle réside dans la définition d'une imperfection globale, d'une part, et dans la définition d'une imperfection locale, d'autre part. Afin de s'affranchir de l'utilisation de formules de résistance particulières, les imperfections initiales devront être directement intégrées au modèle de calcul de la structure, ou, être remplacées par un système de forces horizontales équivalentes.

#### III.2.1. Définition de l'imperfection globale et de l'imperfection locale

L'imperfection globale de la structure (Fig. III.1), telle que définie dans la norme NF EN 1993-1-1, équivaut à un défaut initial global d'aplomb de la structure dans son ensemble, se traduisant par faux-aplomb d'angle  $\phi$ .

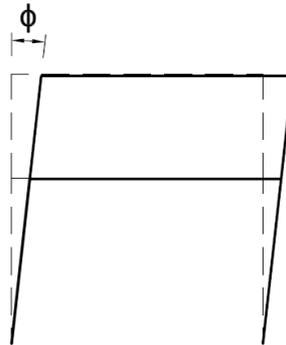


Fig. III.1. Imperfection globale d'une structure

La norme NF EN 1993-1-1 (CEN 2005) définit l'imperfection globale avec l'équation suivante :

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (3.1)$$

où :

$\phi_0$  est la valeur de base du faux-aplomb avec :  $\phi_0 = 1/200$  ;

$\alpha_h$  est le coefficient de réduction dû à la hauteur  $h$  applicable aux poteaux

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \text{ et } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$$

$\alpha_m$  est le coefficient de réduction pour le nombre de poteaux dans une file

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left( 1 + \frac{1}{m} \right)}$$

$h$  est la hauteur de la structure (m) ;

$m$  est le nombre de poteaux dans une file en y intégrant que les poteaux supportant une charge verticale  $N_{Ed}$  supérieure ou égale à 50% de la valeur moyenne par poteau dans le plan vertical considéré.

Les coefficients  $\alpha_h$  et  $\alpha_m$  permettent de prendre en considération la probabilité d'avoir l'ensemble des poteaux d'un même étage, mais également l'ensemble des poteaux de l'ensemble des étages, présentant un défaut d'aplomb initial maximal dans la même direction.

Selon la norme NF EN 1993-1-1, l'imperfection globale de la structure peut être négligée lorsque la charge horizontale  $H_{Ed}$  appliquée à la structure est suffisamment importante vis-à-vis de la charge de compression  $V_{Ed}$ . La charge horizontale minimale nécessaire pour que l'imperfection globale soit négligeable est donnée par la relation suivante :

$$H_{Ed} \geq 0,15 \cdot V_{Ed} \quad (3.2)$$

L'imperfection locale est, quant à elle, définie au niveau d'une barre. Cette imperfection locale (Fig. III.2) se traduit par une imperfection locale en arc, d'amplitude maximale  $e_0$ , et doit être définie pour chaque barre composant la structure.

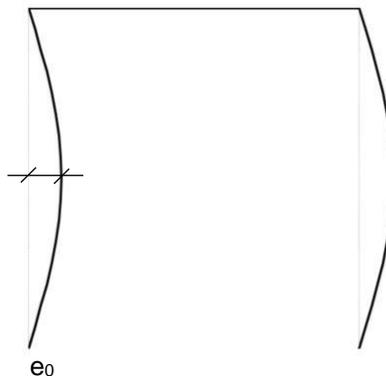


Fig. III.2. Imperfection locale d'une barre

Les valeurs du rapport  $e_0/L$ , à prendre en compte pour la détermination de l'imperfection initiale locale en arc, selon la norme NF EN 1993-1-1, sont données dans le Tableau III.1.

**Tableau III.1.** Valeurs de l'imperfection locale  $e_0/L$

Courbe européenne de flambement	Analyse élastique	Analyse plastique
	$e_0/L$	$e_0/L$
$a_0$	1/350	1/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

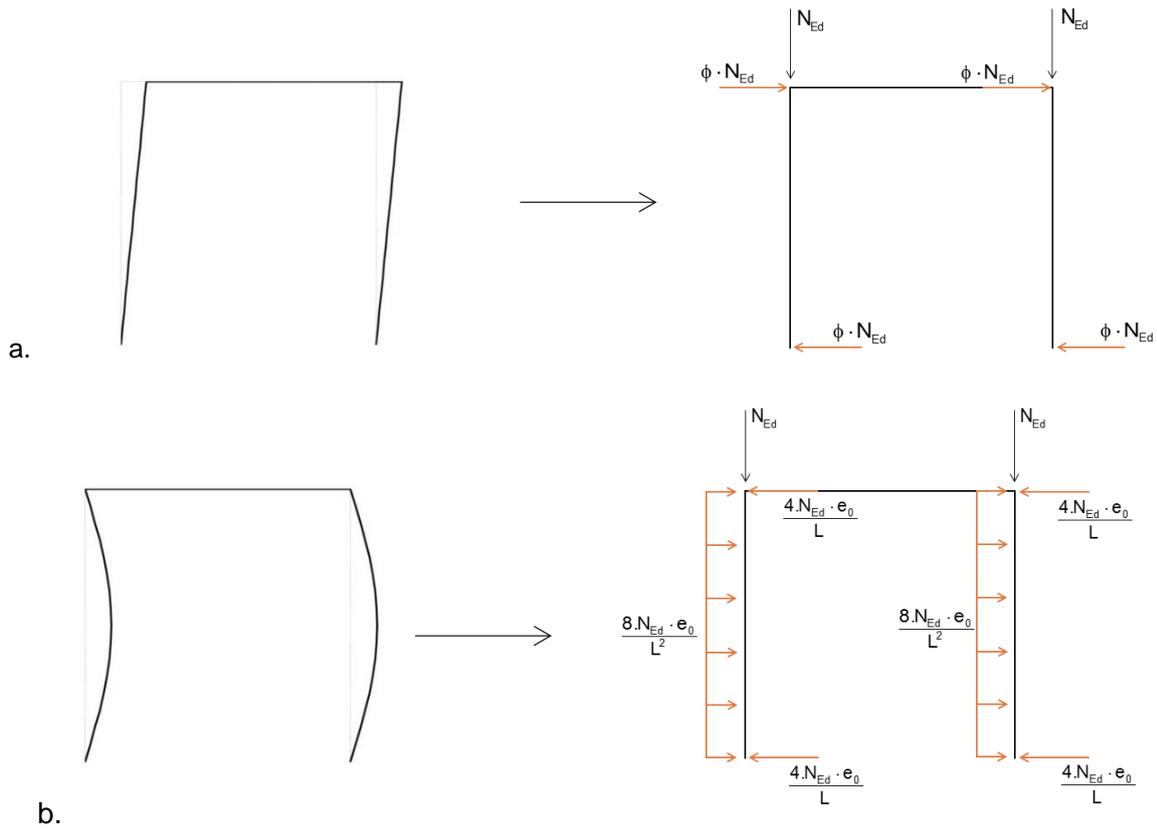
Afin d'être prises en compte, ces imperfections, globale et locales, doivent être intégrées au modèle de calcul de la structure, en tenant compte de la position réelle des nœuds. De plus, il est primordial de considérer la forme et le sens les plus défavorables dans la modélisation de ces imperfections initiales. La forme supposée de ces imperfections peut être déduite du mode de flambement considéré de la structure. Cependant, plusieurs modélisations peuvent parfois être nécessaires afin de déterminer l'allure des imperfections initiales la plus défavorable.

Dans le cas où l'imperfection globale et les imperfections locales ne sont pas intégrées au modèle de calcul, il est possible de les prendre en compte par le biais de systèmes de forces équivalentes.

### III.2.2. Définition des imperfections, globale et locales, au moyen de forces équivalentes

La norme NF EN 1993-1-1 consent à substituer la détermination de la position réelle de l'ensemble des nœuds de la structure sous les imperfections initiales, par un système de forces équivalentes, définies par la Fig. III.3.

Ce système de forces équivalentes doit être appliqué à l'ensemble des poteaux composant la structure. De la même manière que lors de la modélisation des imperfections initiales par la position réelle des nœuds, il convient de considérer l'ensemble des formes et sens d'application possibles de ces imperfections, afin d'en retenir le cas le plus défavorable.



**Fig. III.3.** Système de forces équivalentes pour la prise en compte de l'imperfection globale (a) et des imperfections locales (b).

Cette méthode des forces équivalentes donne lieu à des résultats équivalents à la modélisation des imperfections initiales par la position réelle des nœuds, comme il nous sera possible de le constater à travers l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales dans le paragraphe III.5.

### III.3. Méthode alternative de prise en compte des imperfections initiales

La méthode alternative réside dans la définition d'une imperfection unique, notée  $\eta_{init}$ , à la fois globale et locale. L'allure de cette imperfection unique est similaire au mode de flambement  $\eta_{cr}$  le plus représentatif de l'instabilité. La norme NF EN 1993-1-1 (Eurocode 3) et la norme NF EN 1999-1-1 (Eurocode 9) définissent l'imperfection unique à partir de l'équation suivante :

$$\eta_{init} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta_{cr}''|_{max}} \cdot \eta_{cr} \quad (3.3)$$

où  $e_0$  est l'amplitude maximale de l'imperfection initiale, donnée par l'équation :

$$e_0 = \alpha_m \cdot (\bar{\lambda}_m - 0,2) \cdot \frac{W_{el,m}}{A_m} \quad (3.4)$$

On constate que la détermination de l'imperfection initiale peut être effectuée de deux manières :

- (1) En calculant directement la courbure dans la section critique de la structure. Cependant, cette valeur ne peut pas directement être obtenue des logiciels de calcul. Il donc est nécessaire de mettre en équation la déformée critique de la structure, pour ensuite en déduire l'équation de la courbure dans la structure, pour enfin calculer la courbure dans la section critique de la structure. La précision de cette méthode dépendra essentiellement du type d'équation utilisé pour la mise en équation de la déformée de la structure.
- (2) En déterminant directement le produit  $EI_m |\eta_{cr}''|_{\max}$  qui correspond au moment fléchissant induit par la déformée  $\eta_{cr}$  dans la section critique de la structure. Cette valeur peut être déduite grâce à l'équation suivante :

$$EI |\eta_{cr}''|_{\max} = M_{\eta_{cr}, \max}'' \cdot (\alpha_{cr} - 1) \quad (3.5)$$

La définition de l'imperfection initiale unique, telle que définie dans l'Eurocode 3 et l'Eurocode 9 repose sur deux principes fondamentaux. Ces deux principes, ainsi que la manière d'obtenir cette expression de l'imperfection initiale, sont présentés dans la partie suivante. Dans la partie III.3.2, nous montrerons que la manière actuelle de définir l'imperfection initiale peut parfois être ambiguë.

### III.3.1. Origine de l'expression de l'imperfection unique selon l'EC3 et l'EC9 :

Le premier principe sur lequel repose la définition de l'imperfection unique  $\eta_{init}$  est que l'allure de celle-ci est issue de la forme de la déformée critique  $\eta_{cr}$  du mode de flambement représentatif du mode de rupture de la structure. En effet, d'un point de vue mécanique, la déformée critique  $\eta_{cr}$  du mode de flambement d'une structure permet de prédire son comportement global et local sous l'effet d'un chargement donné

À partir de ce premier principe on peut donc écrire :

$$\eta_{init} = C_{nor} \cdot \eta_{cr} \quad (3.6)$$

On appelle  $C_{nor}$  le coefficient de normalisation qui permet de 'normer' la déformée critique pour obtenir l'amplitude de l'imperfection initiale. Cette amplitude est déterminée à partir du second principe, à savoir : la courbure de l'imperfection initiale dans la section critique  $m$  de la structure doit être la même que la courbure maximale d'une barre de référence, présentant une imperfection initiale  $e(x)$  et donc les caractéristiques géométriques et la charge critique sont celles de la section critique  $m$  de la structure.

On peut donc écrire :

$$\eta_{init, m}'' = e_{\max}'' \quad (3.7)$$

où :  $\eta_{init, m}''$  est la courbure de l'imperfection initiale dans la section critique  $m$  de la structure ;  
 $e_{\max}''$  est la courbure maximale de la barre de référence d'imperfection initiale  $e(x)$ .

La barre de référence peut donc être représentée comme une barre bi-articulée (Fig. III.4), de longueur  $L = L_{cr}$ , où  $L_{cr}$  est la longueur de flambement dans la section critique  $m$  de la structure et présentant une imperfection initiale  $e(x)$ . Cette barre de référence est soumise à l'effort de compression  $N_{Ed, m}$  présent dans la section critique  $m$  de la structure.



Fig. III.4. Barre de référence

L'imperfection initiale de la barre de référence est considérée d'allure sinusoïdale. Cette hypothèse est plausible puisque l'imperfection initiale est une 'petite' imperfection.

$$e(x) = e_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{L_{cr,m}}\right) \quad (3.8)$$

où :  $e_0$  est l'amplitude maximale de l'imperfection initiale, obtenue lorsque  $\sin\left(\frac{\pi x}{L_{cr,m}}\right) = 1$  soit pour  $x = \frac{L_{cr,m}}{2}$ , et, définie à partir de la relation suivante :

$$e_0 = \alpha_m \cdot (\bar{\lambda}_m - 0,2) \cdot \frac{W_{el,m}}{A_m} \quad (3.9)$$

La courbure de la barre de référence s'écrit donc :

$$e''(x) = -e_0 \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr,m}^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{L_{cr,m}}\right) \quad (3.10)$$

La courbure maximale est obtenue lorsque  $\sin\left(\frac{\pi x}{L_{cr,m}}\right) = 1$  soit pour  $x = \frac{L_{cr,m}}{2}$ . La courbure maximale de la barre de référence s'écrit donc :

$$|e''_{\max}| = e_0 \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr,m}^2} \quad (3.11)$$

Le moment, au second ordre, induit dans la barre par la présence de l'effort de compression  $N_{Ed,m}$  et par l'imperfection initiale  $e(x)$ , s'écrit :

$$M''(x) = N_{Ed,m} \cdot e(x) \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (3.12)$$

On peut ainsi en déduire que le moment maximal est obtenu lorsque l'imperfection  $e(x)$  est maximale soit  $e(x) = e_{\max} = e_0$ . L'équation (3.12) devient alors :

$$M''_{\max} = N_{Ed,m} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (3.13)$$

En tenant compte du fait que :  $\alpha_{cr} = \frac{N_{cr,m}}{N_{Ed,m}} = \frac{\pi^2 EI_m}{L_{cr,m}^2} \cdot \frac{1}{N_{Ed,m}}$ , l'équation (3.13) s'écrit alors :

$$M''_{\max} = e_0 \cdot \frac{\pi^2 EI_m}{L_{cr,m}^2} \cdot \frac{1}{\alpha_{cr} - 1} \quad (3.14)$$

D'après l'équation (3.11), on peut écrire :

$$M''_{\max} = EI_m \cdot |e''_{\max}| \cdot \frac{1}{\alpha_{cr} - 1} \quad (3.15)$$

À partir des équations (3.13) et (3.15), on obtient l'égalité suivante :

$$N_{Ed,m} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} = EI_m \cdot |e''_{\max}| \cdot \frac{1}{\alpha_{cr} - 1} \quad (3.16)$$

On en déduit que la courbure maximale de la barre de référence est :

$$|e''_{\max}| = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m} \quad (3.17)$$

D'après l'équation (3.7), on a donc :

$$\eta''_{init,m} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m} \quad (3.18)$$

En tenant compte de l'équation (3.6), on peut en déduire l'expression du coefficient de normalisation suivante :

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m \cdot \eta''_{cr,m}} \quad (3.19)$$

On retrouve ainsi l'expression de l'imperfection initiale, comme actuellement définie dans l'Eurocode 3 et l'Eurocode 9 :

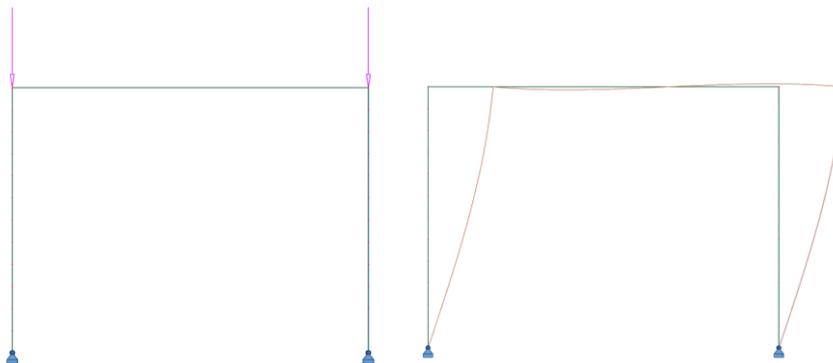
$$\eta_{init}(x) = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m \cdot \eta''_{cr,m}} \cdot \eta_{cr}(x) \quad (3.20)$$

On retrouve ainsi l'expression définie dans l'Eurocode 3 et l'Eurocode 9. Dans la partie suivante, nous allons montrer que la définition de l'imperfection initiale par la comparaison de la courbure dans la section critique de la structure à la courbure maximale de la barre de référence peut dans certains cas être ambiguë.

### III.3.2. Limite de l'imperfection unique de l'Eurocode 3 et l'Eurocode 9

La définition de l'imperfection unique, globale et locale, selon l'Eurocode 3 et l'Eurocode 9, repose donc sur la comparaison de la courbure dans la section critique 'm' de la structure à la courbure maximale de la barre de référence associée à la structure.

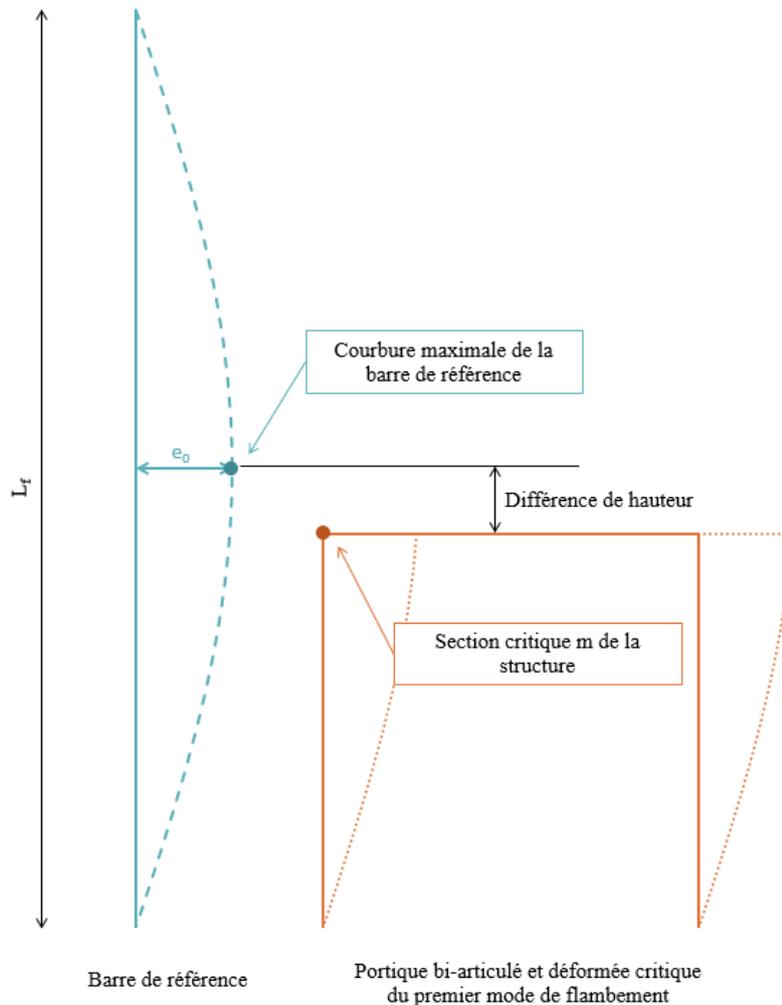
Pour visualiser ce principe, considérons un portique bi-articulé de 4 m de hauteur et 4 m de largeur (Fig. III.5a), réalisé à partir de tubes formés à froid 60 mm x 6 mm en acier S320, dont les propriétés transversales sont :  $f_y = 320$  MPa,  $A = 10,179 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>,  $I = 37,560 \times 10^{-8}$  m<sup>4</sup>,  $W_{el} = 12,520 \times 10^{-6}$  m<sup>3</sup> et  $W_{pl} = 17,568 \times 10^{-6}$  m<sup>3</sup>. Ce portique est sollicité par deux charges de compression situées en tête de chaque montant, tel que le coefficient  $\alpha_{cr}$  soit égal à 1,5. La déformée critique du premier mode de flambement de ce portique est donnée sur la Fig. III.5b.



**Fig. III.5.** a. Portique bi-articulé sollicité par deux charges de compression ; b. Déformée critique du premier mode de flambement du portique

Au vu de l'allure de la déformée critique de la structure, qui sera celle de l'imperfection initiale, il est évident que la section critique m de la structure sera localisé en partie haute du portique, soit pour  $Z = 4$  m.

La charge critique et la longueur de flambement de la structure sont respectivement :  $N_{cr} = 8,977$  kN et  $L_{cr} = 9,312$  m.



**Fig. III.6.** Comparaison de la position des points de comparaison dans la structure et dans la barre de référence

La barre de référence associée à la structure est donc une barre de 9,312 m de hauteur. La courbure maximale de cette barre de référence sera donc située à mi-hauteur de celle-ci soit à  $Z = 4,656$  m.

Ainsi, lorsque l'on détermine l'imperfection initiale à partir de l'Eurocode 3 et l'Eurocode 9, on compare la courbure de deux points qui ne se situent pas à la même position (Fig. III.6). Dans l'exemple présenté, la différence de hauteur entre les deux points est de 0,656 m ; cependant, il est possible de constater que cet écart peut être plus important dans d'autres exemples. Cette différence de hauteur entre les points de comparaison entraîne des erreurs dans le calcul de l'imperfection initiale de la structure.

Afin de pallier ce problème, une méthode, dite méthode des courbures, a été développée afin d'établir l'équation précise de la déformée critique de la structure, en vue de déterminer sa courbure maximale.

### III.4. Proposition d'une nouvelle méthode de prise en compte des imperfections initiales : la méthode des courbures

#### III.4.1. Définition des imperfections initiales à partir de la méthode des courbures

La méthode des courbures, développée dans ce paragraphe, est une nouvelle méthode devant permettre de pallier les lacunes de la méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9. En effet, la méthode alternative, comme définie actuellement, repose sur l'égalité de la courbure dans la section critique 'm' de la structure, à la courbure maximale de la barre de référence associée. Cependant, comme il est possible de le constater à travers l'exemple traité dans la partie III.3.2, cela conduit parfois à comparer des points qui ne se situent pas à la même position dans les deux structures.

Notre nouvelle approche consiste donc à établir l'équation mathématique de la déformée du mode de flambement le plus représentatif de la ruine de la structure. Cette équation est issue du principe d'équilibre des énergies (énergie des forces internes, notée U, et travail des forces externes, notées W). Le principe d'équilibre s'écrit donc :

$$\delta(U - W) = 0 \quad (3.21)$$

Pour une structure donnée, sollicitée par l'effort maximal admissible  $N_{cr}$ , la déformée correspondante de la structure est la déformée critique, noté  $\eta_{cr}$ .

L'énergie des forces internes de la structure peut ainsi s'écrire :

$$U = \frac{1}{2} \int_L \int_A E \cdot \varepsilon^2 \cdot dA \cdot dx \quad (3.22)$$

où  $\varepsilon$  représente la déformation, déterminée à partir de l'égalité :  $\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_{nl} = u' - yv'' + \frac{1}{2}v'^2$ .

L'équation d'énergie des forces internes devient donc :

$$U = \frac{1}{2} \int_L E \cdot \left( \int_A \varepsilon_l^2 dA + \int_A 2\varepsilon_l \varepsilon_{nl} dA + \int_A \varepsilon_{nl}^2 dA \right) \cdot dx$$

soit :

$$U = \frac{1}{2} \int_L E \cdot \left( (u'^2 A - 2\mu u'v'' + Iv''^2) + (u'v'^2 A - \mu v'^2 v'') + 0 \right) \cdot dx \quad (3.23)$$

En considérant que les axes passent par le centre de gravité de la structure, on peut dire que :  $\mu = 0$ . L'équation précédente devient :

$$U = \frac{1}{2} \int_L (EAu'^2 + Elv''^2) \cdot dx + \frac{1}{2} \int_L (EAu'v'^2) dx \quad (3.24)$$

En tenant compte du fait de l'expression suivante de l'effort normal :  $N = EAu'$  ; l'énergie des forces internes s'écrit donc :

$$U = \frac{1}{2} \int_L (EAu'^2 + Elv''^2) \cdot dx + \frac{1}{2} \int_L Nv'^2 dx \quad (3.25)$$

D'autre part, il est possible d'écrire le travail des forces externes sous la forme suivante :

$$W = \int_L q_x \cdot u \cdot dx \quad (3.26)$$

L'équilibre des forces externes suivant l'axe y s'écrit donc :

$$\delta(U - W) = \delta \left( \frac{1}{2} \int_L Elv''^2 dx + \frac{1}{2} \int_L Nv'^2 dx \right) = 0 \quad (3.27)$$

Ce qui conduit à l'équation différentielle du 4<sup>ème</sup> ordre :

$$EIv^{(4)} + Nv'' = 0 \quad (3.28)$$

Dans notre cas, le déplacement transversal de la barre correspond à la déformée critique  $\eta_{cr}$ , l'équation différentielle (3.28) devient donc :

$$EI\eta_{cr}^{(4)} + N\eta_{cr}'' = 0 \quad (3.29)$$

La solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$\eta_{cr}(x) = A\cos(kx) + B\sin(kx) + Cx + D \quad (3.30)$$

La courbure de la déformée critique se détermine donc à partir de l'équation :

$$\eta_{cr}''(x) = -Ak^2 \cos(kx) - Bk^2 \sin(kx) \quad (3.31)$$

Les points d'inflexion seront obtenus lorsque  $\eta_{cr}''(x) = 0$  soit pour  $x = \frac{1}{k} \arctan\left(\frac{-A}{B}\right) + \frac{n\pi}{k}$ .

Cependant, on sait également que la distance entre chaque point d'inflexion correspond à la longueur de flambement  $L_{cr}$ . On peut ainsi écrire :

$$n \cdot L_{cr} = \frac{n\pi}{k} \Leftrightarrow k = \frac{\pi}{L_{cr}} \quad (3.32)$$

L'équation de la déformée critique du mode de flambement représentatif de la ruine de la structure est donc :

$$\eta_{cr}(x) = A\cos\left(\frac{\pi X}{L_{cr}}\right) + B\sin\left(\frac{\pi X}{L_{cr}}\right) + Cx + D \quad (3.33)$$

Les inconnues A, B, C et D peuvent être déterminées à partir de la résolution du système (3.34) et des vecteurs propres de deux points de la structure, notés 1 et 2, localisés à proximité de la section de calcul des imperfections initiales. La méthode d'identification de la section de calcul des imperfections initiales est présentée dans le paragraphe III.4.2.

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi X_1}{L_{cr}}\right) & \sin\left(\frac{\pi X_1}{L_{cr}}\right) & x_1 & 1 \\ -\frac{\pi}{L_{cr}} \sin\left(\frac{\pi X_1}{L_{cr}}\right) & \frac{\pi}{L_{cr}} \cos\left(\frac{\pi X_1}{L_{cr}}\right) & 1 & 0 \\ \cos\left(\frac{\pi X_2}{L_{cr}}\right) & \sin\left(\frac{\pi X_2}{L_{cr}}\right) & x_2 & 1 \\ -\frac{\pi}{L_{cr}} \sin\left(\frac{\pi X_2}{L_{cr}}\right) & \frac{\pi}{L_{cr}} \cos\left(\frac{\pi X_2}{L_{cr}}\right) & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{cr}(x_1) = UX_1 \\ \eta_{cr}'(x_1) = RY_1 \\ \eta_{cr}(x_2) = UX_2 \\ \eta_{cr}'(x_2) = RY_2 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

La courbure de la déformée critique de la structure est donnée par l'équation suivante :

$$\eta_{cr}''(x) = -A \frac{\pi^2}{L_{cr}^2} \cos\left(\frac{\pi X}{L_{cr}}\right) - B \frac{\pi^2}{L_{cr}^2} \sin\left(\frac{\pi X}{L_{cr}}\right) \quad (3.35)$$

L'expression de la courbure permet de localiser les points d'inflexion de la déformée. Connaissant la localisation de ces points d'inflexion, il est possible de construire une barre virtuelle (Fig. III.7) de laquelle nous pourrions déterminer la courbure maximale de la déformée. Cette courbure maximale sera localisée à mi-hauteur de la barre virtuelle.

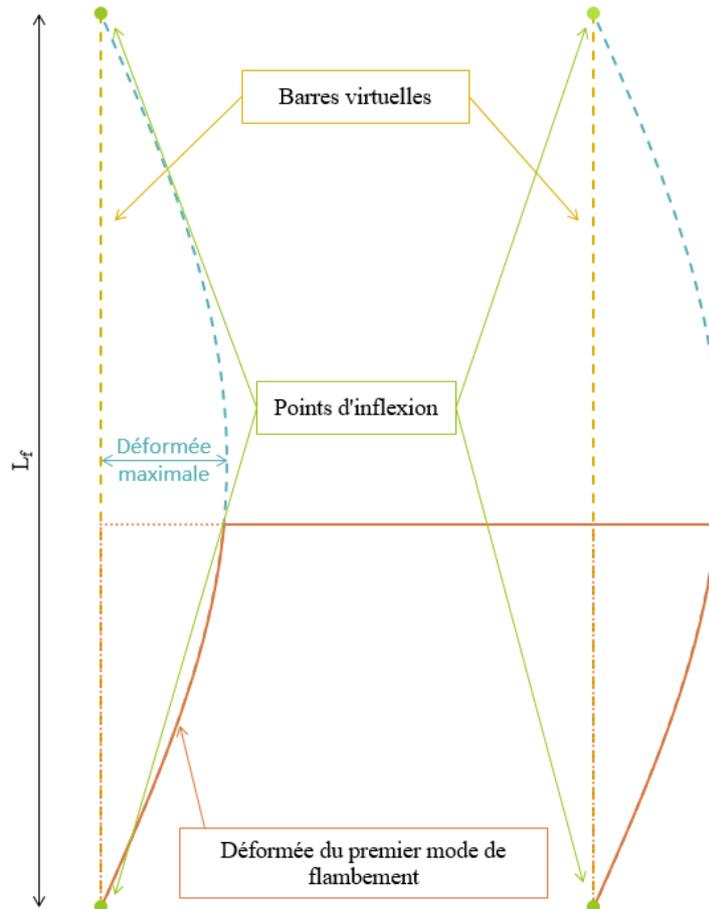


Fig. III.7. Construction de la barre virtuelle

Le premier principe sur lequel repose les méthodes de l'Eurocode 3 et l'Eurocode 9 est identique pour la méthode des courbures, à savoir que l'allure de l'imperfection initiale est identique à l'allure de la déformée critique du mode de flambement représentatif du mode de rupture de la structure. Ainsi, on peut écrire l'égalité suivante :

$$\eta_{init}(x) = C_{nor} \cdot \eta_{cr}(x) \quad (3.36)$$

Le deuxième principe sur lequel repose la méthode des courbures est le suivant : la courbure maximale de l'imperfection initiale (réelle ou fictive) est identique à la courbure maximale de la barre de référence. Cette barre de référence possède les mêmes caractéristiques géométriques et la même charge critique que la section critique m de la structure.

Comme nous l'avons vu dans la partie III.3.1, la courbure maximale de la barre de référence peut s'écrire de la manière suivante :

$$|e''_{max}| = e_0 \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr,m}^2} \quad (3.37)$$

Ainsi, on a :

$$\eta''_{init,max} = e_0 \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr,m}^2} \quad (3.38)$$

D'après l'équation (3.36), on peut écrire :

$$\eta''_{init}(x) = C_{nor} \cdot \eta''_{cr}(x) \quad (3.39)$$

La courbure maximale de l'imperfection initiale est donc obtenue lorsque la courbure de la déformée critique est maximale, soit :

$$\eta''_{init,max} = C_{nor} \cdot \eta''_{cr,max} \quad (3.40)$$

La courbure de la déformée critique est maximale lorsque  $\eta_{cr}^{(3)}(x) = 0$  soit pour :

$$x_{\eta_{cr,max}} = \frac{L_{cr}}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{B}{A}\right) + n \cdot L_{cr} \quad (3.41)$$

L'expression de la courbure maximale associée est donc :

$$\eta''_{cr,max} = -A \frac{\pi^2}{L_{cr}^2} \cos\left(\frac{\pi x_{\eta_{cr,max}}}{L_{cr}}\right) - B \frac{\pi^2}{L_{cr}^2} \sin\left(\frac{\pi x_{\eta_{cr,max}}}{L_{cr}}\right) \quad (3.42)$$

D'après l'équation (1.39), le coefficient de normalisation  $C_{nor}$  peut être déterminé à partir de l'équation suivante :

$$C_{nor} = \frac{\eta''_{init,max}}{\eta''_{cr,max}} = \frac{e_0}{-A \cdot \cos\left(\frac{\pi x_{\eta_{cr,max}}}{L_{cr}}\right) - B \cdot \sin\left(\frac{\pi x_{\eta_{cr,max}}}{L_{cr}}\right)} \quad (3.43)$$

Ainsi, à partir de cette expression du facteur de normalisation et de l'équation (3.36), il est possible de déterminer l'imperfection initiale de la structure.

La courbure maximale de la déformée critique déterminée à partir cette méthode dite des courbures, peut être réelle, c'est-à-dire localisée dans la structure ; soit fictive, dans ce cas elle sera localisée dans la barre virtuelle.

Dans le cas du portique bi-articulé, qui a été présenté dans la partie 2.3.2, la déformée maximale correspond également à la courbure maximale de la déformée critique de la structure. Comme on peut le voir (Fig. III.8), cette courbure maximale est obtenue à mi-hauteur de la longueur de flambement, soit dans notre exemple pour  $Z = 4,656$  m. Dans ce cas, la courbure maximale est située en dehors de la structure, elle est donc fictive.

La courbure maximale de la barre de référence est également obtenue pour  $Z = 4,656$  m. Ainsi la détermination de l'imperfection initiale à partir de la méthode des courbures est bien réalisée à partir de la comparaison de deux points localisés au même endroit dans la structure.

La détermination des imperfections initiales à partir de la méthode des courbures nécessite donc de localiser la section de calcul des imperfections initiales la plus défavorable. Pour ce faire, une méthodologie a été développée, permettant d'identifier la section de calcul des imperfections initiales. Cette méthodologie est présentée dans le paragraphe suivant.

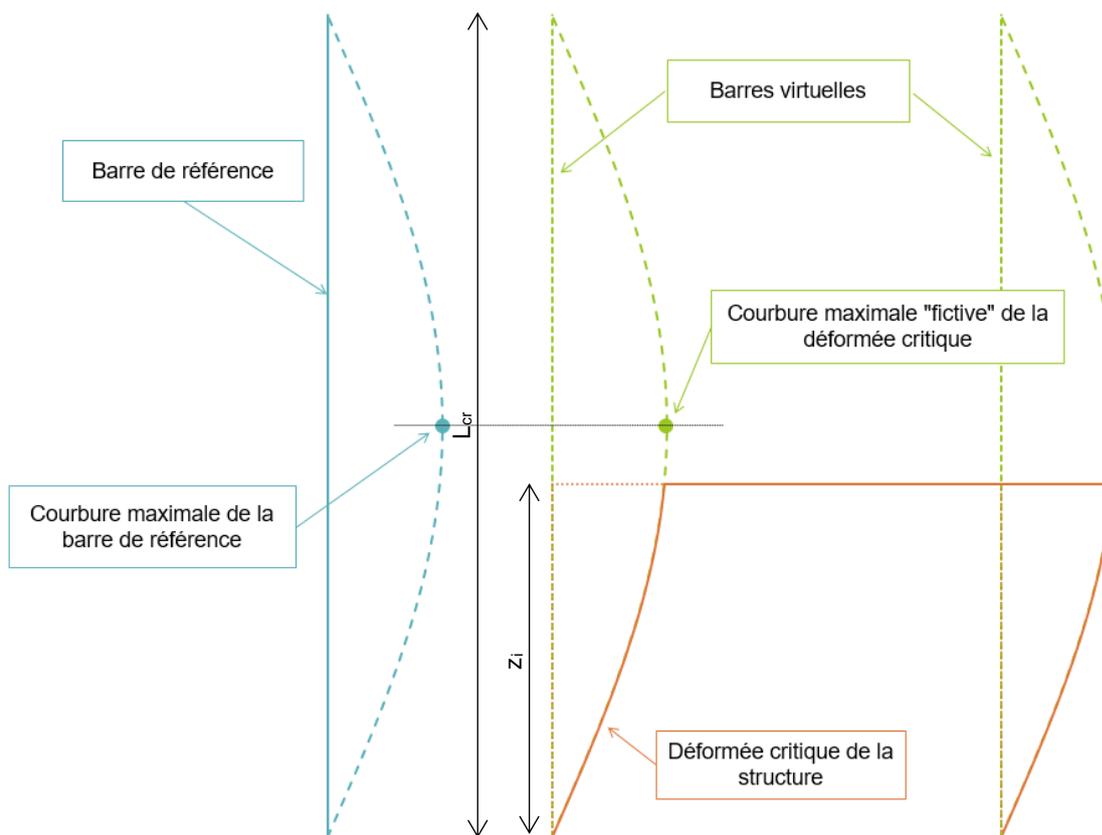


Fig. III.8. Localisation des courbures prises en compte dans la méthode des courbures pour le portique bi-articulé

### III.4.2. Méthode pour l'identification de la section de calcul des imperfections initiales

Il est primordial que le dimensionnement d'une structure soit réalisé à partir des sollicitations les plus défavorables pouvant apparaître dans celle-ci. Comme nous l'avons vu précédemment, le dimensionnement d'une structure sensible aux effets du second ordre doit donc être réalisé en prenant en compte ces imperfections initiales, car elles entraînent des effets du second ordre ne pouvant pas être négligés.

La méthode des courbures définit les imperfections initiales comme une imperfection unique dont l'allure est similaire à la déformée critique de la structure. La définition des imperfections initiales selon la méthode des courbures repose également sur la définition d'un coefficient de normalisation. Il doit être choisi de manière à voir apparaître dans la structure étudiée les sollicitations les plus défavorables.

Pour une structure quelconque, pouvant présenter différents types de profilé, il est ainsi nécessaire d'identifier la section de calcul des imperfections initiales qui engendrera ces sollicitations les plus défavorables. Gonçalves et Camotim (2005), dans leur article consacré à la définition des imperfections uniques pour les structures, considèrent que la vérification de chaque poteau doit être effectuée en tenant de leur propre imperfection initiale. Ainsi lorsqu'une structure est composée de deux poteaux dont la charge critique est différente, la stabilité de chaque poteau est étudiée avec leurs propres imperfections initiales. Cette méthode nécessite donc de réaliser plusieurs analyses globales de la structure, ce qui pour des structures complexes peut être très fastidieux. De plus, comme nous pourrions le voir à travers l'exemple du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique (Annexe IX.1.6) cette méthode ne permet pas nécessairement d'obtenir les sollicitations les plus défavorables dans chaque poteau et ne permet pas également de connaître l'influence des imperfections initiales d'un poteau donné sur l'ensemble de la structure.

Dans notre cas, la définition des imperfections initiales de la structure avec la méthode des courbures doit être réalisée au niveau de la section critique. Nous appelons section critique de calcul des imperfections initiales, la section de calcul qui engendrera les sollicitations les plus défavorables dans la structure. Pour cela, il faut dans un premier temps identifier, pour chaque type de profilé, la section présentant le facteur de sollicitation, dû à l'effort de compression  $N_{Ed,i}$  et à la présence des imperfections initiales, maximal. Ce facteur de sollicitation, dans une section  $i$  de la structure, s'écrit :

$$(F.S.)_i = \frac{N_{Ed,i}}{N_{Rd,i}} + \frac{M_{inst,i}''}{M_{el,Rd,i}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z_i}{L_{cr,i}}\right) \quad (3.44)$$

avec :  $z_i$  est l'abscisse locale du point de courbure maximale (cf. Fig. III.8)

$\sin\left(\frac{\pi \cdot z_i}{L_{cr,i}}\right)$  permet de minimiser le moment d'instabilité maximal en tenant compte de l'éloignement entre l'abscisse de moment d'instabilité maximale dans la barre virtuelle et l'abscisse réelle de calcul dans la structure.

$M_{inst,i}''$  est le moment d'instabilité. Il correspond au moment induit par la présence de l'effort normal et des imperfections initiales

Le moment d'instabilité peut être calculé à partir de la relation suivante :

$$M_{inst,i}'' = N_{Ed,i} \cdot e_{0,i} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (3.45)$$

où  $e_{0,i}$  correspond à l'imperfection initiale maximale de la barre de référence associée à la section  $i$  de la structure

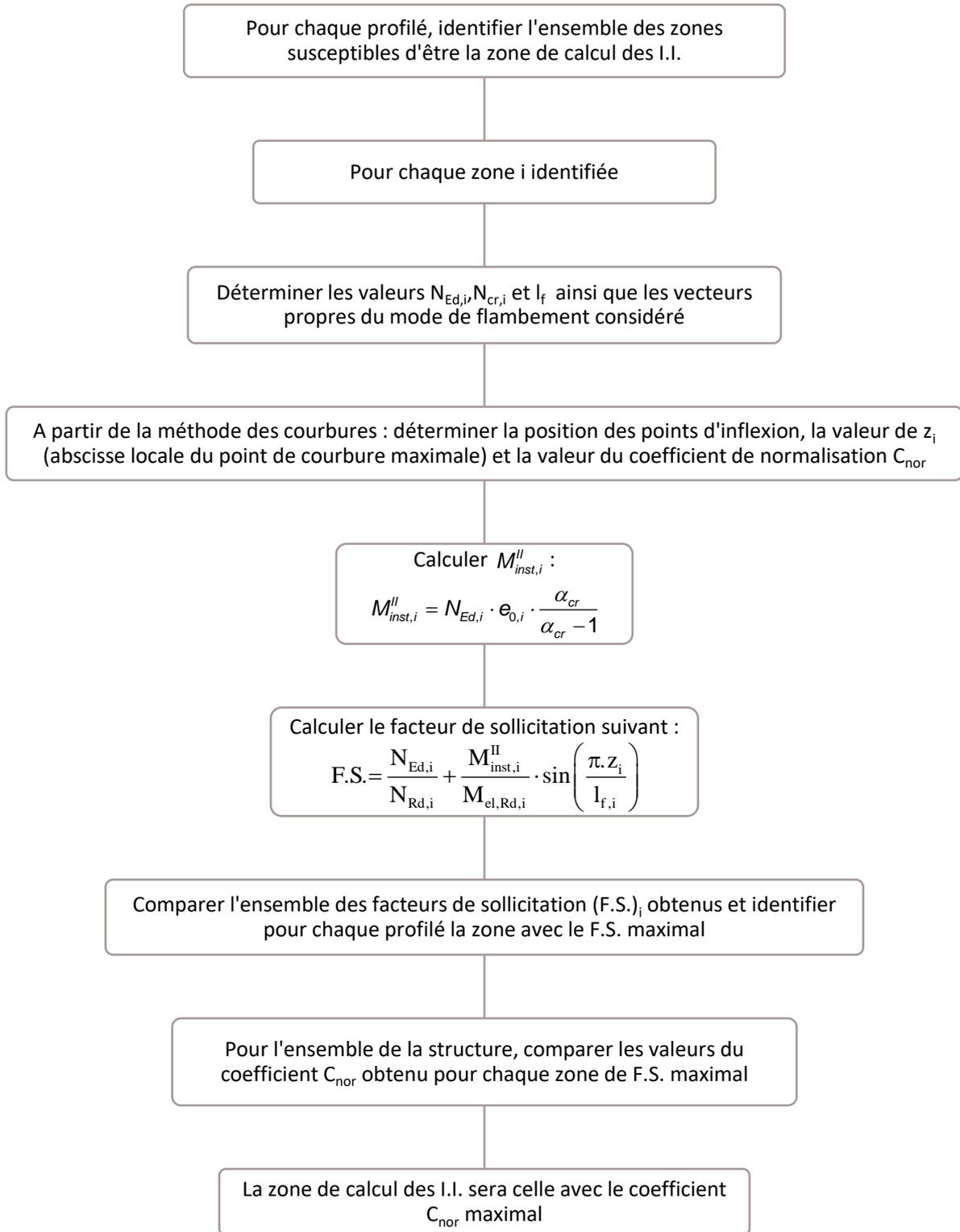
$$e_{0,i} = \alpha_i \cdot (\bar{\lambda}_i - 0,2) \cdot \frac{W_{el,i}}{A_y} \quad (3.46)$$

Dans un second temps, parmi les sections identifiées comme ayant le facteur de sollicitation maximal de chaque type de profilé, il est nécessaire d'identifier la section présentant le coefficient de normalisation, déterminé à partir de la méthode des courbures, maximal. La section de calcul des imperfections initiales sera donc la section présentant ce coefficient de normalisation maximal. Il servira donc à normer les vecteurs propres de la déformée du mode de flambement représentatif du mode de rupture de la structure pour obtenir la forme et l'amplitude des imperfections initiales de la structure. La vérification de la structure complète peut ainsi être effectuée en intégrant ces imperfections initiales au modèle de calcul de la structure. De cette manière, il sera possible de connaître l'influence des imperfections initiales sur l'ensemble de la structure.

Dans le cas d'une structure composée d'un seul type de profilé, la détermination de la section de calcul des imperfections initiales se résume alors à identifier la section de la structure présentant le facteur de sollicitation, dû à l'effort normal et à la présence des imperfections initiales (équation (3.44)), maximal.

Dans un souci de lisibilité et de compréhensibilité, un organigramme (Fig. III.9) a été établi, permettant d'identifier la section de calcul des imperfections initiales engendrant les sollicitations les plus défavorables.

Afin d'apprécier la pertinence de la méthode des courbures vis-à-vis des autres méthodes, une étude comparative entre les différentes méthodes a été menée avec différentes configurations de structure.



**Fig. III.9.** Organigramme pour la détermination de la section de calcul des imperfections initiales

### III.5. Étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales.

L'étude présentée dans cette partie porte sur la comparaison des différentes méthodes de prise en compte des imperfections initiales, présentées dans les parties précédentes, à savoir :

- (a) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections globale et locale intégrées dans le modèle de calcul à partir de la détermination de la position réelle des nœuds
- (b) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections globale et locale intégrées en utilisant les systèmes de charges équivalentes
- (c) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique, globale et locale, déterminée avec le coefficient de normalisation  $C_{nor}$  calculé à partir de l'expression des courbures
- (d) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique, globale et locale, déterminée avec le coefficient de normalisation  $C_{nor}$  calculé à partir de l'expression des moments
- (e) Nouvelle méthode des courbures : imperfection unique, globale et locale, déterminée avec le coefficient de normalisation  $C_{nor}$  calculé à partir de la reconstruction de la barre virtuelle.

#### III.5.1. Modèles de l'étude comparative

L'étude a été menée avec différentes structures, toutes sollicitées par un effort de compression. Ces structures sont : un portique bi-articulé de 4 m de largeur et 4 m de hauteur en section tubulaire (Fig. III.10a) ; un portique bi-encasté de 4 m de largeur et 4 m de hauteur en section tubulaire (Fig. III.10b) ; un portique bi-articulé de 5 m de largeur et 5 m de hauteur en section IPE (Fig. III.10c) ; une tour autostable de 3 m de largeur et 8 m de hauteur en section tubulaire (Fig. III.10d) ; et, un échafaudage de façade de 8 m de hauteur et 1,5 m de largeur en section tubulaire (Fig. III.10e).

Les portiques bi-articulé et bi-encasté 4 m x 4 m sont réalisés avec des sections circulaires creuses 60 mm x 6 mm. Le portique bi-articulé 5 m x 5 m est réalisé en IPE 100. La jonction poutre/poteau de ces portiques est considérée comme un encastrement parfait.

Les tubes circulaires utilisés pour la tour autostable 8 m x 3 m sont des tubes de 48,3 mm x 2,9 mm. Des moises 48,3 mm x 2,9 mm sont disposées sur toute la hauteur de la tour avec un intervalle de 2 m. Des diagonales 48,3 mm x 2,9 mm sont également disposées. La jonction moise/poteau est considérée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les diagonales sont, quant à elles, considérées comme articulées à chaque extrémité. La tour autostable est considérée comme reposant sur des vérins de pieds ; la raideur des appuis est donc prise égale à 20 kN.m/rad. Cette raideur est la valeur standard pour la rigidité de vérins de pieds définie dans la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b), relative aux exigences de performance et étude en général des équipements temporaires de chantiers.

L'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m est réalisé à partir de section tubulaire 48,3 mm x 2,9 mm. Des moises 48,3 mm x 2,9 mm sont placées avec un espacement de 2 m sur toute la hauteur de l'échafaudage. Celui-ci est considéré comme reposant en pied sur des appuis articulés. Il est également appuyé sur la façade à 4 m et 8 m de hauteur. Tout comme la tour autostable, la raideur de la jonction moise/poteau est prise égale à 50 kN.m/rad.

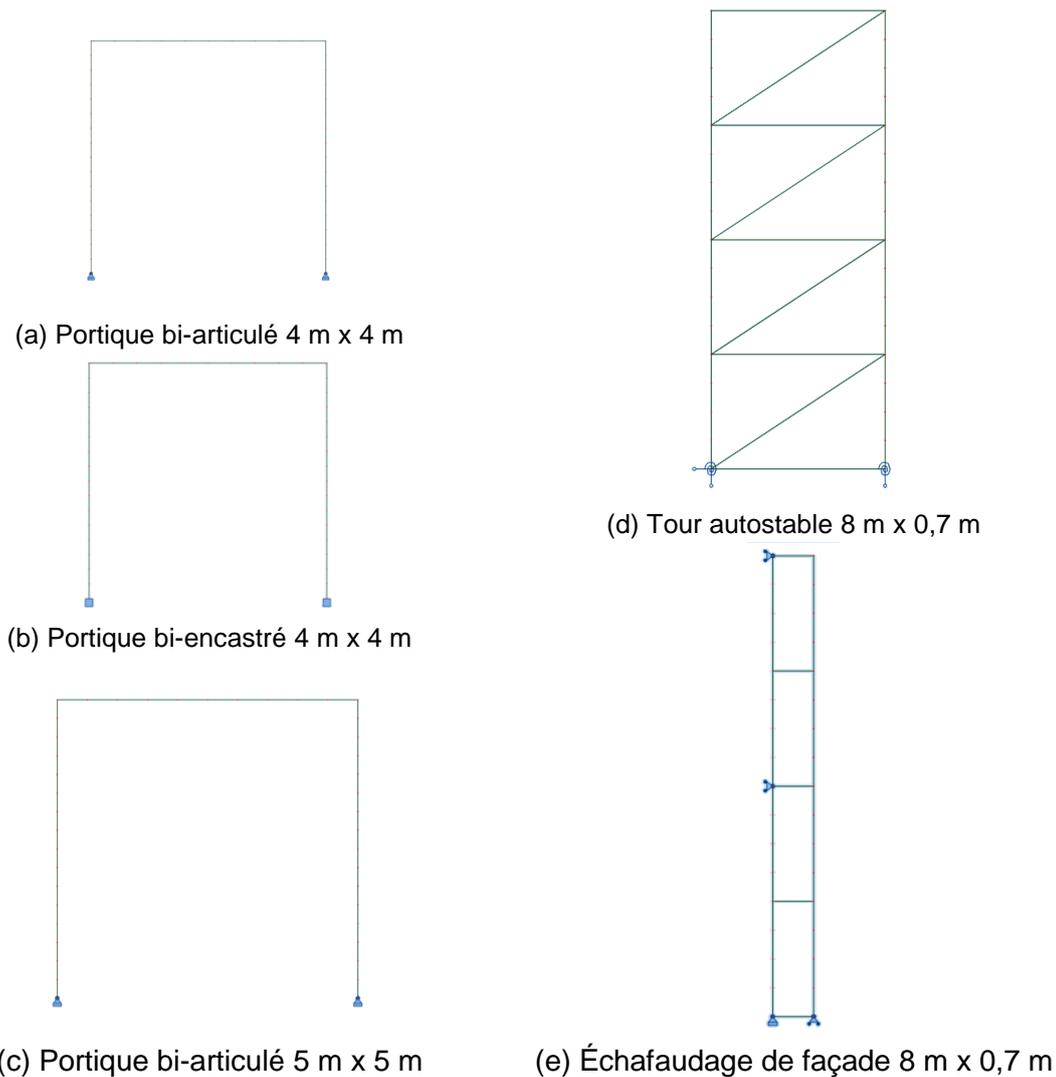


Fig. III.10. Structures de l'étude comparative

Les caractéristiques géométriques des différentes sections utilisées lors de l'étude comparative sont données dans le Tableau III.2.

Tableau III.2. Caractéristiques géométriques des différentes sections de l'étude comparative.

Section 60 mm x 6 mm		Section 48,3 mm x 2,9 mm		IPE 100	
A (m <sup>2</sup> )	10,18 x 10 <sup>-4</sup>	A (m <sup>2</sup> )	4.136 x 10 <sup>-4</sup>	A (m <sup>2</sup> )	10,3 x 10 <sup>-4</sup>
I (m <sup>4</sup> )	37,56 x 10 <sup>-8</sup>	I (m <sup>4</sup> )	10,7 x 10 <sup>-8</sup>	I (m <sup>4</sup> )	171 x 10 <sup>-8</sup>
W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	12,52 x 10 <sup>-6</sup>	W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	4,43 x 10 <sup>-6</sup>	W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	34,2 x 10 <sup>-6</sup>
f <sub>y</sub> (MPa)	320	f <sub>y</sub> (MPa)	320	f <sub>y</sub> (MPa)	235

Les différentes structures sont sollicitées par un effort de compression, appliqué en tête de chaque montant. Différents chargements sont définis de sorte que le coefficient critique  $\alpha_{cr}$  soit égal à 1,5 ; 2 ou 5. Cela permettra ainsi d'apprécier la pertinence des méthodes de prise en compte des imperfections initiales pour différents niveaux de sollicitation.

On note que plus le coefficient critique est proche de 1 et plus l'effort de compression appliqué est proche de la charge critique de la structure. Ainsi, une structure dont le coefficient critique est de 1,5 est plus sollicitée qu'une structure avec un coefficient critique de 5.

### III.5.2. Exemples numériques des méthodes de prise en compte des imperfections initiales

Pour chaque structure de l'étude comparative, les méthodes de prise en compte des imperfections initiales ont été appliquées.

#### III.5.2.1. Portique bi-articulé 4 m x 4 m – Section circulaire creuse 60 mm x 6 mm

Cette partie est consacrée aux résultats pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m (Fig. III.11), réalisé à partir de sections circulaires creuses 60 x 6 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant de ce portique est soumis à un effort de compression N. Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5. L'ensemble des calculs est réalisé avec le logiciel Robot Structural Analysis.

##### III.5.2.1.1. Exemples d'application pour $\alpha_{cr} = 1,5$

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 5,985$  kN.

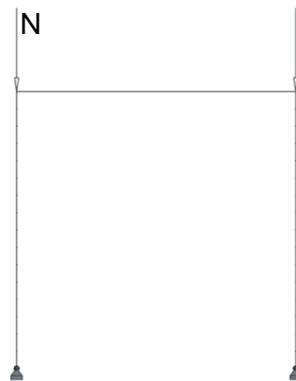


Fig. III.11. Portique 4 m x 4 m bi-articulé

(a) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées dans le modèle de calcul à partir de la détermination de la position réelle des nœuds

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 5,985 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 4 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{d'où : } \phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 1 \times 0,866 = 0,0043 \text{ rad}$$

Définition de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant :

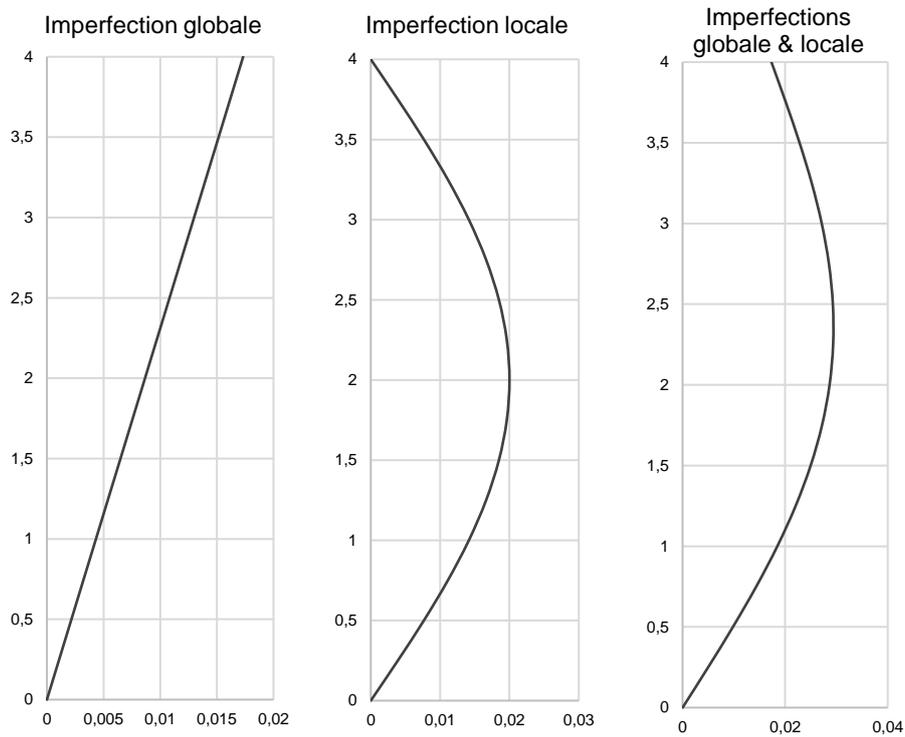


Fig. III.12. Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant du portique bi-articulé 4 m x 4 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (a) :

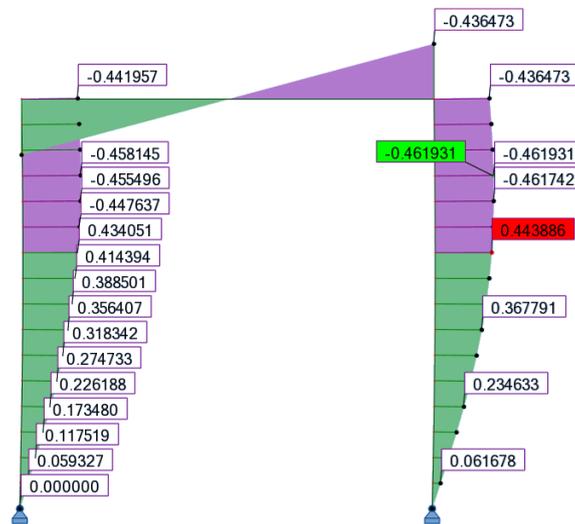


Fig. III.13. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a)

Le moment maximal obtenu est de **0,462 kN.m** pour une hauteur **Z = 3,25 m**.

(b) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées en utilisant les systèmes de charges équivalentes

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 5,985 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 4 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 1 \times 0,866 = 0,0043 \text{ rad}$$

$$N_{Ed} = 5,985 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot N_{Ed} = 0,026 \text{ kN}$$

Définition de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

$$N_{Ed} = 5,985 \text{ kN}$$

$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \times 5,985 \times 0,020}{4^2} = 0,060 \text{ kN/m}$$

$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \times 5,985 \times 0,020}{4} = 0,120 \text{ kN}$$

Modélisation des imperfections, globale et locales, de la structure dans le modèle :

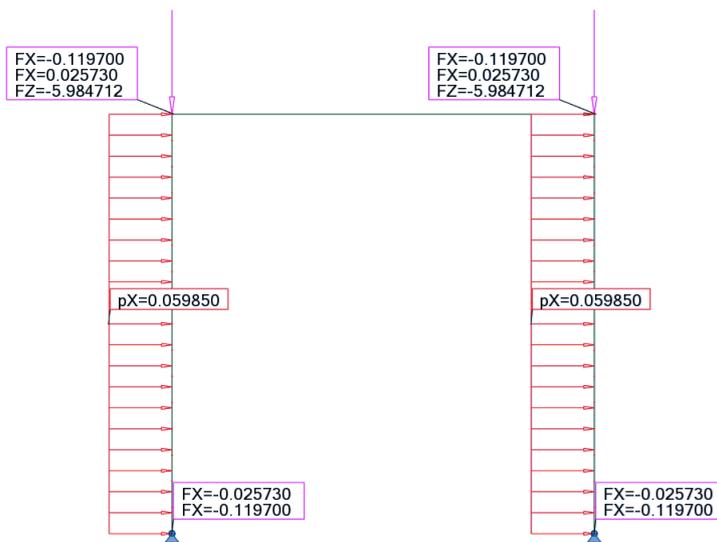


Fig. III.14. Système de charges équivalentes pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (b) :

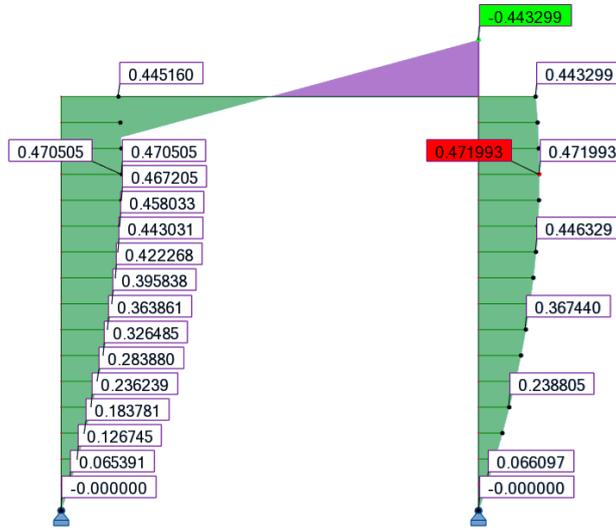


Fig. III.15. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b)

Le moment maximal obtenu est de **0,472 kN.m** pour une hauteur **Z = 3,25 m**.

(c) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir de la courbure

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

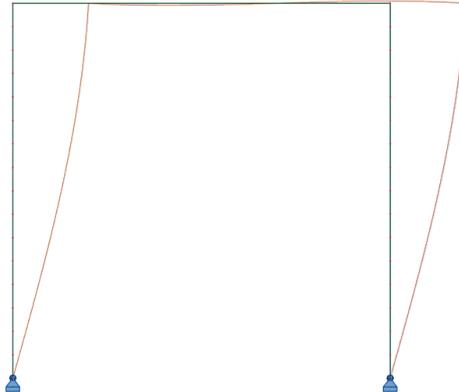


Fig. III.16. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 9,312$  m

Charge critique :  $N_{cr,m} = 8,977$  kN

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,179 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{8,977 \cdot 10^3}} = 6,024$$

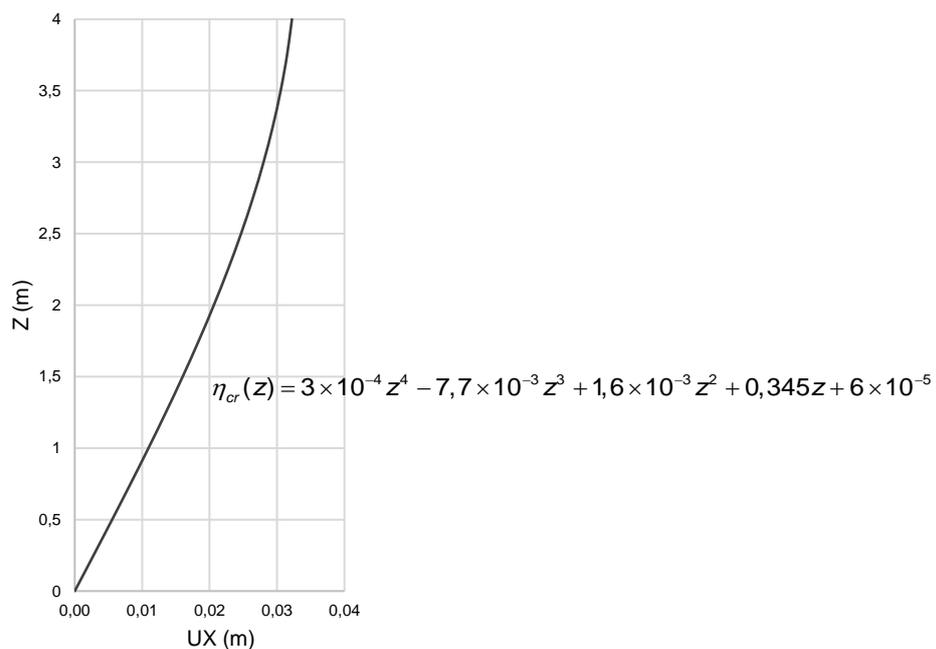
→ Vecteurs propres :

**Tableau III.3.** Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,345799141
2	0	0,25	0,086347330	0,344569975
3	0	0,50	0,172080806	0,340891216
4	0	0,75	0,256590937	0,334789017
5	0	1	0,339276929	0,326306759
6	0	1,25	0,419550957	0,315504743
7	0	1,50	0,496842343	0,302459763
8	0	1,75	0,570601611	0,287264556
9	0	2	0,640304397	0,270027148
10	0	2,25	0,705455175	0,250870082
11	0	2,50	0,765590780	0,229929547
12	0	2,75	0,820283700	0,207354414
13	0	3	0,869145116	0,183305170
14	0	3,25	0,911827664	0,157952786
15	0	3,50	0,948027911	0,131477495
16	0	3,75	0,977488502	0,104067513
17	0	4	1,000000000	0,075917701
18	4	0	0,000000000	0,345799141
19	4	0,25	0,086347330	0,344569975
20	4	0,50	0,172080806	0,340891216
21	4	0,75	0,256590937	0,334789017
22	4	1	0,339276929	0,326306759
23	4	1,25	0,419550957	0,315504743
24	4	1,50	0,496842343	0,302459762
25	4	1,75	0,570601611	0,287264556
26	4	2	0,640304397	0,270027148
27	4	2,25	0,705455175	0,250870082
28	4	2,50	0,765590780	0,229929547
29	4	2,75	0,820283700	0,207354414
30	4	3	0,869145116	0,183305170
31	4	3,25	0,911827664	0,157952786
32	4	3,50	0,948027911	0,131477495
33	4	3,75	0,977488502	0,104067513
34	4	4	1,000000000	0,075917701

Équation de la déformée critique :

À partir des coordonnées UX de la déformée critique, il est possible d'établir une équation de celle-ci.



**Fig. III.17.** Mise en équation de la déformée critique du 1er mode de flambement d'un montant

Courbure dans la section critique de la structure :

Équation de la courbure :

$$\eta_{cr}''(z) = 12 \times 3 \times 10^{-4} \times z^2 - 6 \times 7,7 \times 10^{-3} \times z + 2 \times 1,6 \times 10^{-3}$$

Section critique : Z = 4 m

Courbure dans la section critique :

$$|\eta_{cr}''|_{\max} = \eta_{cr}''(4) = 12 \times 3 \times 10^{-4} \times 4^2 - 6 \times 7,7 \times 10^{-3} \times 4 + 2 \times 1,6 \times 10^{-3} = 0,124 \text{ m}^{-1}$$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (6,024 - 0,2) \times \frac{12,520 \times 10^{-6}}{10,179 \times 10^{-4}} = 0,035 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{E I_m |\eta_{cr}''|_{\max}} = 0,035 \times \frac{8,977 \times 10^3}{210 \times 10^9 \times 37,560 \times 10^{-8} \times 0,124} = 0,0322$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c) :

**Tableau III.4.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,00000000	0
2	0	0,25	0,002781553	0,25
3	0	0,50	0,005543332	0,50
4	0	0,75	0,008265703	0,75
5	0	1	0,010929312	1
6	0	1,25	0,013515223	1,25
7	0	1,50	0,016005052	1,50
8	0	1,75	0,018381099	1,75
9	0	2	0,020626473	2
10	0	2,25	0,022725211	2,25
11	0	2,50	0,024662391	2,50
12	0	2,75	0,026424244	2,75
13	0	3	0,027998243	3
14	0	3,25	0,029373200	3,25
15	0	3,50	0,030539338	3,50
16	0	3,75	0,031488368	3,75
17	0	4	0,032213543	4
18	4	0	4,00000000	0
19	4	0,25	4,002781553	0,25
20	4	0,50	4,005543332	0,50
21	4	0,75	4,008265703	0,75
22	4	1	4,010929312	1
23	4	1,25	4,013515223	1,25
24	4	1,50	4,016005052	1,50
25	4	1,75	4,018381099	1,75
26	4	2	4,020626473	2
27	4	2,25	4,022725211	2,25
28	4	2,50	4,024662391	2,50
29	4	2,75	4,026424244	2,75
30	4	3	4,027998243	3
31	4	3,25	4,029373200	3,25
32	4	3,50	4,030539338	3,50
33	4	3,75	4,031488368	3,75
34	4	4	4,032213543	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (c) :

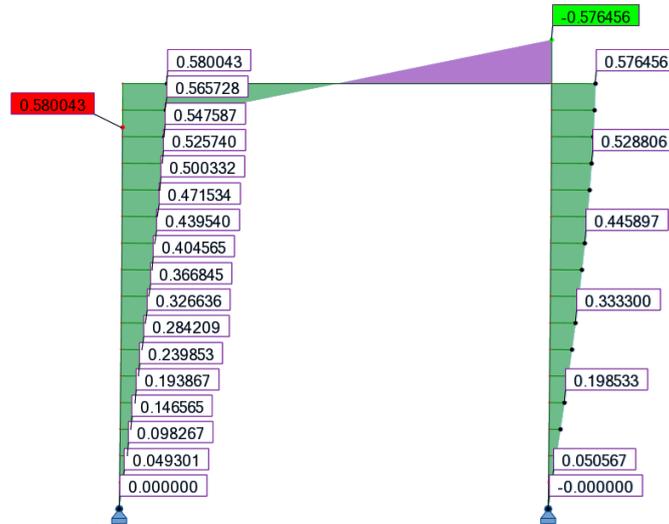


Fig. III.18. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c)

Le moment maximal obtenu est de **0,580 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

(d) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir des moments

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

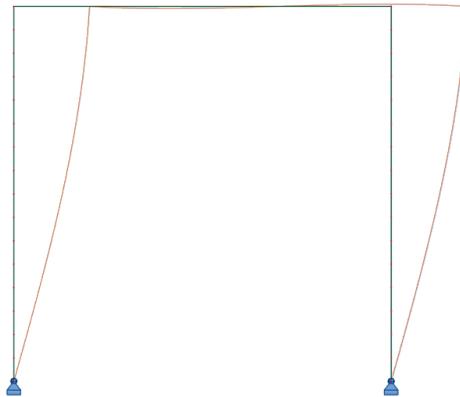


Fig. III.19. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 9,312$  m

Charge critique :  $N_{cr,m} = 8,977$  kN

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,179 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{8,977 \cdot 10^3}} = 6,024$$

→ Vecteurs propres :

**Tableau III.5.** Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,345799141
2	0	0,25	0,086347330	0,344569975
3	0	0,50	0,172080806	0,340891216
4	0	0,75	0,256590937	0,334789017
5	0	1	0,339276929	0,326306759
6	0	1,25	0,419550957	0,315504743
7	0	1,50	0,496842343	0,302459763
8	0	1,75	0,570601611	0,287264556
9	0	2	0,640304397	0,270027148
10	0	2,25	0,705455175	0,250870082
11	0	2,50	0,765590780	0,229929547
12	0	2,75	0,820283700	0,207354414
13	0	3	0,869145116	0,183305170
14	0	3,25	0,911827664	0,157952786
15	0	3,50	0,948027911	0,131477495
16	0	3,75	0,977488502	0,104067513
17	0	4	1,000000000	0,075917701
18	4	0	0,000000000	0,345799141
19	4	0,25	0,086347330	0,344569975
20	4	0,50	0,172080806	0,340891216
21	4	0,75	0,256590937	0,334789017
22	4	1	0,339276929	0,326306759
23	4	1,25	0,419550957	0,315504743
24	4	1,50	0,496842343	0,302459762
25	4	1,75	0,570601611	0,287264556
26	4	2	0,640304397	0,270027148
27	4	2,25	0,705455175	0,250870082
28	4	2,50	0,765590780	0,229929547
29	4	2,75	0,820283700	0,207354414
30	4	3	0,869145116	0,183305170
31	4	3,25	0,911827664	0,157952786
32	4	3,50	0,948027911	0,131477495
33	4	3,75	0,977488502	0,104067513
34	4	4	1,000000000	0,075917701

Moment fléchissant induit par la déformée critique :

Lorsque l'on modélise la structure avec la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement, le moment maximal est obtenu pour  $Z = 4$  m et vaut :  $M''_{\eta_{cr,max}} = 18,134 \text{ kN.m}$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (6,024 - 0,2) \times \frac{12,520 \times 10^{-6}}{10,179 \times 10^{-4}} = 0,035 \text{ m}$$

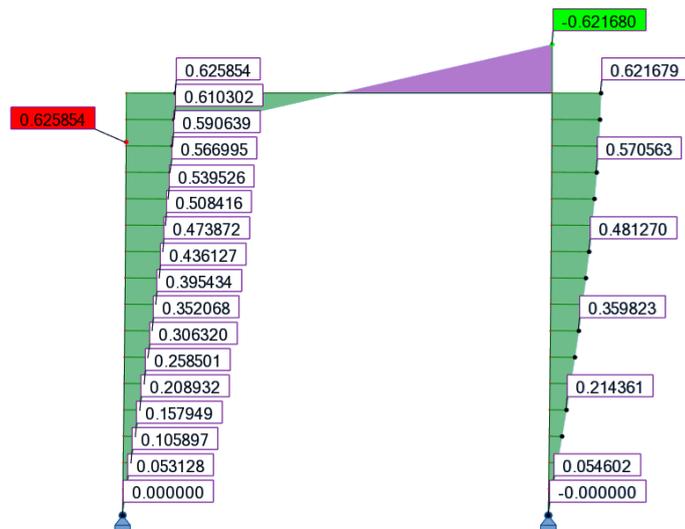
$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta''_{cr}|_{\max}} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{M''_{\eta_{cr,max}} \cdot (\alpha_{cr} - 1)} = 0,035 \times \frac{8,977 \times 10^3}{18,134 \times 10^3 \times (1,5 - 1)} = 0,0347$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d) :

**Tableau III.6.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,003000464	0,25
3	0	0,50	0,005979598	0,50
4	0	0,75	0,008916221	0,75
5	0	1	0,011789458	1
6	0	1,25	0,014578883	1,25
7	0	1,50	0,017264664	1,50
8	0	1,75	0,019827708	1,75
9	0	2	0,022249795	2
10	0	2,25	0,024513705	2,25
11	0	2,50	0,026603343	2,50
12	0	2,75	0,028503855	2,75
13	0	3	0,030201730	3
14	0	3,25	0,031684896	3,25
15	0	3,50	0,032942810	3,50
16	0	3,75	0,033966530	3,75
17	0	4	0,034748777	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,003000464	0,25
20	4	0,50	4,005979598	0,50
21	4	0,75	4,008916221	0,75
22	4	1	4,011789458	1
23	4	1,25	4,014578883	1,25
24	4	1,50	4,017264664	1,50
25	4	1,75	4,019827708	1,75
26	4	2	4,022249795	2
27	4	2,25	4,024513705	2,25
28	4	2,50	4,026603343	2,50
29	4	2,75	4,028503855	2,75
30	4	3	4,030201730	3
31	4	3,25	4,031684896	3,25
32	4	3,50	4,032942810	3,50
33	4	3,75	4,033966530	3,75
34	4	4	4,034748777	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (d) :



**Fig. III.20.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d)

Le moment maximal obtenu est de **0,626 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

(e) Nouvelle méthode des courbures :

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

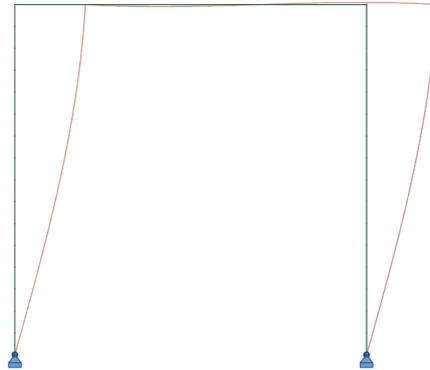


Fig. III.21. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 9,312 \text{ m}$

Charge critique :  $N_{cr,m} = 8,977 \text{ kN}$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,179 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{8,977 \cdot 10^3}} = 6,024$$

→ Vecteurs propres :

Tableau III.7. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,345799141
2	0	0,25	0,086347330	0,344569975
3	0	0,50	0,172080806	0,340891216
4	0	0,75	0,256590937	0,334789017
5	0	1	0,339276929	0,326306759
6	0	1,25	0,419550957	0,315504743
7	0	1,50	0,496842343	0,302459763
8	0	1,75	0,570601611	0,287264556
9	0	2	0,640304397	0,270027148
10	0	2,25	0,705455175	0,250870082
11	0	2,50	0,765590780	0,229929547
12	0	2,75	0,820283700	0,207354414
13	0	3	0,869145116	0,183305170
14	0	3,25	0,911827664	0,157952786
15	0	3,50	0,948027911	0,131477495
16	0	3,75	0,977488502	0,104067513
17	0	4	1,000000000	0,075917701
18	4	0	0,000000000	0,345799141
19	4	0,25	0,086347330	0,344569975
20	4	0,50	0,172080806	0,340891216
21	4	0,75	0,256590937	0,334789017
22	4	1	0,339276929	0,326306759
23	4	1,25	0,419550957	0,315504743
24	4	1,50	0,496842343	0,302459762
25	4	1,75	0,570601611	0,287264556
26	4	2	0,640304397	0,270027148
27	4	2,25	0,705455175	0,250870082
28	4	2,50	0,765590780	0,229929547
29	4	2,75	0,820283700	0,207354414
30	4	3	0,869145116	0,183305170
31	4	3,25	0,911827664	0,157952786
32	4	3,50	0,948027911	0,131477495
33	4	3,75	0,977488502	0,104067513
34	4	4	1,000000000	0,075917701

### Choix de la section de calcul des imperfections initiales

Le choix de la section de calcul des imperfections initiales est effectué à partir de l'organigramme présenté à la Fig. III.9. Le portique bi-articulé est composé d'un seul type de profilé, à savoir une section circulaire creuse 60 mm x 6 mm. Le choix de la section de calcul des imperfections initiales se résume donc à identifier la section dont le facteur de sollicitation, induit par l'effort normal et la présence des imperfections initiales, est maximal. Au vu de la déformée critique, les sections de calcul envisageables sont situées à  $Z = 4$  m dans le poteau gauche ou  $Z = 4$  m dans le poteau droit.

→ Barre virtuelle poteau gauche :

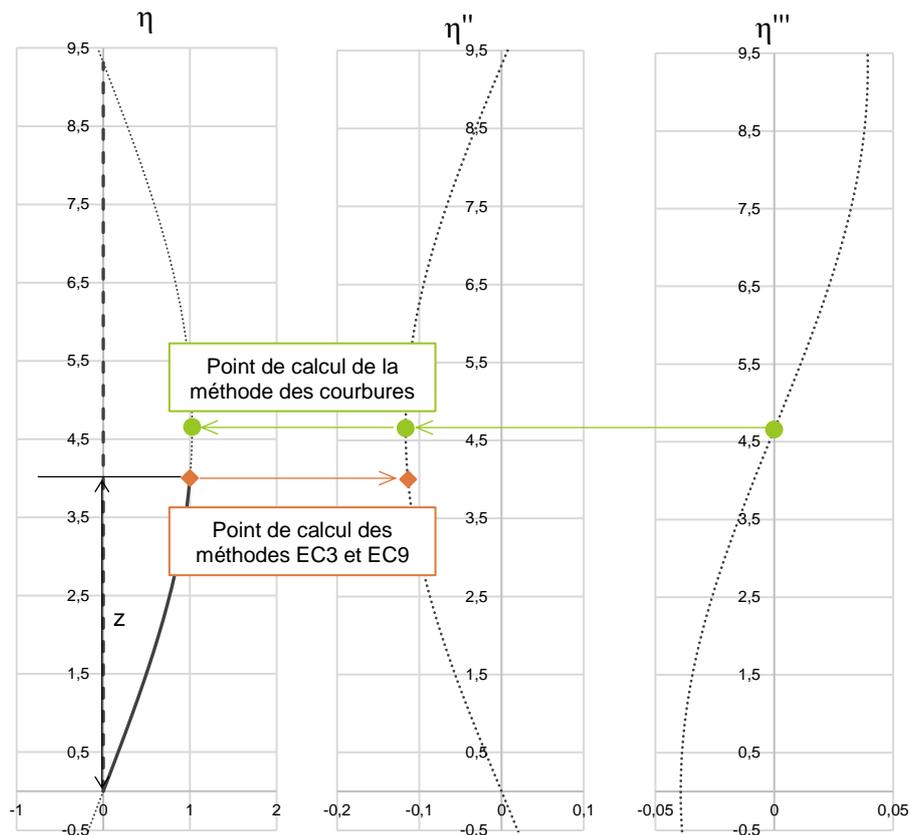


Fig. III.22. Barre virtuelle du poteau gauche du portique bi-articulé 4 m x 4 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Barre virtuelle poteau droit :

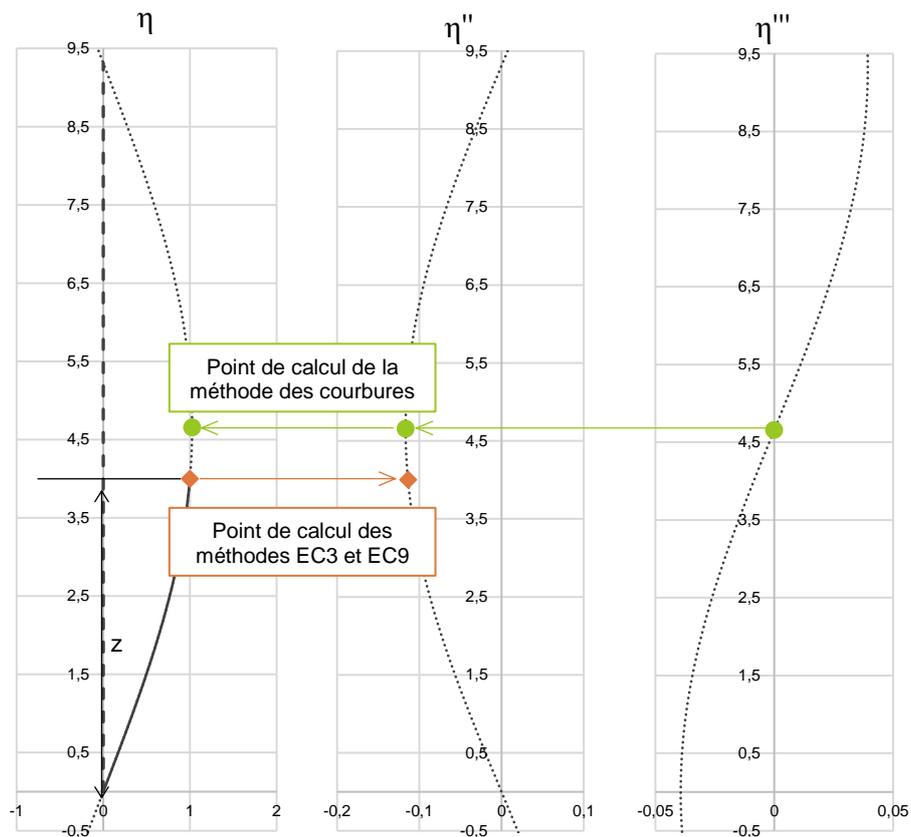


Fig. III.23. Barre virtuelle du poteau droit du portique bi-articulé 4 m x 4 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Tableau III.8. Détermination de la section de calcul des imperfections initiales pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m

		Poteau gauche	Poteau droit
Section		60 mm x 6 mm	60 mm x 6 mm
N <sub>Ed</sub> (kN)		5,845	5,845
N <sub>cr</sub> (kN)		8,977	8,977
L <sub>cr</sub> (m)		9,312	9,312
$\bar{\lambda}$		6,024	6,024
Abscisses points d'inflexion (m)	1 <sup>er</sup> point	0	0
	2 <sup>ème</sup> point	9,312	9,312
Abscisse courbure maximale (m)		4,656	4,656
z <sub>i</sub> (m)		4	4
C <sub>nor</sub>		0,0342	0,0342
e <sub>0</sub> (m)		0,035	0,035
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,630	0,630
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z_i}{l_f}\right)$		0,172	0,172

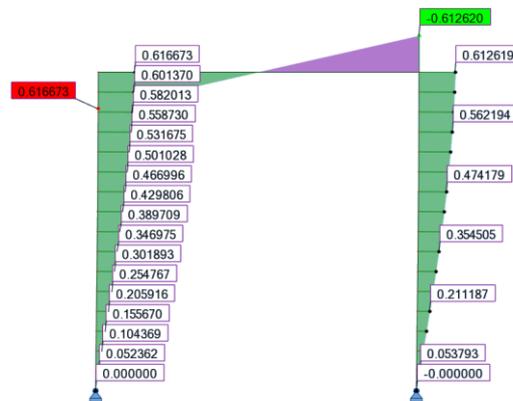
Le facteur de sollicitation étant le même entre les deux sections, la section de calcul des imperfections initiales sera donc indifféremment localisée dans le poteau gauche ou le poteau droit. Dans le cas présent, la section de calcul des imperfections initiales choisie est située dans le poteau gauche à  $Z = 4$  m. On retient donc la valeur de coefficient de normalisation pour la normalisation de la déformée critique de la structure :  $C_{nor} = 0,0342$ .

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e) :

**Tableau III.9.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,002956600	0,25
3	0	0,50	0,005892181	0,50
4	0	0,75	0,008785874	0,75
5	0	1	0,011617107	1
6	0	1,25	0,014365752	1,25
7	0	1,50	0,017012269	1,50
8	0	1,75	0,019537844	1,75
9	0	2	0,021924522	2
10	0	2,25	0,024155335	2,25
11	0	2,50	0,026214425	2,50
12	0	2,75	0,028087154	2,75
13	0	3	0,029760207	3
14	0	3,25	0,031221690	3,25
15	0	3,50	0,032461215	3,50
16	0	3,75	0,033469969	3,75
17	0	4	0,034240780	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,002956600	0,25
20	4	0,50	4,005892181	0,50
21	4	0,75	4,008785874	0,75
22	4	1	4,011617107	1
23	4	1,25	4,014365752	1,25
24	4	1,50	4,017012269	1,50
25	4	1,75	4,019537844	1,75
26	4	2	4,021924522	2
27	4	2,25	4,024155335	2,25
28	4	2,50	4,026214425	2,50
29	4	2,75	4,028087154	2,75
30	4	3	4,029760207	3
31	4	3,25	4,031221690	3,25
32	4	3,50	4,032461215	3,50
33	4	3,75	4,033469969	3,75
34	4	4	4,034240780	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (e) :



**Fig. III.24.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e)

Le moment maximal obtenu est de **0,617 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

### III.5.2.1.2. Résultats du portique bi-articulé 4 m x 4 m

L'exemple numérique présenté dans la partie précédente a permis de comparer les résultats obtenus avec les différentes méthodes pour le cas de charge avec  $\alpha_{cr} = 1,5$ . Les deux autres cas de charges, à savoir  $\alpha_{cr} = 2$  et  $\alpha_{cr} = 5$ , ont également été étudiés.

L'ensemble des résultats de l'étude comparative des méthodes pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m, pour les trois cas de charges, est récapitulé dans le Tableau III.10.

**Tableau III.10.** Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-articulé 4 m x 4 m

	Méthode alternative EC3 et EC9		Méthode conventionnelle EC3		Méthode des courbures (e)
	Courbures (c)	Moments (d)	Déformation manuelle (a)	Charges équivalentes (b)	
$z^{(1)}$ (m)	4	4	-	-	4,656
$C_{nor}$	0,0322	0,0347	-	-	0,0342
$\alpha_{cr} = 1,5$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	0,5800	0,6259	0,4619	0,4720	0,6167
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	3,25	3,25	4
% Erreur	-6%	+1,5%	-25,1%	-23,5%	0%
$\alpha_{cr} = 2$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	0,2897	0,3138	0,2353	0,2387	0,3080
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	2,75	2,90	4
% Erreur	-5,9%	+1,9%	-23,6%	-22,5%	0%
$\alpha_{cr} = 5$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	0,0724	0,0786	0,0630	0,0632	0,0769
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	2,50	2,60	4
% Erreur	-5,9%	+2,2%	-18%	-17,8%	0%

(1)z : Altitude du point de comparaison

(2)Z : Altitude du point de moment maximal

D'après l'étude comparative menée pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m, on constate que les résultats obtenus à partir des deux méthodes conventionnelles sont sous-estimés vis-à-vis des résultats obtenus avec les méthodes alternatives et la nouvelle méthode des courbures. L'écart maximal est observé pour  $\alpha_{cr}$  valant 1,5. Cependant, ce sont pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  que les imperfections initiales vont engendrer des effets du second ordre importants. Il est donc important de les estimer de la manière la plus précise possible. Dans cet exemple, les méthodes conventionnelles ne permettent donc pas une estimation sécuritaire des imperfections initiales. Il est également nécessaire de souligner que la détermination des imperfections initiales à partir de ces deux méthodes conventionnelles repose uniquement sur les aspects géométriques de la structure et tiennent donc en aucun compte des autres aspects, tels que les caractéristiques mécaniques intrinsèques des barres ou encore des conditions aux appuis.

Les deux méthodes alternatives de l'Eurocode 3 et 9 permettent d'obtenir des résultats similaires aux résultats obtenus à partir de la méthode des courbures. La différence entre ces deux méthodes et la méthode des courbures réside dans la manière de calculer le coefficient de normalisation, et plus particulièrement, dans le choix du point de calcul à prendre en compte dans la détermination de la courbure de la structure. On constate ainsi, que pour le portique bi-articulé, la courbure maximale de la barre de référence, située à  $Z = 4,656$  m, est comparée à la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure, située à  $Z = 4$  m. Grâce à la méthode des courbures, une barre virtuelle a été construite afin de localiser la courbure maximale de la déformée critique. Dans le cas du portique, cette courbure maximale

est située hors de la structure réelle, à savoir à  $Z = 4,656$  m. Ainsi, le coefficient  $C_{nor}$  est donc bien obtenu à partir de la comparaison de deux points localisés à une même altitude.

La déformée critique de la structure étant le reflet du comportement global et local d'une structure donnée sous un chargement donné, la détermination des imperfections initiales à partir de la méthode des courbures permet donc de prendre en compte les aspects géométriques de la structure, mais également ses caractéristiques mécaniques intrinsèques, ses conditions aux limites et la forme de son chargement.

### III.5.2.2. Portique bi-encasté 4 m x 4 m – Section circulaire creuse 60 mm x 6 mm

Cette partie est consacré aux résultats pour le portique bi-encasté 4 m x 4 m (Fig. III.25), réalisé à partir de sections circulaires creuses 60 mm x 6 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

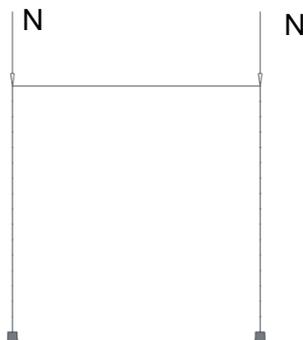


Fig. III.25. Portique bi-encasté 4 m x 4 m

L'Annexe IX.1.1 présente l'application numérique des différentes méthodes du cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ . Seuls les résultats de l'étude comparative du portique bi-encasté (Tableau III.11) sont présentés dans cette partie.

Tableau III.11. Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-encasté 4 m x 4 m

	Méthode alternative EC3 et EC9		Méthode conventionnelle EC3		Méthode des courbures (e)
	Courbures (c)	Moments (d)	Déformation manuelle (a)	Charges équivalentes (b)	
$z^{(1)}$ (m)	0	0	-	-	0
$C_{nor}$	0,0264	0,0316	-	-	0,0322
$\alpha_{cr} = 1,5$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	1,0099	1,2094	0,7467	0,7469	1,2300
$Z^{(2)}$ (m)	0	0	0	0	0
% Erreur	-17,9%	-1,7%	-39,3%	-39,3%	0%
$\alpha_{cr} = 2$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	0,5037	0,6073	0,4771	0,4816	0,6139
$Z^{(2)}$ (m)	0	0	0	0	0
% Erreur	-18%	-1,1%	-22,3%	-21,6%	0%
$\alpha_{cr} = 5$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	0,1260	0,1524	0,1626	0,1655	0,1534
$Z^{(2)}$ (m)	0	0	0	0	0
% Erreur	-17,9%	-0,7%	+6%	+7,9%	0%

<sup>(1)</sup> $z$  : Altitude du point de comparaison

<sup>(2)</sup> $Z$  : Altitude du point de moment maximal

D'après l'étude comparative menée pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m, on constate que les résultats obtenus à partir des deux méthodes conventionnelles sont sous-estimés vis-à-vis des résultats obtenus avec les méthodes alternatives et la nouvelle méthode des courbures. Seul le cas de charge  $\alpha_{cr} = 5$ , permet d'obtenir des résultats satisfaisants. L'erreur la plus défavorable est observée pour le cas  $\alpha_{cr}$  valant 1,5. Cependant, ce sont pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  que les imperfections initiales vont engendrer des effets du second ordre importants. Il est donc important de les estimer de la manière la plus précise possible. Dans cet exemple, les méthodes conventionnelles ne permettent donc pas une estimation sécuritaire des imperfections initiales. Il est également nécessaire de souligner que la détermination des imperfections initiales à partir de ces deux méthodes conventionnelles repose uniquement sur les aspects géométriques de la structure et tiennent donc en aucun compte des autres aspects, tels que les caractéristiques mécaniques intrinsèques des barres ou encore des conditions aux appuis.

Les deux méthodes alternatives de l'Eurocode 3 et 9 permettent d'obtenir des résultats similaires aux résultats obtenus à partir de la méthode des courbures. La différence entre ces deux méthodes et la méthode des courbures réside dans la manière de calculer le coefficient de normalisation, et plus particulièrement, dans le choix du point de calcul à prendre en compte dans la détermination de la courbure de la structure. On constate, dans le cas du portique bi-encasté, que le point de calcul de la courbure de la déformée critique, pris en compte dans le calcul du coefficient de normalisation  $C_{nor}$ , est localisé au même endroit, que ce soit pour les méthodes alternatives de l'Eurocode 3 et 9 et la méthode des courbures. En effet, dans le cas du portique bi-encasté, on constate que le point de courbure maximale de la déformée critique est bien obtenu au point de section critique.

L'écart important observé entre la méthode (a), à savoir la méthode de l'Eurocode 3 ou 9 avec le calcul de la courbure, et la méthode des courbures, est dû à la manière de mettre en équation la déformée critique de la structure. On constate qu'en ayant recours à une expression polynomiale, l'erreur obtenue sur le moment au 2<sup>nd</sup> ordre peut être importante, -18% dans le cas présent. Cependant, aucune méthode n'est préconisée dans l'Eurocode 3 ou 9 pour la détermination de la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure.

Grâce à la méthode des courbures, la déformée critique est approchée par son équation exacte, puisque celle-ci est issue du principe d'équilibre des énergies. Ainsi, la méthode des courbures permet une estimation plus juste des imperfections initiales de la structure. De plus, la déformée critique de la structure étant le reflet du comportement global et local d'une structure donnée sous un chargement donné, la détermination des imperfections initiales à partir de la méthode des courbures permet donc de prendre en compte les aspects géométriques de la structure, mais également ses caractéristiques mécaniques intrinsèques, ses conditions aux limites et la forme de son chargement.

### III.5.2.3. Portique bi-articulé 5 m x 5 m – Section IPE 100

Cette partie est consacrée aux résultats pour le portique bi-articulé 5 m x 5 m (Fig. III.26), réalisé à partir de sections IPE 100, en acier S235. Chaque montant de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

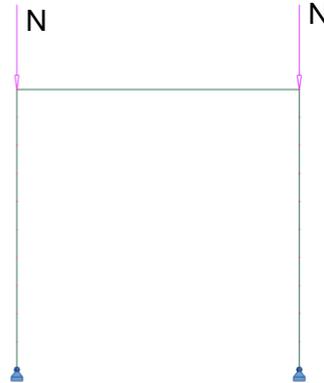


Fig. III.26. Portique bi-articulé 5 m x 5 m

L'Annexe IX.1.2 présente l'application numérique des différentes méthodes du cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ . Seuls les résultats de l'étude comparative du portique bi-articulé en IPE (Tableau III.12) sont présentés dans cette partie.

Tableau III.12. Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-articulé 5 m x 5 m

	Méthode alternative EC3 et EC9		Méthode conventionnelle EC3		Méthode des courbures (e)
	Courbures (c)	Moments (d)	Déformation manuelle (a)	Charges équivalentes (b)	
$z^{(1)}$ (m)	5	5	-	-	5,821
$C_{nor}$	0,028	0,032	-	-	0,031
$\alpha_{cr} = 1,5$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	1,4399	1,6683	1,4304	1,4723	1,6401
$Z^{(2)}$ (m)	5	5	4	4,10	5
% Erreur	-12,2%	+1,7%	-12,8%	-10,2%	0%
$\alpha_{cr} = 2$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,7195	0,8363	0,7231	0,7403	0,8197
$Z^{(2)}$ (m)	5	5	3,50	3,75	5
% Erreur	-12,2%	+2%	-11,8%	-9,7%	0%
$\alpha_{cr} = 5$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,1798	0,2094	0,1913	0,1940	0,2048
$Z^{(2)}$ (m)	5	5	3	3,30	5
% Erreur	-12,2%	+2,3%	-6,6%	-5,3%	0%

<sup>(1)</sup> $z$  : Altitude du point de comparaison

<sup>(2)</sup> $Z$  : Altitude du point de moment maximal

D'après l'étude comparative menée pour le portique bi-articulé 5 m x 5 m, en IPE 100, on constate que les résultats obtenus à partir des deux méthodes conventionnelles sont, encore une fois, sous-estimés vis-à-vis des résultats obtenus avec les méthodes alternatives et la nouvelle méthode des courbures, l'écart maximal étant observé pour  $\alpha_{cr}$  valant 1,5. Encore une fois, il est important de souligner que ce sont pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  que les imperfections initiales vont engendrer des effets du second ordre importants et qu'il est donc

important de les estimer correctement. Dans cet exemple, les méthodes conventionnelles ne permettent donc pas une estimation sécuritaire des imperfections initiales.

La détermination des imperfections initiales à partir de la méthode c engendre des résultats sous-estimés vis-à-vis de ceux obtenus à partir de la méthode des courbures. Tout comme dans le cas du portique bi-encasté 4 m x 4 m, présenté dans le paragraphe III.5.2.2, cette différence provient de la manière d'approximer la déformée critique de la structure.

La méthode des courbures fait intervenir l'équation exacte de la déformée critique, puisqu'elle est issue du principe d'équilibre des énergies. Ainsi, la méthode des courbures permet une estimation plus juste des imperfections initiales de la structure. De plus, la déformée critique de la structure étant le reflet du comportement global et local d'une structure donnée sous un chargement donné, la détermination des imperfections initiales à partir de la méthode des courbures permet donc de prendre en compte les aspects géométriques de la structure, mais également ses caractéristiques mécaniques intrinsèques, ses conditions aux limites et la forme de son chargement.

#### III.5.2.4. Tour autostable 8 m x 3 m – Section circulaire creuse 48,3 mm x 2,9 mm

Cette partie est consacrée aux résultats de la tour autostable 8 m x 3 m (Fig. III.27), réalisée à partir de sections circulaires creuses 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les appuis de la tour autostable sont modélisés comme étant des vérins de pied, donc avec une rigidité de 20 kN.m/rad, valeur définie dans la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b). Chaque montant de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

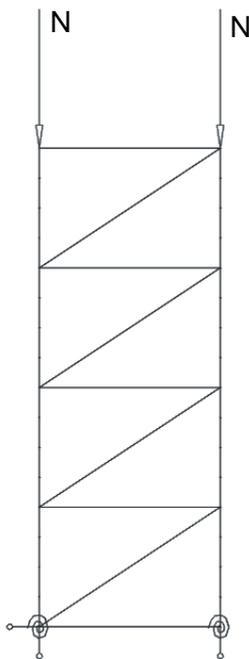


Fig. III.27. Tour autostable 8 m x 3 m

L'Annexe IX.1.3 présente l'application numérique des différentes méthodes du cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ . Seuls les résultats de l'étude comparative de la tour autostable (Tableau III.13) sont présentés dans cette partie.

**Tableau III.13.** Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales de la tour autostable 8 m x 3 m

	Méthode alternative EC3 et EC9		Méthode conventionnelle EC3		Méthode des courbures (e)
	Courbures (c)	Moments (d)	Déformation manuelle (a)	Charges équivalentes (b)	
$z^{(1)}$ (m)	5	5	-	-	5,021
$C_{nor}$	0,011	0,011	-	-	0,011
$\alpha_{cr} = 1.5$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	0,8522	0,8011	1,2545	0,9360	0,8381
$Z^{(2)}$ (m)	5	5	5	5	5
% Erreur	+1,7%	-4,4%	+49,7%	+11,7%	0%
$\alpha_{cr} = 2$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	0,4303	0,4187	0,4933	0,4928	0,4233
$Z^{(2)}$ (m)	5	5	5	5	5
% Erreur	+1,7%	-1,1%	+16,5%	+16,4%	0%
$\alpha_{cr} = 5$					
$M^{I}_{Ed}$ (kN.m)	0,1084	0,1080	0,1344	0,1314	0,1078
$Z^{(2)}$ (m)	5	5	5	5	5
% Erreur	+0,6%	+0,2%	+24,7%	+21,9%	0%

<sup>(1)</sup> $z$  : Altitude du point de comparaison

<sup>(2)</sup> $Z$  : Altitude du point de moment maximal

D'après l'étude comparative menée sur la tour autostable 8 m x 3 m, on constate que les résultats obtenus à partir des deux méthodes conventionnelles sont surestimés vis-à-vis des résultats obtenus à partir des méthodes alternatives et de la nouvelle méthode des courbures. L'écart maximal (+50%) est observé pour  $\alpha_{cr}$  valant 1,5. Il est important de rappeler que les imperfections initiales doivent être estimées correctement principalement pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , puisque ce sont pour ces faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  que les imperfections initiales vont engendrer des effets du second ordre importants. Il est donc primordial de ne pas trop les surestimer.

Les résultats obtenus à partir des deux méthodes alternatives de l'Eurocode 3 et 9 sont similaires aux résultats obtenus à partir de la méthode des courbures. La différence entre ces deux méthodes et la méthode des courbures réside encore une fois dans la manière de calculer le coefficient de normalisation, et plus particulièrement, dans le choix du point de calcul à prendre en compte dans la détermination de la courbure de la structure. On constate ainsi, que pour la tour autostable, la courbure maximale de la barre de référence, située à  $Z = 5,021$  m, est comparée à la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure, située à  $Z = 5$  m. Grâce à la méthode des courbures, la barre virtuelle construite permet de localiser la courbure maximale de la déformée critique. Pour la tour autostable, celle-ci est obtenue à une altitude  $Z = 5,021$  m. Ainsi, dans le cas de la méthode des courbures, le coefficient  $C_{nor}$  est bien obtenu à partir de la comparaison de deux points localisés à une même altitude. On note que, dans cet exemple, la différence entre le point de courbure maximale de la déformée critique et la section critique de la structure est faible (0,021m). Cela engendre donc une différence négligeable entre les résultats ; cependant, comme nous l'avons constaté pour la tour autostable 8 m x 3 m, cette différence peut, dans certains cas, donner lieu à des divergences plus importantes.

La méthode des courbures, reste, de par sa mise en équation de la déformée critique de la structure, et par sa prise en compte des aspects géométriques, des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du chargement de la structure ; la méthode permettant l'estimation la plus juste des imperfections initiales.

### III.5.2.5. Échafaudage de façade — Section circulaire creuse 48,3 mm x 2,9 mm

Cette partie est relative aux résultats de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m (Fig. III.28), réalisé à partir de sections circulaires creuses 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

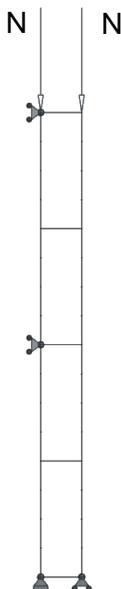


Fig. III.28. Échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

L'Annexe IX.1.4 présente l'application numérique des différentes méthodes du cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ . Seuls les résultats de l'étude comparative de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m (Tableau III.14) sont présentés dans cette partie.

Tableau III.14. Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

	Méthode alternative EC3 et EC9		Méthode conventionnelle EC3		Méthode des courbures (e)
	Courbures (c)	Moments (d)	Déformation manuelle (a)	Charges équivalentes (b)	
$z^{(1)}$ (m)	6	6	-	-	5,897
$C_{nor}$	0,0173	0,0159	-	-	0,0165
$\alpha_{cr} = 1,5$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,6683	0,6105	0,7642	0,7546	0,6372
$Z^{(2)}$ (m)	6	6	6	6	6
% Erreur	+4,9%	-4,2%	+19,9%	+18,4%	0%
$\alpha_{cr} = 2$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,3334	0,3058	0,3752	0,3662	0,3180
$Z^{(2)}$ (m)	6	6	6	6	6
% Erreur	+4,8%	-3,8%	+18%	+15,2%	0%
$\alpha_{cr} = 5$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,0835	0,0769	0,0917	0,0885	0,0797
$Z^{(2)}$ (m)	6	6	6	0	6
% Erreur	+4,8%	-3,5%	+15,1%	+11%	0%

<sup>(1)</sup> $z$  : Altitude du point de comparaison

<sup>(2)</sup> $Z$  : Altitude du point de moment maximal

D'après l'étude comparative menée sur la tour autostable 8 m x 3 m, on constate que les résultats obtenus à partir des deux méthodes conventionnelles sont surestimés vis-à-vis des résultats obtenus à partir des méthodes alternatives et de la nouvelle méthode des courbures. L'écart maximal observé est plus faible que dans le cas de la tour autostable 8 m x 3 m. Cependant, il est important, encore une fois, d'estimer au mieux les imperfections initiales d'une structure pour ne pas surestimer les effets au second ordre de ceux-ci.

Les résultats obtenus à partir des deux méthodes alternatives de l'Eurocode 3 et 9 sont similaires aux résultats obtenus à partir de la méthode des courbures. La différence entre ces deux méthodes et la méthode des courbures réside encore une fois dans la manière de calculer le coefficient de normalisation, et plus particulièrement, dans le choix du point de calcul à prendre en compte dans la détermination de la courbure de la structure. On constate ainsi, que pour l'échafaudage de façade, la courbure maximale de la barre de référence, située à  $Z = 5,897$  m, est comparée à la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure, située à  $Z = 6$  m. Grâce à la méthode des courbures, une barre virtuelle a été construite afin de localiser la courbure maximale de la déformée critique. Dans le cas de l'échafaudage de façade, la courbure maximale est localisée à une altitude de  $Z = 5,897$  m. Ainsi, le coefficient  $C_{nor}$  est donc bien obtenu à partir de la comparaison de deux points localisés à une même altitude. Dans cet exemple, la différence entre le point de courbure maximale de la déformée critique et la section critique de la structure est faible (0,103 m), ce qui engendre de faibles différences entre les résultats ; cependant, comme nous l'avons constaté pour l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m, cette différence peut dans certains cas donner lieu à des divergences plus importantes.

La méthode des courbures, reste, encore une fois, de par sa mise en équation de la déformée critique de la structure, et par sa prise en compte des aspects géométriques, des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du chargement de la structure ; la méthode permettant l'estimation la plus juste des imperfections initiales.

### III.5.2.6. Portique bi-articulé 4 m x 4 m avec chargement asymétrique

Cette partie est consacrée aux résultats pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m (Fig. III.29), réalisé à partir de sections circulaires creuses 60 mm x 6 mm, formée à froid, en acier S320. Le montant droit de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$ , tandis que le montant gauche est soumis à un effort  $N/2$ . L'effort de compression  $N$  est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

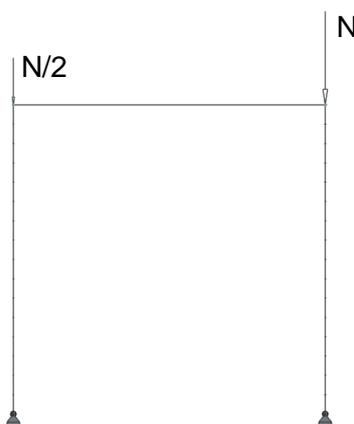


Fig. III.29. Portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

L'Annexe IX.1.5 présente l'application numérique des différentes méthodes du cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ . Seuls les résultats de l'étude comparative du portique bi-articulé sous chargement asymétrique (Tableau III.15) sont présentés dans cette partie.

**Tableau III.15.** Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

	Méthode alternative EC3 et EC9		Méthode conventionnelle EC3		Méthode des courbures (e)
	Courbures (c)	Moments (d)	Déformation manuelle (a)	Charges équivalentes (b)	
$z^{(1)}$ (m)	4	4	-	-	4,035
$C_{nor}$	0,0413	0,0392	-	-	0,0413
$\alpha_{cr} = 1.5$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,7621	0,7237	0,4976	0,5030	0,7615
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	2,75	2,89	4
% Erreur	+0,08%	-4,9%	-34,7%	-33,9%	0%
$\alpha_{cr} = 2$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,3800	0,3617	0,2617	0,2632	0,3798
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	2,45	2,62	4
% Erreur	+0,05%	-4,8%	-31,1%	-30,7%	0%
$\alpha_{cr} = 5$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,0948	0,0904	0,0726	0,0725	0,0947
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	2,25	2,375	4
% Erreur	+0,1%	-4,5%	-23,3%	-23,4%	0%

(1)z : Altitude du point de comparaison

(2)Z : Altitude du point de moment maximal

D'après l'étude comparative menée sur le portique bi-articulé 4 m x 4 m avec chargement asymétrique, on constate que les résultats obtenus à partir des deux méthodes conventionnelles sont sous-estimés vis-à-vis des résultats obtenus à partir des méthodes alternatives et de la nouvelle méthode des courbures. L'écart maximal observé est de 35%. Dans ce cas, avec une mauvaise estimation des imperfections initiales affectant la structure, les effets au 2<sup>nd</sup> ordre induits par ces imperfections initiales risquent d'être sous-estimés eux-aussi, ce qui peut conduire à une mauvaise estimation de la vérification de la stabilité des éléments. Dans cet exemple, les méthodes conventionnelles ne permettent donc pas une estimation sécuritaire des imperfections initiales.

Les résultats obtenus à partir des deux méthodes alternatives de l'Eurocode 3 et 9 sont similaires aux résultats obtenus à partir de la méthode des courbures. La différence entre ces deux méthodes et la méthode des courbures réside encore une fois dans la manière de calculer le coefficient de normalisation, et plus particulièrement, dans le choix du point de calcul à prendre en compte dans la détermination de la courbure de la structure. On constate ainsi, que pour ce portique avec chargement asymétrique, la courbure maximale de la barre de référence, située à  $Z = 4,035$  m, est comparée à la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure, située à  $Z = 4$  m. Grâce à la méthode des courbures, une barre virtuelle a été construite afin de localiser la courbure maximale de la déformée critique. Dans cet exemple, la courbure maximale est localisée à une altitude de  $Z = 4,035$  m. Ainsi, le coefficient  $C_{nor}$  est donc bien obtenu à partir de la comparaison de deux points localisés à une même altitude. La différence que l'on observe entre le point de courbure maximale de la déformée critique et la section critique est très faible (0,035 m), ce qui conduit à de faibles différences entre les résultats ; cependant, comme nous l'avons constaté pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m (§III.5.2.1.2), cette différence peut dans certains cas donner lieu à des divergences plus importantes.

La méthode des courbures, reste, encore une fois, de par sa mise en équation de la déformée critique de la structure, et par sa prise en compte des aspects géométriques, des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du

chargement de la structure ; la méthode permettant l'estimation la plus juste des imperfections initiales.

### III.5.2.7. Portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique (Fig. III.30). Le poteau gauche du portique est réalisé avec une section circulaire creuse 60 mm x 6 mm, formée à froid, en acier S320 ; tandis que le poteau droit est réalisé en section circulaire creuse 100 mm x 10 mm, formée à froid, en acier S320. La traverse du portique est également conçue avec une section circulaire creuse 100 mm x 10 mm. Le montant droit de ce portique est soumis à un effort de compression N et le montant gauche est soumis à un effort N/2. L'effort de compression N est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

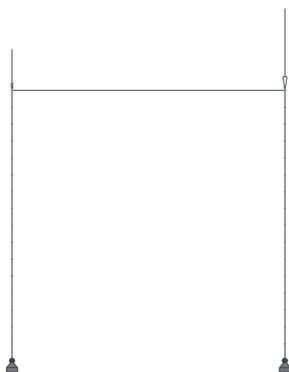


Fig. III.30. Portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

L'Annexe IX.1.6 présente l'application numérique des différentes méthodes du cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ . Seuls les résultats de l'étude comparative du portique bi-articulé sous chargement asymétrique (Tableau III.16) sont présentés dans cette partie.

Tableau III.16. Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

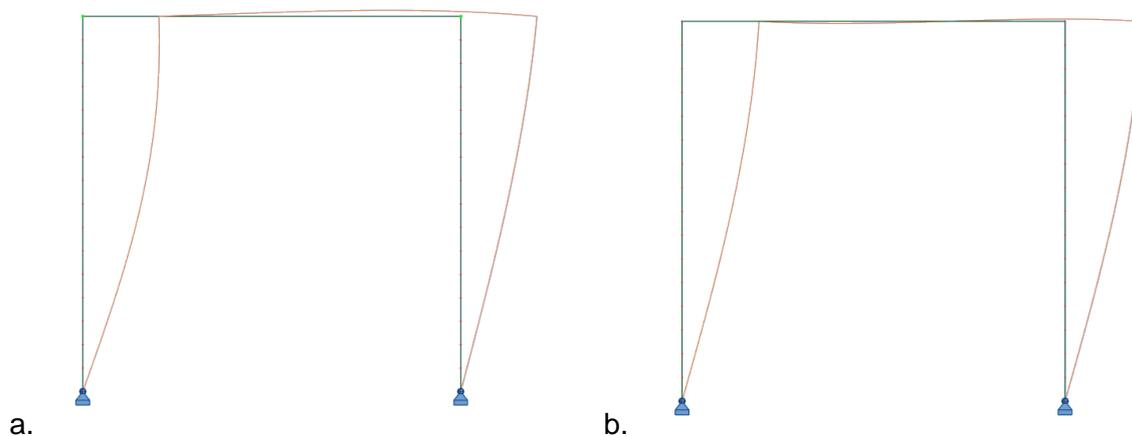
	Méthode alternative EC3 et EC9		Méthode conventionnelle EC3		Méthode des courbures (e)
	Courbures (c)	Moments (d)	Déformation manuelle (a)	Charges équivalentes (b)	
$z^{(1)}$ (m)	4	4	-	-	2,927
$C_{nor}$	0,0357	0,0347	-	-	0,0378
$\alpha_{cr} = 1,5$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	3,9566	3,8475	2,5558	2,9435	4,1870
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	2,5	3,75	4
% Erreur	-5,5%	-8,1%	-39,0%	-29,7%	0%
$\alpha_{cr} = 2$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	2,0045	1,9379	1,4126	1,4607	2,1227
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	3,25	3,25	4
% Erreur	-5,6%	-8,7%	-33,5%	-31,2%	0%
$\alpha_{cr} = 5$					
$M^{I_{Ed}}$ (kN.m)	0,5051	0,4856	0,3710	0,3778	0,5350
$Z^{(2)}$ (m)	4	4	2,75	2,81	4
% Erreur	-5,6%	-9,2%	-30,7%	-29,4%	0%

<sup>(1)</sup>z : Altitude du point de comparaison

<sup>(2)</sup>Z : Altitude du point de moment maximal

D'après l'étude comparative menée sur le portique asymétrique bi-articulé 4 m x 4 m, on constate que les résultats obtenus à partir des deux méthodes conventionnelles sont sous-estimés vis-à-vis des résultats obtenus à partir des méthodes alternatives et de la nouvelle méthode des courbures. L'écart maximal observé est de 40%. Il est important, pour ne pas sous-estimer les effets du second ordre provoqués par les imperfections initiales, de ne pas sous-estimer ces dernières. Dans cet exemple, les méthodes conventionnelles ne permettent donc pas une estimation sécuritaire des imperfections initiales.

Les écarts que l'on observe entre les résultats obtenus à partir des deux méthodes alternatives de l'Eurocode 3 et 9, d'une part, et les résultats obtenus à partir de la méthode des courbures, d'autre part, sont supérieurs aux écarts que l'on a pu obtenir à travers les différents exemples précédents. La différence provient encore une fois dans la manière de calculer le coefficient de normalisation, et plus particulièrement, dans le choix du point de calcul à prendre en compte dans la détermination de la courbure de la structure. On constate ainsi, que pour ce portique asymétrique 4 m x 4 m, la courbure maximale de la barre de référence, située à  $Z = 2,927$  m, est comparée à la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure, située à  $Z = 4$  m. Grâce à la méthode des courbures, une barre virtuelle a été construite afin de localiser la courbure maximale de la déformée critique. Celle-ci est localisée à une altitude de  $Z = 2,927$  m. Ainsi, le coefficient  $C_{nor}$  est donc bien obtenu à partir de la comparaison de deux points localisés à une même altitude. Dans cet exemple, la différence entre le point de courbure maximale de la déformée critique et la section critique de la structure est important (1,073 m), ce qui conduit à des différences plus importantes entre les résultats. Cette différence importante est due à l'asymétrie de la géométrie de la structure qui va conduire à la modification de l'allure de la déformée critique par rapport à la déformée critique d'une même structure symétrique (Fig. III.31).



**Fig. III.31.** Déformée critique du portique 4 m x 4 m bi-articulé : a. asymétrique ; b. symétrique

La méthode des courbures reste donc, de par sa mise en équation de la déformée critique de la structure, et par sa prise en compte des aspects géométriques, des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du chargement de la structure, la méthode permettant l'estimation la plus juste des imperfections initiales.

### III.5.3. Conclusion sur les méthodes de prise en compte des imperfections initiales

L'étude comparative, réalisée sur différentes configurations de structures (géométrie, chargement, section, conditions aux appuis), a permis de mettre en avant plusieurs défauts concernant les méthodes actuelles de détermination des imperfections initiales d'une structure.

Dans un premier temps, en ce qui concerne les méthodes conventionnelles de prise en compte des imperfections : celles-ci reposent sur la définition d'une imperfection globale et d'une imperfection locale. Cependant, les méthodes conventionnelles restent des méthodes purement basées sur la géométrie de la structure. De plus, la manière de les intégrer à la structure (sens) pour obtenir les résultats les plus défavorables, peut, selon les cas, nécessiter plusieurs modèles pour balayer l'ensemble des combinaisons, imperfection globale et imperfection locale, possibles. Les résultats obtenus à partir de ces méthodes conventionnelles sont, suivant les cas, sous-estimés, ce qui engendre que les effets du second ordre dus aux imperfections initiales sont, eux-aussi, sous-estimés. Cette remarque est d'autant plus importante puisque les plus grandes erreurs sont commises pour les faibles valeurs de coefficient  $\alpha_{cr}$ , valeurs pour lesquelles les effets du second ordre sont les plus importants.

Dans un deuxième temps, on observe que les écarts observés entre les méthodes alternatives et la méthode des courbures sont plus faibles. La différence majeure entre ces méthodes provient de la manière dont est calculé le coefficient de normalisation  $C_{nor}$ . En effet, à travers la majorité des exemples, exception faite du cas du portique bi-encasté 4 m x 4 m, la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure n'est pas localisée au même endroit que la courbure maximale de la barre de référence. Ainsi, dans ce cas, la détermination du coefficient de normalisation  $C_{nor}$  repose sur la comparaison de deux points qui ne sont pas localisés à une même position dans les deux structures (structure étudiée et barre de référence). La méthode des courbures permet, dans ces cas, à travers la construction d'une barre virtuelle, de déterminer la courbure maximale de la déformée critique de la structure ; cette courbure étant localisée au même endroit que la courbure maximale de la barre de référence. Le calcul du coefficient  $C_{nor}$  repose donc bien sur la comparaison de deux points localisés à une même altitude dans les deux structures (barre virtuelle et barre de référence).

Le deuxième défaut de la définition actuelle de l'imperfection unique suivant l'Eurocode 3 ou 9, est qu'aucunes indications ne sont données quant à la manière de déterminer la courbure de la déformée critique de la structure. Lorsque celle-ci est déterminée à partir du moment induit par la déformée critique de la structure (méthode (d)), les résultats obtenus sont similaires aux résultats de la méthode des courbures ; à l'exception de l'erreur faite suite au choix du point de calcul. Cependant, lorsque l'on met en équation la déformée critique de la structure, la précision des résultats obtenus repose uniquement sur le choix de l'équation d'approximation ; encore une fois, exception faite de l'erreur commise à travers le choix du point de calcul.

L'équation de la déformée critique de la structure, utilisée dans la méthode des courbures, est issue du principe d'équilibre des énergies de la structure. Cette équation permet donc la détermination exacte de l'équation de la courbure dans la structure.

Ainsi, de par les différents aspects présentés précédemment, la méthode des courbures est une méthode précise, entièrement définie permettant de tenir compte des caractéristiques géométriques, des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du chargement de la structure.

## IV. Estimation des imperfections initiales affectant les sections circulaires creuses

### IV.1. Introduction

La vérification de la stabilité des éléments comprimés fléchis, et par conséquent des éléments simplement comprimés, doit prendre en compte les imperfections initiales les affectant. Comme nous l'avons pu le présenter précédemment, la prise en compte des imperfections initiales peut se faire soit (i) dans le modèle de la structure, soit (ii) en ayant recours à des formules de vérification appropriées. Dans les deux cas, la justesse des résultats obtenus reposera sur l'estimation de l'intensité des imperfections initiales affectant les éléments d'une structure.

À partir de 1955, la C.E.C.M. lance une vaste campagne européenne (Sfintesco, 1970) visant à analyser l'influence de l'élanement et de la forme de la section transversale sur la résistance au flambement d'une barre simple. Les types de profilés testés lors de cette campagne d'essais sont des profilés : I, H, T, tubes ronds, tubes carrés, caisson. Ces essais ont été menés dans sept pays européens, dont la France, avec un mode opératoire commun à l'ensemble de ces pays afin de garantir l'obtention de résultats comparables entre eux.

Les essais ont été réalisés sur des barres articulées de 15 à 20 mètres de long, à l'exclusion des tubes dont la longueur était de moitié. La charge de compression était appliquée de sorte à être centrée sur l'élément testé, avec une tolérance analogue à la tolérance présente dans la construction. La mise en charge des éléments a été réalisée de manière progressive et continue.

Le programme d'essai, commun à l'ensemble des pays, nécessitait, en amont, l'évaluation de la flèche initiale des éléments et le relevé des dimensions des profilés sur cinq sections réparties sur toute la hauteur de l'élément. Au cours de l'essai, les déformations des éléments et la charge d'affaiblissement des barres ont été mesurées.

Les valeurs des charges d'affaiblissement obtenues au cours de cette campagne d'essai ont ensuite fait l'objet d'une exploitation statistique (Jacquet, 1970) visant à déterminer une charge d'affaiblissement conventionnelle pour chaque type de profilé avec un élanement donné. Cette étude statistique a permis, à la Convention Européenne de la Construction Métallique, d'établir, en 1977, cinq courbes de flambement (Fig. II.10) : la courbe 'a<sub>0</sub>' pour les profilés quasiment parfaits ; la courbe 'a' relative aux profilés avec un très faible degré d'imperfections ; la courbe 'b' pour les profilés possédant un degré moyen d'imperfections ; la courbe 'c' pour les profilés présentant de nombreuses imperfections ; la courbe 'd' relative aux profilés dont le degré d'imperfections est important. Pour chaque type de section transversale, une courbe de flambement a été attribuée (Tableau II.2) suivant les résultats obtenus lors de la campagne d'essai. Parmi l'ensemble de ces profilés, on retiendra essentiellement, ici, la courbe de flambement relative aux sections circulaires creuses. Ainsi, la courbe de flambement d'un profilé circulaire creux formé à chaud est la courbe a ; tandis que la courbe de flambement d'un profilé circulaire creux formé à froid est la courbe c.

L'attribution de ces courbes de flambement a été effectuée sur la base de la campagne d'essai réalisée dans les années 1955. Cependant, les procédés de fabrication industrielle ont depuis évolués et se sont améliorés, ce qui peut laisser penser que les imperfections initiales, induites lors du processus de fabrication, ont pu être réduites.

À travers ce chapitre, nous nous proposons de réviser, à travers une nouvelle campagne d'essai, le choix de la courbe de flambement pour les sections circulaires creuses. Cette campagne d'essai, menée au sein du laboratoire, a été réalisée en collaboration avec le SFECE. Trois fournisseurs d'échafaudage européens ont fourni l'ensemble des éléments testés. La campagne d'essai a été menée en deux temps.

- (a) Une première phase d'essai a été menée sur des barres circulaires creuses simples, formées à chaud ou à froid. L'ensemble de ces essais ont été effectué dans le cadre de la thèse de Ali Khamisi (Khamisi, 2016). Le mode opératoire de ces essais sur les barres simples, ainsi que les résultats obtenus seront rappelés dans la partie IV.2. Une exploitation statistique, basée sur celle effectuée par Jacquet (1970) sera ensuite réalisée.
- (b) Une seconde phase d'essai a consisté à tester des structures d'échafaudage, à savoir des échelles d'échafaudage. L'objectif de ces essais est de pouvoir déterminer l'influence des défauts d'assemblage pouvant apparaître dans une structure. Le mode opération, les résultats et l'exploitation statistique de ces essais en vraie grandeur sont présentés dans la partie IV.3.

## IV.2. Essais expérimentaux sur des barres isolées

### IV.2.1. Dispositif et mode opération des essais

Dans le cadre de sa thèse, Ali Khamisi (2016) a effectué la première phase de la campagne d'essai visant à déterminer le degré d'imperfections de barres circulaires creuses simples. Pour cela, un dispositif d'essai a été mis en place au sein du laboratoire (Fig. IV.1), permettant d'étudier le comportement au flambement d'éléments de 2 m de longueur. Ce dispositif est composé : d'un portique de chargement, d'un système permettant de donner une courbe initiale à l'élément testé ainsi que d'un système de mesure.



Fig. IV.1. Dispositif d'essai pour les barres simples

Les barres testées possèdent des caractéristiques largement usitées dans le domaine des échafaudages. De 48,3 mm de diamètre, deux épaisseurs de tubes ont été étudiées, à savoir une épaisseur de 2,7 mm et une épaisseur de 3,2 mm. Pour ces deux sections, la limite élastique de l'acier et le module d'élasticité sont respectivement 320 MPa et 210 000 MPa. Tous les tubes sont formés à froid. On différenciera également les essais réalisés sur des éléments en acier galvanisé ou non, et les essais réalisés sur des tubes simples ou des montants d'échafaudage.

Le système de notation suivant a été adopté pour différencier les éléments : TN pour les tubes non-galvanisés, TG pour les tubes galvanisés, PGD pour les montants d'échafaudage non-galvanisés et PG pour les montants d'échafaudage galvanisés.

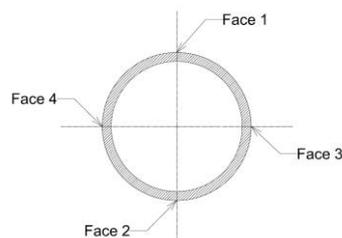
Le système d'appuis a été conçu au sein de laboratoire et consiste en deux appuis tournevis (Fig. IV.2) assurant une parfaite articulation de la barre à ces extrémités.



**Fig. IV.2.** Dispositif d'appuis : appuis tournevis

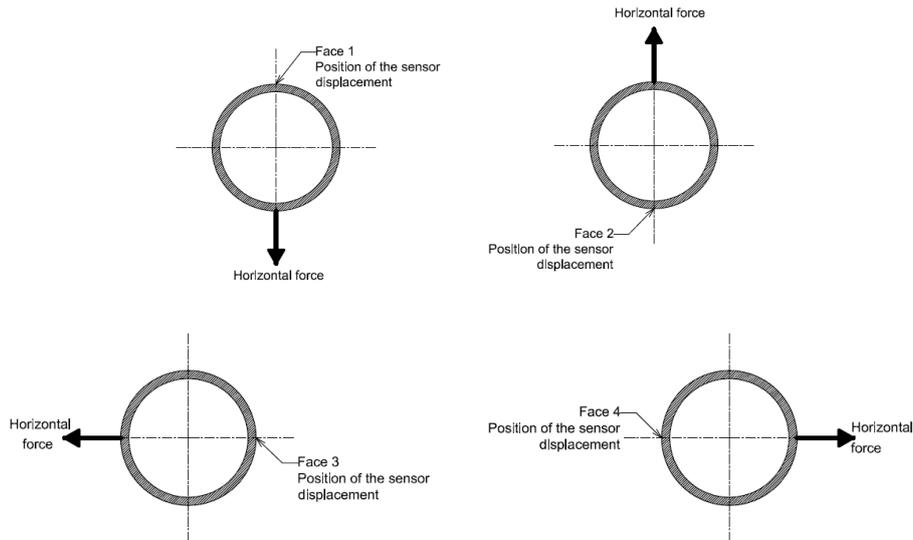
La charge est exercée sur les éléments au moyen d'une presse hydraulique de 250 T de sorte à être centrée sur les barres testées.

Comme il n'est pas possible de prévoir le sens de déplacement de la barre en amont du test, chacune d'elles a été divisée en quatre faces (Fig. IV.3). Ensuite, une charge horizontale, a été appliquée sur une face donnée, de sorte à créer une déformation initiale suivant un axe donné. Cette charge horizontale, d'intensité 0,6 kN, est exercée à mi-hauteur de l'élément et reste constante durant tout l'essai de flambement. Le flambement de la barre se produit ainsi suivant l'axe choisi.



**Fig. IV.3.** Différenciation des quatre faces d'un élément

Un capteur de déplacement est disposé sur la face opposée au point d'application de la force horizontale. Ce capteur doit permettre de déterminer la déformation de la barre sous le chargement horizontal de 0,6 kN, puis par la suite, durant l'essai de flambement, de suivre son déplacement en fonction de la charge de compression supplémentaire exercée. Les quatre faces de chaque élément sont testées suivant le même protocole en respectant les dispositions données sur la Fig. IV.4.



**Fig. IV.4.** Localisation du capteur de déplacement suivant la face étudiée

Le protocole de chaque essai consiste donc à :

- (a) Appliquer la charge horizontale seule, de 0,6 kN, à mi-hauteur de la barre. Cette charge restera constante pendant toute la suite de l'essai.
- (b) Relever la déformation horizontale de la barre sous cette charge horizontale. Le Tableau IV.1 résume l'ensemble des déplacements horizontaux obtenus pour chaque face de chaque élément testé. Le déplacement moyen obtenu sous cette charge horizontale de 0,6 kN est de 5 mm.
- (c) Appliquer la charge de compression en cycle de charge et décharge, de sorte de ne solliciter l'élément que dans son domaine de déformation élastique linéaire.
- (d) Relever la déformation horizontale de l'élément suivant ces cycles de charge/décharge grâce à un capteur de déplacement connecté à une centrale d'acquisition.

Le déplacement de chaque face, sous la charge de compression seule, est obtenu en déduisant, du déplacement total mesuré, le déplacement horizontal initial obtenu sous la charge horizontale seule. Les courbes expérimentales  $P-\Delta$  (force/déplacement) sont ainsi obtenues pour chaque face de chaque élément et sont comparées entre elles, de sorte à identifier, pour chaque élément, la face de déformation prédominante.

**Tableau IV.1.** Déplacement horizontal de chaque face de chaque élément sous la charge horizontale de 0,6 kN

Élément	Déplacements horizontaux (mm)				
	Face 1	Face 2	Face 3	Face 4	Face 5
<b>TN01</b>	4.91	4.57	4.84	4.97	5.10
<b>TN02</b>	5.20	5.18	5.23	5.34	5.18
<b>TN03</b>	5.06	4.64	6.26	5.65	5.70
<b>TN04</b>	5.10	4.90	5.27	5.10	5.10
<b>TN05</b>	5.21	5.17	5.17	5.17	4.60
<b>TG01</b>	4.90	5.14	5.12	5.23	--
<b>TG02</b>	4.96	4.50	5.11	4.35	5.20
<b>TG03</b>	4.66	5.03	4.75	5.23	5.23
<b>TG04</b>	4.76	4.71	4.87	3.85	4.77
<b>TG05</b>	4.93	5.04	5.01	5.03	5.07
<b>PG01</b>	4.96	4.50	4.74	4.96	4.96
<b>PG02</b>	5.44	5.30	5.09	4.86	5.07
<b>PG03</b>	5.01	4.26	5.24	5.38	5.15
<b>PG04</b>	5.15	4.94	5.15	4.84	4.94
<b>PGD01</b>	4.67	4.35	4.46	4.34	4.43
<b>PGD02</b>	4.39	4.23	4.46	4.27	4.46
<b>PGD03</b>	4.24	4.24	4.13	4.24	4.46
<b>PGD04</b>	4.35	4.47	4.35	4.35	4.42
<b>PGD05</b>	4.47	4.30	4.00	4.44	4.44

Une fois la face présentant les déformations les plus prédominantes identifiée, la charge horizontale est supprimée, et chaque élément est testé en compression simple jusqu'à sa ruine. La Fig. IV.5 présente la forme de la déformée d'une barre à la ruine.



**Fig. IV.5.** Déformation finale d'une barre à la ruine

## IV.2.2. Résultats expérimentaux

L'acquisition des mesures a donc permis de suivre l'évolution du déplacement horizontal des barres simples au cours du chargement. Les figures Fig. IV.6 et Fig. IV.7 présentent les résultats expérimentaux obtenus respectivement pour les barres 48,3 mm x 2,7 mm et 48,3 mm x 3,2 mm. Les courbes expérimentales P- $\Delta$  sont comparées aux courbes théoriques.

Pour obtenir les courbes théoriques, on exprime dans un premier temps le déplacement maximal  $\Delta$  qu'il est physiquement possible de mesurer au cours de l'essai. Sous une charge de compression N donnée, le déplacement maximal  $\Delta$  de la barre est obtenu à mi-hauteur de la barre, et, correspond au déplacement total,  $d_{fin}$ , sous la charge de compression N, auquel on déduit l'imperfection initiale maximale,  $e_0$ , affectant la barre en dehors de tout chargement :

$$\Delta = d_{fin} - e_0 = e_0 \cdot \frac{N}{N_{cr} - N} \quad (4.1)$$

La charge critique  $N_{cr}$  de la barre peut être déduite de l'équation suivante :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (4.2)$$

$L_{cr}$  correspond à la longueur de flambement de l'élément testé. Dans le cas des essais sur les barres simples bi-articulées, la longueur de flambement est identique à la longueur de la barre, à savoir 2 m.

L'imperfection initiale maximale de la barre,  $e_0$ , est déterminée à partir de l'équation :

$$e_0 = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{ef}}{A} \quad (4.3)$$

Deux courbes force/déplacement théoriques sont comparées aux résultats expérimentaux, à savoir : (i) une courbe théorique avec un facteur d'imperfection  $\alpha$  égal à 0,49, c'est-à-dire le facteur d'imperfection pour les sections tubulaires formées à froid ; (ii) la courbe théorique avec un facteur d'imperfection  $\alpha$  correspondant au facteur d'imperfection des sections tubulaires formées à chaud, à savoir :  $\alpha = 0,21$

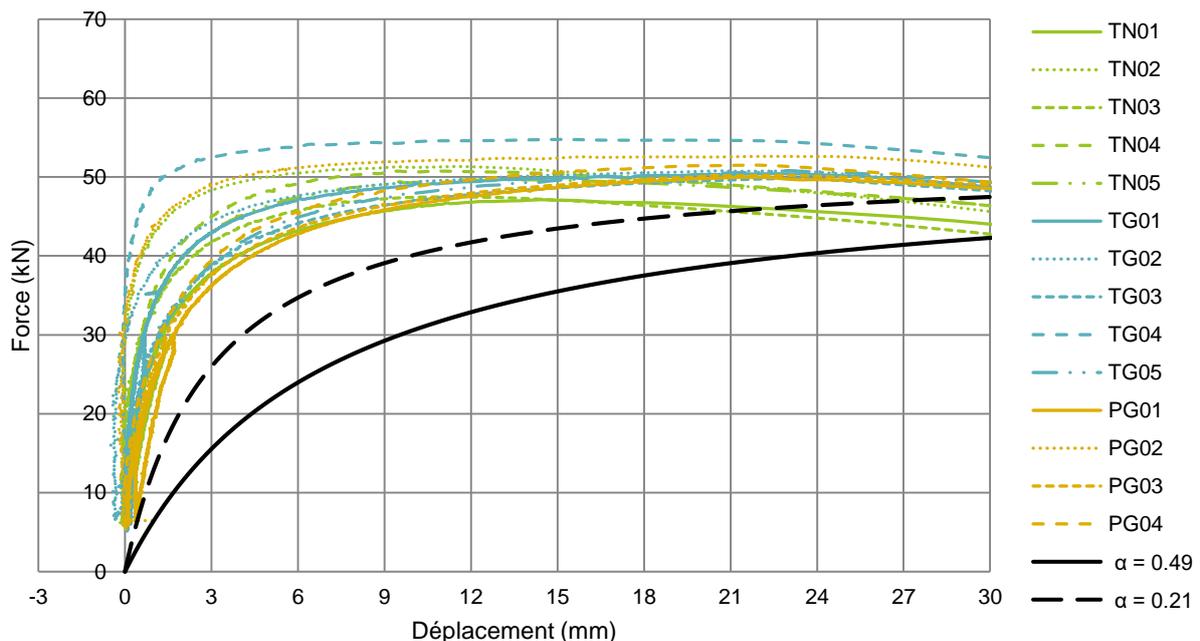


Fig. IV.6. Courbes P- $\Delta$  pour les barres 48,3 mm x 2,7 mm

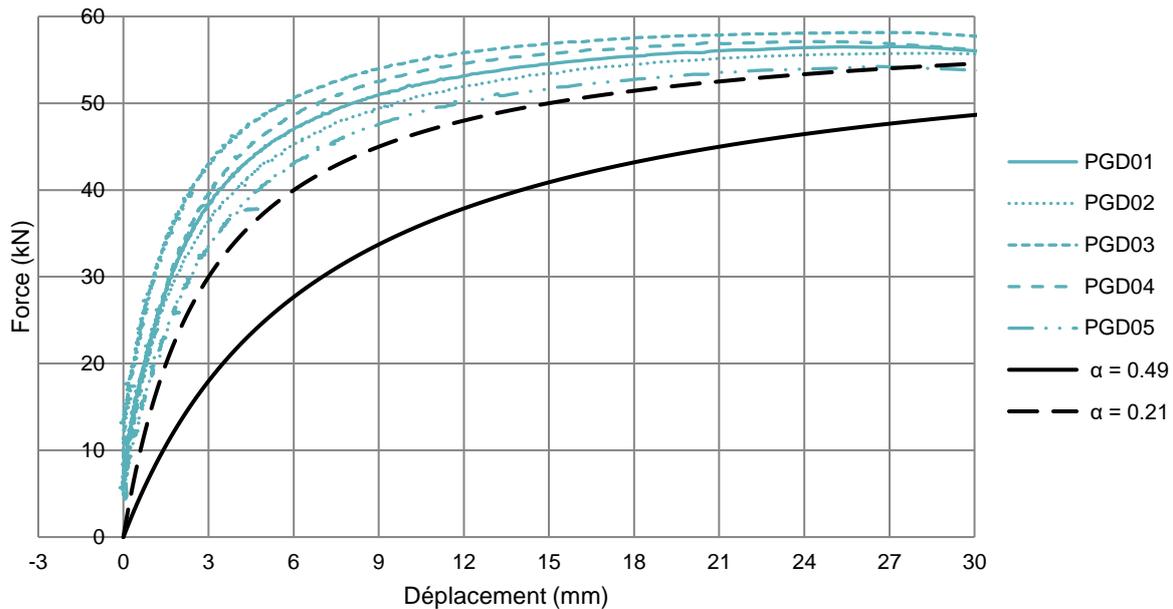


Fig. IV.7. Courbes P- $\Delta$  pour les barres 48,3 mm x 3,2 mm

En comparant les courbes P- $\Delta$  expérimentales et théoriques, il est possible d'observer que le comportement théorique des sections tubulaires formées à froid ( $\alpha = 0,49$ ) ne reflète pas le comportement expérimental des sections courantes dans le domaine des échafaudages. On peut cependant faire remarquer que le comportement théorique des sections tubulaires formées à chaud ( $\alpha = 0,21$ ) reflète d'avantage le comportement réel au flambement de ces éléments. En outre, Ali Khamisi (2016) montre, à travers des essais expérimentaux, que le comportement de ces tubes formés à froid est identique à celui de tubes formés à chaud.

Afin de déterminer, plus précisément, une valeur de facteur d'imperfection  $\alpha$ , issue des essais expérimentaux de barres simples au flambement, il est nécessaire d'avoir recours à une étude statistique des résultats. Cette étude statistique, présentée dans la partie IV.2.3, est basée sur l'exploitation statistique réalisée par J. Jacquet (1970) dans le cadre de la campagne d'essai de flambement lancée par la C.E.C.M.

### IV.2.3. Étude statistique

L'ensemble des résultats, obtenus par Ali Khamisi (2016), provenant des essais de flambement sur des barres simples bi-articulées, font l'objet d'une exploitation statistique., permettant de déterminer une valeur conventionnelle de charge ultime des barres simples sur des bases probabilistes. Cette valeur de charge ultime conventionnelle permettra par la suite d'établir une valeur de facteur d'imperfection, pour les sections tubulaires formées à froid, basée sur l'expérimentation. Afin de permettre la comparaison entre les résultats obtenus lors de la campagne d'essai du C.E.C.M., et, les résultats obtenus par Ali Khamisi, nous mènerons l'étude statistique en se basant sur l'étude statistique accomplie par J. Jacquet (1970) dans le cadre des expérimentations menées par le C.E.C.M.

La première étape de l'étude statistique consiste à mettre en avant que les résultats expérimentaux obtenus peuvent être approchés par une loi de distribution normale (distribution de Gauss). Pour cela, J. Jacquet présente deux méthodes : (i) la méthode de la droite de Henry ; (ii) la méthode des moments. La méthode de la droite de Henry présente le désavantage de n'être qu'une simple méthode graphique et donc de manquer, selon nous, de précision. La méthode des moments sera donc utilisée pour la vérification de la normalité de la distribution des résultats expérimentaux.

Les paramètres calculés à travers la méthode des moments sont :

- a. moyenne :  $m = \frac{\sum x}{N}$
- b. écart à la moyenne :  $y_i = x_i - m$
- c. coefficients :  $S_2 = \sum y_i^2$        $S_3 = \sum y_i^3$        $S_4 = \sum y_i^4$
- d. coefficients:  $K_2 = \frac{S_2}{N-1}$   
 $K_3 = \frac{NS_3}{(N-1)(N-2)}$   
 $K_4 = \frac{N(N+1)S_4 - 3(N-1)S_3^2}{(N-1)(N-2)(N-3)}$
- e. variance :  $s = (K_2)^{1/2}$
- f. coefficients :  $G_1 = \frac{K_3}{K_2^{3/2}}$        $G_2 = \frac{K_4}{K_2^2}$
- g. coefficients  $s_1$  and  $s_2$  :  $s_1 = \sqrt{\frac{6N(N-1)}{(N-2)(N+1)(N+3)}}$   
 $s_2 = \sqrt{\frac{24N(N-1)^2}{(N-3)(N-2)(N+3)(N+5)}}$
- h. rapport :  $V_1 = G_1/s_1$        $V_2 = G_2/s_2$

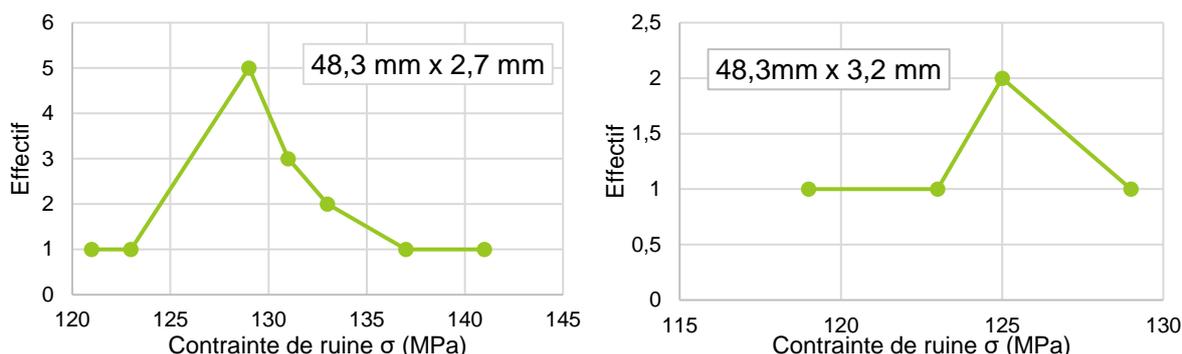
Une répartition est dite parfaitement normale lorsque :  $V_1 = V_2 = 0$ . On peut cependant accepter l'hypothèse de normalité d'une répartition lorsque les rapports  $V_1$  et  $V_2$  restent faibles. On retiendra la limite suivante :  $V_1 \leq 3$  et  $V_2 \leq 3$ .

Afin d'effectuer cette exploitation statistique, on détermine, dans un premier temps, la valeur de la charge ultime expérimentale pour chaque essai à partir des courbes expérimentales P- $\Delta$ , et ainsi en déduire la contrainte de ruine correspondante. Le Tableau IV.2 présente les valeurs obtenues.

**Tableau IV.2.** Charges de ruine et contraintes de ruines expérimentales

Section	Éléments	P <sub>r,exp</sub> (kN)	$\sigma_{r,exp}$ (MPa)
48,3 mm x 2,7 mm	TN01	47	121,512
	TN02	51,4	132,888
	TN03	47,5	122,805
	TN04	51	131,854
	TN05	49,8	128,751
	TG01	50,2	129,785
	TG02	50,7	131,078
	TG03	49,8	128,751
	TG04	54,7	141,419
	TG05	50,7	131,078
	PG01	50	129,268
	PG02	52,7	136,249
	PG03	50,1	129,527
	PG04	51,3	132,629
48,3 mm x 3,2 mm	PGD01	56,5	124,615
	PGD02	55,7	122,851
	PGD03	58,2	128,365
	PGD04	57	125,718
	PGD05	54,2	119,543

La répartition des effectifs des essais expérimentaux est donnée sur la Fig. IV.8.



**Fig. IV.8.** Répartition des effectifs des essais expérimentaux

La méthode des moments, présentée précédemment, est menée avec ces valeurs de contrainte de ruine expérimentales. Le Tableau IV.3 présente les différents paramètres calculés dans cette méthode.

**Tableau IV.3.** Paramètres de la méthode des moments pour les essais sur les barres simples

Section	Effectif total N	Moyenne m (MPa)	Variance s (MPa)	Ratio $V_1$	Ratio $V_2$
48,3 mm x 3,2 mm	5	124,219	3,611	-0,303	0,246
48,3 mm x 2,7 mm	14	130,542	4,868	0,301	0,123

Les résultats de la méthode des moments permettent d'affirmer l'hypothèse de normalité des résultats expérimentaux. Ainsi, dans le cas d'une répartition gaussienne, la valeur conventionnelle de contrainte de ruine peut être déterminée à partir de l'équation (4.4).

$$\sigma_{r,conv} = m - 2s \quad (4.4)$$

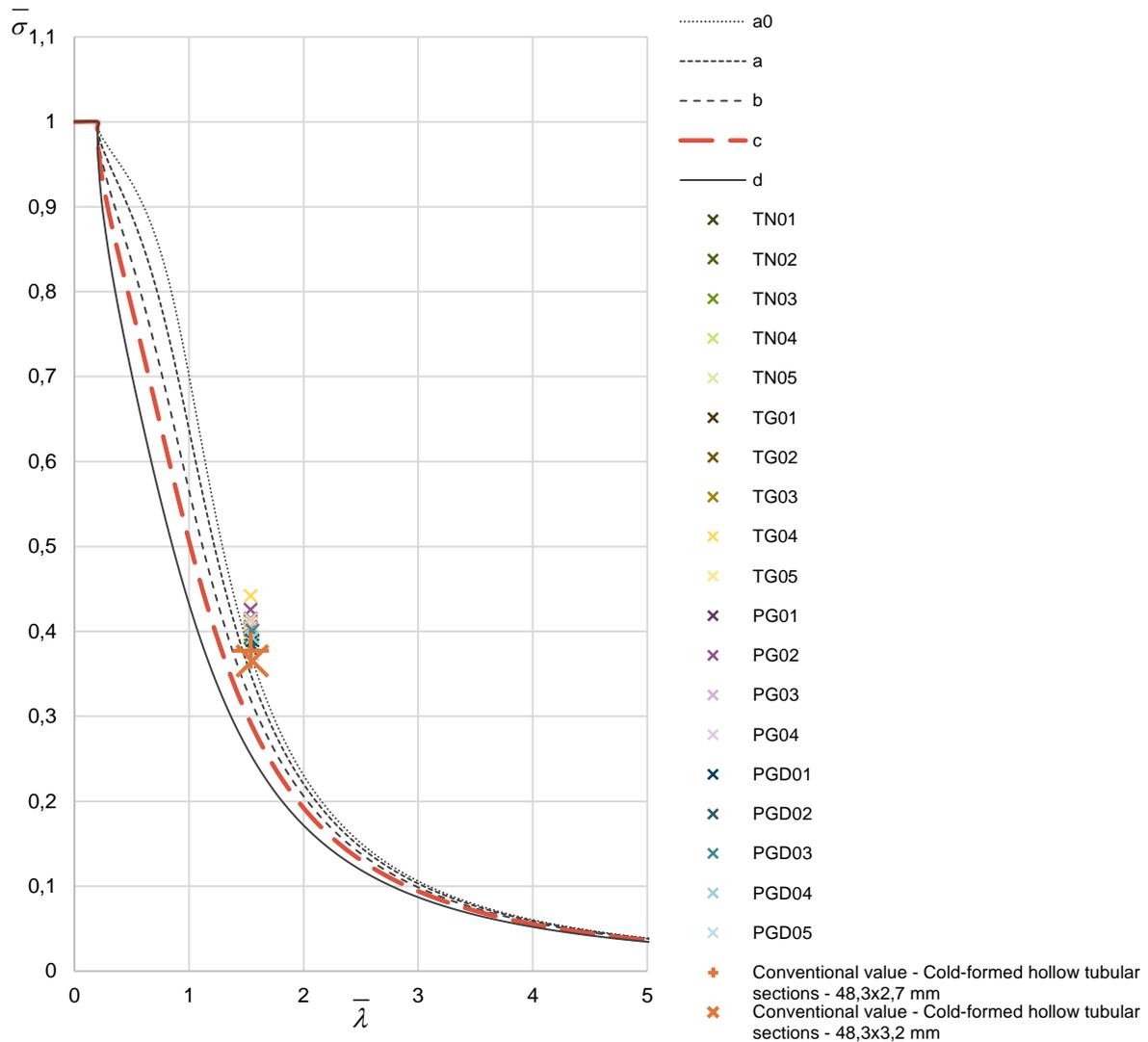
Les valeurs conventionnelles de contrainte de ruine sont données dans le Tableau IV.4. On en déduit également la valeur de charge de ruine conventionnelle pour les deux sections.

**Tableau IV.4.** Valeurs conventionnelles de la contrainte et de la charge de ruine pour les essais sur les barres simples.

Section	$\sigma_{r,conv}$ (MPa)	$P_{r,conv}$ (kN)	$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{r,conv}}{f_y}$
48,3 x 3,2 mm	116,978	53,037	0,366
48,3 x 2,7 mm	120,807	46,727	0,378

#### IV.2.4. Conclusions

En vue d'une comparaison avec les résultats provenant de la campagne d'essai menée par la Convention Européenne de la Construction Métallique, l'ensemble des résultats expérimentaux obtenu ainsi que les valeurs conventionnelles déterminées dans l'étude statistique sont repérés dans le graphique des courbes européennes de flambement (Fig. IV.9). La totalité des essais concernant des sections tubulaires formées à froid, la courbe de flambement correspondant à ce type de section, à savoir la courbe 'c', a été mise en évidence sur cette même figure.



**Fig. IV.9.** Localisation des résultats expérimentaux des essais sur les barres simples sur les courbes Européennes de flambement

À travers la Fig. IV.9, il est possible d’observer que, les résultats obtenus, à partir des essais sur les barres simples, permettent d’aboutir à la conclusion que la courbe de flambement actuellement définie pour les sections tubulaires formées à froid est trop sécuritaire et ne permet pas de refléter au mieux les imperfections initiales affectant ce type de section transversale.

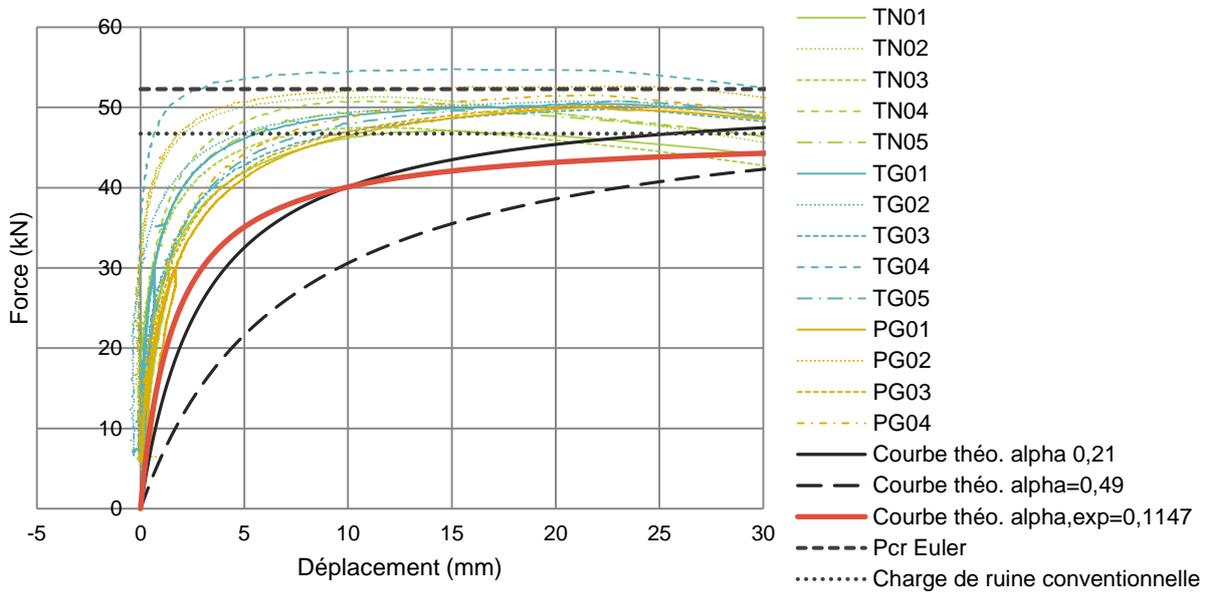
R. Maquoi et J. Rondal (1978) proposent une expression mathématique des courbes européennes. Cette expression mathématique est rappelée dans la partie II.3.2 avec l’équation (2.24). À partir de cette équation, on détermine donc une valeur de facteur d’imperfection expérimentale, notée  $\alpha_{exp}$ , pour chacune des deux valeurs conventionnelles, issue de l’exploitation statistique. Le Tableau IV.5 présente les facteurs d’imperfection obtenus.

**Tableau IV.5.** Valeurs expérimentales de facteurs d’imperfections pour les essais sur les barres simples

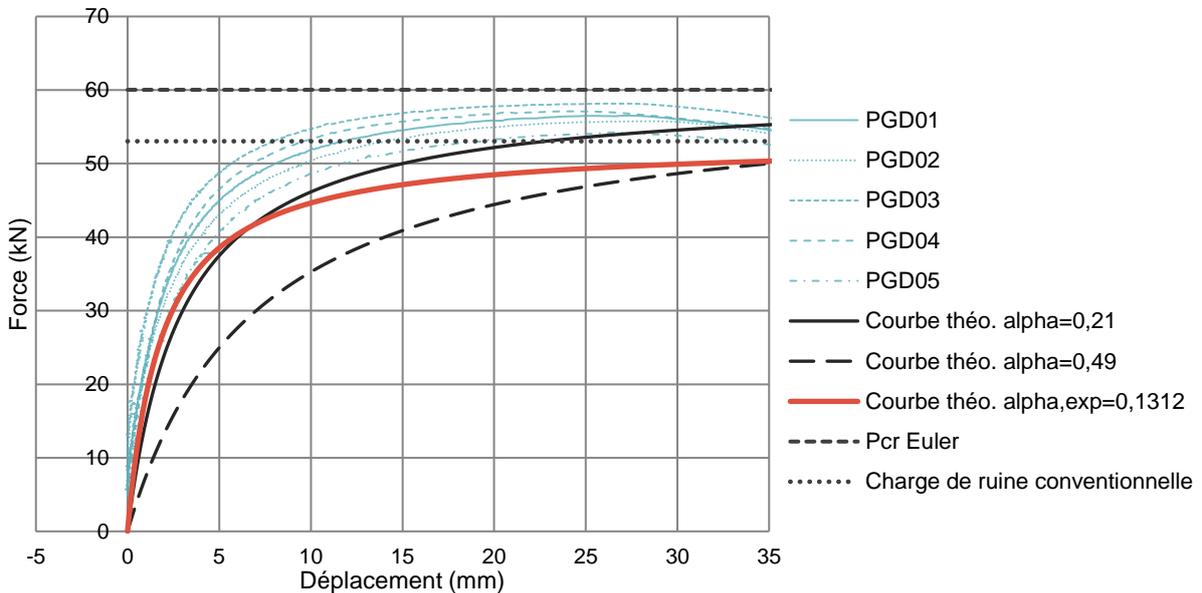
Section	$\alpha_{exp}$
48,3 mm x 3,2 mm	0,1312
48,3 mm x 2,7 mm	0,1147

Il est évident que le facteur d'imperfection théorique, défini dans l'Eurocode 3 (CEN, 2005), est loin de refléter les résultats obtenus ici pour les sections courantes présentes dans le domaine des échafaudages. Les résultats obtenus sont davantage proches des valeurs d'imperfections pour des sections tubulaires formées à chaud, à savoir :  $\alpha = 0,21$ .

Les figures Fig. IV.10 et Fig. IV.11 permettent de visualiser les courbes théoriques avec les facteurs d'imperfections donnés dans le Tableau IV.5.



**Fig. IV.10.** Nouvelle courbe  $P \Delta$  théorique pour les barres simples 48,3 mm x 2,7 mm



**Fig. IV.11.** Nouvelle courbe  $P \Delta$  théorique pour les barres simples 48,3 mm x 3,2 mm

On note que les nouvelles courbes théoriques permettent de mieux refléter le comportement réel des barres simples, tout en restant sécuritaire.

Ces essais de flambement sur les barres simples ne permettent de caractériser que les imperfections affectant un élément seul. Cependant, lors de la conception d'un échafaudage ou d'une structure tubulaire, d'autres types d'imperfections sont observés, tels que des inclinaisons entre les montants ou des inclinaisons au niveau des appuis d'extrémités (vérins en pied ou fourches en tête). Afin de caractériser ces imperfections, affectant une structure

dans sa globalité, des essais en vraie grandeur portant sur des structures à sections tubulaires ont été réalisées au sein du laboratoire.

### IV.3. Essais expérimentaux sur les structures d'échafaudage en vraie grandeur

Dans la littérature scientifique, on trouve plusieurs études consacrées à l'étude des imperfections affectant les structures d'échafaudage. En effet, ces structures, présentant un élancement important, sont sensibles aux instabilités. L'analyse globale de la structure, ou tout du moins les critères de vérification, doivent ainsi prendre en compte et quantifier les imperfections initiales les affectant.

Ainsi, T. Chandrangu et K.J.R. Rasmussen (2009, 2011) ont mené des essais visant à étudier le comportement au flambement et à déterminer la charge de ruine de structure d'échafaudage. Chaque structure est composée de trois-par-trois trames conçues à partir d'une tour d'échafaudage simple, de type Cuplok. La largeur de chaque trame est restée constante pour l'ensemble des essais, mais plusieurs configurations de hauteurs et d'appuis ont été étudiées. Ils ont ainsi obtenu les courbes  $P \Delta$  à différents points de la structure. Ils ont ensuite cherché à développer un modèle spatial d'éléments finis, utilisant le logiciel d'éléments finis Strand7 (2009), visant à analyser le comportement de ce type de structure. Ces modèles prennent en compte les imperfections initiales affectant la structure et les propriétés de non-linéarité des matériaux de l'ensemble des éléments de la structure. Ils ont été ensuite calibrés à partir des courbes  $P \Delta$  et des charges de ruines expérimentales obtenues à travers les essais. Une fois le modèle de base développé, différents paramètres peuvent varier, tels que la rigidité des liaisons moises-poteaux, des excentricités en partie inférieure ou supérieure, afin de prédire le comportement d'une structure d'échafaudage. Les résultats issus de cette étude montrent que l'analyse par éléments finis de structures d'échafaudage permet de déterminer, assez précisément, le comportement au flambement d'une structure et surtout prédire sa charge de ruine.



Fig. IV.12. Système d'échafaudage Cuplok.

De la même manière, J.L. Peng et al. (2013) se sont également consacrés au développement de modèles numériques permettant de prédire la charge de ruine de structure d'échafaudage quelconque. Pour se faire, ils ont réalisé des essais expérimentaux sur des tours d'échafaudage avec ou sans diagonales. Durant ces essais, ils ont suivi le déplacement de la structure en fonction du chargement et ont mesuré la charge de ruine pour chaque structure. Ces essais leur ont ensuite permis de valider le modèle numérique, préalablement défini, pour prédire le comportement et la charge de ruine d'une structure d'échafaudage quelconque.

T. Chandrangu et K.J.R. Rasmussen (2011a), dans leur article, ne se sont pas consacrés à quantifier les imperfections initiales d'une structure d'échafaudage complète, mais à quantifier les imperfections initiales et donc déterminer la rigidité du système de liaison moise/poteau Cuplok (Fig. IV.13).

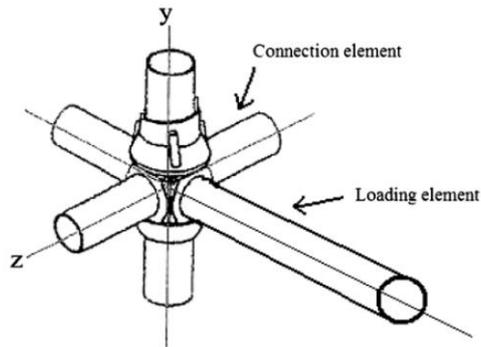


Fig. IV.13. Système de liaison moise/poteau Cuplok.

On constate donc que beaucoup d'études sont consacrées au développement de modèle par éléments finis mais aucunes analyses des imperfections initiales pouvant affecter les sections de type montants d'échafaudage ne sont effectuées. Dans cette partie, nous allons donc nous intéresser à quantifier les imperfections initiales affectant les structures d'échafaudage, conçues à partir d'éléments préfabriqués.

#### IV.3.1. Dispositif et mode opératoire des essais en vraie grandeur

La seconde phase de la campagne d'essais visant à estimer le degré d'imperfections affectant les sections tubulaires a donc consisté à étudier le comportement au flambement de structure d'échafaudage. L'ensemble de cette campagne d'essais a été mené en collaboration avec le Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement. Afin de mener à bien cette seconde phase de la campagne d'essais, un dispositif d'essai en vraie grandeur a été conçu au sein du laboratoire (Fig. IV.14).

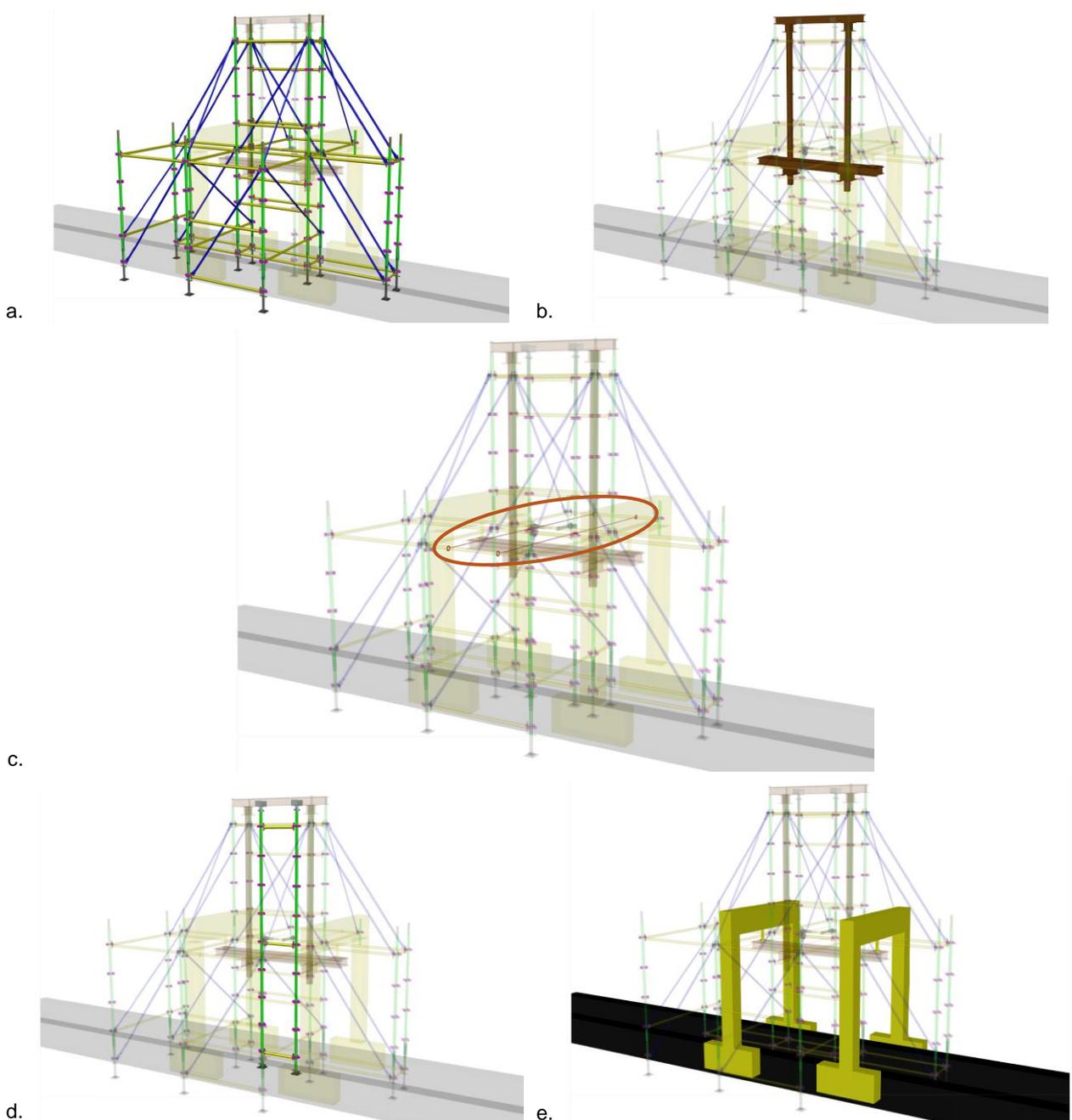


Fig. IV.14. Dispositif d'essai en vraie grandeur pour les essais sur les échelles d'échafaudage

Le dispositif en vraie grandeur est composé : d'une structure permettant le montage et le maintien de l'échelle testée (Fig. IV.15a) ; d'un chevêtre (Fig. IV.15b) permettant la transmission de la charge entre les portiques de chargement (Fig. IV.15e) et la partie haute de l'échelle testée ; de câbles métalliques assurant le maintien dans le plan de l'échelle testée (Fig. IV.15c) ; et, en Fig. IV.15d, la structure testée.

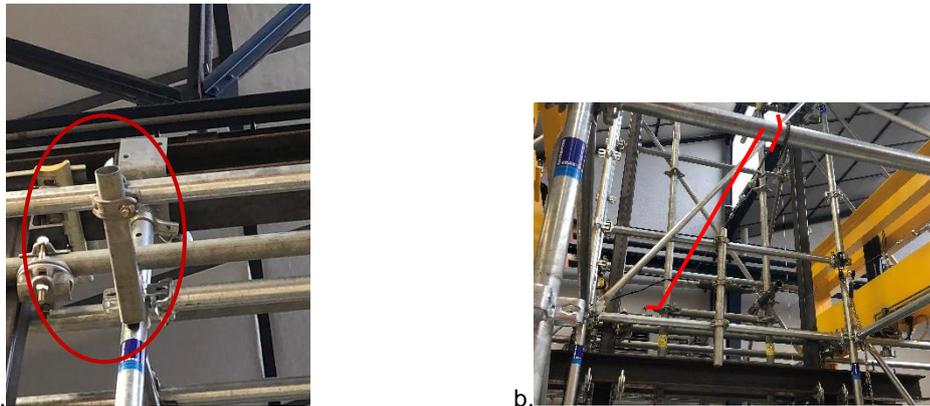
Les structures testées se présentent donc sous la forme d'échelles réalisées à partir de montants et de moises de structures d'échafaudage. Le dispositif actuel permet d'effectuer des essais sur des échelles de 4 m de hauteur (hauteur entre la moise supérieure et la moise inférieure) et 0,7 m de largeur.

Les échelles sont soumises à une charge de compression pure. La charge est exercée grâce aux deux vérins hydrauliques des portiques de chargement présents au laboratoire et du chevêtre permettant de transmettre cette charge en partie haute de l'échelle.



**Fig. IV.15.** a) Structure permettant l'assemblage et assurant le maintien ; b) Chevêtre ; c) Câbles métalliques ; d) Structure testée ; e) Portiques de chargement.

L'étude du comportement au flambement des échelles d'échafaudage est effectuée à partir de l'analyse du déplacement horizontal dans le plan de l'échelle au cours de cycles de chargement et déchargement. Afin de mesurer correctement le déplacement horizontal de l'échelle dans son plan, il est nécessaire d'assurer le maintien de l'échelle. Initialement, ce maintien a été réalisé au moyen de tubes placés le long des deux montants de l'échelle (Fig. IV.16a). L'inconvénient de cette méthode est que les tubes présents le long des montants induisaient des frottements, ce qui limitait les déplacements de l'échelle dans le plan. Le maintien a donc été, par la suite, assuré au moyen de deux câbles métalliques placés à mi-hauteur du poteau et fixés à la structure fixe (Fig. IV.16b) du dispositif d'essai.



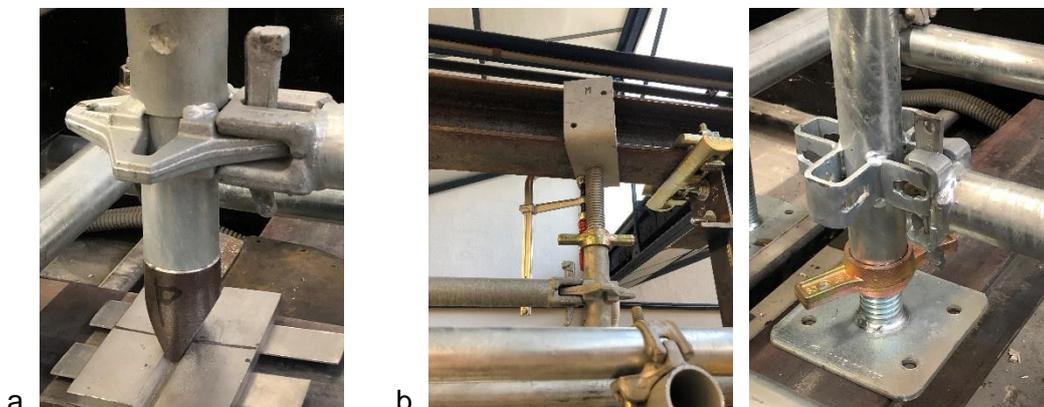
**Fig. IV.16.** Maintien dans le plan: a) avec des tubes ; b) au moyen de câbles métalliques

Plusieurs échelles ont été testées avec des configurations similaires mais provenant de trois fournisseurs d'échafaudage différents. Les caractéristiques géométriques, ainsi que les caractéristiques des matériaux des différents matériels testés sont données dans le Tableau IV.6. Cependant, il est important de noter que toutes les échelles testées sont réalisées à partir de sections circulaires creuses formées à froid.

**Tableau IV.6.** Propriétés des échafaudages.

Section	Dimensions de la section transversale	Limite d'élasticité $f_y$ (MPa)
A	48,3 mm x 2,7 mm	320
B	48,3 mm x 2,9 mm	320
C	48,3 mm x 2,9 mm	460

Les échelles ont également été testées avec deux types d'appuis : dans un premier cas des appuis tournevis (Fig. IV.17a), permettant de modéliser des articulations et ainsi connaître le comportement en partie courante d'une échelle d'échafaudage ; et dans un deuxième cas, des fourches et vérins de pieds (Fig. IV.17b) afin d'étudier les appuis réels d'un échafaudage.



**Fig. IV.17.** a) Appuis tournevis ; b) Fourches et vérins

Le déplacement de l'échelle est mesuré au moyen d'un capteur de déplacement, disposé à mi-hauteur de l'échelle, soit à 2 m de la moise inférieure. Le capteur est relié à une centrale d'acquisition de mesures permettant de connaître le déplacement de l'échelle en lien avec la charge de compression exercée par les vérins hydrauliques.

L'essai de flambement consiste donc à suivre le déplacement horizontal des différentes échelles au cours de plusieurs cycles de charge/décharge. Il s'agira par la suite, à travers ces mesures de déterminer l'imperfection initiale expérimentale  $e_0$  pour chaque échelle testée, pour ensuite en déduire le facteur d'imperfection  $\alpha$  correspondant.

### IV.3.2. Résultats expérimentaux

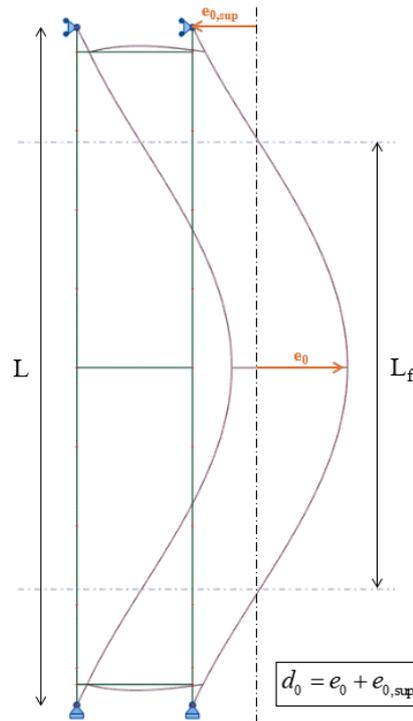
L'acquisition des mesures a donc permis de suivre l'évolution du déplacement horizontal des différentes échelles au cours des différents cycles de chargement et déchargement. Les figures Fig. IV.19 à Fig. IV.24 illustrent les résultats expérimentaux obtenus. Les figures Fig. IV.19 à Fig. IV.21 concernent les essais réalisés sur les échelles avec appuis tournevis ; tandis que les figures Fig. IV.22 à Fig. IV.24 sont relatives aux essais menés sur les échelles avec fourches et vérins. Sur l'ensemble de ces figures, les courbes expérimentales  $P-\Delta$  sont comparées aux courbes théoriques.

Pour obtenir les courbes théoriques, on exprime dans un premier temps le déplacement maximal  $\Delta$  qu'il est physiquement possible de mesurer au cours de l'essai. Sous une charge de compression  $N$  donnée, le déplacement maximal  $\Delta$  de la barre est obtenu à mi-hauteur de la barre, et, correspond au déplacement total,  $d_{fin}$ , sous la charge de compression  $N$ , auquel on déduit le déplacement initial maximal,  $d_0$ , affectant la barre en dehors de tout chargement :

$$\Delta = d_{fin} - d_0 = d_0 \cdot \frac{N}{N_{cr} - N} \quad (4.5)$$

Le comportement de l'échelle en flambement simple est donné sur la Fig. IV.18. Le déplacement initial maximal  $d_0$  est alors donné par l'équation :

$$d_0 = e_0 + e_{0,sup} = e_0 + e_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot h_{e_0,sup}}{L_{cr}}\right) = e_0 \cdot \left(1 + \sin\left(\frac{\pi \cdot h_{e_0,sup}}{L_{cr}}\right)\right) \quad (4.6)$$



**Fig. IV.18.** Comportement de l'échelle en flambement simple

La charge critique  $N_{cr}$  de la barre peut être déduit de l'équation suivante :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (4.7)$$

$L_{cr}$  correspond à la longueur de flambement de l'élément testé. Dans le cas des essais sur les barres simples bi-articulées, la longueur de flambement correspond à la hauteur entre les points d'inflexion de la déformée critique de la structure. Les longueurs de flambement de chaque configuration testée sont données dans le Tableau IV.7.

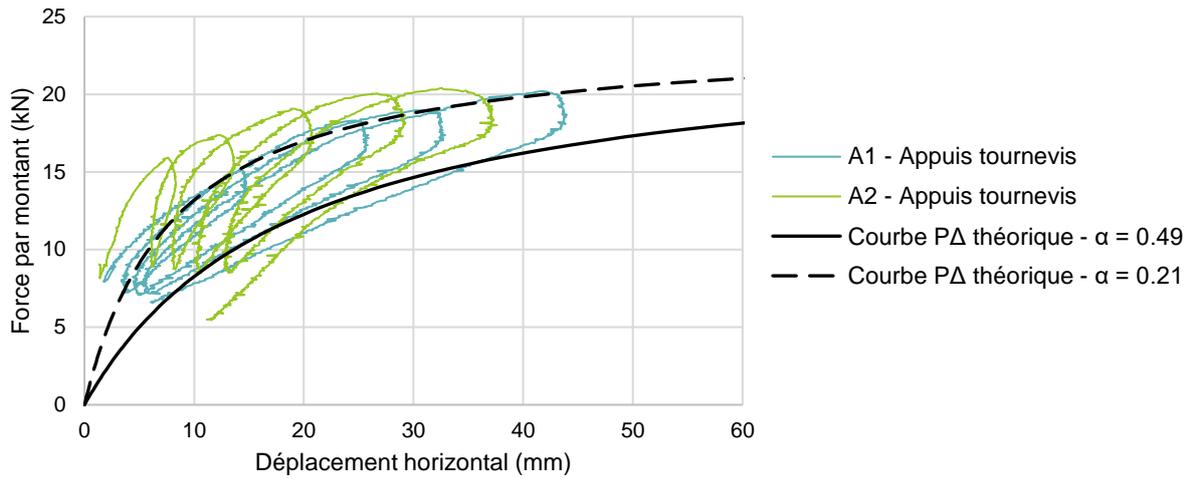
**Tableau IV.7.** Longueur de flambement  $L_{cr}$  pour les différentes configurations testées

Section	Appuis tournevis		Fourches et vérins	
	Longueur de flambement $L_{cr}$ (m)	$h_{e_{0,sup}}$ (m)	Longueur de flambement $L_{cr}$ (m)	$h_{e_{0,sup}}$ (m)
A	2,961	0,751	2,605	0,967
B	2,340	0,966	2,326	1,102
C	2,342	0,974	2,282	1,111

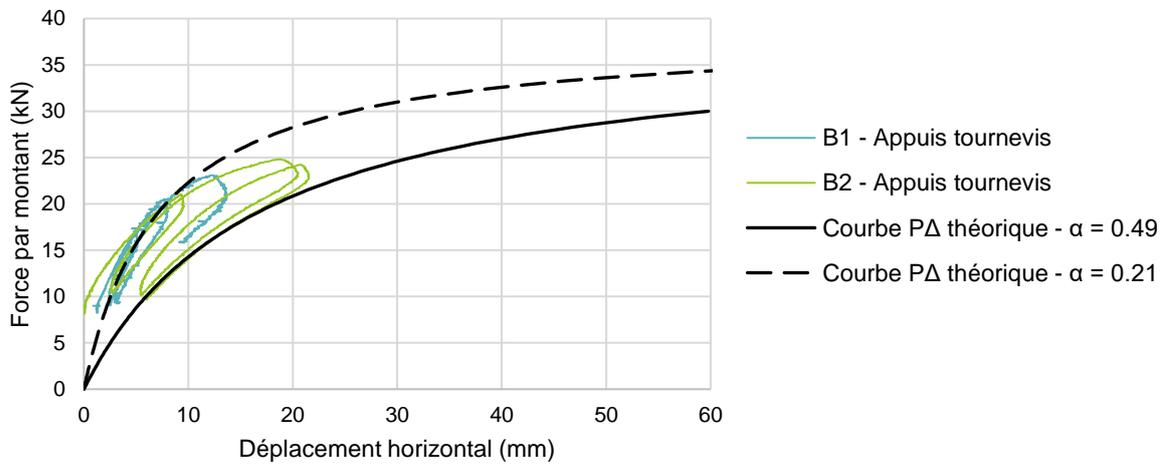
L'imperfection initiale maximale de la barre,  $e_0$ , est déterminée à partir de l'équation :

$$e_0 = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} \quad (4.8)$$

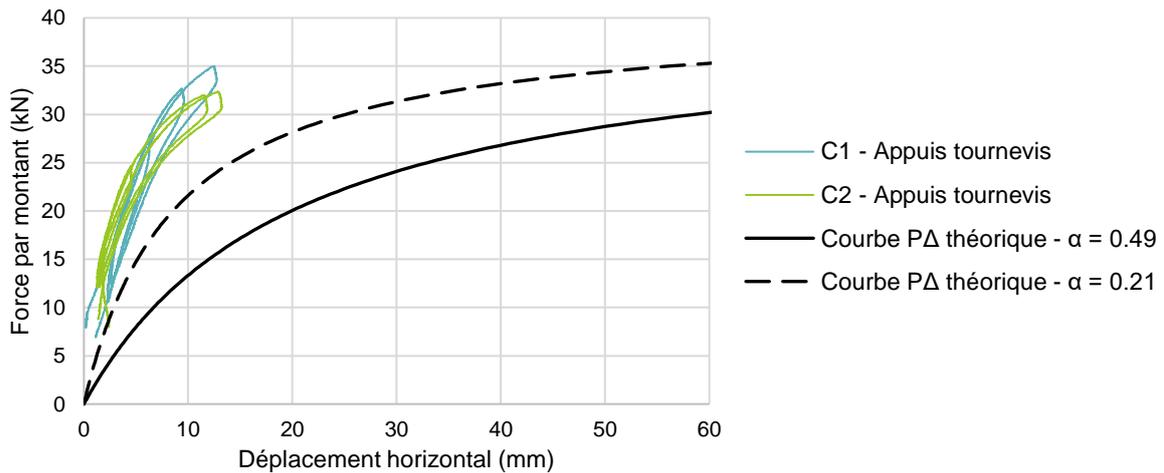
Deux courbes force/déplacement théoriques sont comparées aux résultats expérimentaux, à savoir : (i) une courbe théorique avec un facteur d'imperfection  $\alpha$  égal à 0,49, c'est-à-dire le facteur d'imperfection pour les sections tubulaires formées à froid ; (ii) la courbe théorique avec un facteur d'imperfection  $\alpha$  correspondant au facteur d'imperfection des sections tubulaires formées à chaud, à savoir :  $\alpha = 0,21$



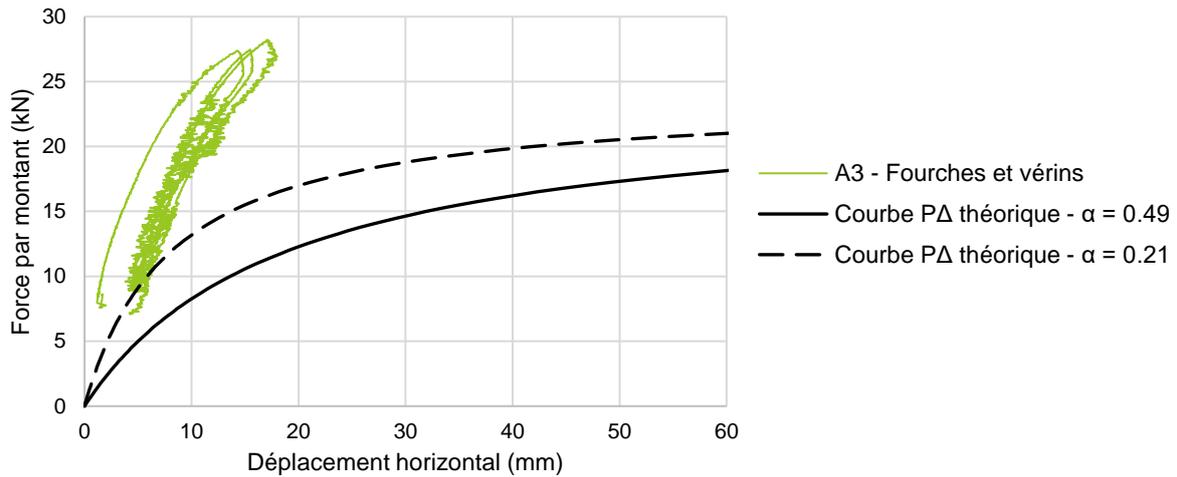
**Fig. IV.19.** Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section A – appuis tournevis



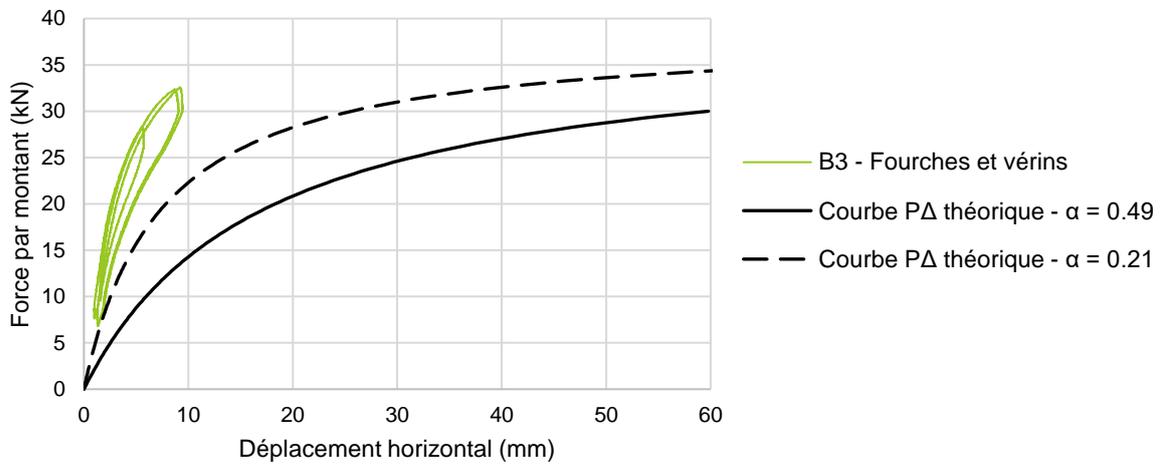
**Fig. IV.20.** Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section B – appuis tournevis



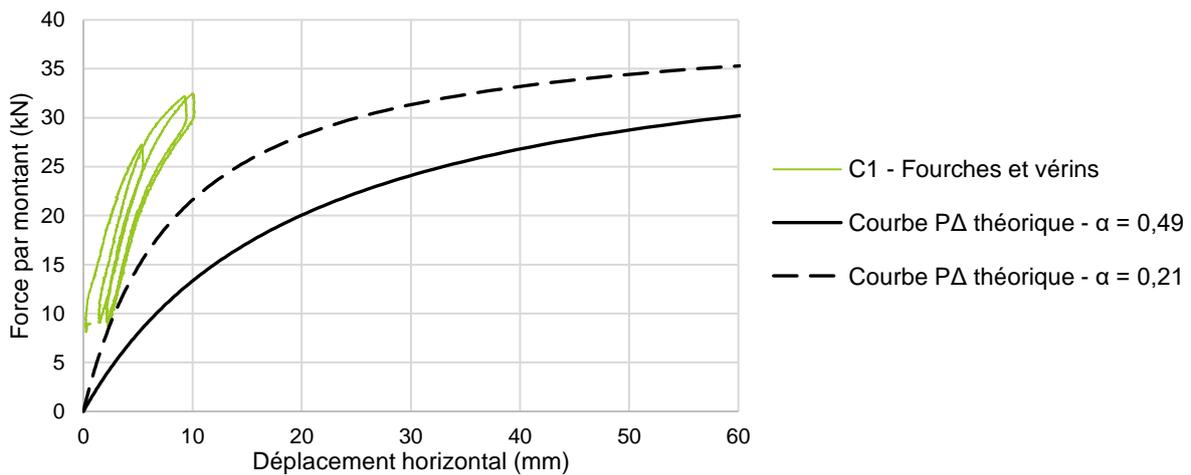
**Fig. IV.21.** Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section C – appuis tournevis



**Fig. IV.22.** Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section A – fourches et vérins



**Fig. IV.23.** Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section B – fourches et vérins



**Fig. IV.24.** Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section C – fourches et vérins

Dans un premier temps, en observant les courbes P- $\Delta$  expérimentales, on constate, pour certaines échelles, la présence de relâchements au cours des premiers cycles de chargement. Ces relâchements sont dus à la mise en place des échelles, avec les jeux d'assemblage entre les montants. On constate ensuite, que suivant la provenance des éléments, la raideur initiale des éléments est plus au moins importante. Cette différence peut être expliquée par la manière

dont est conçue la liaison poteau/poteau. En effet, suivant les fournisseurs, les jeux d'assemblages observés sont plus ou moins importants (Fig. IV.25).



Fig. IV.25. Jeux d'assemblages maximales observés

Cependant, lorsque l'on compare l'ensemble des courbes  $P-\Delta$  expérimentales et théoriques, on note, encore une fois, que le comportement théorique des sections tubulaires formées à froid ( $\alpha = 0,49$ ) ne reflète pas le comportement expérimental. De la même manière que pour les essais sur les barres simples, une valeur de facteur d'imperfection  $\alpha$ , issue des essais expérimentaux des échelles d'échafaudage en flambement, est déterminée, permettant de mieux refléter le comportement expérimental. Pour cela, nous allons procéder, comme précédemment, à une étude statistique des résultats, basée, une fois de plus, sur l'exploitation statistique réalisée par J. Jacquet (1970).

### IV.3.3. Étude statistique

L'ensemble des résultats, provenant des essais de flambement sur les échelles d'échafaudage, ont donc fait l'objet d'une exploitation statistique, devant permettre de déterminer une valeur conventionnelle de facteur d'imperfection, pour les échelles d'échafaudage, établie sur des bases probabilistes. Afin de permettre la comparaison entre nos résultats expérimentaux et les résultats issus de la campagne d'essai du C.E.C.M., l'étude statistique est réalisée en se basant sur l'étude statistique accomplie par J. Jacquet (1970) dans le cadre des expérimentations menées par le C.E.C.M.

La démarche, identique à celle menée sur les barres simples, consiste donc à vérifier, dans un premier temps, la normalité des résultats ; puis dans un deuxième temps à déterminer une valeur de facteur d'imperfection établie sur des bases probabilistes. La vérification de la normalité des résultats sera accomplie avec la méthode des moments.

Pour rappel, les paramètres calculés à travers la méthode des moments sont :

a. moyenne : 
$$m = \frac{\sum x}{N}$$

b. écart à la moyenne : 
$$y_i = x_i - m$$

c. coefficients : 
$$S_2 = \sum y_i^2 \quad S_3 = \sum y_i^3 \quad S_4 = \sum y_i^4$$

d. coefficients:

$$K_2 = \frac{S_2}{N-1}$$

$$K_3 = \frac{NS_3}{(N-1)(N-2)}$$

$$K_4 = \frac{N(N+1)S_4 - 3(N-1)S_3^2}{(N-1)(N-2)(N-3)}$$

e. variance : 
$$s = (K_2)^{1/2}$$

f. coefficients :  $G_1 = \frac{K_3}{K_2^{3/2}}$        $G_2 = \frac{K_4}{K_2^2}$

g. coefficients  $s_1$  and  $s_2$  :  $s_1 = \sqrt{\frac{6N(N-1)}{(N-2)(N+1)(N+3)}}$   
 $s_2 = \sqrt{\frac{24N(N-1)^2}{(N-3)(N-2)(N+3)(N+5)}}$

h. rapport :  $V_1 = G_1/s_1$        $V_2 = G_2/s_2$

L'hypothèse de normalité de la répartition des résultats sera retenue si :  $V_1 \leq 3$  et  $V_2 \leq 3$ .

Au vu de la complexité des essais, il n'a pas été possible de procéder à davantage d'essais expérimentaux. Il n'y a donc pas suffisamment de résultats pour effectuer l'exploitation statistique pour chaque configuration testée. Pour cette raison, nous allons, dans un premier temps, déterminer la charge de ruine pour chaque essai, pour ensuite en déduire une valeur de facteur d'imperfection correspondant à chaque essai. L'exploitation statistique sera alors réalisée sur ces valeurs de facteur d'imperfection.

Le Tableau IV.8 donne les charges de ruine obtenues pour chaque essai.

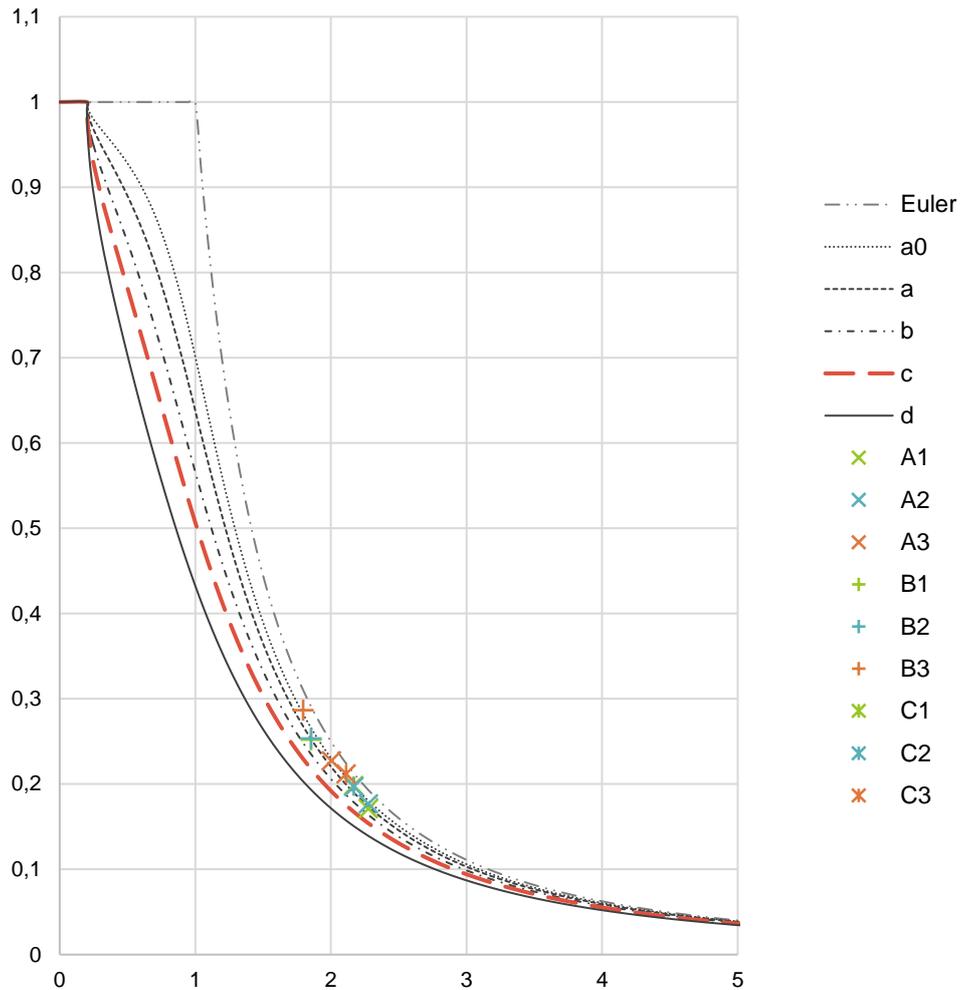
**Tableau IV.8.** Charges de ruines issues des essais de flambement sur les échelles d'échafaudage

Section A		Section B		Section C	
A1	$P_r = 21,22$ kN	B1	$P_r = 33,37$ kN	C1	$P_r = 37,66$ kN
A2	$P_r = 21,88$ kN	B2	$P_r = 33,57$ kN	C2	$P_r = 37,52$ kN
A3	$P_r = 28,18$ kN	B3	$P_r = 37,90$ kN	C3	$P_r = 40,40$ kN

Comme précédemment, l'ensemble des résultats expérimentaux est repéré sur les courbes de flambement (Fig. IV.26). La courbe de flambement, à savoir la courbe c, correspondant aux sections tubulaires formées à froid, est également mise en évidence. Puis, grâce à l'équation (2.24), proposée par R. Maquoi et J. Rondal (1978), on détermine pour chaque essai la valeur de facteur d'imperfection correspondante. Les valeurs calculées sont données dans le Tableau IV.9.

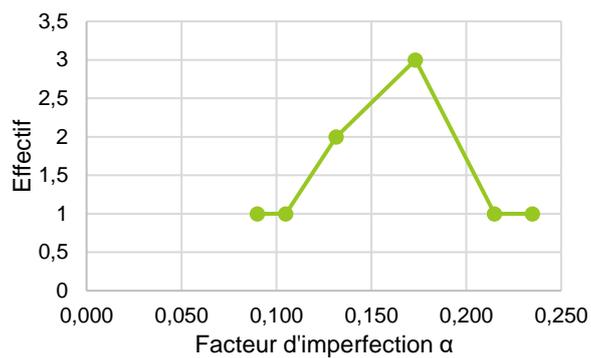
**Tableau IV.9.** Facteurs d'imperfection expérimentaux pour les échelles d'échafaudage

Section	Essai	$\bar{\sigma}$	$\bar{\lambda}$	$\alpha$
A	A1	0,1715	2,278	0,235
	A2	0,1768	2,278	0,170
	A3	0,2276	2,005	0,145
B	B1	0,2521	1,854	0,215
	B2	0,2536	1,854	0,205
	B3	0,2863	1,797	0,105
C	C1	0,1979	2,170	0,128
	C2	0,1972	2,170	0,135
	C3	0,2123	2,114	0,090



**Fig. IV.26.** Localisation des résultats expérimentaux des essais sur les échelles d'échafaudage sur les courbes Européennes de flambement

La répartition des effectifs des essais expérimentaux est donnée sur la Fig. IV.27.



**Fig. IV.27.** Répartition des effectifs des essais expérimentaux sur les échelles d'échafaudage

La méthode des moments, présentée précédemment, est menée avec les valeurs de facteur d'imperfection. Le Tableau IV.10 présente les différents paramètres calculés dans cette méthode.

**Tableau IV.10.** Paramètres de la méthode des moments pour les essais sur les échelles d'échafaudage

Effectif total N	Moyenne m	Variance s	Ratio $V_1$	Ratio $V_2$
9	0,1587	0,047	0,278	2,988

Les résultats de la méthode des moments permettent d'affirmer l'hypothèse de normalité des résultats expérimentaux. Ainsi, la valeur conventionnelle de facteur d'imperfection peut être déterminée à partir de l'équation suivante :

$$\alpha_{conv} = m + 2s \quad (4.9)$$

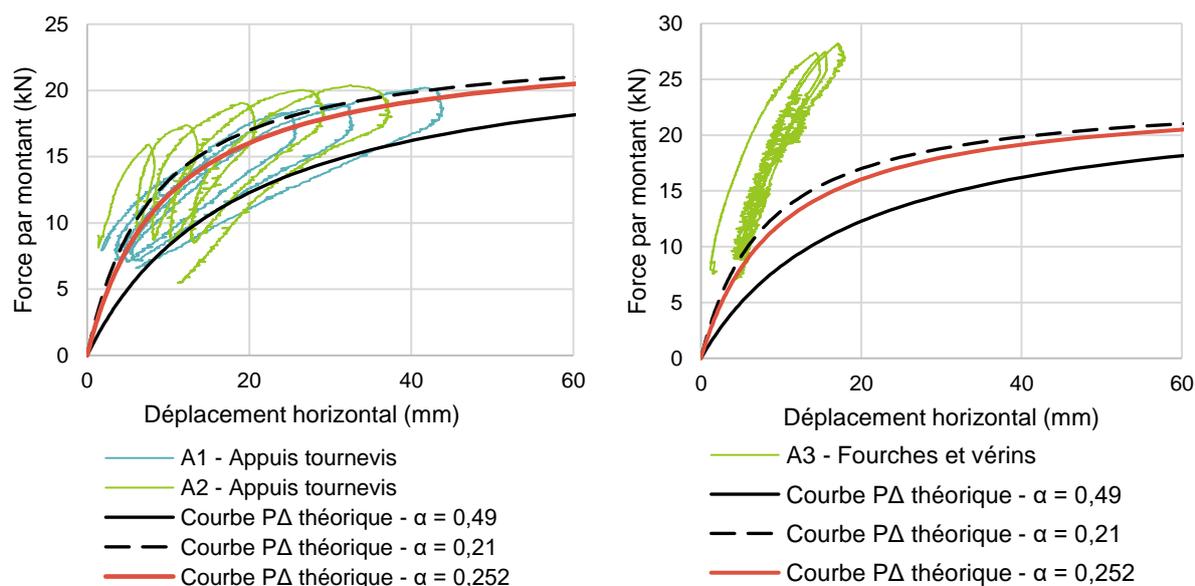
Ainsi, le facteur d'imperfection conventionnel, issu des essais expérimentaux sur les échelles d'échafaudage est :  $\alpha = 0,252$

### IV.3.4. Conclusions

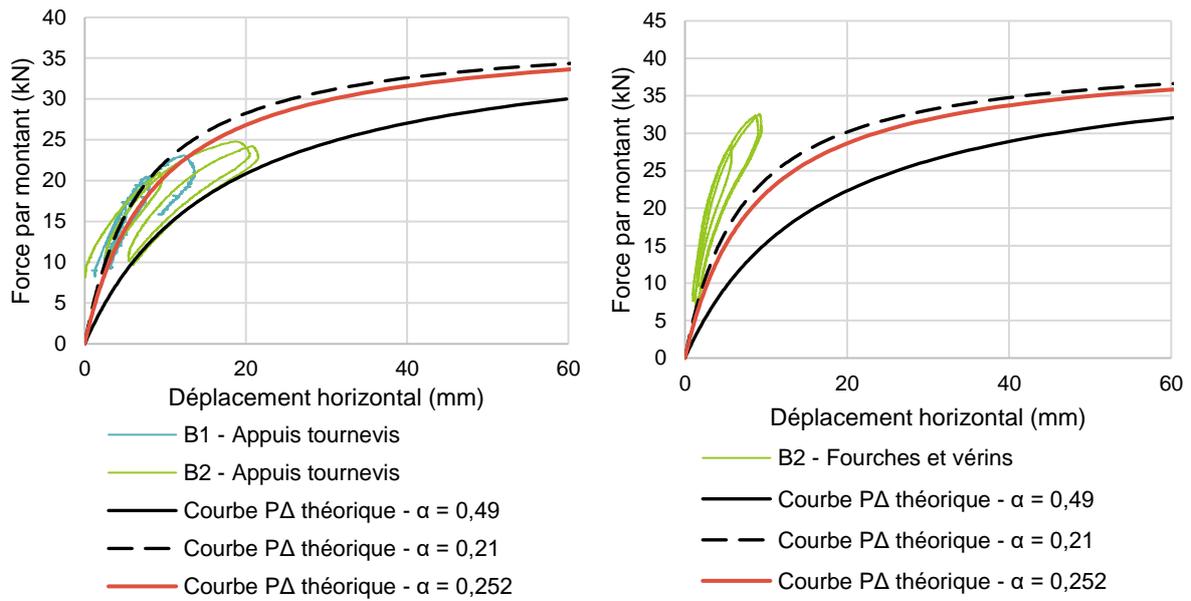
Les essais de flambement menés sur les échelles d'échafaudage ont permis de mettre en évidence que la courbe de flambement actuellement relative aux sections tubulaires formées à froid ne permet pas de refléter au mieux le comportement réel observé pour les sections courantes utilisées dans le domaine des échafaudages.

Une étude statistique des résultats expérimentaux a donc conduit à définir une valeur conventionnelle de facteur d'imperfection. Le facteur d'imperfection obtenue est :  $\alpha = 0,252$ . Les résultats obtenus démontrent des valeurs d'imperfections plus proches que des sections tubulaires formées à chaud que des sections tubulaires formées à froid.

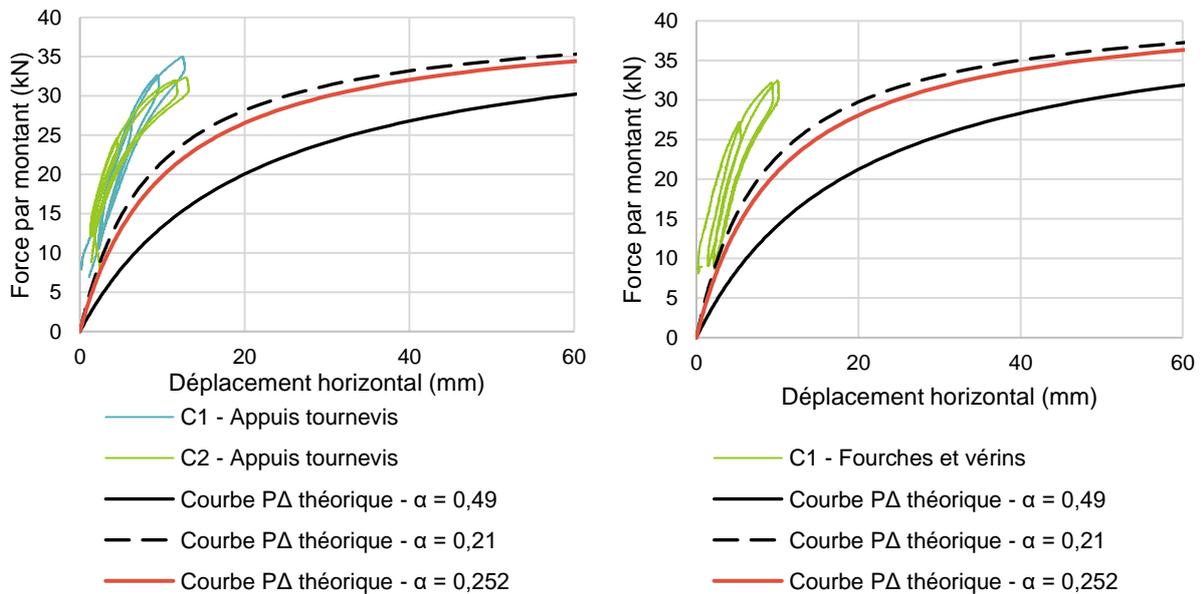
Les figures Fig. IV.28 à Fig. IV.30 permettent de visualiser les courbes théoriques calculé avec ce facteur d'imperfection.



**Fig. IV.28.** Nouvelle courbe P Δ théorique pour les échelles d'échafaudage – sections A



**Fig. IV.29.** Nouvelle courbe  $P\Delta$  théorique pour les échelles d'échafaudage – sections B



**Fig. IV.30.** Nouvelle courbe  $P\Delta$  théorique pour les échelles d'échafaudage – sections C

On note que ces nouvelles courbes théoriques permettent de mieux refléter le comportement réel des structures de type échafaudage, tout en restant sécuritaire.

#### IV.4. Conclusion relative aux essais de flambement

Dans ce chapitre, nous nous sommes consacrés à l'étude du comportement au flambement de barres simples, dont les sections sont largement usitées dans le domaine des échafaudages, et de structures conçues à partir d'éléments d'échafaudage. Pour cela, deux dispositifs d'essais ont été mis en place au sein du laboratoire.

Dans un premier temps, l'expérimentation, menée par Ali Khamisi (2016), a permis d'évaluer les imperfections initiales affectant des barres simples, tubes simples ou montants d'échafaudage, sollicités en compression simple. Cela a conduit à mettre en évidence que le comportement théorique des sections tubulaires formées à froid, actuellement défini dans l'Eurocode 3, est loin de refléter le comportement réel de ce type de section.

L'exploitation statistique des résultats expérimentaux a conduit à la définition d'un facteur d'imperfection de l'ordre de 0,12 ; ce facteur d'imperfection est même plus faible que le facteur d'imperfection préconisé pour les sections tubulaires formées à chaud.

Le défaut, pouvant être attribué à ces essais sur barres simples, est qu'ils ne permettent d'évaluer que les imperfections initiales des éléments isolés. Cependant, dans la conception d'un échafaudage, des imperfections initiales liées à l'assemblage des éléments sont également observées.

De ce fait, le deuxième dispositif d'essai a été conçu pour permettre la quantification des imperfections initiales affectant une structure dans sa globalité. Outre les imperfections initiales affectant les éléments isolés, ce nouveau dispositif permet de quantifier les imperfections provenant des inclinaisons pouvant survenir dans l'assemblage d'un échafaudage (inclinaisons entre poteaux, entre poteau et vérin, ou encore, entre poteau et fourche).

Les résultats de ces essais ont de nouveau mis en évidence que le comportement théorique des sections tubulaires formées à froid, et donc le facteur d'imperfection de ce type de section, est trop pénalisant et ne reflète pas suffisamment le comportement réel des structures de type échafaudage. L'exploitation statistique des résultats expérimentaux a conduit à la définition d'un facteur d'imperfection de 0,25. Ce facteur d'imperfection, bien qu'un peu supérieur, se rapproche davantage de l'ordre de grandeur du facteur d'imperfection des sections tubulaires formées à chaud que de celui actuellement défini.

La comparaison des résultats de ces deux campagnes d'essais montre que des imperfections supplémentaires affectant une structure dans sa globalité, sont observées. Elles sont dues aux différentes inclinaisons entre éléments verticaux, et, sont principalement observées en début d'essais, lors de la mise en place des jeux d'assemblage.

On note, néanmoins, que la conception actuelle des structures d'échafaudage est réalisée avec des éléments préfabriqués et avec la présence, de moises et lisses tous les deux mètres, ainsi que des diagonales rigidifiant la structure. Au vu de ces moyens de conception, les inclinaisons entre éléments verticaux sont grandement limitées. Il est donc possible d'en tenir compte dans le facteur d'imperfection.

Il pourrait être intéressant de procéder à des essais supplémentaires sur des échelles d'échafaudage afin de permettre une exploitation statistique plus représentative. Cependant, au vu des résultats présentement obtenus, il est possible d'affirmer que le facteur d'imperfection actuellement défini pour les sections tubulaires formées à froid est bien trop pénalisant dans le domaine des échafaudages ; et qu'un facteur d'imperfection de 0,34 (courbe de flambement b) permettrait une estimation plus juste, mais toutefois sécuritaire, des imperfections initiales pouvant affecter ce type de structure.

## V. Dimensionnement des barres comprimées fléchies selon les principes actuels

### V.1. Introduction

L'analyse des structures sensibles aux effets du second ordre doit être réalisée en prenant en compte les imperfections initiales affectant la structure. En effet, ces imperfections initiales sont à l'origine d'effets de second ordre ne pouvant pas être négligés. En ce qui concerne les éléments comprimés fléchis, les vérifications doivent donc permettre de prendre en compte, les différentes sollicitations affectant la structure, les imperfections initiales et l'ensemble des effets du second ordre, que ce soit les effets du second ordre liés aux imperfections initiales ou les effets du second ordre engendrés par la déformation de la structure sous le chargement.

Comme présenté dans le chapitre II.2, la norme NF EN 1993-1-1 (CEN 2005), relative aux structures en acier, prévoit deux manières de procéder :

- (i) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont pris en compte dans l'analyse globale de la structure. La vérification des éléments s'effectuera à travers des critères en section.
- (ii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre ne sont pas pris en compte dans l'analyse globale de la structure ; la vérification des éléments est alors réalisée à partir de critères appropriés, à savoir les critères dits en instabilité présentés dans les paragraphes II.3 et II.4.

La norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b), relative aux structures temporaires, et plus particulièrement aux échafaudages, quant à elle, ne définit qu'une seule méthode, à savoir : la vérification est effectuée à partir de critères en section et l'ensemble des imperfections initiales et des effets du second ordre sont inclus dans l'analyse globale de la structure. Cette méthode correspond donc à la méthode (i) de l'Eurocode 3.

Une étude comparative, ayant pour objectif la vérification de l'équivalence entre les méthodes (i) et (ii), a été menée. Dans un premier temps, l'étude comparative a été menée sur des structures simplement comprimées (paragraphe V.2) puis elle a été étendue aux structures comprimées fléchies (paragraphe V.3).

### V.2. Étude comparative relative aux éléments simplement comprimés

#### V.2.1. Contexte de l'étude comparative

Cette partie est consacrée à l'étude comparative des critères de vérification des éléments comprimés. Ainsi, nous allons confronter les résultats respectivement issus de la méthode (i) et la méthode (ii).

Comme cela est expliqué précédemment, la méthode (i) nécessite de prendre en compte les imperfections initiales et les effets du second ordre directement dans l'analyse globale de la structure. Les vérifications sont alors effectuées au moyen de critère en section. Pour une structure simplement comprimée, présentant des imperfections initiales, le critère en section s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M'_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (5.1)$$

Compte tenu de la classe de la section transversale, différents niveaux de critères peuvent être envisagés, à savoir des critères : élastiques, plastiques linéaires ou plastiques non-linéaires. Dans le cas d'une résistance plastique non-linéaire, le critère (5.1) s'écrit alors :

$$\frac{M_{Ed}''}{M_{N,Rd}} \leq 1 \quad (5.2)$$

La prise en compte des imperfections initiales dans les éléments sera effectuée en utilisant la méthode des courbures (§III.4).

Pour ce qui est de la méthode (ii), les imperfections initiales et les effets du second ordre ne sont pas pris en compte dans l'analyse globale de la structure. Les critères utilisés sont des critères en instabilité. Dans le cas d'une structure simplement comprimée, présentant des imperfections initiales, le critère en instabilité s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \leq 1 \quad (5.3)$$

Avec cette méthode (ii), un seul niveau de critère est envisageable quelle que soit la classe de la section transversale.

Dès lors, une première incohérence entre les deux critères est observée. Il n'est pas possible d'exploiter les mêmes capacités de résistance des sections transversales avec les deux méthodes. Pour utiliser la capacité plastique non-linéaire de la section, il est obligatoirement nécessaire d'inclure les imperfections initiales et les effets du second ordre dans l'analyse globale de la structure ; ce qui, pour des structures complexes, peut être contraignant.

Dans un premier temps, l'étude comparative a été menée sur des barres isolées (§V.2.2.1), à savoir : une barre bi-articulée, une barre bi-encastree et une barre à appuis élastiques. Par la suite, l'étude comparative a été étendue à des structures complètes (§V.2.2.2). Une conclusion relative à ces résultats obtenus sur les éléments comprimés sera réalisée au paragraphe V.2.3.

## V.2.2. Résultats numériques des structures étudiées

### V.2.2.1. Barres isolées

Cette partie est consacrée aux résultats des critères de vérification appliqués aux barres isolées, de 2 m de longueur, réalisées avec des sections circulaires creuses 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque barre est sollicitée par à un effort de compression N, variable, de sorte que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure varie entre 1,5 et 20. Les propriétés de la section 48,3 mm x 2,9 mm sont rappelées dans le Tableau V.1.

**Tableau V.1.** Propriétés de la section 48,3 mm x 2,9 mm

Section 48,3 mm x 2,9 mm	
A (m <sup>2</sup> )	4,136 x 10 <sup>-4</sup>
I (m <sup>4</sup> )	10,7 x 10 <sup>-8</sup>
W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	4,43 x 10 <sup>-6</sup>
W <sub>pl</sub> (m <sup>3</sup> )	5,985 x 10 <sup>-6</sup>
f <sub>y</sub> (MPa)	320
N <sub>Rd</sub> (kN)	132,352
M <sub>el,Rd</sub> (kN)	1,418
M <sub>pl,Rd</sub> (kN)	1,915

Seul un exemple de calcul pour la barre bi-articulée est entièrement détaillé ici ; en ce qui concerne les deux autres barres, seuls les résultats sont présentés, le détail des calculs sera détaillé dans les annexes correspondantes.

La méthode (i) sera appliquée en utilisant à chaque fois l'ensemble des niveaux de capacité de résistance qu'il est possible d'exploiter pour chaque section transversale. La méthode (ii), quant à elle, ne possède qu'un seul niveau de capacité de résistance.

### V.2.2.1.1. Barre bi-articulée

Cette partie concerne l'étude de la barre bi-articulée sollicitée par un effort de compression (Fig. V.1). Le principe de calcul est présenté pour la valeur  $\alpha_{cr} = 1,5$ , puis l'ensemble des résultats obtenus pour les différentes valeurs de  $\alpha_{cr}$  sera récapitulée à la fin de ce paragraphe.

#### a) Exemple numérique pour $\alpha_{cr} = 1,5$

##### Géométrie et chargement

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 36,963 \text{ kN}$ . Les caractéristiques au flambement de la section sont données dans le Tableau V.2.

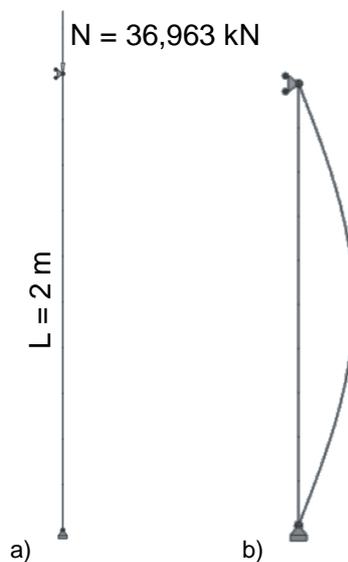


Fig. V.1. a) Barre bi-articulée sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la barre

Tableau V.2. Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée comprimée

Longueur de flambement	$L_f = 2 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 55,445 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{55,445 \cdot 10^3}} = 1,545$

##### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,005201423	0
0,001023257	0,004946848	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

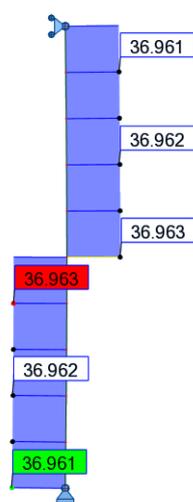
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

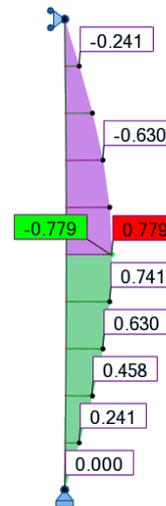
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 2,132$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 0,779 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{36,963}{132,352} + \frac{0,779}{1,418} = 0,829$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,005201423	0
0,001023257	0,004946848	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

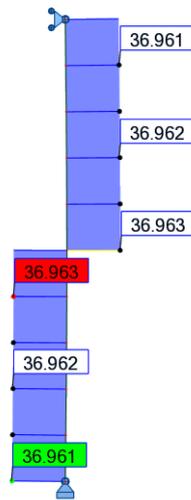
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

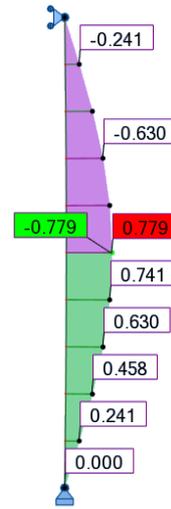
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 2,132$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,779 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{36,963}{132,352} + \frac{0,779}{1,915} = 0,686$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,005201423	0
0,001023257	0,004946848	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

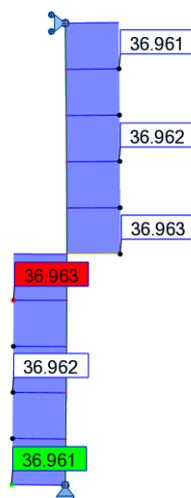
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

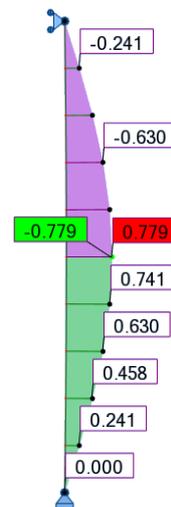
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 2,132$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,779 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 1,915 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{36,963}{132,352}\right) = 1,734 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{0,779}{1,734} = 0,449$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 :**

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

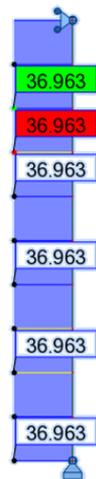
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification au flambement (calcul au 1<sup>er</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,300 \cdot 4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{1} = 39,756 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{36,963}{39,756} = 0,930$$

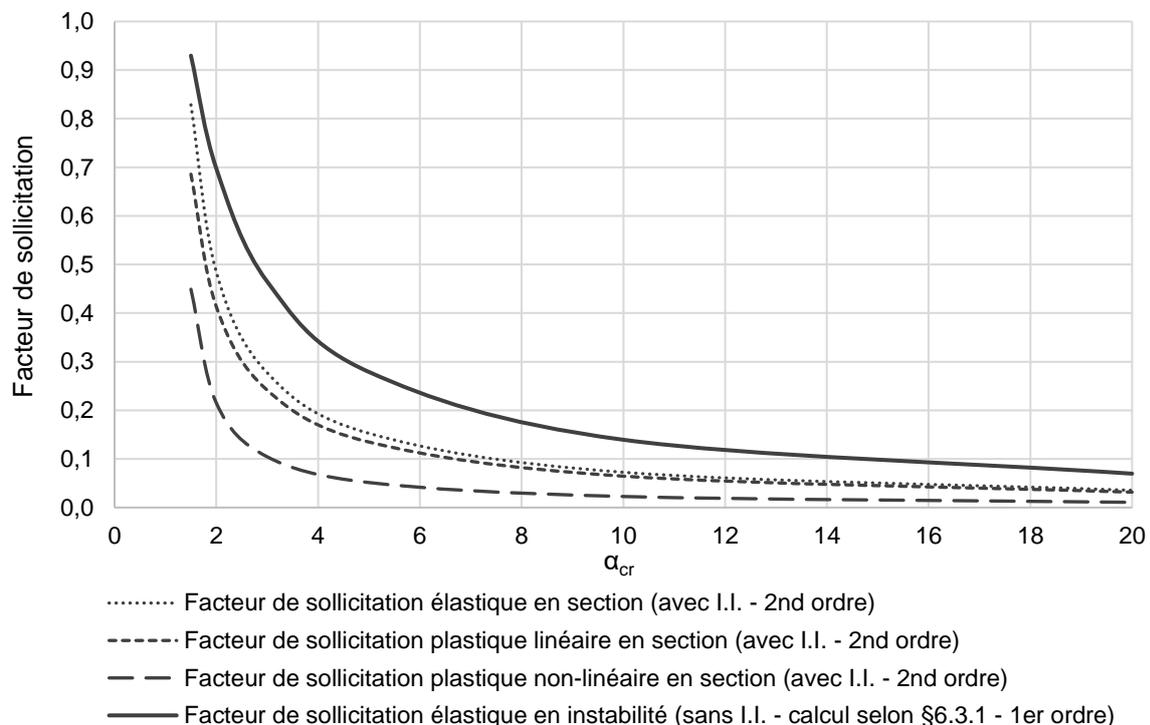
## b) Résultats pour l'ensemble des valeurs de $\alpha_{cr}$

L'exemple numérique présenté précédemment permet de comparer les résultats obtenus avec les différentes méthodes pour le cas de charge avec  $\alpha_{cr} = 1,5$ . En ce qui concerne les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats sont donnés le Tableau V.3 et sur la Fig. V.2.

**Tableau V.3.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la barre bi-articulée comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)			En instabilité (sans I.I.)	
	Élastique	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire		
1,5	0,829	0,686	0,449	0,930	+12,2%*
2	0,484	0,413	0,215	0,697	+44,0%*
3	0,277	0,242	0,104	0,465	+67,9%*
5	0,153	0,135	0,052	0,279	+82,4%*
10	0,073	0,065	0,023	0,140	+91,9%*
20	0,036	0,032	0,011	0,070	+94,4%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. V.2.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la barre bi-articulée comprimée

Dans un premier temps, lorsque l'on observe les résultats obtenus à partir des différents critères en section, on constate, pour un chargement donné, que les facteurs de sollicitation diminuent de l'élasticité à la plasticité non-linéaire. En effet, dans chaque cas, on utilise des capacités de résistance de la section transversale plus importantes.

Dans un deuxième temps, lorsque l'on s'intéresse au critère en instabilité, celui-ci est un critère en élasticité. Dès lors, il est possible de constater que les résultats issus de ce critère en instabilité sont surestimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur moyenne commise est de 65,3%, avec une erreur maximale de 94,4% et une erreur minimale de 12,2%. Pour cet exemple de la barre bi-articulée, l'erreur commise est toujours dans le sens de la sécurité. Cependant, dans certains cas, l'erreur est tellement importante qu'elle peut être pénalisante pour la vérification de la stabilité de la structure.

L'objectif du critère en instabilité est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification, tout en s'affranchissant de les

inclure dans l'analyse globale de la structure. Cependant, à travers cet exemple, il est possible de constater que l'objectif du critère en instabilité n'est pas atteint.

On remarque également que plus le facteur de sollicitation de la structure est proche de la limite de 1, et, plus l'erreur commise, entre le critère élastique en instabilité et le critère élastique en section, est faible. Cela provient du fait que, le critère en instabilité fait intervenir le coefficient de réduction au flambement  $\chi$ , défini pour une structure sollicitée au maximum de sa capacité en flambement simple.

### V.2.2.1.2. Barre bi-encastree

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-encastree (Fig. V.3). Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.4 et la Fig. V.4 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.2.1.

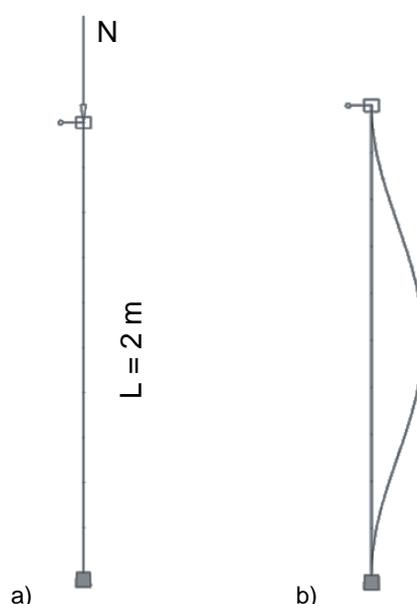
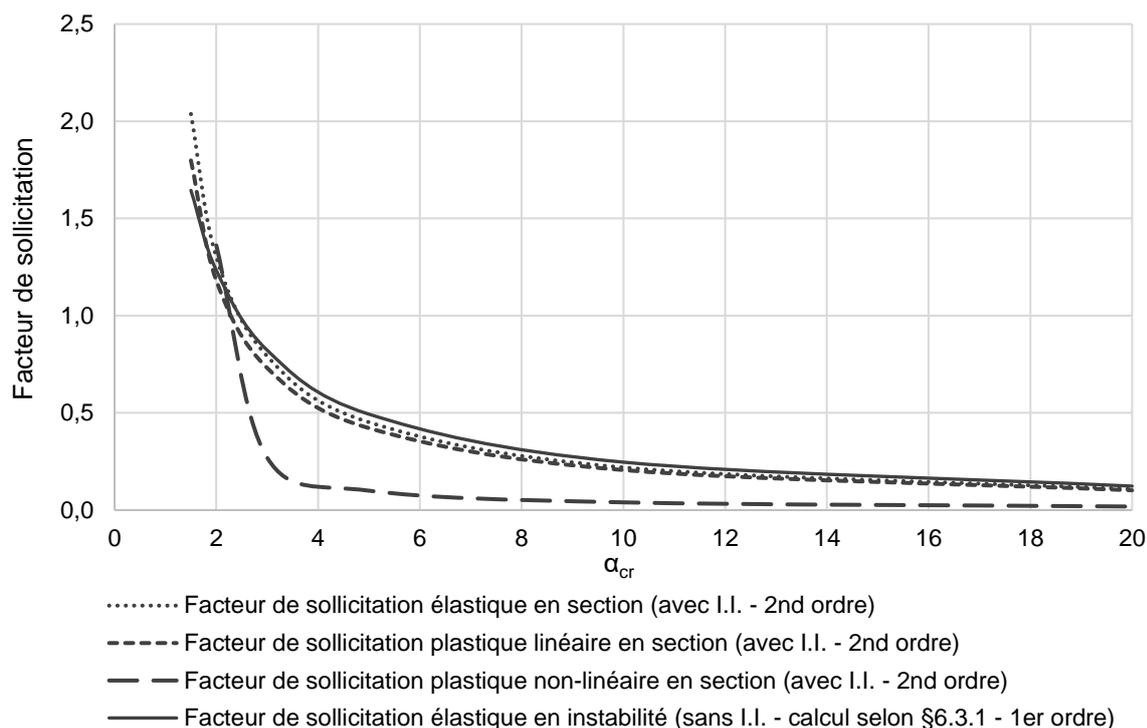


Fig. V.3. a) Barre bi-encastree sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la barre

Tableau V.4. Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la barre bi-encastree comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)			En instabilité (sans I.I.)	
	Élastique	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire		
1,5	2,037	1,799	-	1,644	-19,3%*
2	1,301	1,181	1,361	1,233	-5,2%*
3	0,791	0,731	0,270	0,822	+3,9%*
5	0,452	0,422	0,100	0,493	+9,1%*
10	0,220	0,206	0,040	0,247	+12,3%*
20	0,109	0,102	0,018	0,123	+12,8%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. V.4.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la barre bi-encastée comprimée

De la même manière que pour l'exemple précédent, pour un chargement donné, lorsque la capacité de résistance de la section transversale augmente, les résultats des critères en section diminuent.

Ensuite, si l'on s'intéresse au critère en instabilité, qui est un critère en élasticité, on constate, à nouveau, que les résultats issus de ce critère en instabilité ne sont pas équivalents aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur commise varie entre -19,3% et 12,8%. Pour cet exemple de la barre bi-encastée, on constate que, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (1,5 et 2), l'erreur commise est non sécuritaire par rapport au calcul en section la prise en compte des imperfections initiales et des effets du second ordre dans l'analyse globale de la structure. Or, ce sont pour ces faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  que les effets du second ordre sont les plus importants. Il est donc nécessaire d'avoir un critère en instabilité qui ne les sous-estime pas, ce qui n'est pas le cas avec le critère en instabilité actuel. Ainsi, l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre dans le critère de vérification tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est, une fois de plus, pas atteint.

On remarque également que plus le facteur de sollicitation de la structure est proche de la limite de 1 et plus l'erreur commise, entre le critère élastique en instabilité et le critère élastique en section, est faible. Cela est, encore une fois, dû au fait que, le critère en instabilité fait intervenir le coefficient de réduction au flambement  $\chi$ , qui a été défini pour une structure sollicitée au maximum de sa capacité en flambement simple.

### V.2.2.2. Barres incluses dans une structure

Cette partie est consacrée aux résultats des critères de vérification appliqués à des structures complètes, à savoir : un portique bi-articulé, un portique bi-encastré, une tour autostable et un échafaudage de façade. L'ensemble des sections sont des sections formées à froid, en acier S320. Les deux portiques sont conçus avec des sections circulaires creuses 100 mm x 10 mm ; tandis que les deux structures de type échafaudage sont réalisées avec des sections circulaires creuses 48,3 mm x 2,9 mm. Chaque structure est sollicitée par à un effort de compression  $N$ , variable, de sorte que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure varie entre 1,5 et 20. Les propriétés des différentes sections sont rappelées dans le Tableau V.5.

**Tableau V.5.** Propriétés des sections 100 mm x 10 mm et 48,3 mm x 2,9 mm

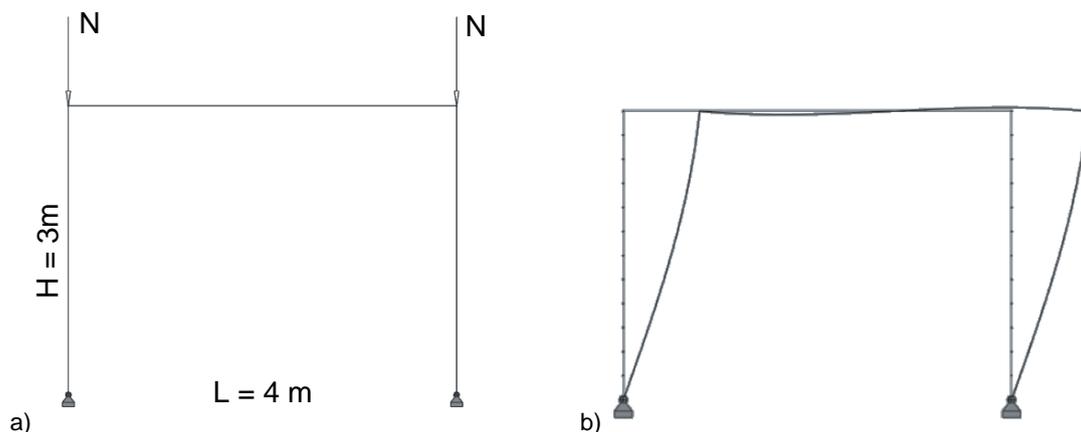
Section 48,3 mm x 2,9 mm		Section 100 mm x 10 mm	
A (m <sup>2</sup> )	4,136 x 10 <sup>-4</sup>	A (m <sup>2</sup> )	28,274 x 10 <sup>-4</sup>
I (m <sup>4</sup> )	10,7 x 10 <sup>-8</sup>	I (m <sup>4</sup> )	289,812 x 10 <sup>-8</sup>
W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	4,43 x 10 <sup>-6</sup>	W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	57,962 x 10 <sup>-6</sup>
W <sub>pl</sub> (m <sup>3</sup> )	5,985 x 10 <sup>-6</sup>	W <sub>pl</sub> (m <sup>3</sup> )	81,333 x 10 <sup>-6</sup>
f <sub>y</sub> (MPa)	320	f <sub>y</sub> (MPa)	320
N <sub>Rd</sub> (kN)	132,352	N <sub>Rd</sub> (kN)	904,768
M <sub>el,Rd</sub> (kN)	1,418	M <sub>el,Rd</sub> (kN)	18,548
M <sub>pl,Rd</sub> (kN)	1,915	M <sub>pl,Rd</sub> (kN)	26,027

L'ensemble des calculs réalisés pour chaque structure sera détaillé dans les annexes respectives ; seuls les résultats sont présentés ci-après.

La méthode (i) sera appliquée en utilisant à chaque fois l'ensemble des niveaux de capacité de résistance qu'il est possible d'exploiter pour chaque section transversale. La méthode (ii), quant à elle, ne possède qu'un seul niveau de capacité de résistance.

#### V.2.2.2.1. Portique bi-articulé

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-articulé (Fig. V.5). Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.6 et la Fig. V.6 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.2.2.1.

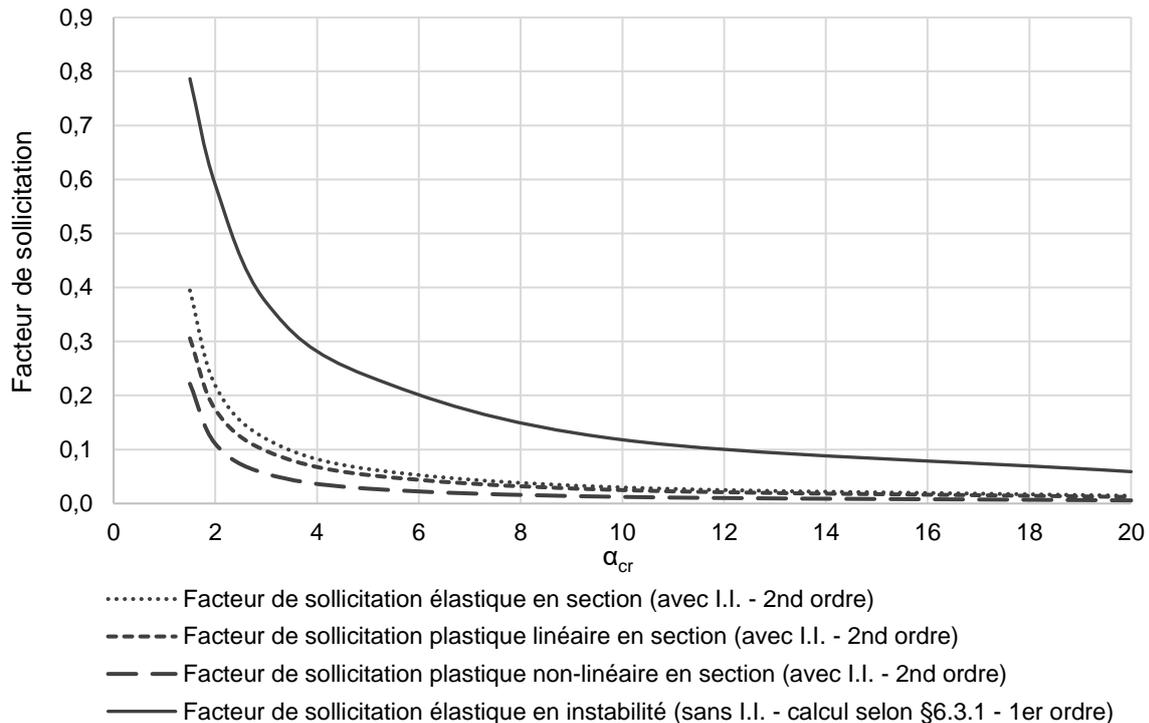


**Fig. V.5.** a) Portique bi-articulé sous un effort de compression ; b) Déformée critique du portique

**Tableau V.6.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour le portique bi-articulé comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)			En instabilité (sans I.I.)	
	Élastique	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire		
1,5	0,395	0,306	0,222	0,787	+99,2%*
2	0,218	0,174	0,111	0,590	+170,6%*
3	0,120	0,097	0,055	0,372	+210,0%*
5	0,064	0,053	0,028	0,236	+268,8%*
10	0,030	0,025	0,012	0,118	+293,3%*
20	0,014	0,012	0,006	0,059	+321,4%*

\* L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. V.6.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour le portique bi-articulé comprimé

De la même manière que pour les exemples précédents, pour un chargement donné, lorsque la capacité de résistance de la section transversale augmente, les résultats des critères en section diminuent.

Ensuite, si l'on s'intéresse au critère en instabilité, qui est un critère en élasticité, on constate, à nouveau, que les résultats issus de ce critère en instabilité sont largement surestimés vis-à-vis des résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur moyenne commise est de 195,7%, avec une erreur allant de +99,2% à +321,4%. En ce qui concerne cet exemple du portique bi-articulé, l'erreur commise avec le critère en instabilité est toujours sécuritaire par rapport au critère en section. Cependant, on regrette, une fois de plus, que ce critère en instabilité ne permette pas d'apprécier plus précisément le facteur de sollicitation réel de la structure. Cette erreur est, à nouveau, dû au coefficient de réduction au flambement  $\chi$ , qui est défini pour une structure sollicitée au maximum de sa capacité en flambement simple.

### V.2.2.2.2. Portique bi-encasté

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-encasté (Fig. IX.93). Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.7 et la Fig. V.8 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.2.2.2.

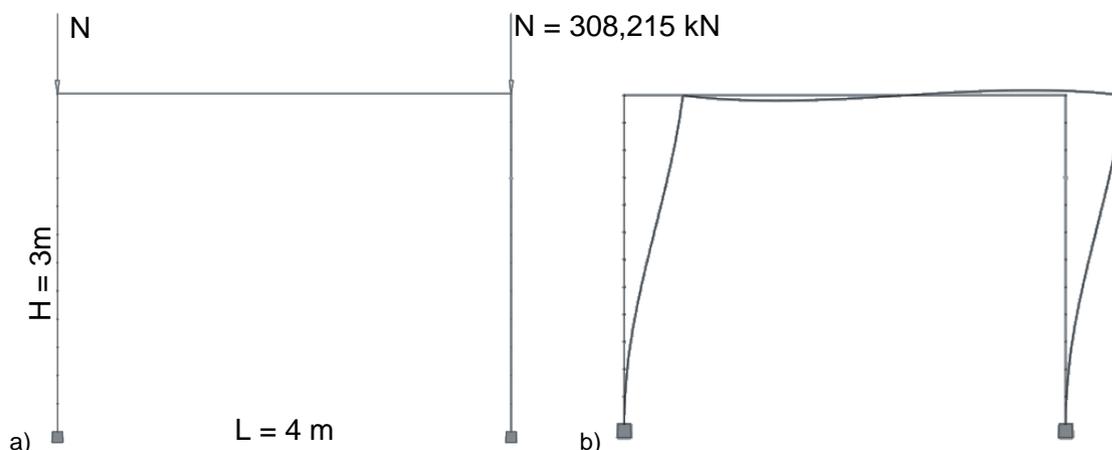


Fig. V.7. a) Portique bi-encasté sous un effort de compression ; b) Déformée critique du portique

Tableau V.7 Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour le portique bi-encasté comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)			En instabilité (sans I.I.)	
	Élastique	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire		
1,5	0,943	0,771	0,497	0,974	+3,3%*
2	0,557	0,471	0,232	0,731	+31,2%*
3	0,321	0,278	0,111	0,487	+51,7%*
5	0,178	0,156	0,054	0,292	+64,0%*
10	0,085	0,075	0,024	0,146	+71,8%*
20	0,041	0,037	0,011	0,073	+78,0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique

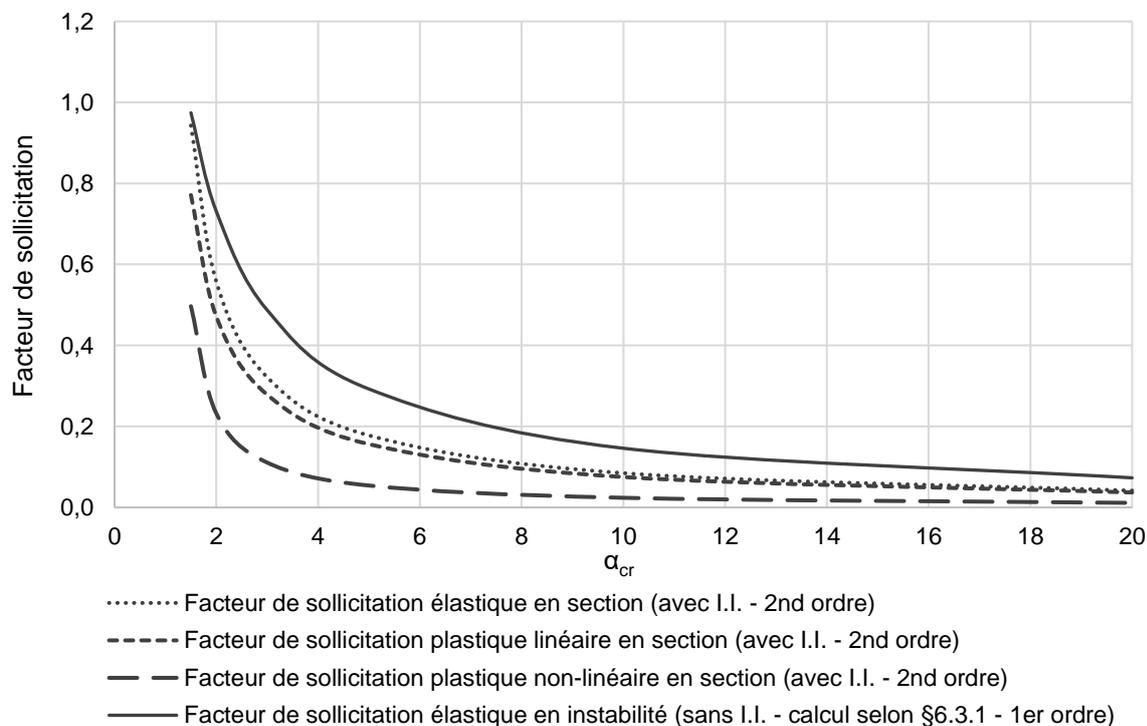


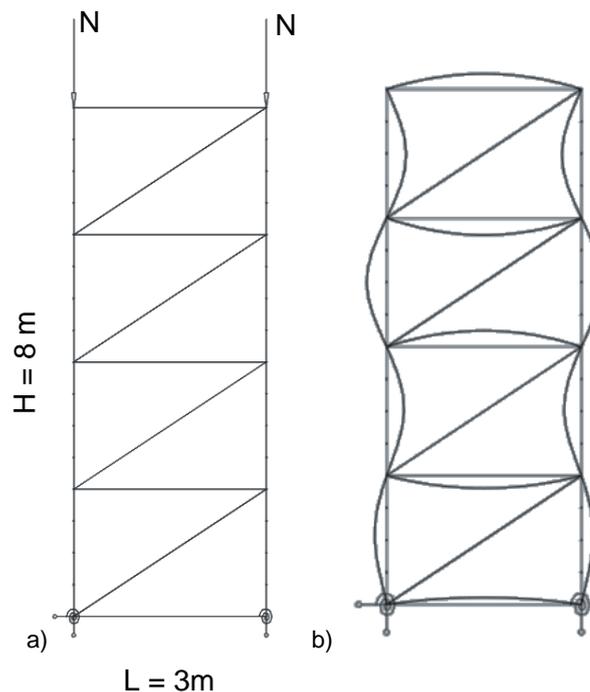
Fig. V.8. Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour le portique bi-encasté comprimé

Comme pour les exemples précédents, pour un chargement donné, les résultats des critères en section diminuent à mesure que l'on augmente la capacité de résistance de la section transversale.

Ensuite, si l'on s'intéresse au critère en instabilité, qui est un critère en élasticité, on constate, à nouveau, que les résultats issus de ce critère en instabilité sont surestimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur moyenne commise est de 50%, avec une erreur allant de +3,3% à +78%. L'erreur commise avec le critère en instabilité est donc toujours sécuritaire par rapport au critère en section. Cependant, on regrette, une fois de plus, que ce critère en instabilité ne permette pas d'apprécier plus précisément le facteur de sollicitation réel de la structure. L'erreur la plus faible est commise pour un facteur de sollicitation proche de 1. Cela provient du fait que l'erreur est due au coefficient de réduction au flambement  $\chi$ , qui est défini pour une structure sollicitée au maximum de sa capacité en flambement simple.

### V.2.2.2.3. Tour autostable

Cette partie est consacrée aux résultats de la tour autostable (Fig. V.9). La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad ; tandis que les extrémités des diagonales sont articulées. Les appuis de la tour autostable sont modélisés comme étant des vérins de pied, donc avec une rigidité de 20 kN.m/rad, valeur définie dans la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b). Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.8 et la Fig. V.10 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.2.2.3.

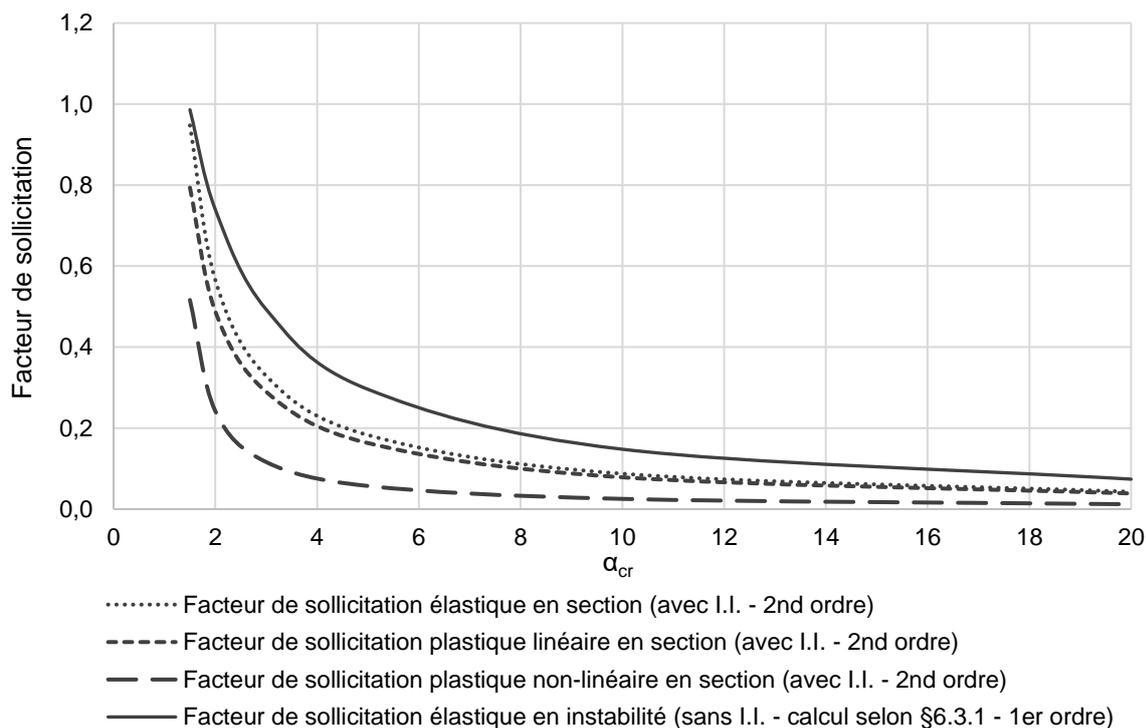


**Fig. V.9.** a) Tour autostable sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la tour autostable

**Tableau V.8.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la tour autostable comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)			En instabilité (sans I.I.)	
	Élastique	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire		
1,5	0,947	0,794	0,516	0,986	+4,1%*
2	0,566	0,488	0,242	0,739	+30,6%*
3	0,329	0,290	0,116	0,493	+49,8%*
5	0,183	0,163	0,057	0,296	+61,7%*
10	0,087	0,079	0,025	0,148	+70,1%*
20	0,043	0,039	0,012	0,074	+72,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. V.10.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la tour autostable comprimée

En ce qui concerne cet exemple de la tour autostable, tout comme pour les exemples précédents, les résultats des critères en section, pour un chargement donné, diminuent à mesure que l'on augmente la capacité de résistance de la section transversale.

Ensuite, si l'on s'intéresse au critère en instabilité, qui est un critère en élasticité, on constate, à nouveau, que les résultats issus de ce critère en instabilité sont surestimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur moyenne commise est de 48,1%, avec une erreur allant de +4,1% à +72,1%. Pour cet exemple de la tour autostable, l'erreur commise à partir du critère en instabilité est toujours sécuritaire par rapport au critère en section. Cependant, on regrette, une fois de plus, que ce critère en instabilité ne permette pas d'apprécier plus précisément le facteur de sollicitation réel de la structure. L'erreur commise est d'autant plus faible que le facteur de sollicitation est proche de 1. Cela est dû, une fois de plus, à la définition du coefficient de réduction au flambement  $\chi$ , valable uniquement pour une structure sollicitée au maximum de sa capacité en flambement simple.

### V.2.2.2.4. Échafaudage de façade

Cette partie est relative aux résultats de l'échafaudage de façade (Fig. V.11). La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les appuis de l'échafaudage de façade sont réalisés au moyen d'appuis simples. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.9 et la Fig. V.12 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.2.2.4.

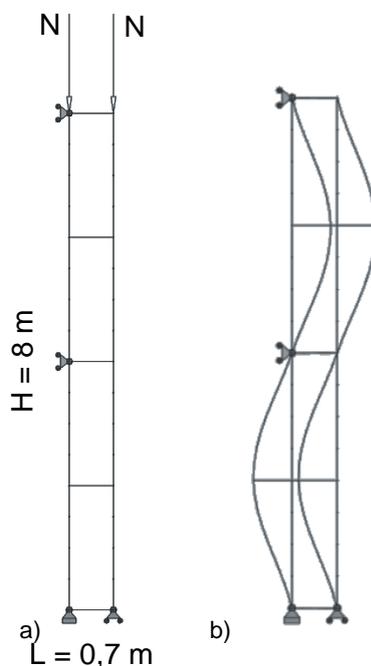
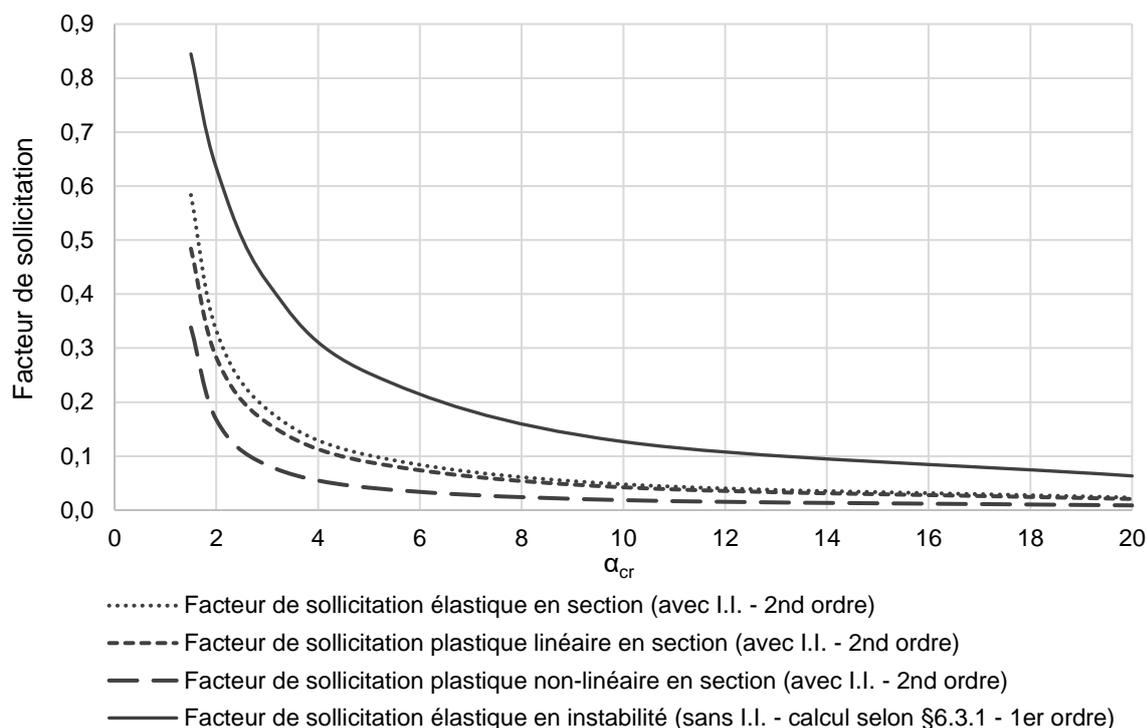


Fig. V.11. a) Échafaudage de façade sous un effort de compression ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade

Tableau V.9. Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour l'échafaudage de façade comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)			En instabilité (sans I.I.)	
	Élastique	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire		
1,5	0,583	0,484	0,338	0,845	+44,9%*
2	0,332	0,282	0,167	0,634	+91,0%*
3	0,186	0,161	0,083	0,422	+126,9%*
5	0,101	0,089	0,041	0,253	+150,5%*
10	0,048	0,042	0,018	0,127	+164,6%*
20	0,023	0,021	0,009	0,063	+173,9%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. V.12.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour l'échafaudage de façade comprimé

Pour ce dernier exemple, et comme pour l'ensemble des exemples précédents, on observe que les résultats des critères en section, pour un chargement donné, diminuent à mesure que l'on augmente la capacité de résistance de la section transversale.

Ensuite, lorsque l'on s'intéresse au critère en instabilité, qui est un critère en élasticité, on constate, une fois de plus, que les résultats issus de ce critère en instabilité sont largement surestimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur moyenne commise est de 125,3%, avec une erreur variant entre +44,9% à +173,9%. Pour cet exemple de l'échafaudage de façade, l'erreur est, certes, toujours sécuritaire par rapport au critère en section, cependant, on regrette, une fois de plus, que ce critère en instabilité ne permette pas d'apprécier plus précisément le facteur de sollicitation réel de la structure.

### V.2.3. Conclusions

L'étude comparative, qui a été menée dans ce paragraphe V.2, a permis de mettre en évidence quelques ambiguïtés dans le principe de vérification actuel des éléments simplement comprimés.

Pour rappel, la vérification de ce type d'élément doit tenir compte des imperfections initiales les affectant ainsi que les effets de second ordre pouvant être engendrés. Cette prise en compte peut être effectuée :

- (i) directement dans l'analyse globale de la structure ; les critères de vérification seront alors des critères en section
- (ii) à travers l'utilisation d'un critère de vérification approprié qui est le critère en instabilité, et qui permet de prendre en compte directement dans le calcul les imperfections initiales et les effets du second ordre non pris en compte dans l'analyse globale de la structure.

Dès lors, on relève une première ambiguïté entre ces deux méthodes. La première méthode (méthode (i)) permet d'utiliser différents niveaux de résistance de la section transversale (élastique, plastique linéaire ou plastique non-linéaire) ; là où, le critère en instabilité ne permet qu'un seul et unique niveau de résistance de la section transversale, la résistance élastique.

Ainsi, pour des sections de classe transversale 1 ou 2, ce qui est le cas des sections usitées dans le domaine des échafaudages, il n'est pas possible d'exploiter la capacité plastique non-linéaire d'une section sans être contraint de passer par la modélisation des imperfections initiales.

Ensuite, chaque exemple de l'étude comparative montre que les résultats issus du critère élastique en instabilité ne reflètent en aucun cas les résultats que l'on peut obtenir à partir du critère élastique en section, lorsque les imperfections initiales et les effets du second ordre sont inclus dans l'analyse globale de la structure. Dans la totalité des cas, mis à part l'exemple de la barre bi-encastree, cette erreur est dans le sens de la sécurité, cela signifie donc que les résultats du critère en instabilité sont supérieurs aux résultats du critère en section. Cette erreur reste néanmoins beaucoup trop importante, avec des erreurs maximales pouvant aller jusqu'à +321,4%. Il reste, toutefois, le cas de la barre bi-encastree, pour laquelle, les résultats issus du critère en instabilité sont sous-estimés par rapport aux résultats du critère en section. Cela pose donc un problème quant à la véracité de la vérification de la stabilité de cet élément, et donc probablement d'autres structures ou éléments non vérifiés ici, avec le critère en instabilité.

Les erreurs les plus faibles sont observées pour des chargements engendrant un facteur de sollicitation proche de 1. Cela provient du fait que, le critère en instabilité tient compte des imperfections initiales et des effets du second ordre à travers le coefficient de réduction au flambement  $\chi$ . Ce coefficient, introduit par Ayrton et Perry, est défini pour une structure sollicitée au maximum de sa capacité en flambement simple, c'est-à-dire pour un critère de résistance élastique au flambement simple égal à 1 (§II.3.2). Pour des chargements autres que ce chargement limite, le coefficient de réduction au flambement reste le même, et, ne reflète ainsi pu le niveau réel de chargement de la structure.

L'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est dès lors pas atteint.

### V.3. Étude comparative relative aux éléments comprimés fléchis

#### V.3.1. Contexte de l'étude comparative

Cette partie est consacrée à l'étude comparative des critères de vérification des éléments comprimés fléchis. Ainsi, nous allons confronter les résultats respectivement issus de la méthode (i) et la méthode (ii).

Comme cela est expliqué précédemment, la méthode (i) nécessite de prendre en compte les imperfections initiales et les effets du second ordre directement dans l'analyse globale de la structure. Les vérifications sont alors effectuées au moyen de critère en section. Pour une structure comprimée fléchie, présentant des imperfections initiales, le critère en section s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}''}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (5.4)$$

Compte tenu de la classe de la section transversale, différents niveaux de critères peuvent être envisagés, à savoir des critères : élastiques, plastiques linéaires ou plastiques non-linéaires. Dans le cas d'une résistance plastique non-linéaire, le critère (5.4) s'écrit alors :

$$\frac{M_{Ed}''}{M_{N,Rd}} \leq 1 \quad (5.5)$$

La prise en compte des imperfections initiales dans les éléments sera effectuée en utilisant la méthode des courbures, présentée (§III.4).

Pour ce qui est de la méthode (ii), les imperfections initiales et les effets du second ordre ne sont pas pris en compte dans l'analyse globale de la structure. Les critères utilisés sont des

critères en instabilité. Dans le cas d'une structure comprimée fléchie, présentant des imperfections initiales, le critère en instabilité s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (5.6)$$

Avec cette méthode (ii), deux niveaux de critère peuvent être envisagés suivant la classe de la section transversale, à savoir un critère élastique ou un critère plastique linéaire.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe II.4, le coefficient  $k_{yy}$  du critère (5.6) peut être déterminé à partir de la Méthode 1 de l'Annexe A de la norme NF EN 1993-1-1, ou, à partir de la Méthode 2 de l'Annexe B. Dans cette étude comparative, les calculs selon la méthode (ii) ont été menés avec les deux méthodes, 1 et 2, afin de pouvoir les comparer.

On constate, ici, une première incohérence entre les deux critères. En effet, il n'est pas possible d'exploiter les mêmes capacités de résistance des sections transversales avec les deux méthodes. Pour utiliser la capacité plastique non-linéaire de la section, il est obligatoirement nécessaire d'inclure les imperfections initiales et les effets du second ordre dans l'analyse globale de la structure ; ce qui, pour des structures complexes, peut être contraignant.

Le paragraphe V.3.2 est relatif à l'étude comparative des différents critères utilisant les résistances élastiques ; tandis que le paragraphe V.3.3 concerne l'étude comparative menée avec les résistances plastiques des critères. Comme pour l'étude comparative relative aux éléments comprimés, pour chacun des cas, nous étudierons des barres isolées et des structures complètes. L'ensemble des résultats fera l'objet d'une conclusion dans le paragraphe V.3.4.

## V.3.2. Résultats numériques en élasticité des structures étudiées

### V.3.2.1. Barres isolées

Dans cette partie, nous nous consacrerons uniquement aux résultats des critères de vérification appliqués aux barres isolées, de 2 m de longueur, réalisées avec des sections circulaires creuses 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque barre est sollicitée par un effort de compression  $N$ , variable, de sorte que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure varie entre 1,5 et 20 ; et par une charge transversale, pouvant être concentrée ou répartie, suivant les cas. Les propriétés de la section 48,3 mm x 2,9 mm sont rappelées dans le Tableau V.10.

**Tableau V.10.** Propriétés de la section 48,3 mm x 2,9 mm

Section 48,3 mm x 2,9 mm	
A (m <sup>2</sup> )	4,136 x 10 <sup>-4</sup>
I (m <sup>4</sup> )	10,7 x 10 <sup>-8</sup>
W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	4,43 x 10 <sup>-6</sup>
W <sub>pl</sub> (m <sup>3</sup> )	5,985 x 10 <sup>-6</sup>
f <sub>y</sub> (MPa)	320
N <sub>Rd</sub> (kN)	132,352
M <sub>el,Rd</sub> (kN)	1,418
M <sub>pl,Rd</sub> (kN)	1,915

Seul l'exemple de calcul pour la barre bi-articulée, avec charge transversale concentrée, sera entièrement détaillé ici ; en ce qui concerne les autres exemples, les points importants et les résultats seront rappelés dans cette partie, l'ensemble des calculs sont disponibles dans les annexes correspondantes.

### V.3.2.1.1. Barre bi-articulée – Charge transversale concentrée

La barre bi-articulée (Fig. V.13), de 2 m de longueur, est réalisée avec une section circulaire creuse 48,3 x 2,9 mm, formée à froid, en acier S320. Elle est soumise à un effort de compression  $N$  et à une charge transversale concentrée. L'effort  $N$  est variable de sorte que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure varie entre 1,5 et 20. Le principe de calcul est présenté pour la valeur  $\alpha_{cr} = 1,5$ , puis les résultats obtenus, pour les différentes valeurs de  $\alpha_{cr}$ , seront récapitulés à la fin de ce paragraphe.

#### a) Exemple numérique pour $\alpha_{cr} = 1,5$

##### Géométrie et chargement

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression  $N$  appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à 1/20<sup>ème</sup> de la charge de compression appliquée. Les propriétés au flambement de la section sont données dans le Tableau V.11.

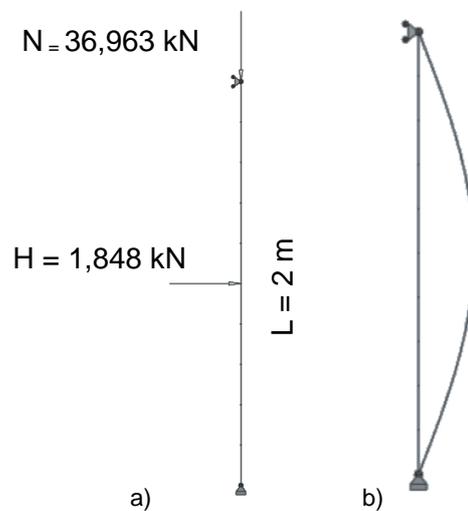


Fig. V.13. a) Barre bi-articulée sous un effort de compression et une charge transversale concentrée; b) Déformée critique de la barre

Tableau V.11. Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée comprimée fléchie

Longueur de flambement	$L_f = 2 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 55,445 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{55,445 \cdot 10^3}} = 1,545$

##### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire ; cependant dans cet exemple, seule la capacité élastique de la section sera exploitée.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	1	0
0	-1	2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

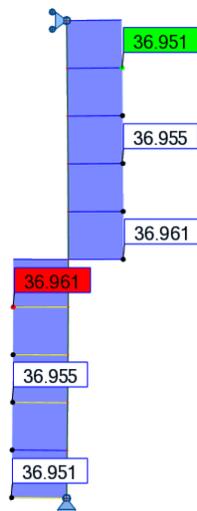
Courbure maximale de la barre :  $\eta''_{cr} = 1,571 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e''_{0,max} = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

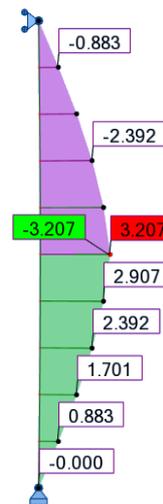
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,011$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,961 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 3,207 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{36,961}{132,352} + \frac{3,207}{1,418} = 2,542$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 1(Annexe A) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

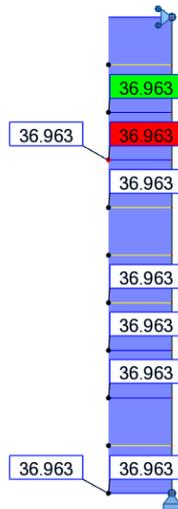
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

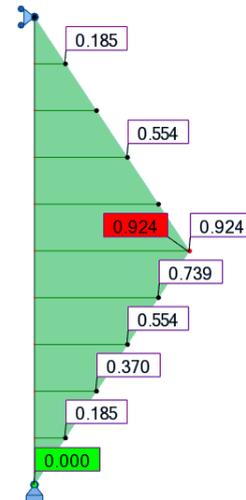
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^l = 0,924 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{36,963}{55,445}}{1 - 0,300 \cdot \frac{36,963}{55,445}} = 0,417$$

La barre est sollicitée par une charge transversale concentrée. L'expression du coefficient d'équivalence est donc :

$$C_{my} = 1 - 0,18 \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 - 0,18 \cdot \frac{36,963}{55,445} = 0,880$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = 0,880 \cdot \frac{0,417}{1 - \frac{36,963}{55,445}} = 1,100$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^l}{M_{el,Rd}} = \frac{36,963}{0,300 \cdot 132,352} + 1,100 \cdot \frac{0,924}{1,418} = 1,647$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 2(Annexe B) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

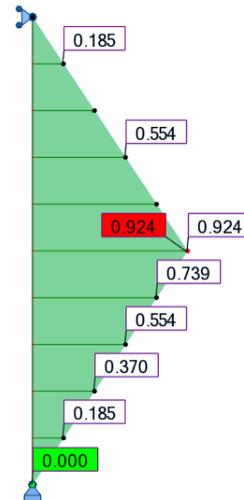
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 2 (Annexe B) - calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,924 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\psi = 0$$

$$\alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = \frac{0}{0,924} = 0$$

$$C_{my} = 0,9 + 0,1 \cdot \alpha_h = 0,9 + 0,1 \times 0 = 0,9$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \times 1,545 \times \frac{36,963}{0,300 \times 132,352} \right) \leq 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \times \frac{36,963}{0,300 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 1,676 \leq 1,402$$

$$k_{yy} = 1,402$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{el,Rd}} = \frac{36,963}{0,300 \cdot 132,352} + 1,402 \cdot \frac{0,924}{1,418} = 1,844$$

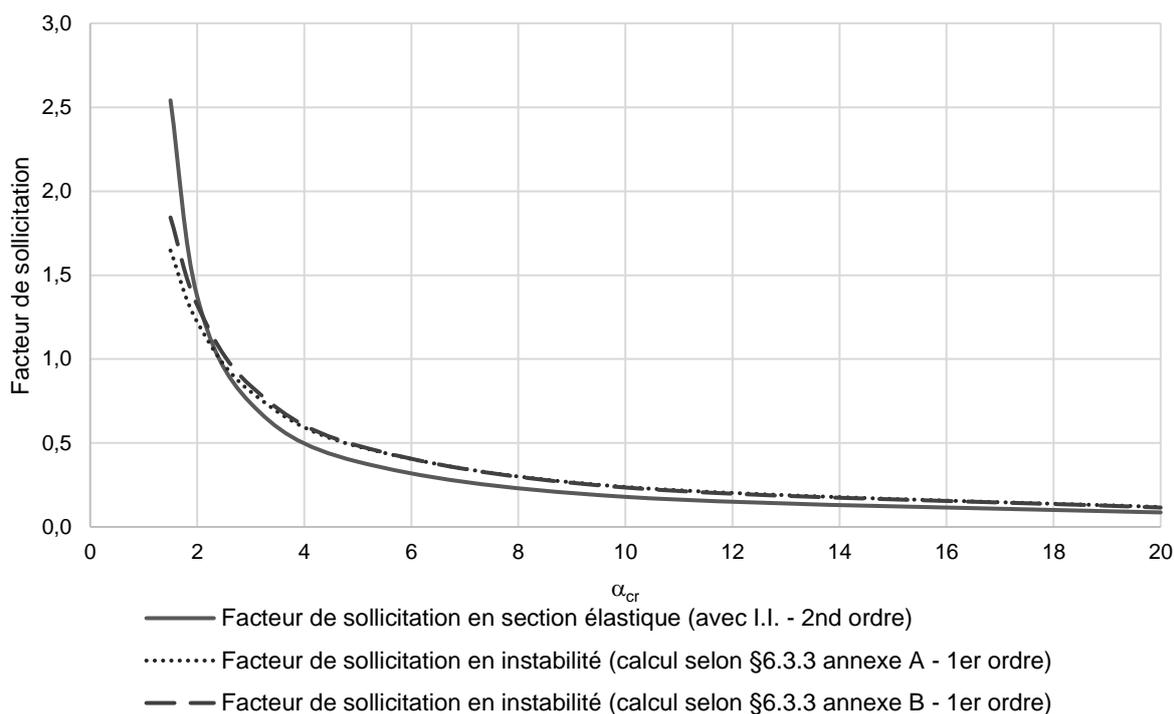
### b) Résultats pour l'ensemble des valeurs de $\alpha_{cr}$

L'exemple numérique présenté précédemment permet de comparer les résultats obtenus avec les différentes méthodes pour le cas de charge avec  $\alpha_{cr} = 1,5$  ; en ce qui concerne les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats sont donnés le Tableau V.12 et sur la Fig. V.14.

**Tableau V.12.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales concentrées

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
	Élastique	Annexe A		Annexe B	
1,5	2,542	1,647	-35,2%*	1,844	-27,5%*
2	1,372	1,221	-11,0%*	1,321	-3,7%*
3	0,737	0,805	+9,3%*	0,840	+14,1%*
5	0,388	0,480	+23,5%*	0,484	+27,8%*
10	0,179	0,238	+33,0%*	0,235	+31,0%*
20	0,087	0,119	+37,5%*	0,116	+33,7%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) et le critère en section élastique



**Fig. V.14.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales concentrées

Dans un premier temps, lorsque l'on observe les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B), on constate que ceux-ci sont similaires. Pour cet exemple de la barre bi-articulée avec chargement transversal concentré, les deux méthodes, 1 et 2, sont donc équivalentes.

Dans un deuxième temps, on s'intéresse maintenant à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section. Dès lors, il est possible de constater que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, ne sont pas équivalents aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur commise varie entre -35,2% et +37,5%. Ainsi, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (1,5 et 2), les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires vis-à-vis des résultats issus du critère en section.

Pour les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité sont surévalués, voire trop sécuritaires, avec une erreur maximale de 37,5%.

L'étude de cette même barre bi-articulée, sollicitée uniquement par un effort de compression simple, a mis en évidence que les résultats du critère en instabilité étaient surestimés par rapport aux résultats du critère en section. L'erreur défavorable, commise ici, provient donc de la part du facteur de sollicitation dû au chargement transversal, et plus précisément, au

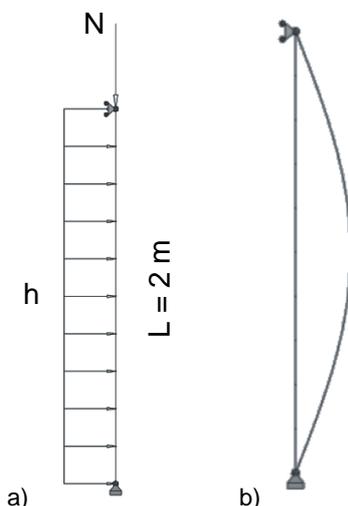
coefficient d'interaction  $k_{yy}$ . Ce coefficient  $k_{yy}$  fait intervenir le coefficient d'équivalence  $C_m$ . Une étude comparative sera menée dans le paragraphe V.4 visant à déterminer l'influence du coefficient  $C_m$  sur l'erreur commise.

On note également, que pour les valeurs plus élevées de  $\alpha_{cr}$ , l'erreur commise dans cet exemple est plus faible que l'erreur commise sur la barre bi-articulée simplement comprimée. Le coefficient d'interaction  $k_{yy}$  permet donc de corriger la part de la compression qui a été surévaluée.

Cependant, il est déjà possible de noter que, l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification des éléments comprimés fléchis, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est pas atteint.

### V.3.2.1.2. Barre bi-articulée – Charge transversale répartie

Une barre bi-articulée (Fig. V.15), de 2 m de longueur, est sollicitée par un effort de compression et une charge transversale répartie. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.13 et la Fig. V.16 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.1.1.1.

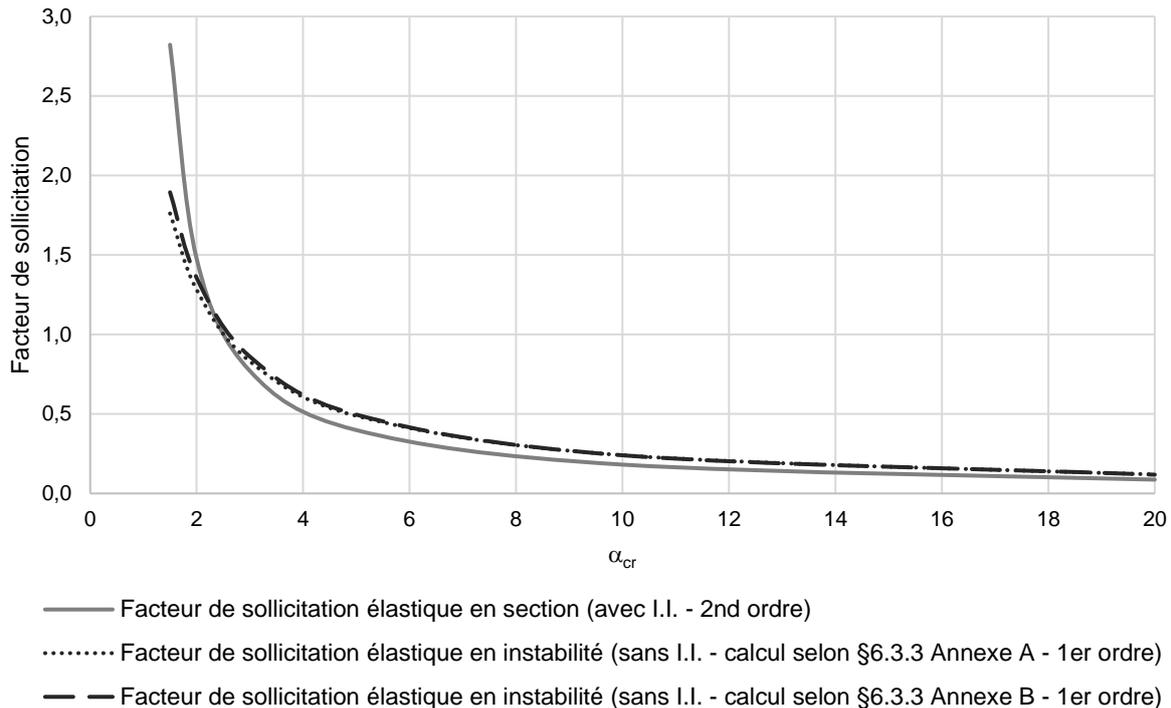


**Fig. V.15.** a) Barre bi-articulée sous un effort de compression et une charge transversale répartie; b) Déformée critique de la barre

**Tableau V.13.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales réparties

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
	Élastique	Annexe A		Annexe B	
1,5	2,822	1,761	-37,6%*	1,895	-32,9%*
2	1,476	1,281	-13,2%*	1,356	-8,2%*
3	0,771	0,831	+7,8%*	0,861	+11,7%*
5	0,399	0,488	+22,5%*	0,496	+24,4%*
10	0,182	0,241	+32,6%*	0,240	+32,3%*
20	0,087	0,119	+37,3%*	0,118	+35,8%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) et le critère en section élastique



**Fig. V.16.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales réparties

Comme pour la barre bi-articulée avec chargement transversal concentré, lorsque l'on observe les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) de la barre bi-articulée avec chargement transversal réparti, on constate que ceux-ci sont similaires. Pour cet exemple, les méthodes 1 et 2 sont donc équivalentes.

Ensuite, lorsque l'on s'intéresse à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section, on note que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, ne sont pas équivalents aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur commise varie entre -37,6% et +37,3%. On remarque que ce sont pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (1,5 et 2) que les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires vis-à-vis des résultats issus du critère en section. Cependant, ce sont pour ces chargements que les effets du second ordre seront les plus importants.

Pour les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité sont surévalués, voire trop sécuritaires, avec une erreur maximale de 37,3%.

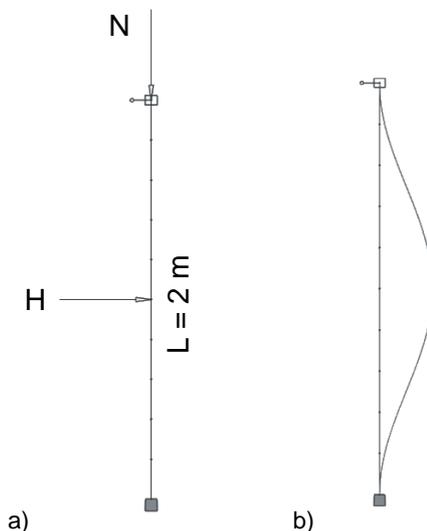
L'étude de cette même barre bi-articulée, simplement comprimée, avait mis en évidence que les résultats du critère en instabilité étaient surestimés par rapport aux résultats du critère en section. L'erreur défavorable, commise ici, provient donc de la part du facteur de sollicitation dû au chargement transversal, et plus précisément, au coefficient d'interaction  $k_{yy}$ . Ce coefficient  $k_{yy}$  fait intervenir le coefficient d'équivalence  $C_m$ . L'étude comparative, menée dans le paragraphe V.4, visera à déterminer l'influence de ce coefficient  $C_m$  sur l'erreur commise.

De la même manière que pour la barre bi-articulée avec chargement transversal concentré, on note, que pour les valeurs plus élevées de  $\alpha_{cr}$ , l'erreur commise dans cet exemple est plus faible que l'erreur commise sur la barre bi-articulée simplement comprimée. Le coefficient d'interaction  $k_{yy}$  permet donc de corriger la part de la compression qui a été surévaluée.

Cependant, on note, une fois de plus, que, l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification des éléments comprimés fléchis, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est pas atteint.

### V.3.2.1.3. Barre bi-encastrée – Charge transversale concentrée

Une barre bi-encastrée (Fig. V.17), de 2 m de longueur, est sollicitée par un effort de compression et une charge transversale concentrée. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.14 et la Fig. V.18 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.1.1.2.

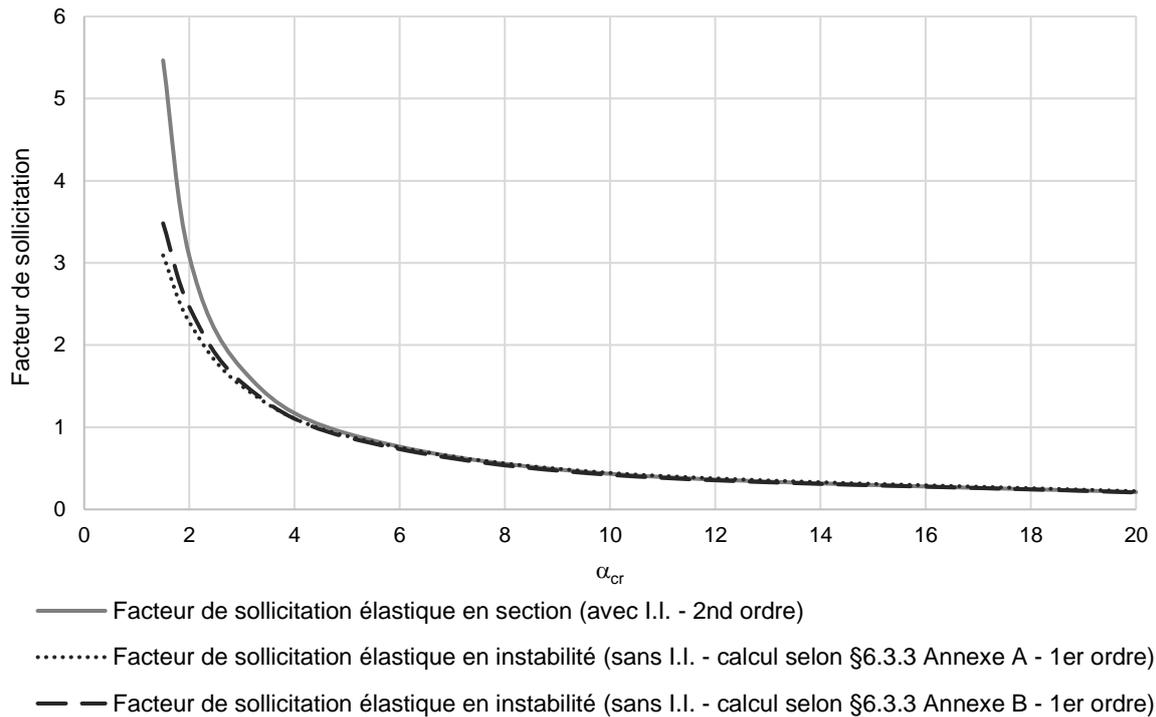


**Fig. V.17.** a) Barre bi-encastrée sous un effort de compression et une charge transversale concentrée ; b) Déformée critique de la barre

**Tableau V.14.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-encastrée comprimée fléchie – charges transversales concentrées

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
	Élastique	Annexe A		Annexe B	
1,5	5,465	3,092	-43,4%*	3,483	-36,3%*
2	3,077	2,278	-26,0%*	2,463	-20,0%*
3	1,710	1,500	-12,3%*	1,543	-9,8%*
5	0,923	0,893	-3,3%*	0,878	-4,9%*
10	0,433	0,444	+2,5%*	0,421	-2,8%*
20	0,210	0,222	+5,3%*	0,206	-2,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) et le critère en section élastique



**Fig. V.18.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-encastree comprimée fléchie – charges transversales concentrées

En ce qui concerne l'étude de la barre bi-encastree avec chargement transversal concentré, lorsque l'on observe les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B), on constate que ceux-ci sont similaires. Pour cet exemple, les méthodes 1 et 2 sont donc équivalentes.

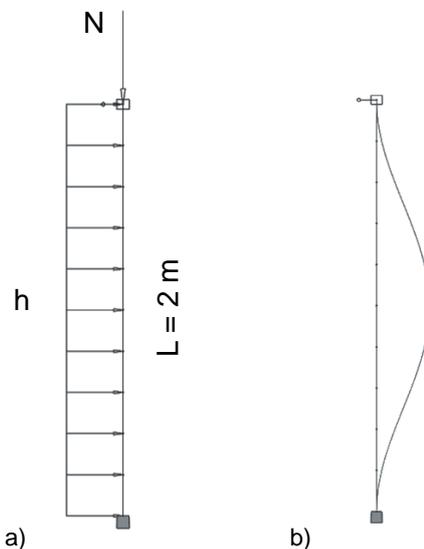
Ensuite, lorsque l'on compare les résultats des critères en instabilité et du critère en section, on note que ceux issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, ne sont pas équivalents aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section, en ce qui concerne les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ . L'erreur commise varie entre -43,4% et +5,3%. Les résultats fournis par les critères en instabilité, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , ne sont pas sécuritaires vis-à-vis des résultats issus du critère en section. Néanmoins, c'est pour ces chargements que les effets du second ordre seront les plus importants.

On remarque que, lors de l'étude de cette barre bi-encastree simplement comprimée, les résultats issus du critère en instabilité étaient sous-estimés par rapport aux résultats du critère en section, tout du moins en ce qui concerne les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ . Cependant, les erreurs commises dans cet exemple-ci, toujours pour ces faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , sont supérieures aux erreurs observées avec la barre bi-encastree simplement comprimée. L'erreur provient, donc, d'une part, du coefficient de réduction au flambement  $\chi$ , et, d'autre part, de la part du facteur de sollicitation dû au chargement transversal, et plus précisément, au coefficient d'interaction  $k_{yy}$ , faisant intervenir le coefficient d'équivalence  $C_m$ . L'étude comparative, menée dans le paragraphe V.4, permettra de déterminer l'influence de ce coefficient  $C_m$  sur l'erreur commise.

Cependant, on note, une fois de plus, que l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification des éléments comprimés fléchis, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est pas atteint.

### V.3.2.1.4. Barre bi-encastée – Charge transversale répartie

Une barre bi-encastée (Fig. V.19), de 2 m de longueur, est sollicitée par un effort de compression et une charge transversale répartie. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.15 et la Fig. V.20 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.1.1.3.

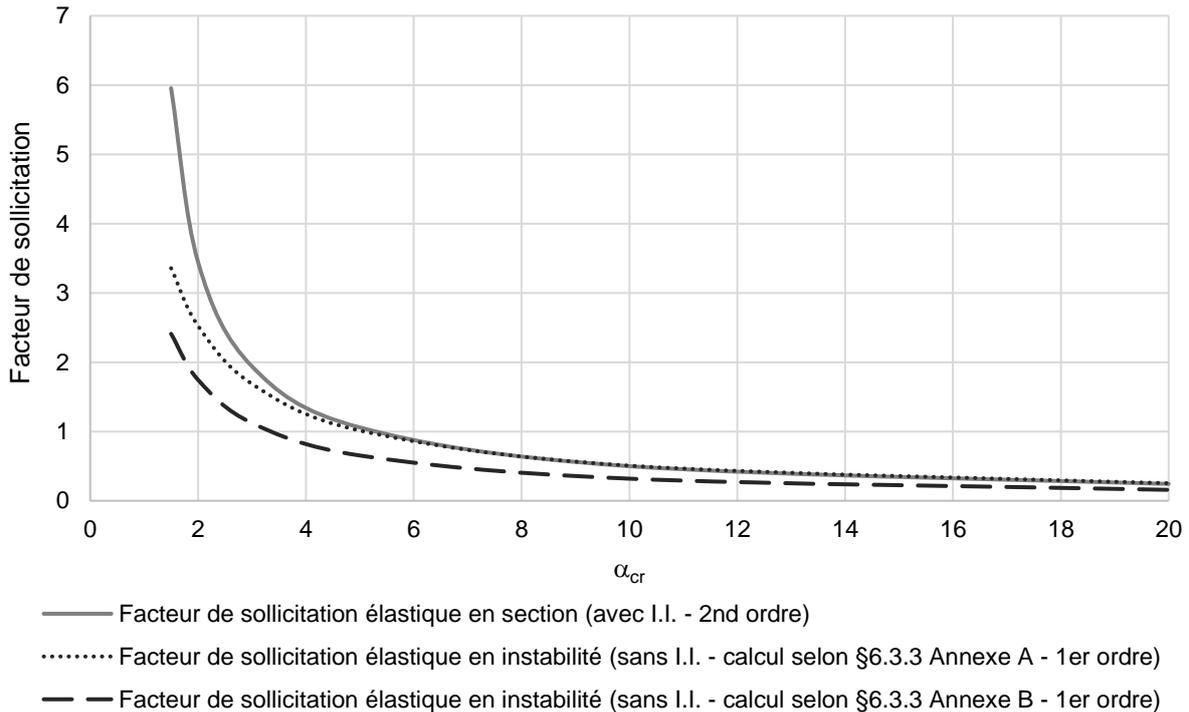


**Fig. V.19.** a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale répartie ; b) Déformée critique de la barre

**Tableau V.15.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie – charges transversales réparties

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
	Élastique	Annexe A		Annexe B	
1,5	5,955	3,357	-43,6%*	2,410	-59,5%*
2	3,447	2,525	-26,7%*	1,746	-49,4%*
3	1,940	1,687	-13,1%*	1,122	-42,2%*
5	1,058	1,013	-4,2%*	0,654	-38,2%*
10	0,499	0,507	+1,5%*	0,319	-36,1%*
20	0,243	0,254	+4,2%*	0,158	-35,2%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) et le critère en section élastique



**Fig. V.20.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-encastree comprimée fléchie – charges transversales réparties

Dans cet exemple de la barre bi-encastree avec chargement transversal réparti, on note que les résultats obtenus, à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B), ne sont pas similaires. Dans cet exemple, les méthodes 1 et 2 ne sont donc pas équivalentes. Cette différence provient de la différence entre les deux valeurs du coefficient d'interaction  $k_{yy}$ . Le coefficient d'interaction issu de la Méthode 1 est supérieur à celui de la Méthode 2, ce qui se répercute sur les résultats des deux critères en instabilité.

Ensuite, lorsque l'on compare les résultats du critère en instabilité de l'Annexe A et du critère en section, on note que ceux issus du critère en instabilité sont sous-estimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section, tout du moins en ce qui concerne les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ . L'erreur maximale observée est de -43,6%. Pour ce qui est de la comparaison des résultats du critère en instabilité de l'Annexe B et du critère en section, quelles que soit les valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus du critère en instabilité sont systématiquement sous-estimés, avec une erreur maximale de -59,5%. La vérification, de cette barre bi-articulée avec chargement transversal réparti, par l'intermédiaire des critères en instabilité, Annexe A ou B, n'est donc pas sécuritaire.

On remarque que, lors de l'étude de cette barre bi-encastree simplement comprimée, les résultats issus du critère en instabilité étaient sous-estimés par rapport aux résultats du critère en section, tout du moins en ce qui concerne les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ . Cependant, les erreurs commises dans cet exemple-ci, toujours pour ces faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , sont supérieures aux erreurs observées avec la barre bi-encastree simplement comprimée. L'erreur provient, donc, d'une part, du coefficient de réduction au flambement  $\chi$ , et, d'autre part, de la part du facteur de sollicitation dû au chargement transversal, et plus précisément, au coefficient d'interaction  $k_{yy}$ , faisant intervenir le coefficient d'équivalence  $C_m$ . En observant les calculs menés pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ , on constate les valeurs de  $k_{yy}$  calculées sont inférieures à 1. Le rôle du coefficient d'interaction, qui est en partie d'amplifier les moments au premier ordre pour tenir compte des effets du second ordre, n'est, dans cet exemple, pas le cas. L'étude comparative, menée dans le paragraphe V.4, permettra de déterminer l'influence de ce coefficient  $C_m$  sur l'erreur commise.

Cependant, on note, une fois de plus, que l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification des éléments comprimés fléchis, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est pas atteint.

### V.3.2.2. Barres incluses dans une structure

Cette partie concerne les résultats des critères de vérification appliqués à des structures complètes, à savoir : un portique bi-articulé, un portique bi-encasté, une tour autostable et un échafaudage de façade. L'ensemble des sections sont des sections formées à froid, en acier S320. Les deux portiques sont conçus avec des sections circulaires creuses 100 mm x 10 mm ; tandis que les deux structures de type échafaudage sont réalisées avec des sections circulaires creuses 48,3 mm x 2,9 mm. Chaque structure est sollicitée par à un effort de compression  $N$ , variable, de sorte que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure varie entre 1,5 et 20, et un chargement transversal, concentré ou réparti selon les exemples. Les propriétés des différentes sections sont rappelées dans le Tableau V.16.

**Tableau V.16.** Propriétés des sections 100 mm x 10 mm et 48,3 mm x 2,9 mm

Section 48,3 mm x 2,9 mm		Section 100 mm x 10 mm	
A (m <sup>2</sup> )	4,136 x 10 <sup>-4</sup>	A (m <sup>2</sup> )	28,274 x 10 <sup>-4</sup>
I (m <sup>4</sup> )	10,7 x 10 <sup>-8</sup>	I (m <sup>4</sup> )	289,812 x 10 <sup>-8</sup>
W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	4,43 x 10 <sup>-6</sup>	W <sub>el</sub> (m <sup>3</sup> )	57,962 x 10 <sup>-6</sup>
W <sub>pl</sub> (m <sup>3</sup> )	5,985 x 10 <sup>-6</sup>	W <sub>pl</sub> (m <sup>3</sup> )	81,333 x 10 <sup>-6</sup>
f <sub>y</sub> (MPa)	320	f <sub>y</sub> (MPa)	320
N <sub>Rd</sub> (kN)	132,352	N <sub>Rd</sub> (kN)	904,768
M <sub>el,Rd</sub> (kN)	1,418	M <sub>el,Rd</sub> (kN)	18,548
M <sub>pl,Rd</sub> (kN)	1,915	M <sub>pl,Rd</sub> (kN)	26,027

L'ensemble des calculs réalisés pour chaque structure est détaillé dans les annexes respectives ; seuls les résultats sont présentés ci-après.

#### V.3.2.2.1. Portique bi-articulé

Le portique bi-articulé (Fig. V.21) est sollicité par un effort de compression et une charge transversale concentrée, appliquée en partie haute de chaque montant. Dans un premier temps, nous allons détailler le principe de calcul pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  ; puis les résultats obtenus pour les différentes valeurs de  $\alpha_{cr}$  seront présentés dans un deuxième temps.

##### a) Exemple numérique pour $\alpha_{cr} = 1,5$

###### Géométrie et chargement

Le portique est réalisé à partir de barres circulaires creuses de section 100 mm x 10 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant du portique est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à 1/20<sup>ème</sup> de la charge de compression appliquée.

**Tableau V.17.** Caractéristiques au flambement du portique bi-articulé comprimé fléchi

Longueur de flambement	$L_f = 6,628 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 136,736 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{136,736 \cdot 10^3}} = 2,572$

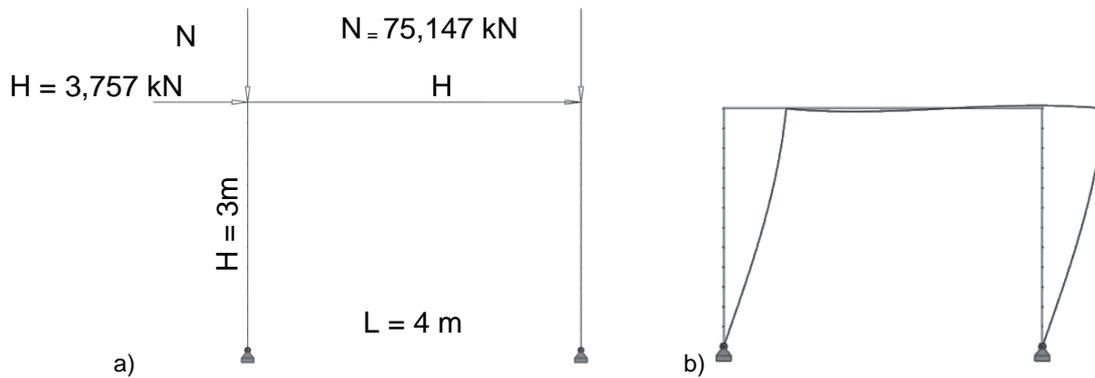


Fig. V.21. a) Portique bi-articulé sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique

### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire ; cependant dans cet exemple, seule la capacité élastique de la section sera exploitée.

### Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,003929724	0,000893278	2,5
0,004281998	0,000511688	3

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 3,314 \text{ m}$

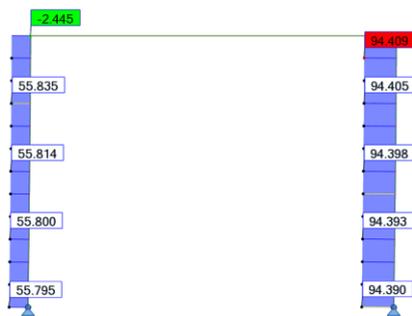
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 7,931 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 5,354 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 6,751$

- Vérification en section avec résistance élastique :

Effort normal :

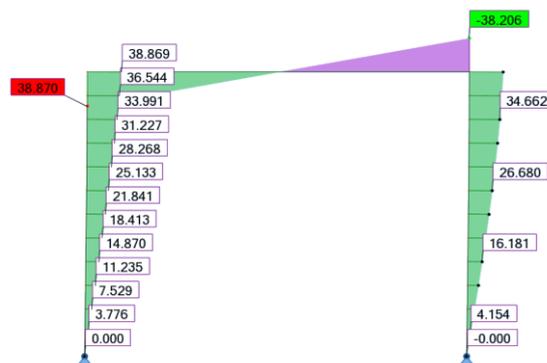


$$N_{Ed} = 94,409 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 38,206 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{94,409}{904,768} + \frac{38,206}{18,548} = 1,572$$

Moment fléchissant :



Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 – Méthode 1(Annexe A) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (2,572 - 0,2) + 2,572^2 \right] = 4,390$$

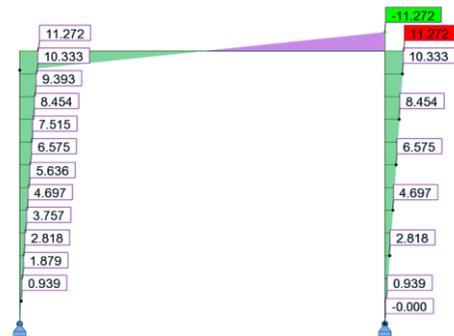
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{4,390 + \sqrt{4,390^2 - 2,572^2}} = 0,126$$

- Vérification des barres comprimées fléchies – Méthode 1(Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



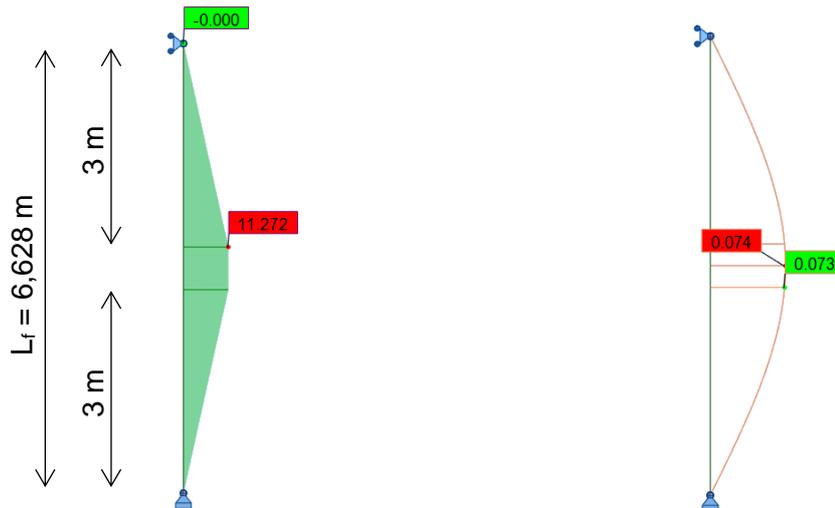
Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe A doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 6,628 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 3 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement. Il va donc être nécessaire d'effectuer une extrapolation des moments, connus sur la longueur réelle de la barre, sur la longueur de flambement.

Cette extrapolation pose problème car il est possible d'extrapoler de plusieurs manières ce qui ne va pas conduire au même résultat pour la vérification et ce qui peut également être source d'ambiguïté pour le calcul.

Le diagramme des moments extrapolés sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 80,783 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 11,272 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{80,783}{136,736}}{1 - 0,126 \cdot \frac{80,783}{136,736}} = 0,442$$

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 289,812 \times 10^{-8} \times 0,074}{6,628^2 \times 11,272 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{80,783}{136,736} = 0,939$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = 0,939 \cdot \frac{0,442}{1 - \frac{80,783}{136,736}} = 1,014$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{80,783}{0,126 \cdot 904,768} + 1,014 \cdot \frac{11,272}{18,548} = 1,326$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 – Méthode 2(Annexe B) :**

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

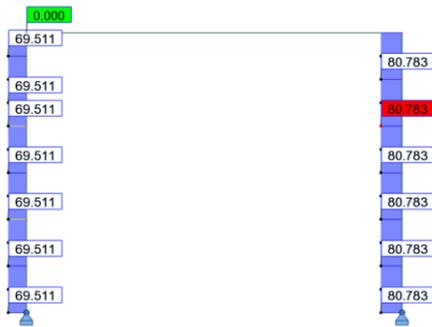
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (2,572 - 0,2) + 2,572^2 \right] = 4,390$$

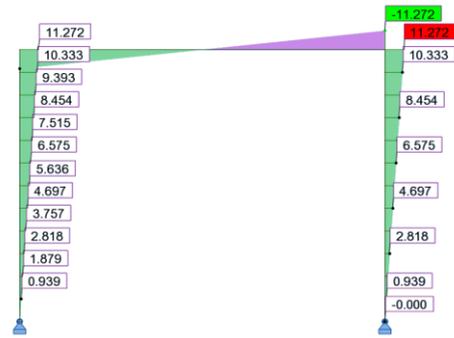
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{4,390 + \sqrt{4,390^2 - 2,572^2}} = 0,126$$

- Vérification des barres comprimées fléchies – Méthode 2(Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



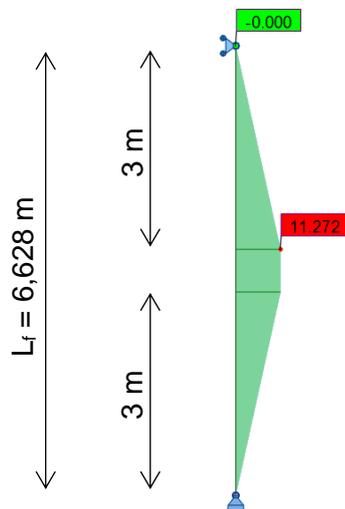
Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe B doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 6,628 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 3 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement. Il va donc être nécessaire d'effectuer une extrapolation des moments, connus sur la longueur réelle de la barre, sur la longueur de flambement.

Cette extrapolation pose problème car il est possible d'extrapoler de plusieurs manières ce qui ne va pas conduire au même résultat pour la vérification et ce qui peut également être source d'ambiguïté pour le calcul.

Le diagramme des moments extrapolés sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 80,783 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 11,272 \text{ kN.m}$$

La détermination du coefficient  $C_{my}$  avec l'Annexe B tient compte si le mode d'instabilité est à nœuds déplaçables ou non. Dans le cas du portique bi-articulé, le premier mode de flambement est un mode à nœuds déplaçables (voir Fig. V.21) ; dans ce cas, le coefficient  $C_{my}$  à prendre en compte est le suivant :

$$C_{my} = 0,9$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \times 2,573 \times \frac{80,783}{0,126 \times 904,768} \right) \leq 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \times \frac{80,783}{0,126 \times 904,768} \right)$$

$$k_{yy} = 1,886 \leq 1,283$$

$$k_{yy} = 1,283$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{el,Rd}} = \frac{80,783}{0,126 \cdot 904,768} + 1,283 \cdot \frac{11,272}{18,548} = 1,489$$

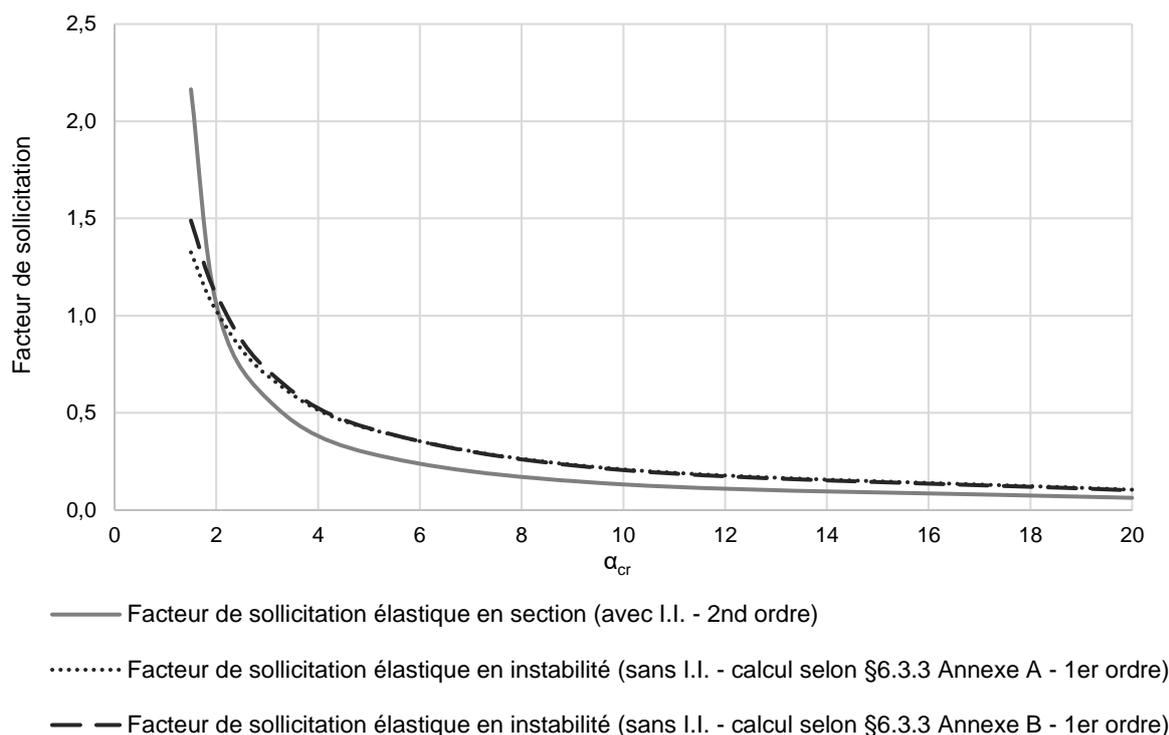
### b) Résultats pour l'ensemble des valeurs de $\alpha_{cr}$

L'exemple numérique présenté précédemment permet de comparer les résultats obtenus avec les différentes méthodes pour le cas de charge avec  $\alpha_{cr} = 1,5$  ; en ce qui concerne les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats sont donnés le Tableau V.18 et sur la Fig. V.22.

**Tableau V.18.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la portique bi-articulé comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
	Élastique	Annexe A		Annexe B	
1,5	2,164	1,326	-38,7%*	1,489	-31,2%*
2	1,060	1,025	-3,3%*	1,109	+4,7%*
3	0,573	0,693	+21,0%*	0,721	+25,9%*
5	0,293	0,418	+42,8%*	0,421	+43,8%*
10	0,132	0,210	+58,5%*	0,206	+55,7%*
20	0,063	0,105	+66,2%*	0,102	+61,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) et le critère en section élastique



**Fig. V.22.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la portique bi-articulé comprimé fléchi

En ce qui concerne l'étude du portique bi-articulé comprimé fléchi, lorsque l'on observe les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B), on constate que ceux-ci sont similaires. Pour cet exemple, les méthodes 1 et 2 sont donc équivalentes.

Ensuite, si l'on s'intéresse à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section, on note que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, ne sont pas équivalents aux résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur commise varie entre -38,7% et +66,2%. On note que l'erreur la plus faible est obtenue pour un facteur de sollicitation aux alentours de 1. En effet, l'ensemble des critères a été défini de sorte que les résultats fournis soient justes lorsque l'on se situe la limite du critère.

On remarque également que ce sont pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (1,5 et 2) que les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires vis-à-vis des résultats issus du critère en section. Et, c'est pour ces chargements que les effets du second ordre sont les plus importants.

Pour les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité sont surévalués, voire trop sécuritaires, avec une erreur maximale de 66,2%.

L'étude, menée précédemment sur ce portique bi-articulé simplement comprimé, avait révélé que les résultats du critère en instabilité étaient largement surestimés par rapport aux résultats du critère en section. L'erreur défavorable observée provient donc de la part du facteur de sollicitation dû au chargement transversal, et plus précisément, au coefficient d'interaction  $k_{yy}$ . Ce coefficient  $k_{yy}$  fait intervenir le coefficient d'équivalence  $C_m$ . L'étude comparative, menée dans le paragraphe V.4, visera à déterminer l'influence de ce coefficient  $C_m$  sur l'erreur commise.

Ces résultats sont observés lorsque l'on détermine le coefficient  $k_{yy}$  en ayant bien recours à la longueur de flambement de l'élément, comme ce qui est demandé de l'Eurocode 3. Cela permet de prendre en compte les imperfections globales qui n'ont pas été prises en compte en amont. Néanmoins, cette méthode nécessite d'extrapoler la répartition des moments sur la longueur de flambement, ce qui peut être source d'erreurs.

Dans le cas où les calculs suivant l'Annexe A ne sont pas réalisés avec la longueur de flambement de la barre (en cas d'oubli de l'article §6.3.3(3)) les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau V.19.

De la même manière, les vérifications suivants l'Annexe B ont été réalisées en commettant l'oubli de tenir compte du mode d'instabilité à nœuds déplaçables et en prenant en compte la longueur de la barre dans les calculs. Les résultats obtenus sont également présentés dans le Tableau V.19.

**Tableau V.19.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la portique bi-articulé comprimé fléchi – avec erreurs d'application des Annexes A et B

$\alpha_{cr}$	En instabilité (sans I.I.)			
	Annexe A		Annexe B	
1,5	1,182	-10,9%*	1,229	-17,5%*
2	0,916	-10,6%*	0,927	-16,4%*
3	0,622	-10,2%*	0,609	-15,5%*
5	0,377	-9,8%*	0,359	-14,7%*
10	0,190	-9,5%*	0,177	-14,1%*
20	0,095	-9,5%*	0,088	-13,7%*

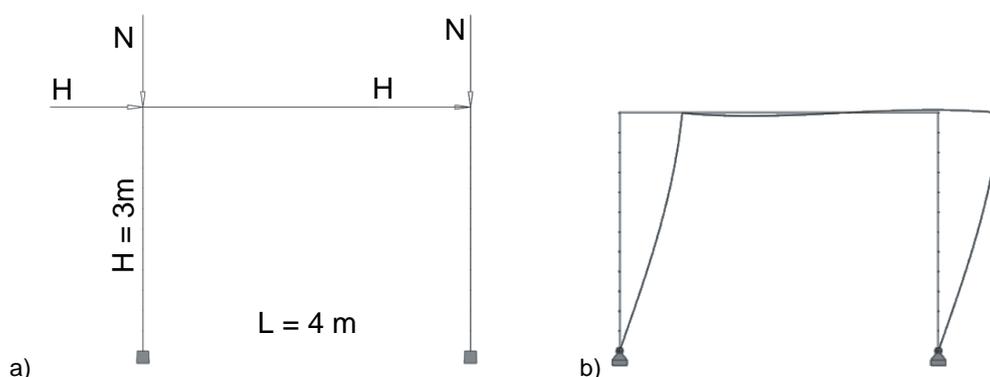
\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) appliqué sur la longueur de la barre et le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) appliqué sur la longueur de flambement

On constate que, pour les résultats initialement non sécuritaires ( $\alpha_{cr} = 1,5$  ou 2), l'erreur commise en appliquant les critères en instabilité sur la longueur de la barre, augmente l'erreur avec les résultats issus du critère en section.

Cependant, on note, une fois de plus, que l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification des éléments comprimés fléchis, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est pas atteint. De plus, on observe ici, une ambiguïté supplémentaire pour les structures dont le mode de flambement est un mode à nœuds déplaçables, qui possèdent une longueur de flambement supérieure à la longueur de la barre, qui nécessite donc l'extrapolation des moments sur la longueur de flambement, au risque de commettre des erreurs supplémentaires.

### V.3.2.2.2. Portique bi-encastré

Le portique bi-encastré (Fig. V.23) est sollicité par un effort de compression et une charge transversale concentrée, appliquée en partie haute de chaque montant. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.20 et la Fig. V.24 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.1.2.1.

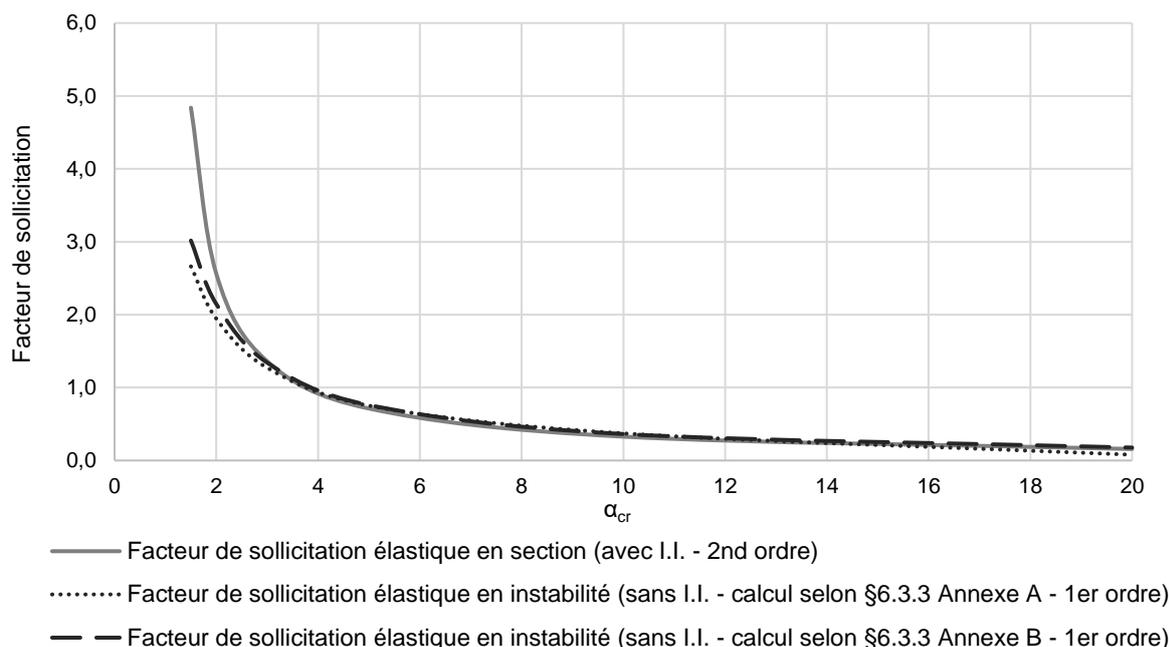


**Fig. V.23.** a) Portique bi-encastré sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique

**Tableau V.20.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
	Élastique	Annexe A		Annexe B	
1,5	4,839	2,663	-45,0%*	3,017	-37,7%*
2	2,560	1,944	-24,0%*	2,146	-16,2%*
3	1,360	1,272	-6,5%*	1,342	-1,4%*
5	0,713	0,752	+5,5%*	0,761	+6,7%*
10	0,328	0,372	+13,6%*	0,363	+10,9%*
20	0,158	0,181	+14,6%*	0,177	+12,5%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) et le critère en section élastique



**Fig. V.24.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi

En ce qui concerne l'étude du portique bi-encasté comprimé fléchi, on observe que les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) sont similaires. Pour cet exemple, les méthodes 1 et 2 sont donc équivalentes.

Lorsque l'on s'intéresse, ensuite, à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section, on note que les résultats, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, sont sous-estimés vis-à-vis des résultats obtenus à partir du critère élastique en section. L'erreur maximale commise s'élève à -45%. Pour ces faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats ne sont donc pas sécuritaires. C'est pourtant pour ces chargements que les effets du second ordre sont les plus importants.

On note, encore une fois, que l'erreur la plus faible est obtenue pour un facteur de sollicitation aux alentours de 1. Cela est dû au fait que l'ensemble des critères a été défini de sorte que les résultats fournis par ceux-ci soient valables lorsque l'on se situe la limite du critère.

Lors de l'étude de ce même portique bi-encasté, mais sollicité uniquement par un effort de compression simple, nous avons relevé que les résultats du critère en instabilité étaient surestimés par rapport aux résultats du critère en section. L'erreur défavorable, observée ici, provient donc de la part du facteur de sollicitation dû au chargement transversal, et plus précisément, au coefficient d'interaction  $k_{yy}$ . Ce coefficient  $k_{yy}$  fait intervenir le coefficient d'équivalence  $C_m$ . L'étude comparative, menée dans le paragraphe V.4, permettra de juger de

l'influence de ce coefficient  $C_m$  sur l'erreur commise. Tout comme pour le portique bi-articulé, le calcul du coefficient  $k_{yy}$  se fait sur la longueur de flambement ce qui peut être une source d'erreurs supplémentaires en cas d'oubli.

On note, cependant, une fois de plus, que, l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification des éléments comprimés fléchis, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est pas atteint.

### V.3.2.2.3. Tour autostable

La tour autostable (Fig. V.25) est sollicitée par un effort de compression et une charge transversale concentrée, appliquée en partie haute de chaque montant. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad ; tandis que les extrémités des diagonales sont articulées. Les appuis de la tour autostable sont modélisés comme étant des vérins de pied, donc avec une rigidité de 20 kN.m/rad, valeur définie dans la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b). Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.21 et la Fig. V.26 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.1.2.2.

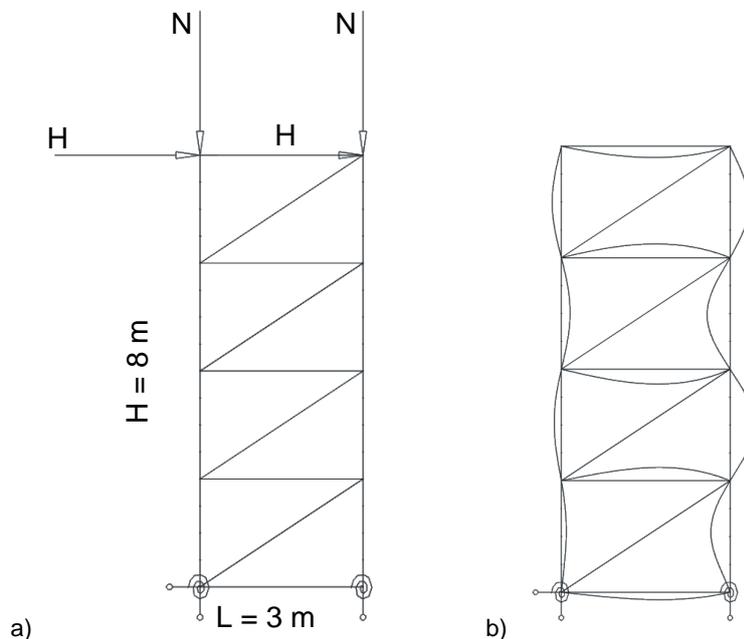
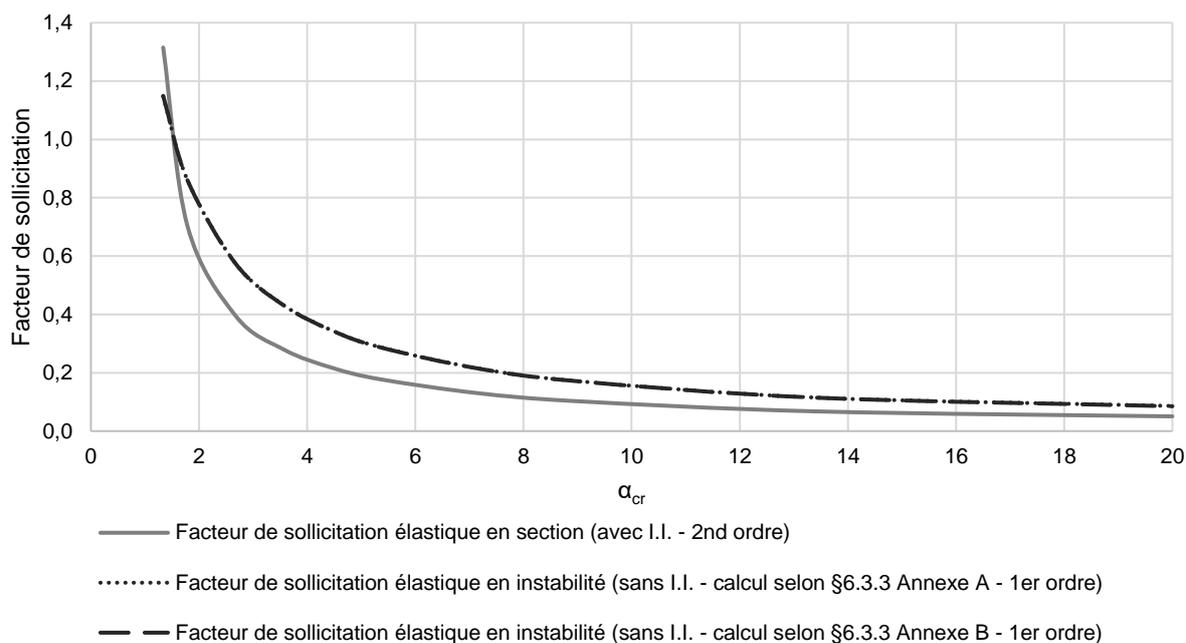


Fig. V.25. a) Tour autostable sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau ; b) Déformée critique de la tour autostable

Tableau V.21. Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la tour autostable comprimée fléchie

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
	Élastique	Annexe A		Annexe B	
1,5	1,315	1,147	-12,8%*	1,149	-12,6%*
2	0,705	0,862	+22,2%*	0,862	+22,1%*
3	0,396	0,575	+45,3%*	0,574	+45,2%*
5	0,217	0,345	+58,9%*	0,344	+58,7%*
10	0,103	0,173	+67,3%*	0,172	+67,0%*
20	0,051	0,086	+70,7%*	0,085	+68,7%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) et le critère en section élastique



**Fig. V.26.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la tour autostable comprimée fléchie

Pour la tour autostable, on observe que les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) sont similaires. Pour cet exemple, les méthodes 1 et 2 sont donc équivalentes.

Si l'on s'intéresse, ensuite, à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section, on remarque que seuls les résultats, pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ , issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, sont sous-évalués vis-à-vis du résultat obtenu à partir du critère élastique en section, avec une erreur maximale de -12,8%. Pour cette valeur de  $\alpha_{cr}$ , les résultats ne sont donc pas sécuritaires. Pour les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité sont surévalués, voire trop sécuritaires, avec une erreur maximale de 70,7%.

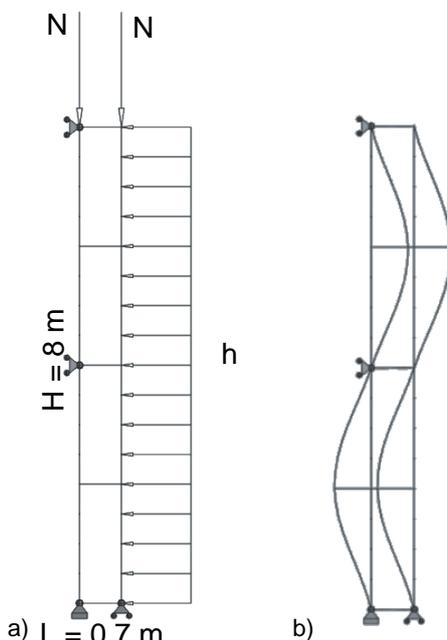
On note, encore une fois, que l'erreur la plus faible est obtenue pour un facteur de sollicitation aux alentours de 1. Cela est dû au fait que l'ensemble des critères a été défini de sorte que les résultats fournis par ceux-ci soient valables lorsque l'on se situe à la limite du critère.

L'étude, de cette tour autostable simplement comprimée, a montré que les résultats du critère en instabilité étaient surestimés par rapport aux résultats du critère en section. L'erreur défavorable, que nous observons ici pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ , est donc induite par la part du facteur de sollicitation dû au chargement transversal, et plus précisément, au coefficient d'interaction  $k_{yy}$ . Ce coefficient  $k_{yy}$  fait intervenir le coefficient d'équivalence  $C_m$ . L'étude comparative, menée dans le paragraphe V.4, permettra de juger de l'influence de ce coefficient  $C_m$  sur l'erreur commise. Tout comme pour le portique bi-articulé, le calcul du coefficient  $k_{yy}$  se fait sur la longueur de flambement ce qui peut être une source d'erreurs supplémentaires en cas d'oubli.

On note, cependant, une fois de plus, que, l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, dans le critère de vérification des éléments comprimés fléchis, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est pas atteint.

### V.3.2.2.4. Échafaudage de façade

L'échafaudage de façade (Fig. V.27) est sollicité par un effort de compression et une charge transversale répartie, appliquée sur le montant droit. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les appuis de l'échafaudage de façade sont réalisés au moyen d'appuis simples. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.22 et la Fig. V.28 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.1.2.3.

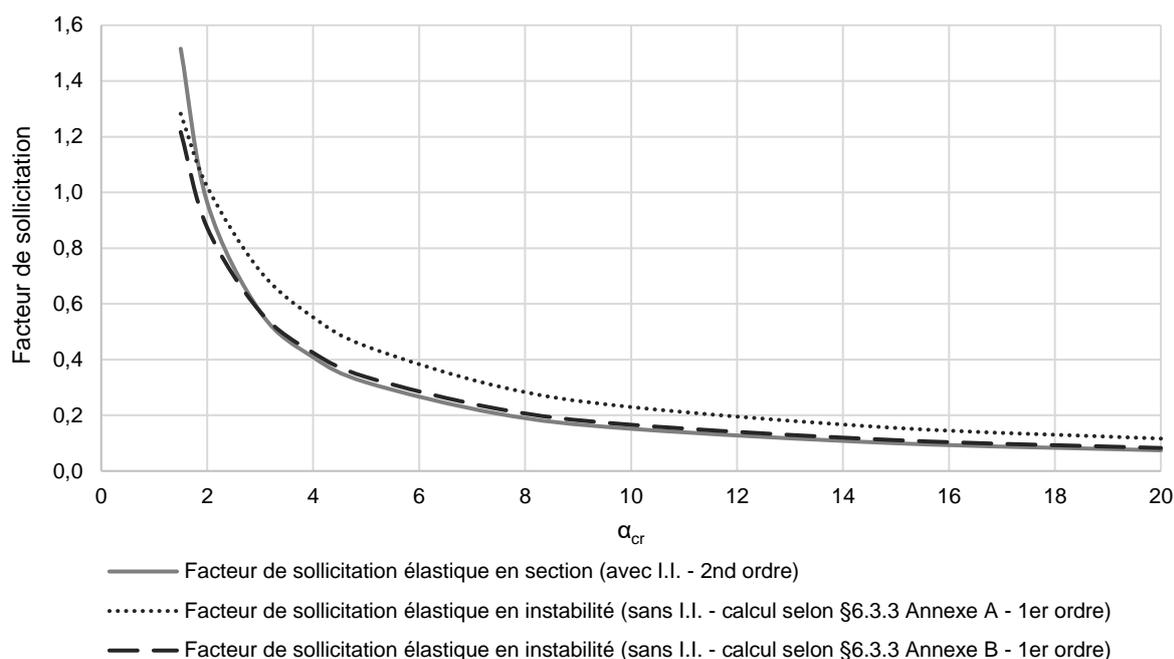


**Fig. V.27.** a) Échafaudage de façade sous un effort de compression et une charge horizontale répartie sur le montant droit ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade

**Tableau V.22.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
	Élastique	Annexe A		Annexe B	
1,5	1,516	1,282	-15,4%*	1,217	-19,7%*
2	0,964	1,021	+5,9%*	0,873	-9,4%*
3	0,571	0,718	+25,6%*	0,572	+0,1%*
5	0,318	0,448	+40,7%*	0,337	+6,0%*
10	0,152	0,230	+51,4%*	0,166	+9,5%*
20	0,074	0,116	+56,8%*	0,083	+11,2%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique (Annexe A ou B) et le critère en section élastique



**Fig. V.28.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

L'étude de l'échafaudage de façade permet de faire remarquer que, pour cet exemple, les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) ne sont pas similaires. Pour cet exemple, les méthodes 1 et 2 ne sont donc pas équivalentes. Dans ce cas, et à l'inverse de la barre bi-encastée à chargement transversal réparti, les résultats issus du critère en instabilité suivant l'Annexe A sont surestimés vis-à-vis de ceux obtenus à partir de l'Annexe B.

Si l'on s'intéresse, ensuite, à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section, on remarque que les résultats, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr} = 1,5$ , issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, sont sous-évalués vis-à-vis du résultat obtenu à partir du critère élastique en section. L'erreur maximale est de -19,7%. Pour les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité sont surévalués, voire trop sécuritaires dans le cas de l'Annexe A, avec une erreur maximale de 56,8%.

On note, dans cet exemple, que pour un facteur de sollicitation aux alentours de 1, le résultat fourni par le critère en instabilité selon l'Annexe A est équivalent au critère en section. Ce n'est, cependant, pas le cas en ce qui concerne le critère en instabilité selon l'Annexe B.

Lors de l'étude de l'échafaudage de façade simplement comprimé, nous avons constaté que les résultats du critère en instabilité étaient largement surestimés par rapport aux résultats du critère en section. Les erreurs défavorables, que nous observons ici pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , proviennent donc de la part du facteur de sollicitation dû au chargement transversal, et plus précisément, au coefficient d'interaction  $k_{yy}$ . En observant les calculs menés pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$ , on constate que les valeurs de  $k_{yy}$  calculées sont inférieures à 1, comme ce que l'on a pu observer avec la barre bi-articulée. Le rôle du coefficient d'interaction, qui est en partie d'amplifier les moments au premier ordre pour tenir compte des effets du second ordre, n'est, dans cet exemple, pas le cas. Ce coefficient  $k_{yy}$  fait intervenir le coefficient d'équivalence  $C_m$ . L'étude comparative, menée dans le paragraphe V.4, permettra de juger de l'influence de ce coefficient  $C_m$  sur l'erreur commise. Tout comme pour le portique bi-articulé, le calcul du coefficient  $k_{yy}$  se fait sur la longueur de flambement ce qui peut également être une source d'erreurs supplémentaires en cas d'oubli.

Il est important, encore une fois, de mettre en avant que, l'objectif du critère en instabilité, qui est de permettre de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre,

dans le critère de vérification des éléments comprimés fléchis, tout en s'affranchissant de les inclure dans l'analyse globale de la structure, n'est pas atteint.

### V.3.3. Résultats numériques en plasticité des structures étudiées

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à étudier les mêmes structures que précédemment, mais en ayant recours, cette fois-ci, à des critères de vérification en plasticité. Ainsi la vérification selon méthode (i) pourra être effectuée en utilisant un critère de vérification plastique linéaire ou plastique non-linéaire ; tandis que les vérifications suivant la méthode (ii) ne pourront être effectuées qu'avec des critères de vérification en plasticité linéaire.

#### V.3.3.1. Barres isolées

##### V.3.3.1.1. Barre bi-articulée – Charge transversale concentrée

Cette partie est relative à l'étude de la barre bi-articulée (Fig. V.13), précédemment étudiée dans le paragraphe V.3.2.1.1. Le principe de calcul est présenté pour la valeur  $\alpha_{cr} = 1,5$ , puis l'ensemble des résultats obtenus, pour les différentes valeurs de  $\alpha_{cr}$ , sera récapitulé à la fin de ce paragraphe.

#### a) Exemple numérique pour $\alpha_{cr} = 1,5$

##### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

$$\text{Limite classe 1 : } 50\varepsilon^2 = 36,719$$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

##### Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	1	0
0	-1	2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

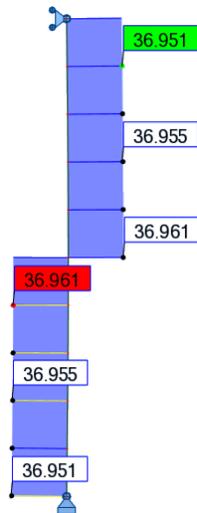
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 1,571 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

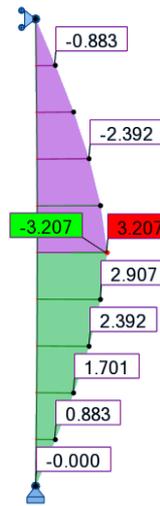
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,011$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,961 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 3,207 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{36,961}{132,352} + \frac{3,207}{1,915} = 1,954$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	1	0
0	-1	2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

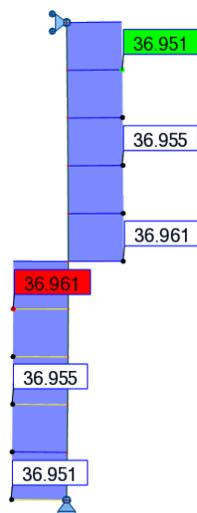
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 1,571 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

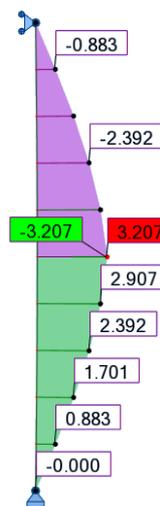
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,011$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,961 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^l = 3,207 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 1,915 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{36,961}{132,352}\right) = 1,734 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{3,207}{1,734} = 1,850$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 1(Annexe A) :**

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

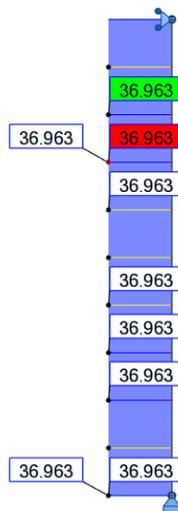
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

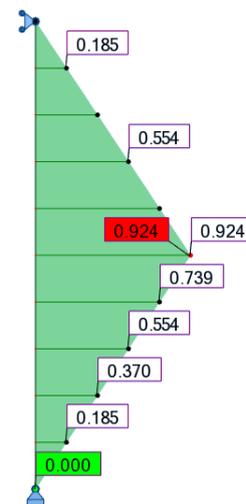
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 1(Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^l = 0,924 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{36,963}{55,445}}{1 - 0,300 \cdot \frac{36,963}{55,445}} = 0,417$$

La barre est sollicitée par une charge transversale concentrée. L'expression du coefficient d'équivalence est donc :

$$C_{my} = 1 - 0,18 \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 - 0,18 \cdot \frac{36,963}{55,445} = 0,880$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}}$$

$$C_{yy} = 1 + (1,351 - 1) \cdot \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,88^2 \times 1,545 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,88^2 \times 1,545^2 \right) \cdot \frac{36,963}{132,352} - 0 \right] \geq \frac{4,431}{5,985}$$

$$C_{yy} = 0,843$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 0,880 \cdot \frac{0,417}{1 - \frac{36,963}{55,445}} \cdot \frac{1}{0,843} = 1,306$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^l}{M_{pl,Rd}} = \frac{36,963}{0,300 \cdot 132,352} + 1,306 \cdot \frac{0,924}{1,915} = 1,560$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 2(Annexe B) :**

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

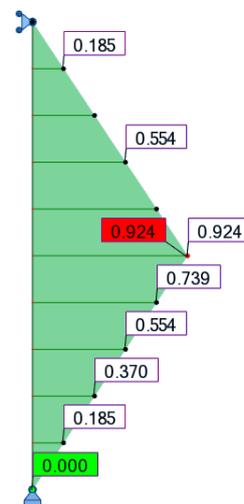
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 2(Annexe B) - calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^l = 0,924 \text{ kN.m}$$

$$\psi = 0$$

$$\alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = \frac{0}{0,924} = 0$$

$$C_{my} = 0,9 + 0,1 \cdot \alpha_h = 0,9 + 0,1 \times 0 = 0,9$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,9 \cdot \left( 1 + (1,545 - 0,2) \times \frac{36,963}{0,300 \times 132,352} \right) \leq 0,9 \cdot \left( 1 + 0,8 \times \frac{36,963}{0,300 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 2,026 \leq 1,569$$

$$k_{yy} = 1,569$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{el,Rd}} = \frac{36,963}{0,300 \cdot 132,352} + 1,569 \cdot \frac{0,924}{1,915} = 1,686$$

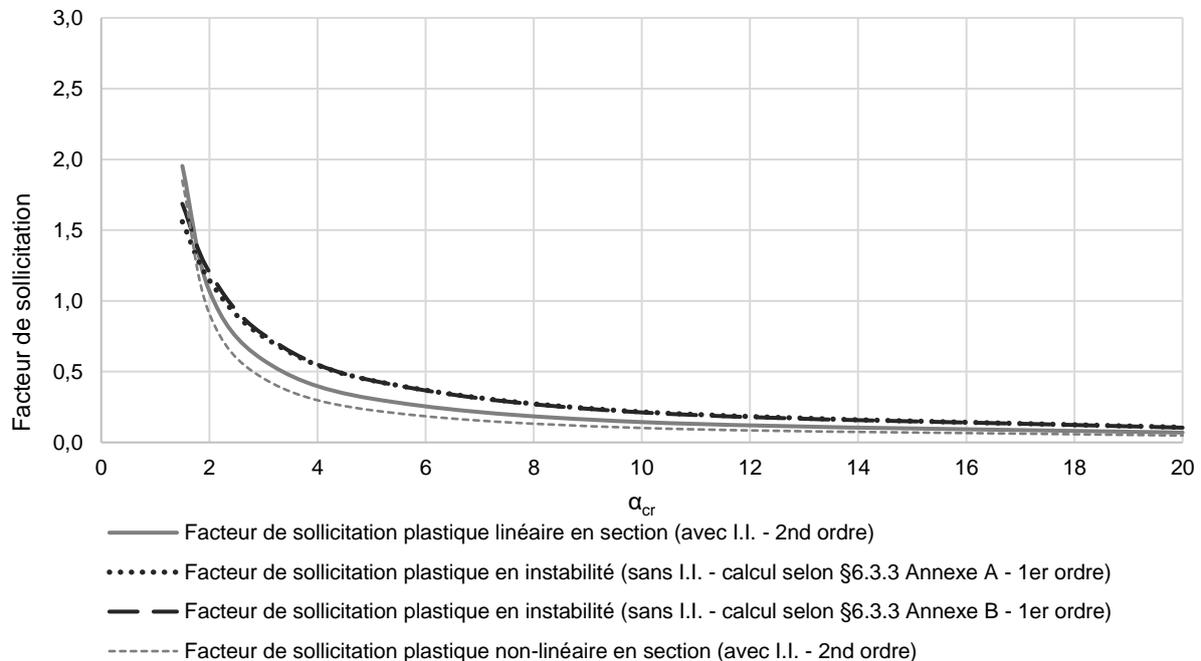
### b) Résultats pour l'ensemble des valeurs de $\alpha_{cr}$

L'exemple numérique présenté précédemment permet de comparer les résultats obtenus avec les différentes méthodes pour le cas de charge avec  $\alpha_{cr} = 1,5$  ; en ce qui concerne les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats sont donnés le Tableau V.23 et sur la Fig. V.29.

**Tableau V.23.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales concentrées

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)			
	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire	Annexe A Plastique linéaire		Annexe B Plastique linéaire	
1,5	1,954	1,850	1,560	-20,2%*	1,686	-13,7%*
2	1,070	0,910	1,146	+7,1%*	1,204	+12,5%*
3	0,582	0,453	0,746	+28,3%*	0,763	+31,1%*
5	0,309	0,227	0,438	+41,7%*	0,438	+41,7%*
10	0,144	0,102	0,216	+50,1%*	0,212	+47,5%*
20	0,069	0,049	0,107	+53,8%*	0,104	+49,9%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique plastique linéaire (Annexe A ou B) et le critère en section plastique linéaire



**Fig. V.29.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales concentrées

Lorsque l'on compare les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) pour cette barre bi-articulée avec chargement transversal concentré, on constate que ceux-ci sont similaires. Les deux méthodes, 1 et 2, sont donc équivalentes.

On s'intéresse ensuite à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section plastique linéaire. Dès lors, il est possible de constater que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, ne sont pas équivalents aux résultats obtenus à partir du critère plastique linéaire en section. L'erreur commise varie entre -20,2% et +53,8%. Pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (1,5), les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires vis-à-vis des résultats issus du critère en section. Pour les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité sont surévalués, voire trop sécuritaires, avec une erreur maximale de 53,8%. On constate, tout comme pour les critères avec résistance élastique, que l'erreur est minimale lorsque le facteur de sollicitation est aux alentours de 1.

Si l'on compare les résultats obtenus en élasticité et en plasticité, on constate que l'erreur, entre les critères en instabilité et le critère en section, est plus importante avec des résistances plastiques linéaires, qu'avec des résistances élastiques. En ce qui concerne la Méthode 1 (Annexe A), pour laquelle il est possible d'analyser les équations, le terme supplémentaire en plasticité est le terme  $C_{yy}$ . Ainsi, la manière dont est prise en compte la plasticité dans le critère en instabilité est une fois de plus source d'erreurs. Les critères en instabilité n'ont été pensés que de manière à fournir une valeur correcte lorsque le critère atteint sa valeur limite, à savoir 1.

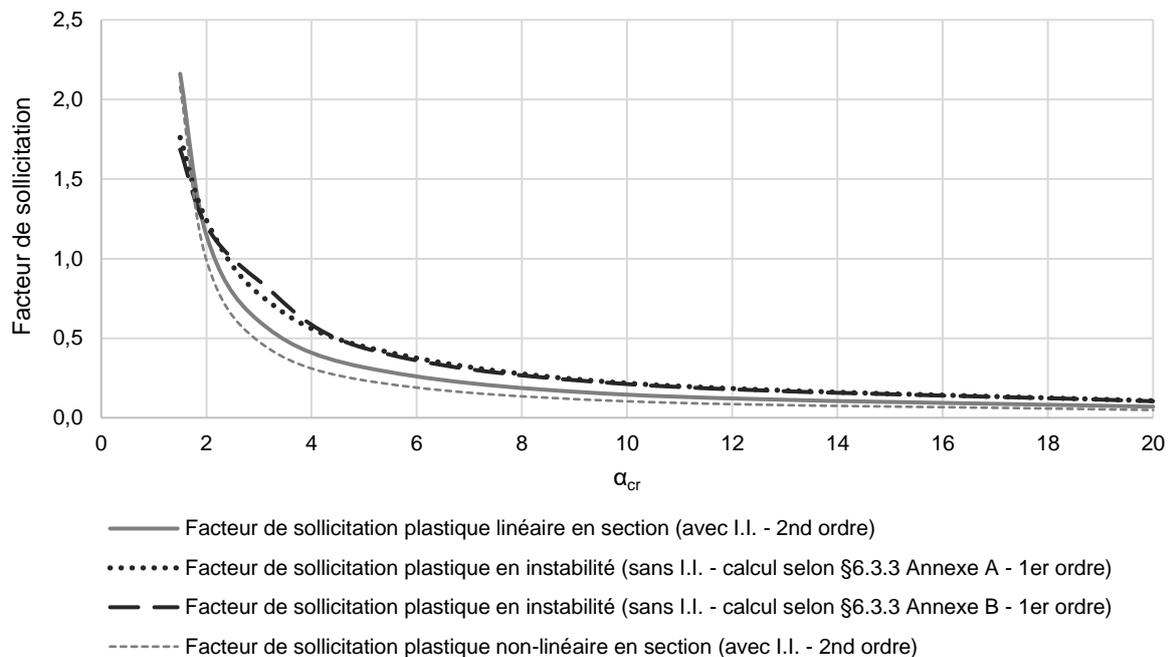
### V.3.3.1.2. Barre bi-articulée – Charge transversale répartie

Cette partie concerne la barre bi-articulée (Fig. V.15), de 2 m de longueur, présentée au paragraphe V.3.2.1.2. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.24 et la Fig. V.30 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.2.1.1.

**Tableau V.24.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales réparties

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)			
	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire	Annexe A Plastique linéaire		Annexe B Plastique linéaire	
1,5	2,162	2,079	1,761	-18,5%*	1,686	-22,0%*
2	1,147	0,991	1,241	+8,2%*	1,204	+5,0%*
3	0,607	0,479	0,778	+28,2%*	0,861	+41,8%*
5	0,317	0,235	0,447	+41,2%*	0,438	+38,3%*
10	0,145	0,104	0,217	+49,7%*	0,212	+45,8%*
20	0,070	0,049	0,107	+53,6%*	0,104	+49,0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique plastique linéaire (Annexe A ou B) et le critère en section plastique linéaire



**Fig. V.30.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales réparties

Pour cette barre bi-articulée avec chargement transversal réparti, en comparant les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B), on constate que ceux-ci sont similaires. Une fois de plus, les méthodes 1 et 2 sont équivalentes.

Lorsque l'on s'intéresse ensuite à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section plastique linéaire, on note, une fois de plus, que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, ne sont pas équivalents aux résultats obtenus à partir du critère plastique linéaire en section. Pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (1,5), les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires vis-à-vis des résultats issus du critère en section, avec une erreur maximale de -22%. Pour les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité sont surévalués, voire trop sécuritaires, avec une erreur maximale de 53,6%. Pour cet exemple, on constate que même pour un facteur de sollicitation de 1, les résultats issus des critères en instabilité ne sont pas équivalents au critère en section.

Tout comme pour l'exemple précédent, l'erreur, entre les critères en instabilité et le critère en section, est plus importante avec des résistances plastiques linéaires, qu'avec des résistances élastiques. Cette erreur est donc induite par le coefficient  $C_{yy}$ , tout du moins en ce qui concerne la Méthode 1 (Annexe A). Pour la Méthode 2 (Annexe B), il n'est pas possible d'analyser la provenance de l'erreur.

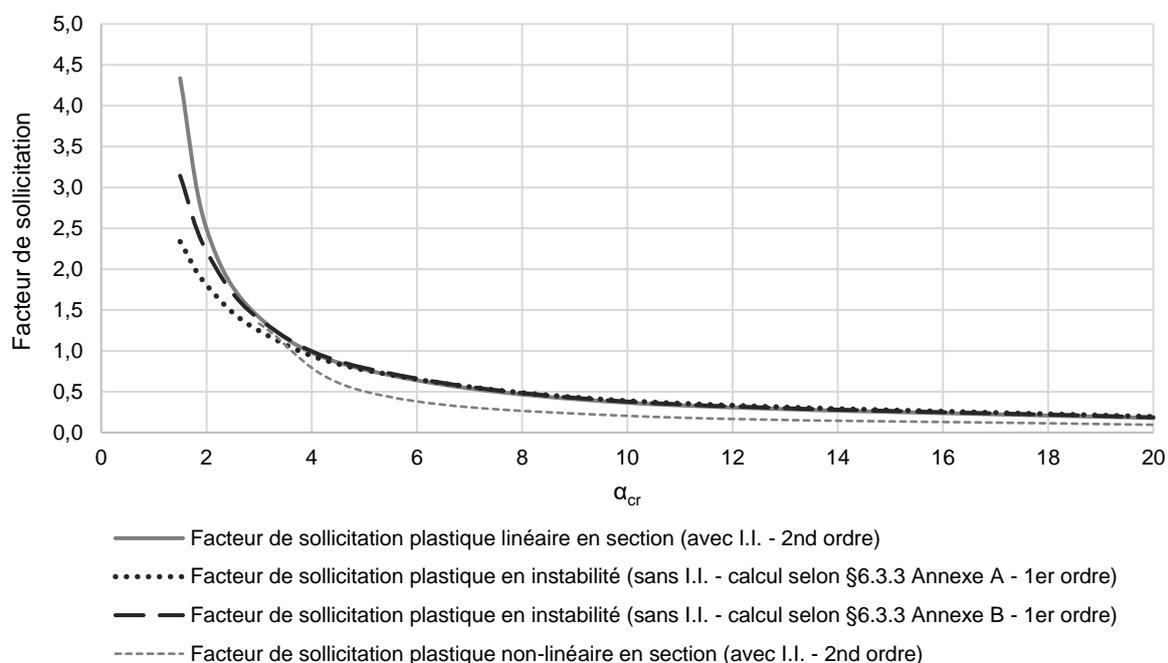
### V.3.3.1.3. Barre bi-encastée – Charge transversale concentrée

Cette partie est relative à la barre bi-encastée (Fig. V.17) du paragraphe V.3.2.1.3. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.25 et la Fig. V.31 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.2.1.2.

**Tableau V.25.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie – charges transversales concentrées

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)			
	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire	Annexe A Plastique linéaire		Annexe B Plastique linéaire	
1,5	4,336	-	2,336	-46,1%*	3,142	-27,5%*
2	2,496	-	1,806	-27,6%*	2,220	-11,0%*
3	1,411	1,334	1,245	-11,8%*	1,390	-1,5%*
5	0,771	0,504	0,765	-0,7%*	0,790	+2,5%*
10	0,364	0,204	0,388	+6,6%*	0,379	+4,0%*
20	0,178	0,095	0,195	+9,9%*	0,185	+4,4%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique plastique linéaire (Annexe A ou B) et le critère en section plastique linéaire



**Fig. V.31.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie – charges transversales concentrées

Pour la barre bi-encastée avec chargement transversal concentré, on constate, en comparant les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B), que ceux-ci sont similaires, mis à part pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ .

Lorsque l'on s'intéresse ensuite à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section plastique linéaire, on note, une fois de plus, que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, sont équivalents aux résultats obtenus à partir du critère plastique linéaire en section pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$ , sauf pour les faibles valeurs, à savoir 1,5 et 1. Pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (1,5 et 2), les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires vis-à-vis des résultats issus du critère en section, avec une erreur maximale de -46,1% pour la Méthode 1 (Annexe A) et de -27,5% pour la Méthode 2 (Annexe B). L'étude comparative, qui sera menée dans le paragraphe V.4, va permettre de juger de l'influence du coefficient d'équivalence  $C_m$  sur ces erreurs.

Comme pour la barre bi-articulée, l'erreur, entre les critères en instabilité et le critère en section, est plus importante avec des résistances plastiques linéaires, qu'avec des résistances élastiques. Cette erreur est donc induite par le coefficient  $C_{yy}$ , tout du moins en ce qui concerne la Méthode 1 (Annexe A). Pour la Méthode 2 (Annexe B), les formules ont été pensées de manière à être plus simples d'utilisation au détriment de la possibilité d'analyse de la provenance de l'erreur.

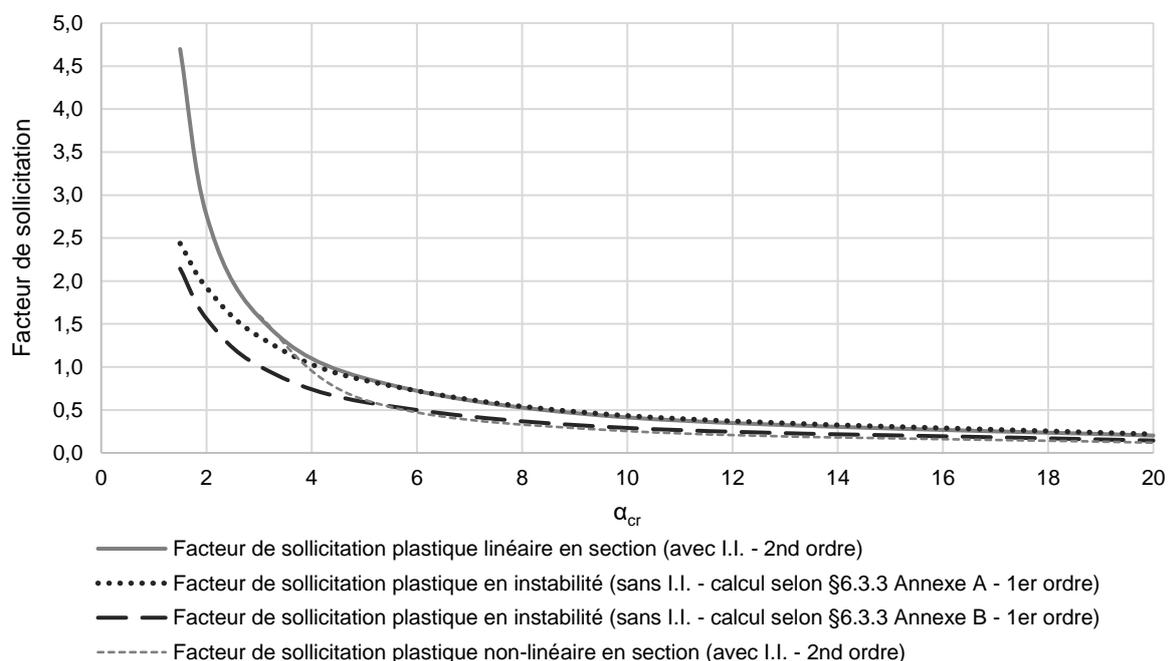
#### V.3.3.1.4. Barre bi-encastée – Charge transversale répartie

Cette partie concerne l'étude de la barre bi-encastée (Fig. V.19), étudié au cours du paragraphe V.3.2.1.4. Les résultats sont présentés dans le Tableau V.26 et la Fig. V.32 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.2.1.3.

**Tableau V.26.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie – charges transversales réparties

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)			
	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire	Annexe A Plastique linéaire		Annexe B Plastique linéaire	
1,5	4,699	-	2,437	-48,1%*	2,144	-54,4%*
2	2,769	-	1,924	-30,5%*	1,562	-43,6%*
3	1,581	1,600	1,354	-14,4%*	1,011	-36,1%*
5	0,870	0,619	0,845	-2,9%*	0,592	-32,0%*
10	0,413	0,254	0,433	+4,8%*	0,291	-29,7%*
20	0,202	0,119	0,218	+8,2%*	0,144	-28,7%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique plastique linéaire (Annexe A ou B) et le critère en section plastique linéaire



**Fig. V.32.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie – charges transversales réparties

Pour la barre bi-encastée avec chargement transversal concentré, on constate, en comparant les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B), qu'ils ne sont pas équivalents, quelles que soient les valeurs de  $\alpha_{cr}$ .

En s'intéressant à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section plastique linéaire, on constate que les résultats issus du critère en instabilité selon l'Annexe A sont, pour

la plupart des valeurs de  $\alpha_{cr}$ , sous-estimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère plastique linéaire en section pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$ , sauf pour les valeurs de  $\alpha_{cr}$  supérieures à 10. En ce qui concerne le critère en instabilité selon l'Annexe B, les résultats sont sous-estimés, peu importe la valeur de  $\alpha_{cr}$ . L'erreur maximale observée est de -54,4%. La différence entre les deux méthodes réside principalement dans la manière de calculer le coefficient d'équivalence  $C_m$ .

Comme pour les exemples précédents, l'erreur, entre les critères en instabilité et le critère en section, est plus importante avec des résistances plastiques linéaires, qu'avec des résistances élastiques. La vérification suivant les critères d'instabilité (Annexe A ou B) n'est donc pas sécuritaire pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ .

### V.3.3.2. Barres incluses dans une structure

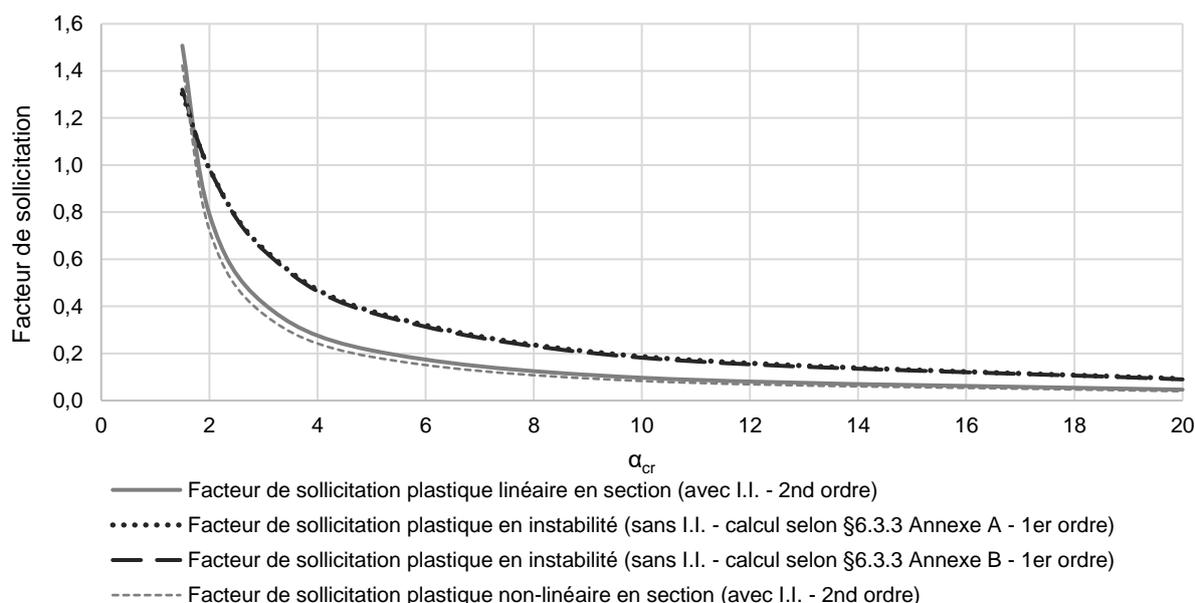
#### V.3.3.2.1. Portique bi-articulé

On s'intéresse, ici, au portique bi-articulé (Fig. V.21) présenté dans le paragraphe V.3.2.2.1. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.27 et la Fig. V.33 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.2.3.1.

**Tableau V.27.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)			
	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire	Annexe A		Annexe B	
1,5	1,507	1,423	1,304	-13,5%*	1,321	-12,4%*
2	0,792	0,724	0,985	+24,3%*	0,985	+24,3%*
3	0,413	0,367	0,645	+56,2%*	0,639	+54,8%*
5	0,213	0,186	0,380	+78,2%*	0,373	+75,1%*
10	0,097	0,083	0,187	+93,1%*	0,182	+88,1%*
20	0,046	0,040	0,093	+100,0%*	0,090	+94,0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique plastique linéaire (Annexe A ou B) et le critère en section plastique linéaire



**Fig. V.33.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi

En comparant les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) du portique bi-articulé comprimé fléchi, on constate que ceux-ci sont similaires. Les méthodes 1 et 2 sont donc, pour cet exemple, équivalentes.

En s'intéressant ensuite à la comparaison des critères en instabilité et du critère en section plastique linéaire, on observe que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, sont surestimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère plastique linéaire en section, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ . On note tout de même une erreur maximale de +100%. Les critères en instabilité ne permettent donc pas de suivre précisément le comportement réel des éléments, quel que soit le chargement. De plus, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité ne sont pas sécuritaires vis-à-vis du critère en section, avec une erreur maximale de -13,5%.

En comparant les résultats obtenus en élasticité et en plasticité, on constate, pour cet exemple, que l'erreur, entre les critères en instabilité et le critère en section, commise en élasticité, a été corrigée en plasticité.

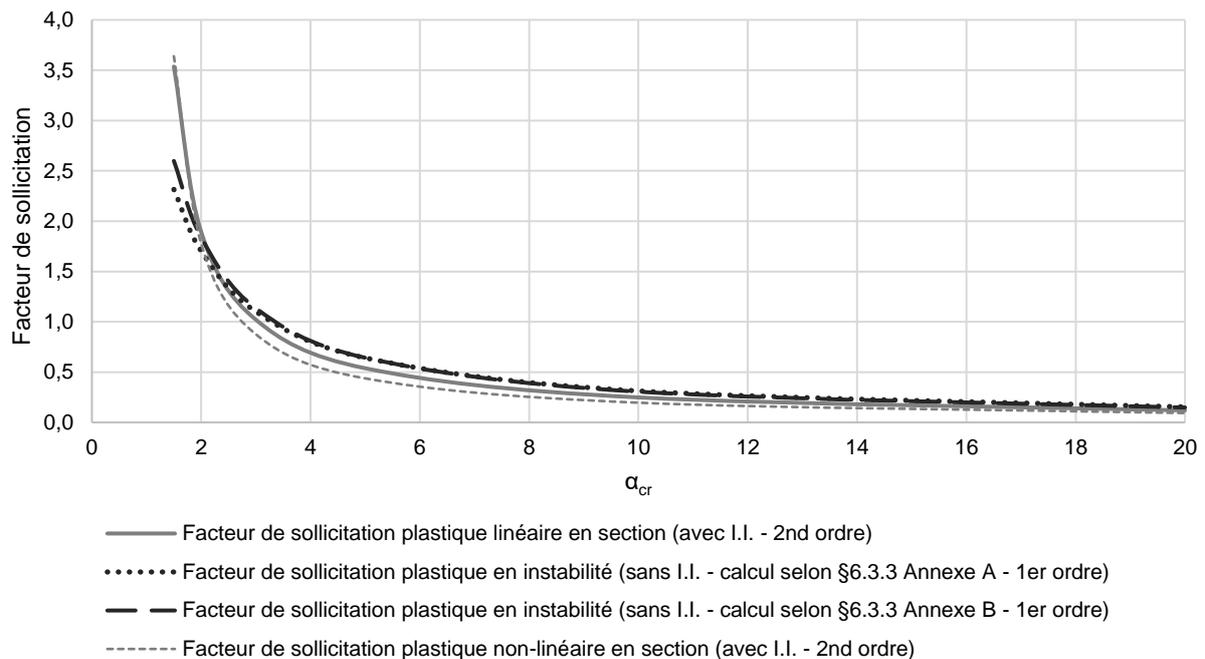
### V.3.3.2.2. Portique bi-encasté

Cette partie est relative au portique bi-encasté (Fig. V.23) présenté dans le paragraphe V.3.2.2.2. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.20 et la Fig. V.24 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.2.3.2.

**Tableau V.28.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)			
	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire	Annexe A Plastique linéaire		Annexe B Plastique linéaire	
1,5	3,536	3,639	2,315	-34,5%*	2,599	-26,5%*
2	1,892	1,777	1,703	-10,0%*	1,838	-2,8%*
3	1,021	0,876	1,102	+7,9%*	1,135	+11,1%*
5	0,539	0,438	0,642	+19,1%*	0,643	+19,4%*
10	0,249	0,196	0,313	+25,8%*	0,305	+22,8%*
20	0,120	0,094	0,154	+28,7%*	0,149	+23,9%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique plastique linéaire (Annexe A ou B) et le critère en section plastique linéaire



**Fig. V.34.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi

Pour ce portique bi-encasté comprimé fléchi, on observe que les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) sont similaires. Les méthodes 1 et 2 sont donc, pour ce portique, équivalentes.

En comparant les critères en instabilité et le critère en section plastique linéaire, on observe que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, sont surestimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère plastique linéaire en section, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ ; l'erreur maximale s'élève à +28,7%. Cette erreur est donc acceptable au vu des erreurs obtenues à travers les autres exemples. En ce qui concerne les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats issus des critères en instabilité ne sont pas sécuritaires vis-à-vis du critère en section, avec une erreur maximale de -34,5%. En comparant les résultats obtenus en élasticité et en plasticité, on constate, pour cet exemple, que l'erreur, entre les critères en instabilité et le critère en section, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , commise en élasticité, a été diminuée en plasticité. Les critères en instabilité demeurent néanmoins non sécuritaires vis-à-vis du calcul en section pour ces faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ .

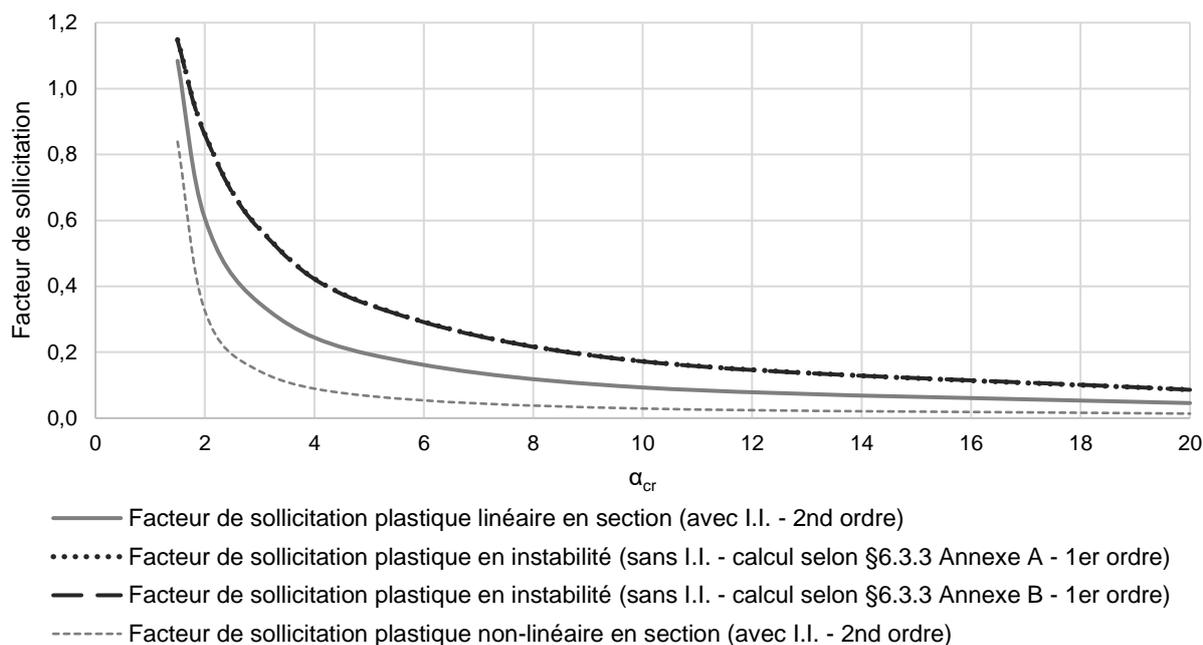
### V.3.3.2.3. Tour autostable

Cette partie est consacrée à la tour autostable (Fig. V.25) du paragraphe V.3.2.2.2. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.29 et la Fig. V.35 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.2.3.3.

**Tableau V.29.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la tour autostable comprimée fléchie

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)			
	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire	Annexe A		Annexe B	
1,5	1,084	0,839	1,148	+5,9%*	1,145	+5,6%*
2	0,606	0,325	0,861	+42,3%*	0,859	+41,9%*
3	0,348	0,143	0,575	+65,0%*	0,573	+64,5%*
5	0,194	0,067	0,345	+77,9%*	0,344	+77,3%*
10	0,093	0,029	0,172	+85,5%*	0,172	+84,9%*
20	0,046	0,014	0,086	+88,7%*	0,086	+88,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique plastique linéaire (Annexe A ou B) et le critère en section plastique linéaire



**Fig. V.35.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la tour autostable comprimée fléchie

Pour la tour autostable comprimée fléchie, on observe que les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) sont équivalents.

En comparant les critères en instabilité et le critère en section plastique linéaire, on observe que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, sont surestimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère plastique linéaire en section, quelle que soit la valeur de  $\alpha_{cr}$  ; l'erreur varie entre 5,6% et 88,7 %, avec une erreur moyenne de 60,6%. On constate que l'erreur minimale est obtenue lorsque le facteur de sollicitation est proche de 1. Pour des valeurs de facteur de sollicitation inférieures, les critères en instabilité ne permettent pas d'estimer précisément le facteur de sollicitation réel de la structure. On note même, en comparant les résultats obtenus en élasticité et en plasticité, que l'erreur, entre les critères en instabilité et le critère en section, est plus importante en plasticité qu'en élasticité.

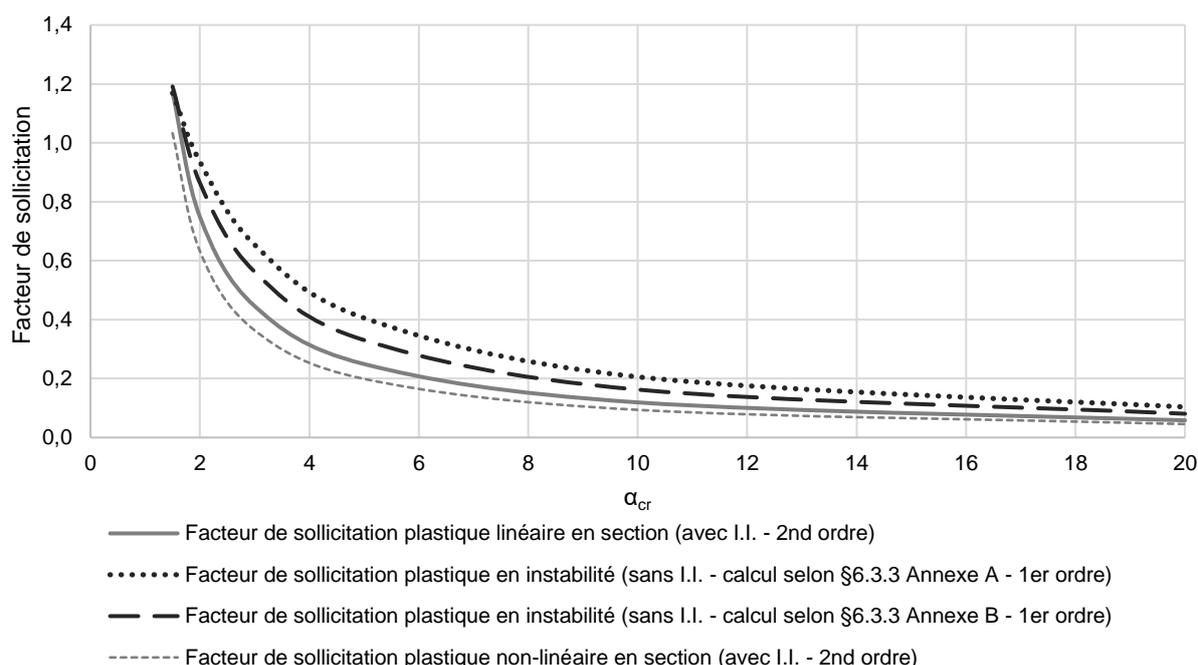
#### V.3.3.2.4. Échafaudage de façade

Dans cette partie, nous considérons l'échafaudage de façade (Fig. V.27) du paragraphe V.3.2.2.4. Seuls les résultats sont présentés dans le Tableau V.30 et la Fig. V.36 de cette partie ; l'application numérique des différentes méthodes pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est présentée dans l'Annexe IX.3.2.3.4.

**Tableau V.30.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)			
	Plastique linéaire	Plastique non-linéaire	Annexe A		Annexe B	
1,5	1,170	1,033	1,169	-0,1%*	1,191	+1,8%*
2	0,749	0,632	0,936	+25,0%*	0,864	+15,4%*
3	0,446	0,364	0,654	+46,7%*	0,563	+26,1%*
5	0,249	0,199	0,406	+62,7%*	0,331	+32,6%*
10	0,119	0,094	0,206	+72,8%*	0,163	+36,5%*
20	0,058	0,046	0,103	+77,4%*	0,081	+38,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique plastique linéaire (Annexe A ou B) et le critère en section plastique linéaire



**Fig. V.36.** Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

Pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi, on observe que les résultats obtenus à partir des deux critères en instabilité (Annexe A ou B) ne sont pas équivalents. Cependant, en comparant les critères en instabilité et le critère en section plastique linéaire, on observe que les résultats issus des critères en instabilité, Annexe A ou B, sont sécuritaires, voire surestimés par rapport aux résultats obtenus à partir du critère plastique linéaire en section, quelle que soit la valeur de  $\alpha_{cr}$ . L'erreur varie entre -0,1% et 77,4%, avec une erreur moyenne de 36,3%. On constate que l'erreur minimale est obtenue lorsque le facteur de sollicitation est proche de 1. Pour des valeurs de facteur de sollicitation inférieures, les critères en instabilité ne permettent pas d'estimer précisément le facteur de sollicitation réel de la structure. On note même, en comparant les résultats obtenus en élasticité et en plasticité, que l'erreur, entre les critères en instabilité et le critère en section, est plus importante en plasticité qu'en élasticité. Pour cet exemple, le calcul suivant l'Annexe B offre l'avantage de présenter des résultats plus précis vis-à-vis de ceux obtenus à partir de l'Annexe A.

### V.3.4. Conclusion

L'étude comparative, qui a été menée dans ce paragraphe V.3, a été consacrée au principe de vérification actuel des éléments comprimés fléchis, avec, dans un premier temps, des résistances élastiques, puis, dans un deuxième temps, des résistances plastiques.

La vérification des éléments comprimés fléchis doit prendre en compte les imperfections initiales affectant ces éléments, ainsi que les effets de second ordre pouvant être engendrés. Cette prise en compte peut être effectuée :

- (i) directement dans l'analyse globale de la structure ; les critères de vérification seront alors des critères en section
- (ii) à travers l'utilisation de critères de vérification appropriés qui sont les critères en instabilité, et qui permettent de prendre en compte directement dans le calcul les imperfections initiales et les effets du second ordre non pris en compte dans l'analyse globale de la structure.

Dès lors, nous observons une première ambiguïté entre ces deux méthodes, puisque la première méthode (méthode (i)) permet d'utiliser différents niveaux de résistance de la section transversale (élastique, plastique linéaire ou plastique non-linéaire) ; là où, le critère en instabilité ne permet que deux niveaux de résistance de la section transversale, à savoir la résistance élastique et la résistance plastique linéaire. Ainsi, pour des sections de classe transversale 1 ou 2, sections courantes dans le domaine des échafaudages, il n'est pas possible d'exploiter la capacité plastique non-linéaire d'une section sans être contraint de passer par la modélisation des imperfections initiales.

Les exemples de l'étude comparative ont montré que les résultats issus des critères en instabilité ne reflètent pas les résultats que l'on peut obtenir à partir des critères en section, lorsque les imperfections initiales et les effets du second ordre sont inclus dans l'analyse globale de la structure. Pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  de la majorité des cas, on note que les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires. Pour les autres valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats obtenus sont supérieurs aux résultats issus des critères en section, mais souvent de manière trop sécuritaire. Les erreurs les plus faibles sont obtenues pour des facteurs de sollicitation proche de la limite du critère, à savoir 1.

La comparaison des résultats d'une même structure, simplement comprimée ou comprimée fléchie, montre que des résultats sécuritaires, dans le premier cas, peuvent devenir non sécuritaires dans le second cas. L'erreur défavorable commise est donc induite par la part du critère prenant en compte le moment fléchissant, et plus précisément par le facteur d'interaction  $k_{yy}$ . Lorsqu'aucunes imperfections ne sont incluses dans l'analyse globale de la structure, le facteur d'imperfection doit être déterminé sur la longueur de flambement de l'élément. Pour les structures à nœuds déplaçables, dont la longueur de flambement est supérieure à la longueur réelle de la barre, il est nécessaire de réaliser une extrapolation de la répartition des moments fléchissants sur la longueur de flambement. Cette extrapolation des moments est contraignante. On note également que si cette extrapolation n'est pas réalisée, cela engendre des erreurs supplémentaires puisque les instabilités globales ne sont alors pas prises en compte dans la vérification de la stabilité de la structure.

Le facteur d'interaction  $k_{yy}$  peut être déterminé au moyen de deux méthodes, à savoir la Méthode 1 (Annexe A) et la Méthode 2 (Annexe B). La différence notable entre ces deux méthodes est la manière d'exprimer le coefficient d'équivalence  $C_m$ , permettant de s'affranchir de la détermination de la section transversale la plus sollicitée au second ordre. Il joue un rôle essentiel dans l'expression du critère de vérification des éléments comprimés fléchis. La qualité et la précision, du critère de vérification des barres comprimées fléchies, vont être conditionnées essentiellement par la qualité des formulations du coefficient  $C_m$  proposées. Une étude comparative, visant à estimer la précision de ces formulations, actuellement proposées dans la norme NF EN 1993-1-1, est réalisée dans le paragraphe suivant. Cependant, il est dès lors possible de mettre en évidence que la formulation actuelle des

critères en instabilité n'a été calibrée que pour permettre un résultat juste pour un critère atteignant sa limite. On regrette cependant qu'il ne permette pas d'évaluer de manière précise le facteur de sollicitation d'une structure pour n'importe quel niveau de sollicitation.

En analysant la formulation actuelle du facteur d'interaction  $k_{yy}$  (Éq. (5.7)), on constate également que le critère ne permet pas d'identifier précisément la part induite par la compression et la part induite par le chargement transversal.

$$k_{yy,el} = C_m \cdot \frac{\mu}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \quad (5.7)$$

Dans cette expression, le rapport  $1/(1 - N_{Ed}/N_{cr})$  est le rapport permettant d'amplifier un moment sinusoïdal au premier ordre, afin de tenir compte des effets du second ordre. Le coefficient d'équivalence  $C_m$  permet de transformer une allure de moment quelconque en une allure de moment sinusoïdal. En ce qui concerne le coefficient  $\mu$ , celui-ci a été défini de manière à corriger l'excédent de part qui est prise en compte dans la compression.

Par conséquent, les critères d'instabilité actuels ne permettent pas d'estimer au mieux le facteur de sollicitation d'une structure donnée, mais ils ne permettent également pas à l'ingénieur d'évaluer la part induite par chaque type de sollicitation. On retiendra également, que pour ces éléments comprimés fléchis, il est obligatoire d'inclure les imperfections initiales et les effets du second ordre dans l'analyse globale de la structure pour pouvoir exploiter la résistance plastique non-linéaire de la section.

#### V.4. Étude comparative relative au coefficient d'équivalence $C_m$

##### V.4.1. Contexte de l'étude comparative

Les deux études comparatives menées précédemment, sur des éléments comprimés, d'une part, puis, par la suite, sur des éléments comprimés fléchis, ont mis en évidence les erreurs induites pas le facteur d'interaction  $k_{yy}$ , engendrant la non-sécurité des résultats issus des critères en instabilité. L'une des origines possibles des erreurs, induites pas le facteur d'interaction, est le coefficient d'équivalence  $C_m$ .

Ce coefficient d'équivalence  $C_m$  intervient dans le principe d'équivalence des moments, présenté au paragraphe II.4.1.1. Il permet de s'affranchir de la localisation de la section transversale la plus sollicitée au second ordre pour une structure quelconque. Le principe d'équivalence des moments lie le moment au second ordre au moment au premier ordre de la structure de la manière suivante :

$$M''_{Ed} = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_r}} \cdot C_m \cdot M'_{Ed} \quad (5.8)$$

La précision de ce principe repose donc entièrement sur la pertinence des formulations du coefficient d'équivalence  $C_m$  proposé. Afin de vérifier cette pertinence, une étude comparative est réalisée sur les structures étudiées dans les précédentes études comparatives. Il sera alors possible d'estimer la part de responsabilité du coefficient d'équivalence  $C_m$  dans l'erreur commise avec les critères en instabilité.

Nous allons donc comparer le moment au second ordre réel d'une structure, au moment au second ordre calculé au moyen du principe d'équivalence des moments (Éq. (5.8)). Les Méthode 1 (Annexe A) et Méthode 2 (Annexe B) seront comparées, afin de vérifier l'équivalence des deux méthodes et, à défaut, la qualité d'une méthode sur l'autre.

#### V.4.2. Résultats numériques des différents exemples

L'étude a été conduite avec les mêmes structures que précédemment, à savoir : une barre bi-articulée, une barre bi-encastée, un portique bi-articulé, un portique bi-encasté, une tour autostable et un échafaudage de façade.

Pour chaque exemple, nous allons donc comparer :

- (i) le moment au second ordre réel des charges transversales de la structure, déterminé au moyen du logiciel Robot Structural Analysis
- (ii) le moment au second ordre issu du calcul du principe d'équivalence des moments, en utilisant les expressions de  $C_m$  de la méthode franco-belge (Méthode 1 – Annexe A)
- (iii) le moment au second ordre issu du calcul du principe d'équivalence des moments, en utilisant les expressions de  $C_m$  de la méthode germanique (Méthode 2 – Annexe B)

Les tableaux Tableau V.31 à Tableau V.38 fournissent les résultats de la comparaison pour chaque structure.

**Tableau V.31.** Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Barre bi-articulée – Charge transversale concentrée

$\alpha_{cr}$	$M_{Ed}^{II}$	Annexe A		Annexe B	
		$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur	$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur
1,5	2,430	2,440	+0,4%	2,495	+2,7%
2	1,259	1,261	+0,2%	1,247	-0,9%
3	0,651	0,651	0%	0,624	-4,2%
5	0,334	0,334	0%	0,312	-6,7%
10	0,151	0,151	0%	0,139	-8,1%
20	0,072	0,072	0%	0,065	-9,6%

**Tableau V.32.** Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Barre bi-articulée – Charge transversale répartie

$\alpha_{cr}$	$M_{Ed}^{II}$	Annexe A		Annexe B	
		$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur	$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur
1,5	2,829	2,828	-0,04%	2,633	-6,9%
2	1,407	1,407	+0,01%	1,317	-6,4%
3	0,700	0,700	+0,01%	0,658	-5,9%
5	0,349	0,349	+0,02%	0,329	-5,6%
10	0,154	0,154	0%	0,147	-5,0%
20	0,073	0,073	0%	0,069	-5,6%

**Tableau V.33.** Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Barre bi-encastée – Charge transversale concentrée

$\alpha_{cr}$	$M_{Ed}^{II}$	Annexe A		Annexe B	
		$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur	$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur
1,5	4,862	3,369	-30,7%	4,438	-6,9%
2	2,519	1,956	-22,3%	2,218	-6,4%
3	1,303	1,114	-14,5%	1,109	-5,9%
5	0,668	0,612	-8,5%	0,555	-5,6%
10	0,303	0,290	-4,2%	0,246	-5,0%
20	0,145	0,143	-1,4%	0,117	-5,6%

**Tableau V.34.** Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Barre bi-encastée – Charge transversale répartie

$\alpha_{cr}$	$M_{Ed}^{II}$	Annexe A		Annexe B	
		$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur	$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur
1,5	5,558	3,985	-28,3%	3,698	-33,5%
2	3,024	2,419	-20,0%	0,924	-69,4%
3	1,629	1,422	-12,7%	0,462	-71,6%
5	0,860	0,796	-7,3%	0,231	-73,1%
10	0,397	0,382	-3,6%	0,103	-73,9%
20	0,191	0,188	-1,7%	0,049	-74,6%

**Tableau V.35.** Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Portique bi-articulé

$\alpha_{cr}$	$M_{Ed}^{II}$	Annexe A		Annexe B	
		$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur	$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur
1,5	32,261	25,866	-19,8%	24,790	-23,2%
2	16,308	15,318	-6,1%	14,351	-12,0%
3	8,252	8,124	-1,6%	7,492	-9,2%
5	4,167	4,153	-0,3%	3,790	-9,0%
10	1,865	1,865	0%	1,690	-9,4%
20	0,887	0,887	0%	0,800	-9,7%

**Tableau V.36.** Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Portique bi-encasté

$\alpha_{cr}$	$M_{Ed}^{II}$	Annexe A		Annexe B	
		$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur	$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur
1,5	71,895	65,919	-8,3%	66,360	-7,7%
2	37,150	36,019	-3,0%	35,859	-3,5%
3	19,212	19,138	-0,4%	18,311	-4,7%
5	9,863	9,864	+0,01%	9,205	-6,7%
10	4,469	4,472	+0,1%	4,097	-8,3%
20	2,137	2,138	+0,01%	1,941	-9,2%

**Tableau V.37.** Comparaison des moments au second ordre (en N.m) – Tour autostable

$\alpha_{cr}$	$M_{Ed}^{II}$	Annexe A		Annexe B	
		$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur	$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur
1,5	14,40	29,29	+103,4%	25,420	+76,5%
2	7,30	7,007	-4,0%	5,169	-29,2%
3	4,50	3,570	-20,7%	2,356	-47,6%
5	2,90	2,065	-28,8%	1,610	-44,5%
10	2,30	1,640	-28,7%	1,051	-54,3%
20	1,20	0,732	-39,0%	0,047	-96,1%

**Tableau V.38.** Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Échafaudage de façade

$\alpha_{cr}$	$M_{Ed}^{II}$	Annexe A		Annexe B	
		$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur	$C_m \cdot M_{Ed}^I / (1 - N_{Ed} / N_{cr})$	% erreur
1,5	1,527	1,646	+7,8%	1,389	-9,1%
2	1,001	0,987	-1,4%	0,676	-32,4%
3	0,599	0,586	-2,2%	0,344	-42,5%
5	0,334	0,329	-1,5%	0,173	-48,2%
10	0,159	0,158	-0,9%	0,076	-52,1%
20	0,078	0,078	-0,3%	0,036	-53,3%

En observant, dans un premier temps, les résultats issus du calcul avec la Méthode 1 (Annexe A), on s'aperçoit que les résultats, pour la barre articulée, sont identiques aux résultats à partir d'une analyse directe au second ordre. En effet, les formulations proposées pour le coefficient d'équivalence, ont été établies à partir de cet élément.

Lorsque l'on s'intéresse, maintenant, à la barre bi-encastée, on constate que l'erreur commise est plus importante, avec une erreur maximale de -30,7%. Le moment au second ordre estimé n'est pas sécuritaire par rapport au moment au second ordre réel. L'erreur est d'autant plus importante que la charge de compression est élevée. On note également que plus la charge

de compression est élevée et plus l'amplification des effets du second ordre est importante. L'amplification  $1/(1-N_{Ed}/N_{cr})$  est valable pour une allure sinusoïdale. Le coefficient d'équivalence  $C_m$  permet de convertir une courbe de moment quelconque en allure sinusoïdale, afin que l'amplification habituelle soit correcte. Dans le cas de cette barre bi-encastée, cas extrême au cas de la barre bi-articulée, on constate que la formulation du coefficient  $C_m$  conduit à des résultats erronés. On retrouve ainsi l'origine de l'erreur que l'on a pu constater pour les résultats du critère en instabilité selon la Méthode 1 (Annexe A).

En s'intéressant aux portiques bi-articulé et bi-encasté, on s'aperçoit que le moment au second ordre estimé est semblable au moment au second ordre réel. On note tout de même, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  des erreurs plus importantes, avec une erreur maximale de -19,8%. De la même manière que pour la barre bi-articulée, le manque de précision de la formulation du coefficient d'équivalence  $C_m$  explique en partie l'erreur que l'on observe sur les résultats du critère de vérification en instabilité selon la Méthode 1 (Annexe A), l'erreur supplémentaire étant due au coefficient  $\mu$ .

Pour la tour autostable, on constate que les moments au second ordre calculés à partir de l'Annexe A ne sont pas en accord avec le moment au second ordre réel. Il est important de remarquer que, pour cette tour autostable, l'amplification des moments dans une barre donnée va être largement influencée par l'ensemble de la structure. La vérification suivant le critère en instabilité nécessite d'isoler la barre à vérifier et d'effectuer l'amplification sur cette barre isolée. Cependant, on constate qu'à travers les formulations actuelles du coefficient d'équivalence  $C_m$ , il n'est pas possible de prédire l'influence probable d'une structure sur l'amplification d'une des barres. Pour le cas de l'échafaudage de façade, pour lequel les éléments ont moins d'influence les uns sur les autres, on s'aperçoit que les moments au second ordre obtenus à partir de la Méthode 1 (Annexe A) coïncident avec les moments au second ordre réel.

Si l'on s'intéresse désormais aux résultats issus de calcul avec la Méthode 2 (Annexe B), il est important de noter que, dans la majorité des cas, les moments au second ordre calculés divergent complètement des moments au second ordre réels et ne sont pas sécuritaires. Les formulations de coefficient d'équivalence  $C_m$  de la Méthode 2 (Annexe B), développées à partir de simulations numériques, ne s'adaptent pas à l'ensemble des cas, et tout particulièrement, aux structures à sections tubulaires.

### V.4.3. Conclusion

Ce paragraphe V.4 a été consacré au principe d'équivalence des moments, utilisé dans les critères de vérification en instabilité des éléments comprimés fléchis. Nous avons étudié la pertinence des formulations de coefficient d'équivalence  $C_m$  proposées dans la Méthode 1 (Annexe A) et la Méthode 2 (Annexe B) ; en comparant les moments au second ordre, issus de l'amplification des moments au premier ordre, calculés à partir de ces deux méthodes, au moment au second ordre réel, obtenu à partir d'une analyse au second ordre de la structure.

Outre le fait qu'elles sont fondées d'un point de vue mécanique, les formulations du coefficient d'équivalence proposées dans la Méthode 1 (Annexe A) aboutissent, dans l'ensemble, à des résultats proches de l'analyse au second ordre. On émettra, tout de même, quelques réserves, à savoir :

- (i) pour les faibles  $\alpha_{cr}$ , les résultats divergent, plus ou moins selon les exemples, de l'analyse au second ordre
- (ii) pour la barre bi-articulée, dont l'allure des moments est très éloignée de l'allure sinusoïdale, le principe d'équivalence des moments est erroné
- (iii) avec le principe d'équivalence des moments, il est impossible de prédire l'influence que peut avoir une structure complète sur l'amplification des moments d'une de ses barres.

En ce qui concerne la Méthode 2 (Annexe B), les résultats obtenus conduisent à dire que cette méthode ne permet pas de s'adapter à l'ensemble des cas que l'on est susceptible de rencontrer, et tout particulièrement, à ces exemples avec des structures à sections tubulaires. On soulignera que la majorité des résultats obtenus à partir de cette Méthode 2 ne sont pas sécuritaires vis-à-vis de l'analyse au second ordre.

## V.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes consacrés à l'étude des principes actuels de vérification des éléments comprimés fléchis. La vérification de ces éléments doit être effectuée en tenant compte de leurs imperfections initiales et des effets de second ordre. Cette considération peut être réalisée à deux moments de la vérification, à savoir :

- (i) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont pris en compte dans l'analyse globale de la structure ; la vérification des éléments s'effectuera à travers des critères en section.
- (ii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre ne sont pas pris en compte dans l'analyse globale de la structure ; la vérification des éléments est alors réalisée à partir de critères appropriés, à savoir les critères dits en instabilité.

La première ambiguïté de ces deux méthodes, qu'il est important de noter, est qu'elles ne permettent pas d'exploiter les mêmes capacités de résistance des sections transversales. Effectivement, les critères de vérification en section, lorsque les imperfections initiales et les effets du second ordre sont inclus dans l'analyse globale de la structure, peuvent être exprimés avec trois capacités de résistance, à savoir : élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire. À l'égard des critères de vérification en instabilité, on différencie les critères de vérification en instabilité pour les éléments simplement comprimés, avec une seule capacité de résistance, la résistance élastique ; et les critères de vérification en instabilité pour les éléments comprimés fléchis, avec deux capacités de résistance, la résistance élastique et la résistance plastique linéaire.

Afin de vérifier l'équivalence, les résultats obtenus avec chaque méthode ont été confrontés en utilisant les mêmes capacités de résistance. Pour commencer, seuls des éléments simplement comprimés ont été considérés. Les deux méthodes précédentes ont donc fait l'objet d'une étude comparative avec des critères de vérification élastique. Celle-ci a mis en avant le fait que les résultats issus du critère élastique en instabilité ne reflètent en aucun cas les résultats que l'on peut obtenir à partir du critère élastique en section. Pour l'ensemble des exemples, exception faite de la barre bi-articulée, l'erreur commise est dans le sens de la sécurité. Cette erreur reste néanmoins beaucoup trop importante, avec des erreurs maximales pouvant aller jusqu'à +321,4%. En ce qui concerne le cas de la barre bi-encastée, les résultats issus du critère en instabilité sont sous-estimés par rapport aux résultats du critère en section, avec une erreur maximale s'élevant à -19,3%.

L'inexactitude du critère de vérification en instabilité est imputable au coefficient de réduction au flambement  $\chi$ . Ce coefficient, défini par Ayrton et Perry, n'est valable qu'à la ruine en compression simple d'un élément ; c'est pourquoi les erreurs les plus observées entre les deux méthodes de vérification sont obtenues pour des facteurs de sollicitation avoisinant la ruine en compression simple.

Par la suite, l'étude a été élargie au cas d'éléments comprimés fléchis, en considérant, d'une part, la résistance élastique des sections, puis, la résistance plastique linéaire. Les résultats issus des critères en instabilité ne reflètent pas les résultats des critères en section. Pour faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  de la majorité des cas, les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires. Pour les valeurs supérieures de  $\alpha_{cr}$ , les résultats obtenus sont supérieurs aux résultats issus des critères en section, mais souvent de manière trop sécuritaire. On note, à nouveau, que les erreurs minimales sont obtenues pour des facteurs de sollicitation proche de la limite du critère. Les erreurs observées, avec ces

critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis, sont plus élevées que les erreurs obtenues à partir des critères en instabilité sur les éléments simplement comprimés. L'erreur additionnelle est donc induite par la part de flexion du facteur de sollicitation, et donc, par le facteur d'interaction  $k_{yy}$ . La détermination de ce facteur peut nécessiter, suivant les cas, d'effectuer une extrapolation de la répartition des moments fléchissants sur la longueur de flambement des éléments, ce qui s'avère être une première limite de ce facteur d'interaction et une première source d'erreur. La précision de facteur d'interaction repose également sur la qualité des formulations du coefficient d'équivalence  $C_m$  proposées.

Une étude comparative visant à déterminer la fidélité de ces expressions a donc été menée. Les formulations du coefficient d'équivalence  $C_m$  proposées dans la Méthode 1 (Annexe A) de l'Eurocode 3, aboutissent, dans l'ensemble, à des résultats circonvoisins aux résultats de l'analyse au second ordre. On retiendra, toutefois, que :

- (i) pour les faibles  $\alpha_{cr}$ , les résultats divergent, plus ou moins selon les exemples, de l'analyse au second ordre
- (ii) pour la barre bi-articulée, dont l'allure des moments est très éloignée de l'allure sinusoïdale, le principe d'équivalence des moments est erroné
- (iii) le principe d'équivalence des moments ne permet en aucun cas de prédire l'influence que peut avoir une structure complète sur l'amplification des moments d'une de ses barres.

À l'égard de la Méthode 2 (Annexe B) de l'Eurocode 3, la majorité des résultats obtenus n'est pas sécuritaire par rapport à l'analyse au second ordre. Ainsi, cette méthode, développée pour les cas standards, n'est pas adaptée à des quelconques et particulièrement à ces exemples de structures à sections tubulaires.

L'analyse du critère en instabilité des barres comprimées fléchies conduit également à dire que la formulation actuelle du critère ne permet pas une visualisation précise de l'effet de chaque sollicitation. En effet, l'expression du facteur d'interaction  $k_{yy}$  fait intervenir un coefficient  $\mu$ . En analysant la provenance de ce critère, on constate qu'il a pour rôle de minorer la part de flexion, du fait que la part de compression est majorée, avec l'utilisation du coefficient de flambement  $\chi$ .

Exception faite des résultats provenant de la tour autostable, en analysant les erreurs obtenues à travers les différentes études comparatives (Tableau V.39 et Tableau V.40) menées tout au long de ce chapitre, il est possible d'affirmer que pour les valeurs de  $\alpha_{cr}$  élevées (supérieures à 5 ou 10 suivant les cas), le principe d'équivalence des moments est respecté. De plus, l'erreur commise à partir des critères en instabilité pour les éléments simplement comprimés est supérieure à l'erreur commise avec les critères élastiques en instabilité pour les éléments comprimés fléchis. Le rôle du coefficient  $\mu$  est donc en partie respecté, mais pas totalement, puisque l'erreur obtenue n'est pas nulle. Pour les valeurs de  $\alpha_{cr}$  plus faibles, on se rend compte que la correction apportée par ce coefficient  $\mu$  est trop importante et conduit à des résultats non sécuritaires.

En comparant, maintenant, les erreurs des critères en instabilité élastique et plastique linéaire, on s'aperçoit que l'erreur des critères plastiques linéaires est supérieure à l'erreur commise à partir des critères élastiques. Ce surplus d'erreurs est imputé à la manière dont la capacité plastique linéaire de la section est prise en compte. En effet, la part de la compression, qui tient compte de la présence d'imperfections initiales, est identique dans le critère en élasticité et en plasticité linéaire ; seule la part de la flexion tient compte de cette capacité plastique linéaire.

**Tableau V.39.** Comparaison des erreurs obtenues avec les études comparatives pour le cas  $\alpha_{cr} = 10$ 

		Critère en instabilité compression simple	Coefficient d'équivalence $C_m$	Critère en instabilité flexion composée élastique	Critère en instabilité flexion composée plastique linéaire
Barre bi-articulée	C. T. concentrées	+91,9%	0%	+33%	+50,1%
	C. T. réparties		0%	+32,6%	+49,7%
Barre bi-encastree	C. T. concentrées	+12,3%	-4,2%	+2,5%	+6,6%
	C. T. réparties		-3,6%	+1,5%	+4,8%
Portique bi-articulé		+293,3%	0%	+58,5%	+93,1%
Portique bi-encastree		+71,8%	+0,1%	+13,6%	+25,8%
Échafaudage de façade		+164,6%	-0,9%	+51,4%	+72,8%

**Tableau V.40.** Comparaison des erreurs obtenues avec les études comparatives pour le cas  $\alpha_{cr} = 1,5$ 

		Critère en instabilité compression simple	Coefficient d'équivalence $C_m$	Critère en instabilité flexion composée élastique	Critère en instabilité flexion composée plastique linéaire
Barre bi-articulée	C. T. concentrées	+12,2%	0,4%	-35,2%	-20,2%
	C. T. réparties		-0,04%	-37,6%	-18,5%
Barre bi-encastree	C. T. concentrées	-19,3%	-30,7%	-36,3%	-46,1%
	C. T. réparties		-28,3%	-59,5%	-48,1%
Portique bi-articulé		+99,2%	-19,8%	-38,7%	-13,5%
Portique bi-encastree		+3,3%	-8,3%	-45%	-34,5%
Échafaudage de façade		+44,9%	+7,8%	+15,4%	-0,1%

On retiendra donc que les critères en instabilité actuels :

- (i) ne permettent pas d'exploiter la totalité des capacités de résistance des sections transversales : il n'existe aucun critère en instabilité avec des résistances plastiques non-linéaires ;
- (ii) la part de compression de ces critères est erronée, due à l'utilisation du coefficient de flambement  $\chi$  qui n'est valable qu'à la ruine de la structure ;
- (iii) le critère en instabilité des éléments comprimés fléchis ne permet pas l'évaluation de la part induite par chaque sollicitation ;
- (iv) pour les cas étudiés ici, le principe d'équivalence des moments semble être fiable pour les valeurs de  $\alpha_{cr}$  supérieures à 5 environ ; mais il est inexact pour des valeurs de  $\alpha_{cr}$  plus faibles ;
- (iv) le principe d'équivalence des moments ne permet également pas de prédire l'influence que peut avoir une structure complète sur l'amplification des moments d'une de ses barres ;
- (v) la capacité plastique linéaire de la section n'est pas prise correctement en compte dans le critère de vérification en instabilité

Beaucoup d'auteurs ont également mis en évidence ces problématiques (Jaspart et al. 1993), et ont cherché à apporter des solutions à certaines de ces problématiques (Massonnet 1976, Chen et Atsuta 1977a&b). On retiendra principalement les travaux de Boissonnade, Jaspart, Muzeau, Villette et Maquoi (Boissonnade et al. 2000, Boissonnade et al. 2002, Boissonnade et al. 2004, Maquoi et al. 2001, Villette 2004), dans lesquels, ils proposent une amélioration du coefficient de flambement  $\chi$ , notée  $\chi^*$ , qui permet de prendre en compte le niveau de compression dans la structure. Ce nouveau coefficient de flambement  $\chi^*$  est issu de l'expression du critère de résistance élastique d'une barre, avec imperfections initiales, soumise à un effort de compression simple. Son expression est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{1}{\chi^*} = 1 + \frac{\left(\frac{1}{\chi} - 1\right) \left(1 - \frac{\chi \lambda^{-2}}{\gamma_M}\right)}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \quad (5.9)$$

On constate que pour tout chargement  $N_{Ed}$  inférieur à la résistance de calcul d'une barre comprimée au flambement  $N_{b,Rd}$ , on a :  $\chi^* > \chi$ . Lorsque la charge  $N_{Ed}$  atteint la résistance  $N_{b,Rd}$ , on a alors :  $\chi^* = \chi$ .

Le critère de vérification élastique d'une barre simplement comprimée s'écrit alors :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi^* \cdot N_{Rd}} \leq 1 \quad (5.10)$$

Ce critère permet ainsi d'estimer le facteur de sollicitation exact induit par l'effort de compression. Toutefois, avec cette expression, les auteurs ne répondent pas à l'ensemble des problématiques, établies précédemment.

Chen and Shen (2015) se sont, quant à eux, consacrés à proposer de nouvelles formulations pour le coefficient d'équivalence  $C_m$ . Cette étude est menée dans l'optique d'améliorer la précision des formules d'interaction de la réglementation AISC (2010), la norme de calcul américaine relative à la construction métallique dans les bâtiments. En effet, dans cette norme, on retrouve le coefficient d'équivalence  $C_m$  que l'on trouve dans l'Eurocode 3. Ces nouvelles formulations doivent être simples et précises. Plusieurs conditions de chargement ont été retenues et une expression du coefficient d'équivalence est proposée pour chaque cas, à savoir :

- éléments soumis à des moments d'extrémité :

$$C_m = 1 - 0,5 \left(\frac{N_{Ed}}{N_{cr}}\right)^{1/4} \left(1 + \frac{M_1}{M_2}\right) \quad (5.11)$$

avec :  $|M_1| \leq |M_2|$

- éléments soumis à un chargement transversal :

$$C_m = 1 - 0,36 \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \quad (5.12)$$

Le cas des éléments soumis, simultanément, à des moments d'extrémité et à un chargement transversal est traité par la sommation des deux cas précédents. Ces nouvelles formulations ont ensuite fait l'objet de simulations numériques mais semblent offrir une estimation, du moment au second ordre, moins précise que celle que l'on obtient à partir de la Méthode 1 (Annexe A) de l'Eurocode 3.

Ainsi, aucune des études menées jusqu'à aujourd'hui ne permet de répondre à l'ensemble des problématiques précédemment constatées. Dès lors, de nouveaux critères d'interaction devant permettre de prendre en compte précisément la capacité de résistance de la section transversale vont être développés. Ils seront accompagnés de nouveaux coefficients de flambement, permettant, eux-aussi, de prendre en compte la capacité de résistance de la section transversale. Ils tiendront, également, compte du niveau de sollicitation exercée par l'effort de compression. Ces formulations seront fondées d'un point de vue mécanique et permettront de découpler la part de chaque sollicitation.

## VI. Nouvelles formulations des critères en instabilité

### VI.1. Introduction

Du fait de leur faible rigidité et de leur élancement important, la vérification de structures de type échafaudage doit être réalisée en tenant compte des imperfections initiales et des effets du second ordre les affectant. Les sections usitées dans le domaine des échafaudages étant de classes transversales 1 ou 2, la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b), relative aux échafaudages, préconise donc l'utilisation d'un critère plastique non-linéaire lors de la vérification de la structure. Ce critère étant un critère en section, il nécessite obligatoirement d'inclure les effets du second ordre et les imperfections initiales dans l'analyse globale de la structure.

La norme NF EN 1993-1-1, relative aux structures en acier de manière générale, offre des critères en instabilité qui permettent de s'affranchir d'inclure les imperfections initiales et les effets du second ordre dans l'analyse globale de la structure. Cependant, les études comparatives, menées tout au long du chapitre précédent, ont permis de mettre en avant plusieurs incohérences dans ces critères en instabilité, à savoir que :

- (i) les critères en instabilité ne permettent pas d'exploiter la totalité des capacités de résistance des sections transversales ;
- (ii) la part de compression de ces critères est surévaluée, à cause de l'utilisation du coefficient de flambement  $\chi$ , valable uniquement à la ruine de la structure ;
- (iii) les critères en instabilité des éléments comprimés fléchis ne permettent pas de dissocier la part induite par chaque type sollicitation ;
- (iv) le principe d'équivalence, intervenant dans la formulation des critères en instabilité, ne permet pas une bonne estimation du moment au second ordre pour des valeurs de  $\alpha_{cr}$  faibles ;
- (vi) le principe d'équivalence des moments ne permet également pas de prédire l'influence que peut avoir une structure complète sur l'amplification des moments d'une de ses barres.

Nous allons donc nous consacrer à développer de nouvelles formulations pour ces critères en instabilité, offrant la possibilité de s'affranchir des imperfections initiales dans l'analyse globale de la structure, mais permettant une estimation fiable du facteur de sollicitation d'une structure. Les formulations proposées dans le paragraphe VI.2 concerneront les éléments simplement comprimés ; puis, dans le paragraphe suivant (§VI.3), nous élargirons ces formules au cas plus général des éléments comprimés fléchis. Une procédure de dimensionnement relative aux structures d'échafaudage et assimilées sera également développée, dans le paragraphe VI.4, afin d'offrir une méthodologie pratique pour l'application des critères. Elle sera accompagnée d'exemples types permettant d'illustrer les principes de dimensionnement et ainsi assurer une bonne application des critères développés ici.

### VI.2. Nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés

Comme constaté précédemment, le critère en instabilité actuel, afférent aux éléments simplement comprimés, n'offre qu'un seul et unique niveau de capacité de résistance, à savoir la résistance élastique, quelle que soit la classe de la section transversale. En outre, ce critère ne reflète en aucun cas le comportement mécanique des éléments simplement comprimés, de par l'utilisation du coefficient de flambement  $\chi$ , ne caractérisant le comportement mécanique des éléments qu'à leur ruine.

Dès lors, la définition de nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés, va nécessiter la définition de nouveaux coefficients de flambement. Ces nouveaux coefficients devront, par la même occasion, permettre d'offrir la possibilité d'avoir recours à trois niveaux de capacité de résistance, comme lors de l'utilisation des critères en section.

### VI.2.1. Nouveau critère élastique en instabilité pour les éléments comprimés

Afin de définir le critère élastique en instabilité, et donc un coefficient de flambement élastique, que l'on notera  $\chi_{el}^*$ , on considère une barre, présentant des imperfections initiales, et sollicitée par un effort de compression simple quelconque, d'intensité  $N$ . Cet effort  $N$  est inférieur à l'effort résistant de calcul au flambement  $N_{b,Rd}$ . Par analogie avec le coefficient de flambement  $\chi$ , le facteur de sollicitation de cette barre s'écrira donc :

$$\frac{N}{\chi_{el}^* \cdot N_{Rd}} \quad (6.1)$$

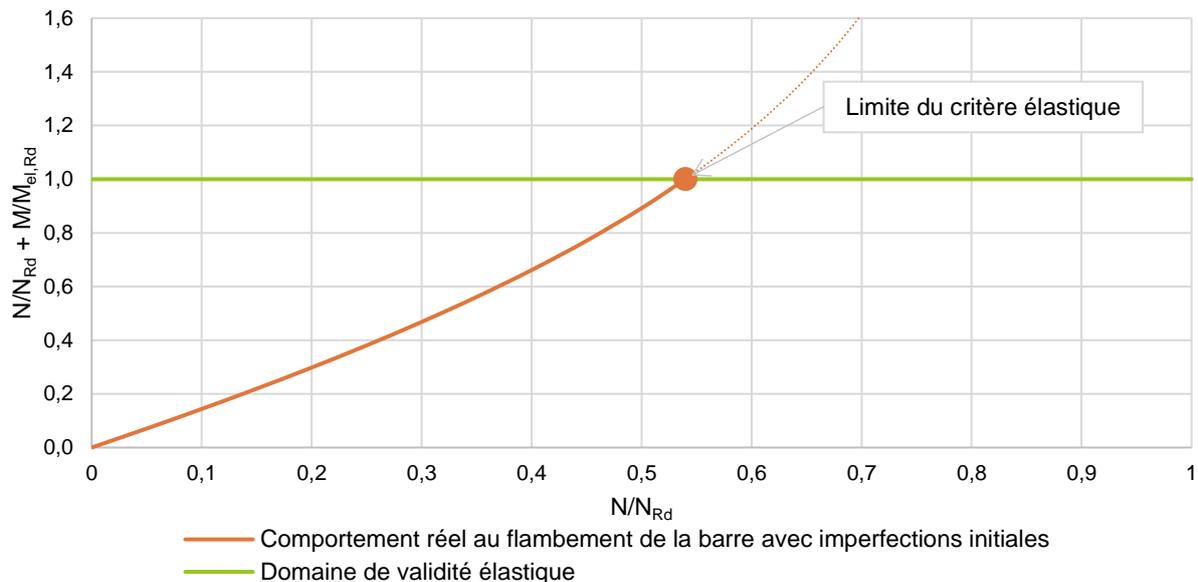
La part de ce facteur de sollicitation dû à l'effort normal de compression est :

$$\frac{N}{N_{Rd}} \quad (6.2)$$

On peut alors en déduire que la part du facteur de sollicitation dû à la flexion provoquée par le flambement est :

$$\frac{N}{\chi_{el}^* \cdot N_{Rd}} - \frac{N}{N_{Rd}} = \left( \frac{1}{\chi_{el}^*} - 1 \right) \cdot \frac{N}{N_{Rd}} \quad (6.3)$$

Le comportement au flambement de la barre avec imperfections initiales est donné sur la Fig. VI.1. Cette courbe demeure un exemple, pour une section et une valeur de  $\bar{\lambda}$ , données (en l'occurrence, respectivement 48,3 mm x 2,9 mm et  $\bar{\lambda} = 1$ ). En adoptant un critère élastique, afin que la vérification soit correcte, ce comportement doit rester inférieur à la limite élastique.



**Fig. VI.1.** Comportement au flambement simple de la barre avec imperfections initiales avec critère de résistance élastique

Le critère de résistance élastique de cette barre, présentant une imperfection initiale, et soumise à l'effort de compression simple, que l'on a établi avec l'équation (2.16) du paragraphe II.3.2 est donc :

$$\frac{N}{N_{Rd}} + \frac{N \cdot e_0}{M_{el,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \leq 1 \quad (6.4)$$

où  $e_0$  représente l'imperfection initiale unique de la barre et dont l'expression est la suivante :

$$e_0 = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{N_{Rd}} \quad (6.5)$$

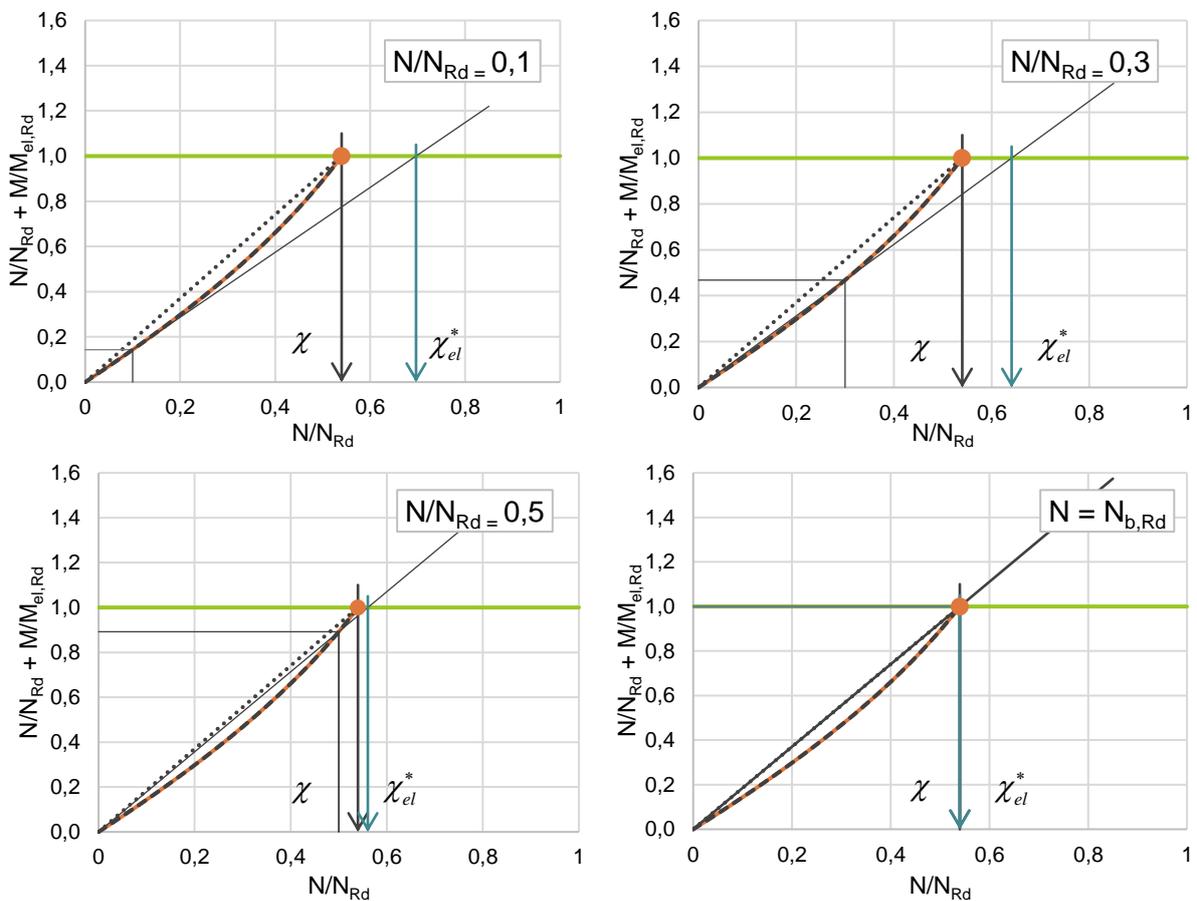
Dans ce critère, la part dû à la flexion provoquée par le flambement est :

$$\frac{N \cdot e_0}{M_{el,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (6.6)$$

Le recouplement des équations (6.3) et (6.6) conduit à la formulation du nouveau coefficient de flambement élastique  $\chi_{el}^*$  :

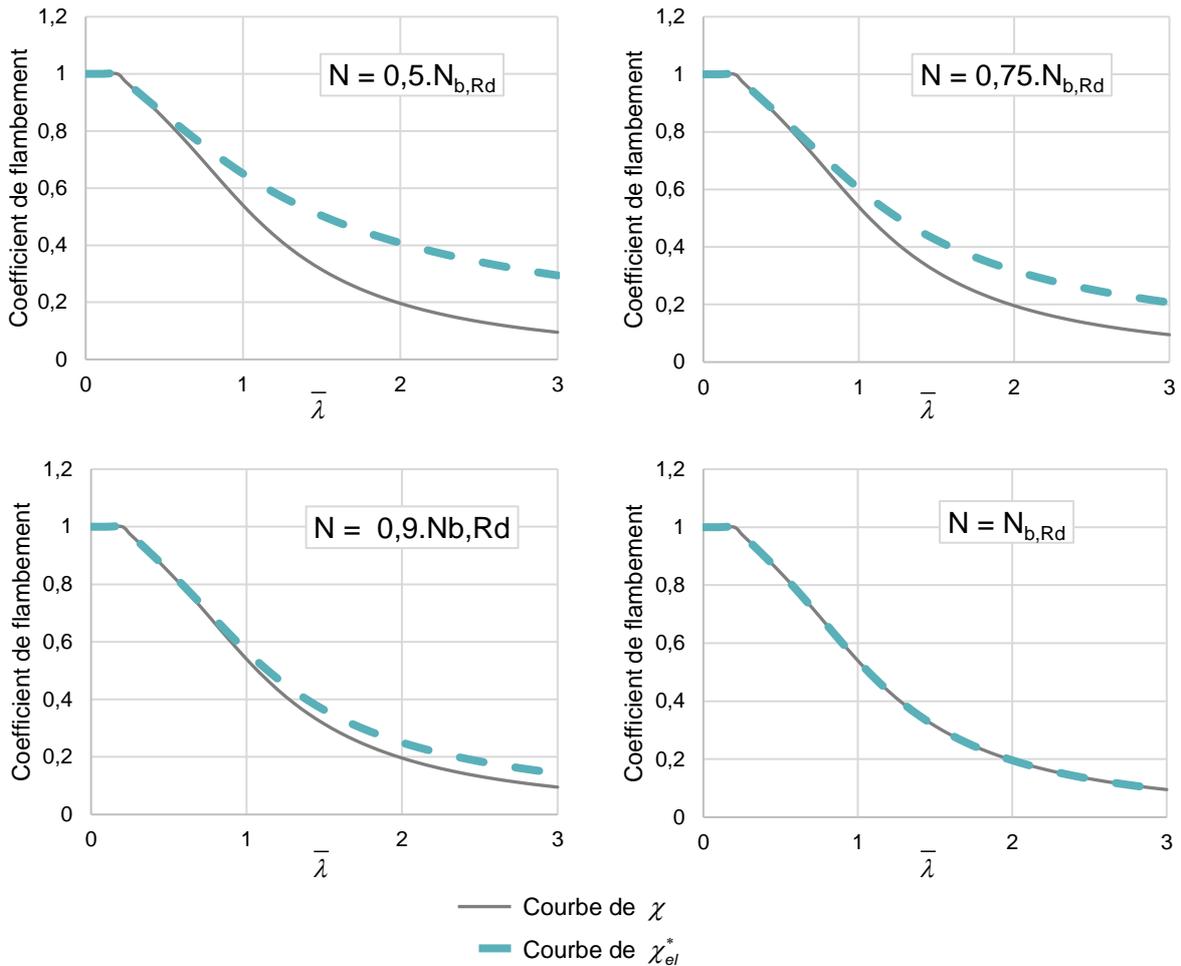
$$\chi_{el}^* = \frac{1}{1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (6.7)$$

Ce coefficient de flambement  $\chi_{el}^*$  dépend du chargement de la structure. Pour un chargement N inférieur à l'effort résistant de calcul au flambement  $N_{b,Rd}$ , on a :  $\chi_{el}^* > \chi$ . Lorsque notre effort N atteint l'effort résistant de calcul au flambement  $N_{b,Rd}$ , on a :  $\chi_{el}^* = \chi$ . La figure Fig. VI.2 permet de visualiser cet aspect du nouveau coefficient de flambement  $\chi_{el}^*$ .



**Fig. VI.2.** Évolution du nouveau coefficient de flambement suivant l'effort de compression

La Fig. VI.3 offre une seconde visualisation de cet aspect du nouveau coefficient de flambement  $\chi_{el}^*$ , à travers la visualisation de la courbe de flambement c avec différents chargements N. On constate également, que la courbe avec le coefficient de flambement  $\chi_{el}^*$  est supérieure à la courbe  $\chi$ , sauf dans le cas où :  $N = N_{b,Rd}$ , et dans ce cas les deux courbes  $\chi_{el}^*$  et  $\chi$  sont équivalentes.

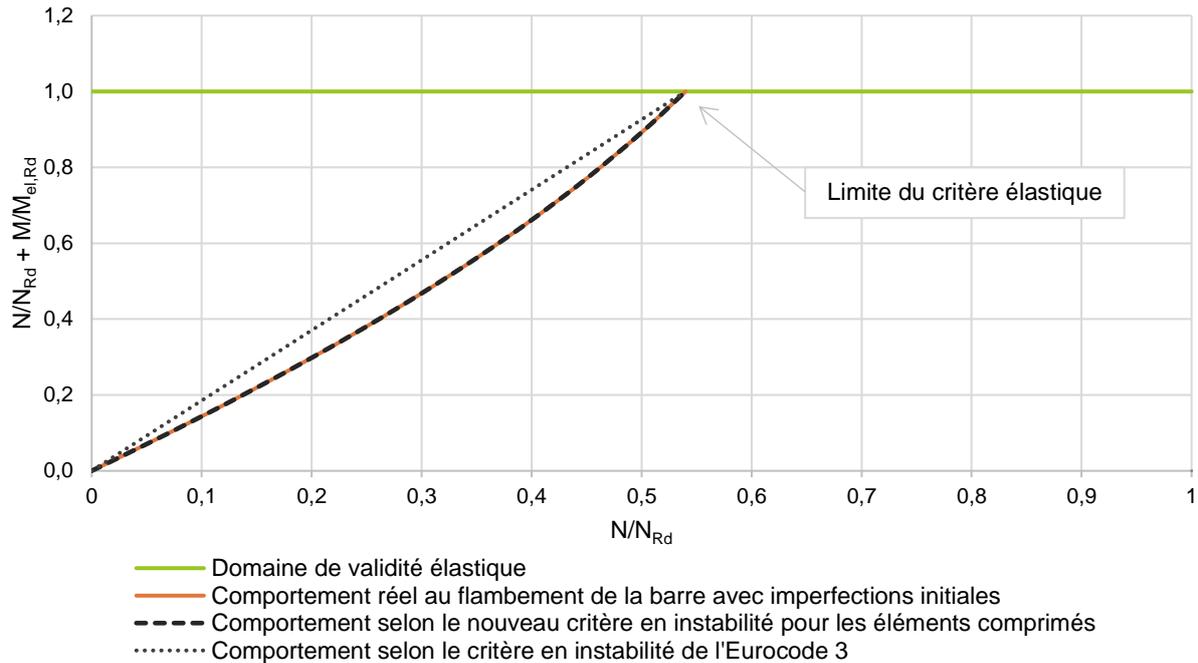


**Fig. VI.3.** Visualisation des coefficients  $\chi_{el}^*$  et  $\chi$  avec la courbe de flambement  $c$  pour différents chargements  $N$

Il est en résulte alors que le critère élastique de vérification en instabilité s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{el}^* \cdot N_{Rd}} \leq 1 \quad (6.8)$$

Comme le montre la Fig. VI.4, ce nouveau critère permet de refléter entièrement le comportement mécanique de la barre réelle comprimée dans le domaine de résistance élastique. Ce graphique permet également de visualiser le comportement au flambement selon le critère en instabilité actuel pour les éléments comprimés de l'Eurocode 3. On se rend ainsi compte que ce critère reflète le comportement réel de la barre uniquement à la ruine élastique, là où le nouveau critère reflète le comportement réel à n'importe quel niveau de sollicitation de l'élément, grâce au nouveau coefficient de flambement  $\chi_{el}^*$ .



**Fig. VI.4.** Comparaison entre le critère élastique au flambement actuel et la nouvelle formulation du critère élastique au flambement

Ce critère (6.8) prend donc en compte la sollicitation induite par l'effort de compression, ainsi que la sollicitation induite par le moment provoqué par la présence de l'effort de compression et des imperfections initiales. Il est possible de modifier l'écriture de ce critère afin de dissocier ces deux sollicitations :

$$\frac{N}{N_{Rd}} + \left( \frac{1}{\chi_{el}^*} - 1 \right) \cdot \frac{N}{N_{Rd}} \leq 1 \quad (6.9)$$

↙ effort de compression
 ↘ moment induit par l'effort de compression et les imperfections initiales

Ce nouveau critère en instabilité permet donc de suivre parfaitement le comportement réel de l'élément soumis au flambement mais il demeure dans le domaine élastique. Afin de permettre d'exploiter les différentes capacités de résistance de la section transversale, nous allons, dans le prochain paragraphe, étendre ce critère en instabilité au domaine plastique linéaire.

### VI.2.2. Nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour les éléments comprimés

Pour établir le critère plastique linéaire en instabilité, et donc un coefficient de flambement plastique linéaire, que l'on notera  $\chi_{pl,lin}^*$ , on utilise, encore une fois, la barre, présentant des imperfections initiales, et sollicitée par un effort de compression simple quelconque, d'intensité  $N$ , tel que cet effort  $N$  soit inférieur à l'effort résistant de calcul au flambement  $N_{b,Rd}$ . Par analogie avec le coefficient de flambement  $\chi$ , on écrit que le facteur de sollicitation de cette barre est :

$$\frac{N}{\chi_{pl,lin}^* \cdot N_{Rd}} \quad (6.10)$$

De la même manière que dans le domaine élastique, on peut écrire que la part du facteur de sollicitation dû à la flexion provoquée par le flambement est :

$$\frac{N}{\chi_{pl,lin}^* \cdot N_{Rd}} - \frac{N}{N_{Rd}} = \left( \frac{1}{\chi_{pl,lin}^*} - 1 \right) \cdot \frac{N}{N_{Rd}} \quad (6.11)$$

Parallèlement, il est possible d'écrire le critère de résistance plastique linéaire de cette barre, présentant une imperfection initiale, et soumise à l'effort de compression simple :

$$\frac{N}{N_{Rd}} + \frac{N \cdot e_0}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \leq 1 \quad (6.12)$$

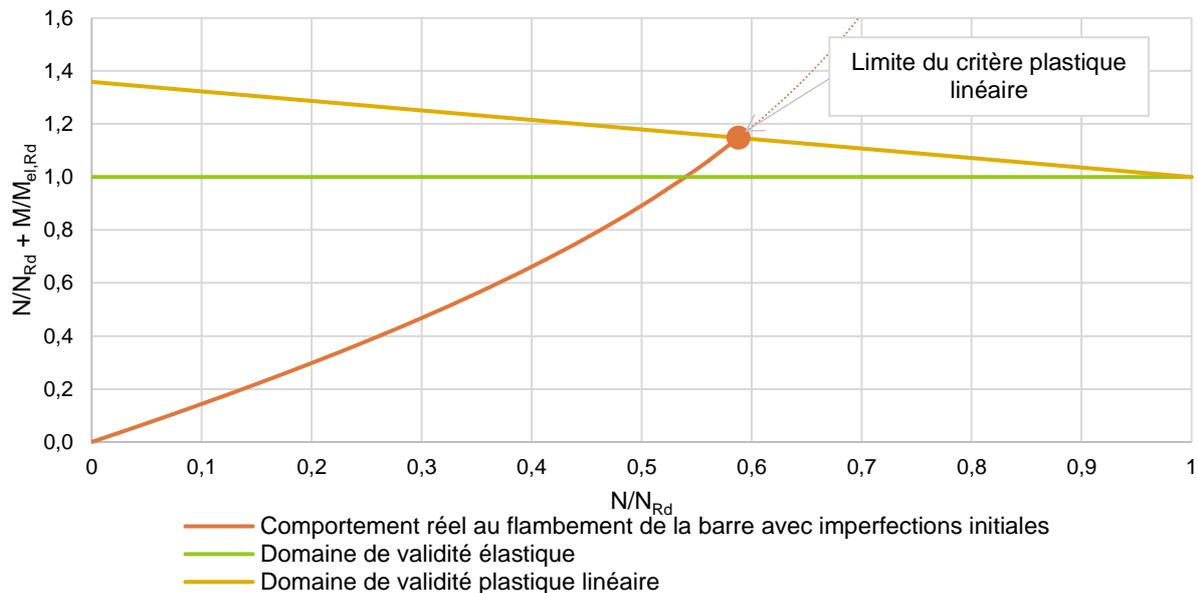
où  $e_0$  représente l'imperfection initiale unique de la barre et dont l'expression demeure :

$$e_0 = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{N_{Rd}} \quad (6.13)$$

Si l'on rapporte cette expression du critère plastique linéaire avec des résistances élastiques, la limite plastique linéaire de 1 devient :

$$\frac{N}{N_{Rd}} + \frac{N \cdot e_0}{M_{el,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \leq \frac{N}{N_{Rd}} \cdot \left( 1 - \frac{M_{pl,Rd}}{M_{el,Rd}} \right) + \frac{M_{pl,Rd}}{M_{el,Rd}} \quad (6.14)$$

Cela permet ainsi de visualiser sur un même graphique (Fig. VI.5), le domaine de validité élastique et le domaine de validité plastique linéaire. Avec cette visualisation, le critère plastique linéaire est vérifié si celui-ci reste inférieur à la limite plastique linéaire, repérée sur le graphique.



**Fig. VI.5.** Comportement au flambement simple de la barre avec imperfections initiales avec critère de résistance plastique linéaire

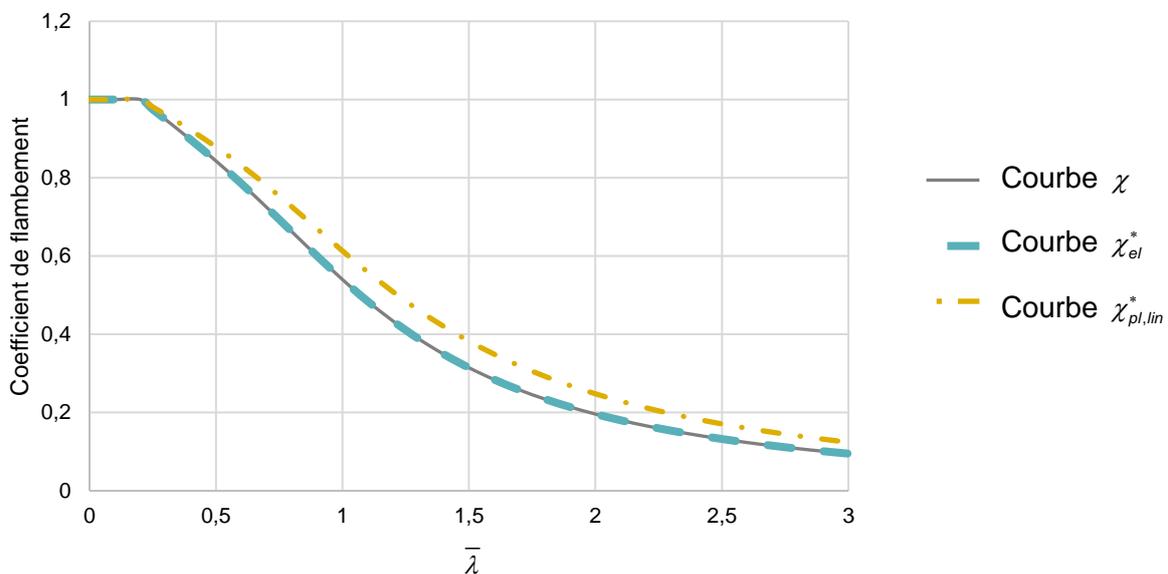
La part du critère plastique linéaire dû à la flexion provoquée par le flambement est :

$$\frac{N \cdot e_0}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (6.15)$$

Le recouplement des équations (6.11) et (6.15) conduit à la formulation du nouveau coefficient de flambement plastique linéaire  $\chi_{pl,lin}^*$  :

$$\chi_{pl,lin}^* = \frac{1}{1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{W_{pl}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}} \quad (6.16)$$

La formulation de ce coefficient de flambement plastique linéaire tient compte de l'effort normal réel de la structure. On note que, quel que soit le chargement  $N$ , on a :  $\chi_{pl,lin}^* > \chi_{el}^*$ . Si l'on fait tendre le module plastique,  $W_{pl}$ , vers le module élastique,  $W_{el}$ , on retrouve l'expression du nouveau coefficient de flambement élastique  $\chi_{el}^*$ . La continuité entre les deux domaines est donc bien assurée. De la même manière que pour l'élasticité, il est possible de visualiser la courbe de flambement  $c$  avec ce nouveau coefficient de flambement  $\chi_{pl,lin}^*$  (Fig. VI.6). Sur cette figure seul le cas  $N = N_{b,Rd}$  a été représenté.



**Fig. VI.6.** Visualisation du coefficient  $\chi_{pl,lin}^*$  avec la courbe de flambement  $c$  pour différents chargements  $N$

Il est en résulte alors que le critère plastique linéaire de vérification en instabilité s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,lin}^* \cdot N_{Rd}} \leq 1 \quad (6.17)$$

Ce nouveau critère permet de refléter le comportement mécanique de la barre réelle comprimée jusqu'à la limite plastique linéaire. La Fig. VI.7 offre une représentation graphique de ce critère.

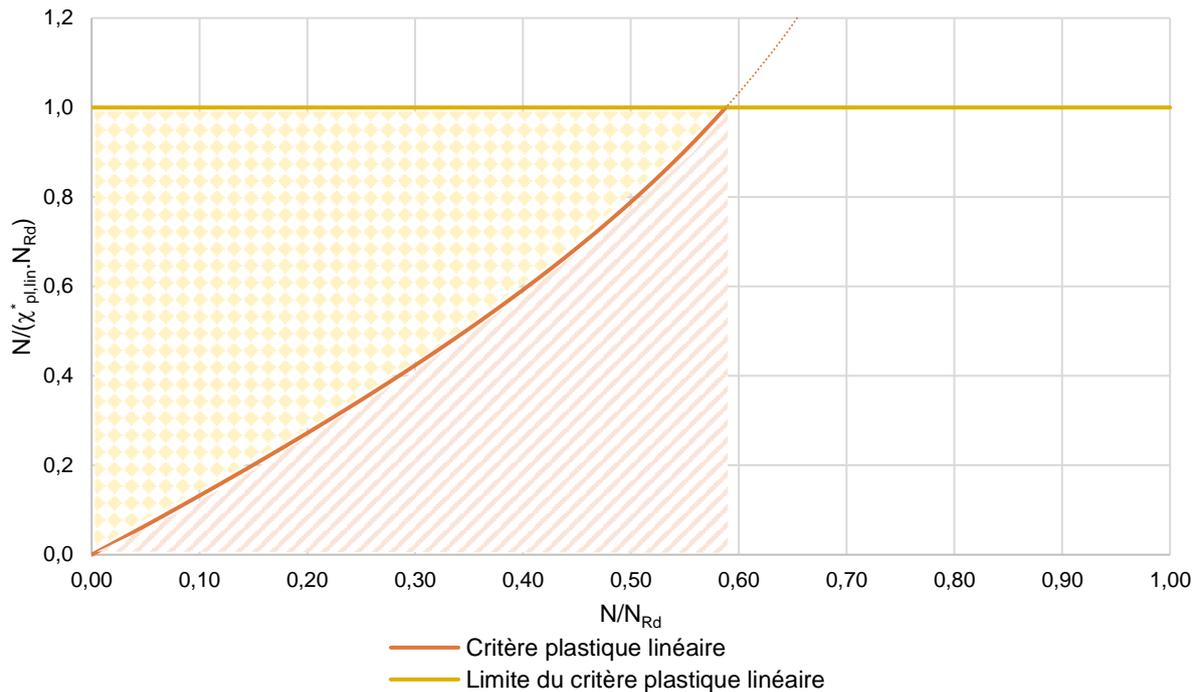


Fig. VI.7. Représentation graphique du critère plastique linéaire

Sur cette représentation, il est possible de distinguer les sollicitations engendrées par les imperfections initiales et la charge de compression (hachures obliques) et la capacité disponible pour l'application éventuelle de charges transversales sur l'élément (hachures pois).

Comme pour le critère élastique, ce critère plastique linéaire (6.17) prend en compte la sollicitation induite par l'effort de compression, ainsi que la sollicitation induite par le moment provoqué par la présence de l'effort de compression et des imperfections initiales. Il est possible de modifier l'écriture de ce critère plastique linéaire pour dissocier ces deux sollicitations :

$$\frac{N}{N_{Rd}} + \left( \frac{1}{\chi_{pl,lin}^*} - 1 \right) \cdot \frac{N}{N_{Rd}} \leq 1 \quad (6.18)$$

↙ effort de compression
 ↘ moment induit par l'effort de compression et les imperfections initiales

Cependant, en ce qui concerne les sections transversales 1 et 2, il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa capacité plastique non-linéaire ; c'est pourquoi, dans le paragraphe suivant, un critère plastique non-linéaire va être défini.

### VI.2.3. Nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour les éléments comprimés

De la même manière que dans le domaine élastique et plastique linéaire, le critère plastique non-linéaire et le coefficient de flambement plastique non linéaire, noté  $\chi_{pl,non,lin}^*$ , seront établis à partir de la barre, avec imperfections initiales, sollicitée par un effort de compression simple  $N$ , quelconque ; où l'effort  $N$  est inférieur à l'effort résistant de calcul au flambement  $N_{b,Rd}$ . De la même manière que précédemment, on souhaite écrire le facteur de sollicitation de cette barre sous la forme :

$$\frac{N}{\chi_{pl,non,lin}^* \cdot N_{Rd}} \quad (6.19)$$

Parallèlement, il est possible d'écrire le critère de résistance plastique non-linéaire de cette barre, présentant une imperfection initiale, et soumise à l'effort de compression simple, comme étant :

$$\frac{N \cdot e_0}{M_{N,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \leq 1 \quad (6.20)$$

Dans le cas d'une résistance plastique non-linéaire, le critère ne correspond pas à l'addition des différentes sollicitations ; mais dans ce cas la présence de l'effort normal est prise en compte à travers une réduction du moment résistance plastique, que l'on note  $M_{N,Rd}$ .

Pour les sections tubulaires, la norme NF EN 12811-1, relative aux échafaudages, définit le moment de résistance réduit par la présence de l'effort normal comme étant :

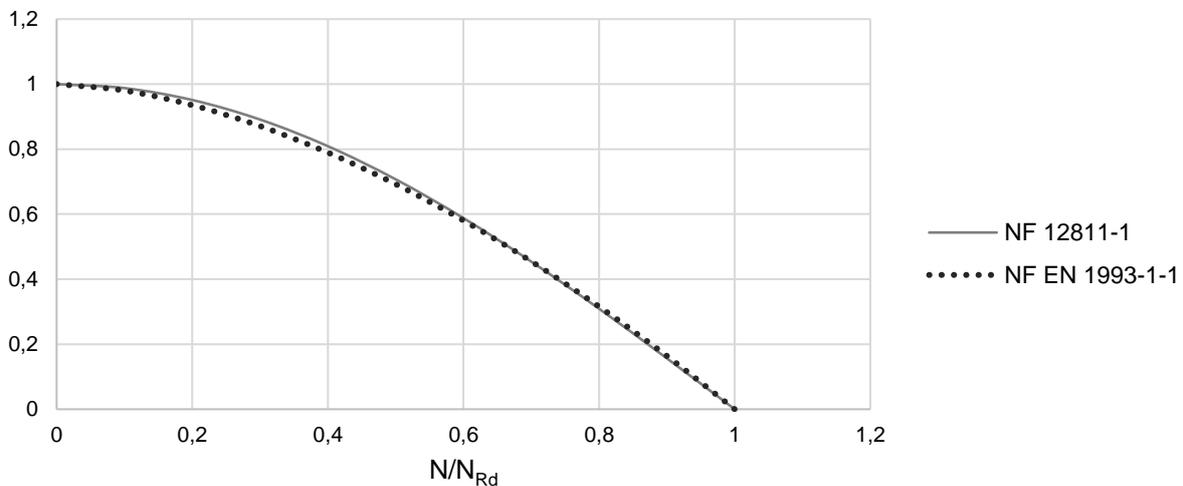
$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N}{N_{Rd}}\right) \quad (6.21)$$

La norme NF EN 1993-1-1 définit, quant à elle, le moment de résistance réduit par la présence de l'effort normal par l'équation :

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \left(1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)^{1.7}\right) \quad (6.22)$$

La figure Fig. VI.8 permet de comparer les termes  $\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N}{N_{Rd}}\right)$  et  $\left(1 - \left(\frac{N}{N_{Rd}}\right)^{1.7}\right)$ , et met ainsi

en évidence que ces deux termes sont équivalents. On retiendra donc la formulation proposée dans la norme NF EN 12811-1 qui est la formulation issue directement du calcul en plasticité des sections tubulaires (Lescouarc'h 1983).



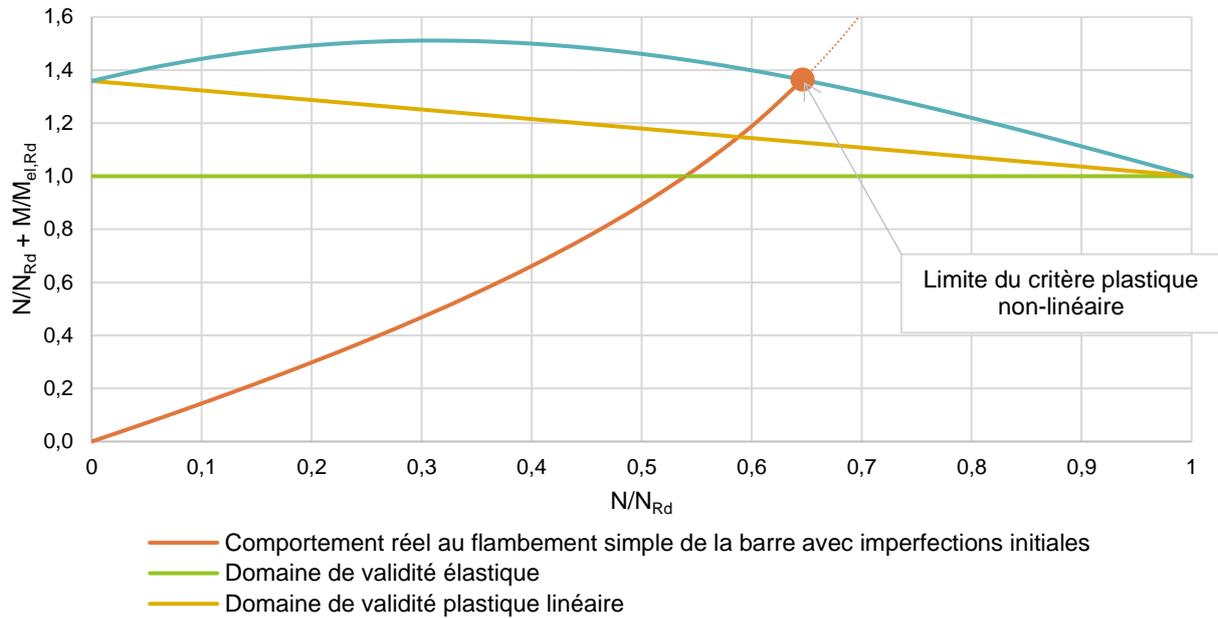
**Fig. VI.8.** Comparaison des moments réduits par la présence de l'effort normal des normes NF EN 1993-1-1 et NF EN 12811-1

De la même manière que pour le critère plastique linéaire, il est possible de ramener cette expression du critère plastique non-linéaire avec des résistances élastiques. La limite plastique non-linéaire de 1 s'exprime alors :

$$\frac{N}{N_{Rd}} + \frac{N \cdot e_0}{M_{el,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \leq \frac{N}{N_{Rd}} + \frac{M_{pl,Rd}}{M_{el,Rd}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N}{N_{Rd}}\right) \quad (6.23)$$

La Fig. VI.9 permet alors de visualiser les trois domaines de validité, élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire. Comme précédemment, le critère plastique non-linéaire est

vérifié lorsque le comportement réel de l'élément ne dépasse pas la limite du critère plastique non-linéaire.

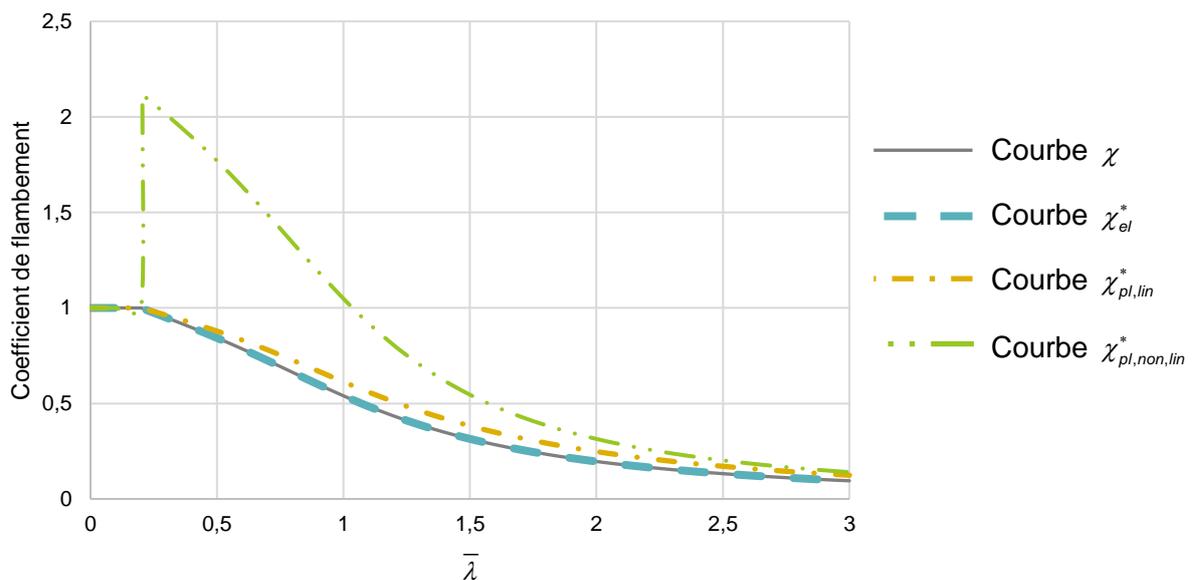


**Fig. VI.9.** Comportement au flambement simple de la barre avec imperfections initiales avec critère de résistance plastique non-linéaire

En comparant les équations (6.19) et (6.20), cela conduit à la formulation du nouveau coefficient de flambement plastique non-linéaire  $\chi_{pl,non,lin}^*$  :

$$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{W_{pl}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}} \quad (6.24)$$

Comme précédemment, la Fig. VI.10 permet de visualiser la courbe de flambement  $c$  avec ce nouveau coefficient de flambement  $\chi_{pl,non,lin}^*$  pour le cas  $N = N_{b,Rd}$ .



**Fig. VI.10.** Visualisation du coefficient  $\chi_{pl,non,lin}^*$  avec la courbe de flambement  $c$  pour différents chargements  $N$

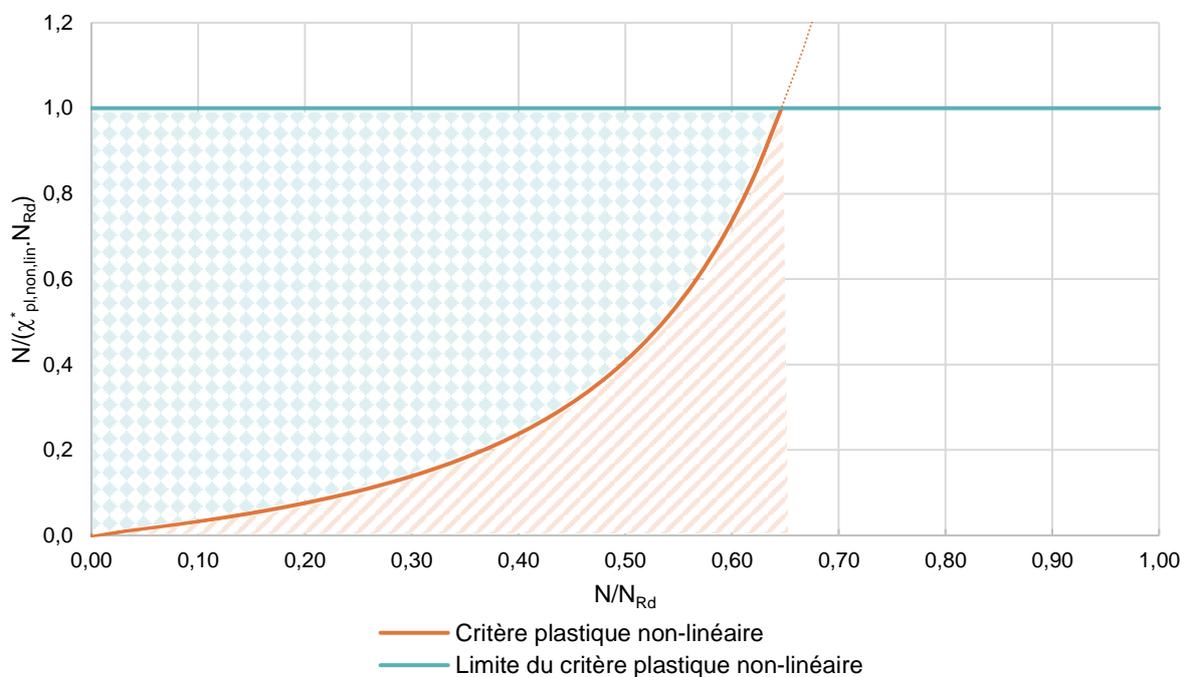
Il est important de noter que ce coefficient  $\chi_{pl,non,lin}^*$  n'a pas de sens physique. Il sert juste d'artifice afin d'exploiter la capacité plastique non linéaire de la section à partir d'un critère semblable aux critères élastique et plastique linéaire.

Il est en résulte alors que le critère plastique linéaire de vérification en instabilité s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* \cdot N_{Rd}} \leq 1 \quad (6.25)$$

La forme de ce critère pourrait laisser penser qu'il prend en compte, comme pour l'élasticité et la plasticité linéaire, l'effort de compression et le moment induit par la présence de l'effort normal et des imperfections initiales. Or, cette expression est, encore une fois, juste un artifice pour proposer une expression similaire à celle de l'élasticité et de la plasticité linéaire, mais la formulation provient uniquement du moment induit par la présence de l'effort normal et des imperfections initiales.

Ce critère permet de refléter le comportement mécanique de la barre réelle comprimée jusqu'à la limite plastique non-linéaire, c'est-à-dire jusqu'à l'apparition de la première rotule plastique. La Fig. VI.11 offre une représentation graphique de ce critère.



**Fig. VI.11.** Représentation graphique du critère plastique non-linéaire

Sur cette représentation, il est possible de distinguer les sollicitations engendrées par les imperfections initiales et la charge de compression (hachures obliques) et la capacité disponible pour l'application éventuelle de charges transversales sur l'élément (hachures pois).

À travers les trois derniers paragraphes, trois nouveaux critères en instabilité pour les éléments simplement comprimés ont été définis, permettant de tenir compte des imperfections initiales, sans, pour autant, que cela nécessite de les inclure dans l'analyse globale de la structure. Ces nouveaux critères permettent également d'exploiter les différentes capacités de résistance de la section transversale et tiennent compte précisément du niveau de compression. Dans le paragraphe suivant, nous allons mener une étude comparative afin de mettre en avant la précisions de ces nouveaux critères.

## VI.2.4. Étude comparative de ces nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés par rapport aux critères existants

Cette partie est consacrée à l'étude comparative des critères de vérification des éléments comprimés. Les résultats, obtenus lors de l'étude comparative menée dans le paragraphe V.2, vont être confrontés aux résultats provenant des nouveaux critères en instabilité, définis dans les paragraphes VI.2.1, VI.2.2 et VI.2.3.

Les classes transversales de l'ensemble des exemples traités étant de classe 1, l'étude comparative sera, une fois de plus, menée avec les trois niveaux de résistance : élastique, plastique linéaire ou plastique non-linéaire.

Comme précédemment, l'étude comparative sera, dans un premier temps, menée sur des barres isolées (§VI.2.4.1), à savoir : une barre bi-articulée et une barre bi-encastée ; puis, dans un deuxième temps, sur des structures complètes (§VI.2.4.2), à savoir : un portique bi-articulé, un portique bi-encasté, une tour autostable et un échafaudage de façade. La conclusion relative aux résultats obtenus sur les éléments comprimés sera effectuée dans le paragraphe VI.2.5.

### VI.2.4.1. Barres isolées

#### VI.2.4.1.1. Barre bi-articulée

Cette partie concerne l'étude de la barre bi-articulée sollicitée par un effort de compression (Fig. VI.12). Comme précédemment, le principe de calcul pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  est détaillé, puis l'ensemble des résultats obtenus pour les différentes valeurs de  $\alpha_{cr}$  sera récapitulé à la fin du paragraphe.

##### a) Exemple numérique pour $\alpha_{cr} = 1,5$

#### Géométrie et chargement

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 36,963$  kN. Les caractéristiques au flambement de la section sont rappelées dans le Tableau VI.1.

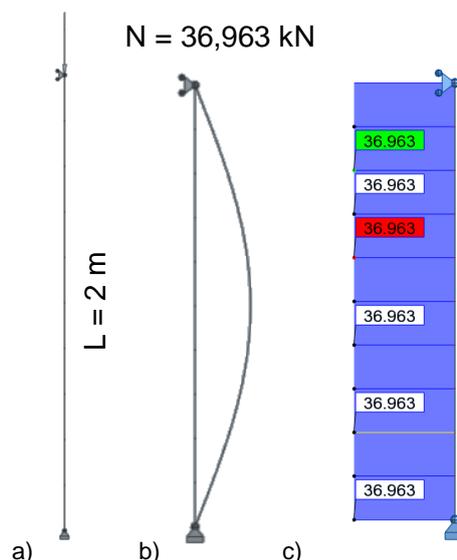


Fig. VI.12. a) Barre bi-articulée sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la barre ; c) Diagramme de l'effort normal

**Tableau VI.1.** Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée comprimée

Longueur de flambement	$L_f = 2 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 55,445 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{55,445 \cdot 10^3}} = 1,545$

Classe transversale

Le profilé était de classe 1, il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique : (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)

$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$\chi_{el}^* = \frac{1}{1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}} = \frac{1}{1 + 0,49 \times (1,545 - 0,2) \times \frac{1,5}{1,5 - 1}} = 0,336$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{el}^* \cdot N_{Rd}} = \frac{36,963}{0,336 \times 132,352} = 0,831$$

Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire : (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)

$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$\chi_{pl,lin}^* = \frac{1}{1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{W_{pl}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}} = \frac{1}{1 + 0,49 \times (1,545 - 0,2) \times \frac{4,431}{5,958} \times \frac{1,5}{1,5 - 1}} = 0,406$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,lin}^* \cdot N_{Rd}} = \frac{36,963}{0,406 \times 132,352} = 0,688$$

Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire : (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)

$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{W_{pl}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}}$$

$$= \frac{1}{1 + 0,49 \times (1,545 - 0,2) \times \frac{4,431}{5,958} \times \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{36,963}{132,352}\right)} \times \frac{1,5}{1,5 - 1}} = 0,619$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* \cdot N_{Rd}} = \frac{36,963}{0,619 \times 132,352} = 0,452$$

## b) Résultats pour l'ensemble des valeurs de $\alpha_{cr}$

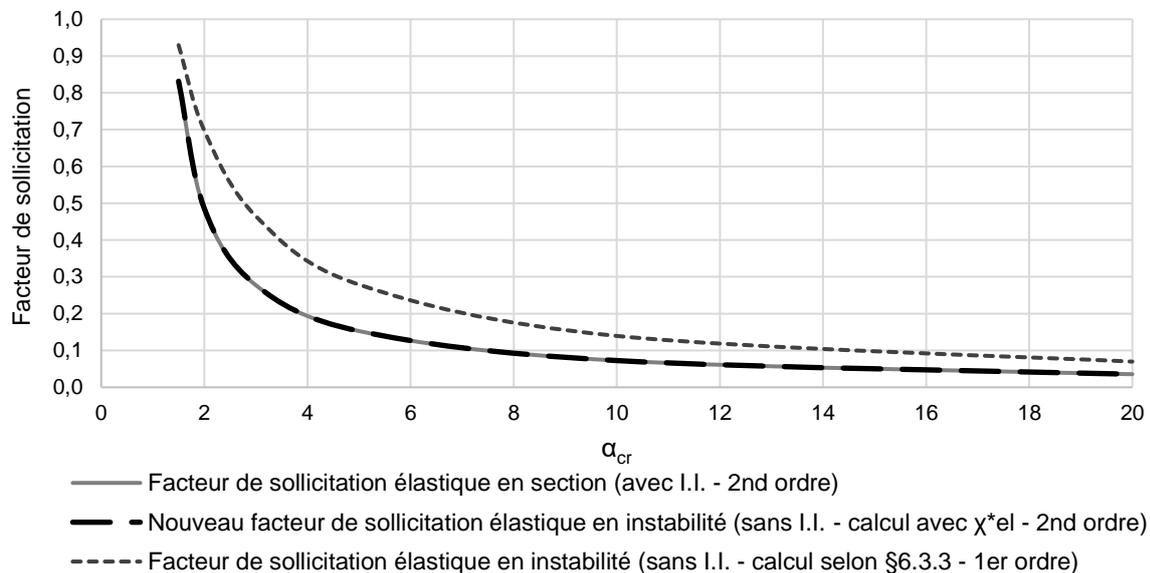
Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont répertoriés dans les tableaux Tableau VI.2 à Tableau VI.4 et sur les figures Fig. VI.13 à Fig. VI.15.

### Critère de résistance élastique

**Tableau VI.2.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour la barre bi-articulée comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Eurocode 3		Nouveau critère	
1,5	0,829	0,930	+12,2%*	0,831	+0,4%*
2	0,484	0,697	+44,0%*	0,486	+0,2%*
3	0,277	0,465	+67,9%*	0,278	+0,1%*
5	0,153	0,279	+82,4%*	0,153	+0,1%*
10	0,073	0,140	+91,9%*	0,073	+0,03%*
20	0,036	0,070	+94,4%*	0,035	+0,02%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



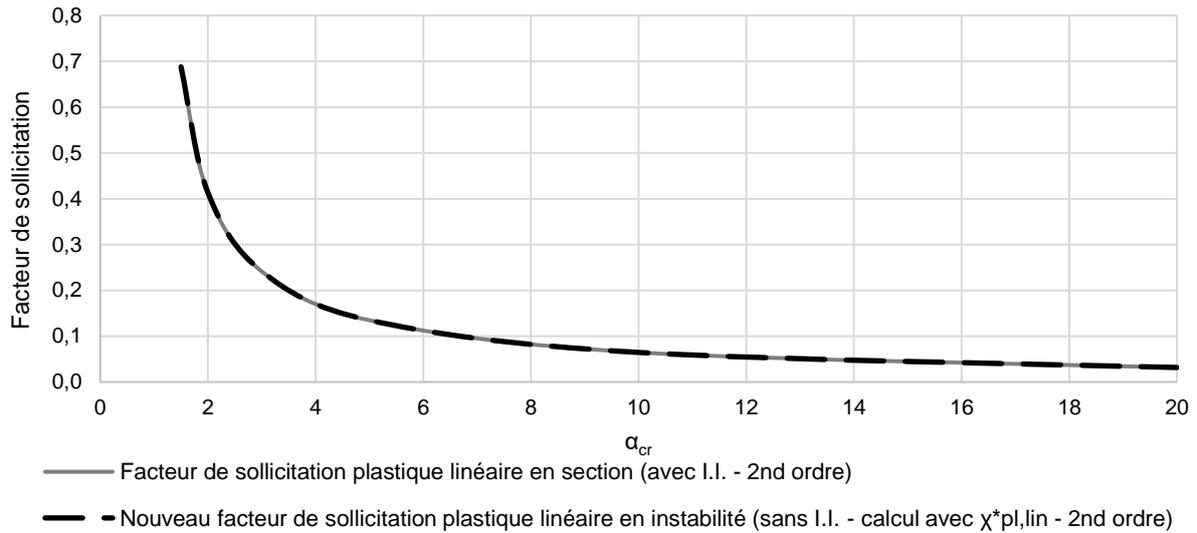
**Fig. VI.13.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée

### Critère de résistance plastique linéaire

**Tableau VI.3.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour la barre bi-articulée comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,686	0,688	+0,3%*
2	0,413	0,414	+0,2%*
3	0,242	0,242	+0,1%*
5	0,135	0,135	+0,06%*
10	0,065	0,065	+0,03%*
20	0,032	0,032	+0,02%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique linéaire et le critère en section plastique linéaire



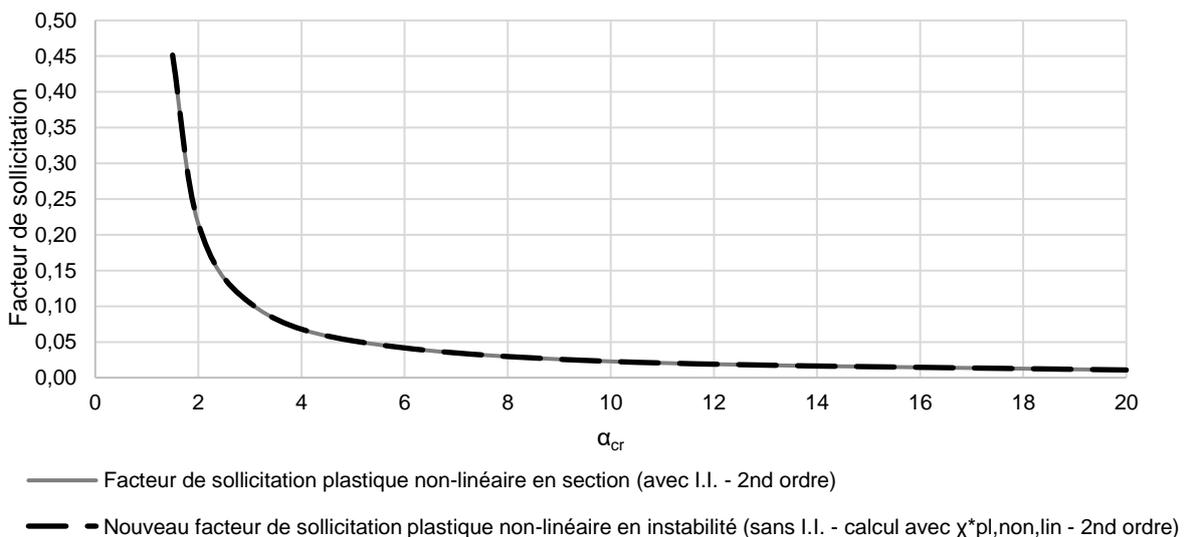
**Fig. VI.14.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée

### Critère de résistance plastique non-linéaire

**Tableau VI.4.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-articulée comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,449	0,452	+0,5%*
2	0,215	0,216	+0,4%*
3	0,104	0,105	+0,3%*
5	0,051	0,052	+0,2%*
10	0,023	0,023	+0,08%*
20	0,011	0,011	+0,06%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique non-linéaire et le critère en section plastique non-linéaire



**Fig. VI.15.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée

### Conclusion relative à l'étude comparative de la barre bi-articulée

En observant les résultats obtenus tout au long de cette étude comparative, il est possible d'affirmer que la formulation des nouveaux critères en instabilité permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le niveau de chargement et le niveau de critère utilisé. En ce qui concerne les résultats avec des critères élastiques, on note que la nouvelle formulation conduit à des résultats beaucoup plus précis que la formulation actuelle de l'Eurocode 3.

#### VI.2.4.1.2. Barre bi-encastée

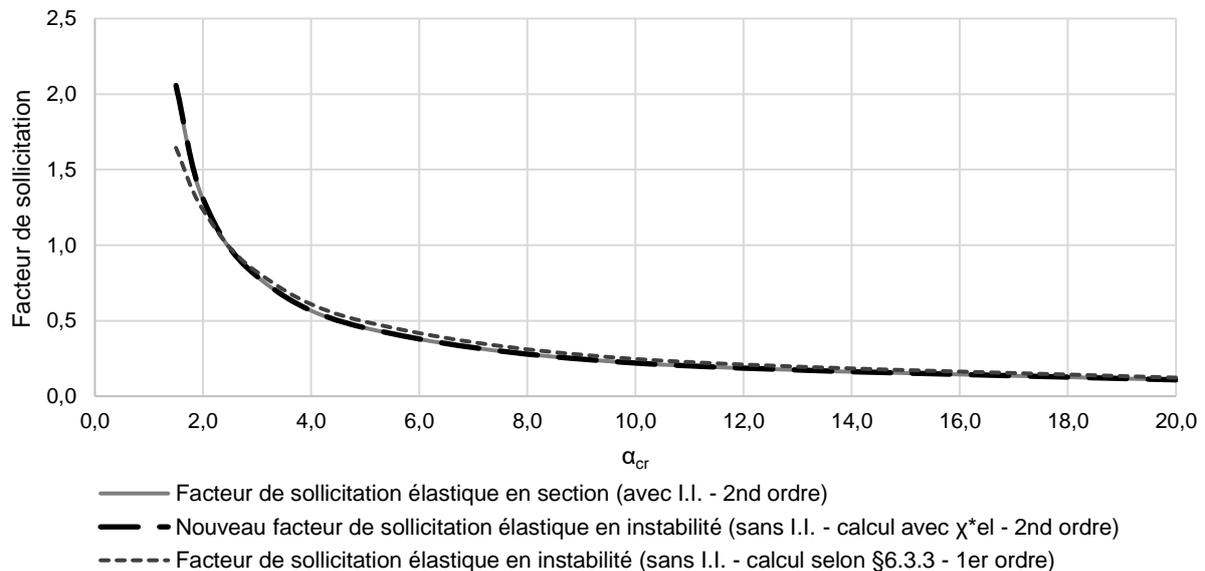
Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-encastée (Fig. V.3). Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans les tableaux Tableau VI.5 à Tableau VI.7 et sur les figures Fig. VI.16 à Fig. VI.18.

#### Critère de résistance élastique

**Tableau VI.5.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour la barre bi-encastée comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Eurocode 3		Nouveau critère	
1,5	2,037	1,644	-19,3%*	2,058	+1,0%*
2	1,301	1,233	-5,2%*	1,308	+0,6%*
3	0,791	0,822	+3,9%*	0,794	+0,3%*
5	0,452	0,493	+9,1%*	0,453	+0,2%*
10	0,220	0,247	+12,3%*	0,220	+0,1%*
20	0,109	0,123	+12,8%*	0,109	0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



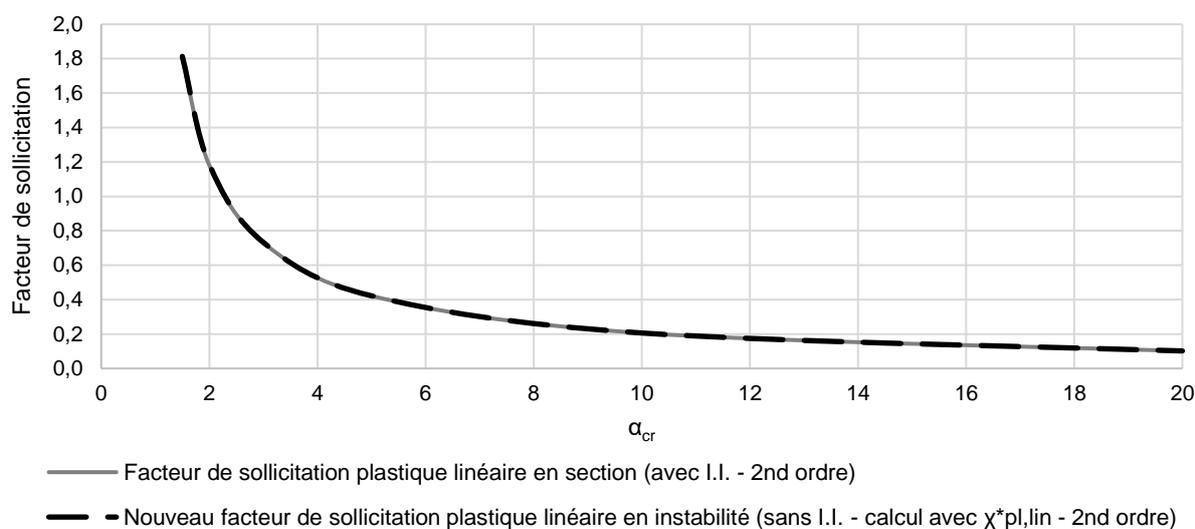
**Fig. VI.16.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée

## Critère de résistance plastique linéaire

**Tableau VI.6.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour la barre bi-encastree comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	1,799	1,813	+0,8%*
2	1,181	1,186	+0,5%*
3	0,731	0,733	+0,2%*
5	0,422	0,422	0%*
10	0,206	0,206	0%*
20	0,102	0,102	0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique linéaire et le critère en section plastique linéaire



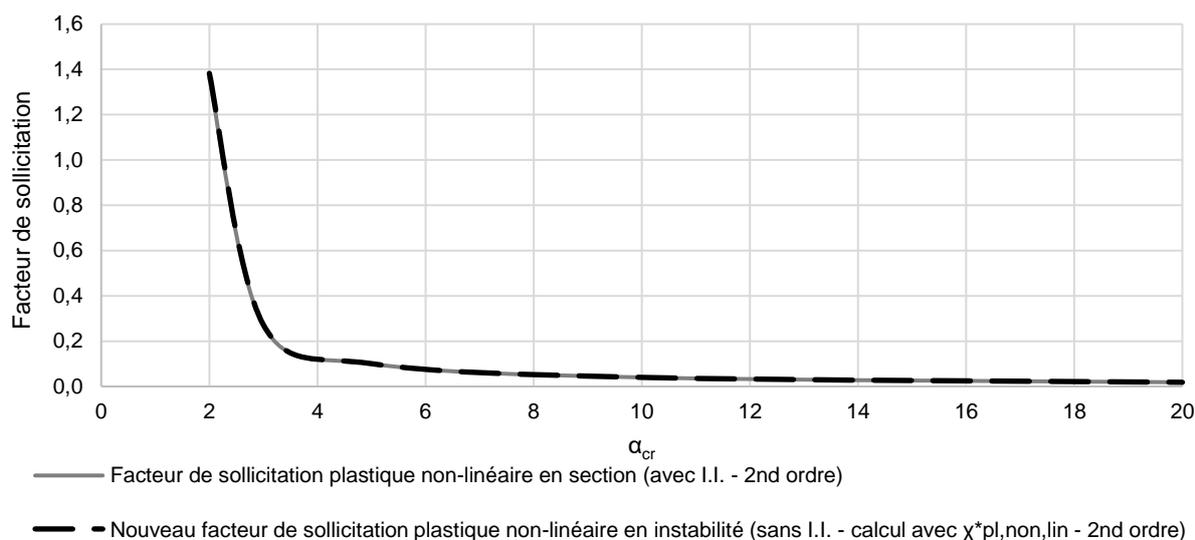
**Fig. VI.17.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-encastree comprimée

## Critère de résistance plastique non-linéaire

**Tableau VI.7.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-encastree comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	-	-	-
2	1,361	1,382	+1,6%*
3	0,270	0,272	+1,0%*
5	0,100	0,101	+0,6%*
10	0,040	0,040	+0,3%*
20	0,018	0,018	+0,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique non-linéaire et le critère en section plastique non-linéaire



**Fig. VI.18.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-encastree comprimée

### Conclusion relative à l'étude comparative de la barre bi-encastree

En observant les résultats obtenus tout au long de cette étude comparative, il est possible d'affirmer que la formulation des nouveaux critères en instabilité permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le niveau de chargement et le niveau de critère utilisé. En ce qui concerne les résultats avec des critères élastiques, on note que la nouvelle formulation conduit à des résultats beaucoup plus précis que la formulation actuelle de l'Eurocode 3.

## VI.2.4.2. Barres incluses dans une structure

### VI.2.4.2.1. Portique bi-articulé

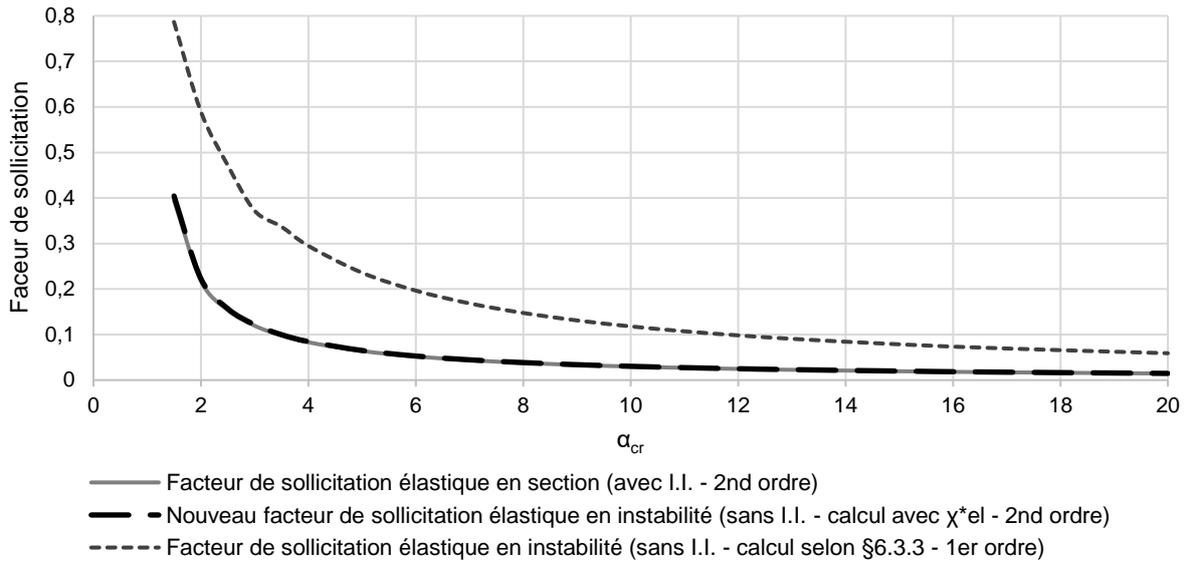
Cette partie est relative aux résultats du portique bi-articulé (Fig. V.5). Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans les tableaux Tableau VI.8 à Tableau VI.10 et sur les figures Fig. VI.19 à Fig. VI.21.

#### Critère de résistance élastique

**Tableau VI.8.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour le portique bi-articulé comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Eurocode 3		Nouveau critère	
1,5	0,395	0,787	+99,2%*	0,405	+2,5%*
2	0,218	0,590	+170,6%*	0,223	+2,2%*
3	0,120	0,372	+210,0%*	0,122	+2,0%*
5	0,064	0,236	+268,8%*	0,065	+1,9%*
10	0,030	0,118	+293,3%*	0,030	+1,7%*
20	0,014	0,059	+321,4%*	0,015	+2,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



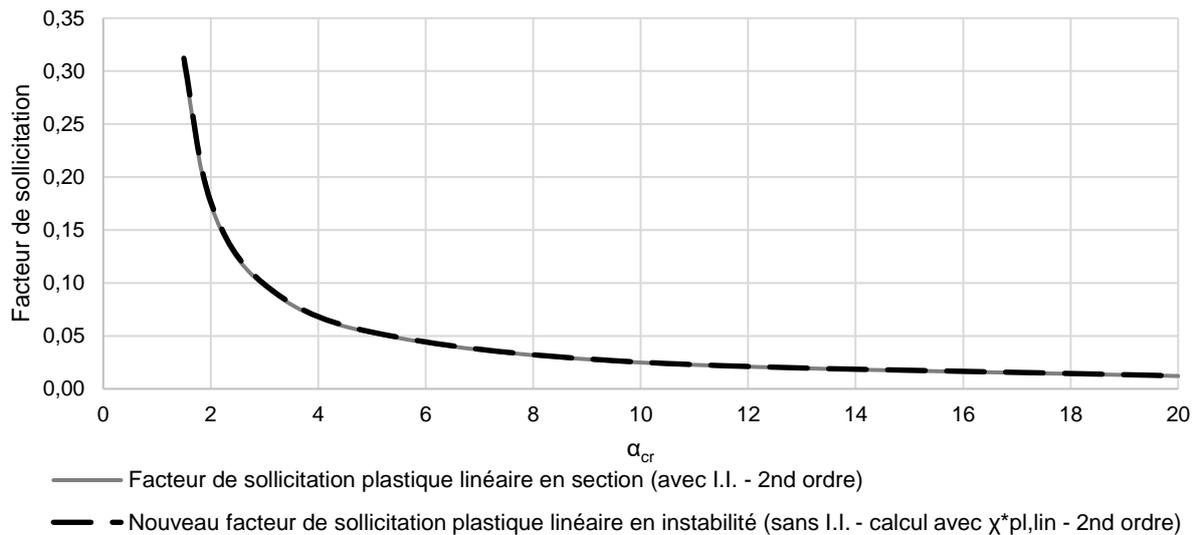
**Fig. VI.19.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé

Critère de résistance plastique linéaire

**Tableau VI.9.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour le portique bi-articulé comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,306	0,312	+2,0%*
2	0,174	0,177	+1,7%*
3	0,097	0,099	+1,5%*
5	0,053	0,054	+1,4%*
10	0,025	0,025	+1,3%*
20	0,012	0,012	+1,3%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique linéaire et le critère en section plastique linéaire



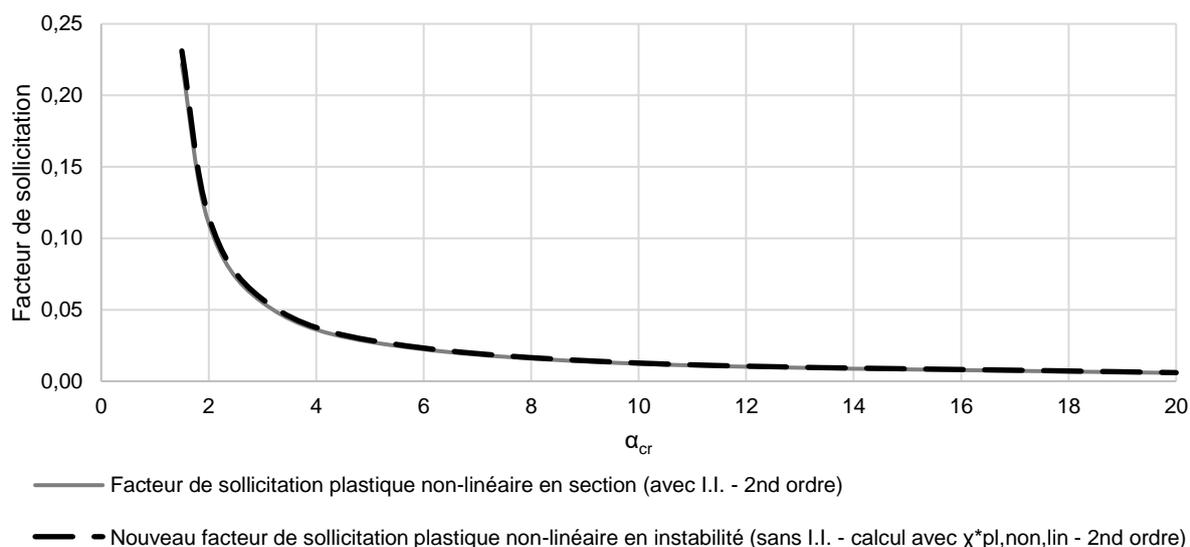
**Fig. VI.20.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé

## Critère de résistance plastique non-linéaire

**Tableau VI.10.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour le portique bi-articulé comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,222	0,231	+4,2%*
2	0,111	0,115	+4,1%*
3	0,055	0,057	+4,1%*
5	0,028	0,029	+4,1%*
10	0,012	0,013	+4,1%*
20	0,006	0,006	+4,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique non-linéaire et le critère en section plastique non-linéaire



**Fig. VI.21.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé

### Conclusion relative à l'étude comparative du portique bi-articulé

Tout comme pour les exemples sur les barres isolées, on constate que la formulation des nouveaux critères en instabilité conduit à une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le niveau de chargement et le niveau de critère utilisé. En ce qui concerne les résultats avec des critères élastiques, on note que cette nouvelle formulation fournit des résultats beaucoup plus précis que ceux obtenus avec la formulation actuelle de l'Eurocode 3.

#### VI.2.4.2.2. Portique bi-encasté

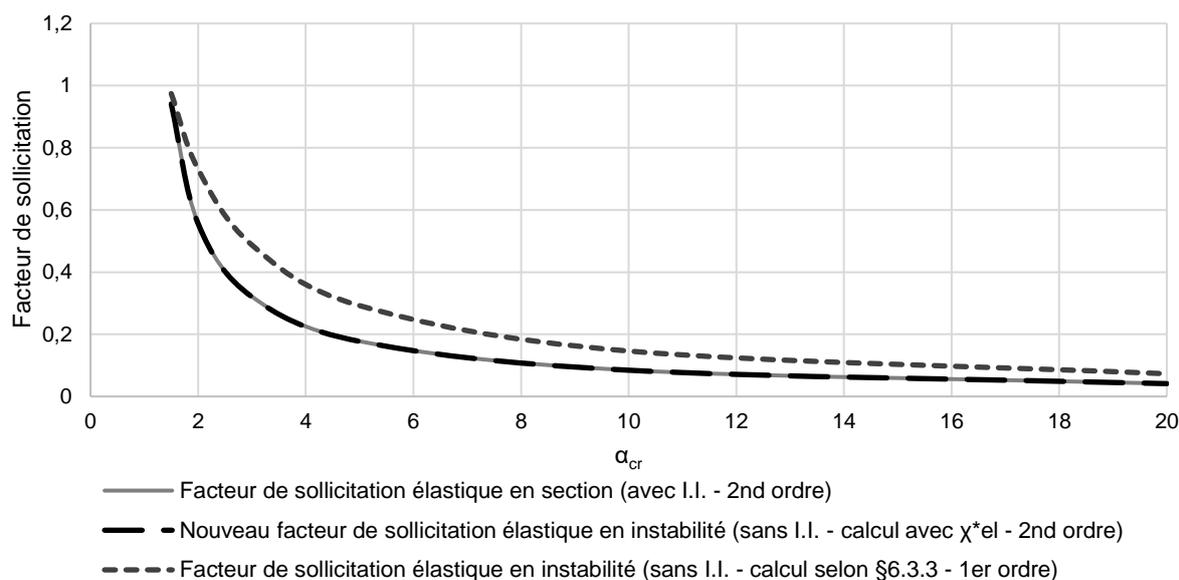
Cette partie concerne les résultats du portique bi-encasté (Fig. V.7). Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans les tableaux Tableau VI.11 à Tableau VI.13 et sur les figures Fig. VI.22 à Fig. VI.24.

## Critère de résistance élastique

**Tableau VI.11.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour le portique bi-encasté comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Eurocode 3		Nouveau critère	
1,5	0,943	0,974	+3,3%*	0,941	-0,2%*
2	0,557	0,731	+31,2%*	0,556	-0,3%*
3	0,321	0,487	+51,7%*	0,320	-0,3%*
5	0,178	0,292	+64,0%*	0,177	-0,3%*
10	0,085	0,146	+71,8%*	0,084	-0,3%*
20	0,041	0,073	+78,0%*	0,041	-0,3%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



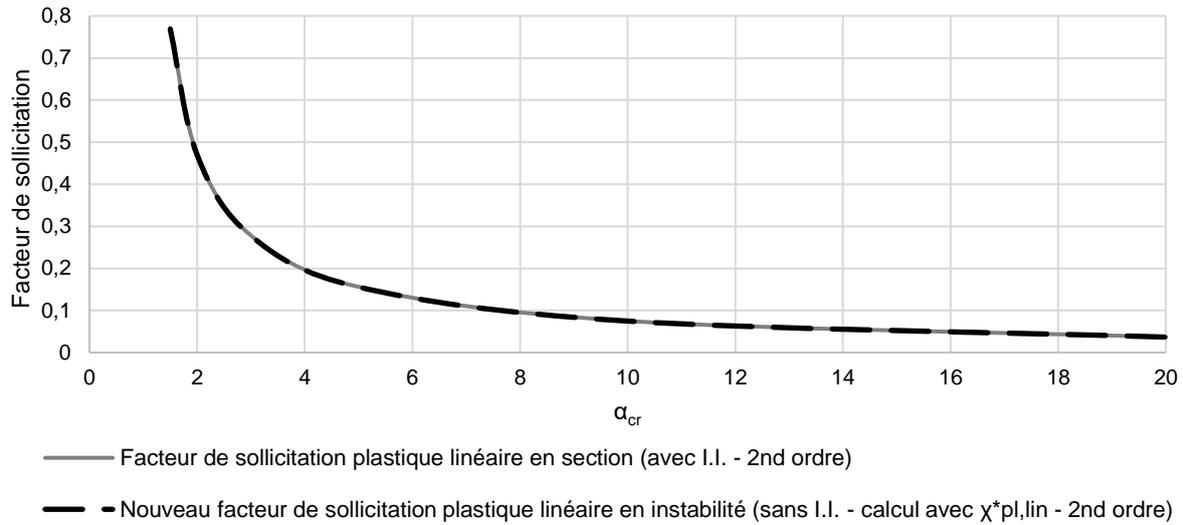
**Fig. VI.22.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour le portique bi-encasté comprimé

## Critère de résistance plastique linéaire

**Tableau VI.12.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour le portique bi-encasté comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,771	0,769	-0,4%*
2	0,471	0,469	-0,4%*
3	0,278	0,277	-0,4%*
5	0,156	0,156	-0,4%*
10	0,075	0,075	-0,4%*
20	0,037	0,037	-0,4%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique linéaire et le critère en section plastique linéaire



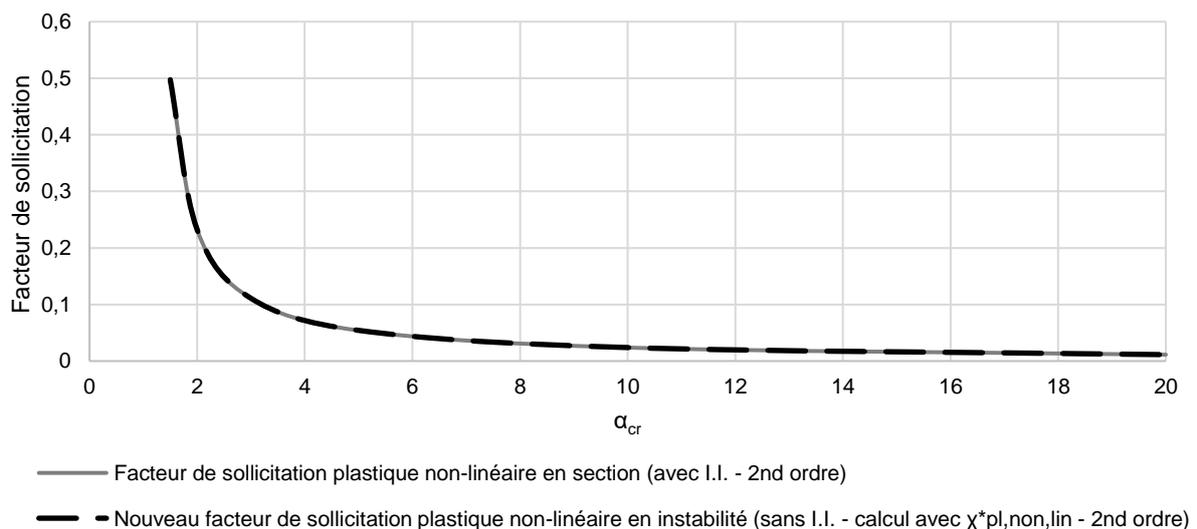
**Fig. VI.23.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour le portique bi-encasté comprimé

### Critère de résistance plastique non-linéaire

**Tableau VI.13.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour le portique bi-encasté comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,497	0,497	+0,1%*
2	0,232	0,232	+0,2%*
3	0,111	0,111	+0,2%*
5	0,054	0,054	+0,2%*
10	0,024	0,024	+0,1%*
20	0,011	0,011	+0,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique non-linéaire et le critère en section plastique non-linéaire



**Fig. VI.24.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour le portique bi-encasté comprimé

### Conclusion relative à l'étude comparative du portique bi-encasté

Comme pour les exemples précédents, la formulation des nouveaux critères en instabilité fournit une estimation juste et précise du facteur de sollicitation du portique bi-articulé, pour l'ensemble des chargements et des critères. En élasticité, on note que les résultats issus de cette nouvelle formulation sont beaucoup plus précis que ceux obtenus avec la formulation actuelle du critère pour les éléments comprimés de l'Eurocode 3.

#### VI.2.4.2.3. Tour autostable

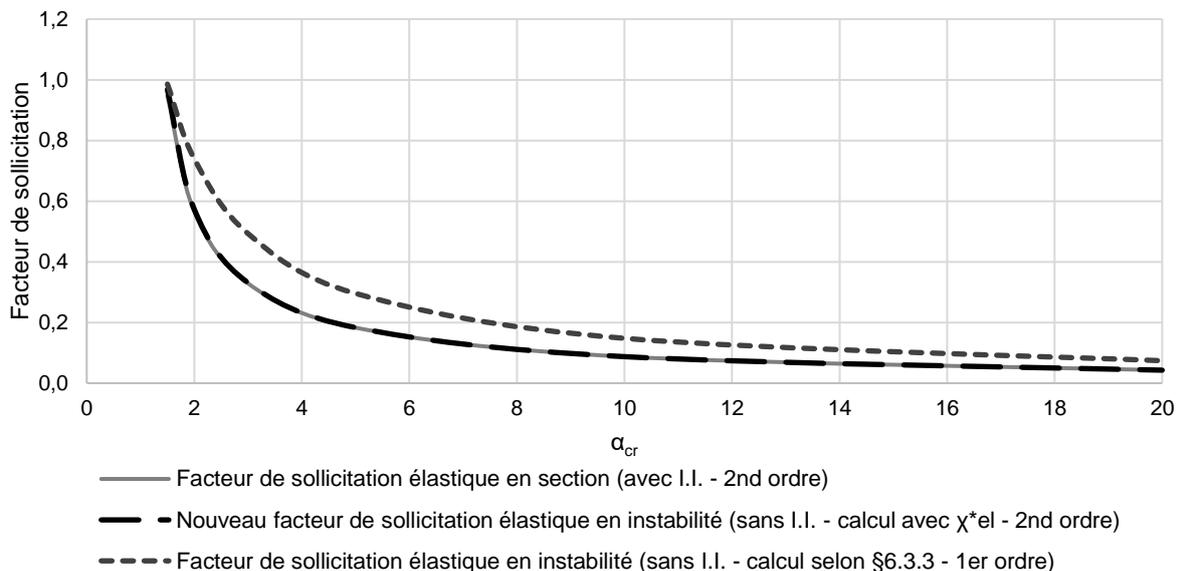
Cette partie est consacrée aux résultats de la tour autostable (Fig. V.9). Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans les tableaux Tableau VI.14 à Tableau VI.16 et sur les figures Fig. VI.25 à Fig. VI.27.

#### Critère de résistance élastique

**Tableau VI.14.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour la tour autostable comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Eurocode 3		Nouveau critère	
1,5	0,947	0,986	+4,1%*	0,968	+2,2%*
2	0,566	0,739	+30,6%*	0,573	+1,3%*
3	0,329	0,493	+49,8%*	0,331	+0,7%*
5	0,183	0,296	+61,7%*	0,183	+0,2%*
10	0,087	0,148	+70,1%*	0,087	-0,1%*
20	0,043	0,074	+72,1%*	0,043	-0,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



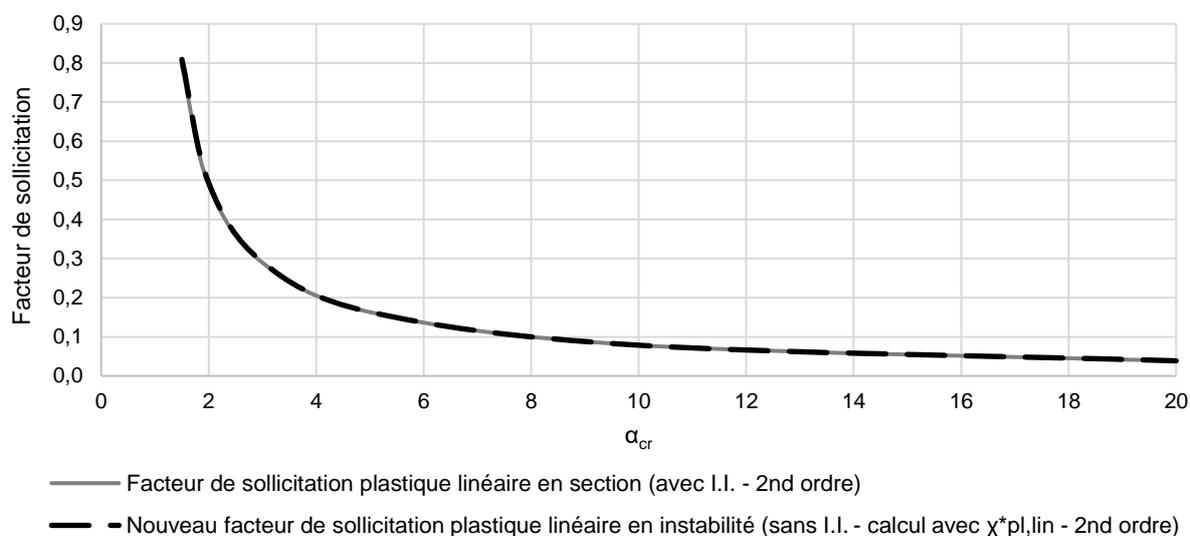
**Fig. VI.25.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour la tour autostable comprimée

## Critère de résistance plastique linéaire

**Tableau VI.15.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour la tour autostable comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,794	0,809	+1,9%*
2	0,488	0,494	+1,1%*
3	0,290	0,291	+0,6%*
5	0,163	0,163	+0,2%*
10	0,079	0,079	0%*
20	0,039	0,039	-0,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique linéaire et le critère en section plastique linéaire



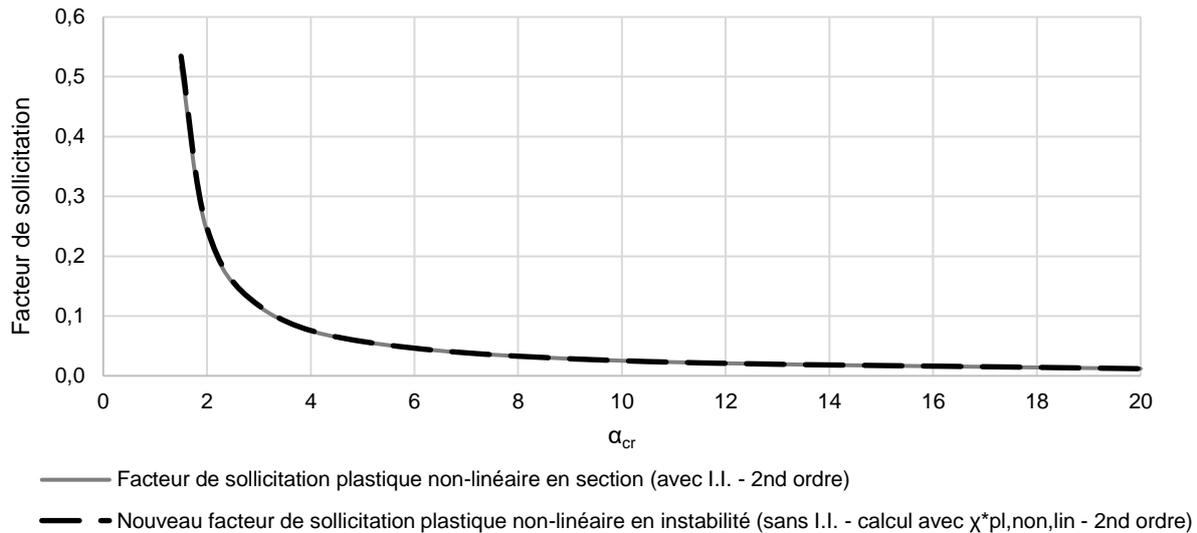
**Fig. VI.26.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour la tour autostable comprimée

## Critère de résistance plastique non-linéaire

**Tableau VI.16.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour la tour autostable comprimée

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,516	0,534	+3,5%*
2	0,242	0,248	+2,4%*
3	0,116	0,118	+1,4%*
5	0,057	0,057	+0,5%*
10	0,025	0,025	-0,1%*
20	0,012	0,012	-0,4%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique non-linéaire et le critère en section plastique non-linéaire



**Fig. VI.27.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour la tour autostable comprimée

#### Conclusion relative à l'étude comparative de la tour autostable

L'ensemble des résultats conduisent à affirmer que la formulation des nouveaux critères en instabilité conduit à une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la tour autostable, pour l'ensemble des chargements et des critères. De même que pour les autres exemples, on note que les résultats issus de cette nouvelle formulation en élasticité sont beaucoup plus précis que ceux obtenus avec la formulation actuelle du critère pour les éléments comprimés de l'Eurocode 3.

#### VI.2.4.2.4. Échafaudage de façade

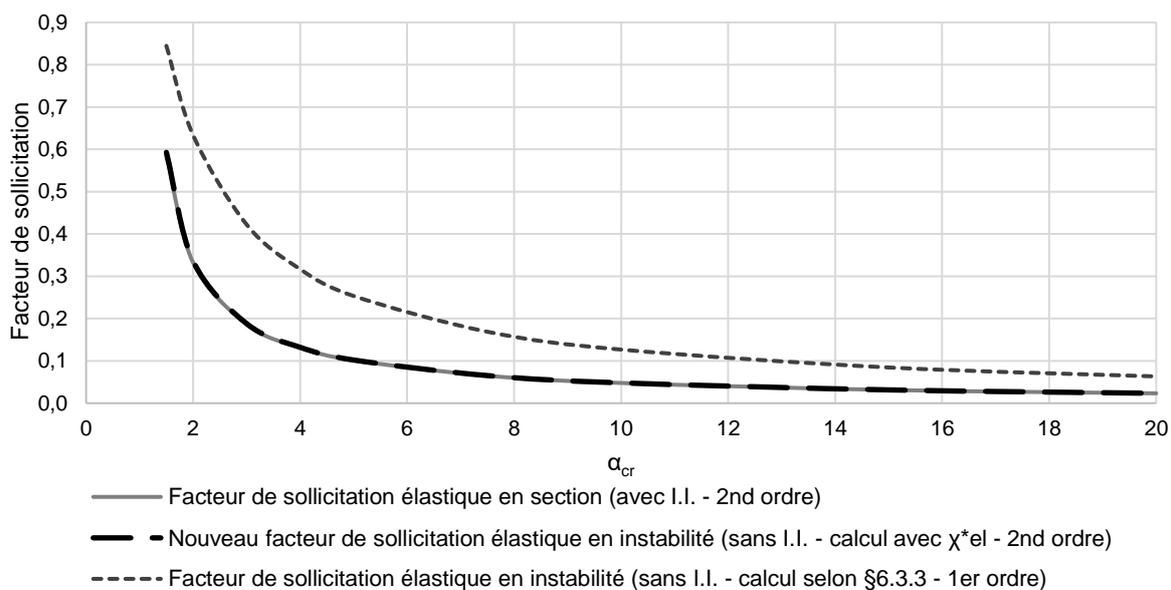
Cette partie concerne les résultats de l'échafaudage de façade (Fig. V.11). Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans les tableaux Tableau VI.17 à Tableau VI.19 et sur les figures Fig. VI.28 à Fig. VI.30.

#### Critère de résistance élastique

**Tableau VI.17.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour l'échafaudage de façade comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Eurocode 3		Nouveau critère	
1,5	0,583	0,845	+44,9%*	0,593	+1,6%*
2	0,332	0,634	+91,0%*	0,336	+1,2%*
3	0,186	0,422	+126,9%*	0,188	+0,9%*
5	0,101	0,253	+150,5%*	0,102	+0,7%*
10	0,048	0,127	+164,6%*	0,048	+0,5%*
20	0,023	0,063	+173,9%*	0,023	+0,4%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



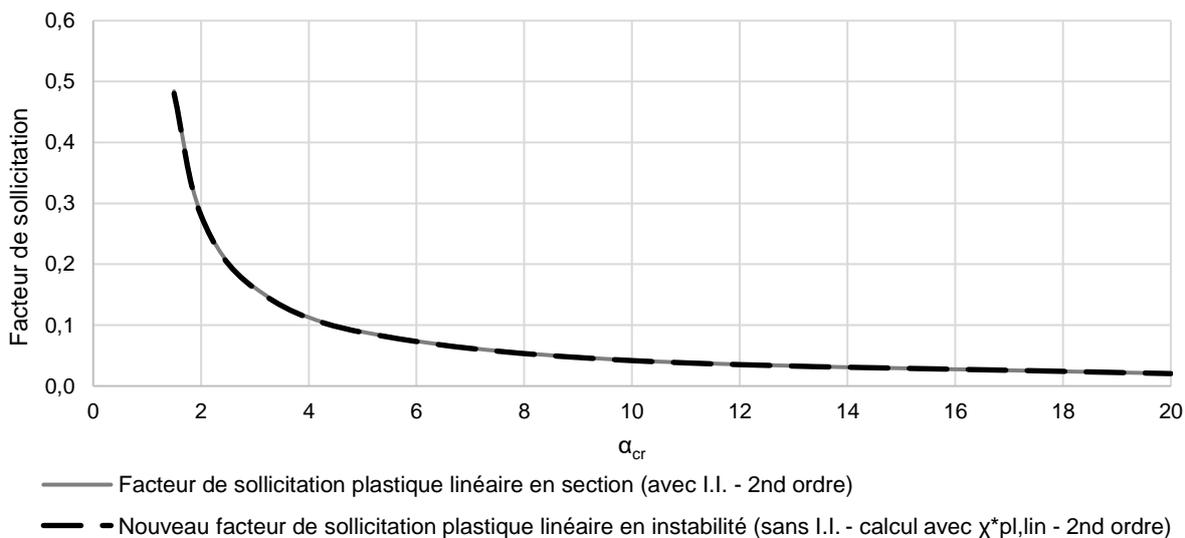
**Fig. VI.28.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé

### Critère de résistance plastique linéaire

**Tableau VI.18.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour l'échafaudage de façade comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,484	0,480	-0,8% <sup>+</sup>
2	0,282	0,280	-0,8% <sup>+</sup>
3	0,161	0,160	-0,9% <sup>+</sup>
5	0,089	0,088	-0,9% <sup>+</sup>
10	0,042	0,042	-1,0% <sup>+</sup>
20	0,021	0,020	-1,0% <sup>+</sup>

<sup>+</sup>L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique linéaire et le critère en section plastique linéaire



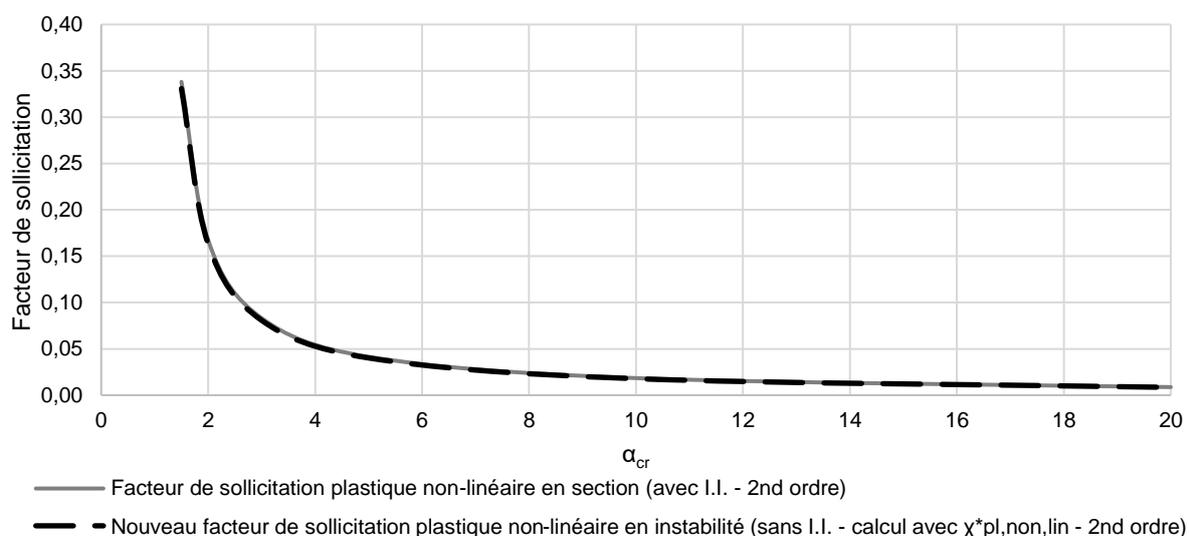
**Fig. VI.29.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé

## Critère de résistance plastique non-linéaire

**Tableau VI.19.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour l'échafaudage de façade comprimé

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)	
		Nouveau critère	
1,5	0,338	0,331	-2,2%*
2	0,167	0,163	-2,5%*
3	0,083	0,081	-2,9%*
5	0,041	0,040	-3,2%*
10	0,018	0,018	-3,4%*
20	0,009	0,008	-3,5%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité plastique non-linéaire et le critère en section plastique non-linéaire



**Fig. VI.30.** Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé

### Conclusion relative à l'étude comparative de l'échafaudage de façade

Comme pour les exemples précédents, la formulation des nouveaux critères en instabilité fournit une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de l'échafaudage de façade, pour l'ensemble des chargements et des critères. On note toutefois que les résultats avec le nouveau critère en instabilité sont légèrement inférieurs à ceux du critère en section, avec une erreur maximale s'élevant à 3,5%, ce qui reste acceptable. En élasticité, on note que les résultats issus de cette nouvelle formulation sont beaucoup plus précis que ceux obtenus avec la formulation actuelle du critère pour les éléments comprimés de l'Eurocode 3.

### VI.2.5. Conclusion

Dans le chapitre précédent, nous avons constaté des incohérences entre les deux méthodes de vérification des éléments comprimés. Nous avons ainsi noté que le critère de vérification en instabilité, dans sa formulation actuelle que l'on trouve dans la norme NF EN 1993-1-1, ne permet d'exploiter que la capacité élastique de la section ; là où, le critère de vérification en section, avec imperfections initiales et effets du second ordre inclus dans l'analyse globale de la structure, permet d'avoir recours à trois capacités de résistance de la section, élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire.

Nous avons également mis en évidence, avec l'étude comparative, que les résultats issus de ce critère en instabilité ne sont pas équivalents aux résultats du critère en section. Cette différence provient du coefficient de flambement  $\chi$  et de la manière dont celui-ci a été défini.

En effet, le coefficient de flambement  $\chi$  émane de la formulation dite d'Ayrton-Perry, équation qui n'est pas valable qu'à la ruine en flambement simple de l'élément.

Afin de pallier ces incohérences, de nouveaux critères en instabilité, permettant de s'affranchir d'inclure les imperfections initiales et les effets du second ordre dans l'analyse de la structure, tout en en tenant compte dans l'analyse globale de la structure, ont été établis. Afin d'exploiter l'ensemble des capacités de résistances possibles de la section transversale, trois niveaux de critère ont été définis : élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire. Chaque critère est accompagné d'un coefficient de flambement  $\chi^*$ . C'est ce coefficient  $\chi^*$  qui permet de tenir compte du moment induit par la présence de l'effort normal et des imperfections initiales, dans le critère de vérification.

Par la suite, ces critères ont fait l'objet d'une nouvelle étude comparative, menée sur les mêmes éléments que dans le chapitre précédent. L'ensemble de ces calculs conduit à dire que la formulation, de ces critères en instabilité pour les éléments comprimés, permet une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de l'élément, quels que soient le niveau de compression ou de critère utilisé. Dans le paragraphe suivant, la formulation de ces critères en instabilité pour les éléments comprimés va donc être étendue au cas, plus général, des éléments comprimés fléchis.

### **VI.3. Nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis**

Les critères en instabilité de l'Eurocode 3 pour les éléments fléchis sont sources d'incohérences. On a notamment observé que le critère en instabilité ne permet d'exploiter que les résistances, élastique et plastique linéaire, de la section ; tandis que le critère en section, avec les imperfections initiales et les effets de second ordre inclus dans l'analyse globale de la structure, permet d'exploiter jusqu'à la capacité plastique non-linéaire de la section.

L'étude comparative relative aux éléments comprimés fléchis a également mis en évidence que les résultats provenant des critères en instabilité ne reflètent pas les résultats que l'on peut obtenir à partir des critères en section, lorsque les imperfections initiales et les effets du second ordre sont inclus dans l'analyse globale de la structure. Pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  de la majorité des cas, les résultats fournis par les critères en instabilité ne sont pas sécuritaires. L'erreur induite provient du facteur d'interaction  $k_{yy}$ .

Ce facteur d'interaction  $k_{yy}$  a pour rôle principal d'amplifier le moment au premier ordre des charges transversales pour tenir compte des effets du second ordre. De nos jours, l'ensemble des logiciels permet de réaliser facilement une analyse au second ordre des sollicitations. Nous allons donc définir de nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis à partir d'une analyse au second ordre des sollicitations (§VI.3.1).

L'étude comparative relative au coefficient d'équivalence  $C_m$  a, tout de même, permis de mettre en évidence, que les formulations proposées dans la Méthode 1 (Annexe A) aboutissent, dans l'ensemble, à des résultats proches de l'analyse au second ordre. Pour ces exemples, où le principe d'équivalence est vérifié, nous allons, donc également, définir des critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis à partir d'une analyse au premier ordre des sollicitations (§VI.3.2). Il faut tout de même rappeler et souligner que cette méthode ne pourra pas être utilisée pour des faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , ni pour toutes structures. Au vu de l'étude comparative menée précédemment (§V.4), seuls les structures de type portique et échafaudage de façade pourront bénéficier de l'utilisation de ces critères au premier ordre. Pour d'autres structures, non vérifiées dans l'étude comparative du paragraphe V.4, il est nécessaire de vérifier la véracité du principe d'équivalence pour une application en toute sécurité. On rappelle que seule une analyse au second ordre permet de connaître l'influence que peut avoir une structure complète sur l'amplification des moments d'une de ses barres.

### VI.3.1. Critères à partir d'une analyse au second ordre des sollicitations

Dans le paragraphe précédent, des critères en instabilité pour les éléments comprimés avec trois niveaux de résistance, élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire, ont été établis. Ces critères vont, maintenant, être étendu au cas plus général des éléments comprimés fléchis.

#### Critère élastique en instabilité pour les éléments comprimés fléchis

Dans un premier temps, nous allons considérer, uniquement le critère élastique. D'un point de vue mécanique, le critère de résistance élastique d'une barre soumise à un effort de compression et de flexion est donné par :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{el,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} + \frac{M_{Ed,trans}^{II}}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (6.26)$$

Dans le paragraphe VI.2.1, nous avons vu qu'il est possible d'écrire :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{el,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} = \frac{N_{Ed}}{\chi_{el}^* \cdot N_{Rd}} \quad (6.27)$$

Ainsi, le critère en instabilité, élastique, pour les éléments comprimés fléchis, avec une analyse au second ordre des sollicitations, s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{el}^* \cdot N_{Rd}} + \frac{M_{Ed,trans}^{II}}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (6.28)$$

Si l'on dissocie l'effet de l'effort de compression seul, d'une part, et l'effet du moment induit par l'effort de compression et des imperfections initiales, d'autre part, ce critère (6.28) devient :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \left( \frac{1}{\chi_{el}^*} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed,trans}^{II}}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (6.29)$$

#### Critère plastique linéaire en instabilité pour les éléments comprimés fléchis

D'un point de vue mécanique, le critère de résistance plastique linéaire d'une barre soumise à un effort de compression et de flexion est donné par :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} + \frac{M_{Ed,trans}^{II}}{M_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (6.30)$$

D'après le paragraphe VI.2.2, il est possible d'écrire :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} = \frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,lin}^* \cdot N_{Rd}} \quad (6.31)$$

Ainsi, le critère en instabilité, plastique linéaire, pour les éléments comprimés fléchis, avec une analyse au second ordre des sollicitations, s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,lin}^* \cdot N_{Rd}} + \frac{M_{Ed,trans}^{II}}{M_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (6.32)$$

En dissociant l'effet de l'effort de compression seul, d'une part, et l'effet du moment induit par l'effort de compression et des imperfections initiales, d'autre part, ce critère (6.32) devient :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \left( \frac{1}{\chi_{pl,lin}^*} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed,trans}^{II}}{M_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (6.33)$$

effort de compression
moment induit par l'effort de compression et les imperfections initiales
moment induit par les charges transversales

### Critère plastique non-linéaire en instabilité pour les éléments comprimés fléchis

D'un point de vue mécanique, le critère de résistance plastique non-linéaire d'une barre soumise à un effort de compression et de flexion est donné par :

$$\frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{N,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} + \frac{M_{Ed,trans}^{II}}{M_{N,Rd}} \leq 1 \quad (6.34)$$

D'après le paragraphe VI.2.3, il est possible d'écrire :

$$\frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{N,Rd}} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} = \frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* \cdot N_{Rd}} \quad (6.35)$$

Ainsi, le critère en instabilité, plastique linéaire, pour les éléments comprimés fléchis, avec une analyse au second ordre des sollicitations, s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* \cdot N_{Rd}} + \frac{M_{Ed,trans}^{II}}{M_{N,Rd}} \leq 1 \quad (6.36)$$

moment induit par l'effort de compression et les imperfections initiales
moment induit par les charges transversales

L'ensemble des critères, définis dans cette partie, nécessite obligatoirement d'effectuer une analyse au second ordre des sollicitations, ce qui, au vu des moyens de calcul actuels, peut être réalisé facilement. Dans le paragraphe suivant, ces critères vont être modifiés afin de considérer que seule une analyse au premier ordre des sollicitations est effectuée.

### **VI.3.2. Critères à partir d'une analyse au premier ordre des sollicitations**

Dans le paragraphe précédent, des critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis, avec trois niveaux de résistance, élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire, ont été établis, nécessitant une analyse au second ordre des sollicitations. Nous allons, maintenant, considérer le cas, où seule une analyse au premier ordre des sollicitations est réalisée.

Afin de pouvoir définir ces nouveaux critères, il est nécessaire de faire intervenir le principe d'équivalence des moments. La précision du principe d'équivalence repose sur les qualités de formulations du coefficient d'équivalence  $C_m$ , proposées. L'étude comparative a mis en évidence que les formulations proposées dans la Méthode 1 (Annexe 1) offrent une bonne estimation du moment au second ordre. L'application de ces critères en instabilité sera tout de même proscrit pour :

- les cas de charges induisant des faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (inférieur à 5) ;
- les structures similaires à la tour autostable, pour laquelle il n'est pas possible de prédire l'influence de la structure complète sur l'amplification des moments d'une de ses barres ;

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe II.4.1.1, le principe d'équivalence des moments s'écrit :

$$M_{Ed}^{II} = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot C_m \cdot M_{Ed}^I \quad (6.37)$$

ou encore :

$$M_{Ed}^{II} = \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \cdot C_m \cdot M_{Ed}^I \quad (6.38)$$

Ainsi, il est possible de définir un nouveau facteur d'interaction, que l'on notera  $k_{yy}^*$ , et dont l'expression est donc :

$$k_{yy}^* = C_m \times \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1} \quad (6.39)$$

On écrit alors :

$$M_{Ed}^{II} = k_{yy}^* \cdot M_{Ed}^I \quad (6.40)$$

Il est ainsi possible de définir l'ensemble des critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis avec une analyse au premier ordre des sollicitations.

#### Critère élastique en instabilité pour les éléments comprimés fléchis

Ainsi, le critère en instabilité, élastique, pour les éléments comprimés fléchis, avec une analyse au second ordre des sollicitations, s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{el}^* \cdot N_{Rd}} + k_{yy}^* \cdot \frac{M_{Ed,trans}^I}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (6.41)$$

Si l'on dissocie l'effet de l'effort de compression seul, d'une part, et l'effet du moment induit par l'effort de compression et des imperfections initiales, d'autre part, ce critère (6.41) devient :

$$\left( \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \right) + \left( \frac{1}{\chi_{el}^*} - 1 \right) \cdot \left( \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \right) + k_{yy}^* \cdot \left( \frac{M_{Ed,trans}^I}{M_{el,Rd}} \right) \leq 1 \quad (6.42)$$

#### Critère plastique linéaire en instabilité pour les éléments comprimés fléchis

Ainsi, le critère en instabilité, plastique linéaire, pour les éléments comprimés fléchis, avec une analyse au second ordre des sollicitations, s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,lin}^* \cdot N_{Rd}} + k_{yy}^* \cdot \frac{M_{Ed,trans}^I}{M_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (6.43)$$

En dissociant l'effet de l'effort de compression seul, d'une part, et l'effet du moment induit par l'effort de compression et des imperfections initiales, d'autre part, ce critère (6.43) devient :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \left( \frac{1}{\chi_{pl,lin}^*} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + k_{yy}^* \cdot \frac{M_{Ed,trans}^l}{M_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (6.44)$$

effort de compression
moment induit par l'effort de compression et les imperfections initiales
moment induit par les charges transversales

### Critère plastique non-linéaire en instabilité pour les éléments comprimés fléchis

Ainsi, le critère en instabilité, plastique linéaire, pour les éléments comprimés fléchis, avec une analyse au second ordre des sollicitations, s'écrit :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* \cdot N_{Rd}} + k_{yy}^* \cdot \frac{M_{Ed,trans}^l}{M_{N,Rd}} \leq 1 \quad (6.45)$$

moment induit par l'effort de compression et les imperfections initiales
moment induit par les charges transversales

Dans ces deux derniers paragraphes, de nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis, avec analyse au premier ou second ordre des sollicitations, ont été définis. Ils permettent de tenir compte des imperfections initiales, sans, pour autant, que cela nécessite de les inclure dans l'analyse globale de la structure. Ils permettent, également, d'exploiter les différentes capacités de résistance de la section transversale, avec dans chaque cas, trois niveaux de critère. L'écriture de ces critères permet également de dissocier l'effet de chaque sollicitation. Dans le paragraphe suivant, nous allons mener une étude comparative afin de mettre en avant la précision de ces nouveaux critères.

### **VI.3.3. Étude comparative de ces nouveaux critères en instabilité pour les éléments comprimés fléchis par rapport aux critères existants**

Cette partie est consacrée à l'étude comparative des nouveaux critères de vérification des éléments comprimés fléchis. Les résultats issus de l'étude comparative, menée dans le paragraphe V.3, seront confrontés aux résultats provenant des nouveaux critères en instabilité, définis dans les paragraphes VI.3.1 et VI.3.2.

Les classes transversales de l'ensemble des exemples traités étant de classe 1, l'étude comparative sera, une fois de plus, menée avec les trois niveaux de résistance : élastique (§VI.3.3.1), plastique linéaire (§VI.3.3.2) ou plastique non-linéaire (§VI.3.3.3).

Comme précédemment, l'étude comparative sera menée sur des barres isolées et sur des barres incluses dans une structure. La conclusion relative aux résultats obtenus sur les éléments comprimés fléchis sera effectuée dans le paragraphe VI.3.4.

### VI.3.3.1. Critères avec résistance élastique

#### VI.3.3.1.1. Barres isolées

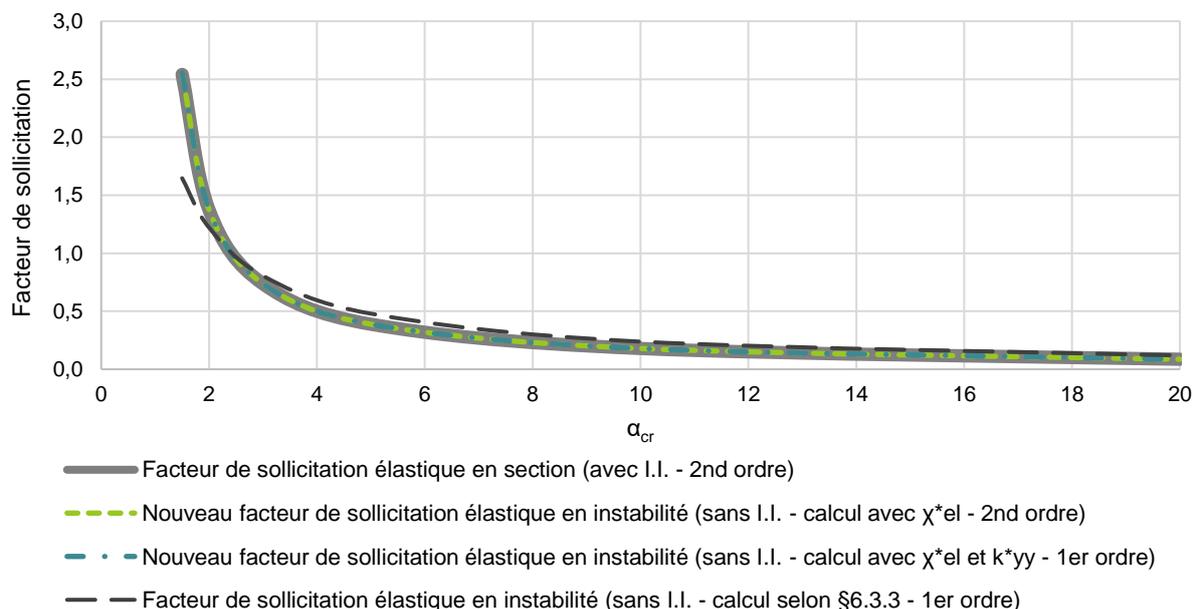
##### (a) Barre bi-articulée – Charge transversale concentrée

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-articulée, avec chargement transversal concentré (Fig. V.13). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance élastique, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans le paragraphe V.3.2.1.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.20 et sur la Fig. VI.31.

**Tableau VI.20.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.) Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre		Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	2,542	1,647	-35,2%*	2,545	+0,2%*	2,552	+0,4%*
2	1,372	1,221	-11,0%*	1,374	+0,1%*	1,375	+0,2%*
3	0,737	0,805	+9,3%*	0,737	+0,06%*	0,737	+0,1%*
5	0,388	0,480	+23,5%*	0,388	+0,03%*	0,388	+0,03%*
10	0,179	0,238	+33,0%*	0,179	+0,01%*	0,179	+0,01%*
20	0,087	0,119	+37,5%*	0,086	0%*	0,086	0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. VI.31.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

En observant les résultats obtenus pour cette barre bi-articulée avec chargement transversal concentré, on constate que la formulation des nouveaux critères en instabilité permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. On constate même que le nouveau critère en instabilité avec analyse au premier ordre des sollicitations est plus précis que celui actuellement défini dans l'Eurocode 3.

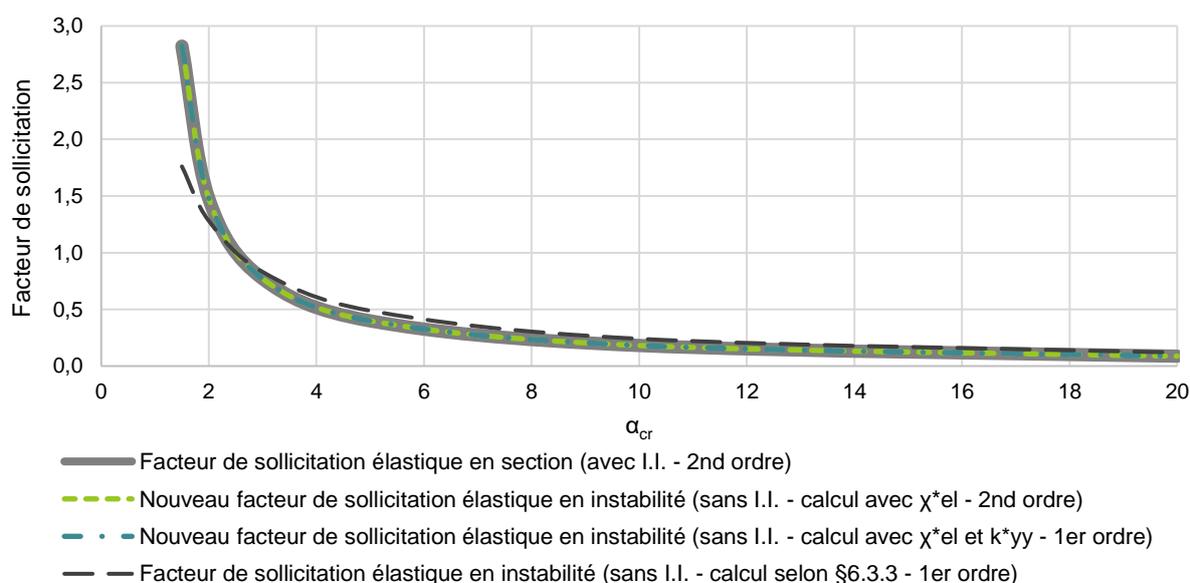
## (b) Barre bi-articulée – Charge transversale répartie

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-articulée, avec chargement transversal réparti (Fig. V.15). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance élastique, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.21 et sur la Fig. VI.32.

**Tableau VI.21.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre		Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	2,822	1,761	-37,6%*	2,827	+0,2%*	2,826	+0,1%*
2	1,476	1,281	-13,2%*	1,478	+0,1%*	1,478	+0,1%*
3	0,771	0,831	+7,8%*	0,771	+0,06%*	0,771	+0,07%*
5	0,399	0,488	+22,5%*	0,399	+0,03%*	0,399	+0,05%*
10	0,182	0,241	+32,6%*	0,182	+0,01%*	0,182	+0,02%*
20	0,087	0,119	+37,3%*	0,087	+0,01%*	0,087	+0,01%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. VI.32.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

En observant les résultats obtenus pour cette barre bi-articulée avec chargement transversal réparti, on constate que la formulation des nouveaux critères en instabilité permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. On constate même que le nouveau critère en instabilité avec analyse au premier ordre des sollicitations est plus précis que celui actuellement défini dans l'Eurocode 3.

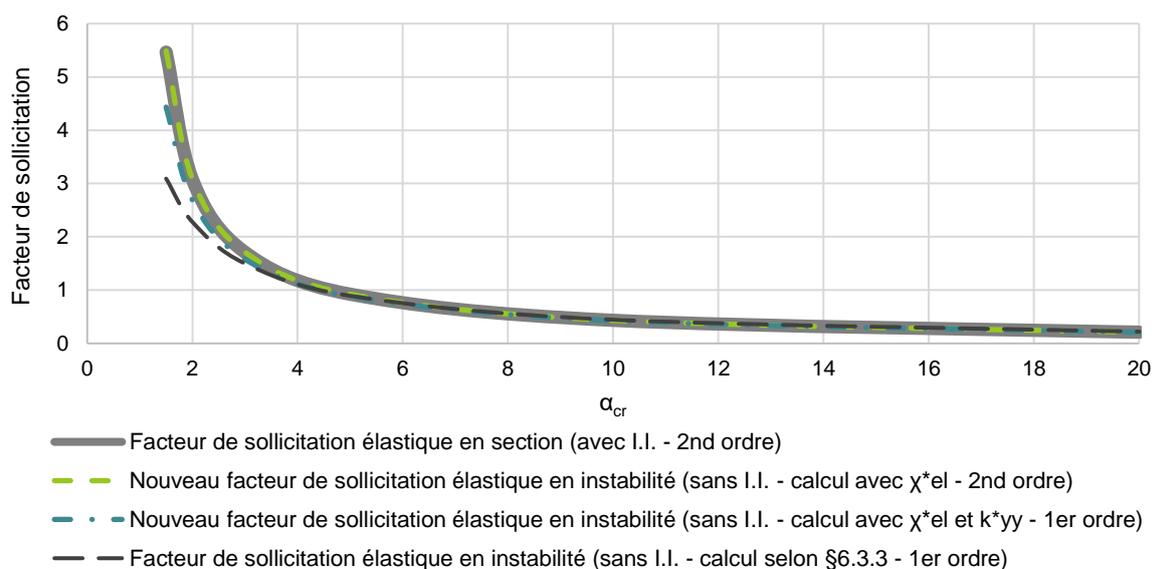
### (c) Barre bi-encastée – Charge transversale concentrée

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-encastée, avec chargement transversal concentré (Fig. V.17). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance élastique, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.2. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.22 et sur la Fig. VI.33.

**Tableau VI.22.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre
1,5	5,465	3,092	-43,4%*	5,487	+0,4%*	4,434	-18,9%*
2	3,077	2,278	-26,0%*	3,085	+0,3%*	2,688	-12,6%*
3	1,710	1,500	-12,3%*	1,713	+0,2%*	1,580	-7,6%*
5	0,923	0,893	-3,3%*	0,924	+0,1%*	0,884	-4,3%*
10	0,433	0,444	+2,5%*	0,433	+0,04%*	0,424	-2,0%*
20	0,210	0,222	+5,3%*	0,211	+0,06%*	0,208	-1,0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. VI.33.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

Les résultats obtenus pour cette barre bi-encastée avec chargement transversal concentré conduisent à affirmer que la formulation du nouveau critère en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que le facteur de sollicitation est sous-évalué, avec une erreur maximale de 19%. Cette erreur provient du principe d'équivalence des moments, qui n'est pas vérifié pour le cas de la barre bi-encastée, comme le montre l'étude comparative du paragraphe V.4. Ainsi, la vérification de ce type d'élément doit obligatoirement être effectuée à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre, qui offre, lui, une estimation précise du facteur de sollicitation de la structure.

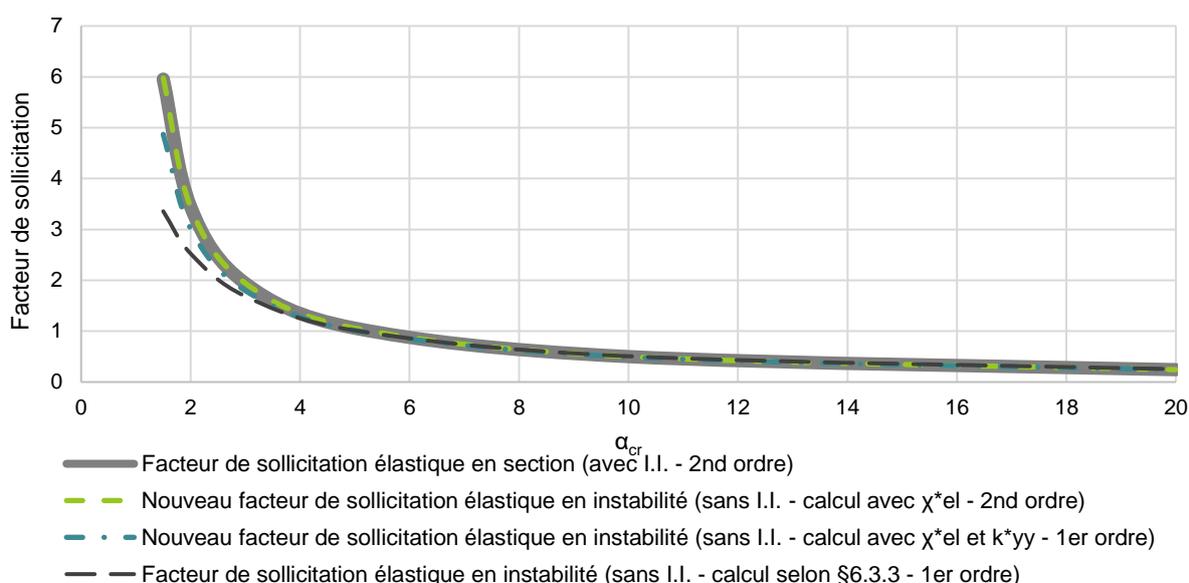
#### (d) Barre bi-encastée – Charge transversale répartie

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-encastée, avec chargement transversal réparti (Fig. V.19). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance élastique, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.3. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.23 et sur la Fig. VI.34.

**Tableau VI.23.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	5,955	3,357	-43,6%*	5,978	+0,4%*	4,868	-18,3%*
2	3,447	2,525	-26,7%*	3,441	-0,2%*	3,014	-12,6%*
3	1,940	1,687	-13,1%*	1,943	+0,1%*	1,797	-7,4%*
5	1,058	1,013	-4,2%*	1,059	+0,1%*	1,014	-4,1%*
10	0,499	0,507	+1,5%*	0,500	+0,03%*	0,490	-2,0%*
20	0,243	0,254	+4,2%*	0,243	+0,01%*	0,241	-1,0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. VI.34.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

En observant les résultats de cette barre bi-encastée avec chargement transversal réparti, il est possible d'affirmer que la formulation du nouveau critère en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que le facteur de sollicitation est sous-évalué pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , avec une erreur maximale de 18,3%. Cette erreur est due au principe d'équivalence des moments, qui n'est pas vérifié pour le cas de la barre bi-encastée. Ainsi, la vérification de ce type d'élément doit obligatoirement être effectuée à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre, qui offre, lui, une estimation précise du facteur de sollicitation de la structure.

### VI.3.3.1.2. Barres incluses dans une structure

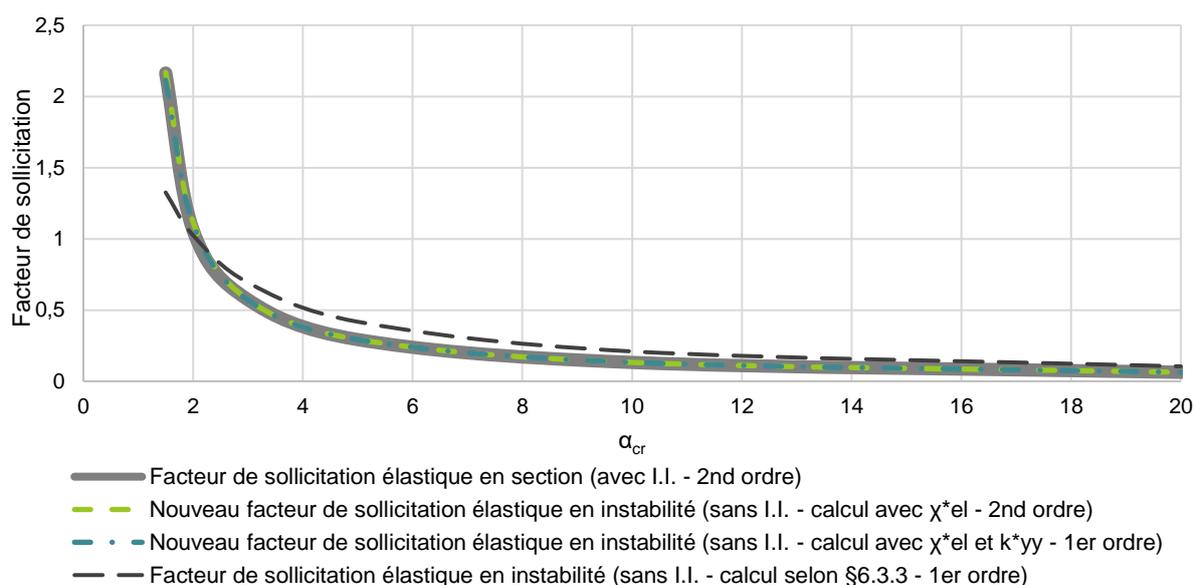
#### (a) Portique bi-articulé

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-articulé comprimé fléchi (Fig. V.21). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance élastique, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans le paragraphe V.3.2.2.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.24 et sur la Fig. VI.35.

**Tableau VI.24.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour le portique bi-articulé comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	2,164	1,326	-38,7%*	2,169	+0,2%*	2,113	-2,4%*
2	1,060	1,025	-3,3%*	1,116	+5,3%*	1,103	+4,1%*
3	0,573	0,693	+21,0%*	0,574	+0,2%*	0,571	-0,3%*
5	0,293	0,418	+42,8%*	0,293	+0,2%*	0,293	-0,02%*
10	0,132	0,210	+58,5%*	0,133	+0,2%*	0,132	+0,2%*
20	0,063	0,105	+66,2%*	0,063	+0,3%*	0,063	+0,3%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. VI.35.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi

Les résultats de ce portique bi-articulé comprimé fléchi conduisent à affirmer que la formulation du nouveau critère en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. L'étude comparative menée sur le portique bi-articulé dans le paragraphe V.4, a mis en évidence que le principe d'équivalence des moments est vérifié. Ainsi, on observe que le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, offre une bonne estimation du facteur de sollicitation de la structure. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourra être effectuée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre.

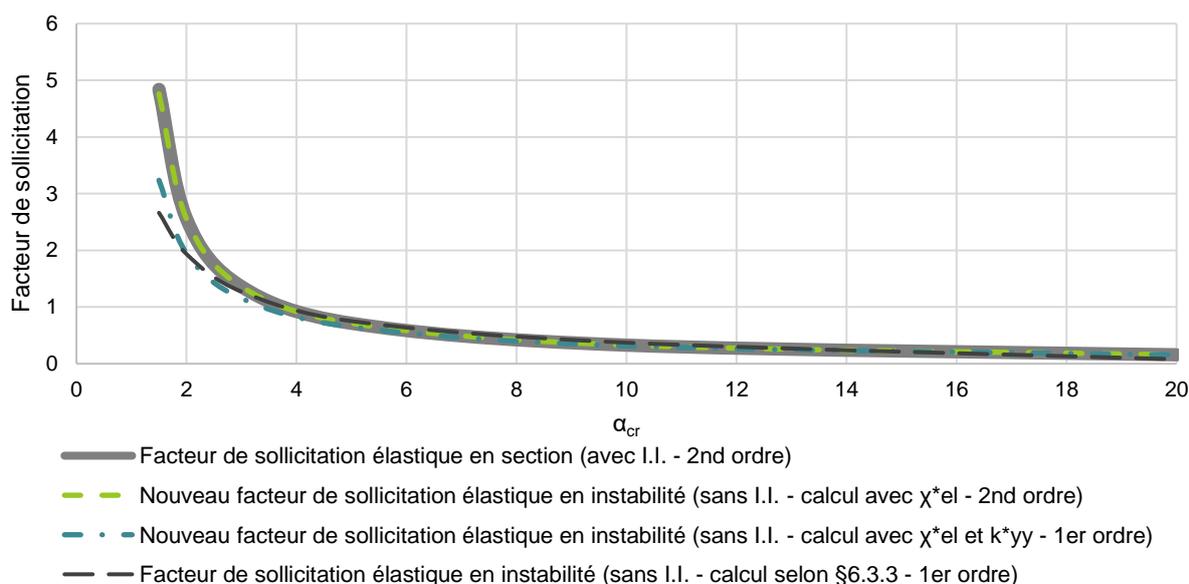
## (b) Portique bi-encasté

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-encasté comprimé fléchi (Fig. V.23). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance élastique, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.2.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.25 et sur la Fig. VI.36.

**Tableau VI.25.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour le portique bi-encasté comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre		Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	4,839	2,663	-45,0%*	4,762	-1,6%*	3,236	-33,1%*
2	2,560	1,944	-24,0%*	2,555	-0,2%*	1,949	-23,9%*
3	1,360	1,272	-6,5%*	1,360	-0,01%*	1,153	-15,3%*
5	0,713	0,752	+5,5%*	0,713	-0,05%*	0,649	-8,9%*
10	0,328	0,372	+13,6%*	0,327	-0,06%*	0,313	-4,4%*
20	0,158	0,181	+14,6%*	0,158	-0,07%*	0,154	-2,2%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. VI.36.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi

En observant les résultats de ce portique bi-encasté comprimé fléchi, il est possible d'affirmer que la formulation du nouveau critère en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats obtenus sont sous-évalués. La même constatation a pu être faite sur les résultats de l'étude comparative du coefficient d'équivalence  $C_m$ , dans le paragraphe V.4. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourra être effectuée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (ici inférieure à 5), où la vérification devra obligatoirement être réalisée avec le critère en instabilité avec analyse au second ordre.

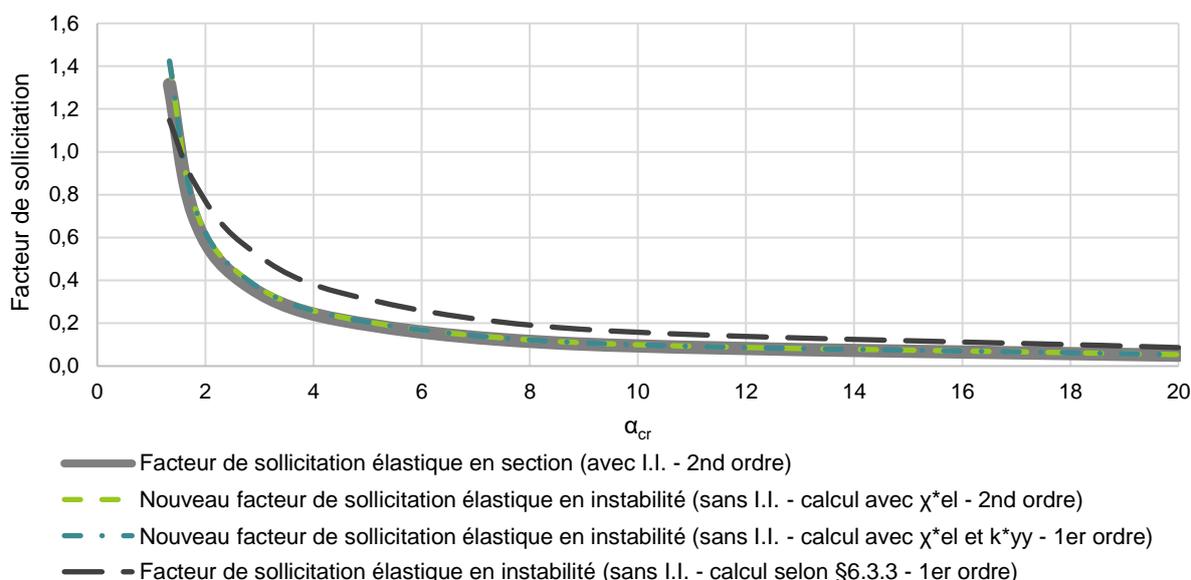
### (c) Tour autostable

Cette partie est consacrée aux résultats de la tour autostable comprimée fléchie (Fig. V.25). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance élastique, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est celui déterminé dans l'annexe IX.3.1.2.2, calculé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.26 et sur la Fig. VI.37.

**Tableau VI.26.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la tour autostable comprimée fléchie

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	1,315	1,147	-12,8%*	1,419	+7,9%*	1,424	+8,3%*
2	0,705	0,862	+22,2%*	0,756	+7,2%*	0,757	+7,4%*
3	0,396	0,575	+45,3%*	0,422	+6,7%*	0,422	+6,6%*
5	0,217	0,345	+58,9%*	0,231	+6,5%*	0,230	+6,2%*
10	0,103	0,173	+67,3%*	0,110	+6,3%*	0,109	+6,0%*
20	0,051	0,086	+70,7%*	0,054	+6,1%*	0,053	+5,7%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. VI.37.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la tour autostable comprimée fléchie

Les résultats de la tour autostable comprimée fléchie montrent que la formulation des nouveaux critères en instabilité, avec analyse au premier ou second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. Pourtant, on note que l'étude comparative du coefficient d'équivalence  $C_m$ , dans le paragraphe V.4 a mis en évidence que le principe d'équivalence des moments n'est pas vérifié pour cette tour autostable. Les résultats provenant du critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, devraient donc être erronés, ce qui n'est pas le cas ici. Il est toutefois important de noter que, pour l'ensemble des cas de charge considérés, les moments fléchissants, induits par les charges transversales, restent faibles, voire négligeables, par rapport à l'effort normal. Cela explique donc que les résultats ne soient pas affectés par l'inexactitude du principe d'équivalence des moments. Ainsi, la vérification de ce type d'élément ne pourra être effectuée qu'à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre.

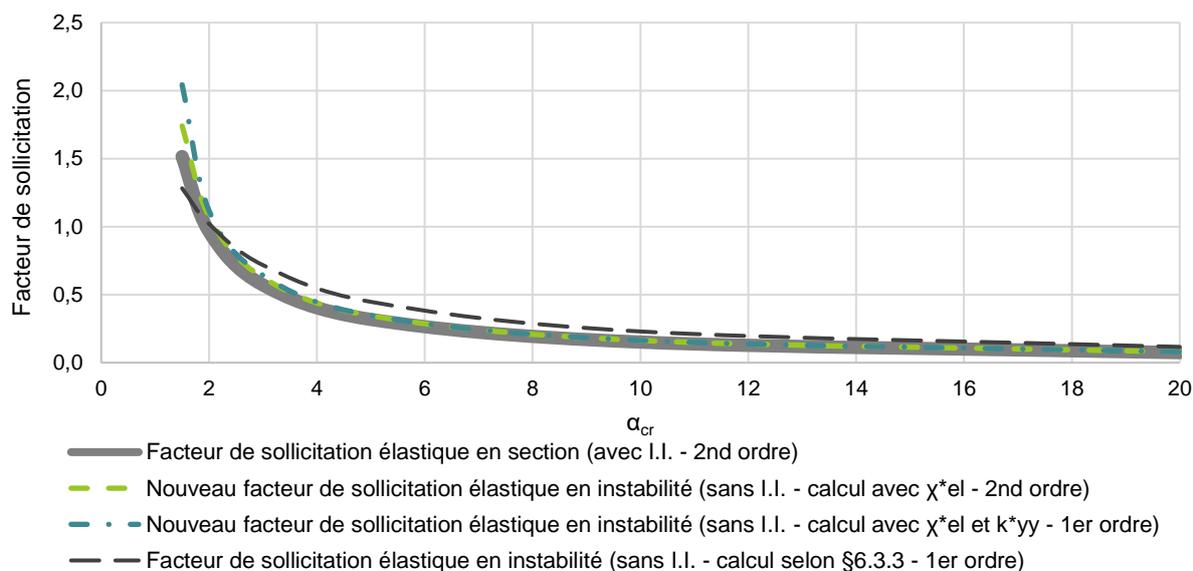
### (d) Échafaudage de façade

Cette partie est consacrée aux résultats de l'échafaudage de façade comprimé fléchi (Fig. V.27). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance élastique, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A), et de la même manière que dans l'annexe IX.3.1.2.3. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.27 et sur la Fig. VI.38.

**Tableau VI.27.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre		Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	1,516	1,282	-15,4%*	1,740	+14,8%*	2,043	+34,8%*
2	0,964	1,021	+5,9%*	1,074	+11,5%*	1,117	+15,9%*
3	0,571	0,718	+25,6%*	0,626	+9,5%*	0,642	+12,4%*
5	0,318	0,448	+40,7%*	0,345	+8,5%*	0,347	+9,2%*
10	0,152	0,230	+51,4%*	0,164	+7,9%*	0,164	+8,1%*
20	0,074	0,116	+56,8%*	0,080	+7,6%*	0,080	+7,4%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité élastique et le critère en section élastique



**Fig. VI.38.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

Les résultats de l'échafaudage de façade comprimé fléchi conduisent à affirmer que la formulation du nouveau critère en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats obtenus sont surévalués, avec une erreur maximale de 34,8% ; on note, toutefois, que cela reste une estimation sécuritaire. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourra être effectuée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (ici inférieure à 5), où la vérification devra obligatoirement être réalisée avec le critère en instabilité avec analyse au second ordre pour pouvoir obtenir une estimation plus précise du facteur de sollicitation de l'élément.

## VI.3.3.2. Critères avec résistance plastique linéaire

### VI.3.3.2.1. Barres isolées

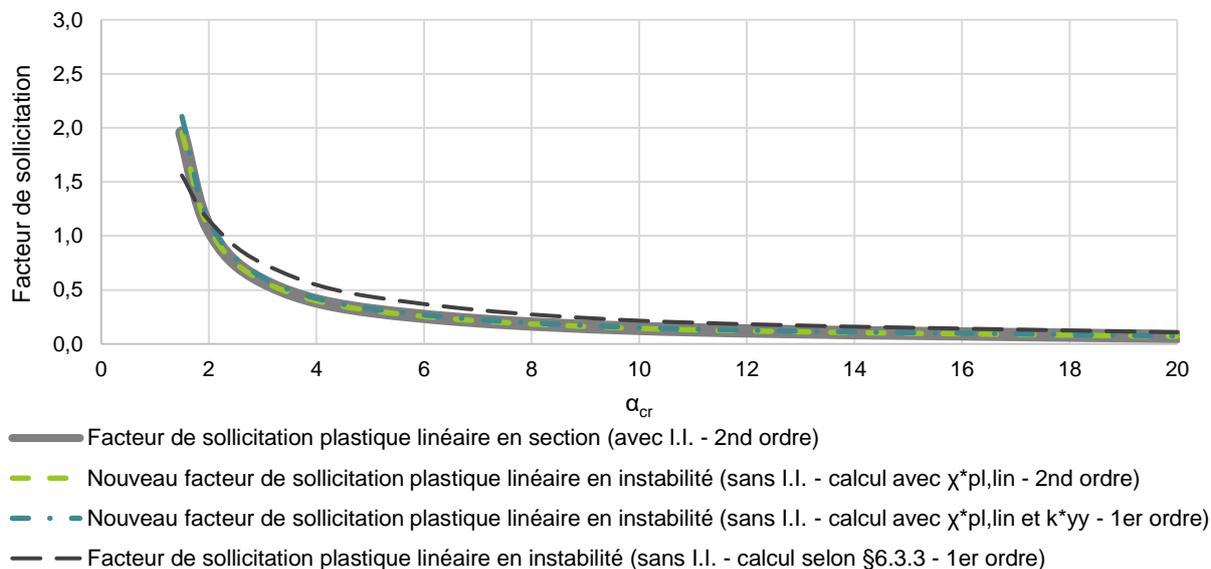
#### (a) Barre bi-articulée – Charge transversale concentrée

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-articulée, avec chargement transversal concentré (Fig. V.13). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A), de la même manière que dans le paragraphe V.3.2.1.1. Les résultats obtenus, pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$ , sont présentés dans le Tableau VI.28 et sur la Fig. VI.39.

**Tableau VI.28.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre
1,5	1,954	1,560	-20,2%*	1,957	+0,2%*	2,105	+7,7%*
2	1,070	1,146	+7,1%*	1,071	+0,1%*	1,144	+6,9%*
3	0,582	0,746	+28,3%*	0,582	+0,05%*	0,618	+6,3%*
5	0,309	0,438	+41,7%*	0,309	+0,03%*	0,327	+5,8%*
10	0,144	0,216	+50,1%*	0,144	+0,01%*	0,152	+5,6%*
20	0,069	0,107	+53,8%*	0,069	0%*	0,073	+5,4%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.39.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

En observant les résultats obtenus pour cette barre bi-articulée avec chargement transversal concentré, on constate que la formulation des nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. On constate même que le nouveau critère en instabilité avec analyse au premier ordre des sollicitations est plus précis que celui actuellement défini dans l'Eurocode 3.

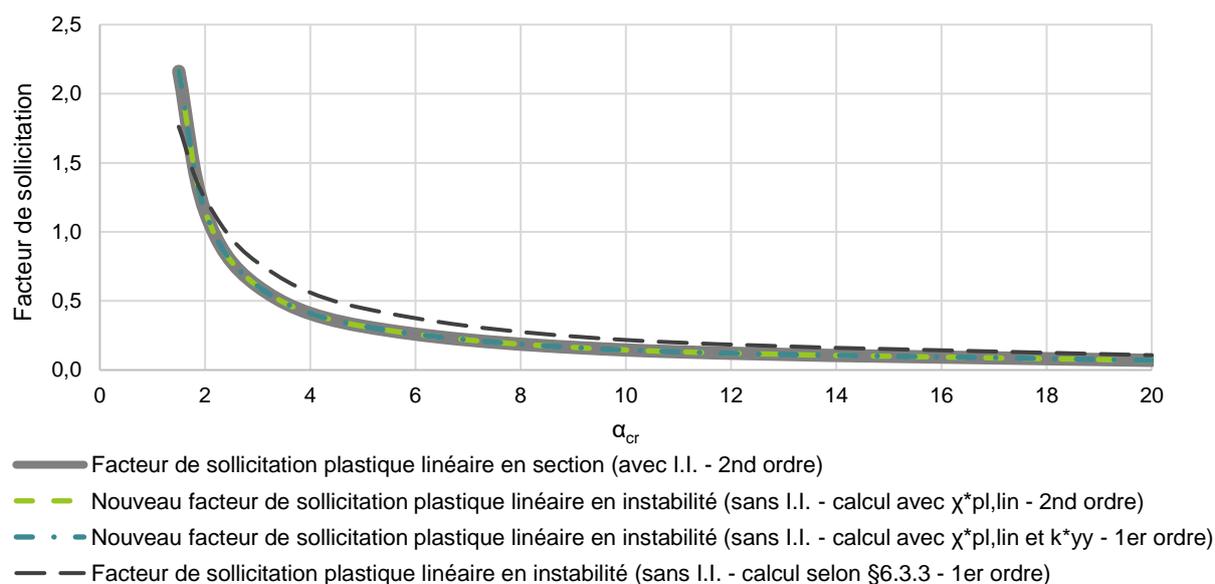
## (b) Barre bi-articulée – Charge transversale répartie

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-articulée, avec chargement transversal réparti (Fig. V.15). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.29 et sur la Fig. VI.40.

**Tableau VI.29.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre		Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	2,162	1,761	-18,5%*	2,165	+0,2%*	2,164	+0,1%*
2	1,147	1,241	+8,2%*	1,148	+0,1%*	1,148	+0,1%*
3	0,607	0,778	+28,2%*	0,607	+0,06%*	0,607	+0,07%*
5	0,317	0,447	+41,2%*	0,317	+0,03%*	0,317	+0,05%*
10	0,145	0,217	+49,7%*	0,145	+0,01%*	0,145	+0,02%*
20	0,070	0,107	+53,6%*	0,070	+0,01%*	0,070	+0,01%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.40.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

Les résultats obtenus pour cette barre bi-articulée avec chargement transversal réparti permettent d'affirmer que la formulation des nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. On constate même que les résultats du nouveau critère en instabilité avec analyse au premier ordre des sollicitations sont plus précis que ceux obtenus à partir du critère en instabilité actuellement défini dans l'Eurocode 3.

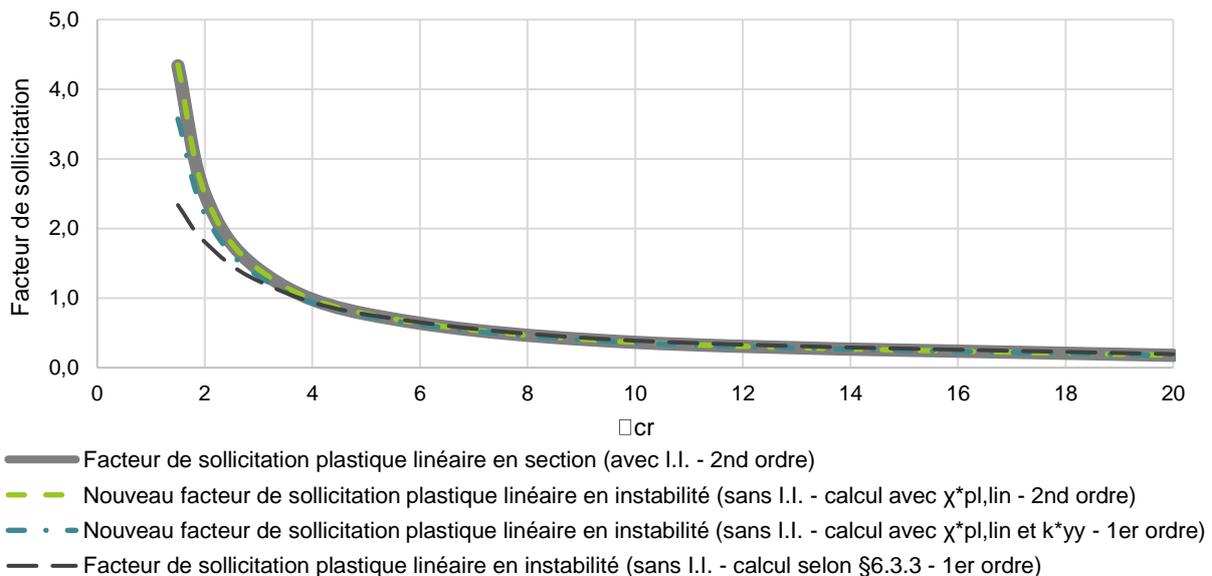
### (c) Barre bi-encastée – Charge transversale concentrée

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-encastée, avec chargement transversal concentré (Fig. V.17). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.2. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.30 et sur la Fig. VI.41.

**Tableau VI.30.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1			Nouveau critère		
		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre		Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	4,336	2,336	-46,1%*	4,352	+0,4%*	3,572	-17,6%*
2	2,496	1,806	-27,6%*	2,501	+0,2%*	2,208	-11,5%*
3	1,411	1,245	-11,8%*	1,413	+0,1%*	1,314	-6,8%*
5	0,771	0,765	-0,7%*	0,771	+0,1%*	0,742	-3,8%*
10	0,364	0,388	+6,6%*	0,364	+0,03%*	0,358	-1,8%*
20	0,178	0,195	+9,9%*	0,178	+0,06%*	0,176	-0,8%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.41.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

Les résultats obtenus pour cette barre bi-encastée avec chargement transversal concentré conduisent à affirmer que la formulation du nouveau critère, avec résistance plastique linéaire, en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que le facteur de sollicitation est sous-évalué, principalement pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , avec une erreur maximale de 17,6%. Cette erreur est due au principe d'équivalence des moments, qui n'est pas vérifié pour le cas de la barre bi-encastée. Ainsi, la vérification de ce type d'élément doit obligatoirement être effectuée à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre, qui offre, lui, une estimation précise du facteur de sollicitation de la structure.

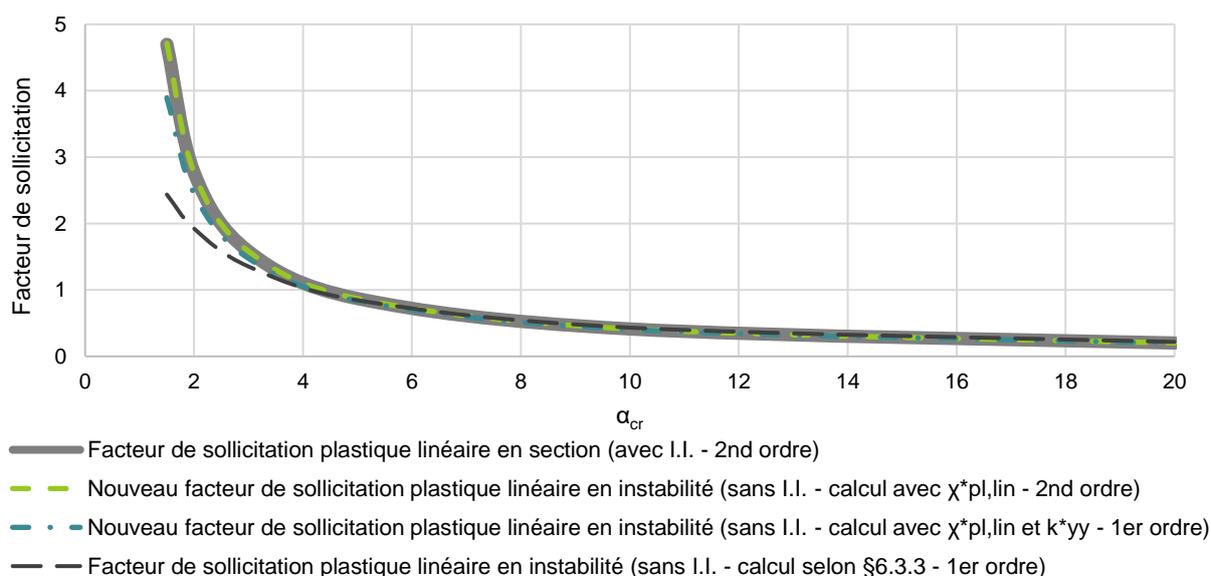
#### (d) Barre bi-encastée – Charge transversale répartie

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-encastée, avec chargement transversal réparti (Fig. V.19). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.3. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.31 et sur la Fig. VI.42.

**Tableau VI.31.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	4,699	2,437	-48,1%*	4,716	+0,4%*	3,894	-17,1%*
2	2,769	1,924	-30,5%*	2,765	-0,1%*	2,449	-11,6%*
3	1,581	1,354	-14,4%*	1,583	+0,1%*	1,475	-6,7%*
5	0,870	0,845	-2,9%*	0,871	+0,1%*	0,838	-3,7%*
10	0,413	0,433	+4,8%*	0,413	+0,03%*	0,406	-1,7%*
20	0,202	0,218	+8,2%*	0,202	+0,01%*	0,200	-0,9%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.42.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

En observant les résultats de cette barre bi-encastée avec chargement transversal réparti, il est possible d'affirmer que la formulation du nouveau critère, avec résistance plastique linéaire, en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que le facteur de sollicitation est sous-évalué pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , avec une erreur maximale de 17%. Cette erreur provient du principe d'équivalence des moments, qui, comme le montre l'étude comparative du paragraphe V.4, n'est pas vérifiée pour le cas de la barre bi-encastée. Ainsi, la vérification de ce type d'élément doit obligatoirement être effectuée à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre, qui offre, lui, une estimation précise du facteur de sollicitation de la structure.

### VI.3.3.2.2. Barres incluses dans une structure

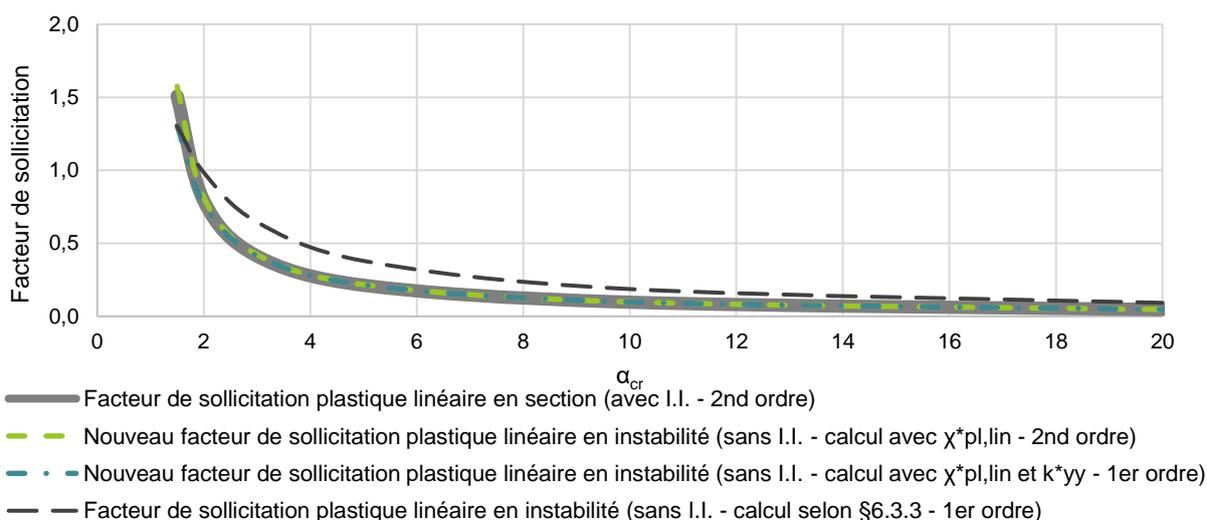
#### (a) Portique bi-articulé

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-articulé comprimé fléchi (Fig. V.21). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans le paragraphe V.3.2.2.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.32 et sur la Fig. VI.43.

**Tableau VI.32.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour le portique bi-articulé comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	1,507	1,304	-13,5%*	1,575	+4,5%*	1,305	-13,4%*
2	0,792	0,985	+24,3%*	0,816	+3,0%*	0,770	-2,8%*
3	0,413	0,645	+56,2%*	0,422	+2,2%*	0,415	+0,4%*
5	0,213	0,380	+78,2%*	0,217	+1,9%*	0,216	+1,3%*
10	0,097	0,187	+93,1%*	0,098	+1,7%*	0,098	+1,5%*
20	0,046	0,093	+100,0%*	0,047	+1,6%*	0,047	+1,5%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.43.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi

Les résultats de ce portique bi-articulé comprimé fléchi conduisent à affirmer que la formulation du nouveau critère, avec résistance plastique linéaire, en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. L'étude comparative du paragraphe V.4, montre que, dans le cas du portique bi-articulé, le principe d'équivalence des moments est vérifié. Ainsi, on observe que le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, offre une bonne estimation du facteur de sollicitation de la structure. On note toutefois que pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (inférieure à 3), l'estimation est légèrement erronée, avec une erreur maximale de 13,4%. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourra être effectuée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , où la vérification se fera nécessairement avec un critère avec analyse au second ordre des sollicitations.

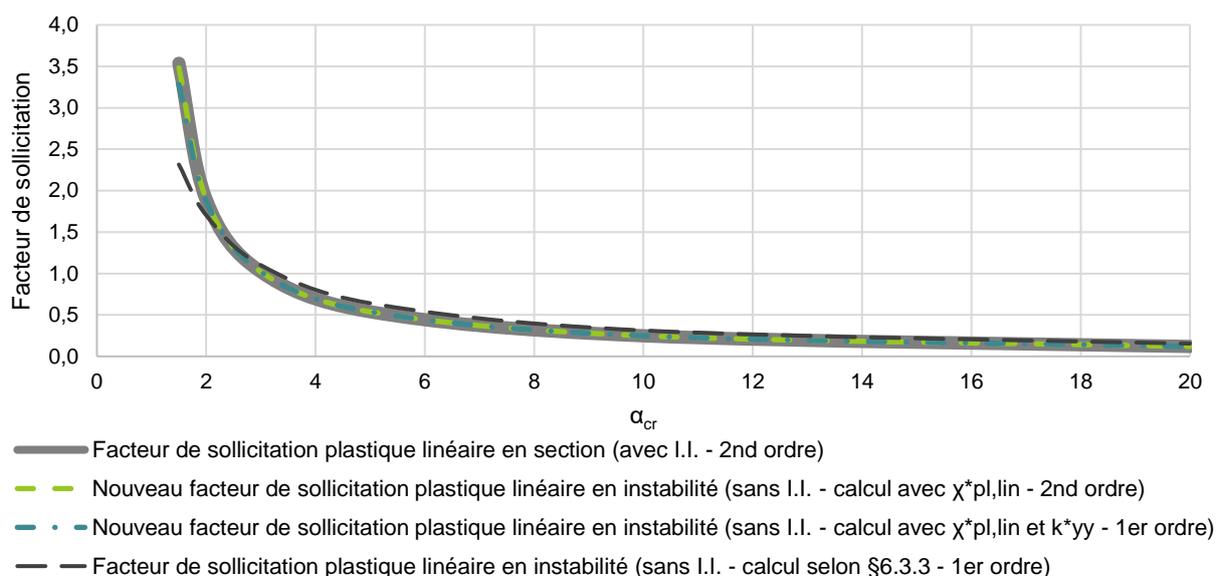
## (b) Portique bi-encastéré

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-encastéré comprimé fléchi (Fig. V.23). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.2.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.33 et sur la Fig. VI.36.

**Tableau VI.33.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour le portique bi-encastéré comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	3,536	2,315	-34,5%*	3,483	-1,5%*	3,282	-7,2%*
2	1,892	1,703	-10,0%*	1,899	+0,3%*	1,873	-1,0%*
3	1,021	1,102	+7,9%*	1,021	+0%*	1,018	-0,3%*
5	0,539	0,642	+19,1%*	0,538	-0,1%*	0,538	-0,1%*
10	0,249	0,313	+25,8%*	0,248	-0,1%*	0,248	-0,1%*
20	0,120	0,154	+28,7%*	0,120	-0,1%*	0,120	-0,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.44.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour le portique bi-encastéré comprimé fléchi

En observant les résultats de ce portique bi-encastéré comprimé fléchi, il est possible d'affirmer que la formulation du nouveau critère, avec résistance plastique linéaire, en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats obtenus sont sous-évalués. Nous avons fait la même constatation sur les résultats de l'étude comparative du coefficient d'équivalence  $C_m$ , dans le paragraphe V.4. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourra être effectuée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (ici inférieure à 2), où la vérification devra obligatoirement être réalisée avec le critère en instabilité avec analyse au second ordre.

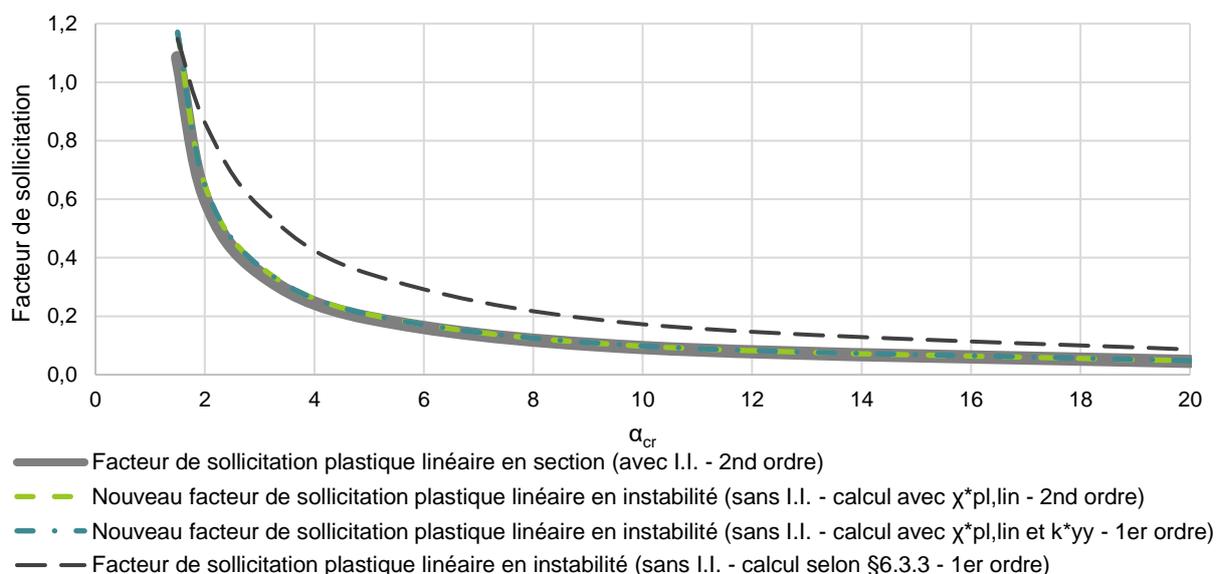
### (c) Tour autostable

Cette partie est consacrée aux résultats de la tour autostable comprimée fléchie (Fig. V.25). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est celui déterminé dans l'annexe IX.3.1.2.2, calculé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.34 et sur la Fig. VI.45.

**Tableau VI.34.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la tour autostable comprimée fléchie

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
		Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre
1,5	1,084	1,148	+5,9%*	1,168	+7,7%*	1,171	+8,0%*
2	0,606	0,861	+42,3%*	0,648	+7,0%*	0,648	+7,1%*
3	0,348	0,575	+65,0%*	0,371	+6,5%*	0,371	+6,5%*
5	0,194	0,345	+77,9%*	0,206	+6,3%*	0,206	+6,1%*
10	0,093	0,172	+85,5%*	0,098	+5,1%*	0,098	+5,9%*
20	0,046	0,086	+88,7%*	0,048	+4,9%*	0,048	+5,7%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.45.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la tour autostable comprimée fléchie

Les résultats de la tour autostable comprimée fléchie montrent que la formulation des nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité, avec analyse au premier ou second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. Pourtant, on note que l'étude comparative du coefficient d'équivalence  $C_m$ , dans le paragraphe V.4 a mis en évidence que le principe d'équivalence des moments n'est pas vérifié pour cette tour autostable. Les résultats provenant du critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, devraient donc être erronés, ce qui n'est pas le cas ici. Il est toutefois important de noter que, pour l'ensemble des cas de charge considérés, les moments fléchissants, induits par les charges transversales, restent faibles, voire négligeables, par rapport à l'effort normal. Cela explique donc que les résultats ne soient pas affectés par l'inexactitude du principe d'équivalence des moments. Ainsi, la vérification de ce type d'élément ne pourra être effectuée qu'à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre.

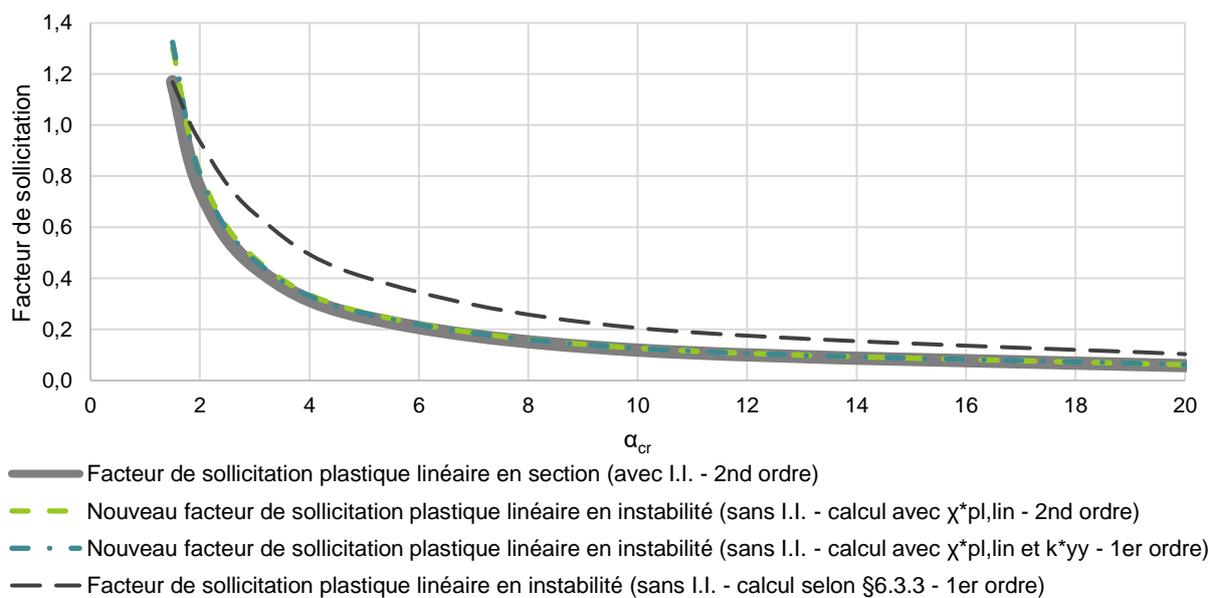
### (d) Échafaudage de façade

Cette partie est consacrée aux résultats de l'échafaudage de façade comprimé fléchi (Fig. V.27). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A), et de la même manière que dans l'annexe IX.3.1.2.3. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.35 et sur la Fig. VI.46.

**Tableau VI.35.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)					
		EC3 – Méthode 1		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	1,170	1,169	-0,1%*	1,302	+11,3%*	1,325	+13,2%*
2	0,749	0,936	+25,0%*	0,816	+8,9%*	0,806	+7,7%*
3	0,446	0,654	+46,7%*	0,480	+7,6%*	0,471	+5,6%*
5	0,249	0,406	+62,7%*	0,266	+6,8%*	0,263	+5,6%*
10	0,119	0,206	+72,8%*	0,127	+6,3%*	0,126	+5,8%*
20	0,058	0,103	+77,4%*	0,062	+6,1%*	0,062	+6,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.46.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

Les résultats de l'échafaudage de façade comprimé fléchi conduisent à affirmer que la formulation des nouveaux critères, avec résistance en plastique linéaire, en instabilité, avec analyse au second ou au premier ordre des sollicitations, offre une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourrait donc être réalisée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre.

### VI.3.3.3. Critères avec résistance plastique non-linéaire

#### VI.3.3.3.1. Barres isolées

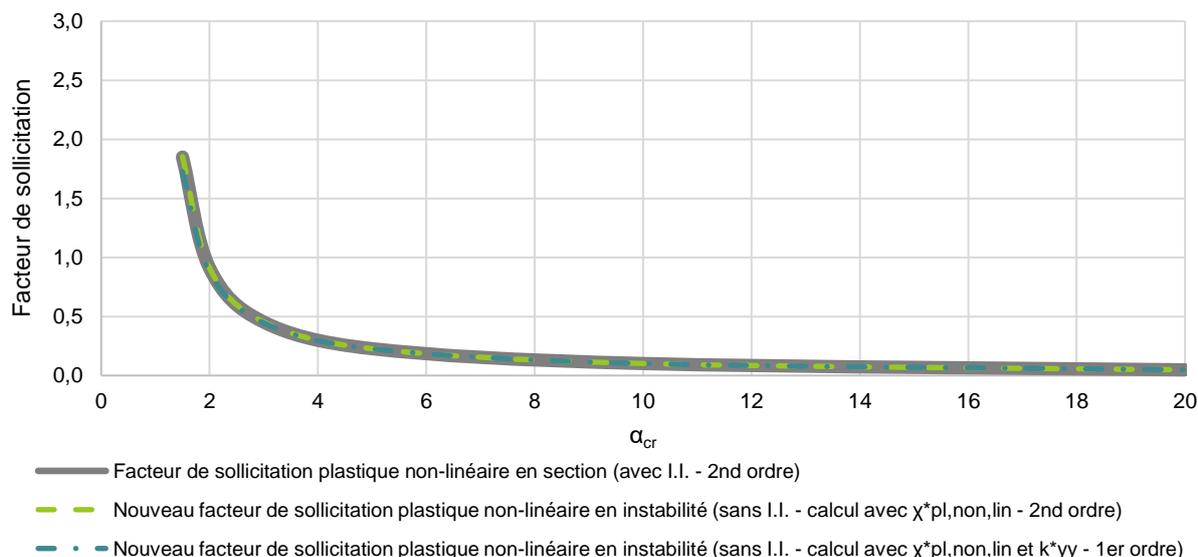
##### (a) Barre bi-articulée – Charge transversale concentrée

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-articulée, avec chargement transversal concentré (Fig. V.13). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A), de la même manière que dans le paragraphe V.3.2.1.1. Les résultats obtenus, pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$ , sont présentés dans le Tableau VI.36 et sur la Fig. VI.47.

**Tableau VI.36.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	1,850	1,853	+0,2%*	1,725	-6,7%*
2	0,910	0,911	+0,1%*	0,875	-3,9%*
3	0,453	0,453	+0,1%*	0,445	-1,7%*
5	0,227	0,227	+0,04%*	0,226	-0,6%*
10	0,102	0,102	+0,02%*	0,102	-0,2%*
20	0,049	0,049	0%*	0,049	0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.47.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

En observant les résultats obtenus pour cette barre bi-articulée avec chargement transversal concentré, on constate que la formulation des nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. On note, toutefois, que, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats, provenant du critère en instabilité avec analyse au premier ordre des sollicitations, sont légèrement sous-évalués. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourra être réalisée, au choix, avec une analyse au premier ou au second ordre des sollicitations, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (inférieur à 5) où seul le critère en instabilité avec analyse au second ordre des sollicitations ne pourra être utilisé.

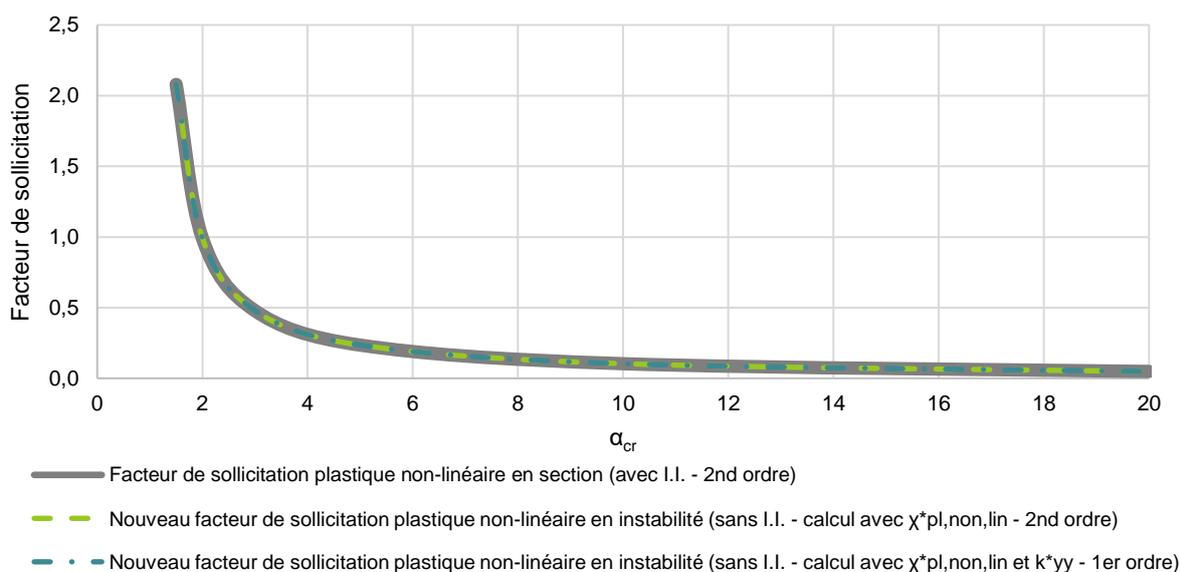
## (b) Barre bi-articulée – Charge transversale répartie

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-articulée, avec chargement transversal réparti (Fig. V.15). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.37 et sur la Fig. VI.48.

**Tableau VI.37.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre
1,5	2,079	2,083	+0,2%*	2,082	+0,2%*
2	0,991	0,992	+0,1%*	0,992	+0,1%*
3	0,479	0,479	+0,1%*	0,479	+0,1%*
5	0,235	0,235	+0,04%*	0,235	+0,04%*
10	0,104	0,104	+0,02%*	0,104	+0,02%*
20	0,049	0,049	+0,01%*	0,049	+0,01%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.48.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

Les résultats obtenus pour cette barre bi-articulée avec chargement transversal réparti permettent d'affirmer que la formulation des nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement.

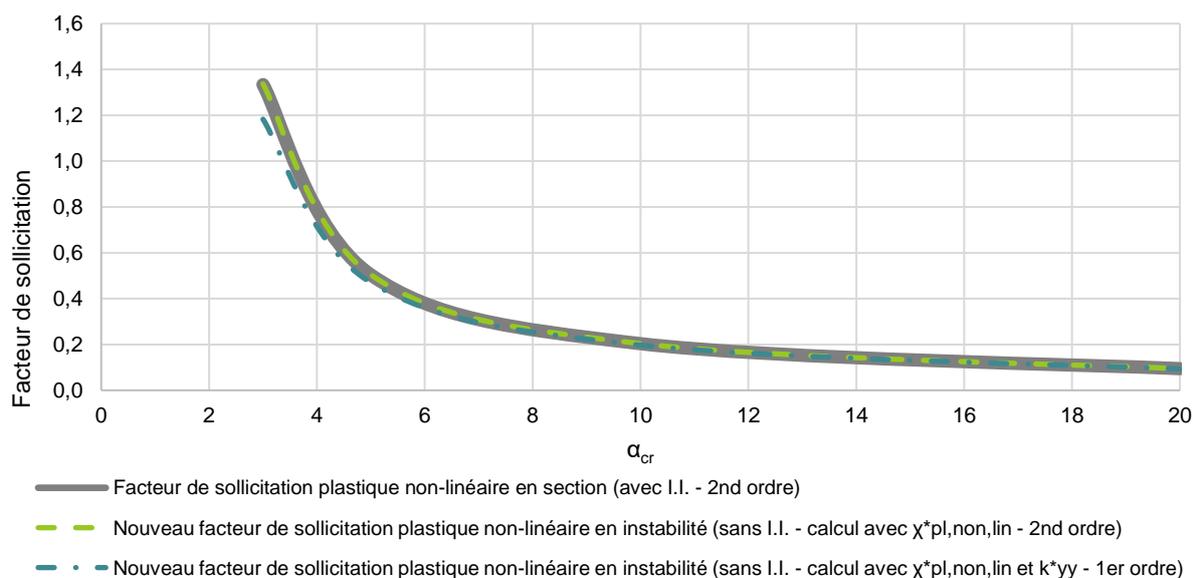
### (c) Barre bi-encastée – Charge transversale concentrée

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-encastée, avec chargement transversal concentré (Fig. V.17). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.2. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.38 et sur la Fig. VI.49.

**Tableau VI.38.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre
1,5	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-
3	1,334	1,337	+0,1%*	1,183	-6,8%*
5	0,504	0,504	+0,1%*	0,470	-3,8%*
10	0,204	0,204	+0,03%*	0,197	-1,8%*
20	0,095	0,095	+0,06%*	0,093	-0,8%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.49.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré

Les résultats obtenus pour cette barre bi-encastée avec chargement transversal concentré conduisent à affirmer que la formulation du nouveau critère, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que le facteur de sollicitation est sous-évalué, principalement pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , avec une erreur maximale de 6,8%. Cette erreur est due au principe d'équivalence des moments, qui n'est pas vérifié pour le cas de la barre bi-encastée, comme le montre l'étude comparative du paragraphe V.4. Ainsi, la vérification de ce type d'élément doit obligatoirement être effectuée à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre, qui offre, lui, une estimation précise du facteur de sollicitation de la structure.

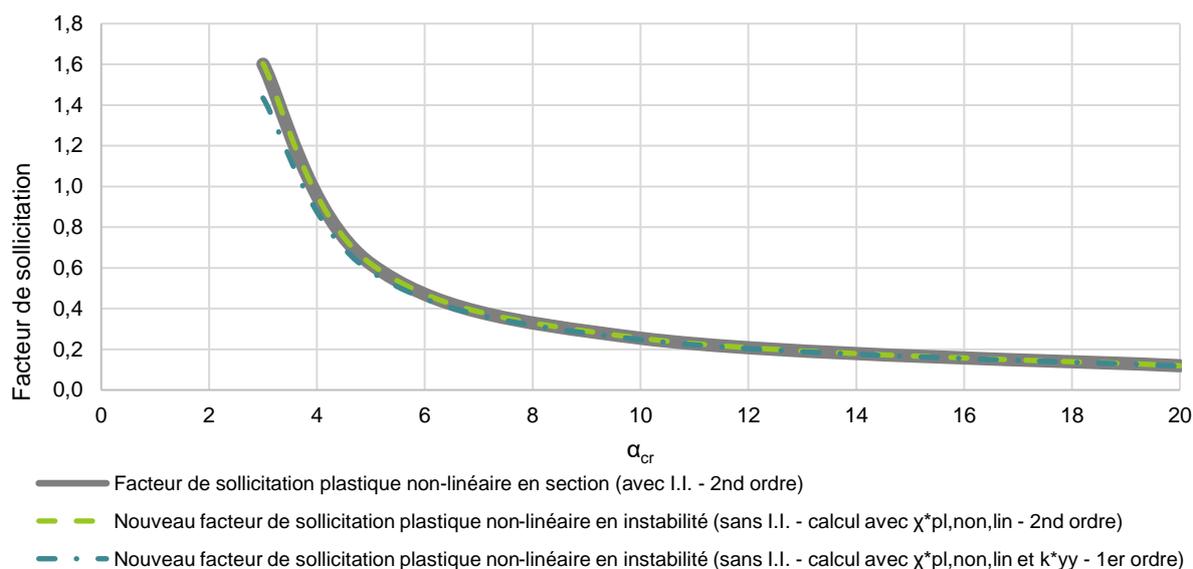
#### (d) Barre bi-encastée – Charge transversale répartie

Cette partie est consacrée aux résultats de la barre bi-encastée, avec chargement transversal réparti (Fig. V.19). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.1.3. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.39 et sur la Fig. VI.50.

**Tableau VI.39.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre
1,5	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-
3	1,600	1,603	+0,2%*	1,434	-10,4%*
5	0,619	0,620	+0,1%*	0,582	-6,1%*
10	0,254	0,255	+0,04%*	0,247	-3,0%*
20	0,119	0,119	+0,02%*	0,117	-1,5%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.50.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti

En observant les résultats de cette barre bi-encastée avec chargement transversal réparti, il est possible d'affirmer que la formulation du nouveau critère, avec résistance non-plastique linéaire, en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que le facteur de sollicitation est sous-évalué pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , avec une erreur maximale de 10%. Cette erreur provient du principe d'équivalence des moments, qui n'est pas vérifié pour le cas de la barre bi-encastée. Ainsi, la vérification de ce type d'élément doit obligatoirement être effectuée à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre, qui offre, lui, une estimation précise du facteur de sollicitation de la structure.

### VI.3.3.2. Barres incluses dans une structure

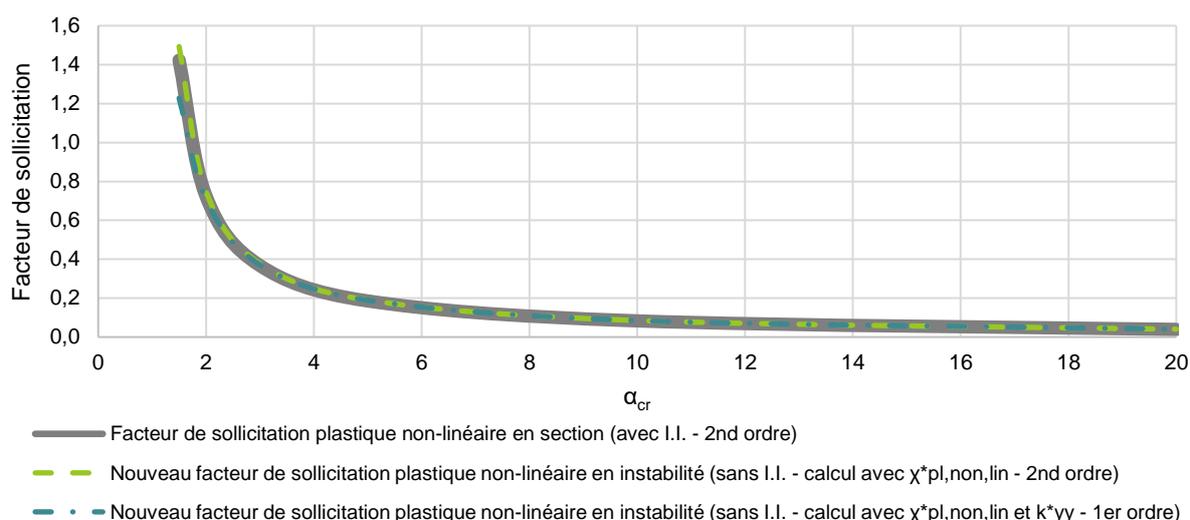
#### (a) Portique bi-articulé

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-articulé comprimé fléchi (Fig. V.21). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance non-plastique linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans le paragraphe V.3.2.2.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.40 et sur la Fig. VI.51.

**Tableau VI.40.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour le portique bi-articulé comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)		En instabilité (sans I.I.)		
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Nouveau critère		Nouveau critère	
		Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre
1,5	1,423	1,493	+4,9%*	1,228	-13,7%*
2	0,724	0,749	+3,4%*	0,707	-2,4%*
3	0,367	0,377	+2,7%*	0,371	+1,1%*
5	0,186	0,190	+2,3%*	0,189	+1,9%*
10	0,083	0,085	+2,1%*	0,085	+2,0%*
20	0,040	0,040	+2,0%*	0,040	+2,0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.51.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi

Les résultats de ce portique bi-articulé comprimé fléchi conduisent à affirmer que la formulation du nouveau critère, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. L'étude comparative du paragraphe V.4, montre que, dans le cas du portique bi-articulé, le principe d'équivalence des moments est vérifié. Ainsi, on observe que le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, offre une bonne estimation du facteur de sollicitation de la structure. On note toutefois que pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (inférieure à 3), l'estimation est légèrement erronée, avec une erreur maximale de 13,7%. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourra être effectuée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , où la vérification se fera nécessairement avec un critère en instabilité avec analyse au second ordre des sollicitations.

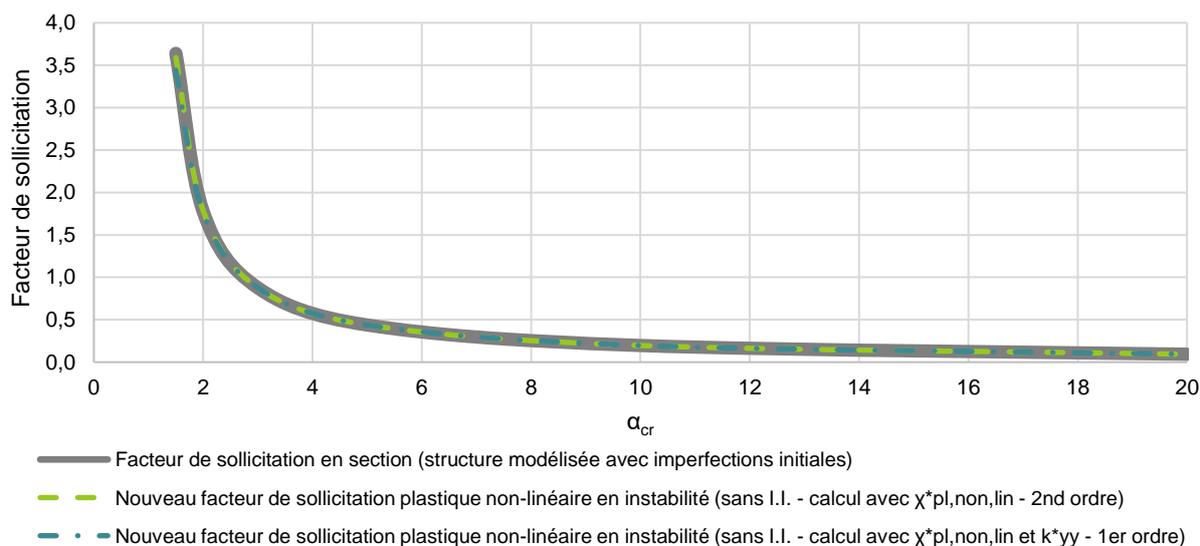
## (b) Portique bi-encasté

Cette partie est consacrée aux résultats du portique bi-encasté comprimé fléchi (Fig. V.23). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Le coefficient d'équivalence  $C_m$  est donc le même que celui obtenu dans l'annexe IX.3.1.2.1. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.41 et sur la Fig. VI.52.

**Tableau VI.41.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour le portique bi-encasté comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	
1,5	3,639	3,589	-1,4%*	3,441	-5,5%*
2	1,777	1,787	+0,6%*	1,758	-1,1%*
3	0,876	0,877	+0,1%*	0,876	-0,03%*
5	0,438	0,438	+0,04%*	0,439	+0,2%*
10	0,196	0,196	+0,03%*	0,196	+0,1%*
20	0,094	0,094	+0,02%*	0,094	+0,1%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.52.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi

En observant les résultats de ce portique bi-encasté comprimé fléchi, il est possible d'affirmer que la formulation du nouveau critère, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. En ce qui concerne le nouveau critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, on observe que, pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$ , les résultats obtenus sont légèrement sous-évalués. La même constatation a pu être faite sur les résultats de l'étude comparative du coefficient d'équivalence  $C_m$ , dans le paragraphe V.4. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourrait être effectuée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre, sauf pour les faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  (ici inférieure à 3), où la vérification devra obligatoirement être réalisée avec le critère en instabilité avec analyse au second ordre.

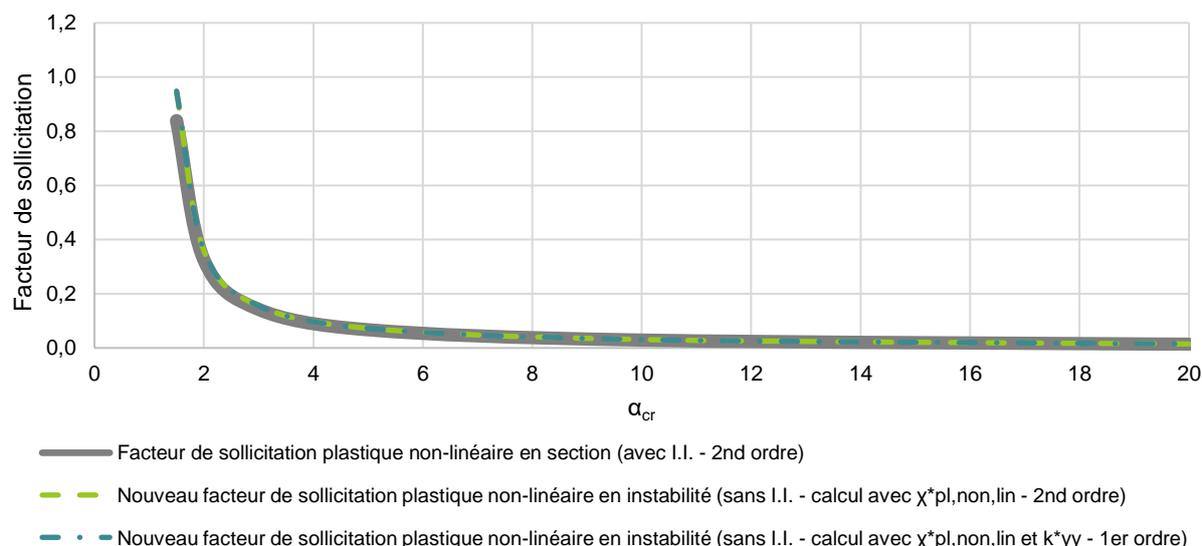
### (c) Tour autostable

Cette partie est consacrée aux résultats de la tour autostable comprimée fléchie (Fig. V.25). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est celui déterminé dans l'annexe IX.3.1.2.2, calculé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A). Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.42 et sur la Fig. VI.53.

**Tableau VI.42.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la tour autostable comprimée fléchie

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre
1,5	0,839	0,944	+12,5%*	0,948	+13,0%*
2	0,325	0,359	+10,3%*	0,360	+10,7%*
3	0,143	0,155	+8,6%*	0,155	+8,8%*
5	0,067	0,072	+7,9%*	0,072	+7,5%*
10	0,029	0,031	+7,5%*	0,031	+6,8%*
20	0,014	0,015	+7,1%*	0,015	+6,0%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.53.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour la tour autostable comprimée fléchie

Les résultats de la tour autostable comprimée fléchie montrent que la formulation des nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité, avec analyse au premier ou second ordre des sollicitations, permet d'obtenir une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. Pourtant, on note que l'étude comparative du coefficient d'équivalence  $C_m$ , dans le paragraphe V.4 a mis en évidence que le principe d'équivalence des moments n'est pas vérifié pour cette tour autostable. Les résultats provenant du critère en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, devraient donc être erronés, ce qui n'est pas le cas ici. Il est toutefois important de noter que, pour l'ensemble des cas de charge considérés, les moments fléchissants, induits par les charges transversales, restent faibles, voire négligeables, par rapport à l'effort normal. Cela explique donc que les résultats ne soient pas affectés par l'inexactitude du principe d'équivalence des moments. Ainsi, la vérification de ce type d'élément ne pourra être effectuée qu'à partir du critère en instabilité avec analyse au second ordre.

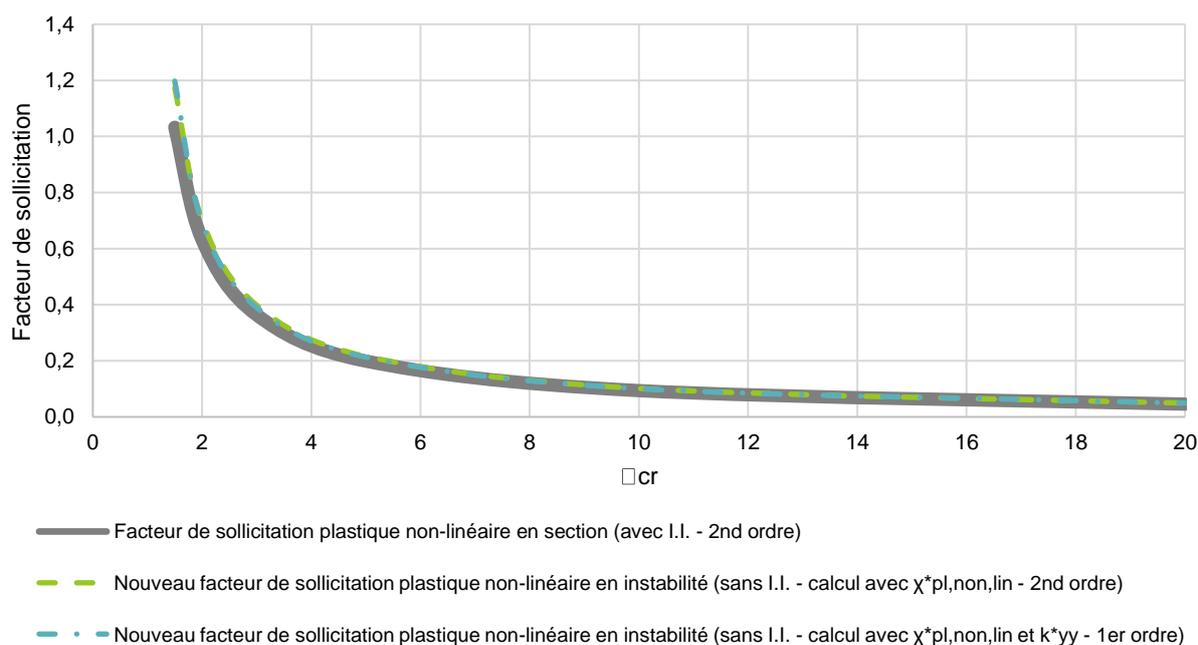
### (d) Échafaudage de façade

Cette partie est consacrée aux résultats de l'échafaudage de façade comprimé fléchi (Fig. V.27). Les calculs ont été effectués avec les deux nouveaux critères, avec résistance plastique non-linéaire, en instabilité pour les barres comprimées fléchies, avec une analyse au premier et au second ordre des sollicitations. Dans le cas des critères avec analyse au premier ordre des sollicitations, le coefficient d'équivalence est déterminé au moyen des formulations de la Méthode 1 (Annexe A), et de la même manière que dans l'annexe IX.3.1.2.3. Les résultats obtenus pour l'ensemble des valeurs de  $\alpha_{cr}$  sont présentés dans le Tableau VI.43 et sur la Fig. VI.46.

**Tableau VI.43.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

$\alpha_{cr}$	En section (avec I.I.)	En instabilité (sans I.I.)			
		Nouveau critère		Nouveau critère	
	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 2 <sup>nd</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre	Analyse au 1 <sup>er</sup> ordre
1,5	1,033	1,172	+13,5%*	1,197	+15,9%*
2	0,632	0,702	+11,0%*	0,693	+9,7%*
3	0,364	0,398	+9,6%*	0,390	+7,2%*
5	0,199	0,216	+8,7%*	0,213	+7,2%*
10	0,094	0,102	+8,2%*	0,101	+7,4%*
20	0,046	0,049	+8,0%*	0,049	+7,7%*

\*L'erreur calculée est l'erreur commise entre le critère en instabilité et le critère en section



**Fig. VI.54.** Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi

Les résultats de l'échafaudage de façade comprimé fléchi conduisent à affirmer que la formulation des nouveaux critères, avec résistance en plastique non-linéaire, en instabilité, avec analyse au second ou au premier ordre des sollicitations, offre une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de la structure, quels que soient le type d'analyse et le niveau de chargement. Ainsi, la vérification de ce type d'élément pourrait donc être réalisée, au choix, à partir du critère en instabilité avec analyse au second ou au premier ordre.

### VI.3.4. Conclusion

Dans le chapitre précédent, nous avons constaté des incohérences entre les deux méthodes de vérification des éléments comprimés fléchis. Nous avons ainsi noté que le critère de vérification en instabilité, dans sa formulation actuelle que l'on trouve dans la norme NF EN 1993-1-1, permet d'exploiter les capacités, élastique et plastique linéaire, de la section ; là où, le critère de vérification en section, avec imperfections initiales et effets du second ordre inclus dans l'analyse globale de la structure, permet d'avoir recours à trois capacités de résistance de la section, élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire.

Nous avons également mis en évidence, avec l'étude comparative, que les résultats issus du critère en instabilité ne sont pas équivalents aux résultats du critère en section. Cette différence est expliquée par l'utilisation du coefficient de flambement  $\chi$  et de la formulation du facteur d'interaction  $k_{yy}$ .

Afin de pallier ces incohérences, nous avons donc, dans le paragraphe précédent, défini des nouveaux critères en instabilité pour les éléments simplement comprimés, permettant de s'affranchir d'inclure les imperfections initiales et les effets du second ordre dans l'analyse de la structure, tout en tenant compte dans l'analyse globale de la structure ; chaque critère étant accompagné d'un nouveau coefficient de flambement  $\chi^*$ . C'est ce coefficient  $\chi^*$  qui permet de tenir compte du moment induit par la présence de l'effort normal et des imperfections initiales, dans le critère de vérification.

Dans ce paragraphe, les critères en instabilité pour les éléments comprimés ont été étendus au cas, plus général, des éléments comprimés fléchis. Trois nouveaux critères en instabilité ont été établis, nécessitant une analyse au second ordre des sollicitations, ainsi que, trois nouveaux critères en instabilité ne nécessitant qu'une analyse au premier ordre des sollicitations.

Par la suite, ces six nouveaux critères ont fait l'objet d'une nouvelle étude comparative, menée sur les mêmes éléments que dans le chapitre précédent. Les résultats de ces calculs conduisent à dire que la formulation, de ces critères en instabilité pour les éléments comprimés, permet une estimation juste et précise du facteur de sollicitation de l'élément, quels que soient le niveau de compression ou de critère utilisé. On restreindra toutefois l'utilisation des critères en instabilité avec analyse au premier ordre des sollicitations, aux cas, dont il a été prouvé que ce critère fournit des résultats sécuritaires. Ainsi, pour les cas suivants, seul le critère de vérification en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations, ne pourra être utilisé :

- pour les cas de charges engendrant des faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  ;
- pour les éléments de type barre bi-encastée ;
- pour les structures de type tour autostable.

Dans un souci de clarté de lecture de ces nouveaux critères en instabilité, une procédure de dimensionnement va être proposée dans le paragraphe suivant. Cette procédure fournira des informations pratiques sur le principe de dimensionnement des échafaudages et des structures assimilées, et, sera accompagnée d'exemples pour illustrer l'ensemble de ces nouveaux principes.

#### VI.4. Procédure de dimensionnement relative aux structures d'échafaudages et assimilées

Dans l'intention de pallier les différentes ambiguïtés, des critères actuels de vérification en instabilité de la norme NF EN 1993-1-1, mises en exergue dans le chapitre précédent, un ensemble de nouveaux critères a été défini, permettant la vérification de la stabilité des éléments comprimés fléchis, et donc, à fortiori, des éléments simplement comprimés. Ces nouveaux critères offrent l'avantage de tenir compte des imperfections initiales et des effets du second ordre non inclus dans l'analyse globale de la structure.

Nous nous sommes attachés à proposer des critères permettant de prendre en compte chaque sollicitation de manière la plus précise possible, et, de découpler l'effet de chacune de ces sollicitations. À ces fins, trois nouveaux critères, élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire, de vérification, nécessitant une analyse au second ordre des sollicitations, ont été établis. Ces nouveaux critères considèrent donc les imperfections initiales, non incluses dans l'analyse globale de la structure, et les effets du second ordre engendrés par celles-ci.

Dans l'optique où seule une analyse au premier ordre des sollicitations est réalisée, trois nouveaux critères, élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire, nécessitant uniquement une analyse au second ordre des sollicitations, ont également été développés. Dans ce cas, outre les imperfections initiales et les effets du second ordre associés à celles-ci, ces nouveaux critères permettent de prendre en compte les effets du second ordre engendrés par le chargement transversal. De manière à offrir une certaine sécurité d'application, l'utilisation de ces nouveaux critères a été exclue à certains cas :

- pour les cas de charges engendrant des faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  ;
- pour les éléments de type barre bi-encastree ;
- pour les structures de type tour autostable.

En vue d'assurer une meilleure lisibilité de ces nouveaux critères, un ensemble de procédure de dimensionnement a été mis en place. Pour accompagner ces procédures, une série d'exemples types est proposée de manière à illustrer l'ensemble des nouvelles notions apportées dans ce nouveau principe de dimensionnement des éléments comprimés fléchis. L'ensemble de ces exemples types est présenté en Annexe IX.4.

On distinguera trois procédures selon le niveau de critère souhaité, à savoir : élastique (Fig. VI.55), plastique linéaire (Fig. VI.56) ou plastique non-linéaire (Fig. VI.57). Les notes associées à ces procédures sont présentées à la Fig. VI.58. Cependant, on notera, tout de même, que la démarche de dimensionnement restera identique quel que soit le niveau de critère utilisé.

L'ensemble des investigations ayant été mené avec des valeurs de  $\alpha_{cr}$  supérieures ou égales à 1,5, en dessous de cette limite, la vérification de la stabilité des éléments comprimés fléchis ne pourra être effectuée qu'à partir des critères en section, lorsque les imperfections initiales et les effets du second ordre sont inclus dans l'analyse globale de la structure. En effet, un coefficient  $\alpha_{cr}$  de 1,5 correspond à une amplification de 3 des efforts. En dessous de cette limite l'amplification est beaucoup plus importante. Cela nécessite donc un calcul méticuleux de la vérification de la stabilité des éléments.

Pour les cas de charges, dont le coefficient  $\alpha_{cr}$  est supérieur ou égal à 1,5, la vérification peut se faire avec ou sans modélisation des imperfections initiales. Dans chaque cas, le critère de vérification est adapté. De manière à identifier la zone de calcul des imperfections initiales, aussi appelée zone de calcul des instabilités dans le cas du calcul sans modélisation des imperfections initiales, une procédure a été développée pour permettre la détermination de la zone la plus défavorable. La Fig. VI.59 présente la procédure du choix de la zone de calcul des imperfections initiales, lorsque celles-ci sont incluses dans l'analyse globale de la structure ; tandis que la Fig. VI.60 présente la procédure du choix de la zone de calcul des instabilités, lorsque les imperfections initiales ne sont pas incluses dans l'analyse globale.

Cette procédure de calcul est valable pour une combinaison de charges donnée. Dans le cas où plusieurs combinaisons de charges doivent être vérifiées, il est nécessaire d'appliquer autant de fois que nécessaire cette procédure.

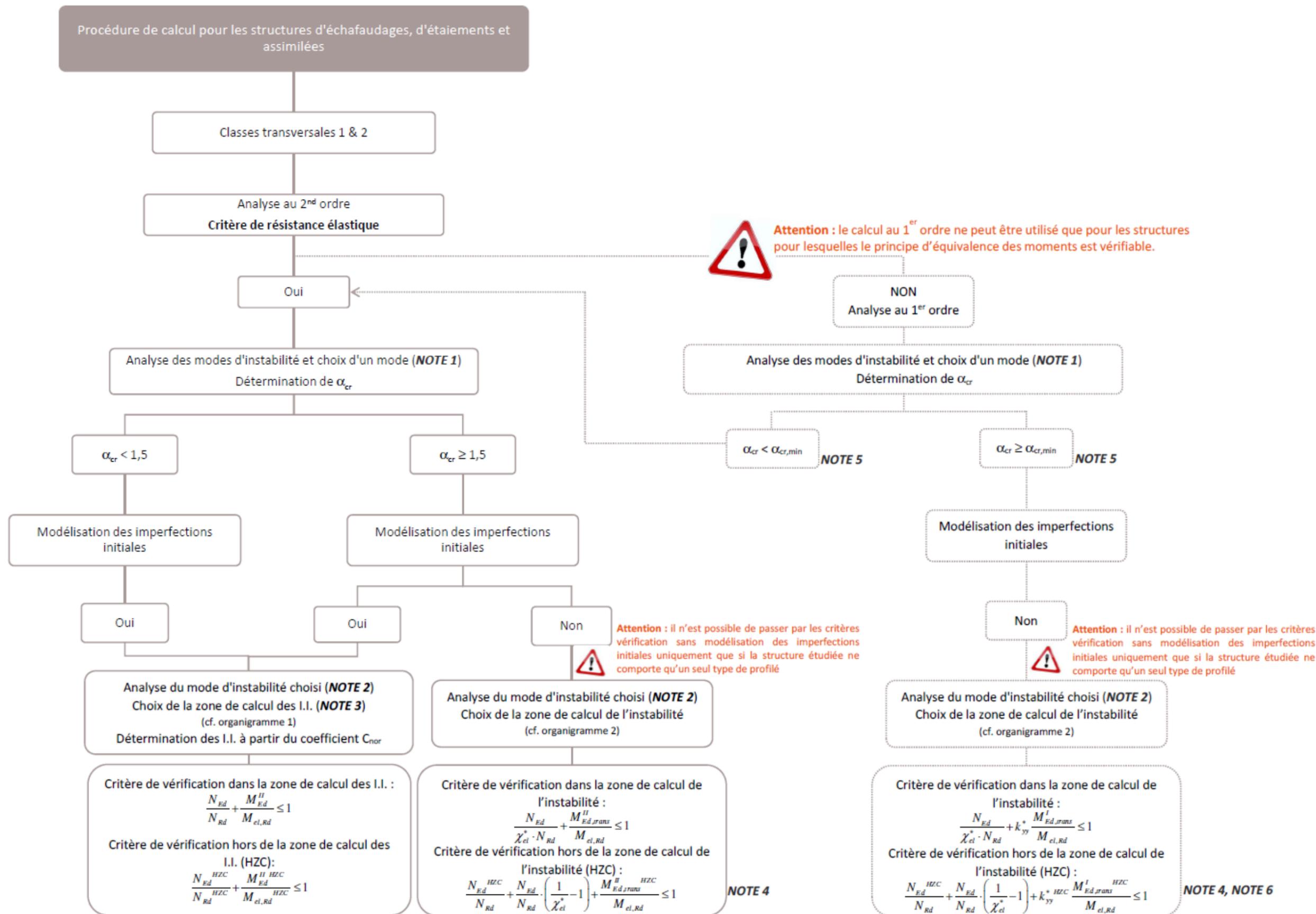


Fig. VI.55. Procédure de dimensionnement en élasticité

Cette procédure de calcul est valable pour une combinaison de charges donnée. Dans le cas où plusieurs combinaisons de charges doivent être vérifiées, il est nécessaire d'appliquer autant de fois que nécessaire cette procédure.

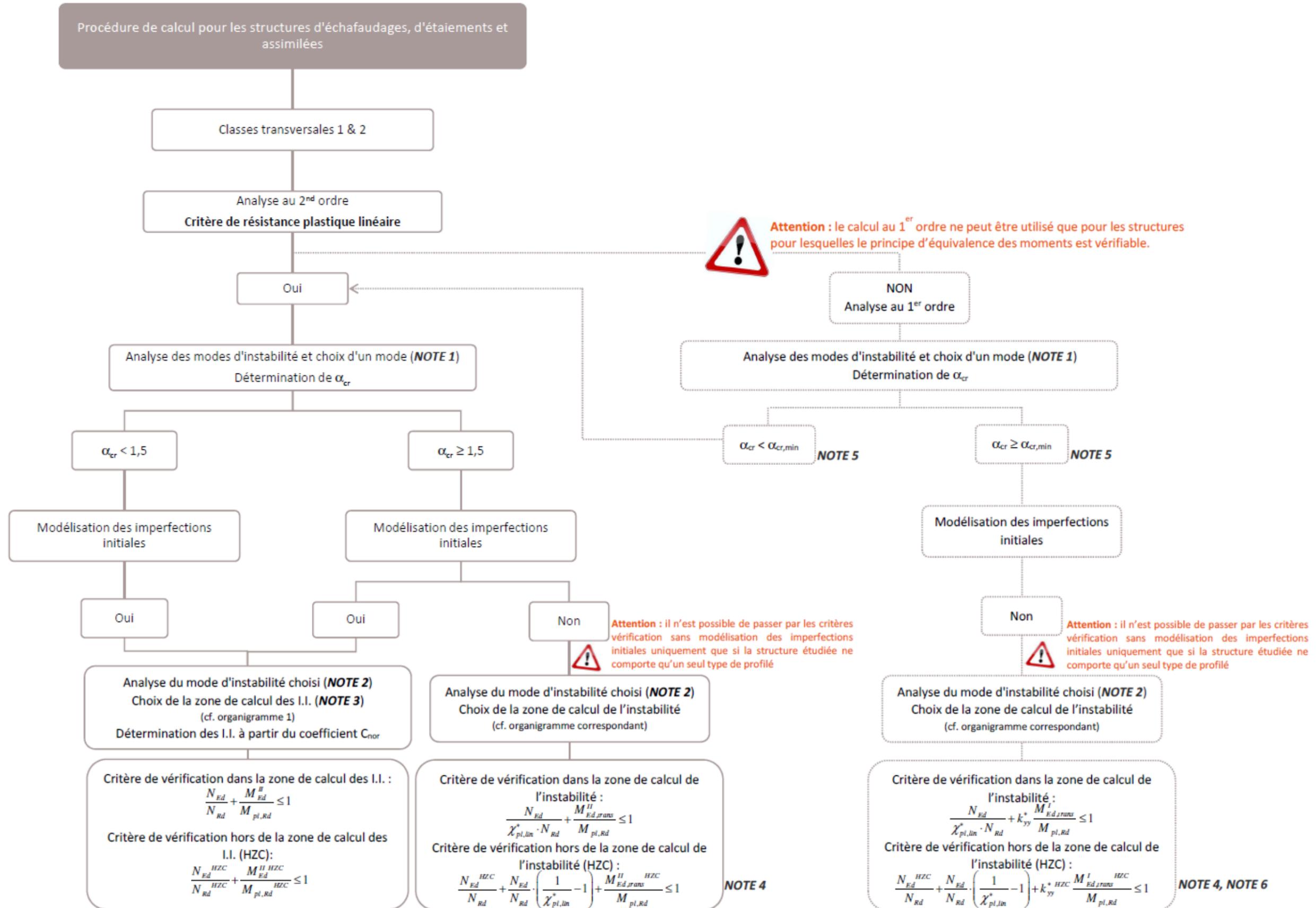


Fig. VI.56. Procédure de dimensionnement en plasticité linéaire

Cette procédure de calcul est valable pour une combinaison de charges donnée. Dans le cas où plusieurs combinaisons de charges doivent être vérifiées, il est nécessaire d'appliquer autant de fois que nécessaire cette procédure.

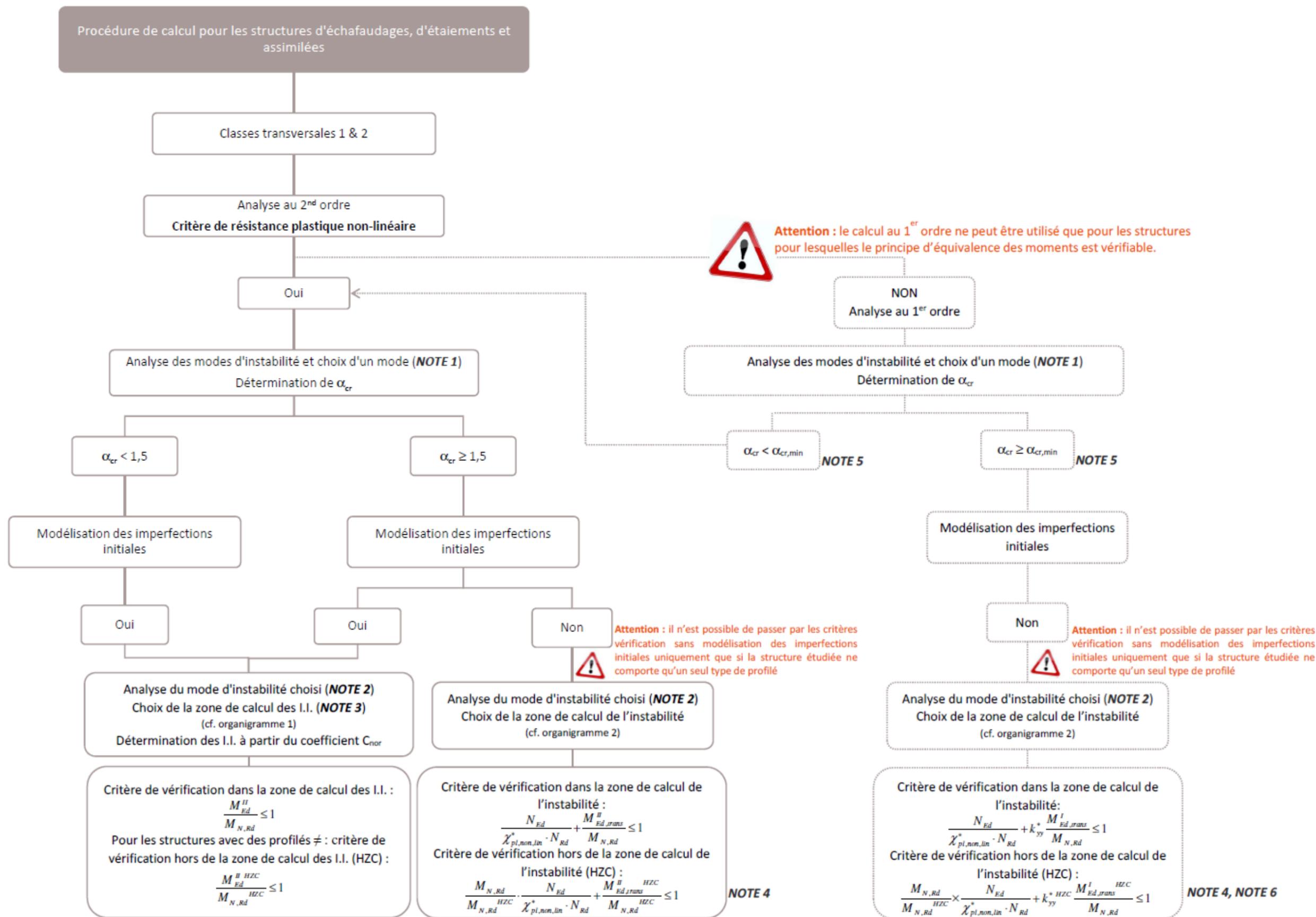


Fig. VI.57. Procédure de dimensionnement en plasticité non-linéaire



**NOTE 1**

Pour l'analyse de la structure, il est nécessaire de sélectionner le mode d'instabilité le plus représentatif de l'instabilité.

**NOTE 2**

Il est nécessaire d'analyser le mode d'instabilité sélectionné afin d'identifier l'ensemble des zones pouvant être la zone de calcul des imperfections initiales ou la zone de calcul de l'instabilité.

Suivant la forme de la déformée critique, il est possible qu'il n'y ait qu'une seule zone possible (ex. Tour autostable lestée). C'est le cas, lorsque l'on a une forme d'instabilité locale.

**NOTE 3**

Le calcul systématique de l'ensemble des points de calcul possibles ne dispense pas de contrôler, pour chaque vérification, la structure en dehors du point de calcul considéré.

**NOTE 4**

La valeur du coefficient de flambement  $\chi^*$  est la valeur valable pour l'ensemble de la structure, déterminée dans la zone où le facteur de sollicitation, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est maximal.

En effet, lorsque l'on ne modélise pas les imperfections initiales, la sollicitation  $M_{Ed,trans}$  ne tient pas compte des imperfections initiales. Il faut donc les ajouter grâce au terme  $\chi^*$ .

Sans la modélisation des imperfections initiales, la répartition exacte du moment d'instabilité ne peut pas être déterminée. C'est pourquoi cette valeur de  $\chi^*$  est utilisée pour l'ensemble de la structure.

Pour un calcul plus précis du moment d'instabilité dans chaque zone, il est nécessaire de passer par la modélisation des imperfections initiales.

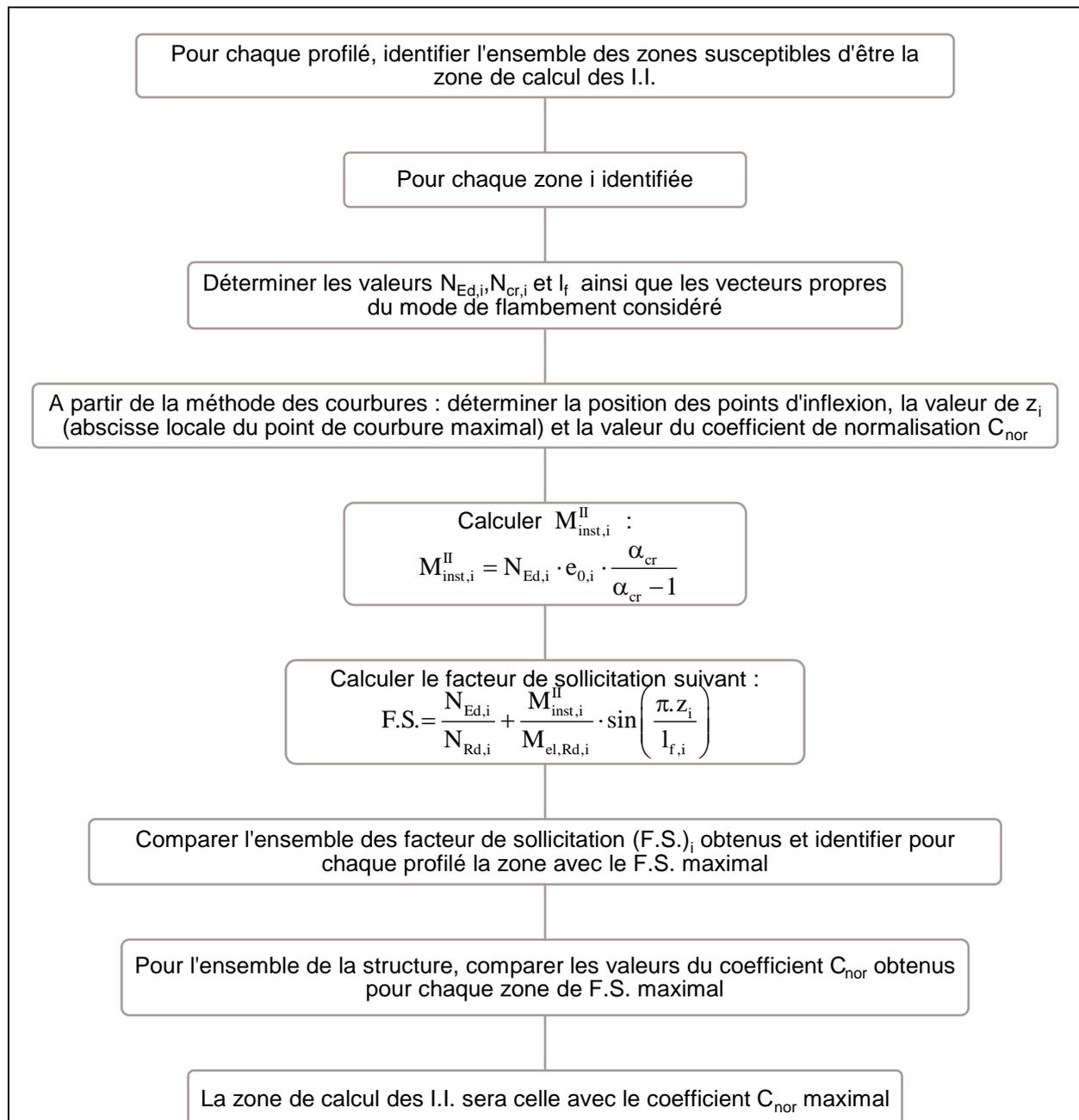
**NOTE 5**

Aucunes valeurs de  $\alpha_{cr,min}$  n'est renseignées pour le calcul au 1<sup>er</sup> ordre. Cette valeur nécessite une analyse au cas par cas pour chaque type de structure, afin de s'assurer que le principe d'équivalence est vérifié.

**NOTE 6**

Le coefficient d'interaction  $k_{yy}^*$  est donné par la relation suivante :  $k_{yy}^* = C_{my} \times \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$

Fig. VI.58. Notes associées aux procédures de dimensionnement



**Remarque 1 :**

La valeur  $z_i$  correspond à la coordonnée exacte du point de calcul des imperfections initiales par rapport aux points d'inflexion de la déformée (cf. exemples)

**Remarque 2 :**

Si la structure ne comporte qu'un seul type de profilé, la zone de calcul des I.I. sera celle avec le F.S. maximal. Lorsque la répartition de l'effort normal est sensiblement la même sur l'ensemble des barres, cela revient à prendre la barre ayant le  $C_{nor}$  le plus faible.

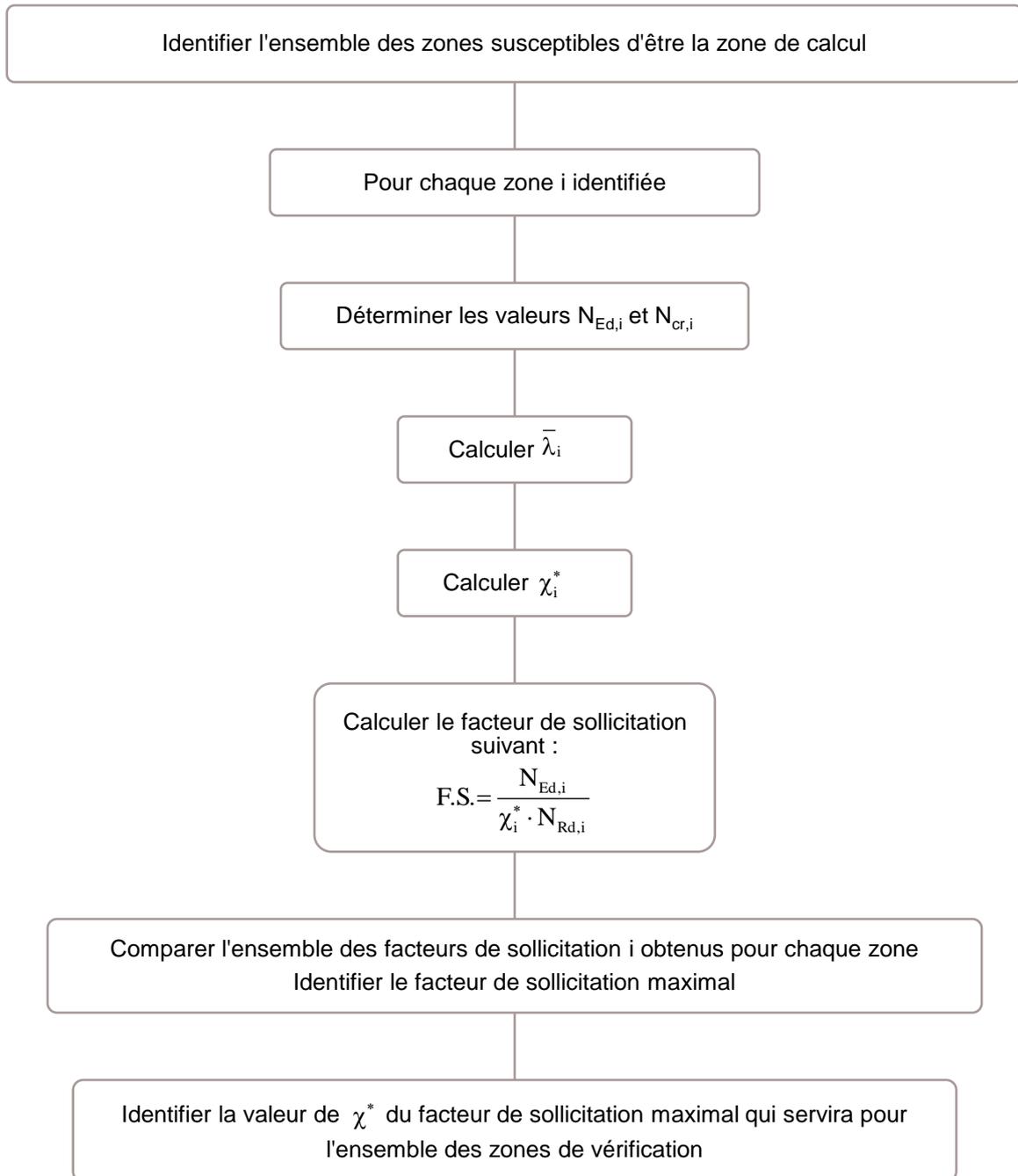
**Remarque 3 :**

Le coefficient de normalisation  $C_{nor}$  est défini de sorte que la courbure maximale de la déformée critique du mode de flambement considéré de la structure (réelle ou fictive) soit égale localement à la courbure maximale de la barre de référence, dont les caractéristiques géométriques et la charge critique sont identiques à celles de la zone de calcul de la structure.

**Fig. VI.59.** Procédure pour l'identification de la zone de calcul des imperfections initiales (Méthode de vérification nécessitant la modélisation des imperfections initiales)



Cette méthode ne peut être utilisée que lorsque la structure ne comporte **qu'un seul type de profilé.**



**Remarque :** L'expression du coefficient de flambement à utiliser est celle correspondant au niveau de résistance souhaité (élastique, plastique linéaire ou plastique non-linéaire).

**Fig. VI.60.** Procédure pour l'identification de la zone de calcul des instabilités (Méthode de vérification ne nécessitant pas la modélisation des imperfections initiales)

Dans le cas d'une vérification sans modélisation des imperfections initiales, l'identification de cette zone de calcul des instabilités sert à déterminer le coefficient de flambement  $\chi^*$ . Ce même coefficient de flambement sera ensuite utilisé en cas de vérification hors de la zone de calcul des instabilités. Ainsi, pour un cas de charge donné d'une structure donnée, une seule et unique valeur de coefficient de flambement  $\chi^*$  est déterminée

Les cheminements principaux nécessitent une analyse au second ordre des sollicitations ; ce qui, de nos jours, semble parfaitement réalisable au vu des moyens de calculs actuels. Toutefois une voie de calcul, avec analyse au premier ordre des instabilités, a été conservée. Il est important de préciser que ce moyen d'analyse ne peut pas être utilisé de manière systématique pour l'ensemble des cas de figures. Il est nécessaire de s'assurer auparavant que le principe d'équivalence fournit des résultats sécuritaires.

Les différentes applications réalisées ont ainsi mis en évidence que les critères de vérification, avec analyse au premier ordre des sollicitations, peuvent être utilisés pour les cas suivants, dans les cas où  $\alpha_{cr} \geq \alpha_{cr,min}$  :

- portique bi-articulé avec  $\alpha_{cr,min} = 3$  ;
- portique bi-encasté avec  $\alpha_{cr,min} = 5$  ;
- échafaudage de façade avec  $\alpha_{cr,min} = 3$  .

Dans le cas de l'étude d'une structure composée de plusieurs types de profilés, les investigations menées conduisent à affirmer que les vérifications doivent nécessairement être réalisées à partir des critères en section, lorsque les imperfections initiales et les effets du second ordre sont inclus dans l'analyse globale de la structure. En effet, sans modélisation des imperfections initiales, il n'est pas possible de prévoir l'influence que peuvent avoir les montants entre eux, comme l'illustre l'exemple type de l'échafaudage de façade renforcé avec géométrie et chargement asymétriques (Annexe IX.4.7).

Dans le cadre de la collaboration avec le Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement, il a été demandé de développer des nouveaux critères dont l'écriture se rapproche davantage de l'écriture des critères en résistance des matériaux, que de l'écriture actuelle des critères en instabilité. Cette seconde formulation des critères en instabilité, ainsi que les procédures associées, sont présentées en Annexe IX.5.

## VII. Conclusions & perspectives

Cette thèse se voulait d'améliorer les connaissances des instabilités des structures tubulaires comprimées fléchies sensibles aux effets du second ordre, en traitant la prise en compte des imperfections initiales dans l'analyse de la structure et en adaptant les critères de vérification actuels à ce type de structure. L'ensemble des travaux a été mené en étroite collaboration avec le Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement.

Le chapitre II a été consacré à la présentation des réglementations actuelles relatives à la conception des structures d'échafaudages, à savoir la norme NF EN 1993-1-1 pour les structures en acier de manière générale, et les normes NF EN 12810-2 et NF EN 12811-1 spécifiques aux échafaudages.

Dès lors, il est possible de constater que les notions d'instabilité globale et d'instabilité locale, présentes dans l'Eurocode 3, ne sont pas parfaitement définies. La définition habituelle de l'instabilité globale, représentant un déplacement en tête de la structure, n'est pas adaptée à ces structures d'échafaudage, présentant souvent des maintiens en partie haute. On peut alors définir l'instabilité globale, comme un déplacement d'ensemble affectant plusieurs zones de la structure ; ce déplacement d'ensemble étant initié par les imperfections cumulées de plusieurs zones et la distribution de l'effort normal de la structure. Les zones moins sollicitées sont alors entraînées par les zones les plus sollicitées. Une instabilité locale serait, quant à elle, définie par une déformée maximale dans la zone la plus sollicitée, déformée maximale qui s'atténue par la suite dans le reste de la structure.

La vérification des éléments comprimés fléchis sensibles aux effets du second ordre nécessite de prendre en compte les imperfections initiales les affectant. La norme NF EN 1993-1-1 définit plusieurs façons de mener cette vérification, à savoir :

- (i) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont entièrement pris en compte dans l'analyse globale de la structure
- (ii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont en partie pris en compte dans l'analyse globale de la structure et en partie pris en compte dans les critères de vérifications en instabilité
- (iii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont entièrement pris en compte dans les critères de vérifications en instabilité en utilisant des longueurs de flambement appropriées au mode global d'instabilité de la structure.

La méthode (ii) peut être source d'oublis ou de doublons dans la prise en compte des effets. La suite des travaux a été menée en s'intéressant uniquement aux deux méthodes de vérification suivantes :

- (i) Les imperfections initiales et les effets du second ordre sont pris en compte dans l'analyse globale de la structure. La vérification des éléments s'effectuera à travers des critères en section.
- (ii) Les imperfections initiales et les effets du second ordre ne sont pas pris en compte dans l'analyse globale de la structure ; la vérification des éléments est alors réalisée à partir de critères appropriés, dits critères en instabilité, en utilisant des longueurs de flambement appropriées.

Un historique des travaux menant à l'élaboration des formulations de ces critères en instabilité, présents dans l'Eurocode 3, a été réalisé dans ce chapitre II.

La dernière partie de ce même chapitre a été consacrée au principe de vérification des éléments comprimés fléchis suivant la réglementation NF EN 12811-1. La norme ne définit qu'une seule méthode de vérification, à savoir : les imperfections initiales sont prises en compte dans l'analyse globale de la structure et la vérification s'effectue avec des critères en section plastique non-linéaire, à partir d'une analyse au second ordre ou à partir d'une analyse

au premier ordre avec amplifications des sollicitations pour tenir compte des effets du second ordre. Aucune méthode n'étant définie pour l'amplification des sollicitations, il convient alors de se référer à la norme NF EN 1993-1-1. Toutefois, on note que, dans cette réglementation NF EN 12811-1, aucun critère de vérification ne permet de s'affranchir de l'inclusion des imperfections initiales dans l'analyse globale de la structure.

Le chapitre III a donc été destiné à l'analyse des méthodes de prise en compte des imperfections initiales dans l'analyse globale de la structure. Les imperfections initiales peuvent ainsi être définies au moyen des méthodes conventionnelles, basées sur la définition d'une imperfection globale et d'une imperfection locale ; ou, au moyen des méthodes alternatives, basées sur une imperfection unique d'allure identique à la déformée critique de la structure.

L'analyse de ces méthodes a permis de mettre en évidence que la définition des imperfections initiales suivant les méthodes conventionnelles repose uniquement sur la géométrie de la structure. De plus, plusieurs modèles, avec des combinaisons d'imperfections globales et locales, sont nécessaires pour obtenir la modélisation des imperfections initiales engendrant les sollicitations les plus défavorables.

En ce qui concerne les méthodes alternatives, celles-ci, permettent de tenir compte, non seulement, des caractéristiques géométriques, mais également des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du chargement de la structure. La définition des imperfections initiales suivant ces méthodes alternatives repose sur la comparaison de la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure et la courbure maximale de la barre de référence. Cependant, pour beaucoup de cas, ces deux courbures ne sont pas localisées à des altitudes identiques. Cela engendre donc une erreur dans la définition des imperfections initiales. De plus, on note qu'actuellement l'Eurocode 3 ne fournit aucune indication de la manière à procéder pour obtenir la courbure de la déformée critique dans la section critique de la structure.

En vue de pallier ces anomalies, une nouvelle méthode de définition des imperfections initiales a été définie, dite méthode des courbures. Cette méthode est également basée sur la définition d'une imperfection unique, d'allure identique à la déformée critique de la structure ; mais repose également sur la mise en équation de cette déformée critique de sorte à identifier sa courbure maximale, et l'altitude correspondante. Cette équation de la déformée critique est issue du principe d'équilibre des énergies de la structure. Comme observé à travers les exemples, cette courbure maximale de la déformée critique peut être soit réelle, c'est-à-dire localisée dans la structure, soit fictive, donc en dehors de la structure (cas du portique bi-articulé). La normalisation de la déformée critique pour obtenir l'imperfection initiale, repose alors sur la comparaison de la courbure maximale de la déformée critique et la courbure maximale de la barre de référence ; deux points localisés à la même altitude. Cette nouvelle méthode, dite méthode des courbures, est donc une méthode précise, entièrement définie permettant de tenir compte des caractéristiques géométriques, des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du chargement de la structure.

La précision de l'estimation des imperfections initiales dans cette méthode repose sur la qualité du facteur d'imperfection  $\alpha$ . Ce facteur d'imperfection caractérise le degré d'imperfection de chaque type de section transversale. L'ensemble des travaux menés par la Convention Européenne de la Construction Métallique ont conduit à la définition d'un facteur d'imperfection de 0,49 pour les sections circulaires creuses formées à froid, ce qui correspond à des profilés présentant de nombreuses imperfections.

Le chapitre IV a donc été consacré à la détermination des imperfections initiales affectant les sections tubulaires formées à froid que l'on trouve dans le domaine des échafaudages. A ces fins, deux dispositifs d'essais ont été mis en place au sein du laboratoire pour permettre

évaluer les imperfections initiales, d'une part, de barres simples, et d'autre part, d'échelles d'échafaudage.

Les résultats obtenus par Ali Khamisi (2016), dans le cadre de thèse, sur les barres isolées, ont permis de mettre en évidence que le facteur d'imperfection actuel pour ces sections tubulaires formées à froid est beaucoup trop contraignant. Les essais ont montré que le comportement de ces tubes formés à froid était identique au comportement de tubes, de sections identiques, formés à chaud. L'exploitation statistique, réalisée sur ces résultats, a conduit à la détermination d'un facteur d'imperfection de 0,12 pour ces éléments. Néanmoins, il est possible de faire remarquer que ces essais de flambement sur les barres simples ne permettent de caractériser que les imperfections affectant un élément seul. Hors, lors de la conception d'un échafaudage ou d'une structure tubulaire, d'autres types d'imperfections sont observés, tels que des inclinaisons entre les montants ou des inclinaisons au niveau des appuis d'extrémités (vérins en pied ou fourches en tête).

Afin de caractériser ces imperfections, affectant une structure dans sa globalité, des essais en vraie grandeur portant sur des structures à sections tubulaires ont été réalisés au sein du laboratoire. De la même manière que pour les essais sur les barres simples, les résultats des essais sur les échelles d'échafaudage ont mis en évidence que le facteur d'imperfection pour les sections tubulaires formées à froid est trop contraignant à l'égard des sections usitées dans le domaine des échafaudages. Les imperfections initiales relevées sur ces structures sont supérieures aux imperfections initiales des barres seules. Ces imperfections initiales, reflétant la présence d'inclinaison entre les éléments verticaux, proviennent des jeux d'assemblage des éléments. On note, néanmoins, que la conception actuelle des structures d'échafaudage, à partir d'éléments préfabriqués, limitent grandement la présence de ces inclinaisons. Cela explique donc que les imperfections initiales restent faibles à l'égard de celles définies par le facteur d'imperfection théorique.

L'exploitation statistique, qui a découlée de ces essais expérimentaux sur les échelles d'échafaudages en vraie grandeur, a conduit à la définition d'un facteur d'imperfection conventionnel, basé sur des bases probabilistes, de :  $\alpha = 0,252$ . Ces essais ont été menés à partir de structures provenant de trois fournisseurs d'échafaudages européens. Cependant, seulement neuf essais ont pu être réalisés. Il pourrait donc être intéressant de procéder à des essais supplémentaires de sorte à permettre une exploitation statistique plus représentative. Cependant, au vu des résultats présentement obtenus, il est possible d'affirmer que le facteur d'imperfection actuellement défini pour les sections tubulaires formées à froid est bien trop pénalisant dans le domaine des échafaudages. Un facteur d'imperfection de 0,34 (courbe de flambement b) permettrait une estimation plus juste, mais toutefois sécuritaire, de ces imperfections initiales affectant ce type de structure.

À travers le chapitre V, la cohérence et la fiabilité des critères de vérification en instabilité actuellement définis dans la norme NF EN 1993-1-1, permettant de s'affranchir des imperfections initiales et des effets du second ordre dans l'analyse globale de la structure, ont été analysées. Pour cela, ils ont été comparés aux critères de vérification en section, nécessitant, eux, d'inclure les imperfections initiales et les effets du second ordre dans l'analyse globale.

Dans un premier temps, uniquement des éléments comprimés ont été considérés. La première ambiguïté relevée est que le critère en instabilité n'autorise qu'un seul niveau de critère de résistance, à savoir un critère élastique ; là où le critère en section en permet trois : élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire. L'étude comparative, menée sur ces éléments simplement comprimés, a mis en évidence que les résultats issus du critère élastique en instabilité ne reflètent en aucun cas les résultats que l'on peut obtenir à partir du critère élastique en section. Les résultats obtenus sont, dans la majorité des cas, surestimés. L'erreur commise avec ce critère de vérification en instabilité est imputable au coefficient de réduction

au flambement  $\chi$ , défini par Ayrton et Perry, et valable uniquement à la ruine en compression simple d'un élément.

Dans un deuxième temps, le cas des critères de vérification en instabilité pour les éléments comprimés fléchis a été abordé. Là encore, une ambiguïté a été relevée sur les niveaux de résistance possibles de ces critères. En effet, le critère en instabilité permet deux niveaux de résistance, élastique et plastique linéaire ; là où le critère en section permet, toujours, trois niveaux de résistance : élastique, plastique linéaire et plastique non-linéaire. Les critères de vérification en instabilité pour les éléments comprimés fléchis reposent sur un facteur d'interaction. Deux méthodes sont différenciées, dans la norme NF EN 1993-1-1, pour le calcul de ce coefficient : la Méthode 1 (Annexe A) et la Méthode 2 (Annexe B).

La Méthode 2 se veut être une méthode adaptée au cas courant, à savoir les structures avec des sections de type IPE ou rectangulaires creuses, et propose des formulations simples du coefficient d'équivalence, intervenant dans le coefficient d'interaction. Les différentes études comparatives menées avec cette méthode 2 conduisent à dire qu'elle n'est pas adaptée aux structures à section tubulaire.

La Méthode 1 propose, quant à elle, des formulations de coefficient d'équivalence basées sur les principes fondamentaux de résistance des matériaux. Elle présente donc l'avantage de pouvoir couvrir l'ensemble des cas envisageables. L'étude comparative, réalisée avec ces expressions du coefficient d'équivalence, a permis de mettre en avant la fiabilité de l'évaluation qui est faite des effets du second ordre. Néanmoins, il est essentiel de rappeler les quelques réserves émises concernant ce principe d'équivalence :

- (i) pour les faibles  $\alpha_{cr}$ , les résultats divergent, plus ou moins selon les exemples, de l'analyse au second ordre
- (ii) pour la barre bi-articulée, dont l'allure des moments est très éloignée de l'allure sinusoïdale, le principe d'équivalence des moments est erroné
- (iii) avec le principe d'équivalence des moments, il est impossible de prédire l'influence que peut avoir une structure complète sur l'amplification des moments d'une de ses barres.

La formulation actuelle du critère en instabilité ne permet pas de séparer l'effet de chaque sollicitation. Le coefficient  $\mu$ , intervenant dans le coefficient d'interaction  $k_{yy}$ , doit permettre de corriger la part supplémentaire de compression provenant de l'utilisation du coefficient de réduction au flambement  $\chi$ . Ainsi, la part induite par le moment fléchissant n'est plus la part réellement présente dans la structure.

Les études comparatives, menées tout au long de ce chapitre V ont mis en évidence que :

- (i) les critères en instabilité ne permettent pas d'exploiter la totalité des capacités de résistance des sections transversales ;
- (ii) la part de compression de ces critères est surévaluée, à cause de l'utilisation du coefficient de flambement  $\chi$ , valable uniquement à la ruine de la structure ;
- (iii) les critères en instabilité des éléments comprimés fléchis ne permettent pas de dissocier la part induite par chaque type sollicitation ;
- (iv) le principe d'équivalence, intervenant dans la formulation des critères en instabilité, ne permet pas une bonne estimation du moment au second ordre pour des valeurs de  $\alpha_{cr}$  faibles ;
- (vii) le principe d'équivalence des moments ne permet également pas de prédire l'influence que peut avoir une structure complète sur l'amplification des moments d'une de ses barres.

Le chapitre VI a donc été consacré au développement de nouvelles formulations de critères de vérification en instabilité palliant l'ensemble de ces problématiques. Ainsi, trois nouveaux coefficients de flambement ont été définis permettant de tenir compte du niveau de compression et du niveau de critère souhaité de la manière la plus précise qui soit.

Par la suite, trois nouveaux critères de vérification, nécessitant une analyse au second ordre des sollicitations, ont été définis. Ils permettent de prendre compte chaque sollicitation de manière la plus précise possible, et, de découpler l'effet de chacune de ces sollicitations. Il est important de noter que les moyens de calculs actuels permettent aisément de mener l'analyse au second ordre. Toutefois, dans l'optique où seule une analyse au premier ordre est réalisée, trois critères de vérification, ne nécessitant qu'une analyse au premier ordre, ont été établis en utilisant le principe d'équivalence et les formulations de coefficient d'équivalence proposées dans la Méthode 1 (Annexe A). Dans un souci de sécurité, l'utilisation de ces critères, avec analyse au premier ordre, a été restreinte aux cas où le principe d'équivalence a démontré sa fiabilité. Par conséquent, le calcul a été exclu aux cas suivants :

- pour les cas de charges engendrant des faibles valeurs de  $\alpha_{cr}$  ;
- pour les éléments de type barre bi-encastree ;
- pour les structures de type tour autostable.

Des procédures de dimensionnement ont également été établies de manière à assurer une meilleure lisibilité de ces nouveaux critères. Pour accompagner ces procédures, une série d'exemples types est proposée pour illustrer l'ensemble des nouvelles notions apportées dans ce nouveau principe de dimensionnement des éléments comprimés fléchis.

Les résultats provenant des études comparatives, menées avec ces nouveaux critères, mettent en évidence leur fiabilité. De toute évidence, il est possible d'affirmer que ces nouveaux critères permettent de s'affranchir de la modélisation des imperfections initiales tout en offrant une estimation sûre et précise du facteur de sollicitation d'une structure.

Afin de poursuivre les investigations en vue d'adapter ces critères aux structures de type échafaudage, il pourrait être intéressant de développer des nouvelles formulations de coefficient d'équivalence  $C_m$  permettant de couvrir les cas non couverts actuellement par la Méthode 1, et notamment, pour le cas des structures de type tour autostable. L'étape suivante de travail consiste également à rédiger une nouvelle proposition pour la norme relative au dimensionnement des structures d'échafaudage incluant ces nouveaux critères, s'affranchissant des imperfections initiales dans l'analyse globale de la structure.

## VIII. Références

- [AISC 2010] American Institute of Steel Construction (AISC) (2010). *ANSI/AISC 360-16: Specification for Structural Steel Buildings*, Chicago.
- [ARISTIZABAL-OCHOA 2012] ARISTIZABAL-OCHOA J.D. (2012). Stability and second-order non-linear analysis of 2D multi-column systems with semi rigid connections: Effects of initial imperfections. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47, 537-560.
- [ARISTIZABAL-OCHOA 2013] ARISTIZABAL-OCHOA J.D. (2013). Stability of multi-column systems with initial imperfections and non-linear connections. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 57, 75-89.
- [AUSTIN 1981] AUSTIN W. J. (1981). Strength and design of steel beam-columns. *Proceedings of ASCE, Journal of the Structural Division*, 84, N°ST4.
- [AYRTON 1886] AYRTON W. E., PERRY J. (1886). On struts. *The Engineer*, 62.
- [BEER et SCHULZ 1970] BEER H., SCHULZ G. (1970). Bases théoriques des courbes européennes de flambement. *Construction métallique*, 3, 37-57.
- [BEER et SCHULZ 1972] BEER H., SCHULZ G. (1972). The European column curves. *Proceedings of the International Colloquium on Column Strength*, 23-24 November, Paris.
- [BIRCH et al. 1971] BIRCH N., BIRCH J.G., WALKER M.B.A. (1971). Effects of site factors on the load capabilities of adjustable steel props. *Construction Industry Research and Information Association, CIRIA report*, 27, London.
- [BIRCH et al. 1977] BIRCH N., WALKER M.B.A., LEE C.T. (1977). Safe working loads for adjustable steel props, the influence of prop conditions and site workmanship. *Construction Industry Research and Information Association, CIRIA technical note*, 79, London.
- [BOISSONNADE et al. 2000] BOISSONNADE N., JASPART J.P., MUZEAU J.P., VILLETTE M. (2000). A proposal for beam-column interaction formulae. *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures, CIMS'2000*, Imperial College Press, London, 17-30.
- [BOISSONNADE et al. 2002] BOISSONNADE N., JASPART J.P., MUZEAU J.P., VILLETTE M. (2002). Improvement of the interaction formulae for beam columns in Eurocode 3. *Computers and Structures*, 80, 2375-2385.
- [BOISSONNADE et al. 2004] BOISSONNADE N., JASPART J.P., MUZEAU J.P., VILLETTE M. (2004). New interaction formulae for beam-columns in Eurocode 3: the French-Belgian approach. *Journal of Constructional Steel Research*, 60, 421-431.
- [CAMPUS et MASSONNET 1955] CAMPUS F., MASSONNET C. (1955). Recherches sur le flambement de colonnes en acier A37, à profil en double té, sollicitées obliquement. *Bulletin du CERES*, 7, Liège.
- [CEN 2004a] Comité Européen de Normalisation (CEN) (2004). *NF EN 12810-2 Échafaudages de façade à composants préfabriqués. Partie 2 : Méthodes particulières de calcul des structures*. Bruxelles, Belgique.
- [CEN 2004b] Comité Européen de Normalisation (CEN) (2004). *NF EN 12811-1 Équipements temporaires de chantiers. Partie 1 : Échafaudages – Exigences de performance et étude, en général*. Bruxelles, Belgique.

- [CEN 2005]** Comité Européen de Normalisation (CEN) (2005). *NF EN 1993-1-1 Eurocode 3 : Calcul des structures en acier. Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments*. Bruxelles, Belgique.
- [CEN 2007]** Comité Européen de Normalisation (CEN) (2007). *NF EN 1999-1-1 Eurocode 9 : Calcul des structures en aluminium. Partie 1-1 : Règles générales*. Bruxelles, Belgique.
- [CECM 1977a]** Convention Européenne de la Construction Métallique (CECM) (1977). *Manual on the stability of steel structures*. Introductory Report, Second International Colloquium on Stability, 13-15 April, Liège.
- [CECM 1977b]** Convention Européenne de la Construction Métallique (CECM) (1977). *European Recommendations for steel construction*. ECCS-EG 77-1E, September.
- [CHANDRANGSU et RASMUSSEN 2009]** CHANDRANGSU T., RASMUSSEN K.J.R. (2009). *Structural Modelling of Support Scaffold Systems*. Research Report N R896, University of Sydney.
- [CHANDRANGSU et RASMUSSEN 2011a]** CHANDRANGSU T., RASMUSSEN K.J.R. (2011). Investigation of geometric imperfections and joint stiffness of support scaffold systems. *Journal of Constructional Steel Research*, 67, 576-584.
- [CHANDRANGSU et RASMUSSEN 2011b]** CHANDRANGSU T., RASMUSSEN K.J.R. (2011). Structural Modelling of Support Scaffold Systems. *Journal of Constructional Steel Research*, 67, 866-875.
- [CHANDRANGSU et RASMUSSEN 2011c]** CHANDRANGSU T., RASMUSSEN K.J.R. (2011). Structural Modelling of Support Scaffold Systems. *Research report n° R896*, Centre for Advanced Structural Engineering, School of Civil Engineering, University of Sydney.
- [CHEN et SHEN 2015]** CHEN S., SHEN H. (2015). Improved accuracy for the  $C_m$  factor of steel beam-columns. *Engineering Structures*, 103, 28-36.
- [CHEN et ATSUTA 1977a]** CHEN W.F., ATSUTA T. (1977). *Theory of beam-columns – vol. 1: in-plane behavior and design*. McGraw-Hill, New York.
- [CHEN et ATSUTA 1977b]** CHEN W.F., ATSUTA T. (1977). *Theory of beam-columns – vol. 2: space behavior and design*. McGraw-Hill, New York.
- [CONSIDERE 1889]** CONSIDERE A. (1889). *Résistance des pièces comprimées*. Congrès international de procédés de construction, Paris.
- [DUTHEIL 1947]** DUTHEIL J. (1947). *Le flambement des éléments comprimés dans les ossatures en acier*. Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Circulaire série I, n. 35, Paris.
- [DUTHEIL 1952]** DUTHEIL J. (1952). Théorie de l'instabilité par divergence d'équilibre. In : Association Internationale des Ponts et Charpentes, *Quatrième congrès*, Publication préliminaire, Cambridge et Londres.
- [DWIGHT 1972]** DWIGHT J.B. (1972). *Use of Perry formula to represent the new European strut curves*. Report CUED/C-struct/TR.30, Cambridge University, Engineering department.
- [ECCS TC8 2001a]** European Convention for Constructional Steelwork Technical Committee 8 (ECCS TC8) (2001). *Background information on the beam-column interaction formulae at level 1*, March 30.
- [ECCS TC8 2001b]** European Convention for Constructional Steelwork Technical Committee 8 (ECCS TC8) (2001). *Proposal of level 1 formulae for prEN 1993-1-1*, March 30.

- [ECCS TC8 2006a]** European Convention for Constructional Steelwork Technical Committee 8 (ECCS TC8) (2006). *Physical background to beam-column formulae in EC3, 8*, April 25.
- [ECCS TC8 2006b]** European Convention for Constructional Steelwork Technical Committee 8 (ECCS TC8) (2006). *Rules for member stability in EN 1993-1-1: Background documentation and design guidelines*, 119.
- [ENGESSER 1889]** ENGESSER F. (1889). *Über die Knickfestigkeit gerader Stäbe*, Zeitschrift des Architekten und Ingenieur-Vereins, 35, 335-340, Hannover.
- [EULER 1759]** EULER L. (1759). *Sur la force portante des colonnes*. Mémoires de l'Académie de Berlin, 13.
- [FU 1993]** FU W.Y. (1993). Bamboo scaffolding in Hong Kong. *Structural Engineering*, 71(11), 202-204.
- [GODFREY 1962]** GODFREY G.B. (1962). The allowable stresses in axially loaded steel struts. *The Structural Engineer*, 40(3).
- [GODLEY et BEALE 1997]** GODLEY M.H.R., BEALE R.G. (1997). Sway stiffness of scaffold structures. *Structural Engineer*, 75(1), 4-12.
- [GONCALVES et CAMOTIM 2005]** GONCALVES R., CAMOTIM D. (2005). On the incorporation of equivalent member imperfections in the in-plane design of steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 61, 1226-1240.
- [GREINER et LINDNER 2006]** GREINER R., LINDNER J. (2006). Interaction formulae for members subjected to bending and axial compression in Eurocode 3 – the Method 2 approach. *Journal of Constructional Steel Research*, 62, 757-770.
- [HSE 2001]** PALLET P.F., BURROW M.P.N. CLARK L.A., WARD R.T. (2001). Investigation into aspects of falsework. *Health and Safety Executive Books, Contract Research Report 394/2001*.
- [JACQUET 1970]** JACQUET J. (1970). Essais de flambement et exploitation statistique. *Construction métallique*, 3, 13-36.
- [JASINSKI 1894]** JASINSKI F. (1894). *Recherches sur la flexion des pièces comprimées*. Annales des Ponts et Chaussées, 7<sup>ème</sup> série, 8.
- [JASPART et al. 1993]** JASPART J.P., BRIQUET C., MAQUOI R. (1993). Comparative study of beam-column interaction formulae. *Proceedings of the 1993 SSRC Annual Technical Session & Meeting*, Milwaukee, 369-380.
- [KARMAN 1910]** Von KARMAN T. (1910). *Forschungsarbeiten*, 81, Berlin.
- [KHAMISI 2016]** KHAMISI A. (2016). *Stability of tubular steel structures: buckling and lateral torsional buckling*. Doctoral thesis, Civil Engineering, Nancy: University of Lorraine.
- [LESCOUARC'H 1983]** LESCOUARC'H Y. (1983). *Calcul en plasticité des structures*. CTICM
- [LUGT et al. 2006]** Van der LUGT P., Van der DOBBELSTEEN A.A.J.F., JANSSEN J.J.A. (2006). An environmental, economic and practical assessment of bamboo as a building material for supporting structures. *Construction and Building Materials*, 20(9), 648-656.
- [MAQUOI et RONDAL 1978]** MAQUOI R., RONDAL J. (1978). Mise en équation des nouvelles courbes européennes de flambement. *Construction métallique*, 1, 17-30.

- [MAQUOI et RONDAL 1982]** MAQUOI R., RONDAL J. (1982). Sur la force portante des poutres colonnes. *Annales des travaux publics de Belgique*, 5, 413-442.
- [MAQUOI et al. 2001]** MAQUOI R., BOISSONNADE N., MUZEAU J.P., JASPART J.P., VILLETTE M. (2001). The interaction formulae for beam-columns: a new step of a yet long story. *Proceedings of the 2001 SSRC Annual Technical Session & Meetings*, 63-88.
- [MASSONNET 1976]** MASSONNET C. (1976). Forty years of research on beam-columns in steel. *Solid Mechanics Archives*, 1(1).
- [MILOJKOVIC 1999]** MILOJKOVIC B. (1999). *Factors of safety for standard scaffold structures*. Doctoral thesis, Oxford Brookes University, United Kingdom.
- [MILOJKOVIC et al. 2002]** MILOJKOVIC B., BEALE R.G., GODLEY M.H.R. (2002). Determination of the factors of safety of standard scaffold structures. *Proceedings of the Second International Conference on Advances in Steel Structures*, Hong Kong, 303-310.
- [MUSSCHENBRÖEK 1729]** Van MUSSCHENBRÖEK P. (1729). *Introductio ad coherentiam corporum firmorum*. Phisicae Experimentales et Geometricae Dissertationes, Lugdunum Batavorum, Leyden
- [PENG et al. 1996a]** PENG J.L., PAN A.D., ROSOWSKY D.V., CHEN W.F., YEN T., CHAN S.L. (1996). High clearance scaffold systems during construction – I. Structural modelling and modes of failure. *Engineering Structures*, 18(3), 247-257.
- [PENG et al. 1996b]** PENG J.L., PAN A.D., ROSOWSKY D.V., CHEN W.F., YEN T., CHAN S.L. (1996). High clearance scaffold systems during construction – II. Structural analysis and development of design guidelines. *Engineering Structures*, 18(3), 258-267.
- [PENG et al. 1998]** PENG J.L., PAN A.D.E., CHAN S.L. (1998). Simplified models for analysis and design of modular falsework. *Journal of Constructional Steel Research*, 48, 189-209
- [PENG et al. 2013]** PENG J.L., WU C.W., CHAN S.L., HUANG C.H. (2013). Experimental and numerical studies of practical system scaffolds. *Journal of Constructional Steel Research*, 91, 64-75.
- [PENG et al. 2017]** PENG J.L., HO C.M., CHAN S.L., CHEN W.F. (2017). Stability study on structural systems assembled by system scaffolds. *Journal of Constructional Steel Research*, 137, 135-151.
- [PRABHAKARAN et al. 2006]** PRABHAKARAN U., GODLEY M.H.R., BEALE R.G. (2006). Three-dimensional second order analysis of scaffold with semi-rigid connections. *Proceeding of the 11<sup>th</sup> International Conference on Tubular Structure*, Canada, 203-210.
- [RAMANATHAN 2008]** RAMANATHAN M. (2008). Hong-Kong: bastion of bamboo scaffolding. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Civil Engineering*, 161(4), 177-183.
- [ROBERTSON 1925]** ROBERTSON A. (1925). *The strength of struts*. Selected Engineering Paper, 28, Institut of Civil Engineering, London.
- [SFINTESCO 1970]** SFINTESCO D. (1970). Fondement expérimental des courbes européennes de flambement. *Construction métallique*, 3, 5-12
- [SHANLEY 1947]** SHANLEY F.R. (1947). Inelastic column theory. *Journal of Aeronautical Science*, 14(5).

- [SMITH 1878]** SMITH R.H. (1878). *The strength of struts*. Proceedings Edinburgh and Leith Engineering Society, 4.
- [Strand 7 2009]** Strand7 (2009). *Strand7 release 2.4 manual*. Strand7 Pty Ltd
- [VILLETTE 1999a]** VILLETTE M. (1999). *Proposition de révision de l'Eurocode 3 – Version 2.5*, Document non publié, 22 mars 1999
- [VILLETTE 1999b]** VILLETTE M. (1999). *Examen de la critique par R. Greiner et J. Lindner de la formule d'interaction franco-belge proposée à Graz le 5 décembre 1998 et autres réflexions*, Document non publié, 25 juin 1999.
- [VILLETTE 2004]** VILLETTE M. (2004). *Analyse critique du traitement de la barre comprimée et fléchie et propositions de nouvelles formulations*. Mémoires de thèse de doctorat.
- [WEESNER et JONES 2001]** WEESNER L.B., JONES H.L. (2001). Experimental and analytical capacity of frame scaffolding. *Engineering Structures*, 23, 592-599.
- [YOUNG 1971]** YOUNG B. W. (1971). *Axially loaded steel columns*. Technical report CUED/C-STRUCT/TR 11, Cambridge University.
- [YOUNG 1807]** YOUNG T. (1807). *A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts*. J. Johnson, London.

## IX. Annexes

### IX.1. Exemples numériques pour l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales

Cette annexe est consacrée à l'application numérique pour les différentes structures étudiées à travers l'étude comparative.

#### IX.1.1. Portique bi-encasté 4 m x 4 m – Section circulaire creuse 60 x 6 mm

Le portique bi-encasté 4 m x 4 m (Fig. IX.1), réalisé à partir de sections circulaires creuses 60 mm x 6 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

Seul l'exemple numérique pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  (soit  $N = 24,248$  kN) est présenté dans cette annexe. Les résultats obtenus pour les trois cas de charges sont répertoriés dans le paragraphe III.5.2.2.

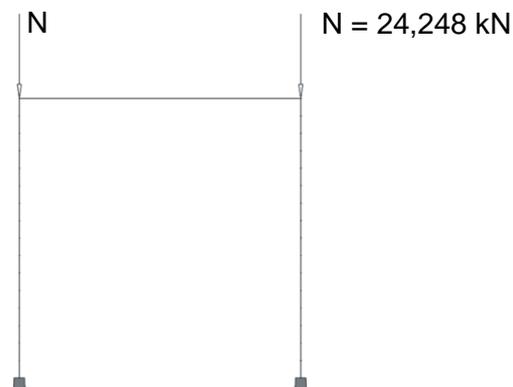


Fig. IX.1. Portique bi-encasté 4 m x 4 m

- (a) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées dans le modèle de calcul à partir de la détermination de la position réelle des nœuds

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 24,248 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 4 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{d'où : } \phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 1 \times 0,866 = 0,0043 \text{ rad}$$

Définition de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

Représentation des imperfections globale et locales d'un montant :

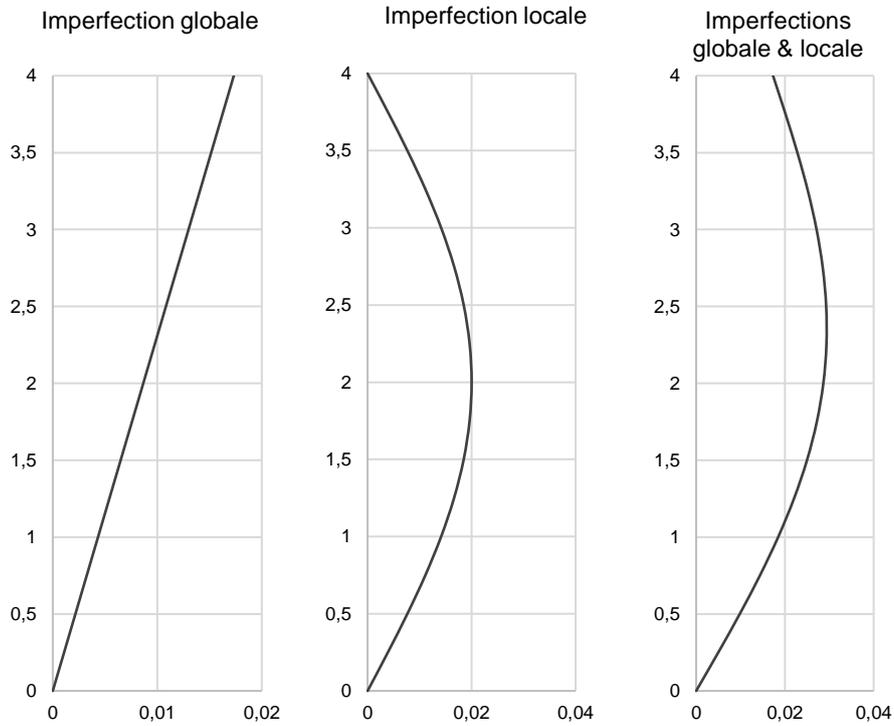


Fig. IX.2. Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant du portique bi-encasté 4 m x 4 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (a) :

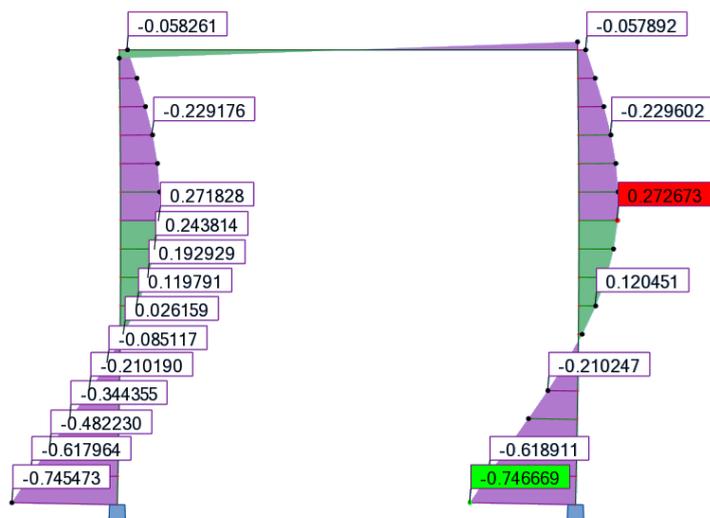


Fig. IX.3. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a)

Le moment maximal obtenu est de **0,747 kN.m** pour une hauteur **Z = 0 m**.

(b) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées en utilisant les systèmes de charges équivalentes

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 24,248 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 4 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 1 \times 0,866 = 0,0043 \text{ rad}$$

$$N_{Ed} = 24,248 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot N_{Ed} = 0,104 \text{ kN}$$

Définition de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

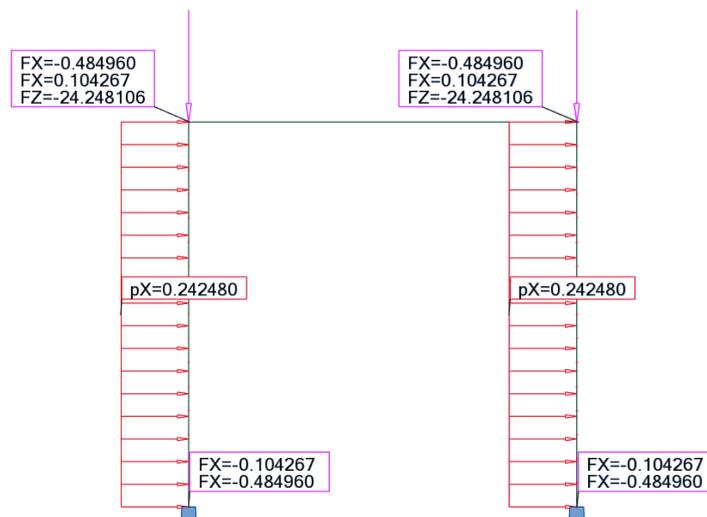
$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

$$N_{Ed} = 24,248 \text{ kN}$$

$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \times 24,248 \times 0,020}{4^2} = 0,242 \text{ kN/m}$$

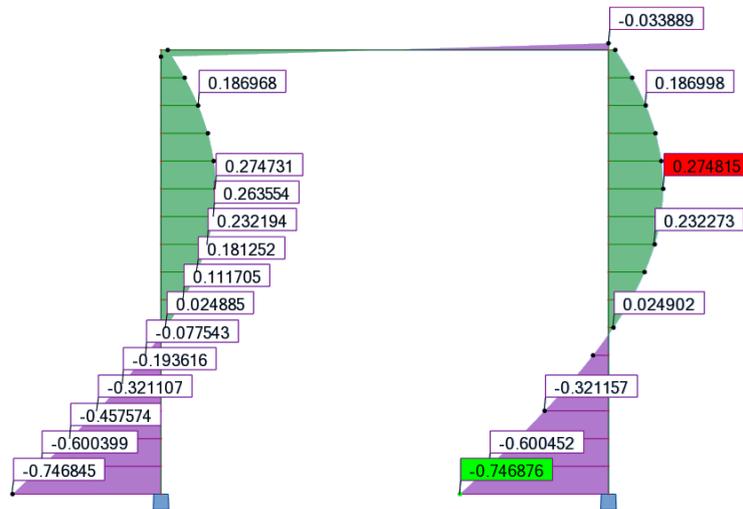
$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \times 24,248 \times 0,020}{4} = 0,485 \text{ kN}$$

Modélisation des imperfections, globale et locales, de la structure dans le modèle :



**Fig. IX.4.** Système de charges équivalentes pour le portique bi-encasté 4 m x 4 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (b) :



**Fig. IX.5.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b)

Le moment maximal obtenu est de **0,747 kN.m** pour une hauteur **Z = 0 m**.

(c) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir de la courbure

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

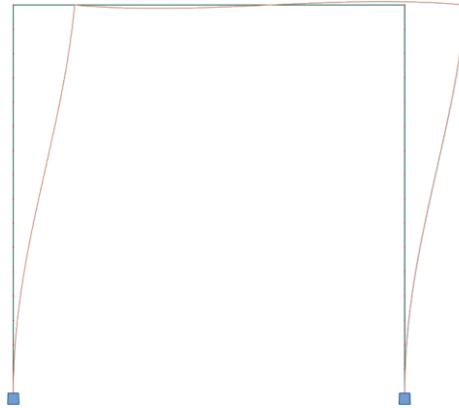


Fig. IX.6. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m

→ Vecteurs propres

Tableau IX.1. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,000000000
2	0	0,25	0,007523065	0,060039901
3	0	0,50	0,029875958	0,118353549
4	0	0,75	0,066415994	0,173264325
5	0	1	0,116092584	0,223193449
6	0	1,25	0,177477438	0,266705371
7	0	1,50	0,248805634	0,302549045
8	0	1,75	0,328026362	0,329693896
9	0	2	0,412861882	0,347359453
10	0	2,25	0,500873020	0,355037792
11	0	2,50	0,589529295	0,352508147
12	0	2,75	0,676281678	0,339843262
13	0	3	0,758635886	0,317407293
14	0	3,25	0,834224094	0,285845325
15	0	3,50	0,900873012	0,246064816
16	0	3,75	0,956666368	0,199209502
17	0	4	1,000000000	0,146626535
18	4	0	0,000000000	0,000000000
19	4	0,25	0,007523066	0,060039912
20	4	0,50	0,029875963	0,118353568
21	4	0,75	0,066416005	0,173264346
22	4	1	0,116092599	0,223193464
23	4	1,25	0,177477455	0,266705375
24	4	1,50	0,248805651	0,302549034
25	4	1,75	0,328026373	0,329693870
26	4	2	0,412861886	0,347359420
27	4	2,25	0,500873017	0,355037767
28	4	2,50	0,589529288	0,352508145
29	4	2,75	0,676281674	0,339843288
30	4	3	0,758635891	0,317407333
31	4	3,25	0,834224108	0,285845354
32	4	3,50	0,900873029	0,246064811
33	4	3,75	0,956666380	0,199209464
34	4	4	1,000000000	0,146626487

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 4,626 \text{ m}$

Charge critique :  $N_{cr,m} = 36,372 \text{ kN}$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,179 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{36,372 \cdot 10^3}} = 2,993$$

Équation de la déformée critique :

À partir des coordonnées UX de la déformée critique, il est possible d'établir une équation de celle-ci.

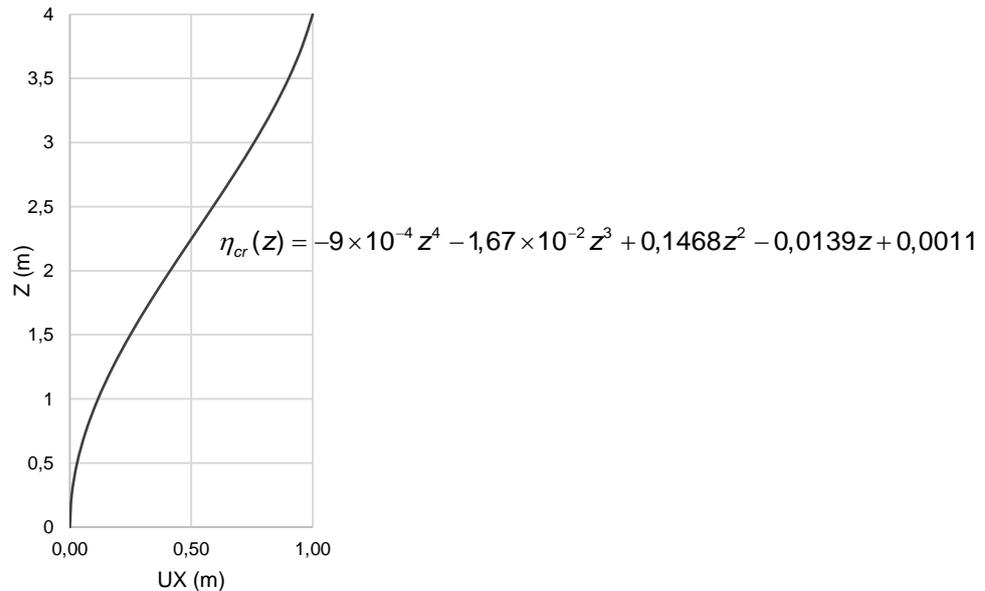


Fig. IX.7. Mise en équation de la déformée critique du 1er mode de flambement d'un montant

Courbure dans la section critique de la structure :

Équation de la courbure :

$$\eta_{cr}''(z) = -12 \times 9 \times 10^{-4} \times z^2 - 6 \times 1,67 \times 10^{-2} \times z + 2 \times 0,1468$$

Section critique :  $Z = 0 \text{ m}$

Courbure dans la section critique :

$$|\eta_{cr}''|_{\max} = \eta_{cr}''(0) = -12 \times 9 \times 10^{-4} \times 0^2 - 6 \times 1,67 \times 10^{-2} \times 0 + 2 \times 0,1468 = 0,294 \text{ m}^{-1}$$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (2,993 - 0,2) \times \frac{12,520 \times 10^{-6}}{10,179 \times 10^{-4}} = 0,0168 \text{ m}$$

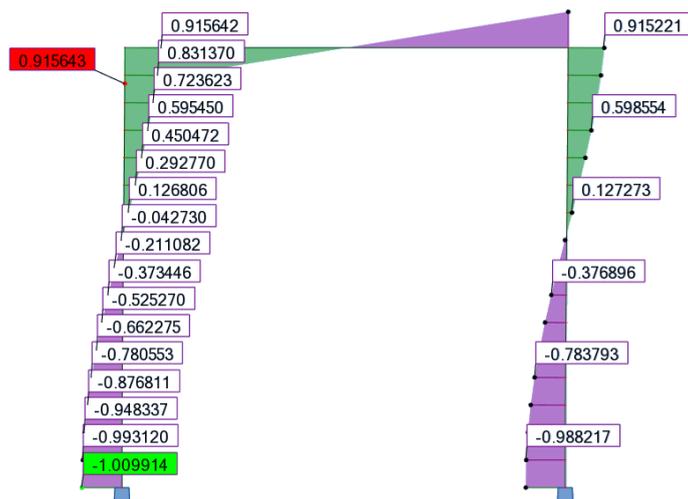
$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{E I_m |\eta_{cr}''|_{\max}} = 0,0168 \times \frac{36,372 \times 10^3}{210 \times 10^9 \times 37,560 \times 10^{-8} \times 0,294} = 0,0264$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c) :

**Tableau IX.2.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,000198857	0,25
3	0	0,50	0,000789711	0,50
4	0	0,75	0,001755573	0,75
5	0	1	0,003068674	1
6	0	1,25	0,004691259	1,25
7	0	1,50	0,006576677	1,50
8	0	1,75	0,008670718	1,75
9	0	2	0,010913174	2
10	0	2,25	0,013239572	2,25
11	0	2,50	0,015583022	2,50
12	0	2,75	0,017876147	2,75
13	0	3	0,020053015	3
14	0	3,25	0,022051038	3,25
15	0	3,50	0,023812768	3,50
16	0	3,75	0,025287553	3,75
17	0	4	0,026432991	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,000198857	0,25
20	4	0,50	4,000789711	0,50
21	4	0,75	4,001755574	0,75
22	4	1	4,003068675	1
23	4	1,25	4,004691260	1,25
24	4	1,50	4,006576677	1,50
25	4	1,75	4,008670718	1,75
26	4	2	4,010913174	2
27	4	2,25	4,013239572	2,25
28	4	2,50	4,015583022	2,50
29	4	2,75	4,017876147	2,75
30	4	3	4,020053015	3
31	4	3,25	4,022051038	3,25
32	4	3,50	4,023812768	3,50
33	4	3,75	4,025287554	3,75
34	4	4	4,026432991	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (c) :



**Fig. IX.8.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c)

Le moment maximal obtenu est de **1,010 kN.m** pour une hauteur **Z = 0 m**.

(d) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir des moments

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

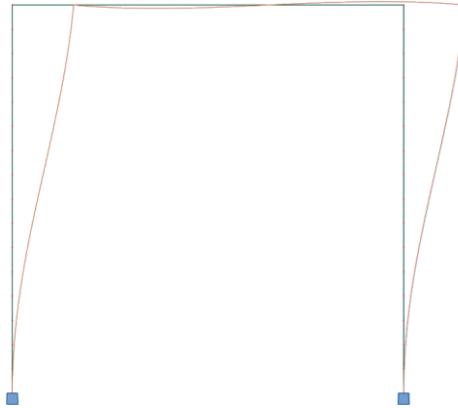


Fig. IX.9. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m

→ Vecteurs propres

Tableau IX.3. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,000000000
2	0	0,25	0,007523065	0,060039901
3	0	0,50	0,029875958	0,118353549
4	0	0,75	0,066415994	0,173264325
5	0	1	0,116092584	0,223193449
6	0	1,25	0,177477438	0,266705371
7	0	1,50	0,248805634	0,302549045
8	0	1,75	0,328026362	0,329693896
9	0	2	0,412861882	0,347359453
10	0	2,25	0,500873020	0,355037792
11	0	2,50	0,589529295	0,352508147
12	0	2,75	0,676281678	0,339843262
13	0	3	0,758635886	0,317407293
14	0	3,25	0,834224094	0,285845325
15	0	3,50	0,900873012	0,246064816
16	0	3,75	0,956666368	0,199209502
17	0	4	1,000000000	0,146626535
18	4	0	0,000000000	0,000000000
19	4	0,25	0,007523066	0,060039912
20	4	0,50	0,029875963	0,118353568
21	4	0,75	0,066416005	0,173264346
22	4	1	0,116092599	0,223193464
23	4	1,25	0,177477455	0,266705375
24	4	1,50	0,248805651	0,302549034
25	4	1,75	0,328026373	0,329693870
26	4	2	0,412861886	0,347359420
27	4	2,25	0,500873017	0,355037767
28	4	2,50	0,589529288	0,352508145
29	4	2,75	0,676281674	0,339843288
30	4	3	0,758635891	0,317407333
31	4	3,25	0,834224108	0,285845354
32	4	3,50	0,900873029	0,246064811
33	4	3,75	0,956666380	0,199209464
34	4	4	1,000000000	0,146626487

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 4,626 \text{ m}$

Charge critique :  $N_{cr,m} = 36,372 \text{ kN}$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,179 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{36,372 \cdot 10^3}} = 2,993$$

Moment fléchissant induit par la déformée critique

Lorsque l'on modélise la structure avec la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement, le moment maximal est obtenu pour  $Z = 0 \text{ m}$  et vaut :  $M''_{\eta_{cr,max}} = 38,711 \text{ kN.m}$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (2,993 - 0,2) \times \frac{12,520 \times 10^{-6}}{10,179 \times 10^{-4}} = 0,0168 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta''_{cr}|_{max}} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{M''_{\eta_{cr,max}} \cdot (\alpha_{cr} - 1)} = 0,0168 \times \frac{24,248 \times 10^3}{38,711 \times 10^3 \times (1,5 - 1)} = 0,0316$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d) :

**Tableau IX.4.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,000237922	0,25
3	0	0,50	0,000944846	0,50
4	0	0,75	0,002100447	0,75
5	0	1	0,003671501	1
6	0	1,25	0,005612835	1,25
7	0	1,50	0,007868634	1,50
8	0	1,75	0,010374039	1,75
9	0	2	0,013057016	2
10	0	2,25	0,015840423	2,25
11	0	2,50	0,018644233	2,50
12	0	2,75	0,021387832	2,75
13	0	3	0,023992335	3
14	0	3,25	0,026382860	3,25
15	0	3,50	0,028490673	3,50
16	0	3,75	0,030255173	3,75
17	0	4	0,031625626	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,000237922	0,25
20	4	0,50	4,000944846	0,50
21	4	0,75	4,002100448	0,75
22	4	1	4,003671501	1
23	4	1,25	4,005612836	1,25
24	4	1,50	4,007868635	1,50
25	4	1,75	4,010374040	1,75
26	4	2	4,013057016	2
27	4	2,25	4,015840423	2,25
28	4	2,50	4,018644233	2,50
29	4	2,75	4,021387832	2,75
30	4	3	4,023992335	3
31	4	3,25	4,026382860	3,25
32	4	3,50	4,028490674	3,50
33	4	3,75	4,030255174	3,75
34	4	4	4,031625626	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (d) :

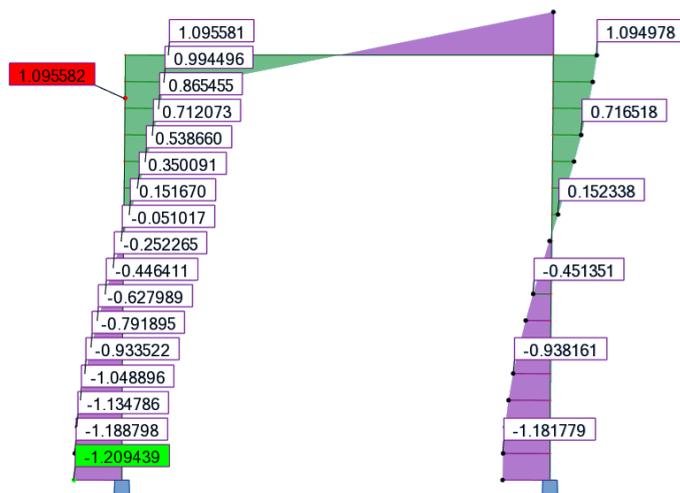


Fig. IX.10. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d)

Le moment maximal obtenu est de **1,209 kN.m** pour une hauteur **Z = 0 m**.

(e) Nouvelle méthode des courbures :

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

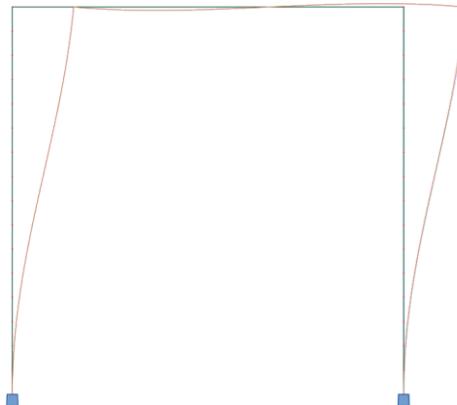


Fig. IX.11. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m

→ Vecteurs propres :

Tableau IX.5. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,000000000
2	0	0,25	0,007523065	0,060039901
3	0	0,50	0,029875958	0,118353549
4	0	0,75	0,066415994	0,173264325
5	0	1	0,116092584	0,223193449
6	0	1,25	0,177477438	0,266705371
7	0	1,50	0,248805634	0,302549045
8	0	1,75	0,328026362	0,329693896
9	0	2	0,412861882	0,347359453
10	0	2,25	0,500873020	0,355037792
11	0	2,50	0,589529295	0,352508147
12	0	2,75	0,676281678	0,339843262
13	0	3	0,758635886	0,317407293
14	0	3,25	0,834224094	0,285845325
15	0	3,50	0,900873012	0,246064816
16	0	3,75	0,956666368	0,199209502
17	0	4	1,000000000	0,146626535
18	4	0	0,000000000	0,000000000
19	4	0,25	0,007523066	0,060039912
20	4	0,50	0,029875963	0,118353568
21	4	0,75	0,066416005	0,173264346
22	4	1	0,116092599	0,223193464
23	4	1,25	0,177477455	0,266705375
24	4	1,50	0,248805651	0,302549034
25	4	1,75	0,328026373	0,329693870
26	4	2	0,412861886	0,347359420
27	4	2,25	0,500873017	0,355037767
28	4	2,50	0,589529288	0,352508145
29	4	2,75	0,676281674	0,339843288
30	4	3	0,758635891	0,317407333
31	4	3,25	0,834224108	0,285845354
32	4	3,50	0,900873029	0,246064811
33	4	3,75	0,956666380	0,199209464
34	4	4	1,000000000	0,146626487

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 4,626 \text{ m}$

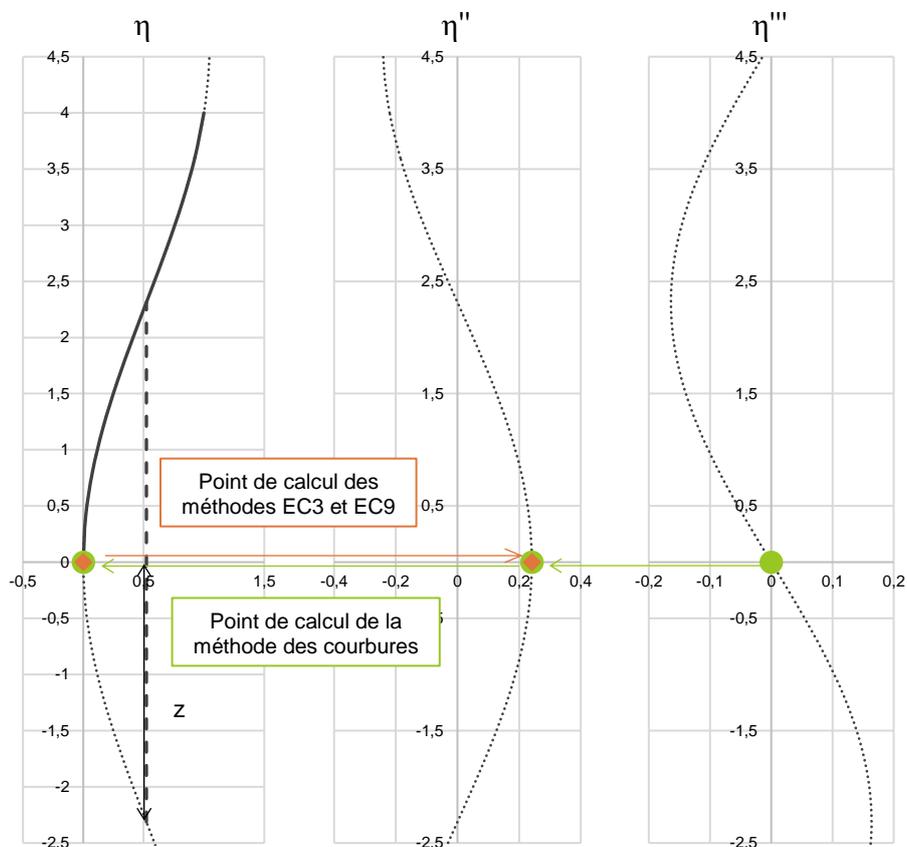
Charge critique :  $N_{cr,m} = 36,372 \text{ kN}$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,179 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{36,372 \cdot 10^3}} = 2,993$$

#### Choix de la section de calcul des imperfections initiales

Le choix de la section de calcul des imperfections initiales est effectué à partir de l'organigramme présenté à la Fig. III.9. Le portique bi-encasté est composé d'un seul type de profilé, à savoir une section circulaire creuse 60 mm x 6 mm. Le choix de la section de calcul des imperfections initiales se résume donc à identifier la section dont le facteur de sollicitation, induit par l'effort normal et la présence des imperfections initiales, est maximal. Au vu de la déformée critique, les sections de calcul envisageables sont situées à  $Z = 0 \text{ m}$  ou  $Z = 4 \text{ m}$ .

→ Barre virtuelle autour de  $Z = 0 \text{ m}$  :



**Fig. IX.12.** Barre virtuelle autour de  $Z = 0 \text{ m}$  du portique bi-encasté  $4 \text{ m} \times 4 \text{ m}$  déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Barre virtuelle autour de Z = 4 m :

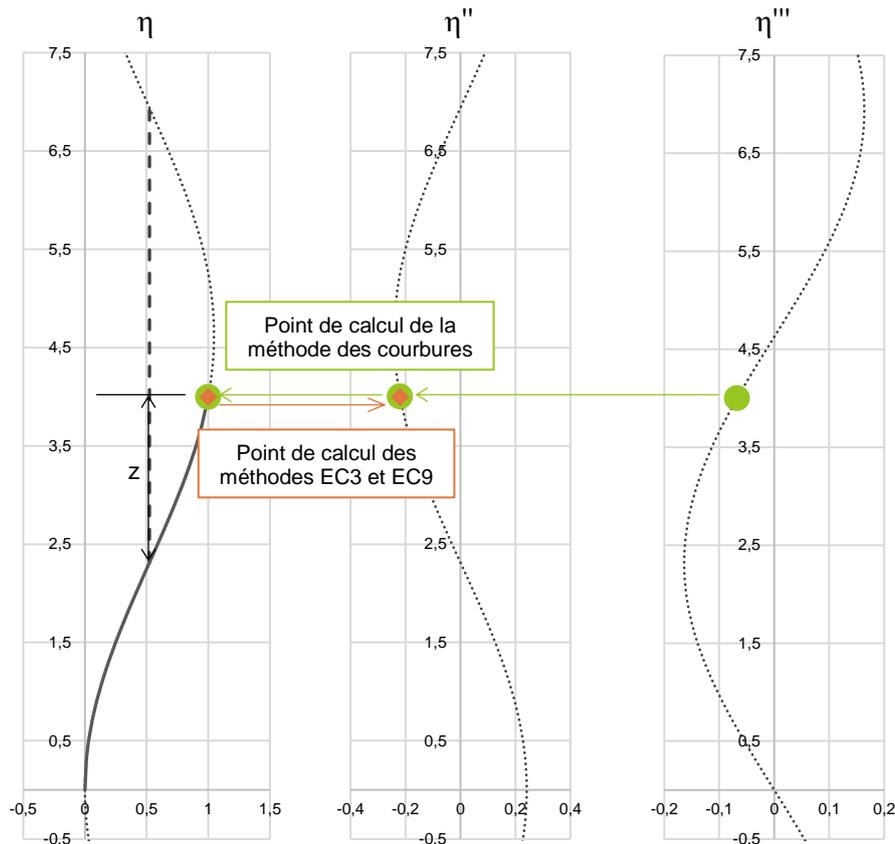


Fig. IX.13. Barre virtuelle autour de Z = 4 m du portique bi-encasté 4 m x 4 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Tableau IX.6. Détermination de la section de calcul des imperfections initiales du portique bi-encasté 4 m x 4 m

		Z = 0 m	Z = 4 m
Section		60 mm x 6 mm	60 mm x 6 mm
N <sub>Ed</sub> (kN)		24,248	24,248
N <sub>cr</sub> (kN)		36,372	36,372
L <sub>cr</sub> (m)		4,626	4,626
$\bar{\lambda}$		2,993	2,993
Abscisses points d'inflexion (m)	1 <sup>er</sup> point	-2,313	2,313
	2 <sup>ème</sup> point	2,313	6,939
Abscisse courbure maximale (m)		0	4,626
z <sub>i</sub> (m)		2,313	1,687
C <sub>nor</sub>		0,0322	0,0322
e <sub>0</sub> (m)		0,017	0,017
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		1,224	1,224
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z_i}{l_f}\right)$		0,380	0,353

Le facteur de sollicitation maximal est obtenu pour la section à  $Z = 0$  m. La section de calcul des imperfections initiales sera donc la section située à  $Z = 0$  m. La valeur de coefficient de normalisation retenue pour la normalisation de la déformée critique de la structure est :  $C_{nor} = 0,0322$ .

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e) :

**Tableau IX.7.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,000241943	0,25
3	0	0,50	0,000960816	0,50
4	0	0,75	0,002135951	0,75
5	0	1	0,003733559	1
6	0	1,25	0,005707707	1,25
7	0	1,50	0,008001636	1,50
8	0	1,75	0,010549389	1,75
9	0	2	0,013277715	2
10	0	2,25	0,016108170	2,25
11	0	2,50	0,018959372	2,50
12	0	2,75	0,021749345	2,75
13	0	3	0,024397871	3
14	0	3,25	0,026828802	3,25
15	0	3,50	0,028972244	3,50
16	0	3,75	0,030766569	3,75
17	0	4	0,032160186	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,000241943	0,25
20	4	0,50	4,000960817	0,50
21	4	0,75	4,002135951	0,75
22	4	1	4,003733560	1
23	4	1,25	4,005707708	1,25
24	4	1,50	4,008001636	1,50
25	4	1,75	4,010549389	1,75
26	4	2	4,013277715	2
27	4	2,25	4,016108170	2,25
28	4	2,50	4,018959372	2,50
29	4	2,75	4,021749345	2,75
30	4	3	4,024397872	3
31	4	3,25	4,026828803	3,25
32	4	3,50	4,028972244	3,50
33	4	3,75	4,030766569	3,75
34	4	4	4,032160186	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (e) :

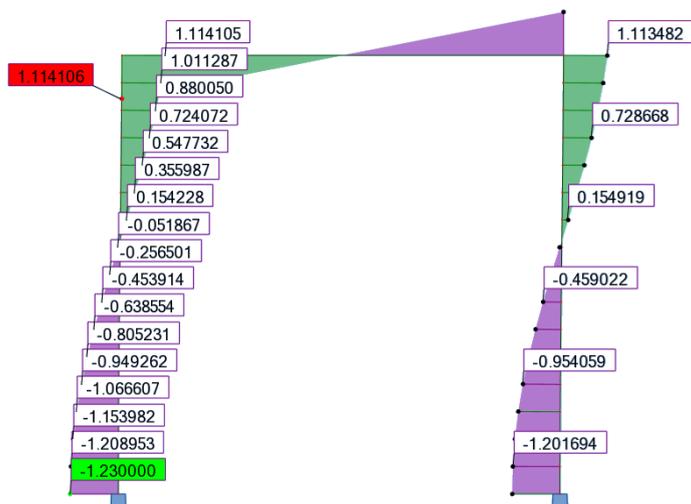


Fig. IX.14. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e)

Le moment maximal obtenu est de **1,230 kN.m** pour une hauteur **Z = 0 m**.

### IX.1.2. Portique bi-articulé 5 m x 5 m – IPE 100

Le portique bi-articulé 5 m x 5 m (Fig. IX.15), réalisé à partir d'IPE 100 en acier S235. Chaque montant de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

Seul l'exemple numérique pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  (soit  $N = 17,434$  kN) est présenté dans cette annexe. Les résultats obtenus, pour les trois cas de charges, sont répertoriés dans le paragraphe III.5.2.3.

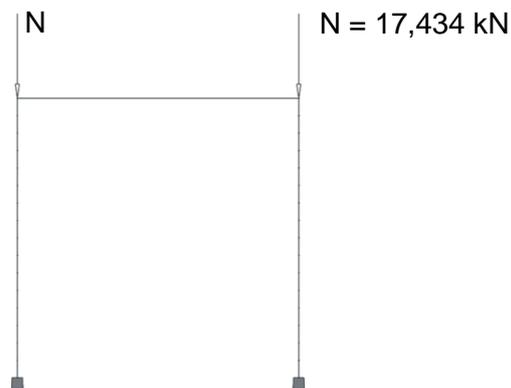


Fig. IX.15. Portique 5 m x 5 m bi-articulé

(a) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées dans le modèle de calcul à partir de la détermination de la position réelle des nœuds

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 17,434 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 5 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0,894$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{d'où : } \phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 0,894 \times 0,866 = 0,0039 \text{ rad}$$

Définition de l'imperfection locale :

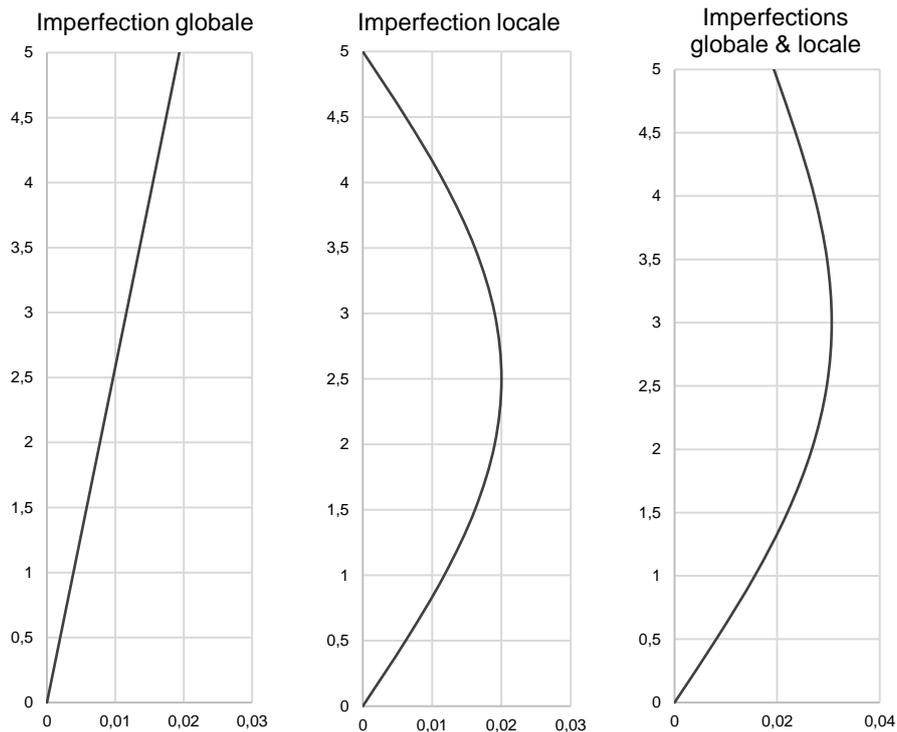
Courbe de flambement : b

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{250}$$

$$L = 5 \text{ m}$$

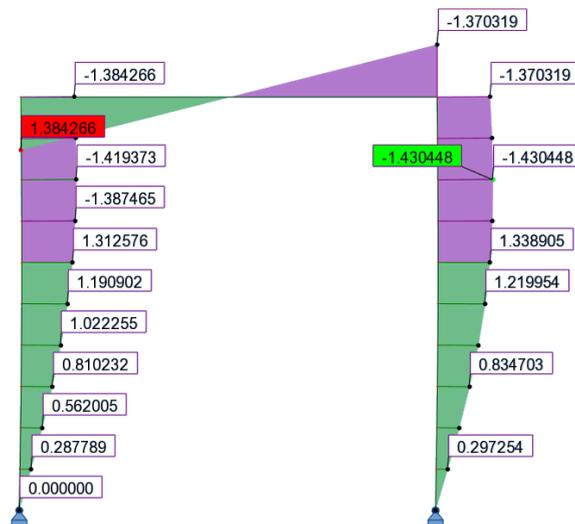
$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant :



**Fig. IX.16.** Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant du portique bi-articulé 5 m x 5 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (a) :



**Fig. IX.17.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a)

Le moment maximal obtenu est de **1,430 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

(b) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées en utilisant les systèmes de charges équivalentes

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 17,434 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 5 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0,894$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 0,894 \times 0,866 = 0,0039 \text{ rad}$$

$$N_{Ed} = 17,434 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot N_{Ed} = 0,068 \text{ kN}$$

Définition de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : b

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{250}$$

$$L = 5 \text{ m}$$

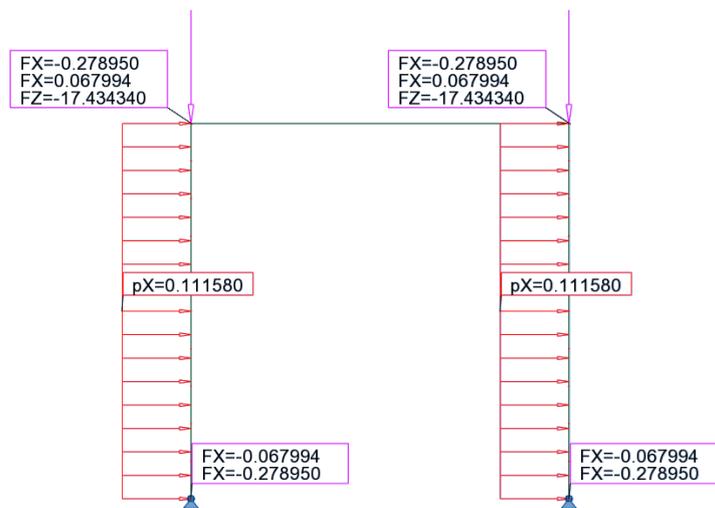
$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

$$N_{Ed} = 17,434 \text{ kN}$$

$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \times 17,434 \times 0,020}{5^2} = 0,112 \text{ kN/m}$$

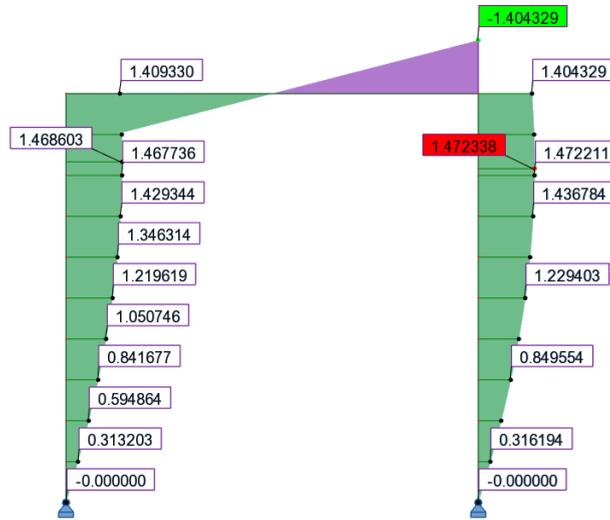
$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \times 17,434 \times 0,020}{5} = 0,279 \text{ kN}$$

Modélisation des imperfections, globale et locales, de la structure dans le modèle :



**Fig. IX.18.** Système de charges équivalentes pour le portique bi-articulé 5 m x 5 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (b) :



**Fig. IX.19.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b)

Le moment maximal obtenu est de **0,747 kN.m** pour une hauteur **Z = 4,10 m**.

(c) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir de la courbure

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

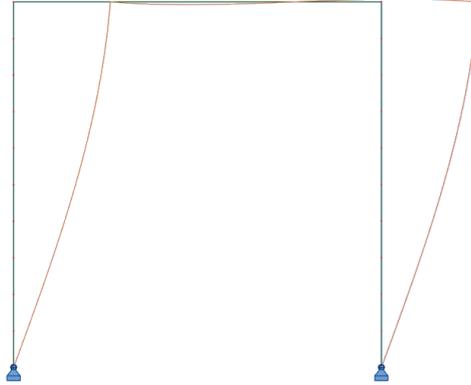


Fig. IX.20. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 11,642$  m

Charge critique :  $N_{cr,m} = 26,152$  kN

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,30 \cdot 10^{-4} \cdot 235 \cdot 10^6}{26,152 \cdot 10^3}} = 3,042$$

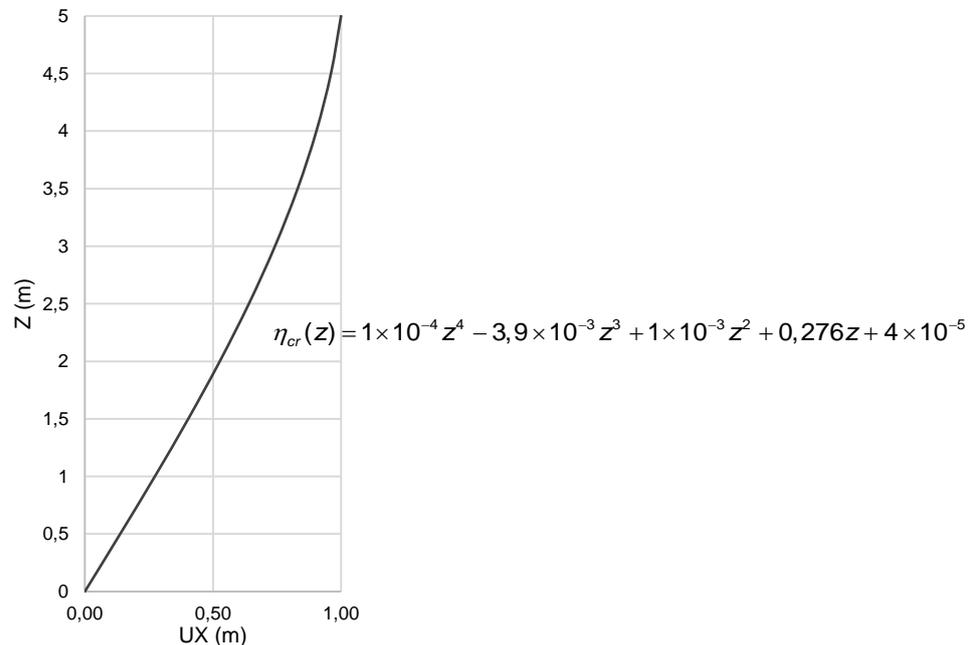
→ Vecteurs propres :

Tableau IX.8. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,276611968
2	0	0,5	0,137886722	0,274097925
3	0	1	0,273267023	0,266601496
4	0	1,5	0,403680042	0,254258946
5	0	2	0,526755208	0,237294631
6	0	2,5	0,640255336	0,216016917
7	0	3	0,742117290	0,190812578
8	0	3,5	0,830489484	0,162139764
9	0	4	0,903765543	0,130519671
10	0	4,5	0,960613497	0,096527070
11	0	5	1,000000000	0,060779858
101	5	0	0,000000000	0,276611968
102	5	0,5	0,137886722	0,274097925
103	5	1	0,273267023	0,266601496
104	5	1,5	0,403680042	0,254258946
105	5	2	0,526755208	0,237294631
106	5	2,5	0,640255336	0,216016917
107	5	3	0,742117290	0,190812578
108	5	3,5	0,830489484	0,162139764
109	5	4	0,903765543	0,130519671
110	5	4,5	0,960613497	0,096527070
111	5	5	1,000000000	0,060779858

Équation de la déformée critique :

À partir des coordonnées UX de la déformée critique, il est possible d'établir une équation de celle-ci.



**Fig. IX.21.** Mise en équation de la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement d'un montant

Courbure dans la section critique de la structure :

Équation de la courbure :

$$\eta_{cr}''(z) = -12 \times 1 \times 10^{-4} \times z^2 - 6 \times 3,9 \times 10^{-3} \times z + 2 \times 1 \times 10^{-3}$$

Section critique :  $Z = 5$  m

Courbure dans la section critique :

$$|\eta_{cr}''|_{\max} = \eta_{cr}''(5) = -12 \times 1 \times 10^{-4} \times 5^2 - 6 \times 3,9 \times 10^{-3} \times 5 + 2 \times 1 \times 10^{-3} = 0,085 \text{ m}^{-1}$$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : b

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,34$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,34 \times (3,042 - 0,2) \times \frac{34,20 \times 10^{-6}}{10,30 \times 10^{-4}} = 0,032 \text{ m}$$

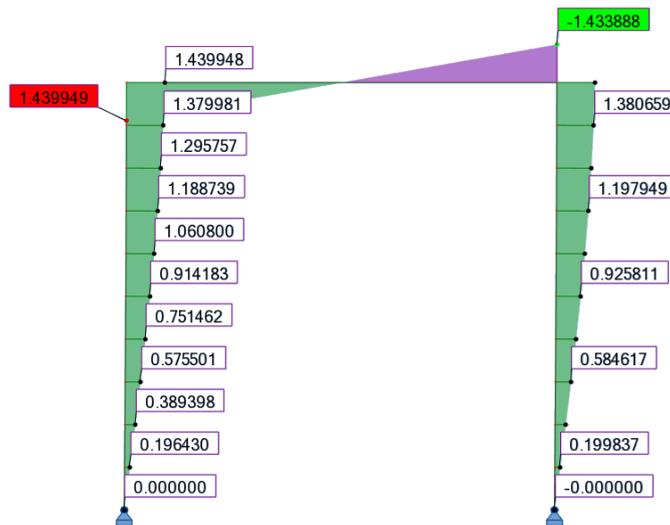
$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta_{cr}''|_{\max}} = 0,032 \times \frac{26,152 \times 10^3}{210 \times 10^9 \times 171 \times 10^{-8} \times 0,085} = 0,0275$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c) :

**Tableau IX.9.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,5	0,003790747	0,5
3	0	1	0,007512589	1
4	0	1,5	0,011097871	1,5
5	0	2	0,014481422	2
6	0	2,5	0,017601740	2,5
7	0	3	0,020402103	3
8	0	3,5	0,022831609	3,5
9	0	4	0,024846096	4
10	0	4,5	0,026408946	4,5
11	0	5	0,027491750	5
101	5	0	5,000000000	0
102	5	0,5	5,003790747	0,5
103	5	1	5,007512589	1
104	5	1,5	5,011097871	1,5
105	5	2	5,014481422	2
106	5	2,5	5,017601740	2,5
107	5	3	5,020402103	3
108	5	3,5	5,022831609	3,5
109	5	4	5,024846096	4
110	5	4,5	5,026408946	4,5
111	5	5	5,027491750	5

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (c) :



**Fig. IX.22.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c)

Le moment maximal obtenu est de **1,440 kN.m** pour une hauteur **Z = 5 m**.

(d) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir des moments

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

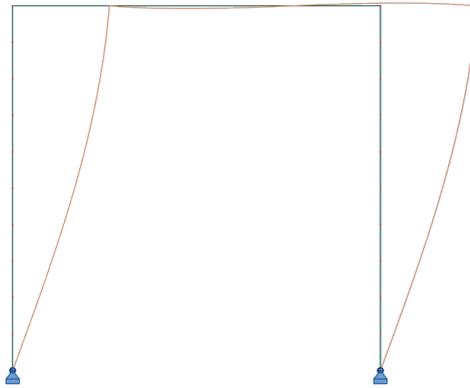


Fig. IX.23. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 11,642$  m

Charge critique :  $N_{cr,m} = 26,152$  kN

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,30 \cdot 10^{-4} \cdot 235 \cdot 10^6}{26,152 \cdot 10^3}} = 3,042$$

→ Vecteurs propres :

Tableau IX.10. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,276611968
2	0	0,5	0,137886722	0,274097925
3	0	1	0,273267023	0,266601496
4	0	1,5	0,403680042	0,254258946
5	0	2	0,526755208	0,237294631
6	0	2,5	0,640255336	0,216016917
7	0	3	0,742117290	0,190812578
8	0	3,5	0,830489484	0,162139764
9	0	4	0,903765543	0,130519671
10	0	4,5	0,960613497	0,096527070
11	0	5	1,000000000	0,060779858
101	5	0	0,000000000	0,276611968
102	5	0,5	0,137886722	0,274097925
103	5	1	0,273267023	0,266601496
104	5	1,5	0,403680042	0,254258946
105	5	2	0,526755208	0,237294631
106	5	2,5	0,640255336	0,216016917
107	5	3	0,742117290	0,190812578
108	5	3,5	0,830489484	0,162139764
109	5	4	0,903765543	0,130519671
110	5	4,5	0,960613497	0,096527070
111	5	5	1,000000000	0,060779858

Moment fléchissant induit par la déformée critique :

Lorsque l'on modélise la structure avec la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement, le moment maximal est obtenu pour  $Z = 5$  m et vaut :  $M_{n_{cr,max}}^H = 52,710$  kN.m

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : b

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,34$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,34 \times (3,042 - 0,2) \times \frac{34,200 \times 10^{-6}}{10,300 \times 10^{-4}} = 0,032 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m | \eta_{cr}'' |_{\max}} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{M_{cr,max}'' \cdot (\alpha_{cr} - 1)} = 0,032 \times \frac{26,152 \times 10^3}{52,710 \times 10^3 \times (1,5 - 1)} = 0,0318$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d) :

Tableau IX.11. Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,00000000	0
2	0	0,5	0,00439032	0,5
3	0	1	0,00870084	1
4	0	1,5	0,01285321	1,5
5	0	2	0,01677193	2
6	0	2,5	0,02038578	2,5
7	0	3	0,02362908	3
8	0	3,5	0,02644285	3,5
9	0	4	0,02877597	4
10	0	4,5	0,03058601	4,5
11	0	5	0,03184008	5
101	5	0	5,00000000	0
102	5	0,5	5,00439032	0,5
103	5	1	5,00870084	1
104	5	1,5	5,01285321	1,5
105	5	2	5,01677193	2
106	5	2,5	5,02038578	2,5
107	5	3	5,02362908	3
108	5	3,5	5,02644285	3,5
109	5	4	5,02877597	4
110	5	4,5	5,03058601	4,5
111	5	5	5,03184008	5

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (d) :

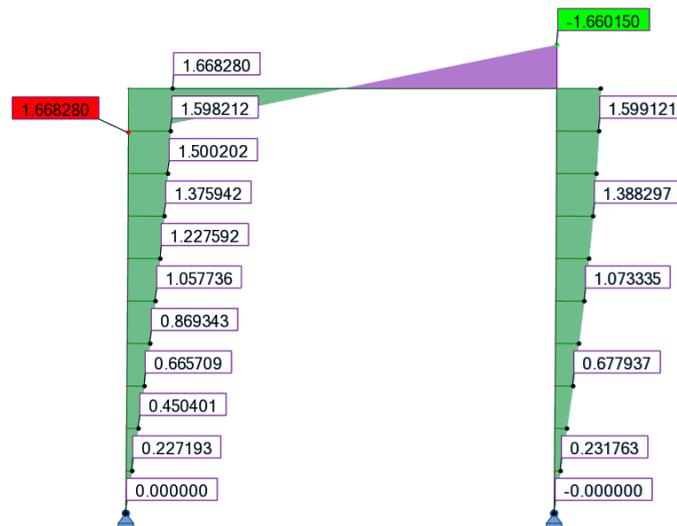


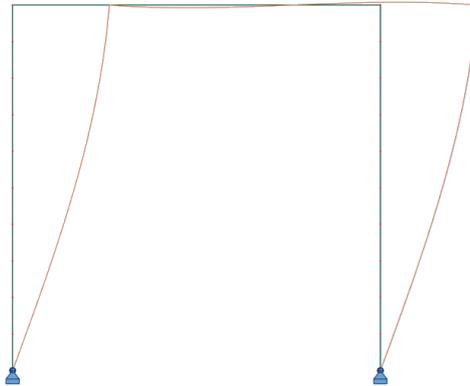
Fig. IX.24. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d)

Le moment maximal obtenu est de **1,668 kN.m** pour une hauteur **Z = 5 m**.

(e) Nouvelle méthode des courbures :

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :



**Fig. IX.25.** Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m

→ Charge critique et longueur de flambement :

Longueur de flambement :  $L_{cr} = 11,642$  m

Charge critique :  $N_{cr,m} = 26,152$  kN

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10,30 \cdot 10^{-4} \cdot 235 \cdot 10^6}{26,152 \cdot 10^3}} = 3,042$$

→ Vecteurs propres :

**Tableau IX.12.** Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres	
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)
1	0	0	0,000000000	0,276611968
2	0	0,5	0,137886722	0,274097925
3	0	1	0,273267023	0,266601496
4	0	1,5	0,403680042	0,254258946
5	0	2	0,526755208	0,237294631
6	0	2,5	0,640255336	0,216016917
7	0	3	0,742117290	0,190812578
8	0	3,5	0,830489484	0,162139764
9	0	4	0,903765543	0,130519671
10	0	4,5	0,960613497	0,096527070
11	0	5	1,000000000	0,060779858
101	5	0	0,000000000	0,276611968
102	5	0,5	0,137886722	0,274097925
103	5	1	0,273267023	0,266601496
104	5	1,5	0,403680042	0,254258946
105	5	2	0,526755208	0,237294631
106	5	2,5	0,640255336	0,216016917
107	5	3	0,742117290	0,190812578
108	5	3,5	0,830489484	0,162139764
109	5	4	0,903765543	0,130519671
110	5	4,5	0,960613497	0,096527070
111	5	5	1,000000000	0,060779858

### Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Le choix de la section de calcul des imperfections initiales est effectué à partir de l'organigramme présenté à la Fig. III.9. Le portique bi-articulé est composé d'un seul type de profilé, à savoir une section IPE 100. Le choix de la section de calcul des imperfections initiales se résume donc à identifier la section dont le facteur de sollicitation, induit par l'effort normal et la présence des imperfections initiales, est maximal. Au vu de la déformée critique, les sections de calcul envisageables sont situées à  $Z = 5$  m dans le poteau gauche ou  $Z = 5$  m dans le poteau droit.

→ Barre virtuelle poteau gauche :

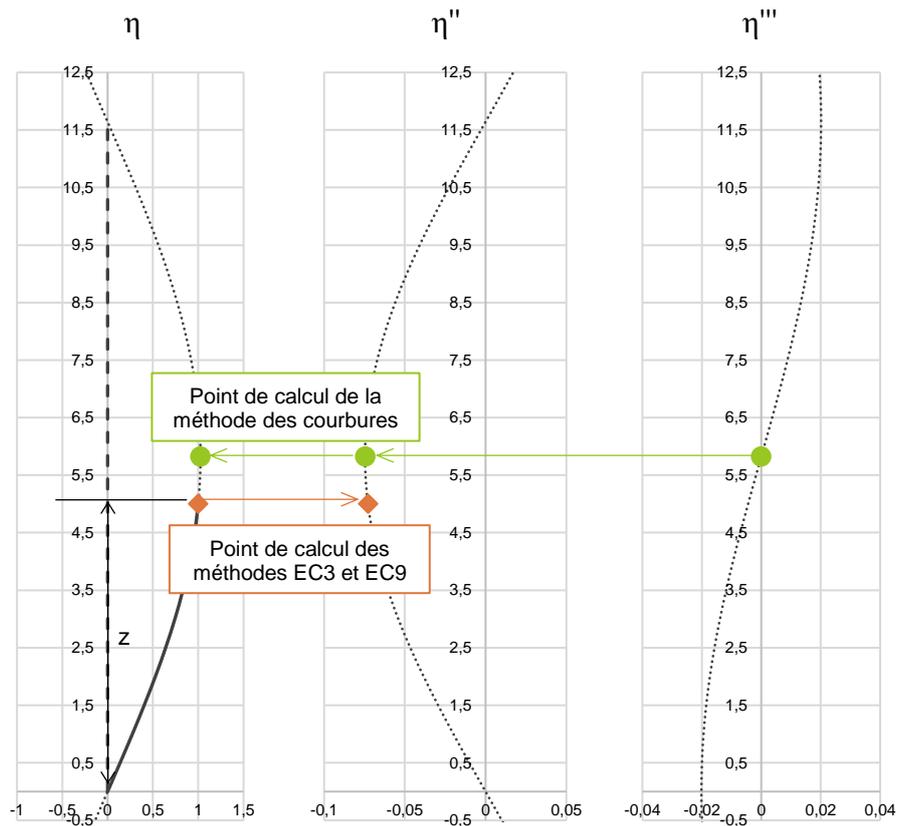


Fig. IX.26. Barre virtuelle du poteau gauche du portique bi-articulé 5 m x 5 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Barre virtuelle poteau droit :

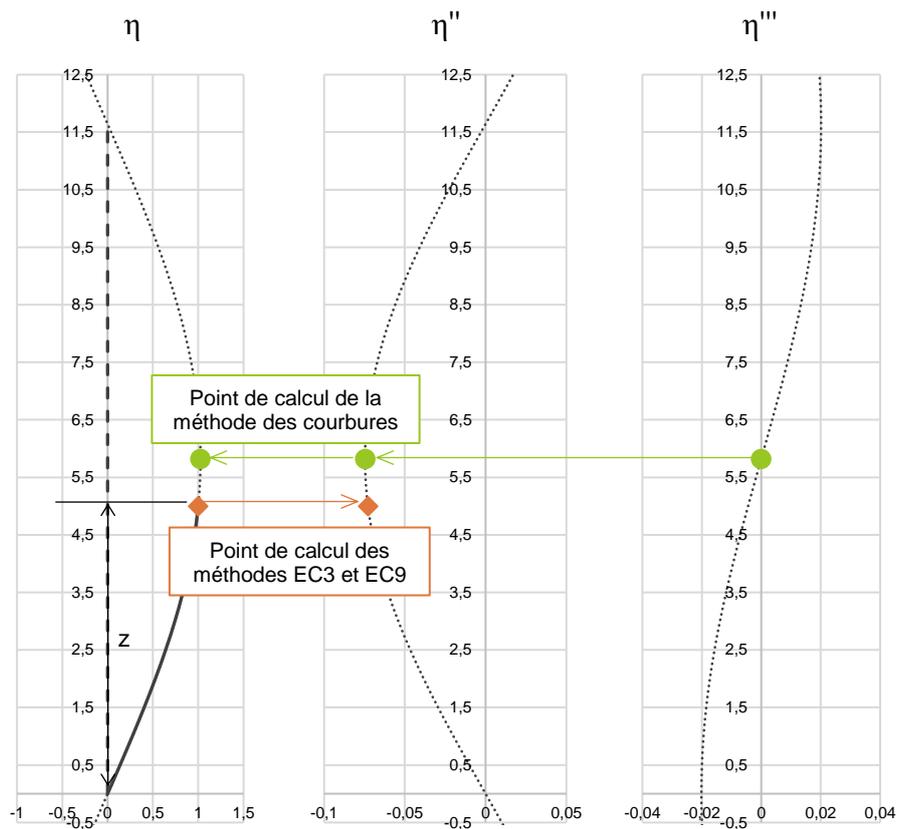


Fig. IX.27. Barre virtuelle du poteau droit du portique bi-articulé 5 m x 5 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Tableau IX.13. Détermination de la section de calcul des imperfections initiales du portique bi-articulé 5 m x 5 m

		Poteau gauche	Poteau droit
Section		IPE100	IPE100
N <sub>Ed</sub> (kN)		17,434	17,434
N <sub>cr</sub> (kN)		26,152	26,152
L <sub>cr</sub> (m)		11,642	11,642
$\bar{\lambda}$		3,042	3,042
Abscisses points d'inflexion (m)	1 <sup>er</sup> point	0	0
	2 <sup>ème</sup> point	11,642	11,642
Abscisse courbure maximale (m)		5,821	5,821
z <sub>i</sub> (m)		5	5
C <sub>nor</sub>		0,0313	0,0313
e <sub>0</sub> (m)		0,032	0,032
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		1,678	1,678
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z_i}{l_f}\right)$		0,276	0,276

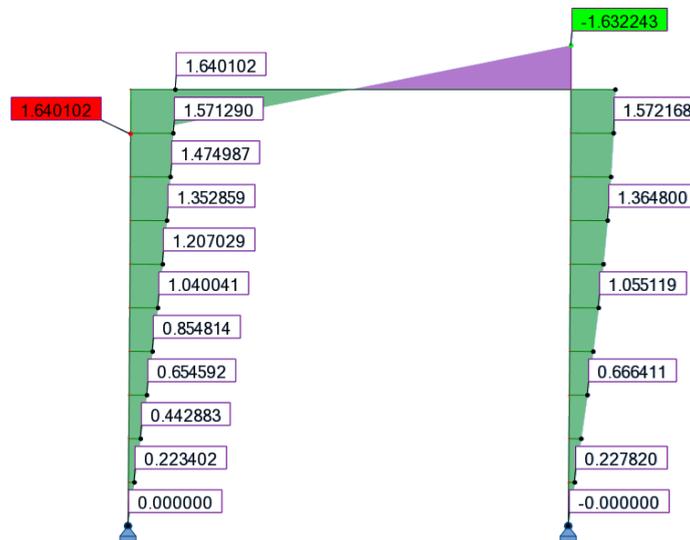
Le facteur de sollicitation étant le même entre les deux sections, la section de calcul des imperfections initiales sera donc indifféremment localisée dans le poteau gauche ou le poteau droit. Dans le cas présent, la section de calcul des imperfections initiales choisie est située dans le poteau gauche à  $Z = 5$  m. On retient donc la valeur de coefficient de normalisation pour la normalisation de la déformée critique de la structure :  $C_{nor} = 0,0313$ .

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e) :

**Tableau IX.14.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,5	0,004316354	0,5
3	0	1	0,008554248	1
4	0	1,5	0,012636648	1,5
5	0	2	0,016489347	2
6	0	2,5	0,020042312	2,5
7	0	3	0,023230960	3
8	0	3,5	0,025997330	3,5
9	0	4	0,028291137	4
10	0	4,5	0,030070683	4,5
11	0	5	0,031303624	5
101	5	0	5,000000000	0
102	5	0,5	5,004316354	0,5
103	5	1	5,008554248	1
104	5	1,5	5,012636648	1,5
105	5	2	5,016489347	2
106	5	2,5	5,020042312	2,5
107	5	3	5,023230960	3
108	5	3,5	5,025997330	3,5
109	5	4	5,028291137	4
110	5	4,5	5,030070683	4,5
111	5	5	5,031303624	5

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (e) :



**Fig. IX.28.** Moment fléchissant au 2nd ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e)

Le moment maximal obtenu est de **1,640 kN.m** pour une hauteur **Z = 5 m**.

### IX.1.3. Tour autostable 8 m x 3 m – Section circulaire 48,3 mm x 2,9 mm

La tour autostable 8 m x 3 m (Fig. IX.29) est réalisée à partir de sections circulaires creuses 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. Des moises 48,3 mm x 2,9 mm sont disposées sur toute la hauteur de la tour avec un intervalle de 2 m. Des diagonales 48,3 mm x 2,9 mm sont également disposées. La jonction moise/poteau est considérée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les diagonales sont, quant à elles, considérées comme articulées à chaque extrémité. La tour autostable est considérée comme reposant sur des vérins de pieds ; la raideur des appuis est donc prise égale à 20 kN.m/rad. Chaque montant de la tour est soumis à un effort de compression  $N$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

Seul l'exemple numérique pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  (soit  $N = 47,071$  kN) est présenté dans cette annexe. Les résultats obtenus pour les trois cas de charges sont répertoriés dans le paragraphe III.5.2.4.

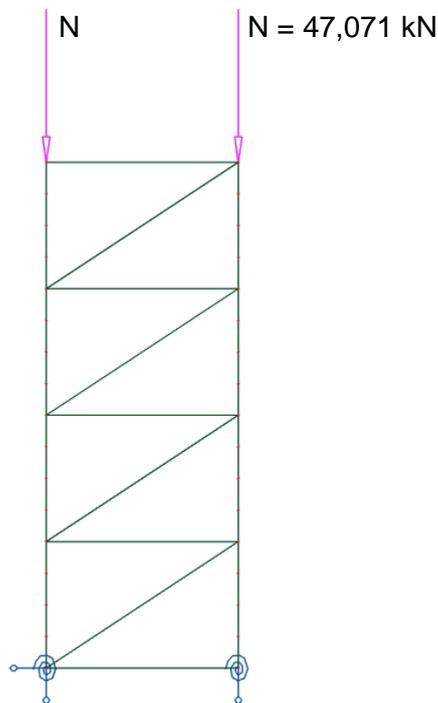


Fig. IX.29. Tour autostable 8 m x 3 m

- (a) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées dans le modèle de calcul à partir de la détermination de la position réelle des nœuds

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 47,071 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 8 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = 0,707$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{d'où : } \phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 0,707 \times 0,866 = 0,0031 \text{ rad}$$

Définition de l'imperfection locale :

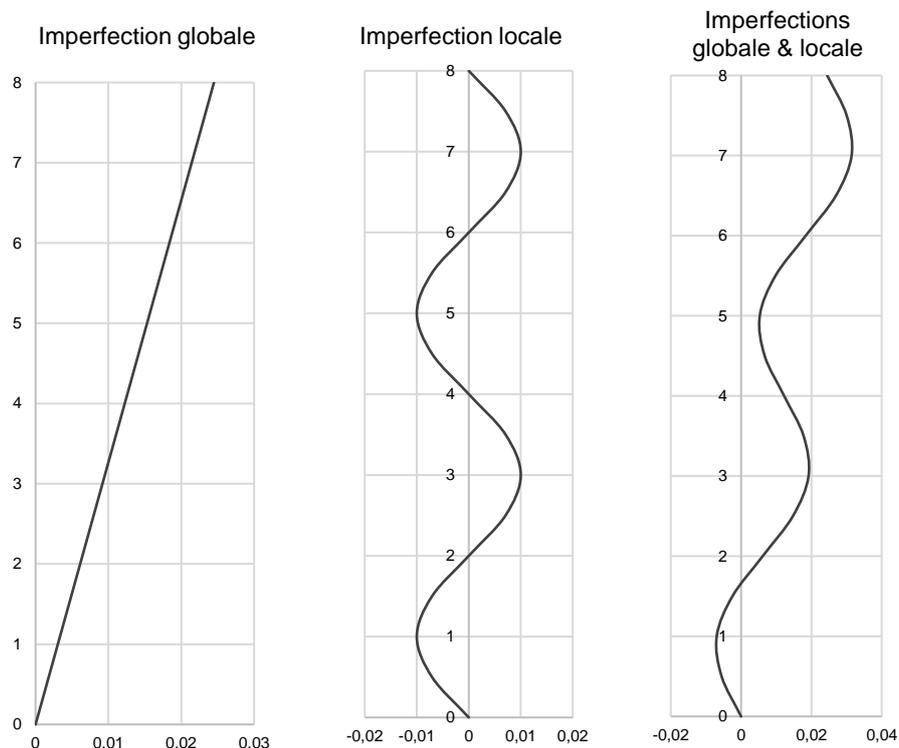
Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 2 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,010 \text{ m}$$

Représentation des imperfections globale et locales d'un montant :



**Fig. IX.30.** Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant de la tour autostable 8 m x 3 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (a) :

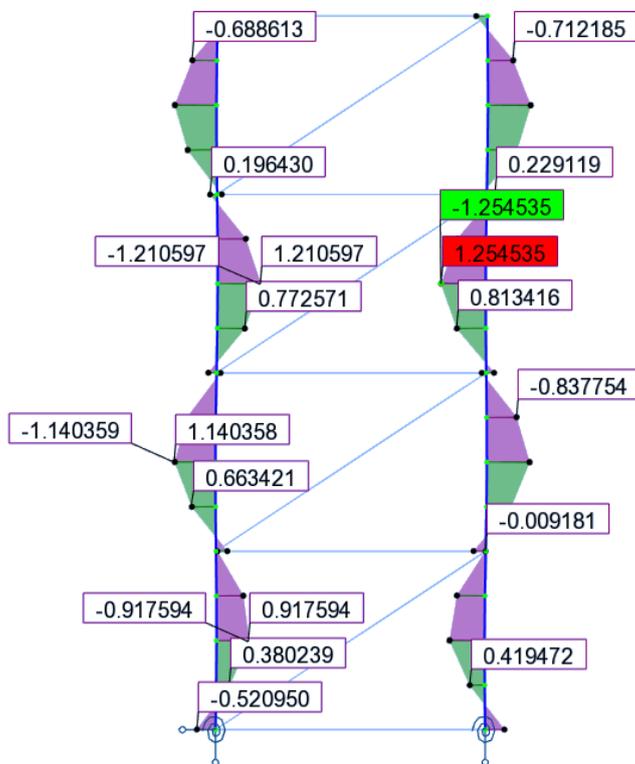


Fig. IX.31. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a)

Le moment maximal obtenu est de **1,255 kN.m** pour une hauteur **Z = 5 m**.

(b) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées en utilisant les systèmes de charges équivalentes

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 47,071 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 8 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = 0,707$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 0,707 \times 0,866 = 0,0031 \text{ rad}$$

$$N_{Ed} = 47,071 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot N_{Ed} = 0,147 \text{ kN}$$

Définition de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 2 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,010 \text{ m}$$

$$N_{Ed} = 47,071 \text{ kN}$$

$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \times 47,071 \times 0,010}{2^2} = 0,941 \text{ kN/m}$$

$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \times 47,071 \times 0,010}{2} = 0,941 \text{ kN}$$

Modélisation des imperfections, globale et locales, de la structure dans le modèle :

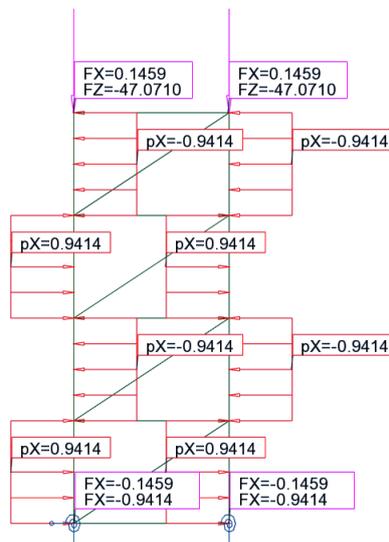


Fig. IX.32. Système de charges équivalentes pour la tour autostable 8 m x 3 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (b) :

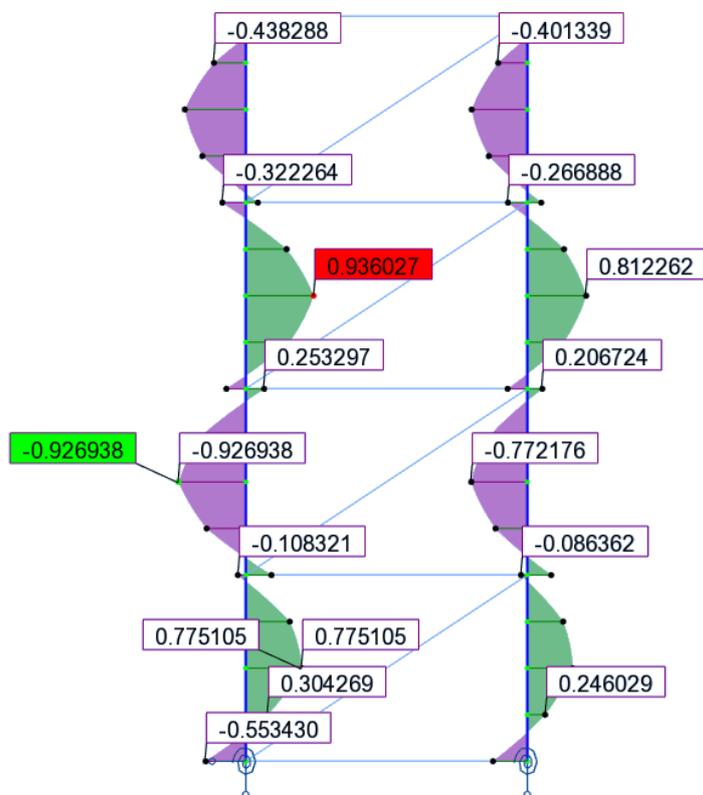


Fig. IX.33. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b)

Le moment maximal obtenu est de **0,936 kN.m** pour une hauteur **Z = 5 m**.

(c) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir de la courbure

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

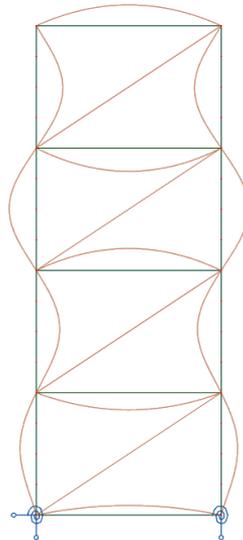


Fig. IX.34. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la tour autostable 8 m x 3 m

On constate que le 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure est un mode local. Pour observer un déplacement global de la structure, il faut considérer le 47<sup>ème</sup> mode de flambement de la structure (Fig. IX.35). Cependant ce 47<sup>ème</sup> mode n'est pas représentatif du mode de rupture de la structure. L'imperfection initiale unique sera donc déterminé à partir du 1<sup>er</sup> mode de flambement qui est un mode local. La méthode conventionnelle est donc contradictoire par rapport à la forme de la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode, car elle nécessite d'intégrer l'imperfection globale de la structure.

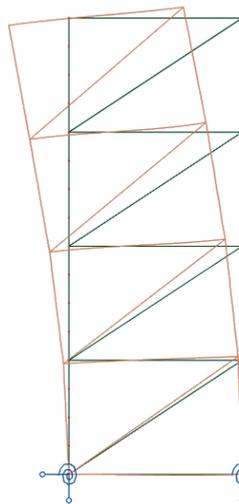


Fig. IX.35. Déformée du 47<sup>ème</sup> mode de flambement de la tour autostable 8 m x 3 m

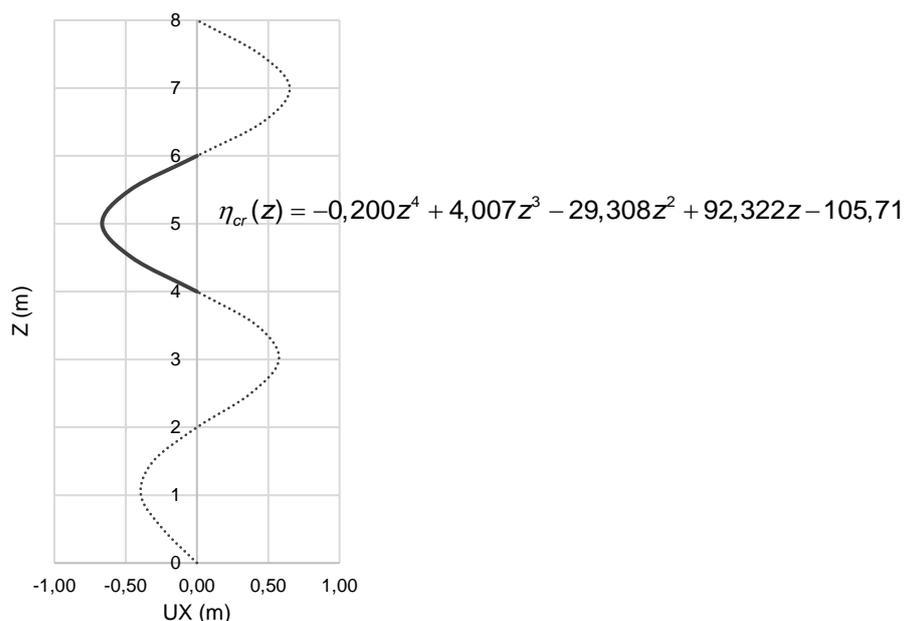
→ Vecteurs propres UX et RY, charges critiques  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

**Tableau IX.15.** Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de la tour autostable 8 m x 3 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	-0,409139754	1	70,498	1,7736
2	0	0,5	-0,238485873	-0,466101476	2	70,498	1,7736
3	0	1	-0,392827681	-0,094755183	3	70,498	1,7736
4	0	1,5	-0,306506575	0,432828432	4	70,498	1,7736
5	0	2	0,000462965	0,729301751	5	70,535	1,7732
6	0	2,5	0,377238050	0,667880197	6	70,535	1,7732
7	0	3	0,574949889	0,060574004	7	70,535	1,7732
8	0	3,5	0,420754495	-0,646452565	8	70,535	1,7732
9	0	4	0,000229954	-0,934201712	9	70,570	1,7728
10	0	4,5	-0,455193028	-0,763960001	10	70,570	1,7728
11	0	5	-0,665089081	-0,017156014	11	70,570	1,7728
12	0	5,5	-0,467518031	0,757869523	12	70,570	1,7728
13	0	6	0,000192446	0,991714771	13	70,602	1,7723
14	0	6,5	0,462313378	0,739010440	14	70,602	1,7723
15	0	7	0,650909712	-0,029759205	15	70,602	1,7723
16	0	7,5	0,440950023	-0,749475051	16	70,602	1,7723
17	0	8	0,000275687	-0,891470737	101	70,738	1,7706
51	3	0	0,000289723	0,414526633	102	70,738	1,7706
52	3	0,5	0,242167305	0,472975304	103	70,738	1,7706
53	3	1	0,398769626	0,096018771	104	70,738	1,7706
54	3	1,5	0,311112749	-0,439147823	105	70,708	1,7710
55	3	2	-0,000008343	-0,738364697	106	70,708	1,7710
56	3	2,5	-0,381471479	-0,676052890	107	70,708	1,7710
57	3	3	-0,581423620	-0,060615488	108	70,708	1,7710
58	3	3,5	-0,424980951	0,654821821	109	70,672	1,7715
59	3	4	0,000463869	0,943980841	110	70,672	1,7715
60	3	4,5	0,460555113	0,771511906	111	70,672	1,7715
61	3	5	0,672311334	0,016524813	112	70,672	1,7715
62	3	5,5	0,472383430	-0,765889928	113	70,637	1,7719
63	3	6	0,000232830	-1,000000000	114	70,637	1,7719
64	3	6,5	-0,465597113	-0,744626783	115	70,637	1,7719
65	3	7	-0,655464049	0,030530488	116	70,637	1,7719
66	3	7,5	-0,443676875	0,755384264			
67	3	8	0,000186121	0,897303442			

Équation de la déformée critique :

La section critique de la structure est identifiée à 5 m, on utilise donc les coordonnées UX de la déformée critique entre 4 m et 6 m pour établir l'équation de celle-ci.



**Fig. IX.36.** Mise en équation de la déformée critique du 1er mode de flambement d'un montant

Courbure dans la section critique de la structure :

Équation de la courbure entre 4 m et 6 m :

$$\eta_{cr}''(z) = -12 \times 0,200 \times z^2 + 6 \times 4,007 \times z - 2 \times 29,308$$

Section critique : Z = 5 m

Courbure dans la section critique :

$$|\eta_{cr}''|_{\max} = \eta_{cr}''(5) = -12 \times 0,200 \times 5^2 + 6 \times 4,007 \times 5 - 2 \times 29,308 = 1,732 \text{ m}^{-1}$$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (1,368 - 0,2) \times \frac{4,431 \times 10^{-6}}{4,136 \times 10^{-4}} = 0,006 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta_{cr}''|_{\max}} = 0,006 \times \frac{70,672 \times 10^3}{210 \times 10^9 \times 10,700 \times 10^{-8} \times 1,732} = 0,0111$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c) :

**Tableau IX.16.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,5	-0,002655853	0,5
3	0	1	-0,004374652	1
4	0	1,5	-0,003413353	1,5
5	0	2	0,000005156	2
6	0	2,5	0,004201041	2,5
7	0	3	0,006402821	3
8	0	3,5	0,004685653	3,5
9	0	4	0,000002561	4
10	0	4,5	-0,005069172	4,5
11	0	5	-0,007406639	5
12	0	5,5	-0,005206427	5,5
13	0	6	0,000002143	6
14	0	6,5	0,005148466	6,5
15	0	7	0,007248734	7
16	0	7,5	0,004910557	7,5
17	0	8	0,000003070	8
51	3	0	3,000003226	0
52	3	0,5	3,002696851	0,5
53	3	1	3,004440823	1
54	3	1,5	3,003464649	1,5
55	3	2	2,999999907	2
56	3	2,5	2,995751815	2,5
57	3	3	2,993525085	3
58	3	3,5	2,995267280	3,5
59	3	4	3,000005166	4
60	3	4,5	3,005128885	4,5
61	3	5	3,007487069	5
62	3	5,5	3,005260609	5,5
63	3	6	3,000002593	6
64	3	6,5	2,994814965	6,5
65	3	7	2,992700548	7
66	3	7,5	2,995059076	7,5
67	3	8	3,000002073	8

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (c) :

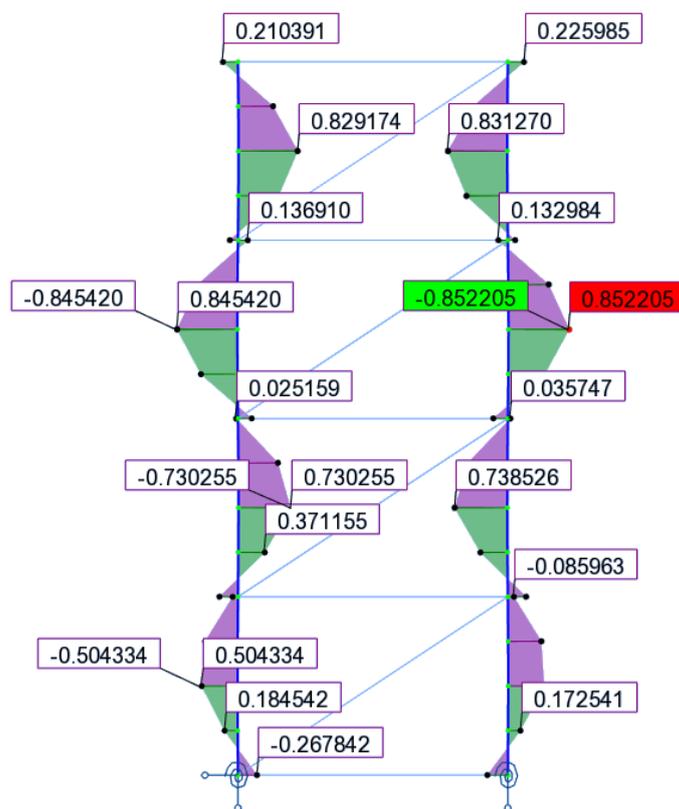


Fig. IX.37. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c)

Le moment maximal obtenu est de **0,852 kN.m** pour une hauteur **Z = 5 m**.

(d) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir des moments

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

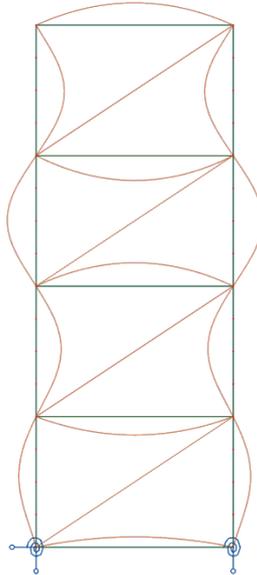


Fig. IX.38. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la tour autostable 8 m x 3 m

→ Vecteurs propres UX et RY, charges critiques  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

Tableau IX.17. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de la tour autostable 8 m x 3 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	-0,409139754	1	70,498	1,7736
2	0	0,5	-0,238485873	-0,466101476	2	70,498	1,7736
3	0	1	-0,392827681	-0,094755183	3	70,498	1,7736
4	0	1,5	-0,306506575	0,432828432	4	70,498	1,7736
5	0	2	0,000462965	0,729301751	5	70,535	1,7732
6	0	2,5	0,377238050	0,667880197	6	70,535	1,7732
7	0	3	0,574949889	0,060574004	7	70,535	1,7732
8	0	3,5	0,420754495	-0,646452565	8	70,535	1,7732
9	0	4	0,000229954	-0,934201712	9	70,570	1,7728
10	0	4,5	-0,455193028	-0,763960001	10	70,570	1,7728
11	0	5	-0,665089081	-0,017156014	11	70,570	1,7728
12	0	5,5	-0,467518031	0,757869523	12	70,570	1,7728
13	0	6	0,000192446	0,991714771	13	70,602	1,7723
14	0	6,5	0,462313378	0,739010440	14	70,602	1,7723
15	0	7	0,650909712	-0,029759205	15	70,602	1,7723
16	0	7,5	0,440950023	-0,749475051	16	70,602	1,7723
17	0	8	0,000275687	-0,891470737	101	70,738	1,7706
51	3	0	0,000289723	0,414526633	102	70,738	1,7706
52	3	0,5	0,242167305	0,472975304	103	70,738	1,7706
53	3	1	0,398769626	0,096018771	104	70,738	1,7706
54	3	1,5	0,311112749	-0,439147823	105	70,708	1,7710
55	3	2	-0,000008343	-0,738364697	106	70,708	1,7710
56	3	2,5	-0,381471479	-0,676052890	107	70,708	1,7710
57	3	3	-0,581423620	-0,060615488	108	70,708	1,7710
58	3	3,5	-0,424980951	0,654821821	109	70,672	1,7715
59	3	4	0,000463869	0,943980841	110	70,672	1,7715
60	3	4,5	0,460555113	0,771511906	111	70,672	1,7715
61	3	5	0,672311334	0,016524813	112	70,672	1,7715
62	3	5,5	0,472383430	-0,765889928	113	70,637	1,7719
63	3	6	0,000232830	-1,000000000	114	70,637	1,7719
64	3	6,5	-0,465597113	-0,744626783	115	70,637	1,7719
65	3	7	-0,655464049	0,030530488	116	70,637	1,7719
66	3	7,5	-0,443676875	0,755384264			
67	3	8	0,000186121	0,897303442			

Moment fléchissant induit par la déformée critique de la structure :

Lorsque l'on modélise la structure avec la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement, le moment maximal est obtenu pour  $Z = 5$  m et vaut :  $M''_{1cr,max} = 82,794$  kN.m

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (1,368 - 0,2) \times \frac{4,431 \times 10^{-6}}{4,136 \times 10^{-4}} = 0,006 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |n''_{cr}|_{max}} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{M''_{1cr,max} \cdot (\alpha_{cr} - 1)} = 0,006 \times \frac{70,672 \times 10^3}{82,794 \times 10^3 \times (1,5 - 1)} = 0,0105$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d) :

**Tableau IX.18.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,00000000	0
2	0	0,5	-0,00249682	0,5
3	0	1	-0,00411270	1
4	0	1,5	-0,00320896	1,5
5	0	2	0,00000485	2
6	0	2,5	0,00394948	2,5
7	0	3	0,00601942	3
8	0	3,5	0,00440508	3,5
9	0	4	0,00000241	4
10	0	4,5	-0,00476563	4,5
11	0	5	-0,00696313	5
12	0	5,5	-0,00489466	5,5
13	0	6	0,00000201	6
14	0	6,5	0,00484017	6,5
15	0	7	0,00681468	7
16	0	7,5	0,00461651	7,5
17	0	8	0,00000289	8
51	3	0	3,00000303	0
52	3	0,5	3,00253536	0,5
53	3	1	3,00417491	1
54	3	1,5	3,00325718	1,5
55	3	2	2,99999991	2
56	3	2,5	2,99600620	2,5
57	3	3	2,99391280	3
58	3	3,5	2,99555068	3,5
59	3	4	3,00000486	4
60	3	4,5	3,00482177	4,5
61	3	5	3,00703874	5
62	3	5,5	3,00494560	5,5
63	3	6	3,00000244	6
64	3	6,5	2,99512545	6,5
65	3	7	2,99313764	7
66	3	7,5	2,99535494	7,5
67	3	8	3,00000195	8

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (d) :

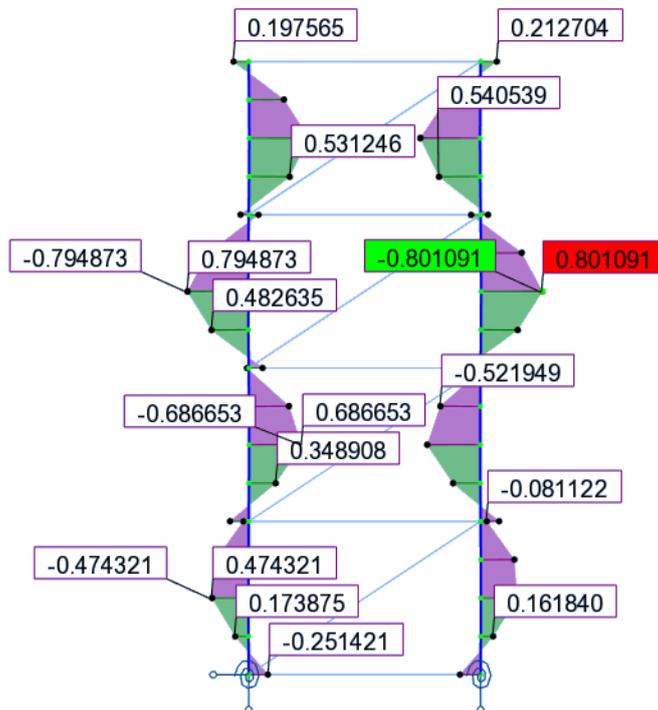


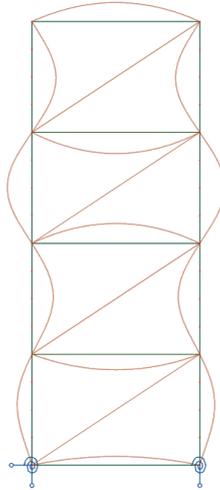
Fig. IX.39. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d)

Le moment maximal obtenu est de **0,801 kN.m** pour une hauteur **Z = 5 m**.

(e) Nouvelle méthode des courbures :

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :



**Fig. IX.40.** Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la tour autostable 8 m x 3 m

→ Vecteurs propres UX et RY, charges critiques  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

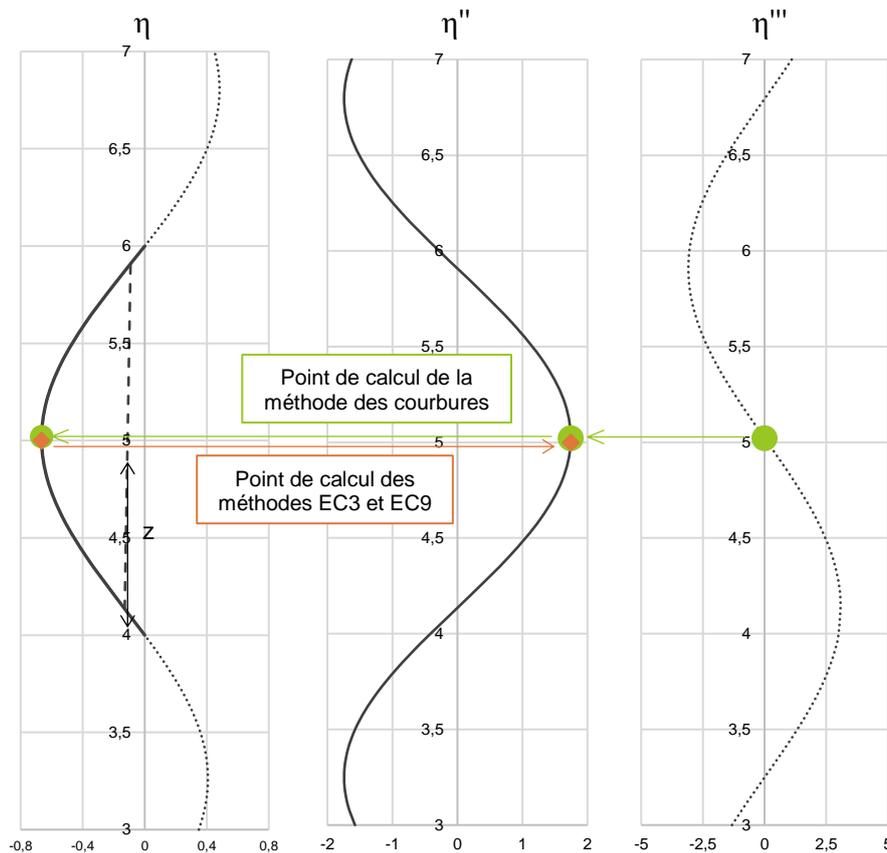
**Tableau IX.19.** Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de la tour autostable 8 m x 3 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	-0,409139754	1	70,498	1,7736
2	0	0,5	-0,238485873	-0,466101476	2	70,498	1,7736
3	0	1	-0,392827681	-0,094755183	3	70,498	1,7736
4	0	1,5	-0,306506575	0,432828432	4	70,498	1,7736
5	0	2	0,000462965	0,729301751	5	70,535	1,7732
6	0	2,5	0,377238050	0,667880197	6	70,535	1,7732
7	0	3	0,574949889	0,060574004	7	70,535	1,7732
8	0	3,5	0,420754495	-0,646452565	8	70,535	1,7732
9	0	4	0,000229954	-0,934201712	9	70,570	1,7728
10	0	4,5	-0,455193028	-0,763960001	10	70,570	1,7728
11	0	5	-0,665089081	-0,017156014	11	70,570	1,7728
12	0	5,5	-0,467518031	0,757869523	12	70,570	1,7728
13	0	6	0,000192446	0,991714771	13	70,602	1,7723
14	0	6,5	0,462313378	0,739010440	14	70,602	1,7723
15	0	7	0,650909712	-0,029759205	15	70,602	1,7723
16	0	7,5	0,440950023	-0,749475051	16	70,602	1,7723
17	0	8	0,000275687	-0,891470737	101	70,738	1,7706
51	3	0	0,000289723	0,414526633	102	70,738	1,7706
52	3	0,5	0,242167305	0,472975304	103	70,738	1,7706
53	3	1	0,398769626	0,096018771	104	70,738	1,7706
54	3	1,5	0,311112749	-0,439147823	105	70,708	1,7710
55	3	2	-0,000008343	-0,738364697	106	70,708	1,7710
56	3	2,5	-0,381471479	-0,676052890	107	70,708	1,7710
57	3	3	-0,581423620	-0,060615488	108	70,708	1,7710
58	3	3,5	-0,424980951	0,654821821	109	70,672	1,7715
59	3	4	0,000463869	0,943980841	110	70,672	1,7715
60	3	4,5	0,460555113	0,771511906	111	70,672	1,7715
61	3	5	0,672311334	0,016524813	112	70,672	1,7715
62	3	5,5	0,472383430	-0,765889928	113	70,637	1,7719
63	3	6	0,000232830	-1,000000000	114	70,637	1,7719
64	3	6,5	-0,465597113	-0,744626783	115	70,637	1,7719
65	3	7	-0,655464049	0,030530488	116	70,637	1,7719
66	3	7,5	-0,443676875	0,755384264			
67	3	8	0,000186121	0,897303442			

### Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Le choix de la section de calcul des imperfections initiales est effectué à partir de l'organigramme présenté à la Fig. III.9. La tour autostable est composée d'un seul type de profilé, à savoir une section circulaire creuse 48,3 mm x 2,9 mm. Le choix de la section de calcul se résume donc à identifier la section dont le facteur de sollicitation, induit par l'effort normal et la présence des imperfections initiales, est maximal. Au vu de la déformée critique, les sections de calcul envisageables sont situées à  $Z = 5$  m dans le poteau gauche ou  $Z = 5$  m dans le poteau droit.

→ Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de  $Z = 5$  m :



**Fig. IX.41.** Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de  $Z = 5$  m de la tour autostable 8 m x 3 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 5 m :

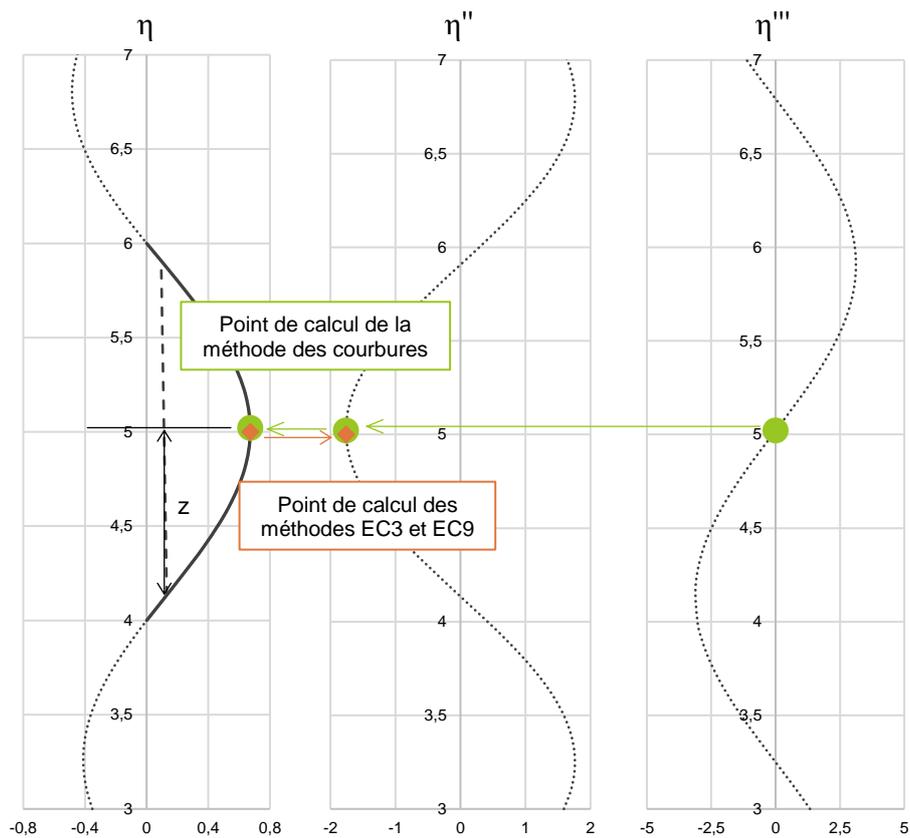


Fig. IX.42. Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 5 m de la tour autostable 8 m x 3 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Tableau IX.20. Détermination de la section de calcul des imperfections initiales de la tour autostable

		Poteau gauche Z = 5 m	Poteau droit Z = 5 m
Section		48,3 mm x 2,9 mm	48,3 mm x 2,9 mm
N <sub>Ed</sub> (kN)		47,064	47,115
N <sub>cr</sub> (kN)		70,570	70,672
L <sub>cr</sub> (m)		1,773	1,772
$\bar{\lambda}$		1,370	1,369
Abscisses points d'inflexion (m)	1 <sup>er</sup> point	4,136	4,135
	2 <sup>ème</sup> point	5,908	5,907
Abscisse courbure maximale $x_{\eta''_{cr,max}}$ (m)		5,022	5,021
Courbure maximale $\eta''_{cr,max}$ (m <sup>-1</sup> )		1,743	1,761
z <sub>i</sub> (m)		0,886	0,886
C <sub>nor</sub>		0,0111	0,0110
e <sub>0</sub> (m)		0,006	0,006
$M_{inst}'' = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,866	0,867
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}''}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z_i}{l_f}\right)$		0,9665	0,9674

Le facteur de sollicitation maximal est obtenu dans la section située à  $Z = 5$  m du poteau droit. La section de calcul des imperfections initiales sera donc localisée dans le poteau droit à  $Z = 5$  m. La valeur de coefficient de normalisation retenue pour la normalisation de la déformée critique de la structure est :  $C_{nor} = 0,0110$ .

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e) :

**Tableau IX.21.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,5	-0,002613153	0,5
3	0	1	-0,004304317	1
4	0	1,5	-0,003358474	1,5
5	0	2	0,000005073	2
6	0	2,5	0,004133498	2,5
7	0	3	0,006299879	3
8	0	3,5	0,004610319	3,5
9	0	4	0,000002520	4
10	0	4,5	-0,004987671	4,5
11	0	5	-0,007287558	5
12	0	5,5	-0,005122719	5,5
13	0	6	0,000002109	6
14	0	6,5	0,005065691	6,5
15	0	7	0,007132191	7
16	0	7,5	0,004831607	7,5
17	0	8	0,000003021	8
51	3	0	3,000003175	0
52	3	0,5	3,002653492	0,5
53	3	1	3,004369425	1
54	3	1,5	3,003408945	1,5
55	3	2	2,999999909	2
56	3	2,5	2,995820116	2,5
57	3	3	2,993629187	3
58	3	3,5	2,995343371	3,5
59	3	4	3,000005083	4
60	3	4,5	3,005046425	4,5
61	3	5	3,007366694	5
62	3	5,5	3,005176031	5,5
63	3	6	3,000002551	6
64	3	6,5	2,994898329	6,5
65	3	7	2,992817906	7
66	3	7,5	2,995138515	7,5
67	3	8	3,000002039	8

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (e) :

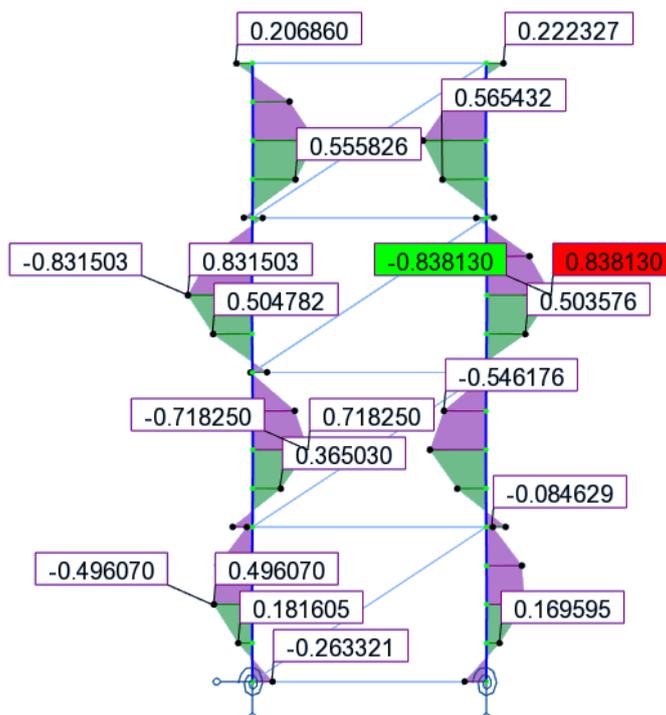


Fig. IX.43. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e)

Le moment maximal obtenu est de **0,838 kN.m** pour une hauteur **Z = 5 m**.

#### IX.1.4. Échafaudage de façade 8 m x 0,7 m – Section circulaire 48,3 mm x 2,9 mm

L'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m (Fig. IX.44) est réalisé à partir de sections circulaires creuses 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. Des moises 48,3 mm x 2,9 mm sont disposées sur toute la hauteur de la tour avec un intervalle de 2 m. La jonction moise/poteau est considérée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. L'échafaudage de façade est considéré comme reposant sur des articulations. Il est également appuyé sur la façade à 4 m et 8 m de hauteur. Chaque montant de l'échafaudage est soumis à un effort de compression  $N$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

Seul l'exemple numérique pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  (soit  $N = 21,162$  kN) est présenté dans cette annexe. Les résultats obtenus pour les trois cas de charges sont répertoriés dans le paragraphe III.5.2.5.

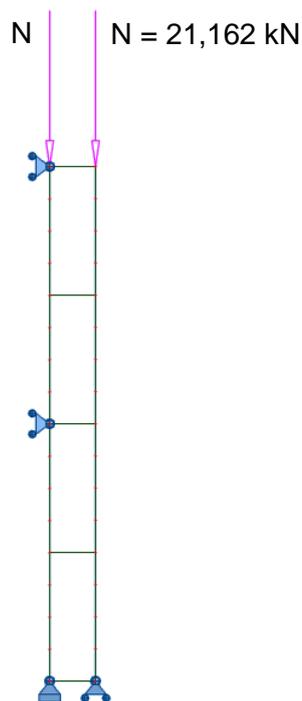


Fig. IX.44. Échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

(a) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées dans le modèle de calcul à partir de la détermination de la position réelle des nœuds

Définition de l'imperfection globale :

L'échafaudage de façade est appuyé sur la façade à 4 m et 8 m ; cela signifie qu'il ne peut pas y avoir de déplacement global de la structure. L'imperfection globale n'est donc pas modélisée.

Définition de l'imperfection locale :

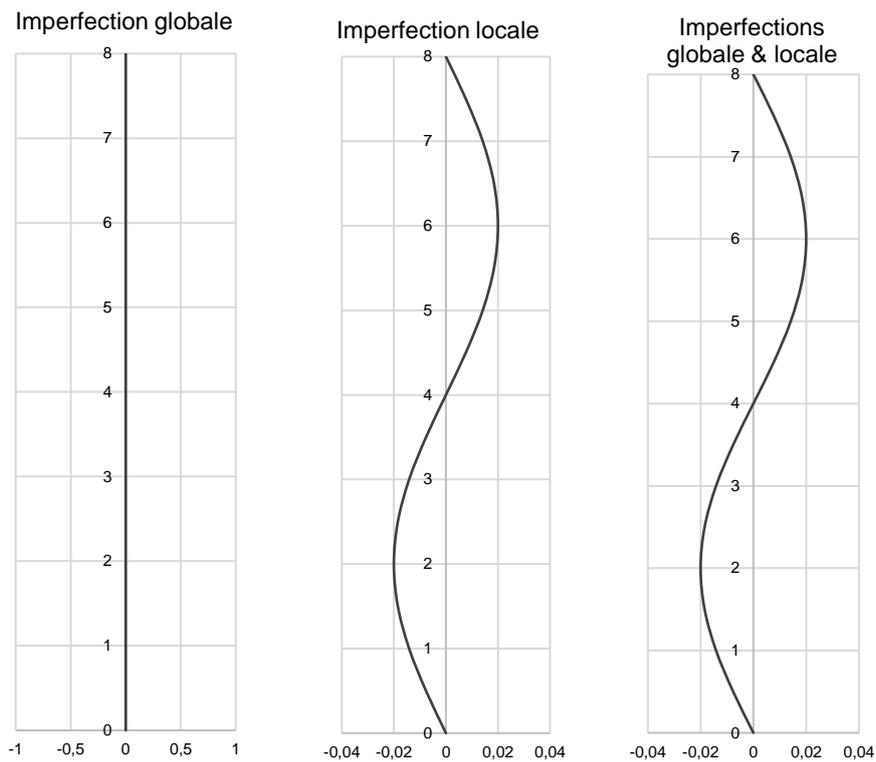
Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

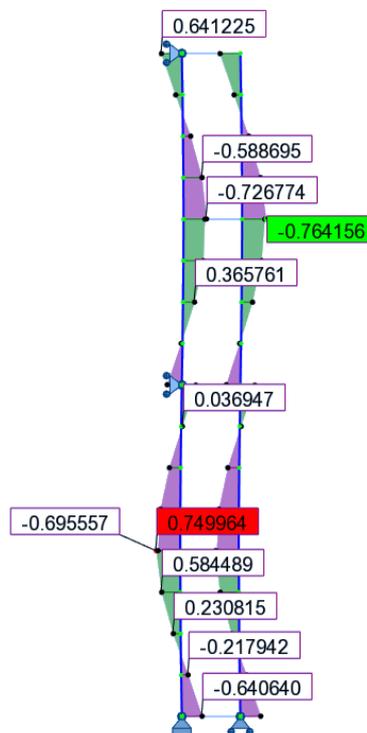
$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant :



**Fig. IX.45.** Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (a) :



**Fig. IX.46.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a)

Le moment maximal obtenu est de **0,764 kN.m** pour une hauteur **Z = 6 m**.

(b) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées en utilisant les systèmes de charges équivalentes

Définition de l'imperfection globale :

L'échafaudage de façade est appuyé sur la façade à 4 m et 8 m ; cela signifie qu'il ne peut pas y avoir de déplacement global de la structure. L'imperfection globale n'est donc pas modélisée.

Définition de l'imperfection locale :

Conditions de prise en compte :

Charge critique :  $N_{cr,m} = 31,743 \text{ kN}$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{31,743 \cdot 10^3}} = 2,042$$

$$0,5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}} = 0,5 \times \sqrt{\frac{4,136 \times 10^{-4} \times 320 \times 10^6}{21,162 \times 10^3}} = 1,250$$

$$\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}} \quad : \text{l'imperfection locale doit être prise en compte}$$

Détermination de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

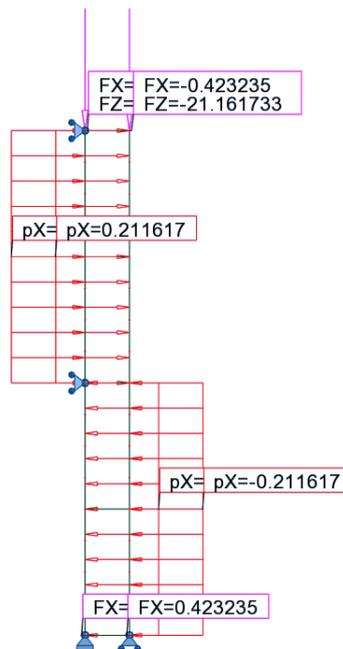
$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

$$N_{Ed} = 21,162 \text{ kN}$$

$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \times 21,162 \times 0,020}{4^2} = 0,216 \text{ kN/m}$$

$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \times 21,162 \times 0,020}{4} = 0,423 \text{ kN}$$

Modélisation des imperfections, globale et locales, de la structure dans le modèle :



**Fig. IX.47.** Système de charges équivalentes pour l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (b) :

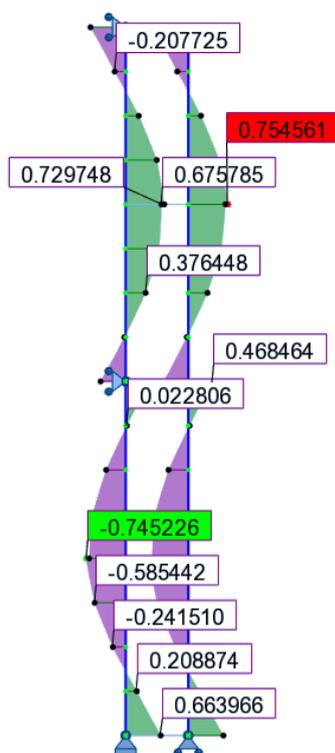


Fig. IX.48. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b)

Le moment maximal obtenu est de **0,755 kN.m** pour une hauteur **Z = 6 m**.

(c) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir de la courbure

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

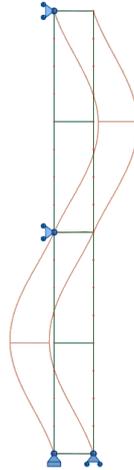


Fig. IX.49. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

On constate que le 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure est un mode local. En effet, à cause des appuis à 4 m et 8 m, aucun déplacement ne peut être observé pour l'échafaudage de façade.

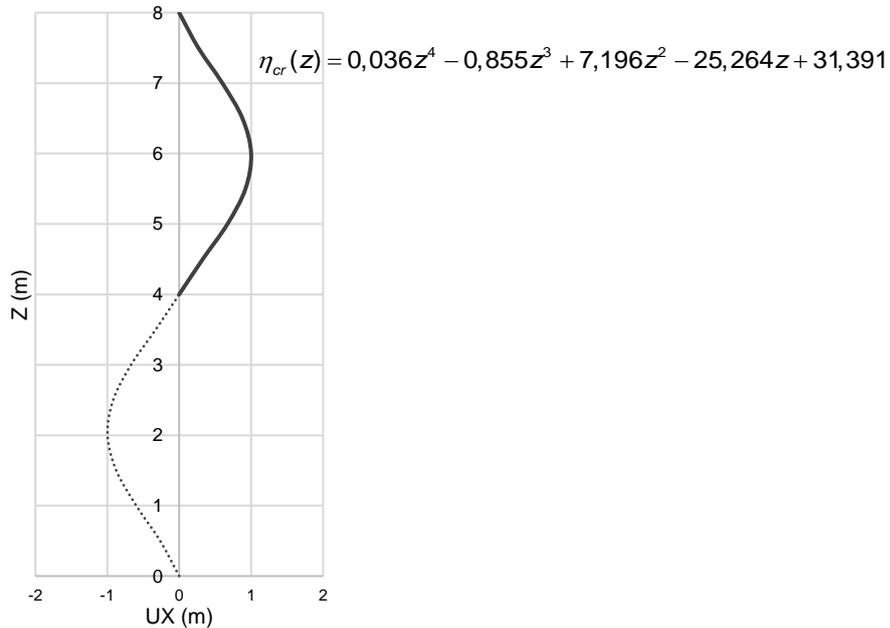
→ Vecteurs propres UX et RY, charges critiques  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

Tableau IX.22. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	-0,388134822	1	31,7426	2,6432
2	0	0,5	-0,264700737	-0,636571078	2	31,7426	2,6432
3	0	1	-0,597080398	-0,650836224	3	31,7426	2,6432
4	0	1,5	-0,875221547	-0,426039763	4	31,7426	2,6432
5	0	2	-0,995801336	-0,039248636	5	31,7426	2,6432
6	0	2,5	-0,918080875	0,343679256	6	31,7426	2,6432
7	0	3	-0,669304482	0,624719259	7	31,7426	2,6432
8	0	3,5	-0,326792325	0,707522455	8	31,7426	2,6432
9	0	4	0,000000000	0,563701417	9	31,7426	2,6432
10	0	4,5	0,327411691	0,709820367	10	31,7426	2,6432
11	0	5	0,671365833	0,627912323	11	31,7426	2,6432
12	0	5,5	0,921604986	0,346057802	12	31,7426	2,6432
13	0	6	1,000000000	-0,039115068	13	31,7426	2,6432
14	0	6,5	0,879258631	-0,426906717	14	31,7426	2,6432
15	0	7	0,600358528	-0,653021415	15	31,7426	2,6432
16	0	7,5	0,266575265	-0,639940291	16	31,7426	2,6432
17	0	8	0,000000000	-0,392147955	101	31,7426	2,6432
51	0,7	0	-0,000011893	-0,388130329	102	31,7426	2,6432
52	0,7	0,5	-0,264709783	-0,636564417	103	31,7426	2,6432
53	0,7	1	-0,597085917	-0,650829092	104	31,7426	2,6432
54	0,7	1,5	-0,875223773	-0,426034012	105	31,7426	2,6432
55	0,7	2	-0,995801336	-0,039245642	106	31,7426	2,6432
56	0,7	2,5	-0,918079738	0,343680750	107	31,7426	2,6432
57	0,7	3	-0,669302999	0,624719185	108	31,7426	2,6432
58	0,7	3,5	-0,326791183	0,707521287	109	31,7426	2,6432
59	0,7	4	0,000000459	0,563700012	110	31,7426	2,6432
60	0,7	4,5	0,327411373	0,709818838	111	31,7426	2,6432
61	0,7	5	0,671364928	0,627911653	112	31,7426	2,6432
62	0,7	5,5	0,921604114	0,346058680	113	31,7426	2,6432
63	0,7	6	1,000000000	-0,039112482	114	31,7426	2,6432
64	0,7	6,5	0,879260671	-0,426901297	115	31,7426	2,6432
65	0,7	7	0,600363721	-0,653014508	116	31,7426	2,6432
66	0,7	7,5	0,266583898	-0,639933757			
67	0,7	8	0,000011434	-0,392143525			

Équation de la déformée critique :

La section critique de la structure est identifiée à 6 m, on utilise donc les coordonnées UX de la déformée critique entre 4 m et 8 m pour établir l'équation de celle-ci.



**Fig. IX.50.** Mise en équation de la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement d'un montant

Courbure dans la section critique de la structure :

Équation de la courbure :

$$\eta_{cr}''(z) = 12 \times 0,036 \times z^2 - 6 \times 0,855 \times z + 2 \times 7,196$$

Section critique :  $Z = 6$  m

Courbure dans la section critique :

$$|\eta_{cr}''|_{\max} = \eta_{cr}''(6) = 12 \times 0,036 \times 6^2 - 6 \times 0,855 \times 6 + 2 \times 7,196 = 0,789 \text{ m}^{-1}$$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (2,042 - 0,2) \times \frac{4,431 \times 10^{-6}}{4,136 \times 10^{-4}} = 0,010 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta_{cr}''|_{\max}} = 0,010 \times \frac{31,743 \times 10^3}{210 \times 10^9 \times 10,700 \times 10^{-8} \times 0,789} = 0,017$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c) :

Tableau IX.23. Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,5	-0,004581561	0,5
3	0	1	-0,010334539	1
4	0	1,5	-0,015148733	1,5
5	0	2	-0,017235783	2
6	0	2,5	-0,015890562	2,5
7	0	3	-0,011584627	3
8	0	3,5	-0,005656270	3,5
9	0	4	0,000000000	4
10	0	4,5	0,005666991	4,5
11	0	5	0,011620306	5
12	0	5,5	0,015951559	5,5
13	0	6	0,017308455	6
14	0	6,5	0,015218609	6,5
15	0	7	0,010391279	7
16	0	7,5	0,004614006	7,5
17	0	8	0,000000000	8
51	0,7	0	0,699999794	0
52	0,7	0,5	0,695418283	0,5
53	0,7	1	0,689665365	1
54	0,7	1,5	0,684851228	1,5
55	0,7	2	0,682764217	2
56	0,7	2,5	0,684109458	2,5
57	0,7	3	0,688415399	3
58	0,7	3,5	0,694343749	3,5
59	0,7	4	0,700000008	4
60	0,7	4,5	0,705666985	4,5
61	0,7	5	0,711620290	5
62	0,7	5,5	0,715951544	5,5
63	0,7	6	0,717308455	6
64	0,7	6,5	0,715218644	6,5
65	0,7	7	0,710391369	7
66	0,7	7,5	0,704614155	7,5
67	0,7	8	0,700000198	8

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (c) :

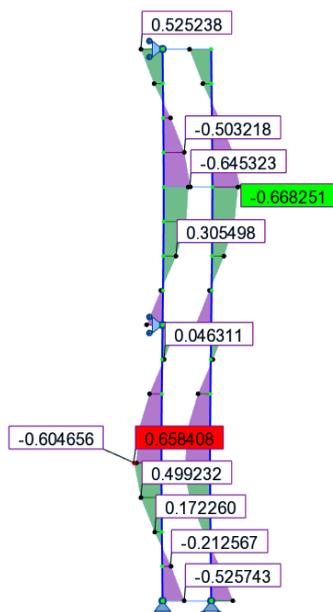


Fig. IX.51. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c)

Le moment maximal obtenu est de **0,668 kN.m** pour une hauteur **Z = 6 m**.

(d) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir des moments

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

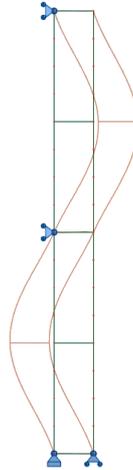


Fig. IX.52. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

On constate que le 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure est un mode local. En effet, à cause des appuis à 4 m et 8 m, aucun déplacement ne peut être observé pour l'échafaudage de façade.

→ Vecteurs propres UX et RY, charges critiques  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

Tableau IX.24. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	-0,388134822	1	31,7426	2,6432
2	0	0,5	-0,264700737	-0,636571078	2	31,7426	2,6432
3	0	1	-0,597080398	-0,650836224	3	31,7426	2,6432
4	0	1,5	-0,875221547	-0,426039763	4	31,7426	2,6432
5	0	2	-0,995801336	-0,039248636	5	31,7426	2,6432
6	0	2,5	-0,918080875	0,343679256	6	31,7426	2,6432
7	0	3	-0,669304482	0,624719259	7	31,7426	2,6432
8	0	3,5	-0,326792325	0,707522455	8	31,7426	2,6432
9	0	4	0,000000000	0,563701417	9	31,7426	2,6432
10	0	4,5	0,327411691	0,709820367	10	31,7426	2,6432
11	0	5	0,671365833	0,627912323	11	31,7426	2,6432
12	0	5,5	0,921604986	0,346057802	12	31,7426	2,6432
13	0	6	1,000000000	-0,039115068	13	31,7426	2,6432
14	0	6,5	0,879258631	-0,426906717	14	31,7426	2,6432
15	0	7	0,600358528	-0,653021415	15	31,7426	2,6432
16	0	7,5	0,266575265	-0,639940291	16	31,7426	2,6432
17	0	8	0,000000000	-0,392147955	101	31,7426	2,6432
51	0,7	0	-0,000011893	-0,388130329	102	31,7426	2,6432
52	0,7	0,5	-0,264709783	-0,636564417	103	31,7426	2,6432
53	0,7	1	-0,597085917	-0,650829092	104	31,7426	2,6432
54	0,7	1,5	-0,875223773	-0,426034012	105	31,7426	2,6432
55	0,7	2	-0,995801336	-0,039245642	106	31,7426	2,6432
56	0,7	2,5	-0,918079738	0,343680750	107	31,7426	2,6432
57	0,7	3	-0,669302999	0,624719185	108	31,7426	2,6432
58	0,7	3,5	-0,326791183	0,707521287	109	31,7426	2,6432
59	0,7	4	0,000000459	0,563700012	110	31,7426	2,6432
60	0,7	4,5	0,327411373	0,709818838	111	31,7426	2,6432
61	0,7	5	0,671364928	0,627911653	112	31,7426	2,6432
62	0,7	5,5	0,921604114	0,346058680	113	31,7426	2,6432
63	0,7	6	1,000000000	-0,039112482	114	31,7426	2,6432
64	0,7	6,5	0,879260671	-0,426901297	115	31,7426	2,6432
65	0,7	7	0,600363721	-0,653014508	116	31,7426	2,6432
66	0,7	7,5	0,266583898	-0,639933757			
67	0,7	8	0,000011434	-0,392143525			

Moment fléchissant induit par la déformée critique :

Lorsque l'on modélise la structure avec la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement, le moment maximal est obtenu pour  $Z = 6 \text{ m}$  et vaut :  $M''_{1cr,max} = 38,755 \text{ kN.m}$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (2,042 - 0,2) \times \frac{4,431 \times 10^{-6}}{4,136 \times 10^{-4}} = 0,010 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta''_{cr}|_{\max}} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{M''_{1cr,max} \cdot (\alpha_{cr} - 1)} = 0,010 \times \frac{31,743 \times 10^3}{38,755 \times 10^3 \times (1,5 - 1)} = 0,0158$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d) :

**Tableau IX.25.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,00000000	0
2	0	0,5	-0,00419175	0,5
3	0	1	-0,00945526	1
4	0	1,5	-0,01385985	1,5
5	0	2	-0,01576933	2
6	0	2,5	-0,01453857	2,5
7	0	3	-0,01059899	3
8	0	3,5	-0,00517503	3,5
9	0	4	0,00000000	4
10	0	4,5	0,00518483	4,5
11	0	5	0,01063163	5
12	0	5,5	0,01459437	5,5
13	0	6	0,01583582	6
14	0	6,5	0,01392378	6,5
15	0	7	0,00950717	7
16	0	7,5	0,00422144	7,5
17	0	8	0,00000000	8
51	0,7	0	0,69999981	0
52	0,7	0,5	0,69580810	0,5
53	0,7	1	0,69054465	1
54	0,7	1,5	0,68614011	1,5
55	0,7	2	0,68423067	2
56	0,7	2,5	0,68546145	2,5
57	0,7	3	0,68940104	3
58	0,7	3,5	0,69482499	3,5
59	0,7	4	0,70000001	4
60	0,7	4,5	0,70518483	4,5
61	0,7	5	0,71063162	5
62	0,7	5,5	0,71459436	5,5
63	0,7	6	0,71583582	6
64	0,7	6,5	0,71392382	6,5
65	0,7	7	0,70950725	7
66	0,7	7,5	0,70422158	7,5
67	0,7	8	0,70000018	8

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (d) :

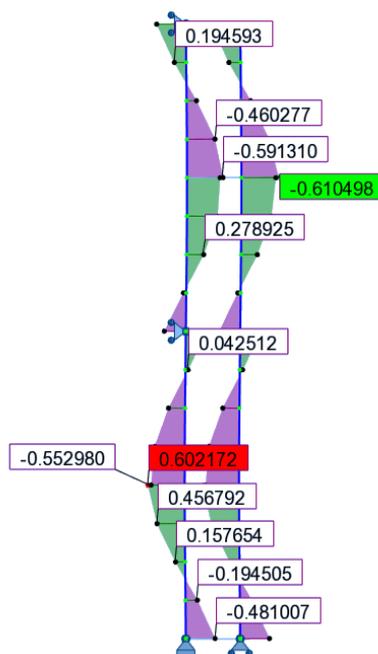


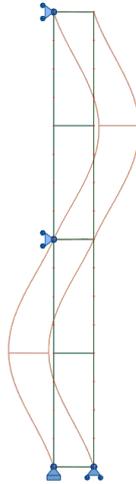
Fig. IX.53. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d)

Le moment maximal obtenu est de **0,610 kN.m** pour une hauteur **Z = 6 m**.

(e) Nouvelle méthode des courbures :

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :



**Fig. IX.54.** Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

On constate que le 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure est un mode local. En effet, à cause des appuis à 4 m et 8 m, aucun déplacement ne peut être observé pour l'échafaudage de façade.

→ Vecteurs propres UX et RY, charges critiques  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

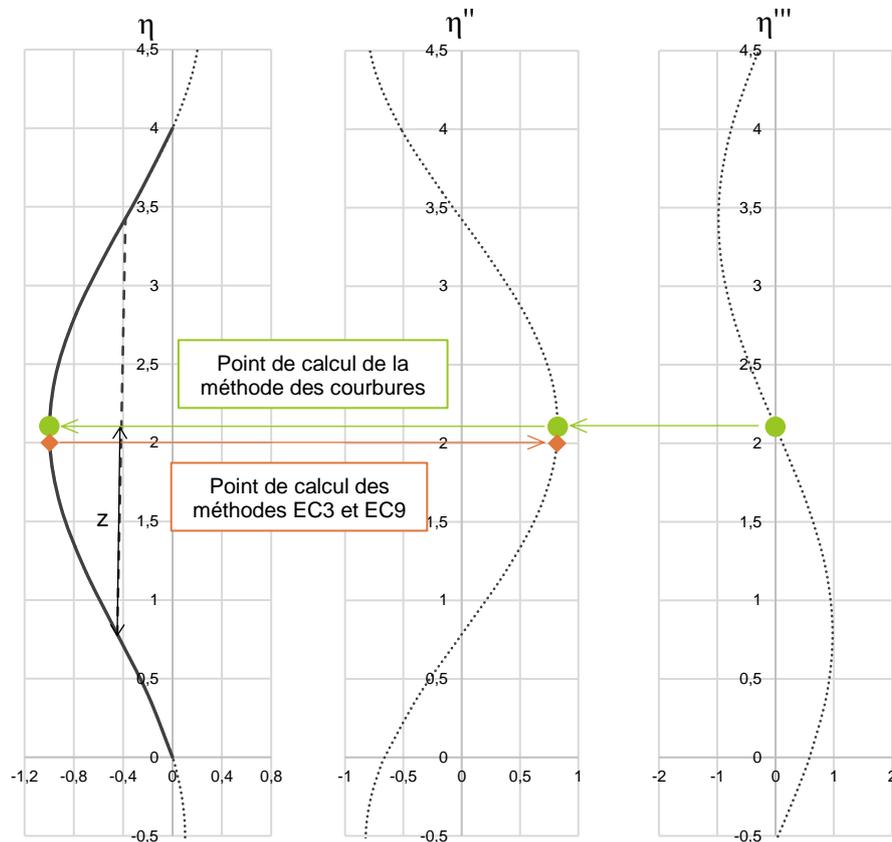
**Tableau IX.26.** Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	-0,388134822	1	31,7426	2,6432
2	0	0,5	-0,264700737	-0,636571078	2	31,7426	2,6432
3	0	1	-0,597080398	-0,650836224	3	31,7426	2,6432
4	0	1,5	-0,875221547	-0,426039763	4	31,7426	2,6432
5	0	2	-0,995801336	-0,039248636	5	31,7426	2,6432
6	0	2,5	-0,918080875	0,343679256	6	31,7426	2,6432
7	0	3	-0,669304482	0,624719259	7	31,7426	2,6432
8	0	3,5	-0,326792325	0,707522455	8	31,7426	2,6432
9	0	4	0,000000000	0,563701417	9	31,7426	2,6432
10	0	4,5	0,327411691	0,709820367	10	31,7426	2,6432
11	0	5	0,671365833	0,627912323	11	31,7426	2,6432
12	0	5,5	0,921604986	0,346057802	12	31,7426	2,6432
13	0	6	1,000000000	-0,039115068	13	31,7426	2,6432
14	0	6,5	0,879258631	-0,426906717	14	31,7426	2,6432
15	0	7	0,600358528	-0,653021415	15	31,7426	2,6432
16	0	7,5	0,266575265	-0,639940291	16	31,7426	2,6432
17	0	8	0,000000000	-0,392147955	101	31,7426	2,6432
51	0,7	0	-0,000011893	-0,388130329	102	31,7426	2,6432
52	0,7	0,5	-0,264709783	-0,636564417	103	31,7426	2,6432
53	0,7	1	-0,597085917	-0,650829092	104	31,7426	2,6432
54	0,7	1,5	-0,875223773	-0,426034012	105	31,7426	2,6432
55	0,7	2	-0,995801336	-0,039245642	106	31,7426	2,6432
56	0,7	2,5	-0,918079738	0,343680750	107	31,7426	2,6432
57	0,7	3	-0,669302999	0,624719185	108	31,7426	2,6432
58	0,7	3,5	-0,326791183	0,707521287	109	31,7426	2,6432
59	0,7	4	0,000000459	0,563700012	110	31,7426	2,6432
60	0,7	4,5	0,327411373	0,709818838	111	31,7426	2,6432
61	0,7	5	0,671364928	0,627911653	112	31,7426	2,6432
62	0,7	5,5	0,921604114	0,346058680	113	31,7426	2,6432
63	0,7	6	1,000000000	-0,039112482	114	31,7426	2,6432
64	0,7	6,5	0,879260671	-0,426901297	115	31,7426	2,6432
65	0,7	7	0,600363721	-0,653014508	116	31,7426	2,6432
66	0,7	7,5	0,266583898	-0,639933757			
67	0,7	8	0,000011434	-0,392143525			

### Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Le choix de la section de calcul des imperfections initiales est effectué à partir de l'organigramme présenté à la Fig. III.9. L'échafaudage de façade est composé d'un seul type de profilé, à savoir une section circulaire creuse 48,3 mm x 2,9 mm. Le choix de la section de calcul se résume donc à identifier la section dont le facteur de sollicitation, induit par l'effort normal et la présence des imperfections initiales, est maximal. Au vu de la déformée critique, les sections de calcul envisageables sont situées à  $Z = 2$  m ou  $Z = 6$  m.

→ Barre virtuelle entre 0 m et 4 m :



**Fig. IX.55.** Barre virtuelle entre 0 m et 4 m de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Barre virtuelle entre 4 m et 8 m :

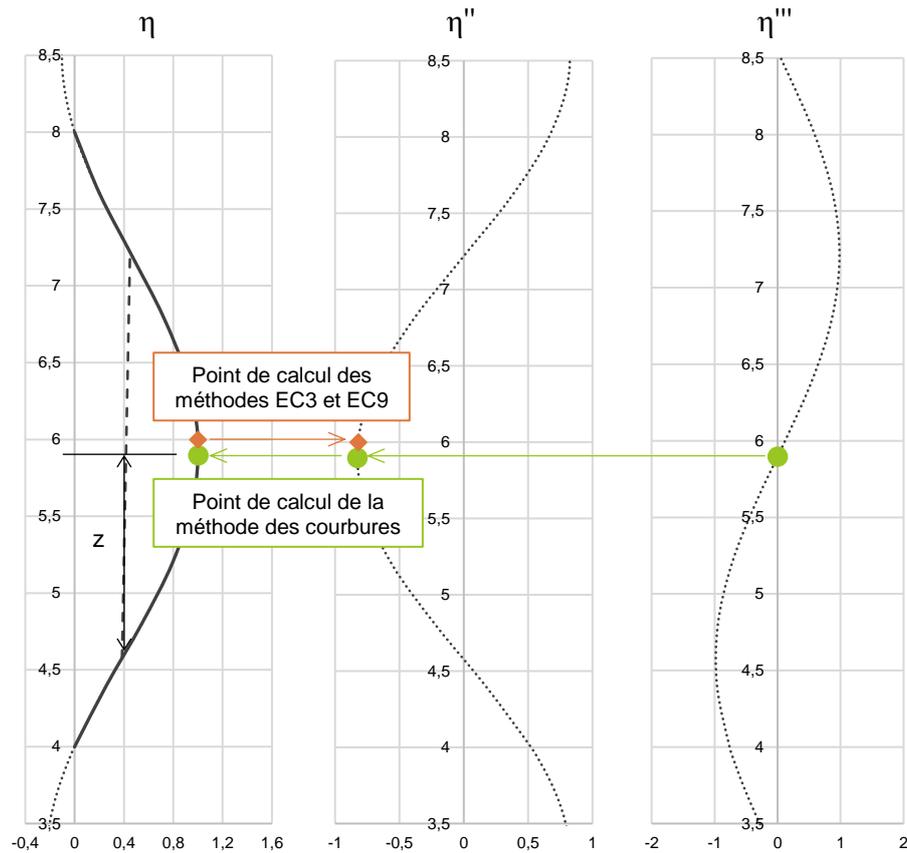


Fig. IX.56. Barre virtuelle entre 4 m et 8 m de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Tableau IX.27. Détermination de la section de calcul des imperfections initiales de l'échafaudage de façade

		Z = 2 m	Z = 6 m
Section		48,3 mm x 2,9 mm	48,3 mm x 2,9 mm
N <sub>Ed</sub> (kN)		21,162	21,162
N <sub>cr</sub> (kN)		31,743	31,743
L <sub>cr</sub> (m)		2,643	2,643
$\bar{\lambda}$		2,042	2,042
Abscisses points d'inflexion (m)	1 <sup>er</sup> point	0,784	4,576
	2 <sup>ème</sup> point	3,427	7,219
Abscisse courbure maximale (m)		2,105	5,897
z <sub>i</sub> (m)		1,322	1,322
C <sub>nor</sub>		0,0166	0,0165
e <sub>0</sub> (m)		0,010	0,010
$M_{inst}'' = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,614	0,614
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}''}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z_i}{l_f}\right)$		0,593	0,593

Le facteur de sollicitation étant le même entre les deux sections, la section de calcul des imperfections initiales sera donc indifféremment localisée à  $Z = 2$  m ou  $Z = 6$  m. Dans le cas présent, la section de calcul des imperfections initiales choisie est située à  $Z = 6$  m. On retient donc la valeur de coefficient de normalisation pour la normalisation de la déformée critique de la structure :  $C_{nor} = 0,0165$ .

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e) :

**Tableau IX.28.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,5	-0,004372044	0,5
3	0	1	-0,009861937	1
4	0	1,5	-0,014455975	1,5
5	0	2	-0,016447583	2
6	0	2,5	-0,015163880	2,5
7	0	3	-0,011054857	3
8	0	3,5	-0,005397607	3,5
9	0	4	0,000000000	4
10	0	4,5	0,005407837	4,5
11	0	5	0,011088904	5
12	0	5,5	0,015222087	5,5
13	0	6	0,016516932	6
14	0	6,5	0,014522655	6,5
15	0	7	0,009916081	7
16	0	7,5	0,004403006	7,5
17	0	8	0,000000000	8
51	0,7	0	0,699999804	0
52	0,7	0,5	0,695627806	0,5
53	0,7	1	0,690137972	1
54	0,7	1,5	0,685543988	1,5
55	0,7	2	0,683552417	2
56	0,7	2,5	0,684836139	2,5
57	0,7	3	0,688945168	3
58	0,7	3,5	0,694602412	3,5
59	0,7	4	0,700000008	4
60	0,7	4,5	0,705407832	4,5
61	0,7	5	0,711088889	5
62	0,7	5,5	0,715222073	5,5
63	0,7	6	0,716516932	6
64	0,7	6,5	0,714522689	6,5
65	0,7	7	0,709916167	7
66	0,7	7,5	0,704403148	7,5
67	0,7	8	0,700000189	8

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (e) :

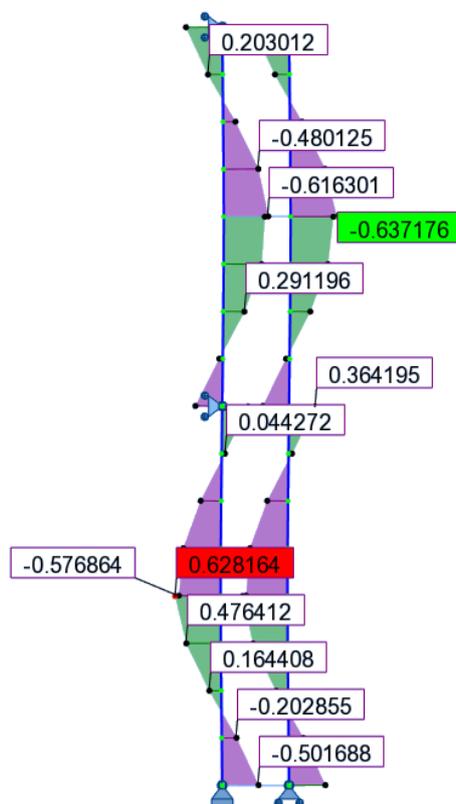


Fig. IX.57. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e)

Le moment maximal obtenu est de **0,637 kN.m** pour une hauteur **Z = 6 m**.

### IX.1.5. Portique bi-articulé 4 m x 4 m – Chargement asymétrique – Section circulaire creuse 60 x 6 mm

Le portique bi-articulé 4 m x 4 m (Fig. IX.58), réalisé à partir de sections circulaires creuses 60 mm x 6 mm, formées à froid, en acier S320. Le montant droit de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$ , tandis que le montant gauche est soumis à un effort de compression  $N/2$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

Seul l'exemple numérique pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  (soit  $N = 7,967$  kN) est présenté dans cette annexe. Les résultats obtenus pour les trois cas de charges sont répertoriés dans le paragraphe III.5.2.6.

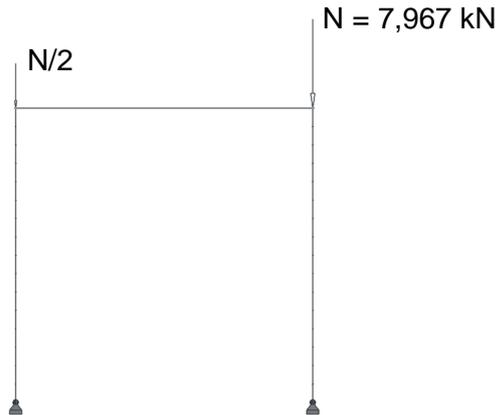


Fig. IX.58. Portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

(a) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées dans le modèle de calcul à partir de la détermination de la position réelle des nœuds

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 7,967 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 4 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{d'où : } \phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 1 \times 0,866 = 0,0043 \text{ rad}$$

Définition de l'imperfection locale :

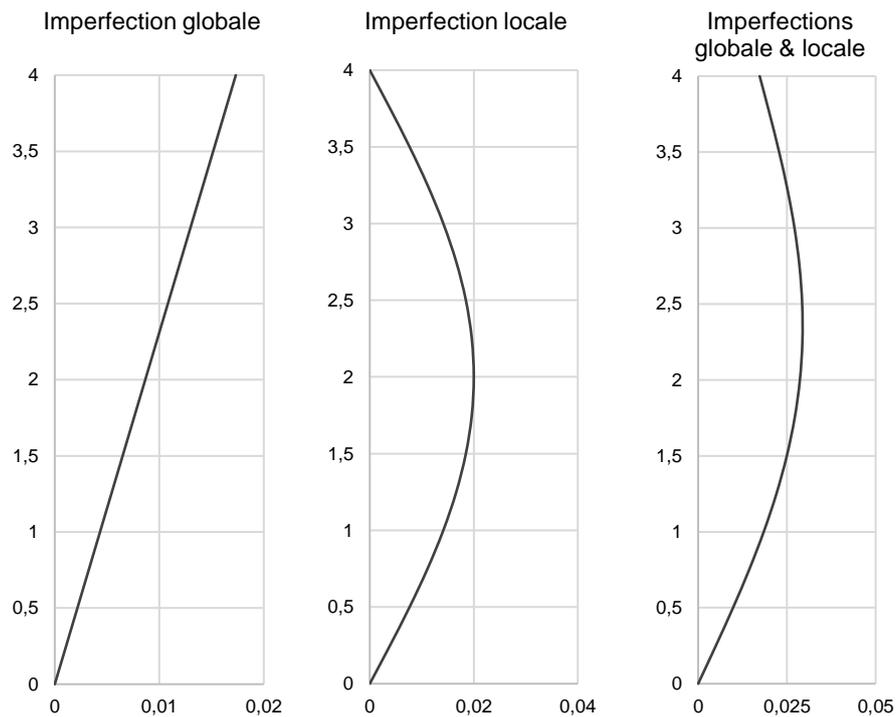
Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

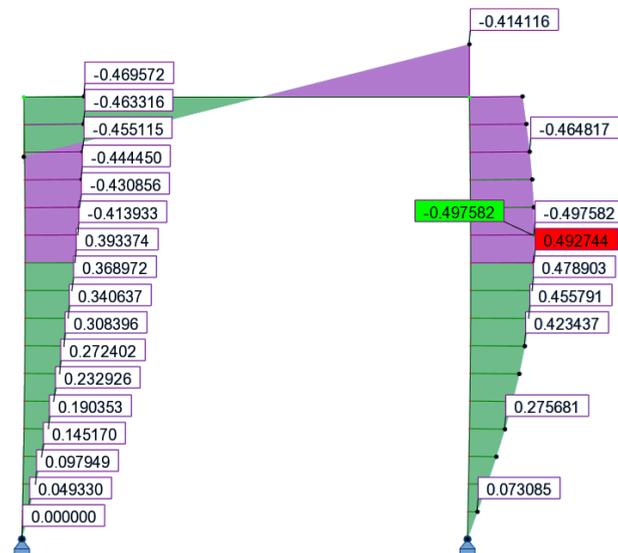
$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

Représentation des imperfections globale et locales d'un montant :



**Fig. IX.59.** Représentation des imperfections globale et locale d'un montant du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (a) :



**Fig. IX.60.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous le chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (a)

Le moment maximal obtenu est de **0,498 kN.m** pour une hauteur **Z = 2,75 m**.

(b) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées en utilisant les systèmes de charges équivalentes

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 7,967 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 4 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 1 \times 0,866 = 0,0043 \text{ rad}$$

Poteau gauche

$$N_{Ed} = 3,983 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot N_{Ed} = 0,017 \text{ kN}$$

Poteau droit

$$N_{Ed} = 7,967 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot N_{Ed} = 0,034 \text{ kN}$$

Définition de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

Poteau gauche

$$N_{Ed} = 3,983 \text{ kN}$$

$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = 0,0398 \text{ kN/m}$$

$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = 0,0797 \text{ kN}$$

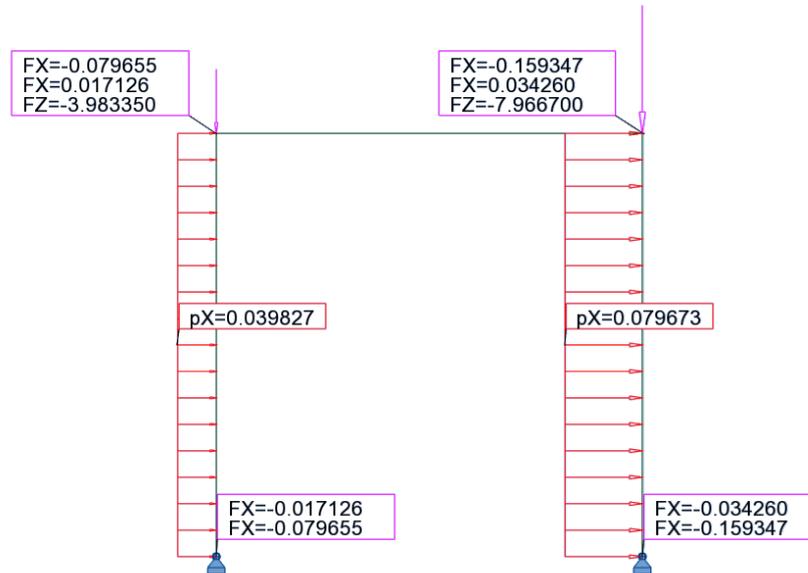
Poteau droit

$$N_{Ed} = 7,967 \text{ kN}$$

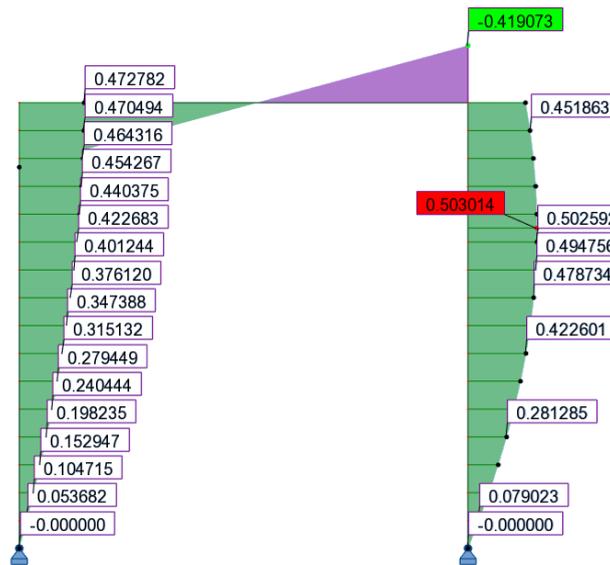
$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = 0,0797 \text{ kN/m}$$

$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = 0,1593 \text{ kN}$$

Modélisation des imperfections, globale et locales, de la structure dans le modèle :



**Fig. IX.61.** Système de charges équivalentes pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique  
Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (b) :



**Fig. IX.62.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (b)

Le moment maximal obtenu est de **0,503 kN.m** pour une hauteur **Z = 2,89 m**.

(c) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir de la courbure

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

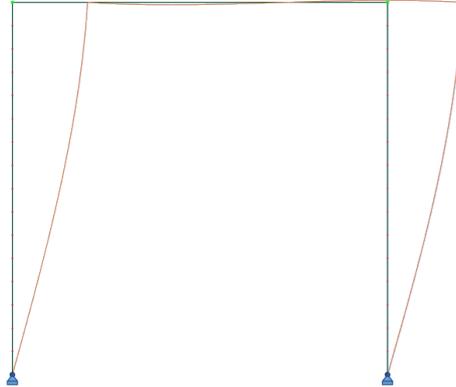


Fig. IX.63. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

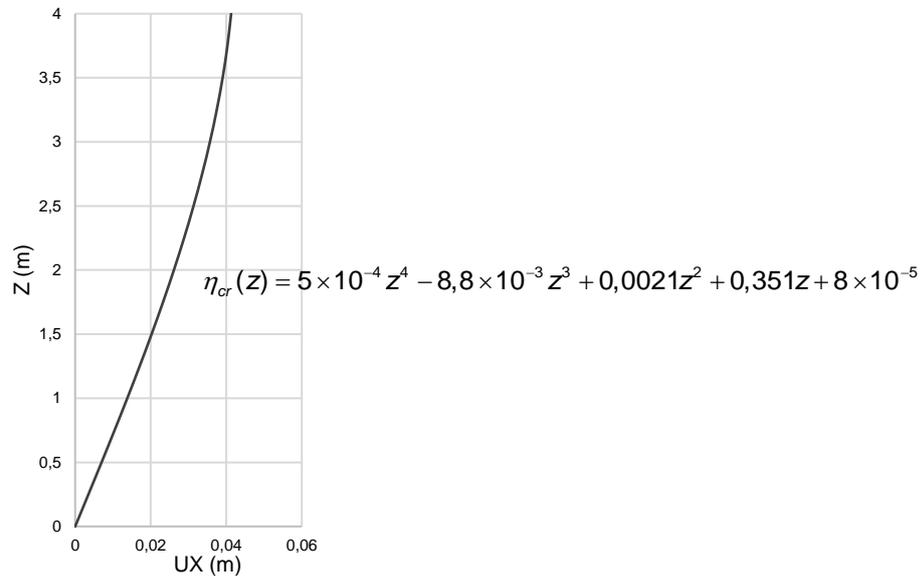
→ Vecteurs propres UX et RY, charges critique  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

Tableau IX.29. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	0,340005349	1	5,9741	11,4152
2	0	0,25	0,084907961	0,338885013	2	5,9741	11,4152
3	0	0,5	0,169256196	0,335529305	3	5,9741	11,4152
4	0	0,75	0,252487627	0,329954105	4	5,9741	11,4152
5	0	1	0,334050460	0,322185794	5	5,9741	11,4152
6	0	1,25	0,413400800	0,312261133	6	5,9741	11,4152
7	0	1,5	0,490005217	0,300227083	7	5,9741	11,4152
8	0	1,75	0,563343277	0,286140589	8	5,9741	11,4152
9	0	2	0,632910003	0,270068309	9	5,9741	11,4152
10	0	2,25	0,698218262	0,252086296	10	5,9741	11,4152
11	0	2,5	0,758801073	0,232279641	11	5,9741	11,4152
12	0	2,75	0,814213816	0,210742067	12	5,9741	11,4152
13	0	3	0,864036335	0,187575490	13	5,9741	11,4152
14	0	3,25	0,907874927	0,162889534	14	5,9741	11,4152
15	0	3,5	0,945364203	0,136801012	15	5,9741	11,4152
16	0	3,75	0,976168823	0,109433374	16	5,9741	11,4152
17	0	4	0,999985074	0,080916122	101	11,9510	8,0708
51	4	0	0,000000000	0,352105192	102	11,9510	8,0708
52	4	0,25	0,087913752	0,350755071	103	11,9510	8,0708
53	4	0,5	0,175153509	0,346717485	104	11,9510	8,0708
54	4	0,75	0,261051653	0,340030638	105	11,9510	8,0708
55	4	1	0,344953262	0,330757806	106	11,9510	8,0708
56	4	1,25	0,426222303	0,318986730	107	11,9510	8,0708
57	4	1,5	0,504247659	0,304828794	108	11,9510	8,0708
58	4	1,75	0,578448900	0,288417967	109	11,9510	8,0708
59	4	2	0,648281786	0,269909534	110	11,9510	8,0708
60	4	2,25	0,713243411	0,249478631	111	11,9510	8,0708
61	4	2,5	0,772876961	0,227318583	112	11,9510	8,0708
62	4	2,75	0,826776041	0,203639079	113	11,9510	8,0708
63	4	3	0,874588517	0,178664183	114	11,9510	8,0708
64	4	3,25	0,916019849	0,152630219	115	11,9510	8,0708
65	4	3,5	0,950835878	0,125783531	116	11,9510	8,0708
66	4	3,75	0,978865042	0,098378154			
67	4	4	1,000000000	0,070673411			

### Équation de la déformée critique :

La section critique de la structure sera localisée dans le poteau droit car c'est le poteau le plus chargé. À partir des coordonnées UX de la déformée critique dans le poteau droit, il est possible d'établir une équation de celle-ci.



**Fig. IX.64.** Mise en équation de la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement d'un montant

### Courbure dans la section critique de la structure :

Equation de la courbure :

$$\eta_{cr}''(z) = 12 \times 5 \times 10^{-4} \times z^2 - 6 \times 8,8 \times 10^{-3} \times z + 2 \times 0,0021$$

Section critique :  $Z = 4 \text{ m}$

Courbure dans la section critique :

$$|\eta_{cr}''|_{\max} = \eta_{cr}''(4) = 12 \times 5 \times 10^{-4} \times 4^2 - 6 \times 8,8 \times 10^{-3} \times 4 + 2 \times 0,0021 = 0,111 \text{ m}^{-1}$$

### Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (5,221 - 0,2) \times \frac{12,520 \times 10^{-6}}{10,179 \times 10^{-4}} = 0,030 \text{ m}$$

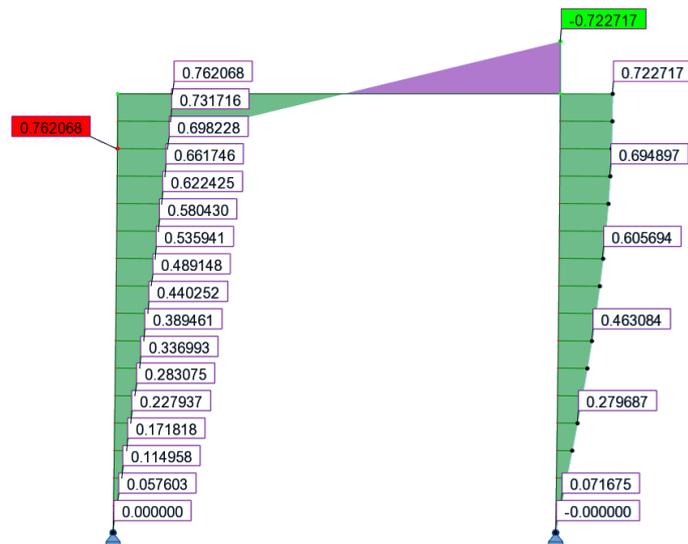
$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta_{cr}''|_{\max}} = 0,030 \times \frac{11,951 \times 10^3}{210 \times 10^9 \times 37,560 \times 10^{-8} \times 0,111} = 0,0413$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c) :

**Tableau IX.30.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,003506883	0,25
3	0	0,50	0,006990647	0,50
4	0	0,75	0,010428286	0,75
5	0	1	0,013797007	1
6	0	1,25	0,017074348	1,25
7	0	1,50	0,020238276	1,50
8	0	1,75	0,023267297	1,75
9	0	2	0,026140553	2
10	0	2,25	0,028837926	2,25
11	0	2,50	0,031340127	2,50
12	0	2,75	0,033628793	2,75
13	0	3	0,035686571	3
14	0	3,25	0,037497200	3,25
15	0	3,50	0,039045588	3,50
16	0	3,75	0,040317885	3,75
17	0	4	0,041301548	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,003631028	0,25
20	4	0,50	4,007234219	0,50
21	4	0,75	4,010781998	0,75
22	4	1	4,014247316	1
23	4	1,25	4,017603904	1,25
24	4	1,50	4,020826520	1,50
25	4	1,75	4,023891192	1,75
26	4	2	4,026775441	2
27	4	2,25	4,029458497	2,25
28	4	2,50	4,031921491	2,50
29	4	2,75	4,034147640	2,75
30	4	3	4,036122399	3
31	4	3,25	4,037833602	3,25
32	4	3,50	4,039271580	3,50
33	4	3,75	4,040429245	3,75
34	4	4	4,041302164	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (c) :



**Fig. IX.65.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (c)

Le moment maximal obtenu est de **0,762 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

(d) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir des moments

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

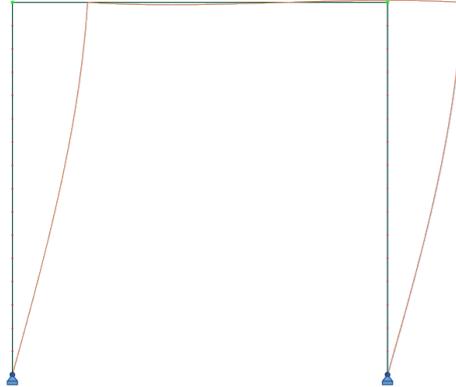


Fig. IX.66. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

→ Vecteurs propres UX et RY, charges critique  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

Tableau IX.31. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	0,340005349	1	5,9741	11,4152
2	0	0,25	0,084907961	0,338885013	2	5,9741	11,4152
3	0	0,5	0,169256196	0,335529305	3	5,9741	11,4152
4	0	0,75	0,252487627	0,329954105	4	5,9741	11,4152
5	0	1	0,334050460	0,322185794	5	5,9741	11,4152
6	0	1,25	0,413400800	0,312261133	6	5,9741	11,4152
7	0	1,5	0,490005217	0,300227083	7	5,9741	11,4152
8	0	1,75	0,563343277	0,286140589	8	5,9741	11,4152
9	0	2	0,632910003	0,270068309	9	5,9741	11,4152
10	0	2,25	0,698218262	0,252086296	10	5,9741	11,4152
11	0	2,5	0,758801073	0,232279641	11	5,9741	11,4152
12	0	2,75	0,814213816	0,210742067	12	5,9741	11,4152
13	0	3	0,864036335	0,187575490	13	5,9741	11,4152
14	0	3,25	0,907874927	0,162889534	14	5,9741	11,4152
15	0	3,5	0,945364203	0,136801012	15	5,9741	11,4152
16	0	3,75	0,976168823	0,109433374	16	5,9741	11,4152
17	0	4	0,999985074	0,080916122	101	11,9510	8,0708
51	4	0	0,000000000	0,352105192	102	11,9510	8,0708
52	4	0,25	0,087913752	0,350755071	103	11,9510	8,0708
53	4	0,5	0,175153509	0,346717485	104	11,9510	8,0708
54	4	0,75	0,261051653	0,340030638	105	11,9510	8,0708
55	4	1	0,344953262	0,330757806	106	11,9510	8,0708
56	4	1,25	0,426222303	0,318986730	107	11,9510	8,0708
57	4	1,5	0,504247659	0,304828794	108	11,9510	8,0708
58	4	1,75	0,578448900	0,288417967	109	11,9510	8,0708
59	4	2	0,648281786	0,269909534	110	11,9510	8,0708
60	4	2,25	0,713243411	0,249478631	111	11,9510	8,0708
61	4	2,5	0,772876961	0,227318583	112	11,9510	8,0708
62	4	2,75	0,826776041	0,203639079	113	11,9510	8,0708
63	4	3	0,874588517	0,178664183	114	11,9510	8,0708
64	4	3,25	0,916019849	0,152630219	115	11,9510	8,0708
65	4	3,5	0,950835878	0,125783531	116	11,9510	8,0708
66	4	3,75	0,978865042	0,098378154			
67	4	4	1,000000000	0,070673411			

Moment fléchissant induit par la déformée critique

Lorsque l'on modélise la structure avec la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement, le moment maximal est obtenu pour  $Z = 4 \text{ m}$  et vaut :  $M''_{1cr,max} = 18,436 \text{ kN.m}$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (5,221 - 0,2) \times \frac{12,520 \times 10^{-6}}{10,179 \times 10^{-4}} = 0,030 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{EI_m |\eta''_{cr}|_{max}} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{M''_{1cr,max} \cdot (\alpha_{cr} - 1)} = 0,030 \times \frac{11,951 \times 10^3}{18,436 \times 10^3 \times (1,5 - 1)} = 0,0392$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d) :

**Tableau IX.32.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,003330814	0,25
3	0	0,50	0,006639671	0,50
4	0	0,75	0,009904717	0,75
5	0	1	0,013104306	1
6	0	1,25	0,016217103	1,25
7	0	1,50	0,019222181	1,50
8	0	1,75	0,022099125	1,75
9	0	2	0,024828125	2
10	0	2,25	0,027390071	2,25
11	0	2,50	0,029766646	2,50
12	0	2,75	0,031940406	2,75
13	0	3	0,033894869	3
14	0	3,25	0,035614593	3,25
15	0	3,50	0,037085242	3,50
16	0	3,75	0,038293661	3,75
17	0	4	0,039227938	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,003448727	0,25
20	4	0,50	4,006871013	0,50
21	4	0,75	4,010240671	0,75
22	4	1	4,013532007	1
23	4	1,25	4,016720072	1,25
24	4	1,50	4,019780891	1,50
25	4	1,75	4,022691696	1,75
26	4	2	4,025431137	2
27	4	2,25	4,027979486	2,25
28	4	2,50	4,030318822	2,50
29	4	2,75	4,032433203	2,75
30	4	3	4,034308816	3
31	4	3,25	4,035934106	3,25
32	4	3,50	4,037299887	3,50
33	4	3,75	4,038399430	3,75
34	4	4	4,039228523	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (d) :

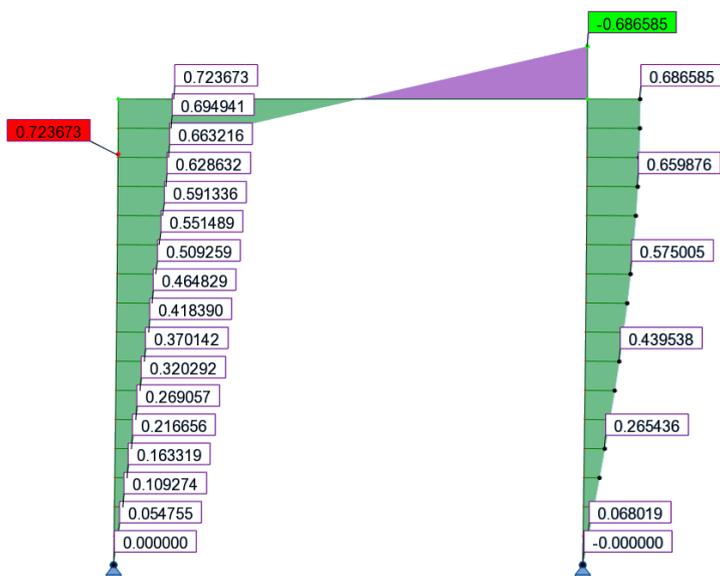


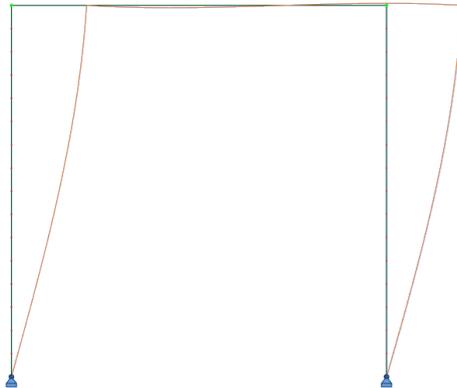
Fig. IX.67. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (d)

Le moment maximal obtenu est de **0,723 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

(e) Nouvelle méthode des courbures :

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :



**Fig. IX.68.** Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

→ Vecteurs propres UX et RY, charges critique  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

**Tableau IX.33.** Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	0,340005349	1	5,9741	11,4152
2	0	0,25	0,084907961	0,338885013	2	5,9741	11,4152
3	0	0,5	0,169256196	0,335529305	3	5,9741	11,4152
4	0	0,75	0,252487627	0,329954105	4	5,9741	11,4152
5	0	1	0,334050460	0,322185794	5	5,9741	11,4152
6	0	1,25	0,413400800	0,312261133	6	5,9741	11,4152
7	0	1,5	0,490005217	0,300227083	7	5,9741	11,4152
8	0	1,75	0,563343277	0,286140589	8	5,9741	11,4152
9	0	2	0,632910003	0,270068309	9	5,9741	11,4152
10	0	2,25	0,698218262	0,252086296	10	5,9741	11,4152
11	0	2,5	0,758801073	0,232279641	11	5,9741	11,4152
12	0	2,75	0,814213816	0,210742067	12	5,9741	11,4152
13	0	3	0,864036335	0,187575490	13	5,9741	11,4152
14	0	3,25	0,907874927	0,162889534	14	5,9741	11,4152
15	0	3,5	0,945364203	0,136801012	15	5,9741	11,4152
16	0	3,75	0,976168823	0,109433374	16	5,9741	11,4152
17	0	4	0,999985074	0,080916122	101	11,9510	8,0708
51	4	0	0,000000000	0,352105192	102	11,9510	8,0708
52	4	0,25	0,087913752	0,350755071	103	11,9510	8,0708
53	4	0,5	0,175153509	0,346717485	104	11,9510	8,0708
54	4	0,75	0,261051653	0,340030638	105	11,9510	8,0708
55	4	1	0,344953262	0,330757806	106	11,9510	8,0708
56	4	1,25	0,426222303	0,318986730	107	11,9510	8,0708
57	4	1,5	0,504247659	0,304828794	108	11,9510	8,0708
58	4	1,75	0,578448900	0,288417967	109	11,9510	8,0708
59	4	2	0,648281786	0,269909534	110	11,9510	8,0708
60	4	2,25	0,713243411	0,249478631	111	11,9510	8,0708
61	4	2,5	0,772876961	0,227318583	112	11,9510	8,0708
62	4	2,75	0,826776041	0,203639079	113	11,9510	8,0708
63	4	3	0,874588517	0,178664183	114	11,9510	8,0708
64	4	3,25	0,916019849	0,152630219	115	11,9510	8,0708
65	4	3,5	0,950835878	0,125783531	116	11,9510	8,0708
66	4	3,75	0,978865042	0,098378154			
67	4	4	1,000000000	0,070673411			

### Choix de la section de calcul des imperfections initiales

Le choix de la section de calcul des imperfections initiales est effectué à partir de l'organigramme présenté à la Fig. III.9. Le portique bi-articulé est composé d'un seul type de profilé, à savoir une section circulaire creuse 60 mm x 6 mm. Le choix de la section de calcul des imperfections initiales se résume donc à identifier la section dont le facteur de sollicitation, induit par l'effort normal et la présence des imperfections initiales, est maximal. Au vu de la déformée critique, les sections de calcul envisageables sont situées dans le poteau gauche à  $Z = 4$  m ou dans le poteau droit à  $Z = 4$  m.

→ Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de  $Z = 4$  m :

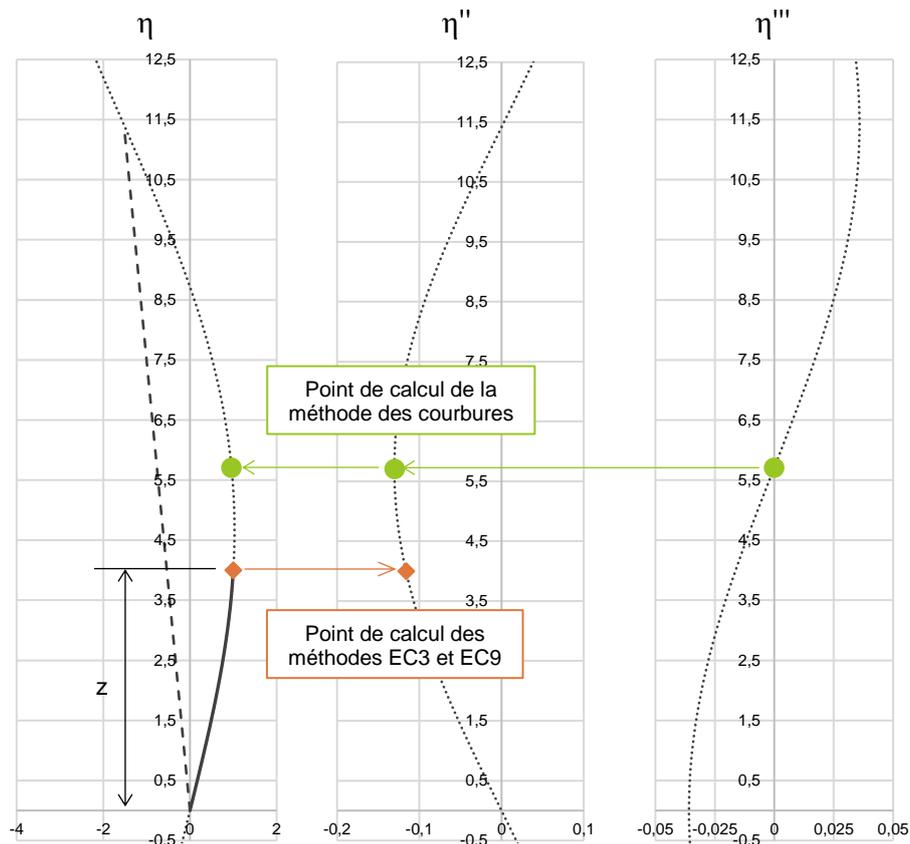


Fig. IX.69. Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de  $Z = 4$  m du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 4 m :

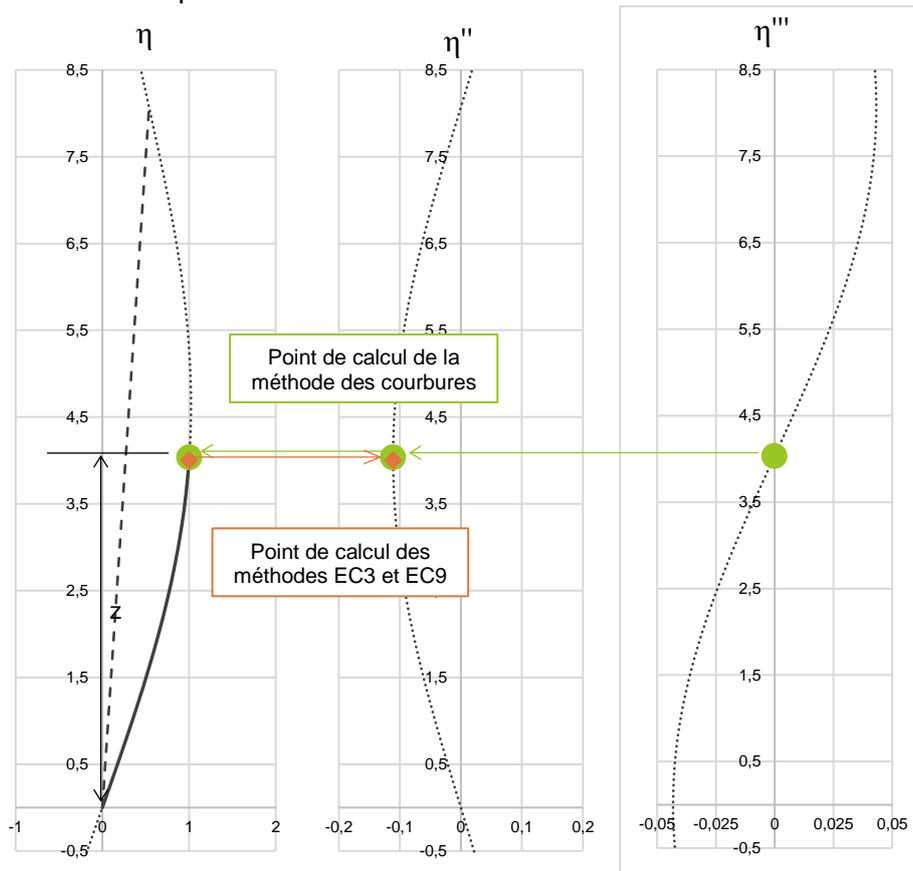


Fig. IX.70. Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 4 m du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Tableau IX.34. Détermination de la section de calcul des imperfections initiales du portique bi-encasté 4 m x 4 m

		Poteau gauche Z = 4 m	Poteau droit Z = 4 m
Section		60 mm x 6 mm	60 mm x 6 mm
N <sub>Ed</sub> (kN)		3,983	7,967
N <sub>cr</sub> (kN)		5,974	11,951
L <sub>cr</sub> (m)		11,415	8,071
$\bar{\lambda}$		7,384	5,221
Abscisses points d'inflexion (m)	1 <sup>er</sup> point	0	0
	2 <sup>ème</sup> point	11,415	8,071
Abscisse courbure maximale (m)		5,708	4,035
z <sub>i</sub> (m)		4	4
C <sub>nor</sub>		0,0252	0,0413
e <sub>0</sub> (m)		0,043	0,030
$M_{inst}'' = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,517	0,723
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}''}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot Z_i}{l_f}\right)$		0,127	0,205

Le facteur de sollicitation maximal est obtenu dans le poteau droit à  $Z = 4$  m. La section de calcul des imperfections initiales sera donc située dans le poteau droit à  $Z = 4$  m. La valeur de coefficient de normalisation retenue pour la normalisation de la déformée critique de la structure est :  $C_{nor} = 0,0413$ .

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e) :

**Tableau IX.35.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,003504418	0,25
3	0	0,50	0,006985735	0,50
4	0	0,75	0,010420958	0,75
5	0	1	0,013787312	1
6	0	1,25	0,017062350	1,25
7	0	1,50	0,020224055	1,50
8	0	1,75	0,023250947	1,75
9	0	2	0,026122184	2
10	0	2,25	0,028817661	2,25
11	0	2,50	0,031318104	2,50
12	0	2,75	0,033605162	2,75
13	0	3	0,035661494	3
14	0	3,25	0,037470851	3,25
15	0	3,50	0,039018151	3,50
16	0	3,75	0,040289554	3,75
17	0	4	0,041272526	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,003628477	0,25
20	4	0,50	4,007229136	0,50
21	4	0,75	4,010774422	0,75
22	4	1	4,014237305	1
23	4	1,25	4,017591534	1,25
24	4	1,50	4,020811885	1,50
25	4	1,75	4,023874403	1,75
26	4	2	4,026756626	2
27	4	2,25	4,029437796	2,25
28	4	2,50	4,031899060	2,50
29	4	2,75	4,034123645	2,75
30	4	3	4,036097016	3
31	4	3,25	4,037807017	3,25
32	4	3,50	4,039243984	3,50
33	4	3,75	4,040400836	3,75
34	4	4	4,041273142	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (e) :

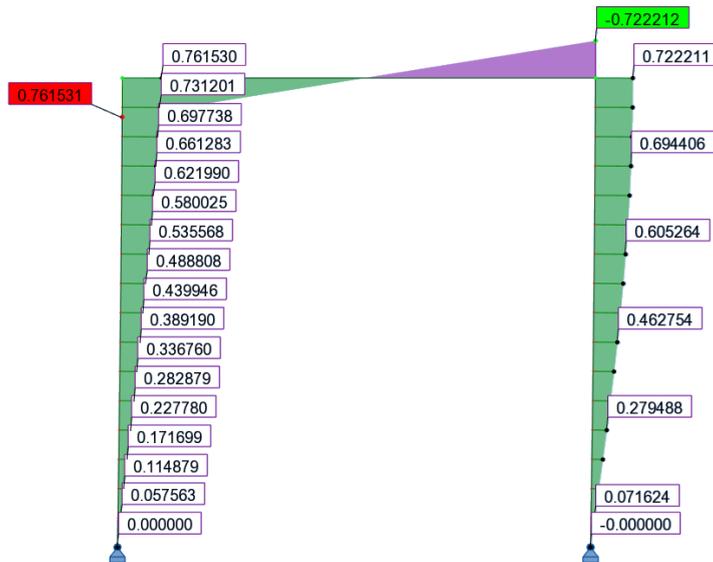


Fig. IX.71. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (e)

Le moment maximal obtenu est de **0,762 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

On note dans cet exemple que la section, permettant de calculer les imperfections initiales de la structure, coïncide avec la section de moment maximal, à savoir la section située dans le poteau droit.

Lorsque l'on examine les méthodes que l'on trouve actuellement dans la littérature [Gonçalves et Camotim 2005], concernant le calcul des imperfections initiales uniques, on constate qu'il est préconisé, pour une structure dont les charges critiques sont différentes sur les montants, ce qui se révèle être le cas dans l'exemple présent, d'effectuer la vérification de chaque poteau en prenant en compte leur propre imperfection initiale. Le premier désavantage de ces méthodes est que cela va nécessiter de réaliser plusieurs analyses globales de la structure. Pour une structure simple, comme l'exemple présent, la démarche est possible. Cependant, pour une structure générale, plus complexe, cela nécessitera un travail plus ardu et fastidieux.

Dans un deuxième temps, observons les résultats obtenus lorsque l'on modélise les imperfections initiales propres à chaque poteau. La Fig. IX.72 montre les moments fléchissants obtenus pour le poteau gauche et la Fig. IX.73 ceux obtenus pour le poteau droit. On note, ainsi, que le moment maximal obtenu sur le poteau droit est de 0,722 kN.m. Cette valeur est identique à la valeur du moment que l'on obtient en utilisant la méthode des courbures. En ce qui concerne le poteau gauche, avec les méthodes de la littérature, le moment maximal obtenu est de 0,464 kN.m. Ce moment est plus faible que le moment que l'on obtient par la méthode des courbures, de 0,762 kN.m. Cette différence provient du fait que les méthodes de calcul d'imperfections initiales uniques actuellement proposées dans la littérature ignorent totalement l'incidence que peut avoir les imperfections initiales d'un montant donné sur l'ensemble de la structure. À travers la méthode des courbures, et principalement, grâce à la méthode de choix de la section de calcul des imperfections initiales proposée, il est possible d'identifier la section qui engendrera sur la structure complète les sollicitations les plus défavorables. On s'affranchit donc de la nécessité de réaliser plusieurs analyses globales de la structure, tout en étant certain d'obtenir les sollicitations les plus défavorables pour la vérification de l'ensemble des éléments composants la structure.

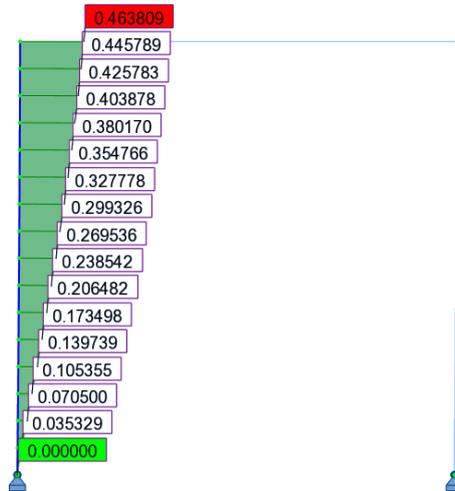


Fig. IX.72. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du poteau gauche avec ces propres imperfections



Fig. IX.73. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du poteau droit avec ces propres imperfections

### IX.1.6. Portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

Cette annexe concerne l'étude du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique (Fig. IX.74). La section du poteau gauche est une section circulaire creuse 60 mm x 6 mm, formée à froid, en acier S320, tandis que le poteau droit et la traverse sont conçus avec une section circulaire creuse 100 mm x 10 mm, formée à froid, en acier S320. Le montant droit de ce portique est soumis à un effort de compression  $N$  et le montant gauche n'est soumis qu'à un effort de compression  $N/2$ . Cet effort est variable afin que le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure soit égal à 1,5 ; 2 et 5.

Seul l'exemple numérique pour le cas de charge  $\alpha_{cr} = 1,5$  (soit  $N = 30,287$  kN) est présenté dans cette annexe. Les résultats obtenus pour les trois cas de charges sont répertoriés dans le paragraphe III.5.2.7.

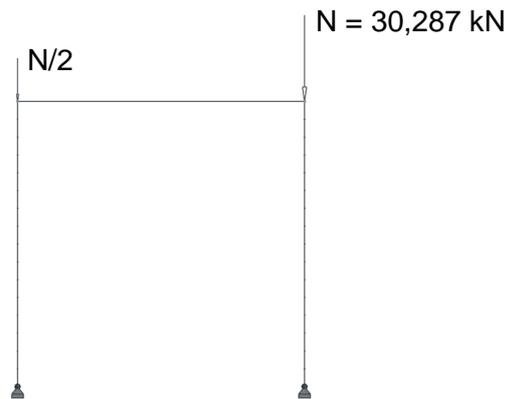


Fig. IX.74. Portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

- (a) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées dans le modèle de calcul à partir de la détermination de la position réelle des nœuds

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 30,289 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 4 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{d'où : } \phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 1 \times 0,866 = 0,0043 \text{ rad}$$

Définition de l'imperfection locale :

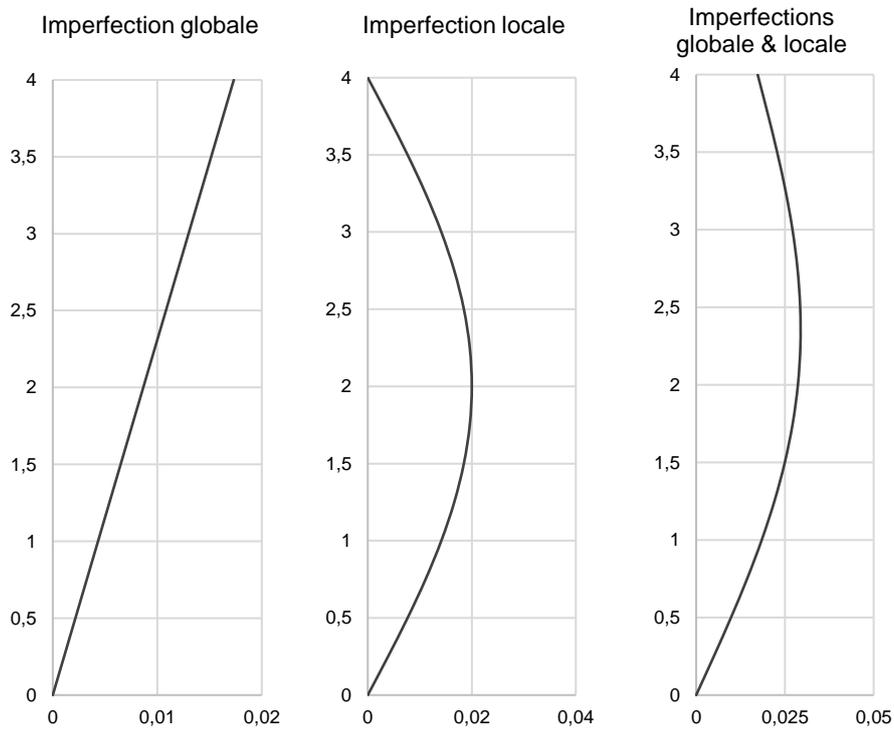
Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

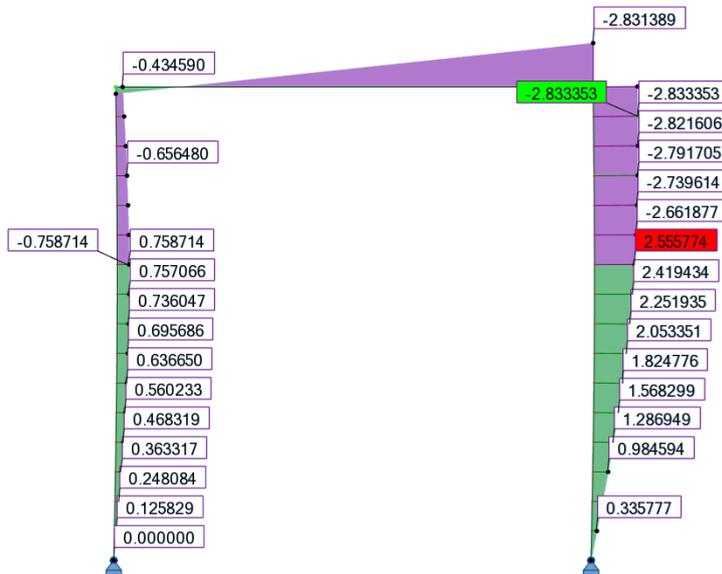
$e_0 = 0,020 \text{ m}$

Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant :



**Fig. IX.75.** Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (a) :



**Fig. IX.76.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (a)

Le moment maximal obtenu est de **2,556 kN.m** pour une hauteur **Z = 2,50 m**.

(b) Méthode conventionnelle de l'Eurocode 3 et 9 : imperfections, globale et locales, intégrées en utilisant les systèmes de charges équivalentes

Définition de l'imperfection globale :

Conditions de prise en compte :

$$H_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 30,289 \text{ kN}$$

d'où :  $H_{Ed} < 0,15 \cdot V_{Ed}$  : l'imperfection globale doit être prise en compte.

Détermination de l'imperfection globale :

$$h = 4 \text{ m}$$

$$m = 2$$

$$\phi_0 = 1/200$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \times 1 \times 0,866 = 0,0043 \text{ rad}$$

Poteau gauche

$$N_{Ed} = 15,147 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot N_{Ed} = 0,065 \text{ kN}$$

Poteau droit

$$N_{Ed} = 30,287 \text{ kN}$$

$$\phi \cdot N_{Ed} = 0,130 \text{ kN}$$

Définition de l'imperfection locale :

Courbe de flambement : c

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{200}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,020 \text{ m}$$

Poteau gauche

$$N_{Ed} = 15,147 \text{ kN}$$

$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = 0,1515 \text{ kN/m}$$

$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = 0,3029 \text{ kN}$$

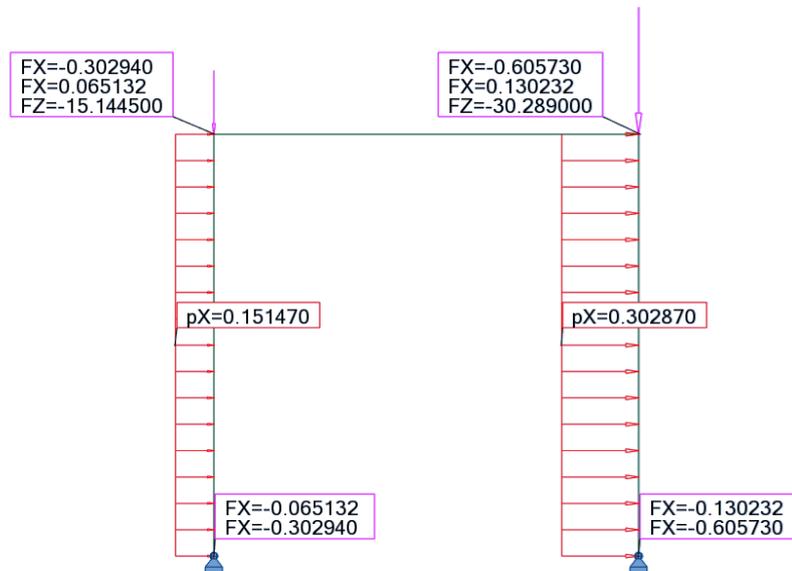
Poteau droit

$$N_{Ed} = 30,287 \text{ kN}$$

$$q = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2} = 0,3029 \text{ kN/m}$$

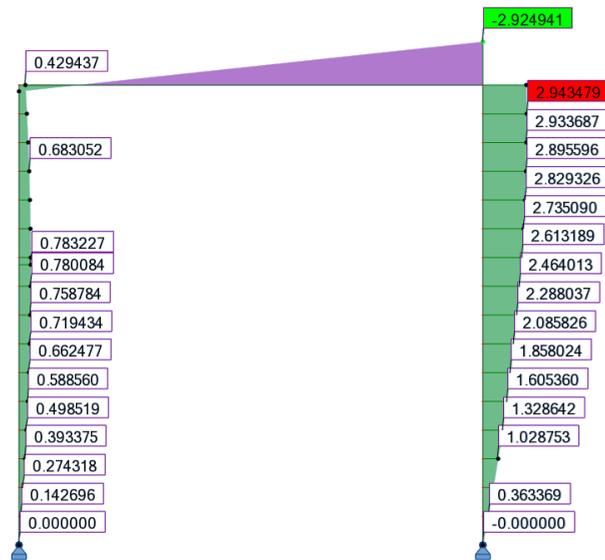
$$Q = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L} = 0,6057 \text{ kN}$$

Modélisation des imperfections globale et locale de la structure dans le modèle :



**Fig. IX.77.** Système de charges équivalentes pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (b) :



**Fig. IX.78.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (b)

Le moment maximal obtenu est de **2,944 kN.m** pour une hauteur **Z = 3,75 m**.

(c) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir de la courbure

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

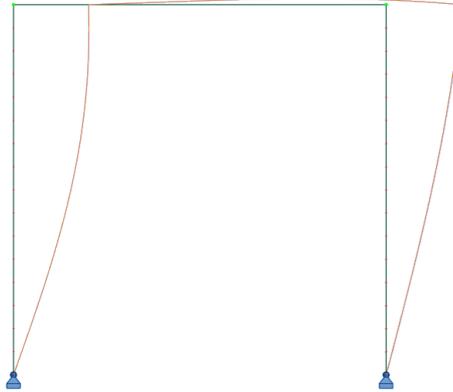


Fig. IX.79. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

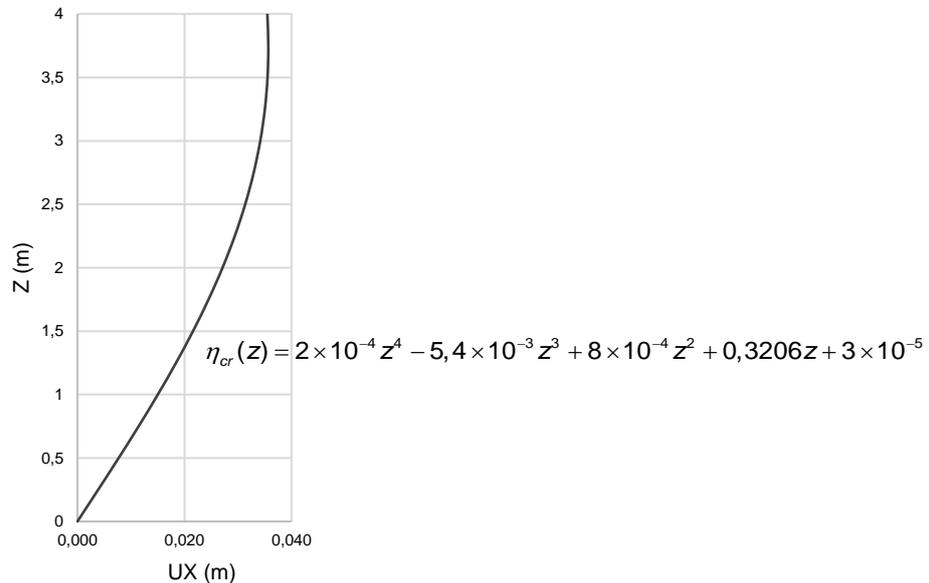
→ Vecteurs propres UX et RY, charges critique  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

Tableau IX.36. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	0,435732339	1	22,7206	5,8534
2	0	0,25	0,108703064	0,432973749	2	22,7206	5,8534
3	0	0,5	0,216030969	0,424747570	3	22,7206	5,8534
4	0	0,75	0,320633274	0,411201679	4	22,7206	5,8534
5	0	1	0,421208538	0,392579587	5	22,7206	5,8534
6	0	1,25	0,516527710	0,369216054	6	22,7206	5,8534
7	0	1,5	0,605456228	0,341531077	7	22,7206	5,8534
8	0	1,75	0,686974410	0,310022338	8	22,7206	5,8534
9	0	2	0,760195789	0,275256257	9	22,7206	5,8534
10	0	2,25	0,824383043	0,237857809	10	22,7206	5,8534
11	0	2,5	0,878961256	0,198499290	11	22,7206	5,8534
12	0	2,75	0,923528247	0,157888233	12	22,7206	5,8534
13	0	3	0,957861805	0,116754686	13	22,7206	5,8534
14	0	3,25	0,981923680	0,075838091	14	22,7206	5,8534
15	0	3,5	0,995860273	0,035873987	15	22,7206	5,8534
16	0	3,75	1,000000000	-0,002419207	16	22,7206	5,8534
17	0	4	0,994847395	-0,038353109	101	45,4301	11,4986
51	4	0	0,000000000	0,320969710	102	45,4301	11,4986
52	4	0,25	0,080167527	0,320071045	103	45,4301	11,4986
53	4	0,5	0,159886071	0,317379241	104	45,4301	11,4986
54	4	0,75	0,238708743	0,312906852	105	45,4301	11,4986
55	4	1	0,316192830	0,306674734	106	45,4301	11,4986
56	4	1,25	0,391901865	0,298711952	107	45,4301	11,4986
57	4	1,5	0,465407657	0,289055641	108	45,4301	11,4986
58	4	1,75	0,536292290	0,277750834	109	45,4301	11,4986
59	4	2	0,604150072	0,264850251	110	45,4301	11,4986
60	4	2,25	0,668589428	0,250414057	111	45,4301	11,4986
61	4	2,5	0,729234724	0,234509574	112	45,4301	11,4986
62	4	2,75	0,785728020	0,217210975	113	45,4301	11,4986
63	4	3	0,837730741	0,198598934	114	45,4301	11,4986
64	4	3,25	0,884925251	0,178760248	115	45,4301	11,4986
65	4	3,5	0,927016340	0,157787438	116	45,4301	11,4986
66	4	3,75	0,963732597	0,135778311			
67	4	4	0,994827677	0,112835509			

### Équation de la déformée critique :

L'identification de la section critique de la structure peut être source de problème car les deux montants sont de section différente et le chargement est également différent. En modélisant le poteau avec la déformée critique de la structure, on identifie la section critique dans le poteau droit à  $Z = 4$  m. À partir des coordonnées UX de la déformée critique dans le poteau droit, il est possible d'établir une équation de celle-ci.



**Fig. IX.80.** Mise en équation de la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement d'un montant

### Courbure dans la section critique de la structure :

Équation de la courbure :

$$\eta_{cr}''(z) = 12 \times 2 \times 10^{-4} \times z^2 - 6 \times 5,4 \times 10^{-3} \times z + 2 \times 8 \times 10^{-4}$$

Section critique :  $Z = 4$  m

Courbure dans la section critique :

$$|\eta_{cr}''|_{\max} = \eta_{cr}''(4) = 12 \times 2 \times 10^{-4} \times 4^2 - 6 \times 5,4 \times 10^{-3} \times 4 + 2 \times 8 \times 10^{-4} = 0,0896 \text{ m}^{-1}$$

### Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (4,463 - 0,2) \times \frac{57,962 \times 10^{-6}}{28,274 \times 10^{-4}} = 0,0428 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{E I_m |\eta_{cr}''|_{\max}} = 0,0428 \times \frac{45,430 \times 10^3}{210 \times 10^9 \times 289,812 \times 10^{-8} \times 0,111} = 0,0357$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c) :

**Tableau IX.37.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,003877732	0,25
3	0	0,50	0,007706409	0,50
4	0	0,75	0,011437855	0,75
5	0	1	0,015025647	1
6	0	1,25	0,018425939	1,25
7	0	1,50	0,021598260	1,50
8	0	1,75	0,024506234	1,75
9	0	2	0,027118238	2
10	0	2,25	0,029407971	2,25
11	0	2,50	0,031354924	2,50
12	0	2,75	0,032944749	2,75
13	0	3	0,034169520	3
14	0	3,25	0,035027872	3,25
15	0	3,50	0,035525028	3,50
16	0	3,75	0,035672703	3,75
17	0	4	0,035488895	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,002859792	0,25
20	4	0,50	4,005703568	0,50
21	4	0,75	4,008515386	0,75
22	4	1	4,011279453	1
23	4	1,25	4,013980199	1,25
24	4	1,50	4,016602349	1,50
25	4	1,75	4,019130995	1,75
26	4	2	4,021551666	2
27	4	2,25	4,023850392	2,25
28	4	2,50	4,026013774	2,50
29	4	2,75	4,028029042	2,75
30	4	3	4,029884120	3
31	4	3,25	4,031567675	3,25
32	4	3,50	4,033069178	3,50
33	4	3,75	4,034378947	3,75
34	4	4	4,035488192	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (c) :



**Fig. IX.81.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (c)

Le moment maximal obtenu est de **3,957 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

(d) Méthode alternative de l'Eurocode 3 et 9 : imperfection unique déterminée à partir du coefficient  $C_{nor}$  calculé à partir des moments

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :

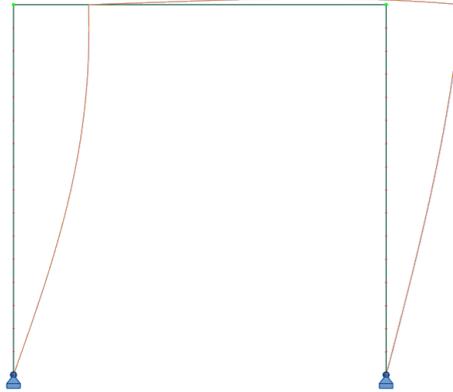


Fig. IX.82. Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

→ Vecteurs propres UX et RY, charges critique  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

Tableau IX.38. Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	0,435732339	1	22,7206	5,8534
2	0	0,25	0,108703064	0,432973749	2	22,7206	5,8534
3	0	0,5	0,216030969	0,424747570	3	22,7206	5,8534
4	0	0,75	0,320633274	0,411201679	4	22,7206	5,8534
5	0	1	0,421208538	0,392579587	5	22,7206	5,8534
6	0	1,25	0,516527710	0,369216054	6	22,7206	5,8534
7	0	1,5	0,605456228	0,341531077	7	22,7206	5,8534
8	0	1,75	0,686974410	0,310022338	8	22,7206	5,8534
9	0	2	0,760195789	0,275256257	9	22,7206	5,8534
10	0	2,25	0,824383043	0,237857809	10	22,7206	5,8534
11	0	2,5	0,878961256	0,198499290	11	22,7206	5,8534
12	0	2,75	0,923528247	0,157888233	12	22,7206	5,8534
13	0	3	0,957861805	0,116754686	13	22,7206	5,8534
14	0	3,25	0,981923680	0,075838091	14	22,7206	5,8534
15	0	3,5	0,995860273	0,035873987	15	22,7206	5,8534
16	0	3,75	1,000000000	-0,002419207	16	22,7206	5,8534
17	0	4	0,994847395	-0,038353109	101	45,4301	11,4986
51	4	0	0,000000000	0,320969710	102	45,4301	11,4986
52	4	0,25	0,080167527	0,320071045	103	45,4301	11,4986
53	4	0,5	0,159886071	0,317379241	104	45,4301	11,4986
54	4	0,75	0,238708743	0,312906852	105	45,4301	11,4986
55	4	1	0,316192830	0,306674734	106	45,4301	11,4986
56	4	1,25	0,391901865	0,298711952	107	45,4301	11,4986
57	4	1,5	0,465407657	0,289055641	108	45,4301	11,4986
58	4	1,75	0,536292290	0,277750834	109	45,4301	11,4986
59	4	2	0,604150072	0,264850251	110	45,4301	11,4986
60	4	2,25	0,668589428	0,250414057	111	45,4301	11,4986
61	4	2,5	0,729234724	0,234509574	112	45,4301	11,4986
62	4	2,75	0,785728020	0,217210975	113	45,4301	11,4986
63	4	3	0,837730741	0,198598934	114	45,4301	11,4986
64	4	3,25	0,884925251	0,178760248	115	45,4301	11,4986
65	4	3,5	0,927016340	0,157787438	116	45,4301	11,4986
66	4	3,75	0,963732597	0,135778311			
67	4	4	0,994827677	0,112835509			

Moment fléchissant induit par la déformée critique

Lorsque l'on modélise la structure avec la déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement, le moment maximal est obtenu pour  $Z = 4 \text{ m}$  et vaut :  $M''_{1cr,max} = 112,219 \text{ kN.m}$

Coefficient de normalisation :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$e_0 = \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{W_{el}}{A} = 0,49 \times (4,463 - 0,2) \times \frac{57,962 \times 10^{-6}}{28,274 \times 10^{-4}} = 0,0428 \text{ m}$$

$$C_{nor} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{E I_m |\eta''_{cr}|_{\max}} = e_0 \cdot \frac{N_{cr,m}}{M''_{1cr,max} \cdot (\alpha_{cr} - 1)} = 0,0428 \times \frac{45,430 \times 10^3}{112,219 \times 10^3 \times (1,5 - 1)} = 0,0347$$

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d) :

**Tableau IX.39.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,003768645	0,25
3	0	0,50	0,007489614	0,50
4	0	0,75	0,011116089	0,75
5	0	1	0,014602949	1
6	0	1,25	0,017907586	1,25
7	0	1,50	0,020990663	1,50
8	0	1,75	0,023816831	1,75
9	0	2	0,026355355	2
10	0	2,25	0,028580674	2,25
11	0	2,50	0,030472855	2,50
12	0	2,75	0,032017955	2,75
13	0	3	0,033208271	3
14	0	3,25	0,034042476	3,25
15	0	3,50	0,034525646	3,50
16	0	3,75	0,034669167	3,75
17	0	4	0,034490531	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,002779341	0,25
20	4	0,50	4,005543117	0,50
21	4	0,75	4,008275833	0,75
22	4	1	4,010962142	1
23	4	1,25	4,013586911	1,25
24	4	1,50	4,016135296	1,50
25	4	1,75	4,018592807	1,75
26	4	2	4,020945380	2
27	4	2,25	4,023179439	2,25
28	4	2,50	4,025281961	2,50
29	4	2,75	4,027240536	2,75
30	4	3	4,029043427	3
31	4	3,25	4,030679622	3,25
32	4	3,50	4,032138885	3,50
33	4	3,75	4,033411807	3,75
34	4	4	4,034489847	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (d) :



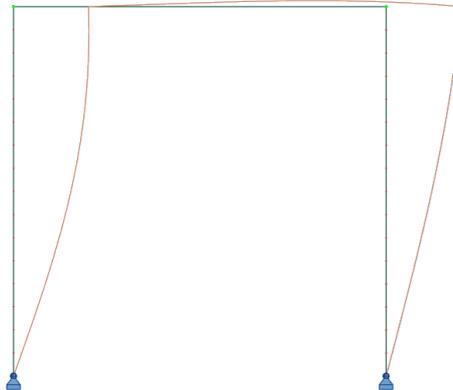
Fig. IX.83. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (d)

Le moment maximal obtenu est de **3,848 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

(e) Nouvelle méthode des courbures :

Résultats de l'analyse au flambement :

→ Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement de la structure :



**Fig. IX.84.** Déformée critique du 1<sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique

→ Vecteurs propres UX et RY, charges critique  $N_{cr}$  et longueurs de flambement  $L_{cr}$  :

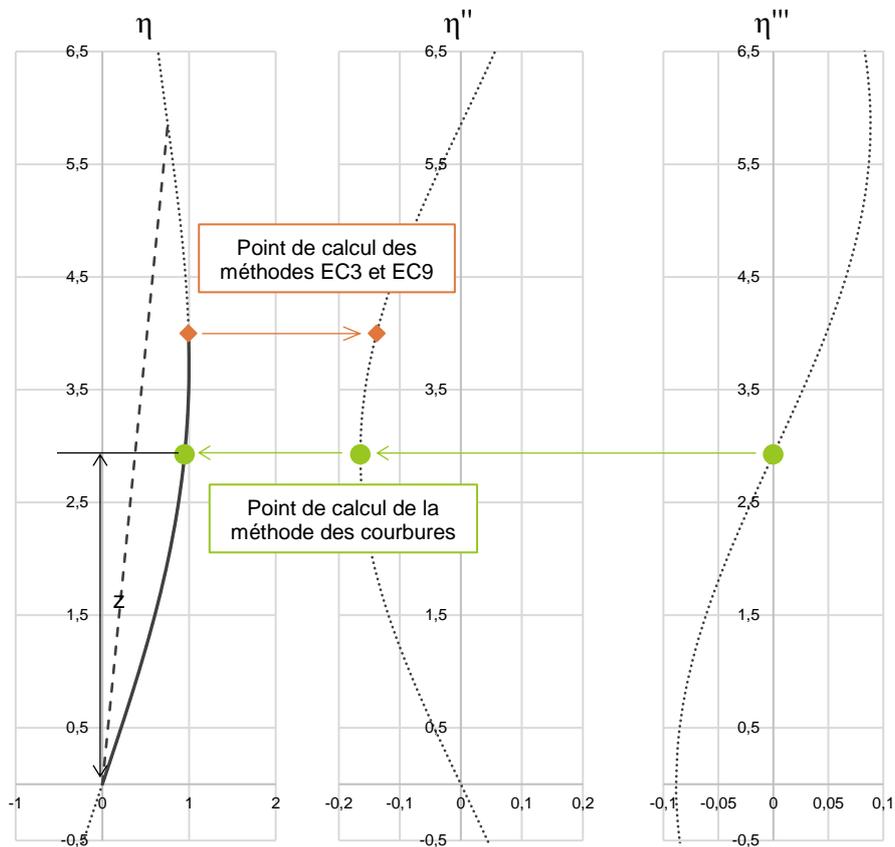
**Tableau IX.40.** Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique

Nœuds	Coordonnées initiales		Vecteurs propres		Barres	$N_{cr}$ (kN)	$L_{cr}$ (m)
	X (m)	Z (m)	UX (m)	RY (m)			
1	0	0	0,000000000	0,435732339	1	22,7206	5,8534
2	0	0,25	0,108703064	0,432973749	2	22,7206	5,8534
3	0	0,5	0,216030969	0,424747570	3	22,7206	5,8534
4	0	0,75	0,320633274	0,411201679	4	22,7206	5,8534
5	0	1	0,421208538	0,392579587	5	22,7206	5,8534
6	0	1,25	0,516527710	0,369216054	6	22,7206	5,8534
7	0	1,5	0,605456228	0,341531077	7	22,7206	5,8534
8	0	1,75	0,686974410	0,310022338	8	22,7206	5,8534
9	0	2	0,760195789	0,275256257	9	22,7206	5,8534
10	0	2,25	0,824383043	0,237857809	10	22,7206	5,8534
11	0	2,5	0,878961256	0,198499290	11	22,7206	5,8534
12	0	2,75	0,923528247	0,157888233	12	22,7206	5,8534
13	0	3	0,957861805	0,116754686	13	22,7206	5,8534
14	0	3,25	0,981923680	0,075838091	14	22,7206	5,8534
15	0	3,5	0,995860273	0,035873987	15	22,7206	5,8534
16	0	3,75	1,000000000	-0,002419207	16	22,7206	5,8534
17	0	4	0,994847395	-0,038353109	101	45,4301	11,4986
51	4	0	0,000000000	0,320969710	102	45,4301	11,4986
52	4	0,25	0,080167527	0,320071045	103	45,4301	11,4986
53	4	0,5	0,159886071	0,317379241	104	45,4301	11,4986
54	4	0,75	0,238708743	0,312906852	105	45,4301	11,4986
55	4	1	0,316192830	0,306674734	106	45,4301	11,4986
56	4	1,25	0,391901865	0,298711952	107	45,4301	11,4986
57	4	1,5	0,465407657	0,289055641	108	45,4301	11,4986
58	4	1,75	0,536292290	0,277750834	109	45,4301	11,4986
59	4	2	0,604150072	0,264850251	110	45,4301	11,4986
60	4	2,25	0,668589428	0,250414057	111	45,4301	11,4986
61	4	2,5	0,729234724	0,234509574	112	45,4301	11,4986
62	4	2,75	0,785728020	0,217210975	113	45,4301	11,4986
63	4	3	0,837730741	0,198598934	114	45,4301	11,4986
64	4	3,25	0,884925251	0,178760248	115	45,4301	11,4986
65	4	3,5	0,927016340	0,157787438	116	45,4301	11,4986
66	4	3,75	0,963732597	0,135778311			
67	4	4	0,994827677	0,112835509			

### Choix de la section de calcul des imperfections initiales

Le choix de la section de calcul des imperfections initiales est effectué à partir de l'organigramme présenté à la Fig. III.9. Le portique bi-articulé est composé de deux types de profilé, à savoir une section circulaire creuse 60 mm x 6 mm et une section circulaire creuse 100 mm x 10 mm. Au vu de la déformée critique, les sections dont le facteur de sollicitation sera maximal pour chaque type de profilé sont situés à l'altitude  $Z = 4$  m. Afin d'identifier la section de calcul des imperfections initiales, il est donc nécessaire d'identifier la section présentant le coefficient de normalisation maximal.

→ Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de  $Z = 4$  m :



**Fig. IX.85.** Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de  $Z = 4$  m du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 4 m :

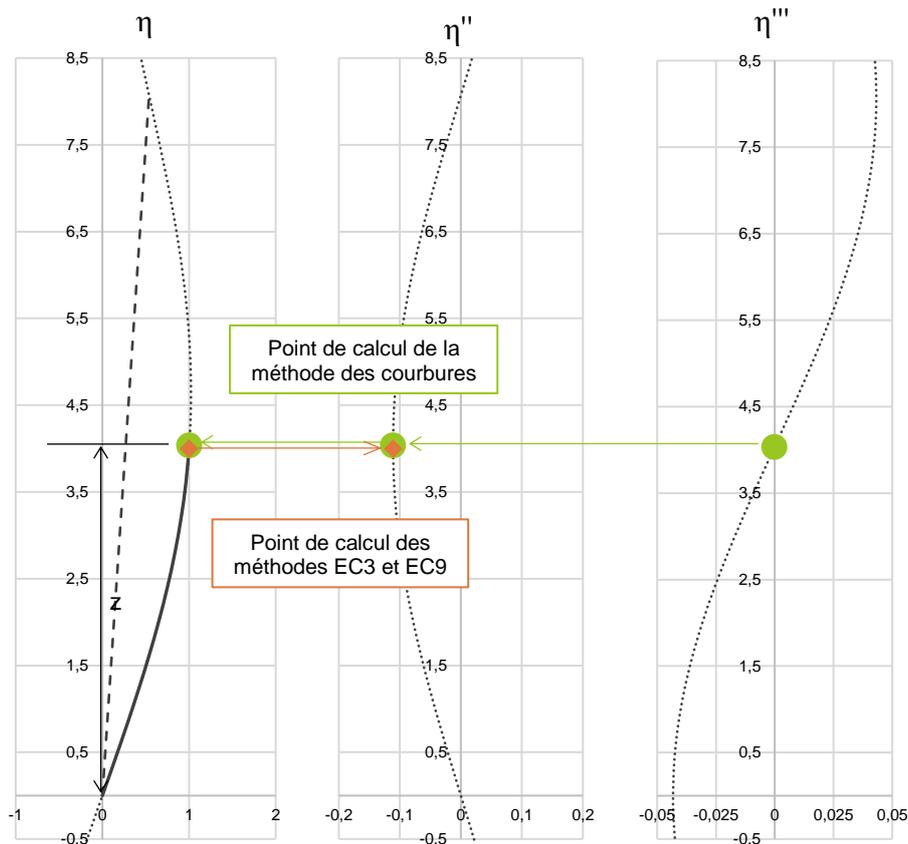


Fig. IX.86. Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 4 m du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique déterminée à partir de la méthode des courbures

→ Choix de la section de calcul des imperfections initiales :

Tableau IX.41. Détermination de la section de calcul des imperfections initiales du portique bi-encasté 4 m x 4 m

		Poteau gauche Z = 4 m	Poteau droit Z = 4 m
Section		60 mm x 6 mm	100 mm x 10 mm
N <sub>Ed</sub> (kN)		15,147	30,287
N <sub>cr</sub> (kN)		22,721	45,430
L <sub>cr</sub> (m)		5,853	11,499
$\bar{\lambda}$		3,787	4,463
Abscisses points d'inflexion (m)	1 <sup>er</sup> point	0	0
	2 <sup>ème</sup> point	5,853	11,499
Abscisse courbure maximale (m)		2,927	5,749
z <sub>i</sub> (m)		2,927	4
C <sub>nor</sub>		0,0378	0,0304
e <sub>0</sub> (m)		0,022	0,043
$M_{inst}'' = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,982	3,890
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}''}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z_i}{l_f}\right)$		0,292	0,220

Le coefficient de normalisation maximal est obtenu dans le poteau gauche à  $Z = 4$  m. La section de calcul des imperfections initiales sera donc située dans le poteau gauche à  $Z = 4$  m. La valeur de coefficient de normalisation retenue pour la normalisation de la déformée critique de la structure est :  $C_{nor} = 0,0378$ .

Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e) :

**Tableau IX.42.** Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)

Nœuds	Coordonnées initiales		Coordonnées avec les I.I.	
	X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
1	0	0	0,000000000	0
2	0	0,25	0,004108622	0,25
3	0	0,50	0,008165268	0,50
4	0	0,75	0,012118896	0,75
5	0	1	0,015920314	1
6	0	1,25	0,019523069	1,25
7	0	1,50	0,022884277	1,50
8	0	1,75	0,025965400	1,75
9	0	2	0,028732930	2
10	0	2,25	0,031158999	2,25
11	0	2,50	0,033221878	2,50
12	0	2,75	0,034906366	2,75
13	0	3	0,036204063	3
14	0	3,25	0,037113523	3,25
15	0	3,50	0,037640281	3,50
16	0	3,75	0,037796750	3,75
17	0	4	0,037601998	4
18	4	0	4,000000000	0
19	4	0,25	4,003030072	0,25
20	4	0,50	4,006043174	0,50
21	4	0,75	4,009022415	0,75
22	4	1	4,011951061	1
23	4	1,25	4,014812617	1,25
24	4	1,50	4,017590897	1,50
25	4	1,75	4,020270105	1,75
26	4	2	4,022834909	2
27	4	2,25	4,025270507	2,25
28	4	2,50	4,027562702	2,50
29	4	2,75	4,029697965	2,75
30	4	3	4,031663499	3
31	4	3,25	4,033447298	3,25
32	4	3,50	4,035038204	3,50
33	4	3,75	4,036425960	3,75
34	4	4	4,037601253	4

Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre de la structure avec les imperfections initiales selon la méthode (e) :

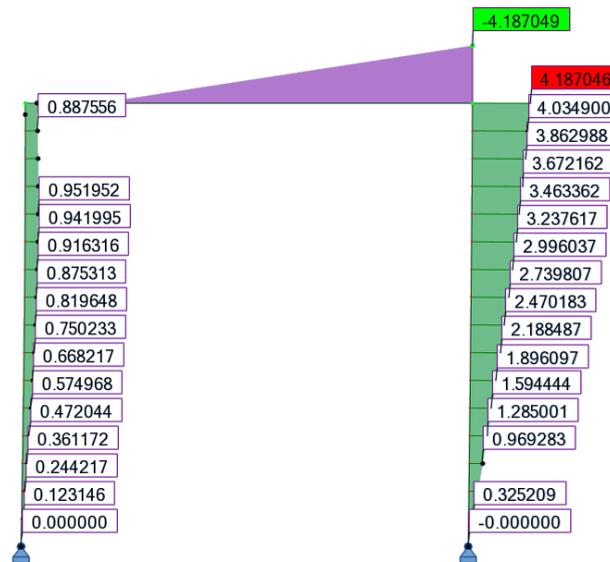


Fig. IX.87. Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (e)

Le moment maximal obtenu est de **4,187 kN.m** pour une hauteur **Z = 4 m**.

Il est important de noter que, dans cet exemple, la section, permettant de calculer les imperfections initiales de la structure, est située dans le poteau gauche. Cependant le moment maximal est obtenu dans le poteau droit, et vaut donc 4,187 kN.m.

Si l'on examine les méthodes, que l'on trouve actuellement dans la littérature [Gonçalves et Camotim 2005], pour le calcul des imperfections initiales uniques, il est préconisé, pour une structure dont les charges critiques sont différentes sur les montants, d'effectuer la vérification de chaque poteau en prenant en compte leur propre imperfection initiale. Cette méthode présente tout d'abord le désavantage de nécessiter la réalisation plusieurs analyses globales de la structure.

Les résultats que l'on obtient lorsque l'on modélise les imperfections initiales propres à chaque poteau sont présentés sur la Fig. IX.88 pour le poteau gauche et la Fig. IX.89 pour le poteau droit. On note, ainsi, que le moment maximal obtenu sur le poteau gauche est de 0,952 kN.m. Cette valeur est identique à la valeur du moment que l'on obtient en utilisant la méthode des courbures. En ce qui concerne le poteau droit, avec les méthodes de la littérature, le moment maximal obtenu est de 3,377 kN.m. Ce moment est plus faible que le moment que l'on obtient par la méthode des courbures, de 4,187 kN.m. Cette différence provient du fait qu'avec les méthodes de calcul d'imperfections initiales uniques actuellement proposées dans la littérature qui ignorent totalement l'incidence que peut avoir les imperfections initiales d'un montant donné sur l'ensemble de la structure. À travers la méthode des courbures, et principalement, grâce à la méthode permettant de choisir la section de calcul des imperfections initiales proposé, il est possible d'identifier la section qui engendrera sur la structure complète les sollicitations les plus défavorables. On s'affranchit donc de la nécessité de réaliser plusieurs analyses globales de la structure, tout en étant certain d'obtenir les sollicitations les plus défavorables pour la vérification de l'ensemble des éléments composants la structure.



**Fig. IX.88.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du poteau gauche avec ces propres imperfections



**Fig. IX.89.** Moment fléchissant au 2<sup>nd</sup> ordre du poteau droit avec ces propres imperfections

## IX.2. Exemples numériques des vérifications actuelles pour les éléments comprimés

### IX.2.1. Barres isolées : Barre bi-encastree

#### Géométrie et chargement

La barre bi-encastree, de 2 m de longueur, est réalisée avec une section circulaire creuse 48,3 x 2,9 mm, formée à froid, en acier S320. Elle est soumise à un effort  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 147,882 \text{ kN}$ .

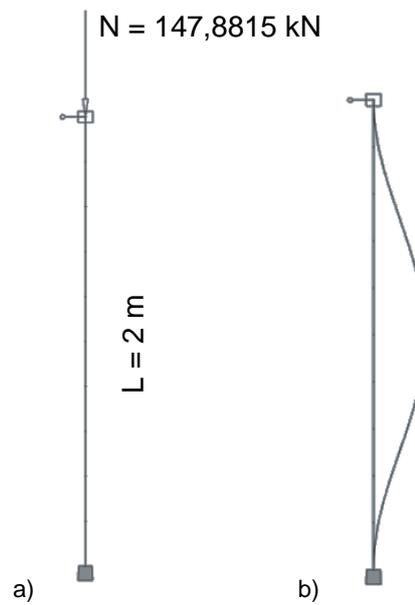


Fig. IX.90. a) Barre bi-encastree sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la barre

Tableau IX.43. Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastree

Longueur de flambement	$L_r = 1 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 221,822 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{221,822 \cdot 10^3}} = 0,772$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528803	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

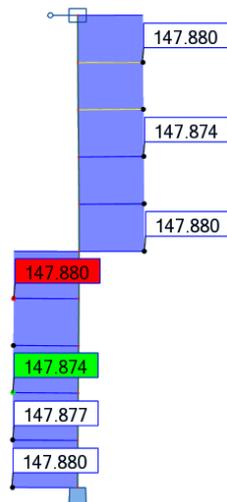
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 2,967 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

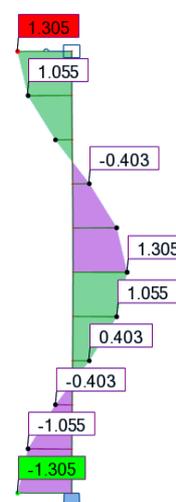
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 1,305 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{147,882}{132,352} + \frac{1,305}{1,418} = 2,038$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528803	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

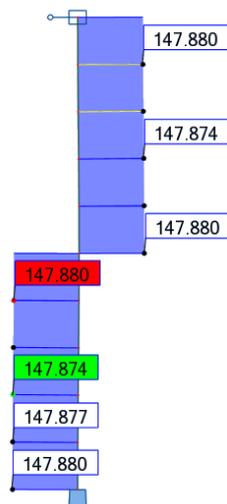
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 2,967 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

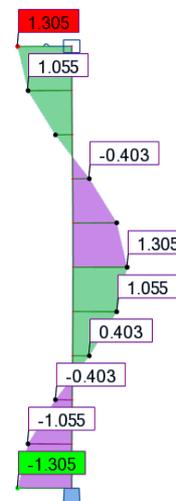
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 1,305 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{147,882}{132,352} + \frac{1,305}{1,915} = 1,799$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528803	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

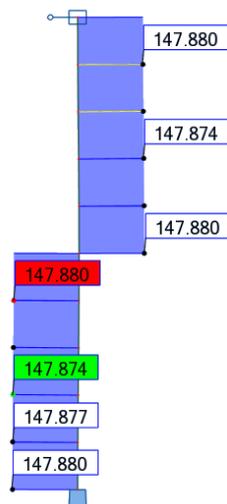
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 2,967 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

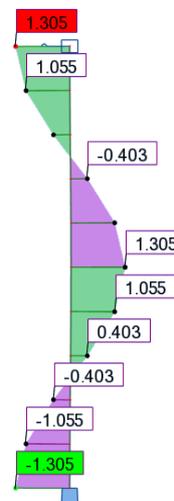
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = A f_y = 4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6 = 132,352 \text{ kN}$$

$N_{Ed} > N_{Rd}$  : on ne peut pas effectuer la vérification avec la résistance plastique non-linéaire de la section

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

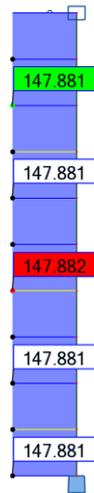
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,680$$

- Vérification au flambement (calcul au 1<sup>er</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,680 \cdot 4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{1} = 89,929 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{147,882}{89,929} = 1,644$$

## IX.2.2. Barres incluses dans une structure

### IX.2.2.1. Portique bi-articulé

#### Géométrie et chargement

Le portique bi-articulé (Fig. IX.91) est réalisé à partir de barres circulaires creuses de section 100 mm x 10 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant du portique est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 75,147$  kN.

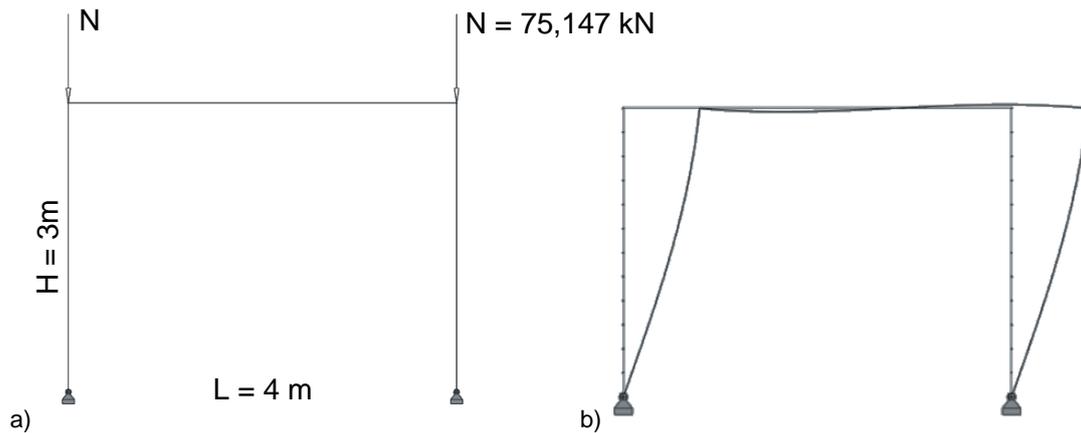


Fig. IX.91. a) Portique bi-articulé sous un effort de compression ; b) Déformée critique du portique

Tableau IX.44. Caractéristiques au flambement du portique bi-articulé

Longueur de flambement	$L_f = 7,3 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 112,721 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{112,721 \cdot 10^3}} = 2,833$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,003922425	0,000911025	2,5
0,004283971	0,000529571	3

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 3,65 \text{ m}$

Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,256 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 4,899 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 5,934$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

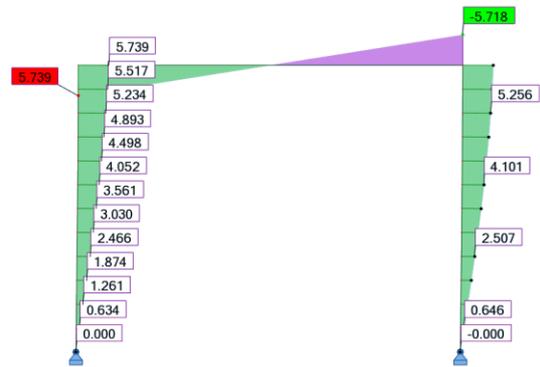


$$N_{Ed} = 78,010 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 5,718 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{78,010}{904,768} + \frac{5,718}{18,548} = 0,395$$

Moment fléchissant :



Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,003922425	0,000911025	2,5
0,004283971	0,000529571	3

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 3,65 \text{ m}$

Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,256 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 4,899 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 5,934$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

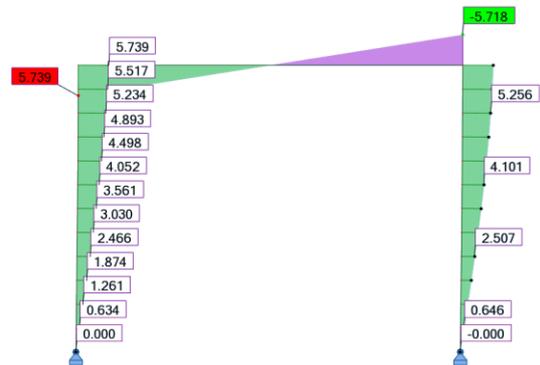


$$N_{Ed} = 78,010 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 5,718 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{78,010}{904,768} + \frac{5,718}{26,027} = 0,306$$

Moment fléchissant :



Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,003922425	0,000911025	2,5
0,004283971	0,000529571	3

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 3,65 \text{ m}$

Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,256 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 4,899 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 5,934$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



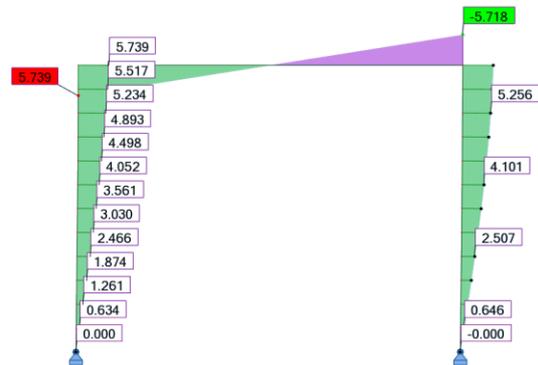
$$N_{Ed} = 78,010 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 5,718 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 26,027 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{78,010}{904,768}\right) = 25,788 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{5,718}{25,788} = 0,222$$

Moment fléchissant :



Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

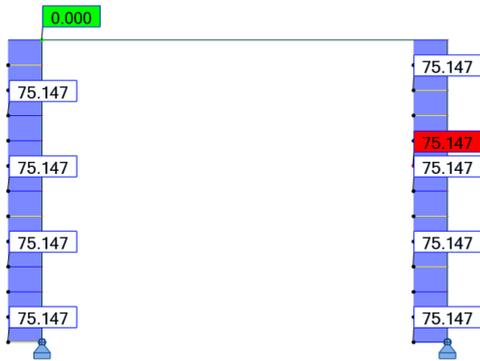
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(2,833 - 0,2) + 2,833^2 \right] = 5,158$$

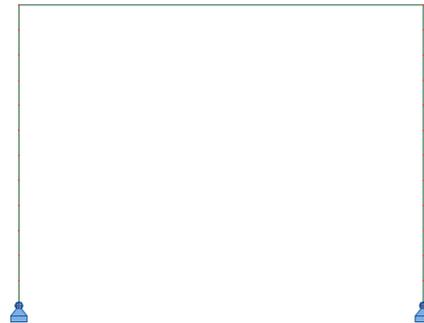
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{5,158 + \sqrt{5,158^2 - 2,833^2}} = 0,106$$

- Vérification au flambement (calcul au 1<sup>er</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 75,147 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,106 \cdot 28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{1} = 95,543 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{75,147}{95,543} = 0,787$$

### IX.2.2.2. Portique bi-encasté

#### Géométrie et chargement

Le portique est réalisé à partir de barres circulaires creuses de section 100 mm x 10 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant du portique est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 308,215$  kN.

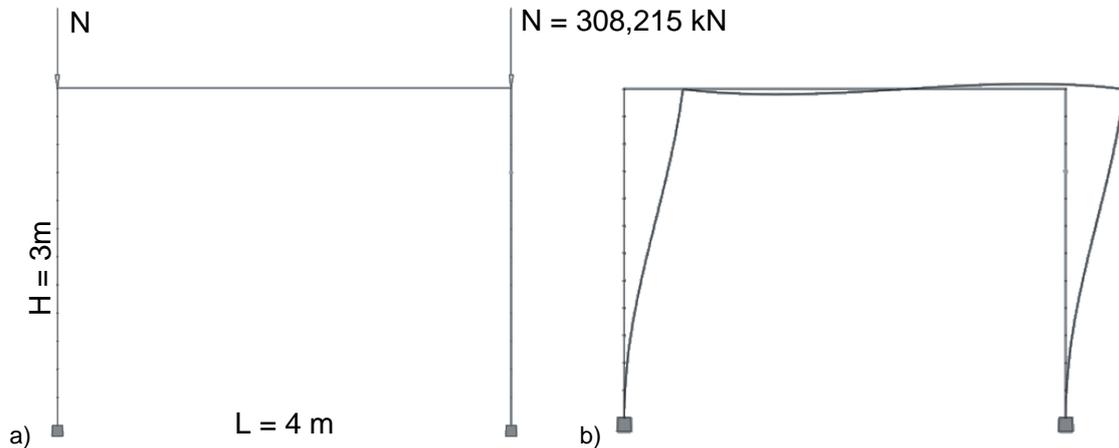


Fig. IX.92. a) Portique bi-encasté sous un effort de compression ; b) Déformée critique du portique

Tableau IX.45. Caractéristiques au flambement du portique bi-encasté

Longueur de flambement	$L_r = 3,605 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 462,323 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{462,323 \cdot 10^3}} = 1,399$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000026125	0,000208173	0,25

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 0,00 \text{ m}$

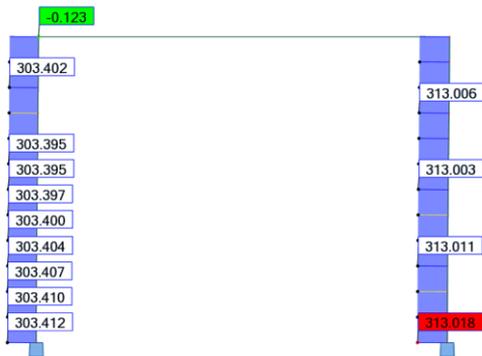
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,393 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 9,149 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 10,900$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

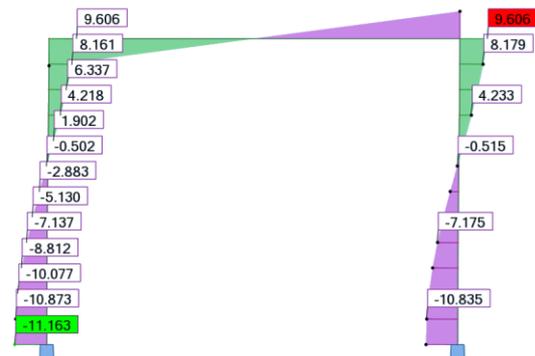


$$N_{Ed} = 313,018 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 11,070 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{313,018}{904,768} + \frac{11,070}{18,548} = 0,943$$

Moment fléchissant :



Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000026125	0,000208173	0,25

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 0,00 \text{ m}$

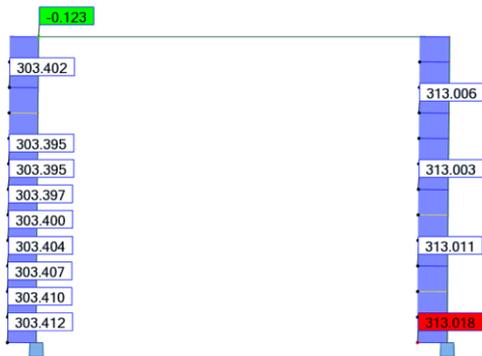
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,393 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 9,149 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 10,900$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

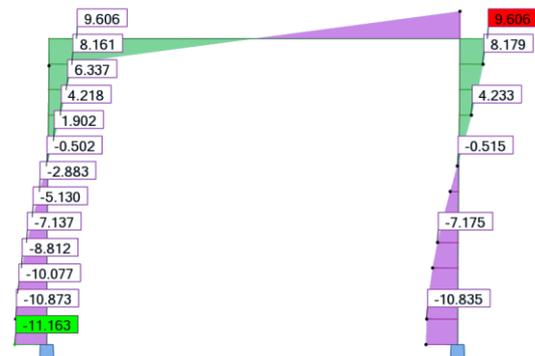


$$N_{Ed} = 313,018 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 11,070 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{313,018}{904,768} + \frac{11,070}{26,027} = 0,771$$

Moment fléchissant :



Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000026125	0,000208173	0,25

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 0,00 \text{ m}$

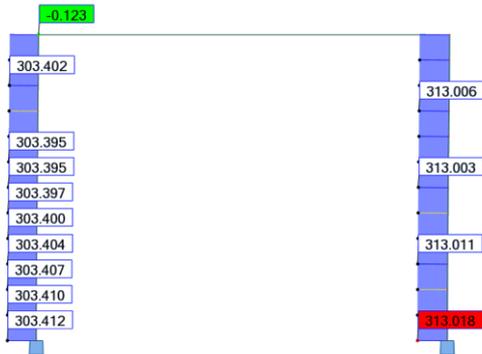
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,393 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 9,149 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 10,900$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



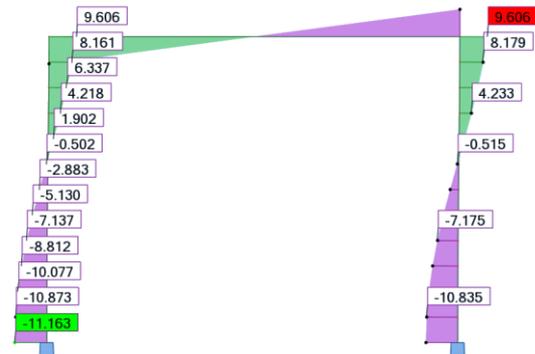
$$N_{Ed} = 313,018 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 11,070 \text{ kN.m}$$

$$N_{Rd} = A f_y = 28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6 = 904,768 \text{ kN}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{11,070}{22,277} = 0,497$$

Moment fléchissant :



Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

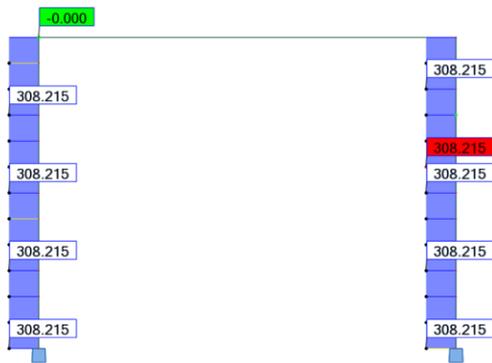
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,399 - 0,2) + 1,399^2 \right] = 1,772$$

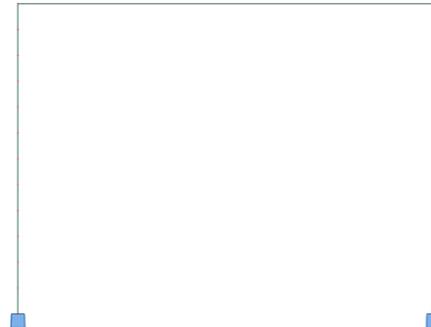
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,772 + \sqrt{1,772^2 - 1,399^2}} = 0,350$$

- Vérification au flambement (calcul 1<sup>er</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 308,215 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,350 \cdot 28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{1} = 316,322 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{308,215}{316,322} = 0,974$$

### IX.2.2.3. Tour autostable

#### Géométrie et chargement

La tour autostable est réalisée à partir de barres circulaires creuses de section 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les appuis de la tour autostable sont modélisés comme étant des vérins de pied, donc avec une rigidité de 20 kN.m/rad, valeur définie dans la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b). Chaque montant de la tour autostable est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 47,070$  kN.

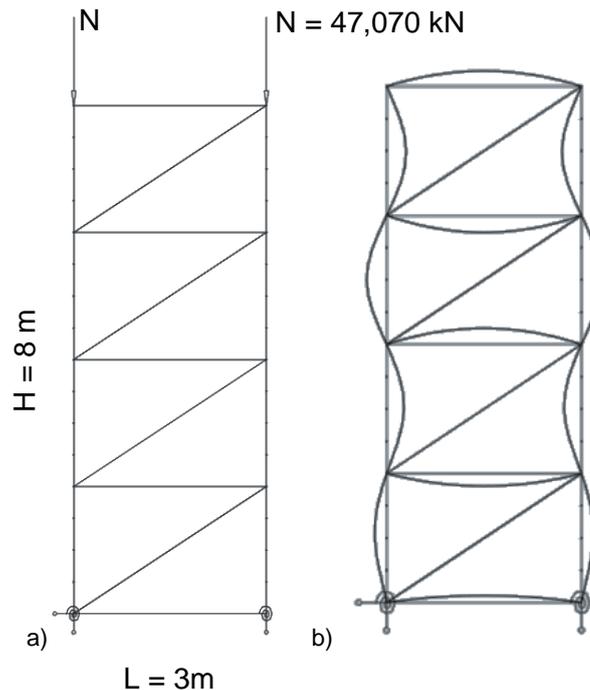


Fig. IX.93. a) Tour autostable sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la tour autostable

Tableau IX.46. Caractéristiques au flambement de la tour autostable

Longueur de flambement	$L_f = 1,772 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 70,672 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{70,672 \cdot 10^3}} = 1,369$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,000463869	0,943980839	4
0,000232830	-1	6

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,021 \text{ m}$

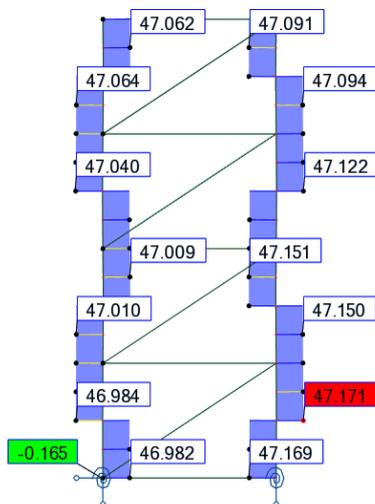
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 1,761 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,929 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 1,095 \times 10^{-2}$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

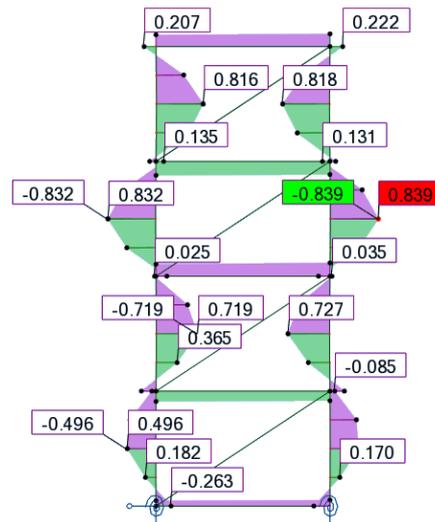


$$N_{Ed} = 47,123 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,838 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{47,123}{132,352} + \frac{0,838}{1,418} = 0,947$$

Moment fléchissant :



Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,000463869	0,943980839	4
0,000232830	-1	6

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,021 \text{ m}$

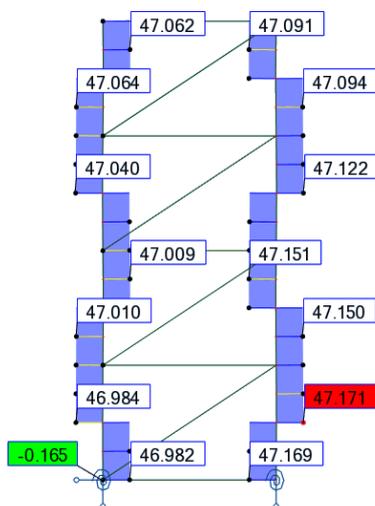
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 1,761 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,929 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

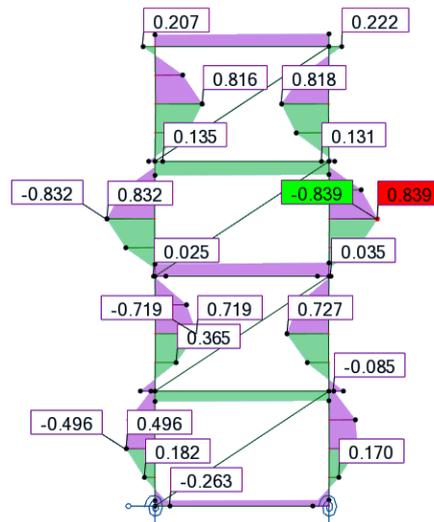
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 1,095 \times 10^{-2}$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 47,123 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 0,838 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{47,123}{132,352} + \frac{0,838}{1,915} = 0,794$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,000463869	0,943980839	4
0,000232830	-1	6

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,021 \text{ m}$

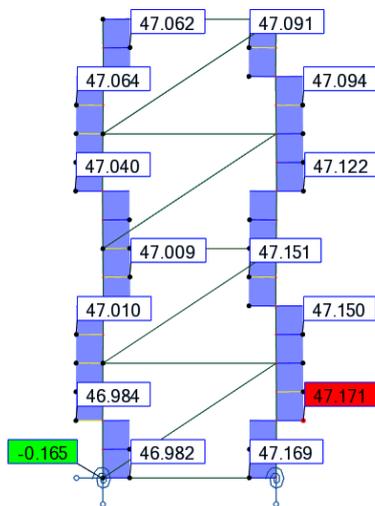
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 1,761 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,929 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

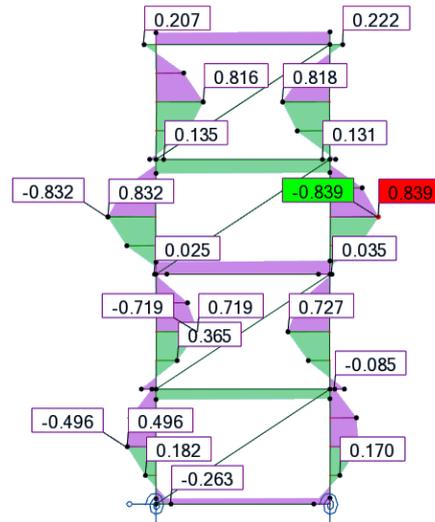
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 1,095 \times 10^{-2}$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 47,123 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,838 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 1,915 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{47,123}{132,352}\right) = 1,623 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{0,838}{1,623} = 0,516$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

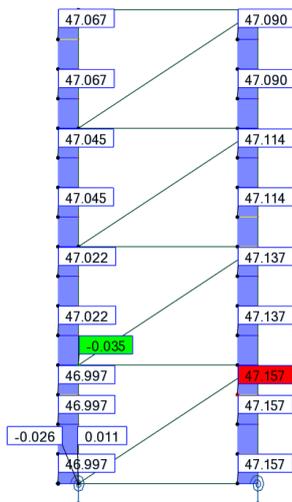
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,369 - 0,2) + 1,369^2 \right] = 1,722$$

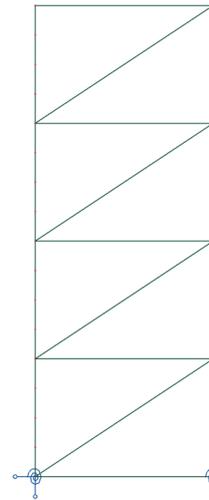
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,722 + \sqrt{1,722^2 - 1,369^2}} = 0,361$$

- Vérification au flambement (calcul au 1<sup>er</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 47,157 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,361 \cdot 4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{1} = 47,830 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{47,157}{47,830} = 0,986$$

### IX.2.2.4. Échafaudage de façade

#### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade est réalisé à partir de barres circulaires creuses de section 48,3 x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les appuis de l'échafaudage de façade sont réalisés au d'appuis simples. Chaque montant de l'échafaudage de façade est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 21,162$  kN.

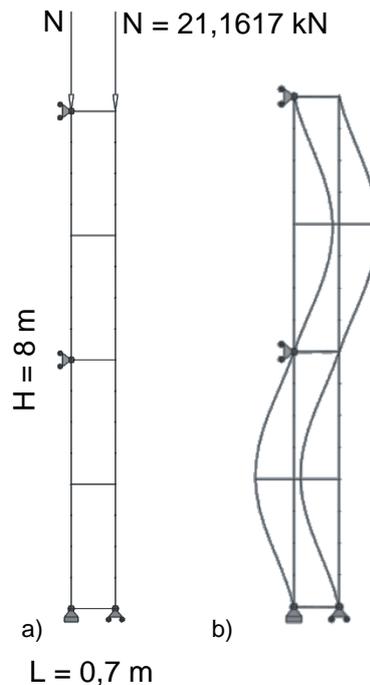


Fig. IX.94. a) Échafaudage de façade sous un effort de compression ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade

Tableau IX.47. Caractéristiques au flambement de l'échafaudage de façade

Longueur de flambement	$L_f = 2,643 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 31,743 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{31,743 \cdot 10^3}} = 2,042$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50e^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,563701417	4
0	-0,001254000	8

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,897 \text{ m}$

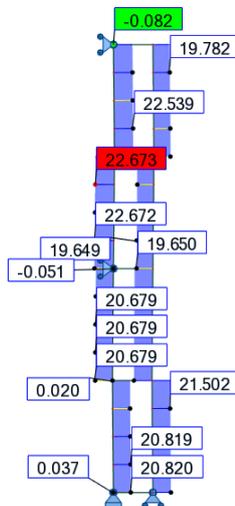
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,268 \times 10^{-1} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,366 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

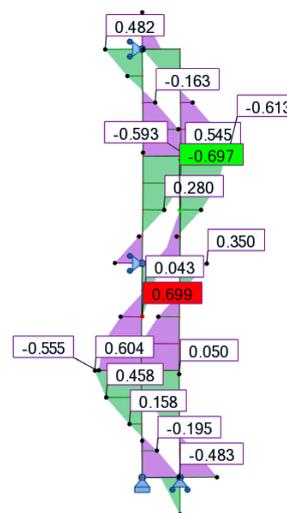
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 1,652 \times 10^{-2}$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 20,660 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 0,628 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{20,660}{132,352} + \frac{0,628}{1,418} = 0,599$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,563701417	4
0	-0,001254000	8

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,897 \text{ m}$

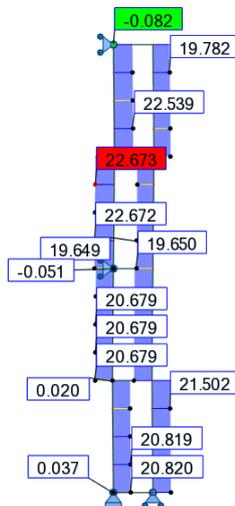
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,268 \times 10^{-1} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,366 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

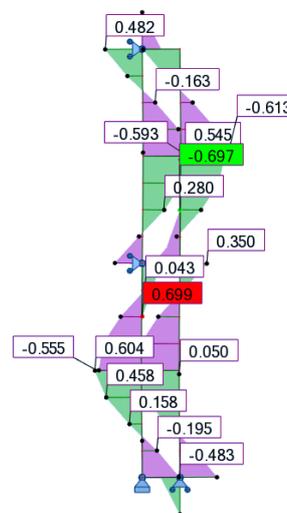
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 1,652 \times 10^{-2}$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 20,660 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 0,628 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{20,660}{132,352} + \frac{0,628}{1,915} = 0,484$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,563701417	4
0	-0,001254000	8

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,897 \text{ m}$

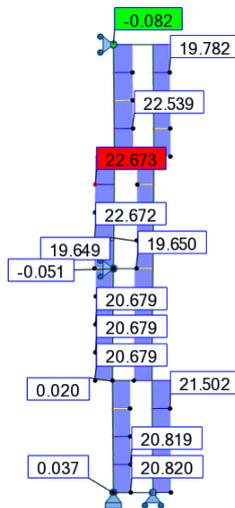
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,268 \times 10^{-1} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,366 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

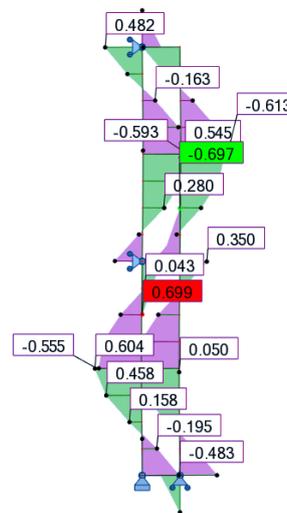
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 1,652 \times 10^{-2}$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 20,660 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 0,628 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 1,915 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{20,660}{132,352}\right) = 1,858 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{0,628}{1,858} = 0,338$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

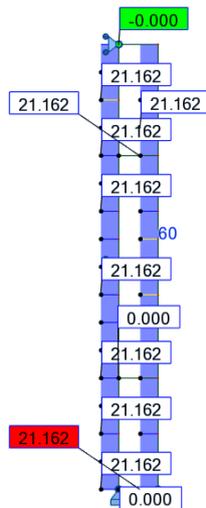
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(2,042 - 0,2) + 2,042^2 \right] = 3,036$$

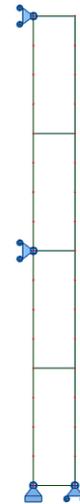
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{3,036 + \sqrt{3,036^2 - 2,042^2}} = 0,189$$

- Vérification au flambement (calcul 1<sup>er</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 21,162 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,189 \cdot 4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{1} = 25,053 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{21,162}{25,053} = 0,845$$

### IX.3. Exemples numériques des vérifications actuelles pour les éléments comprimés fléchis

#### IX.3.1. Critères avec résistance élastique

##### IX.3.1.1. Barres isolées

##### IX.3.1.1.1. Barre bi-articulée – Charge transversale répartie

###### Géométrie et chargement

La barre est réalisée avec une section circulaire creuse 48,3 x 2,9 mm, formée à froid, en acier S320. Elle est soumise à un effort  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

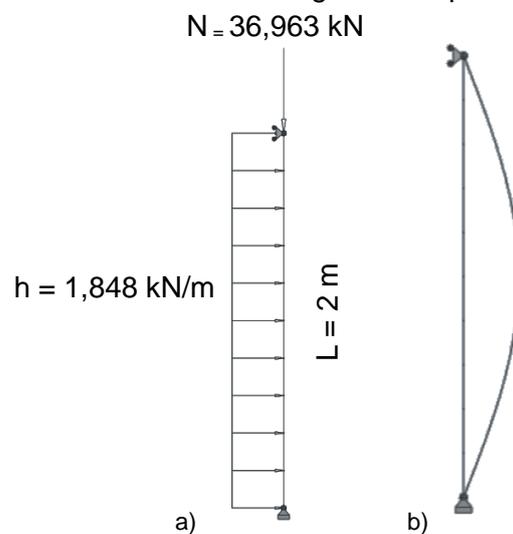


Fig. IX.95. a) Barre bi-articulée sous un effort de compression et une charge transversale répartie; b) Déformée critique de la barre

Tableau IX.48. Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée avec charge transversale répartie

Longueur de flambement	$L_f = 2 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 55,445 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{55,445 \cdot 10^3}} = 1,545$

###### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire ; cependant dans cet exemple, seule la capacité élastique de la section sera exploitée.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,005201423	0
0,001023257	0,004946848	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

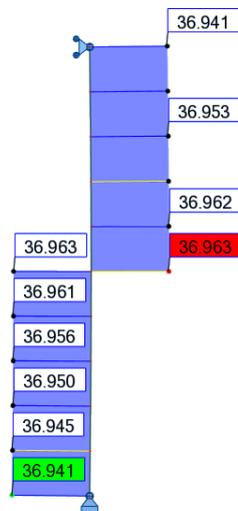
Courbure maximale de la barre :  $\eta''_{cr} = 8,170 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e''_{0,max} = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 2,132$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

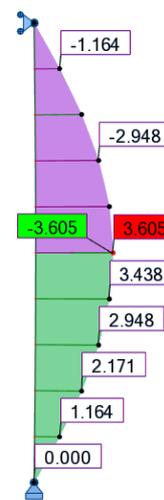


$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 3,605 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{36,963}{132,352} + \frac{3,605}{1,418} = 2,822$$

Moment fléchissant :



Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

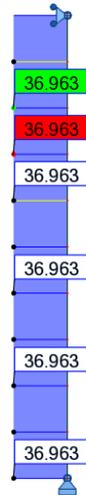
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

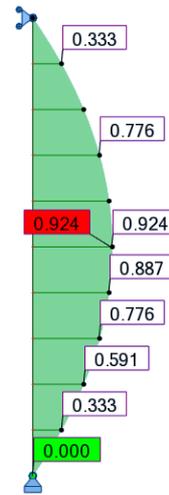
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,924 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{36,963}{55,445}}{1 - 0,300 \cdot \frac{36,963}{55,445}} = 0,417$$

La barre est sollicitée par une charge transversale répartie. L'expression du coefficient d'équivalence est donc :

$$C_{my} = 1 + 0,03 \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + 0,03 \cdot \frac{36,963}{55,445} = 1,020$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = 1,020 \cdot \frac{0,417}{1 - \frac{36,963}{55,445}} = 1,275$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{el,Rd}} = \frac{36,963}{0,300 \cdot 132,352} + 1,275 \cdot \frac{0,924}{1,418} = 1,761$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 2 (Annexe B) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

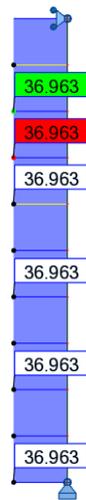
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

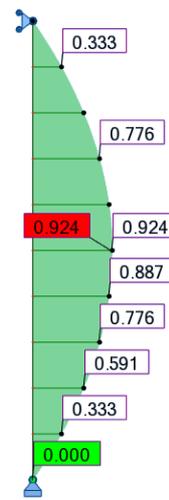
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,924 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\psi = 0$$

$$\alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = \frac{0}{0,924} = 0$$

$$C_{my} = 0,95 + 0,05 \cdot \alpha_h = 0,95 + 0,05 \times 0 = 0,95$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,95 \cdot \left( 1 + 0,6 \times 1,545 \times \frac{36,963}{0,300 \times 132,352} \right) \leq 0,95 \cdot \left( 1 + 0,6 \times \frac{36,963}{0,300 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 1,769 \leq 1,480$$

$$k_{yy} = 1,480$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{el,Rd}} = \frac{36,963}{0,300 \cdot 132,352} + 1,480 \cdot \frac{0,924}{1,418} = 1,895$$

### IX.3.1.1.2. Barre bi-encastée – Charge transversale concentrée

#### Géométrie et chargement

La barre est réalisée avec une section circulaire creuse 48,3 x 2,9 mm, formée à froid, en acier S320. Elle est soumise à un effort  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

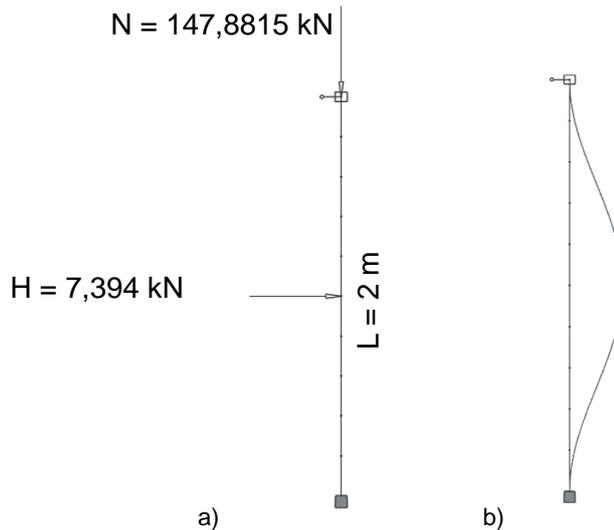


Fig. IX.96. a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale concentrée ; b) Déformée critique de la barre

Tableau IX.49. Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée avec charge transversale concentrée

Longueur de flambement	$L_f = 1 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 221,82 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{221,82 \cdot 10^3}} = 0,772$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire ; cependant dans cet exemple, seule la capacité élastique de la section sera exploitée.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528804	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1m$

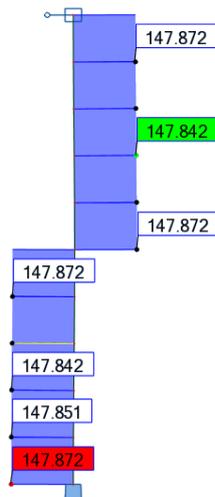
Courbure maximale de la barre :  $\eta''_{cr} = 8,17 \times 10^{-3} m^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e''_{0,max} = 2,966 \times 10^{-2} m^{-1}$

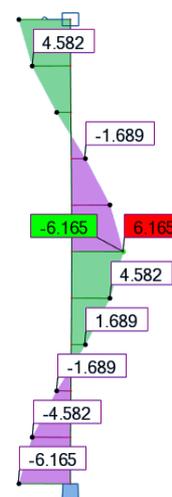
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,872 \text{ kN}$$

$$M''_{Ed} = 6,165 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M''_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{147,872}{132,352} + \frac{6,165}{1,418} = 5,465$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

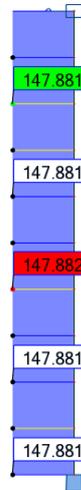
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

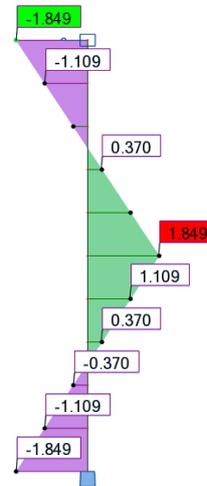
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,679$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 1,849 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{147,882}{221,822}}{1 - 0,679 \cdot \frac{147,882}{221,822}} = 0,609$$

La forme du diagramme des moments étant quelconque, le coefficient d'équivalence s'exprime donc :

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 10,7 \times 10^{-8} \times 0,014}{2^2 \times 1,849 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{147,882}{221,822} = 0,608$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = 0,608 \cdot \frac{0,609}{1 - \frac{147,882}{221,822}} = 1,111$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{147,882}{0,679 \cdot 132,352} + 1,111 \cdot \frac{1,849}{1,418} = 3,092$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 2 (Annexe B) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

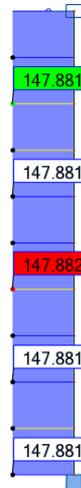
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

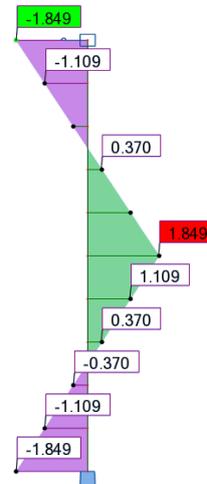
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,679$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 1,849 \text{ kN. m}$$

$$\psi = 1$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{1,849}{-1,849} = -1$$

$$C_{my} = -0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$$

$$C_{my} = 0,8 \geq 0,4$$

$$C_{my} = 0,8$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,8 \cdot \left( 1 + 0,6 \times 0,772 \times \frac{147,882}{0,679 \times 132,352} \right) \leq 0,8 \cdot \left( 1 + 0,6 \times \frac{147,882}{0,679 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 1,410 \leq 1,589$$

$$k_{yy} = 1,410$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{147,882}{0,679 \cdot 132,352} + 1,410 \cdot \frac{1,849}{1,418} = 3,483$$

### IX.3.1.1.3. Barre bi-encastée – Charge transversale répartie

#### Géométrie et chargement

La barre est réalisée avec une section circulaire creuse 48,3 x 2,9 mm, formée à froid, en acier S320. Elle est soumise à un effort  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

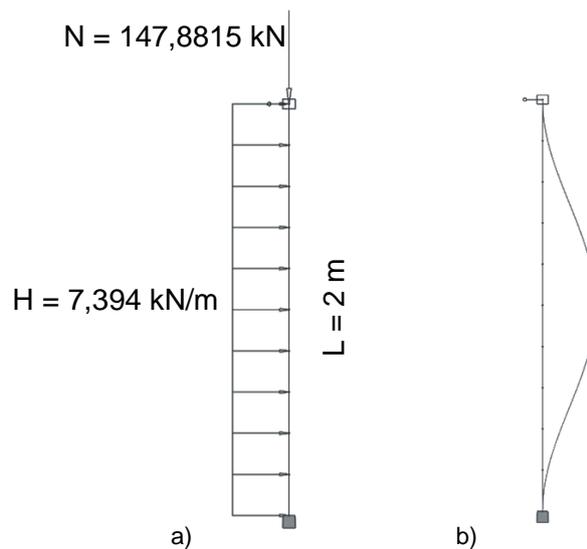


Fig. IX.97. a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale répartie ; b) Déformée critique de la barre

Tableau IX.50. Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée avec charge transversale répartie

Longueur de flambement	$L_f = 1 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 221,82 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{221,82 \cdot 10^3}} = 0,772$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50e^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire ; cependant dans cet exemple, seule la capacité élastique de la section sera exploitée.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528801	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

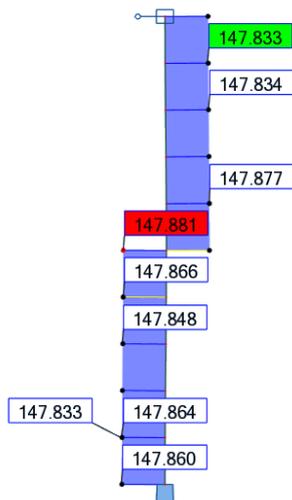
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 2,966 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)

Effort normal :

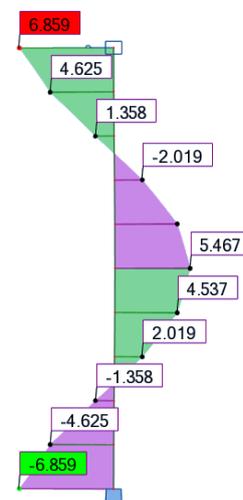


$$N_{Ed} = 147,881 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 6,859 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}''}{M_{el,Rd}} = \frac{147,881}{132,352} + \frac{6,859}{1,418} = 5,955$$

Moment fléchissant :



Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

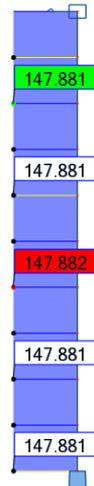
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

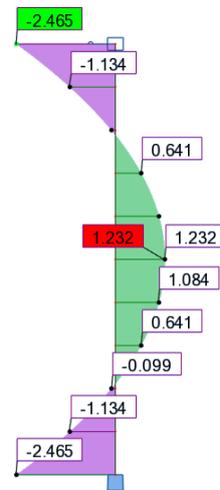
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,679$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^l = 2,465 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{147,882}{221,822}}{1 - 0,679 \cdot \frac{147,882}{221,822}} = 0,609$$

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M_{Ed}^l} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 10,7 \times 10^{-8} \times 0,014}{2^2 \times 2,465 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{147,882}{221,822} = 0,539$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = 0,539 \cdot \frac{0,609}{1 - \frac{147,882}{221,822}} = 0,985$$

On constate dans ce cas que le coefficient  $k_{yy}$  est inférieur à 1. Il ne joue donc pas son rôle d'amplification du moment du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^l}{M_{el,Rd}} = \frac{147,882}{0,679 \cdot 132,352} + 0,985 \cdot \frac{2,465}{1,418} = 3,357$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 2 (Annexe B) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

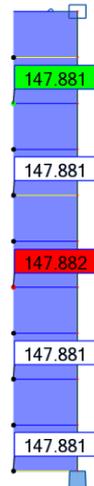
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

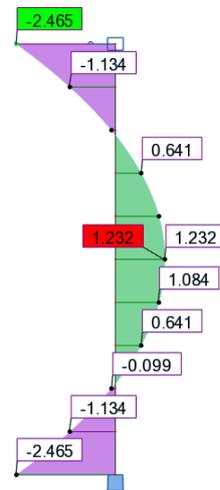
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,679$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^l = 2,465 \text{ kN.m}$$

$$\psi = 1$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{1,232}{-2,465} = -0,5$$

$$C_{my} = 0,1 - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$$

$$C_{my} = 0,5 \geq 0,4$$

$$C_{my} = 0,5$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,5 \cdot \left( 1 + 0,6 \times 0,772 \times \frac{147,882}{0,679 \times 132,352} \right) \leq 0,5 \cdot \left( 1 + 0,6 \times \frac{147,882}{0,679 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 0,881 \leq 0,993$$

$$k_{yy} = 0,881$$

On constate dans ce cas que le coefficient  $k_{yy}$  est inférieur à 1. Il ne joue donc pas son rôle d'amplification du moment du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^l}{M_{el,Rd}} = \frac{147,882}{0,679 \cdot 132,352} + 0,881 \cdot \frac{2,465}{1,418} = 3,177$$

### IX.3.1.2. Barres incluses dans une structure

#### IX.3.1.2.1. Portique bi-encastré

##### Géométrie et chargement

Le portique est réalisé à partir de barres circulaires creuses, de section 100 mm x 10 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant du portique est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

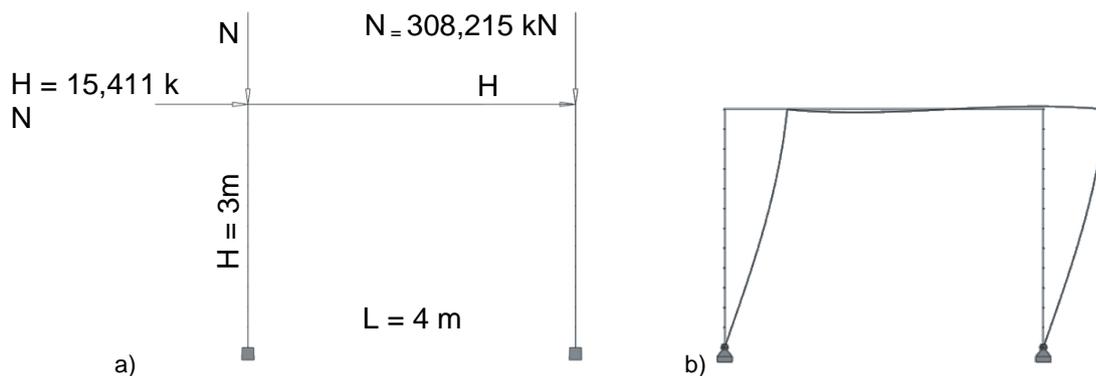


Fig. IX.98. a) Portique bi-encastré sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique

Tableau IX.51. Caractéristiques au flambement du portique bi-encastré comprimé fléchi

Longueur de flambement	$L_r = 3,450\text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 504,687\text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{504,687 \cdot 10^3}} = 1,339$

##### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire ; cependant dans cet exemple, seule la capacité élastique de la section sera exploitée.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,001736096	0,000792436	2,5
0,002060320	0,000484262	3

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 0,081 \text{ m}$

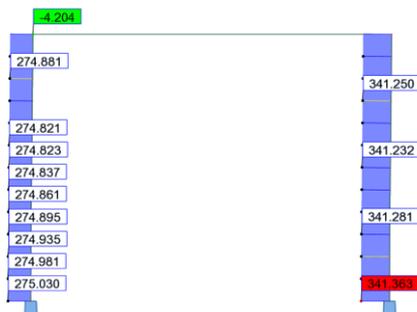
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,203 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 9,487 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

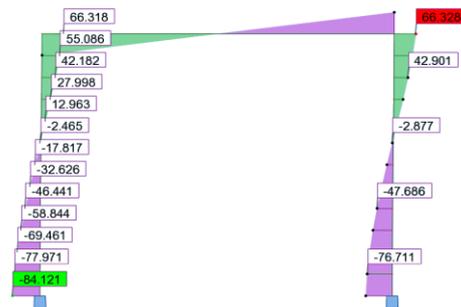
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 11,566$

- Vérification en section avec résistance élastique (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 275,030 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 84,121 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{275,030}{904,768} + \frac{84,121}{18,548} = 4,839$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambements des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours au longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,339 - 0,2) + 1,339^2 \right] = 1,675$$

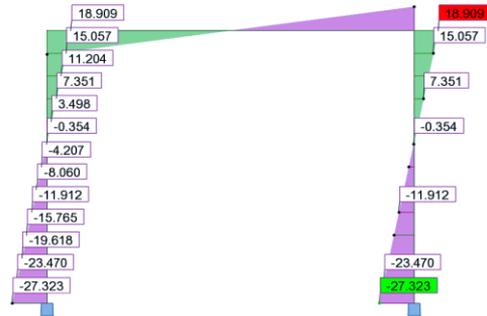
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,675 + \sqrt{1,675^2 - 1,339^2}} = 0,373$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



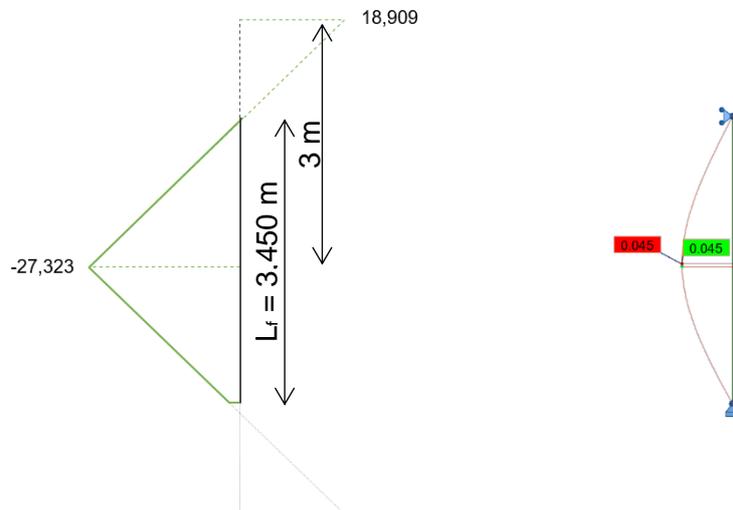
Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe A doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 3,450 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 3m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement. Il va donc être nécessaire d'effectuer une extrapolation des moments, connus sur la longueur réelle de la barre, sur la longueur de flambement.

Cette extrapolation pose problème car il est possible d'extrapoler de plusieurs manières ce qui ne va pas conduire au même résultat pour la vérification et ce qui peut également être source d'ambiguïté pour le calcul.

Le diagramme des moments extrapolés sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 317,670 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 27,323 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{317,670}{504,687}}{1 - 0,373 \cdot \frac{317,670}{504,687}} = 0,484$$

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 289,812 \times 10^{-8} \times 0,045}{3,450^2 \times 27,323 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{317,670}{504,687} = 0,894$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = 0,894 \cdot \frac{0,484}{1 - \frac{317,670}{504,687}} = 1,168$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{el,Rd}} = \frac{317,670}{0,373 \cdot 904,768} + 1,168 \cdot \frac{27,323}{18,548} = 2,663$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 2 (Annexe B) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambements des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours au longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

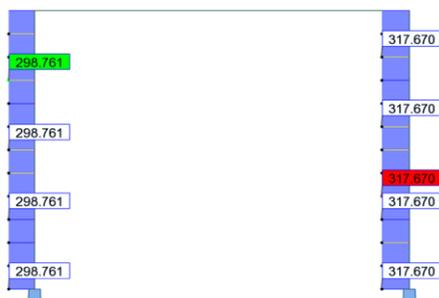
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,339 - 0,2) + 1,339^2 \right] = 1,675$$

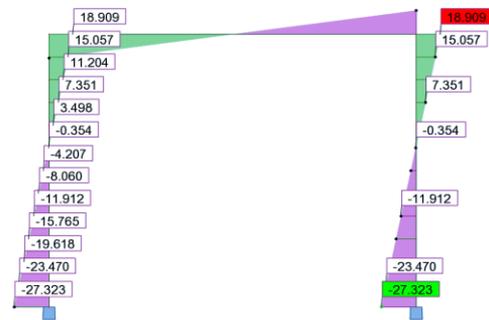
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,675 + \sqrt{1,675^2 - 1,339^2}} = 0,373$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



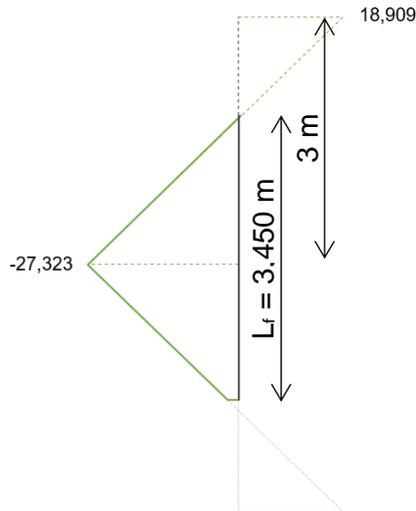
Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe B doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 3,450 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 3m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement. Il va donc être nécessaire d'effectuer une extrapolation des moments, connus sur la longueur réelle de la barre, sur la longueur de flambement.

Cette extrapolation pose problème car il est possible d'extrapoler de plusieurs manières ce qui ne va pas conduire au même résultat pour la vérification et ce qui peut également être source d'ambiguïté pour le calcul.

Le diagramme des moments extrapolés sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 317,670 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 27,323 \text{ kN.m}$$

La détermination du coefficient  $C_{my}$  avec l'Annexe B tient compte si le mode d'instabilité est à nœuds déplaçables ou non. Dans le cas du portique bi-encasté, le premier mode de flambement est un mode à nœuds déplaçables (voir Fig. IX.98) ; dans ce cas, le coefficient  $C_{my}$  à prendre en compte est le suivant :

$$C_{my} = 0,9$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \times 1,339 \times \frac{317,670}{0,373 \times 904,768} \right) \leq 0,9 \cdot \left( 1 + 0,6 \times \frac{317,670}{0,373 \times 904,768} \right)$$

$$k_{yy} = 1,581 \leq 1,409$$

$$k_{yy} = 1,409$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{317,670}{0,373 \cdot 904,768} + 1,409 \cdot \frac{27,323}{18,548} = 3,017$$

### IX.3.1.2.2. Tour autostable

#### Géométrie et chargement

La tour autostable est réalisée à partir de barres circulaires creuses, de section 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad ; tandis que les extrémités des diagonales sont articulées. Les appuis de la tour autostable sont modélisés comme étant des vérins de pied, donc avec une rigidité de 20 kN.m/rad, valeur définie dans la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b). Chaque montant de la tour autostable est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

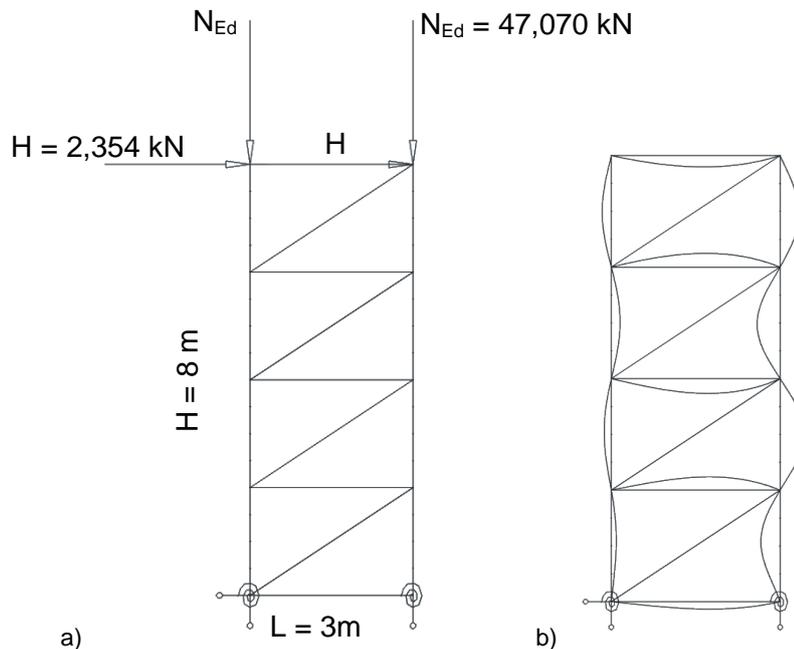


Fig. IX.99. a) Tour autostable sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau ; b) Déformée critique de la tour autostable

Tableau IX.52. Caractéristiques au flambement de la tour autostable comprimée fléchie

Longueur de flambement	$L_f = 1,711\text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 79,959\text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{79,959 \cdot 10^3}} = 1,287$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50e^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire ; cependant dans cet exemple, seule la capacité élastique de la section sera exploitée.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,000596431	0,930353408	2
0,000525871	-1,000000000	4

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 3,024 \text{ m}$

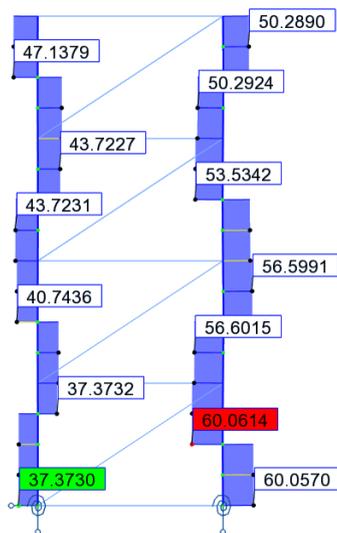
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 1,837 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,985 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,011$

- Vérification en section avec résistance élastique :

Effort normal :

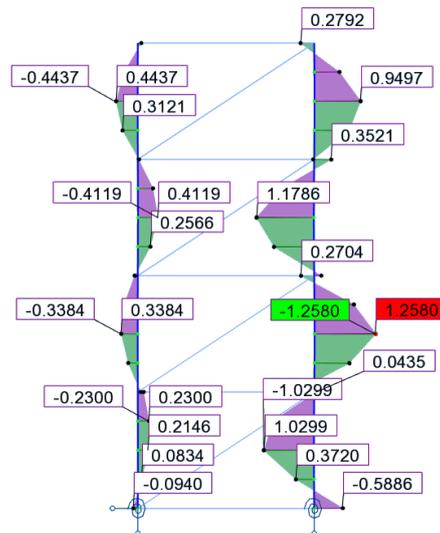


$$N_{Ed} = 56,602 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 1,258 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{56,602}{132,352} + \frac{1,258}{1,418} = 1,315$$

Moment fléchissant :



Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambements des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours au longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

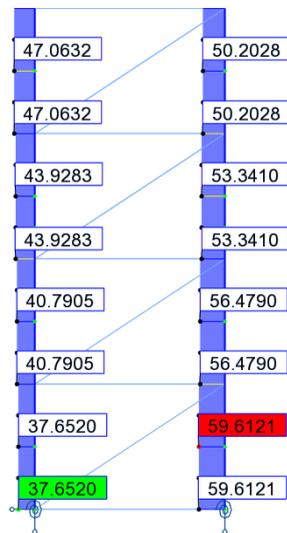
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,287 - 0,2) + 1,287^2 \right] = 1,594$$

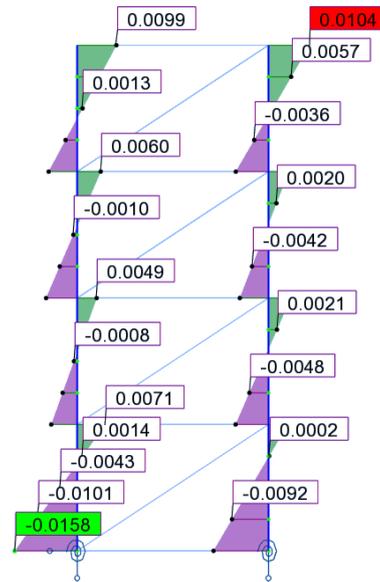
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,594 + \sqrt{1,594^2 - 1,287^2}} = 0,395$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :

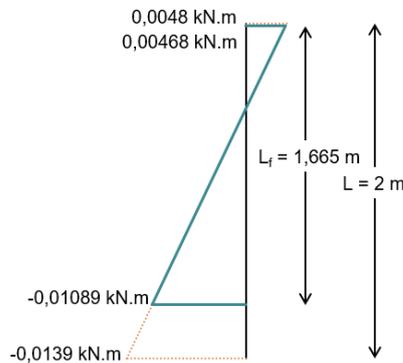


Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe A doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 1,665 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 2 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement.

Le diagramme des moments sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 59,612 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,0139 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{59,612}{79,959}}{1 - 0,395 \cdot \frac{59,612}{79,959}} = 0,361$$

$$\psi = \frac{0,00468}{-0,01089} = -0,4593$$

$$C_{my} = 0,79 + 0,21 \cdot \psi + 0,36 \cdot (\psi - 0,33) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}$$

$$= 0,79 + 0,21 \times -0,4593 + 0,36 \cdot (-0,4593 - 0,3) \times \frac{59,612}{79,959}$$

$$= 0,482$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = 0,482 \cdot \frac{0,361}{1 - \frac{59,612}{79,959}} = 0,574$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{59,612}{0,395 \cdot 132,352} + 0,574 \cdot \frac{0,0139}{1,418} = 1,147$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 2 (Annexe B) :**

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambements des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours au longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

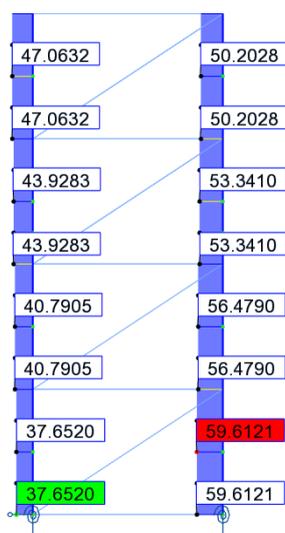
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,287 - 0,2) + 1,287^2 \right] = 1,594$$

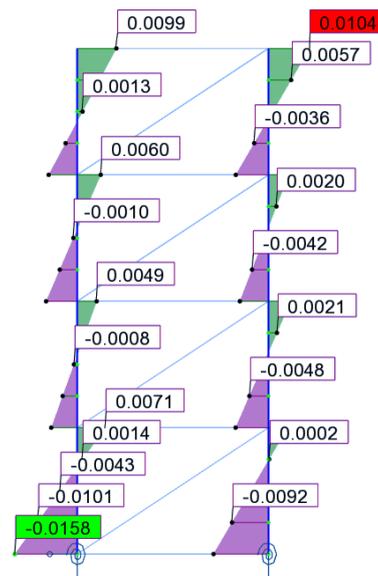
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,594 + \sqrt{1,594^2 - 1,287^2}} = 0,395$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :

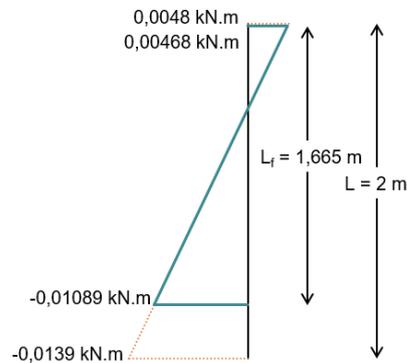


Moment fléchissant :



Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe B doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 1,665 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 2 m.  
 Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement.  
 Le diagramme des moments sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 59,612 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 0,0139 \text{ kN.m}$$

$$\psi = \frac{0,00468}{-0,01089} = -0,4593$$

$$C_{my} = 0,60 + 0,40 \cdot \psi \geq 0,4$$

$$= 0,416$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,416 \cdot \left( 1 + 0,6 \times 1,287 \times \frac{59,612}{0,395 \times 132,352} \right) \leq 0,416 \cdot \left( 1 + 0,6 \times \frac{59,612}{0,395 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 0,7831 \leq 0,7014$$

$$k_{yy} = 0,7014$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{el,Rd}} = \frac{59,612}{0,395 \cdot 132,352} + 0,7014 \cdot \frac{0,0139}{1,418} = 1,149$$

### IX.3.1.2.3. Échafaudage de façade

#### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade est réalisé à partir de barres circulaires creuses, de section 48,3 x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les appuis de l'échafaudage de façade sont réalisés au moyen d'appuis simples. Chaque montant de l'échafaudage de façade est soumis à un effort de compression  $N$  et une charge transversale répartie appliquée sur le montant droit. Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 21,162$  kN. La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

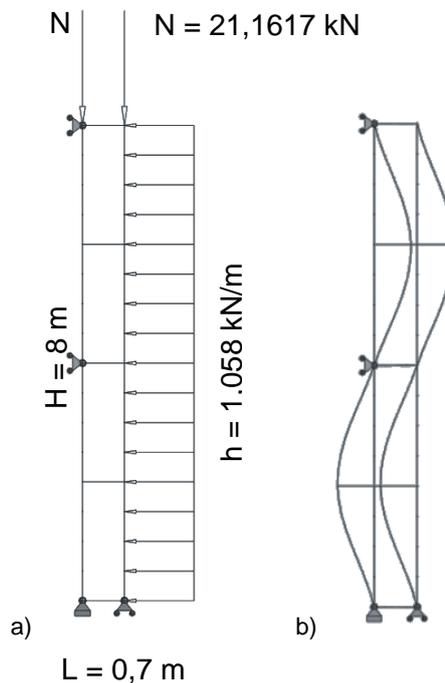


Fig. IX.100. a) Échafaudage de façade sous un effort de compression et une charge horizontale répartie sur le montant droit ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade

Tableau IX.53. Caractéristiques au flambement de l'échafaudage de façade comprimé fléchi

Longueur de flambement	$L_f = 2,515$ m
Charge critique	$N_{cr} = 35,068$ kN
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{35,068 \cdot 10^3}} = 1,943$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire ; cependant dans cet exemple, seule la capacité élastique de la section sera exploitée.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance élastique :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,003197105	-0,000128903	6
-0,000000013	-0,001254240	8

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,969 \text{ m}$

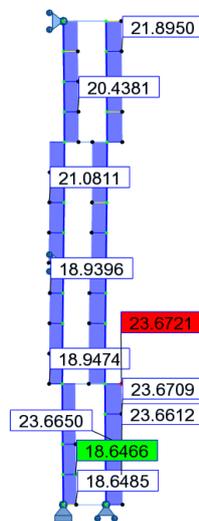
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 2,66 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,428 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 5,366$

- Vérification en section avec résistance élastique :

Effort normal :

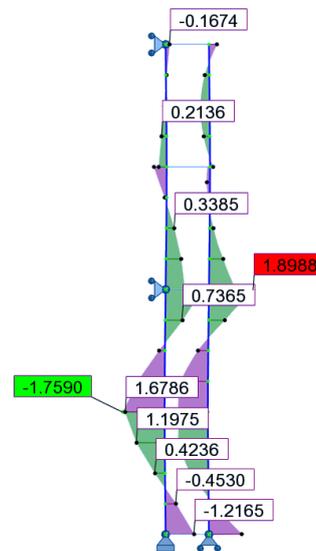


$$N_{Ed} = 23,354 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 1,899 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{23,354}{132,352} + \frac{1,899}{1,418} = 1,516$$

Moment fléchissant :



Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambements des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours au longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

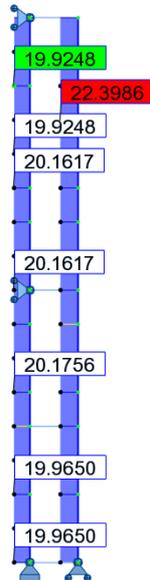
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,985 - 0,2) + 1,985^2 \right] = 2,907$$

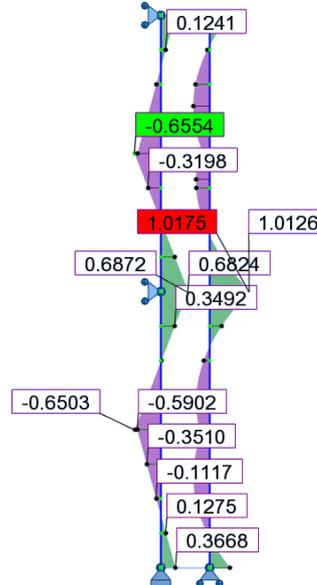
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} = \frac{1}{2,907 + \sqrt{2,907^2 - 1,985^2}} = 0,199$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :

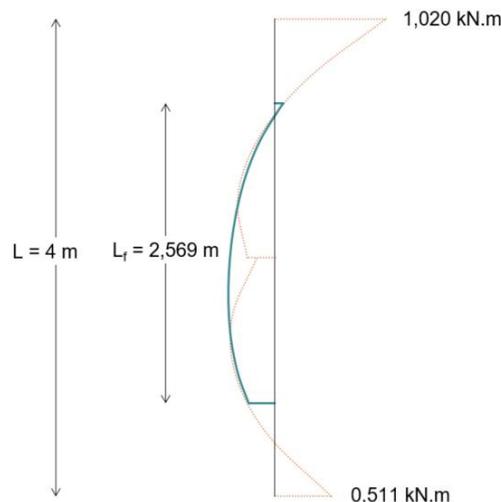


Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe A doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 2,569 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 2 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement.

Le diagramme des moments sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 22,399 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 1,020 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{22,399}{33,594}}{1 - 0,199 \cdot \frac{22,399}{33,594}} = 0,384$$

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M_{Ed}^l} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 10,700 \times 10^{-8} \times 0,023}{2,569^2 \times 1,020 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{22,399}{33,594} = 0,538$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = 0,538 \cdot \frac{0,384}{1 - \frac{22,399}{33,594}} = 0,620$$

On constate dans ce cas que le coefficient  $k_{yy}$  est inférieur à 1. Il ne joue donc pas son rôle d'amplification du moment du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^l}{M_{el,Rd}} = \frac{22,399}{0,199 \cdot 132,352} + 0,620 \cdot \frac{1,020}{1,418} = 1,297$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en élasticité – Méthode 2 (Annexe B) :**

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambements des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours au longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

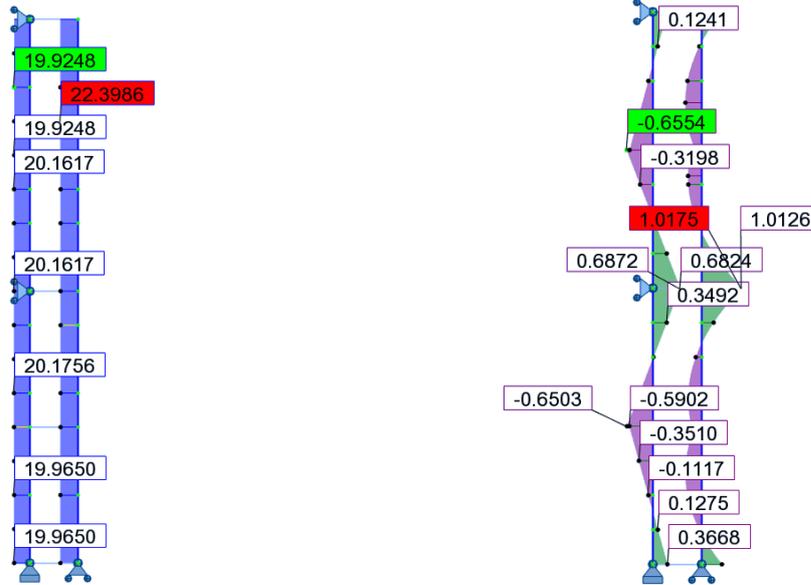
$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,985 - 0,2) + 1,985^2 \right] = 2,907$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,907 + \sqrt{2,907^2 - 1,985^2}} = 0,199$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance élastique – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :

Moment fléchissant :

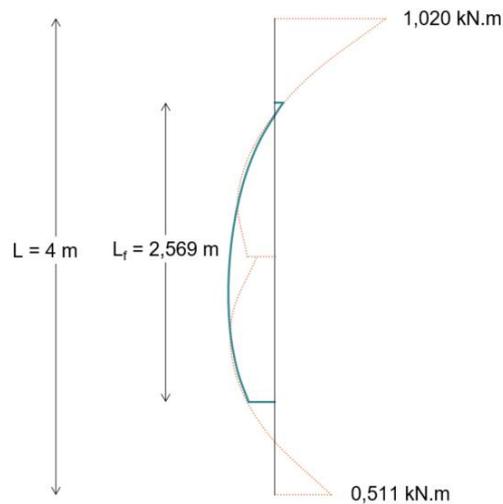


Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe B doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 2,569 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 2 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement.

Le diagramme des moments sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 22,399 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^l = 1,020 \text{ kN.m}$$

$$\psi = \frac{0,511}{1,020} = 0,5055$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{-0,410}{1,020} = -0,442$$

$$C_{my} = 0,1 - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$$

$$= 0,454$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,454 \cdot \left( 1 + 0,6 \times 1,985 \times \frac{22,399}{0,199 \times 132,352} \right) \leq 0,454 \cdot \left( 1 + 0,6 \times \frac{22,399}{0,199 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 0,9139 \leq 0,6856$$

$$k_{yy} = 0,6856$$

On constate dans ce cas que le coefficient  $k_{yy}$  est inférieur à 1. Il ne joue donc pas son rôle d'amplification du moment du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{el,Rd}} = \frac{22,399}{0,199 \cdot 132,352} + 0,6856 \cdot \frac{1,020}{1,418} = 1,217$$

## IX.3.2. Critères avec résistance plastique

### IX.3.2.1. Barres isolées

#### IX.3.2.1.1. Barre bi-articulée – Charge transversale répartie

##### Géométrie et chargement

La barre est réalisée avec une section circulaire creuse 48,3 x 2,9 mm, formée à froid, en acier S320. Elle est soumise à un effort  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

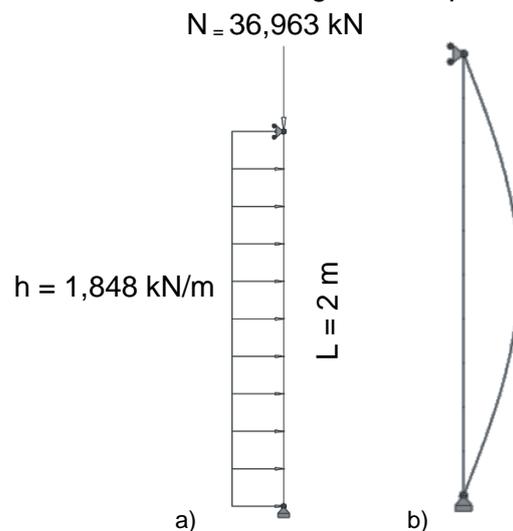


Fig. IX.101. a) Barre bi-articulée sous un effort de compression et une charge transversale répartie; b) Déformée critique de la barre

Tableau IX.54. Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée avec charge transversale répartie

Longueur de flambement	$L_f = 2 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 55,445 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{55,445 \cdot 10^3}} = 1,545$

##### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50e^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,005201423	0
0,001023257	0,004946848	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

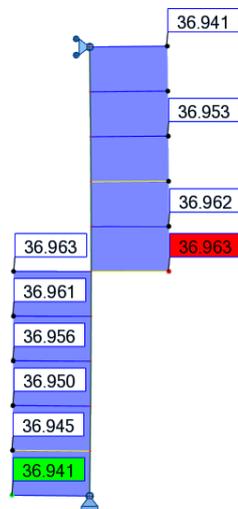
Courbure maximale de la barre :  $\eta''_{cr} = 8,170 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e''_{0,max} = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 2,132$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

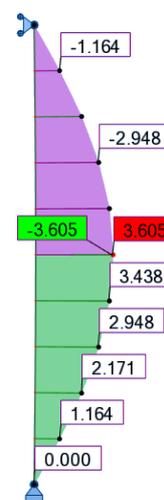


$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M''_{Ed} = 3,605 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{36,963}{132,352} + \frac{3,605}{1,915} = 2,162$$

Moment fléchissant :



Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,005201423	0
0,001023257	0,004946848	0,2

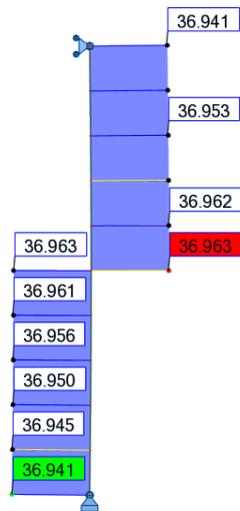
Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

Courbure maximale de la barre :  $\eta''_{cr} = 8,170 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

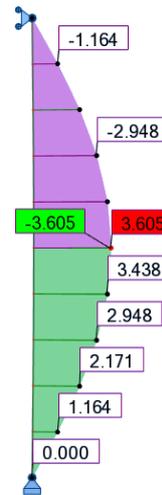
Courbure maximale de la barre de référence :  $e''_{0,max} = 1,742 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 2,132$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :  
Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^u = 3,605 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 1,915 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{36,963}{132,352}\right) = 1,734 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{3,605}{1,734} = 2,079$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

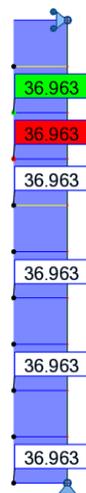
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

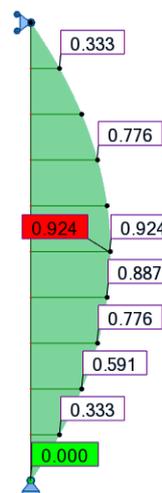
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 0,924 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{36,963}{55,445}}{1 - 0,300 \cdot \frac{36,963}{55,445}} = 0,417$$

La barre est sollicitée par une charge transversale répartie. L'expression du coefficient d'équivalence est donc :

$$C_{my} = 1 + 0,03 \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + 0,03 \cdot \frac{36,963}{55,445} = 1,020$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}}$$

$$C_{yy} = 1 + (1,351 - 1) \cdot \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1,351} \times 1,020^2 \times 1,545 - \frac{1,6}{1,351} \times 1,020^2 \times 1,545^2 \right) \cdot \frac{36,963}{132,352} - 0 \right] \geq \frac{4,431}{5,985}$$

$$C_{yy} = 0,740$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 1,020 \cdot \frac{0,417}{1 - \frac{36,963}{55,445}} \cdot \frac{1}{0,740} = 1,723$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{36,963}{0,300 \cdot 132,352} + 1,723 \cdot \frac{0,924}{1,915} = 1,761$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 2 (Annexe B) :**

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

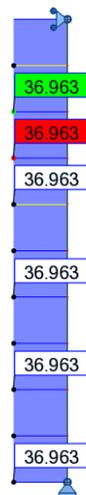
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,545 - 0,2) + 1,545^2 \right] = 2,023$$

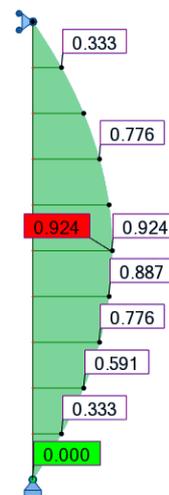
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,023 + \sqrt{2,023^2 - 1,545^2}} = 0,300$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 36,963 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 0,924 \text{ kN.m}$$

$$\psi = 0$$

$$\alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = \frac{0}{0,924} = 0$$

$$C_{my} = 0,95 + 0,05 \cdot \alpha_h = 0,95 + 0,05 \times 0 = 0,95$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,95 \cdot \left( 1 + (1,545 - 0,2) \times \frac{36,963}{0,300 \times 132,352} \right) \leq 0,95 \cdot \left( 1 + 0,8 \times \frac{36,963}{0,300 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 2,026 \leq 1,569$$

$$k_{yy} = 1,569$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{36,963}{0,300 \cdot 132,352} + 1,569 \cdot \frac{0,924}{1,915} = 1,686$$

### IX.3.2.1.2. Barre bi-encastée – Charge transversale concentrée

#### Géométrie et chargement

La barre est réalisée avec une section circulaire creuse 48,3 x 2,9 mm, formée à froid, en acier S320. Elle est soumise à un effort  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

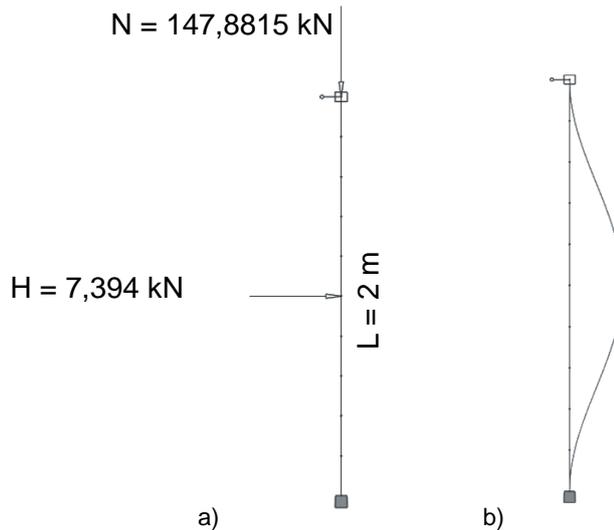


Fig. IX.102. a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale concentrée ; b) Déformée critique de la barre

Tableau IX.55. Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée avec charge transversale concentrée

Longueur de flambement	$L_f = 1 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 221,82 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{221,82 \cdot 10^3}} = 0,772$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528804	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

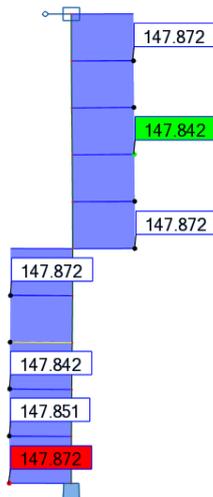
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 2,966 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

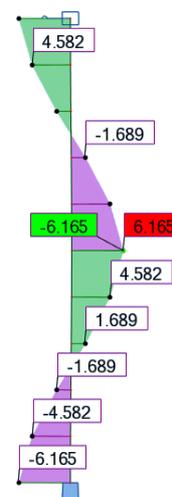
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,872 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 6,165 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}''}{M_{pl,Rd}} = \frac{147,872}{132,352} + \frac{6,165}{1,915} = 4,336$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528804	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

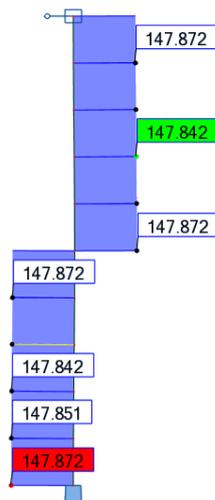
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 2,966 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

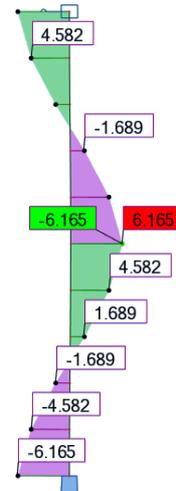
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,872 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^{\prime\prime} = 6,165 \text{ kN.m}$$

$N_{Ed} > N_{Rd}$  : on ne peut pas effectuer la vérification avec la résistance plastique non-linéaire de la section

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

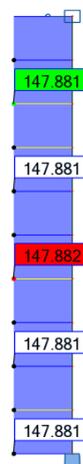
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

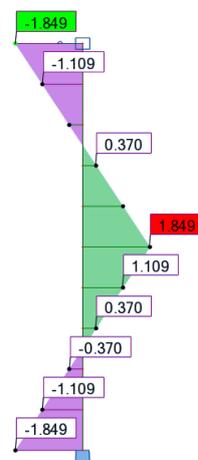
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,679$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^{\prime} = 1,849 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{147,882}{221,822}}{1 - 0,679 \cdot \frac{147,882}{221,822}} = 0,609$$

La forme du diagramme des moments étant quelconque, le coefficient d'équivalence s'exprime donc :

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 10,7 \times 10^{-8} \times 0,014}{2^2 \times 1,849 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{147,882}{221,822} = 0,608$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}}$$

$$C_{yy} = 1 + (1,351 - 1) \cdot \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,608^2 \times 0,772 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,608^2 \times 0,772^2 \right) \cdot \frac{147,882}{132,352} - 0 \right] \geq \frac{4,431}{5,985}$$

$$C_{yy} = 1,549$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 0,608 \cdot \frac{0,609}{1 - \frac{147,882}{221,822}} \cdot \frac{1}{1,549} = 0,717$$

On constate dans ce cas que le coefficient  $k_{yy}$  est inférieur à 1. Il ne joue donc pas son rôle d'amplification du moment du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{147,882}{0,679 \cdot 132,352} + 0,717 \cdot \frac{1,849}{1,915} = 2,336$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 2 (Annexe B) :**

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

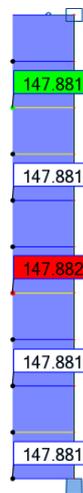
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

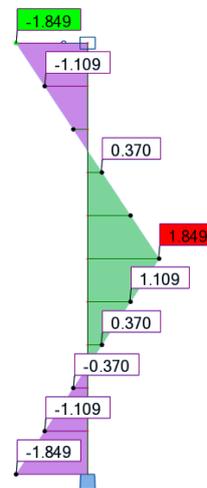
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,679$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 1,849 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\psi = 1$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{1,849}{-1,849} = -1$$

$$C_{my} = -0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$$

$$C_{my} = 0,8 \geq 0,4$$

$$C_{my} = 0,8$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucunes solutions ne sont proposées. Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,8 \cdot \left( 1 + (0,772 - 0,2) \times \frac{147,882}{0,679 \times 132,352} \right) \leq 0,8 \cdot \left( 1 + 0,8 \times \frac{147,882}{0,679 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 1,553 \leq 1,852$$

$$k_{yy} = 1,553$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{147,882}{0,679 \cdot 132,352} + 1,553 \cdot \frac{1,849}{1,915} = 3,142$$

### IX.3.2.1.4. Barre bi-encastée – Charge transversale répartie

#### Géométrie et chargement

La barre est réalisée avec une section circulaire creuse 48,3 x 2,9 mm, formée à froid, en acier S320. Elle est soumise à un effort  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

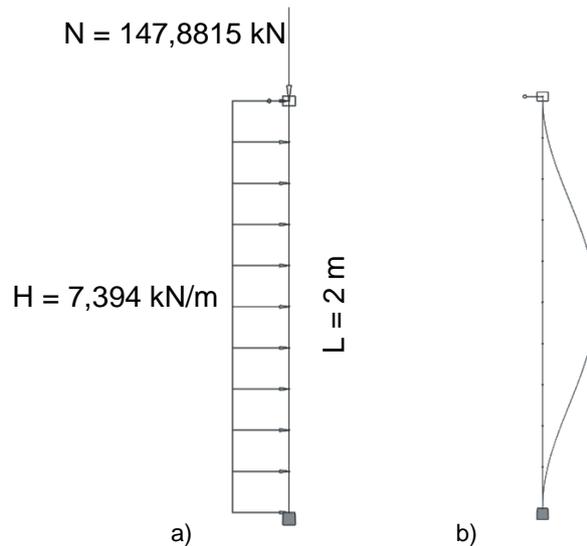


Fig. IX.103. a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale répartie ; b) Déformée critique de la barre

Tableau IX.56. Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée avec charge transversale répartie

Longueur de flambement	$L_f = 1 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 221,82 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{221,82 \cdot 10^3}} = 0,772$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50e^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528801	0,2

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

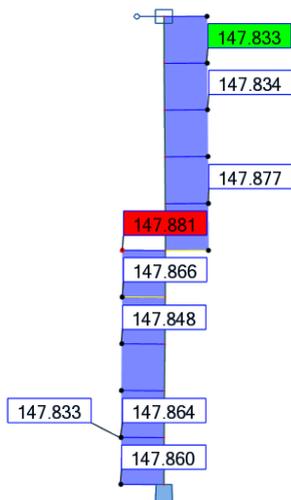
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 2,966 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)

Effort normal :

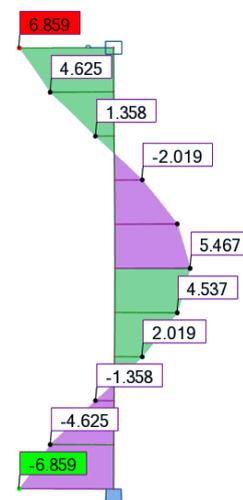


$$N_{Ed} = 147,881 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 6,859 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}''}{M_{pl,Rd}} = \frac{147,881}{132,352} + \frac{6,859}{1,915} = 4,699$$

Moment fléchissant :



Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0	0
0,000158118	0,001528801	0,2

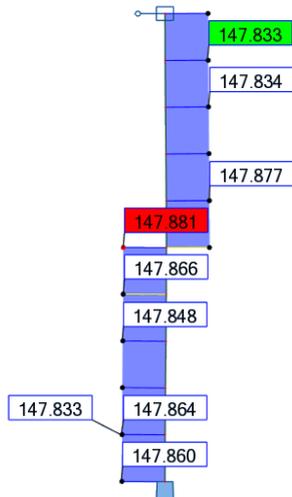
Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 1 \text{ m}$

Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,17 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

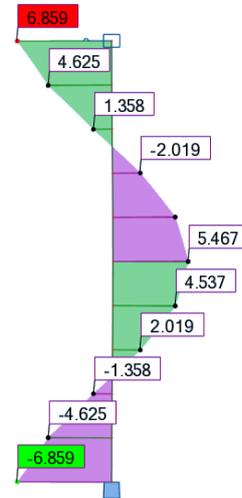
Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 2,966 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 3,630$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre)  
Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,881 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 6,859 \text{ kN.m}$$

$N_{Ed} > N_{Rd}$  : on ne peut pas effectuer la vérification avec la résistance plastique non-linéaire de la section

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

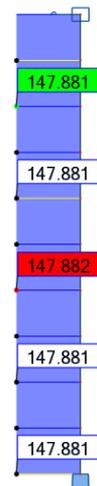
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

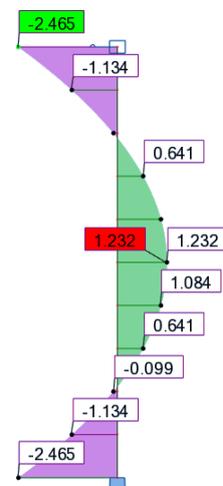
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,679$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 2,465 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{147,882}{221,822}}{1 - 0,679 \cdot \frac{147,882}{221,822}} = 0,609$$

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 10,7 \times 10^{-8} \times 0,014}{2^2 \times 2,465 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{147,882}{221,822} = 0,539$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}}$$

$$C_{yy} = 1 + (1,351 - 1) \cdot \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,539^2 \times 0,772 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,539^2 \times 0,772^2 \right) \cdot \frac{147,882}{132,352} - 0 \right] \geq \frac{4,431}{5,985}$$

$$C_{yy} = 1,599$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 0,539 \cdot \frac{0,609}{1 - \frac{147,882}{221,822}} \cdot \frac{1}{1,599} = 0,616$$

On constate dans ce cas que le coefficient  $k_{yy}$  est inférieur à 1. Il ne joue donc pas son rôle d'amplification du moment du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{147,882}{0,679 \cdot 132,352} + 0,616 \cdot \frac{2,465}{1,915} = 2,437$$

**Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 2 (Annexe B) :**

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

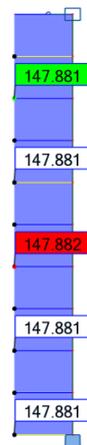
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (0,772 - 0,2) + 0,772^2 \right] = 0,939$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,939 + \sqrt{0,939^2 - 0,772^2}} = 0,679$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :

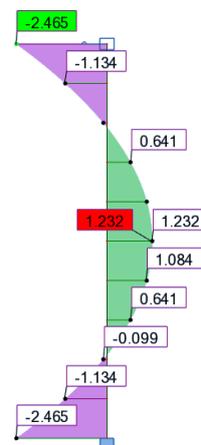


$$N_{Ed} = 147,882 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 2,465 \text{ kN.m}$$

$$\psi = 1$$

Moment fléchissant :



$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{1,232}{-2,465} = -0,5$$

$$C_{my} = 0,1 - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$$

$$C_{my} = 0,5 \geq 0,4$$

$$C_{my} = 0,5$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucunes solutions ne sont proposées. Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,5 \cdot \left( 1 + (0,772 - 0,2) \times \frac{147,882}{0,679 \times 132,352} \right) \leq 0,5 \cdot \left( 1 + 0,8 \times \frac{147,882}{0,679 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 0,777 \leq 0,926$$

$$k_{yy} = 0,777$$

On constate dans ce cas que le coefficient  $k_{yy}$  est inférieur à 1. Il ne joue donc pas son rôle d'amplification du moment du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{147,882}{0,679 \cdot 132,352} + 0,777 \cdot \frac{2,465}{1,915} = 2,144$$

### IX.3.2.3. Barres incluses dans une structure

#### IX.3.2.3.1. Portique bi-articulé

##### Géométrie et chargement

Le portique est réalisé à partir de barres circulaires creuses, de section 100 mm x 10 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant du portique est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

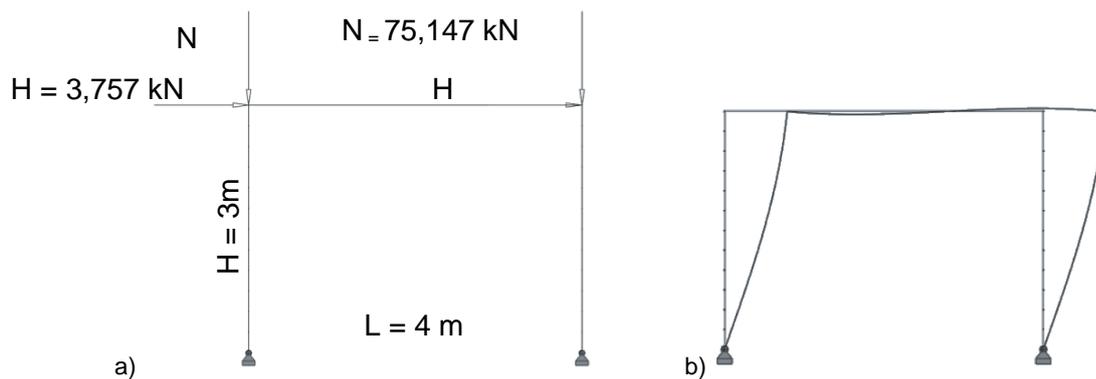


Fig. IX.104. a) Portique bi-articulé sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique

Tableau IX.57. Caractéristiques au flambement du portique bi-articulé comprimé fléchi

Longueur de flambement	$L_f = 6,628\text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 136,736\text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{136,736 \cdot 10^3}} = 2,572$

##### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,443498995	0
0,999943289	0,127434884	3

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 4,115 \text{ m}$

Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 0,2055 \text{ m}^{-1}$

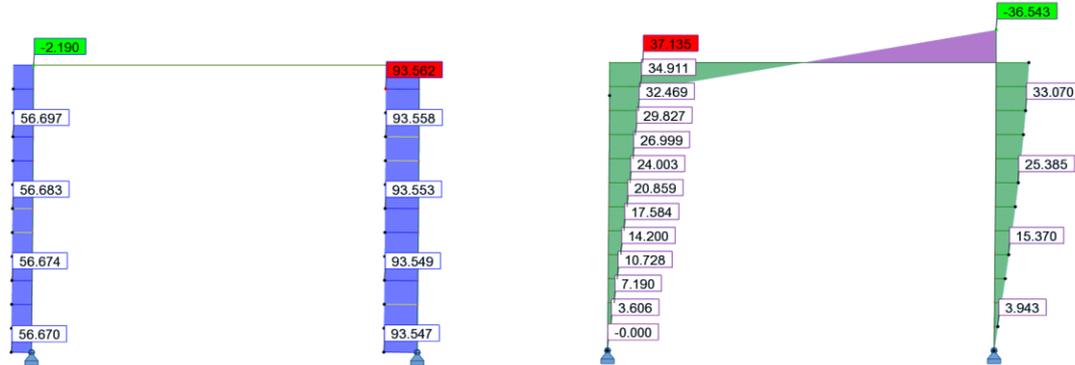
Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 4,382 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,021$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 93,562 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 36,543 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{94,409}{904,768} + \frac{3,821}{26,027} = 1,508$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0	0,443498995	0
0,999943289	0,127434884	3

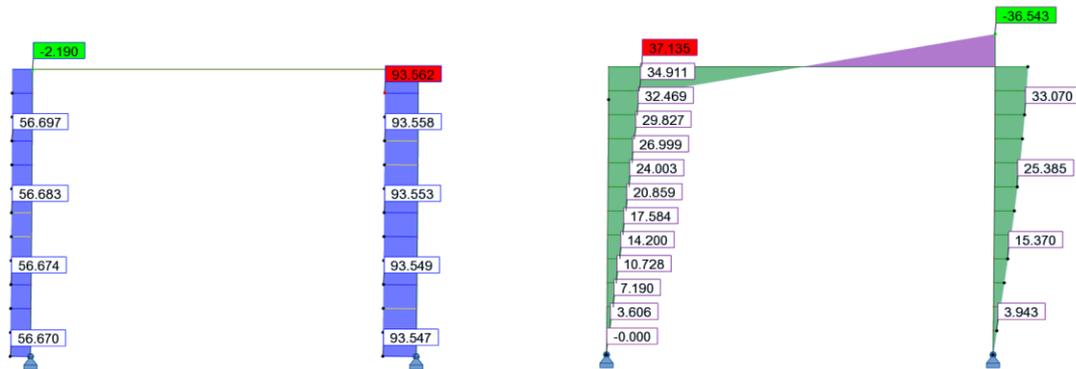
Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 4,115 \text{ m}$

Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 0,2055 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 4,382 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,021$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :  
Effort normal : Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 93,562 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^II = 36,543 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 26,027 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{93,562}{904,768}\right) = 25,684 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{36,543}{25,684} = 1,423$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

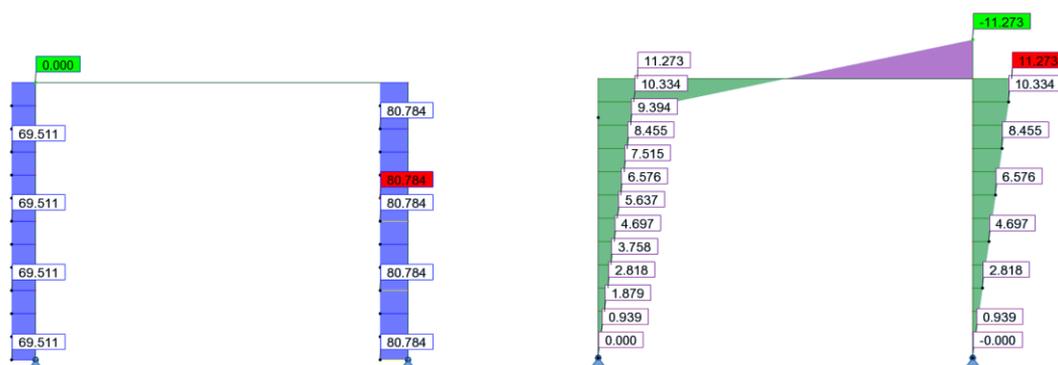
$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(2,572 - 0,2) + 2,572^2 \right] = 4,390$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{4,390 + \sqrt{4,390^2 - 2,572^2}} = 0,126$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :

Moment fléchissant :



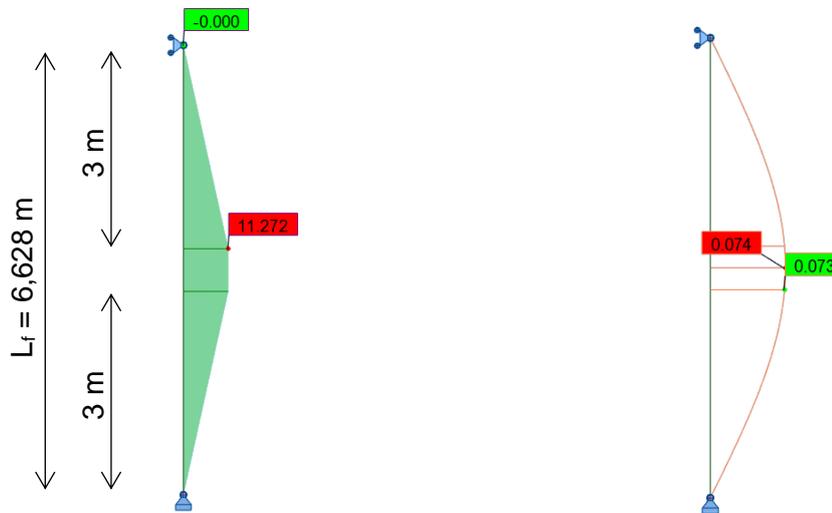
Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe A doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 6,628 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 3m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement. Il va donc être nécessaire d'effectuer une extrapolation des moments, connus sur la longueur réelle de la barre, sur la longueur de flambement.

Cette extrapolation pose problème car il est possible d'extrapoler de plusieurs manières ce qui ne va pas conduire au même résultat pour la vérification et ce qui peut également être source d'ambiguïté pour le calcul.

Le diagramme des moments extrapolés sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 80,783 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 11,273 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{80,783}{136,736}}{1 - 0,126 \cdot \frac{80,783}{136,736}} = 0,442$$

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 289,812 \times 10^{-8} \times 0,074}{6,628^2 \times 11,272 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{80,783}{136,736} = 0,939$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}}$$

$$C_{yy} = 1 + (1,403 - 1) \cdot \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1,403} \times 0,939^2 \times 2,572 - \frac{1,6}{1,403} \times 0,939^2 \times 2,572^2 \right) \cdot \frac{80,783}{904,768} - 0 \right] \geq \frac{57,962}{81,333}$$

$$C_{yy} = 0,739$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 0,939 \cdot \frac{0,442}{1 - \frac{80,783}{136,736}} \cdot \frac{1}{0,739} = 1,372$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{80,783}{0,126 \cdot 904,768} + 1,372 \cdot \frac{11,272}{26,027} = 1,304$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 2 (Annexe B) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(2,572 - 0,2) + 2,572^2 \right] = 4,390$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{4,390 + \sqrt{4,390^2 - 2,572^2}} = 0,126$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



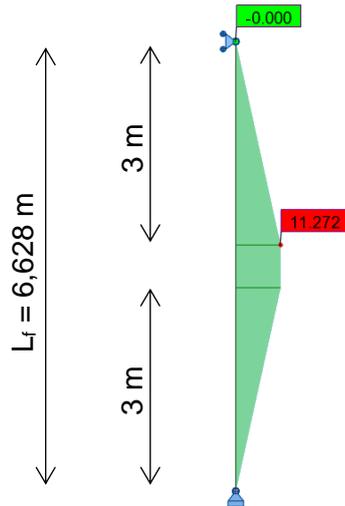
Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe B doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 6,628 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 3m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement. Il va donc être nécessaire d'effectuer une extrapolation des moments, connus sur la longueur réelle de la barre, sur la longueur de flambement.

Cette extrapolation pose problème car il est possible d'extrapoler de plusieurs manières ce qui ne va pas conduire au même résultat pour la vérification et ce qui peut également être source d'ambiguïté pour le calcul.

Le diagramme des moments extrapolés sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 80,783 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 11,272 \text{ kN.m}$$

La détermination du coefficient  $C_{my}$  avec l'Annexe B tient compte si le mode d'instabilité est à nœuds déplaçables ou non. Dans le cas du portique bi-articulé, le premier mode de flambement est un mode à nœuds déplaçables (voir Fig. IX.104) ; dans ce cas, le coefficient  $C_{my}$  à prendre en compte est le suivant :

$$C_{my} = 0,9$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,9 \cdot \left( 1 + (2,573 - 0,2) \times \frac{80,783}{0,126 \times 904,768} \right) \leq 0,9 \cdot \left( 1 + 0,8 \times \frac{80,783}{0,126 \times 904,768} \right)$$

$$k_{yy} = 2,415 \leq 1,411$$

$$k_{yy} = 1,411$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{pl,Rd}} = \frac{80,783}{0,126 \cdot 904,768} + 1,411 \cdot \frac{11,272}{26,027} = 1,321$$

### IX.3.2.3.2. Portique bi-encastré

#### Géométrie et chargement

Le portique est réalisé à partir de barres circulaires creuses, de section 100 mm x 10 mm, formées à froid, en acier S320. Chaque montant du portique est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

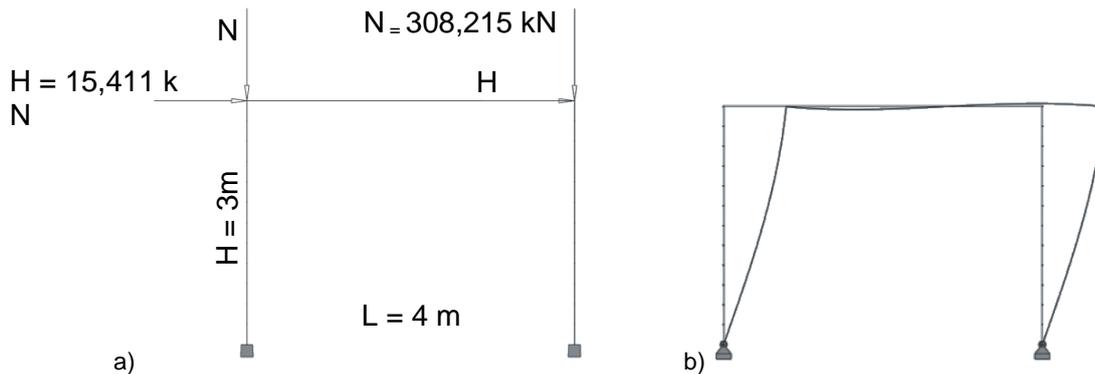


Fig. IX.105. a) Portique bi-encastré sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique

Tableau IX.58. Caractéristiques au flambement du portique bi-encastré comprimé fléchi

Longueur de flambement	$L_f = 3,450 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 504,687 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{28,274 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{504,687 \cdot 10^3}} = 1,339$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,001736096	0,000792436	2,5
0,002060320	0,000484262	3

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 0,081 \text{ m}$

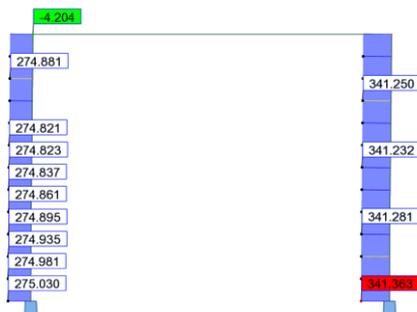
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,203 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 9,487 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

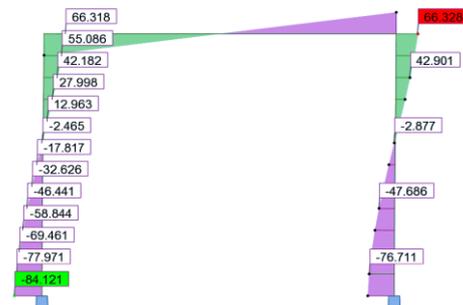
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 11,566$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 275,030 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 84,121 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{275,030}{904,768} + \frac{84,121}{26,027} = 3,536$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,001736096	0,000792436	2,5
0,002060320	0,000484262	3

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 0,081 \text{ m}$

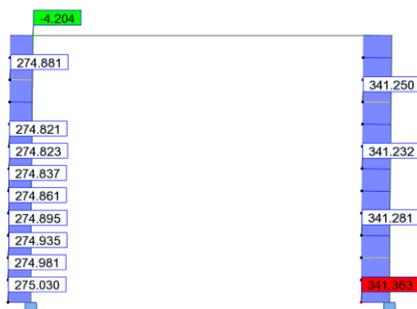
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,203 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 9,487 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

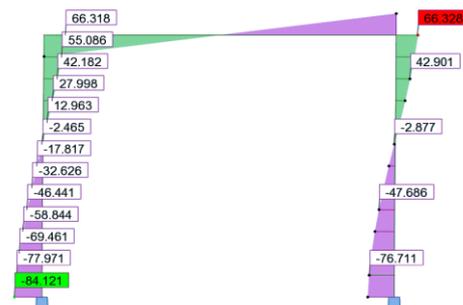
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 11,566$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 275,030 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 84,121 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 26,027 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{275,030}{904,768}\right) = 23,116 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{84,121}{23,116} = 3,639$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,339 - 0,2) + 1,339^2 \right] = 1,675$$

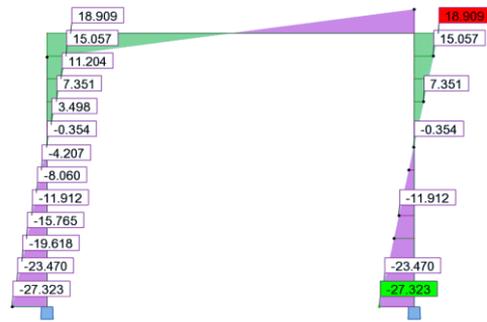
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,675 + \sqrt{1,675^2 - 1,339^2}} = 0,373$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



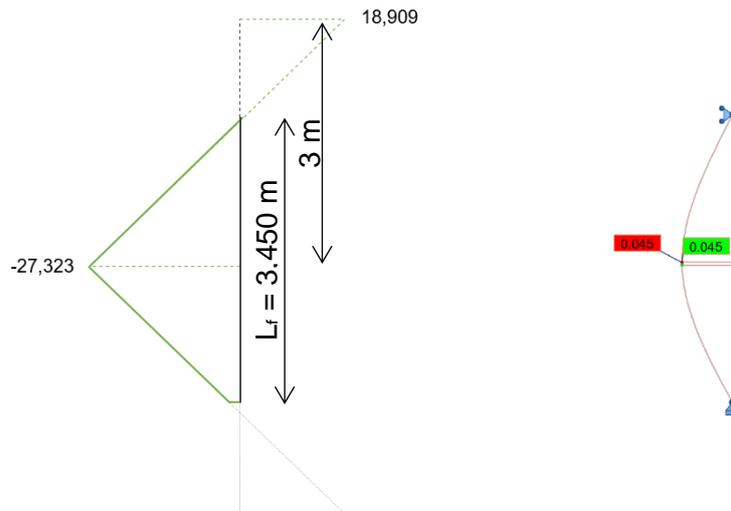
Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe A doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 3,450 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 3m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement. Il va donc être nécessaire d'effectuer une extrapolation des moments, connus sur la longueur réelle de la barre, sur la longueur de flambement.

Cette extrapolation pose problème car il est possible d'extrapoler de plusieurs manières ce qui ne va pas conduire au même résultat pour la vérification et ce qui peut également être source d'ambiguïté pour le calcul.

Le diagramme des moments extrapolés sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 317,670 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 27,323 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{317,670}{504,687}}{1 - 0,373 \cdot \frac{317,670}{504,687}} = 0,484$$

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 289,812 \times 10^{-8} \times 0,045}{3,450^2 \times 27,323 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{317,670}{504,687} = 0,894$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}}$$

$$C_{yy} = 1 + (1,403 - 1) \cdot \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1,403} \times 0,894^2 \times 1,339 - \frac{1,6}{1,403} \times 0,894^2 \times 1,339^2 \right) \cdot \frac{317,670}{904,768} - 0 \right] \geq \frac{57,962}{81,333}$$

$$C_{yy} = 0,879$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 0,894 \cdot \frac{0,484}{1 - \frac{317,670}{504,687}} \cdot \frac{1}{0,879} = 1,328$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{317,670}{0,373 \cdot 904,768} + 1,328 \cdot \frac{27,323}{26,027} = 2,336$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 2 (Annexe B) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,339 - 0,2) + 1,339^2 \right] = 1,675$$

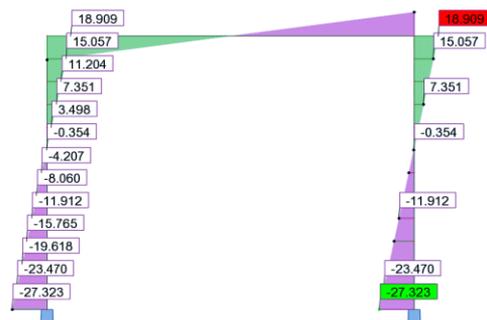
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,675 + \sqrt{1,675^2 - 1,339^2}} = 0,373$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :



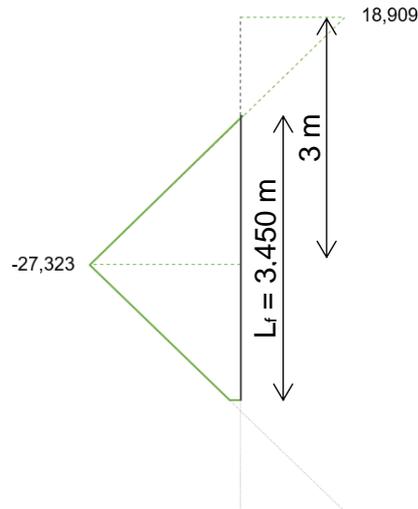
Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe B doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 3,450 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 3m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement. Il va donc être nécessaire d'effectuer une extrapolation des moments, connus sur la longueur réelle de la barre, sur la longueur de flambement.

Cette extrapolation pose problème car il est possible d'extrapoler de plusieurs manières ce qui ne va pas conduire au même résultat pour la vérification et ce qui peut également être source d'ambiguïté pour le calcul.

Le diagramme des moments extrapolés sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 317,670 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 27,323 \text{ kN.m}$$

La détermination du coefficient  $C_{my}$  avec l'Annexe B tient compte si le mode d'instabilité est à nœuds déplaçables ou non. Dans le cas du portique bi-encasté, le premier mode de flambement est un mode à nœuds déplaçables (voir Fig. IX.105) ; dans ce cas, le coefficient  $C_{my}$  à prendre en compte est le suivant :

$$C_{my} = 0,9$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,9 \cdot \left( 1 + (1,339 - 0,2) \times \frac{317,670}{0,373 \times 904,768} \right) \leq 0,9 \cdot \left( 1 + 0,8 \times \frac{317,670}{0,373 \times 904,768} \right)$$

$$k_{yy} = 1,865 \leq 1,578$$

$$k_{yy} = 1,578$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{317,670}{0,373 \cdot 904,768} + 1,578 \cdot \frac{27,323}{26,027} = 2,599$$

### IX.3.2.3.3. Tour autostable

#### Géométrie et chargement

La tour autostable est réalisée à partir de barres circulaires creuses, de section 48,3 mm x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad ; tandis que les extrémités des diagonales sont articulées. Les appuis de la tour autostable sont modélisés comme étant des vérins de pied, donc avec une rigidité de 20 kN.m/rad, valeur définie dans la norme NF EN 12811-1 (CEN 2004b). Chaque montant de la tour autostable est soumis à un effort de compression  $N_{Ed}$ . Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ . La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à 1/20<sup>ème</sup> de la charge de compression appliquée.

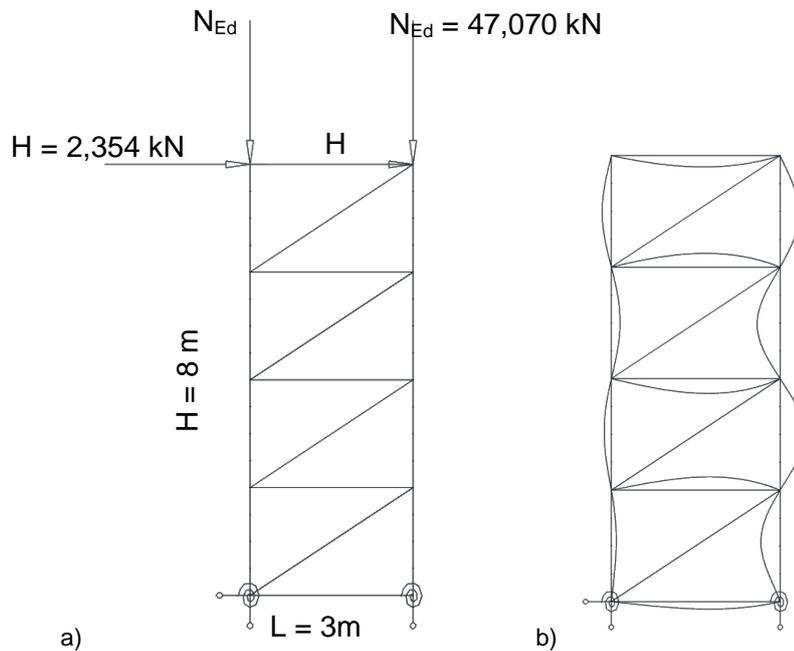


Fig. IX.106. a) Tour autostable sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau ; b) Déformée critique de la tour autostable

Tableau IX.59. Caractéristiques au flambement de la tour autostable comprimée fléchie

Longueur de flambement	$L_f = 1,711 \text{ m}$
Charge critique	$N_{cr} = 79,959 \text{ kN}$
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{79,959 \cdot 10^3}} = 1,287$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,000596431	0,930353408	2
0,000525871	-1,000000000	4

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 3,024 \text{ m}$

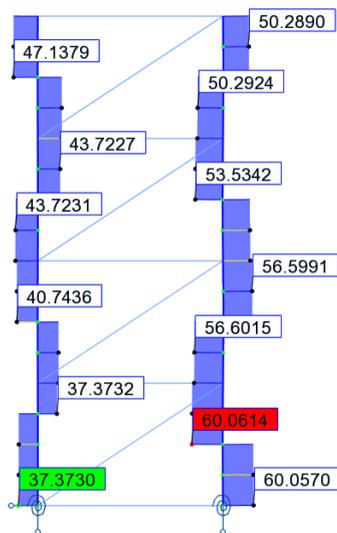
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 1,837 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,985 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,011$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :

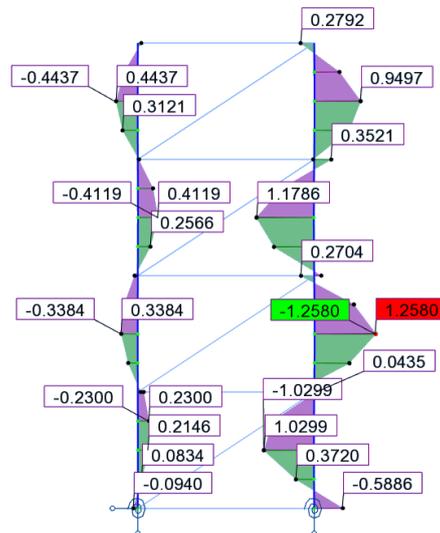


$$N_{Ed} = 56,602 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 1,258 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{56,602}{132,352} + \frac{1,258}{1,915} = 1,084$$

Moment fléchissant :



Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,000596431	0,930353408	2
0,000525871	-1,000000000	4

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 3,024 \text{ m}$

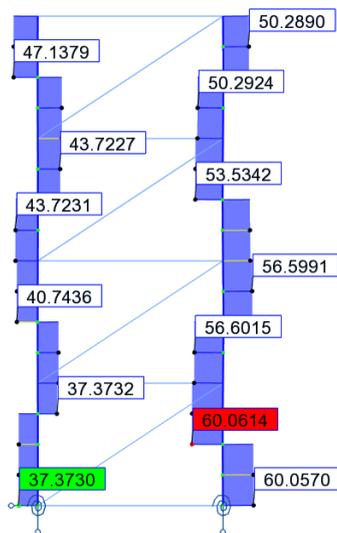
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 1,837 \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,985 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,011$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



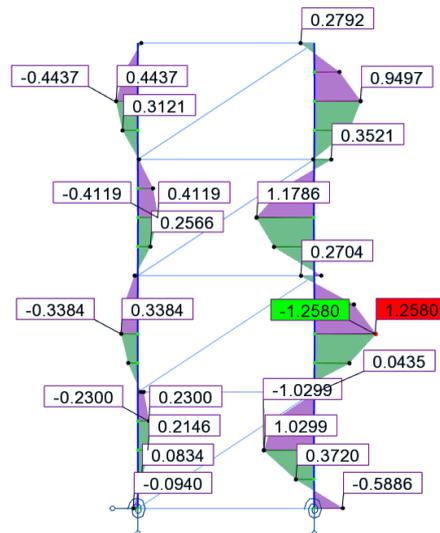
$$N_{Ed} = 56,602 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 1,258 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 1,915 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{56,602}{132,352}\right) = 1,499 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{1,258}{1,499} = 0,839$$

Moment fléchissant :



Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

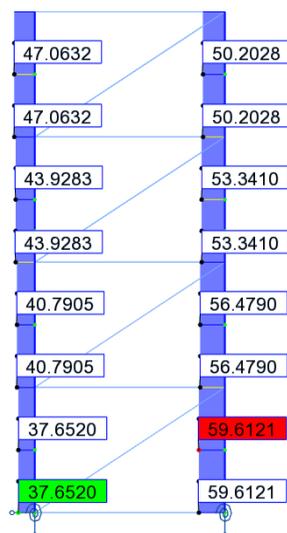
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,287 - 0,2) + 1,287^2 \right] = 1,594$$

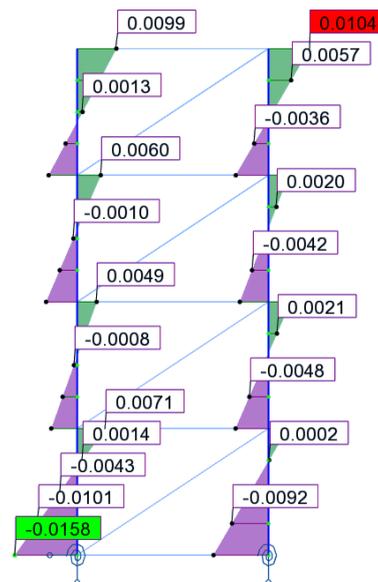
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,594 + \sqrt{1,594^2 - 1,287^2}} = 0,395$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :

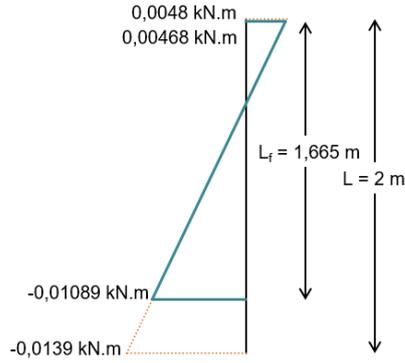


Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe A doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 1,665 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 2 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement.

Le diagramme des moments sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 59,612 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 0,0139 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{59,612}{79,959}}{1 - 0,395 \cdot \frac{59,612}{79,959}} = 0,361$$

$$\psi = \frac{0,00468}{-0,01089} = -0,4593$$

$$C_{my} = 0,79 + 0,21 \cdot \psi + 0,36 \cdot (\psi - 0,33) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \\ = 0,79 + 0,21 \times -0,4593 + 0,36 \cdot (-0,4593 - 0,3) \times \frac{59,612}{79,959} \\ = 0,482$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}}$$

$$C_{yy} = 1 + (1,351 - 1) \cdot \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,482^2 \times 1,289 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,482^2 \times 1,289^2 \right) \cdot \frac{59,612}{132,352} - 0 \right] \geq \frac{1,418}{1,915}$$

$$C_{yy} = 1,188$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 0,482 \cdot \frac{0,361}{1 - \frac{59,612}{79,959}} \cdot \frac{1}{1,188} = 0,574$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{59,612}{0,395 \cdot 132,352} + 0,574 \cdot \frac{0,0139}{1,915} = 1,147$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 2 (Annexe B) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

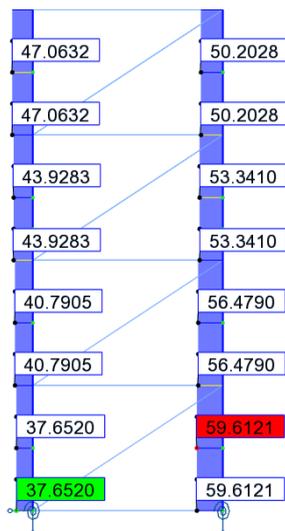
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,287 - 0,2) + 1,287^2 \right] = 1,594$$

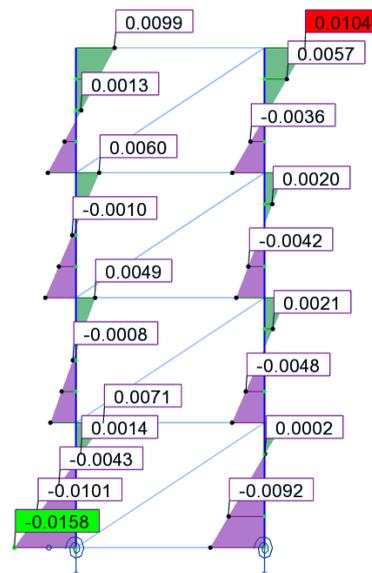
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,594 + \sqrt{1,594^2 - 1,287^2}} = 0,395$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :

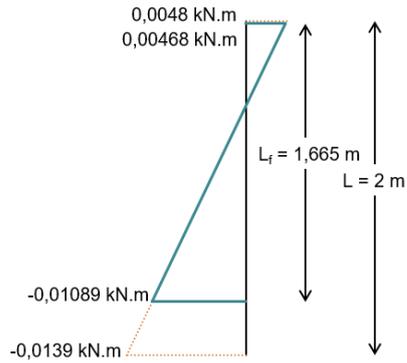


Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe B doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 1,665 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 2 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement.

Le diagramme des moments sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 59,612 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 0,0139 \text{ kN.m}$$

$$\psi = \frac{0,00468}{-0,01089} = -0,4593$$

$$C_{my} = 0,60 + 0,40 \cdot \psi \geq 0,4$$

$$= 0,416$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucunes solutions ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,416 \cdot \left( 1 + (1,287 - 0,2) \times \frac{59,612}{0,395 \times 132,352} \right) \leq 0,416 \cdot \left( 1 + 0,8 \times \frac{59,612}{0,395 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 0,457 \leq 0,626$$

$$k_{yy} = 0,457$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{59,612}{0,395 \cdot 132,352} + 0,457 \cdot \frac{0,0139}{1,915} = 1,145$$

### IX.3.2.3.4. Échafaudage de façade

#### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade est réalisé à partir de barres circulaires creuses, de section 48,3 x 2,9 mm, formées à froid, en acier S320. La jonction montant/moise est modélisée avec une rigidité de 50 kN.m/rad. Les appuis de l'échafaudage de façade sont réalisés au moyen d'appuis simples. Chaque montant de l'échafaudage de façade est soumis à un effort de compression  $N$  et une charge transversale répartie appliquée sur le montant droit. Cet effort est variable afin de faire varier le coefficient  $\alpha_{cr}$  de la structure entre 1,5 et 20.

Le calcul est présenté pour  $\alpha_{cr} = 1,5$ , soit  $N = 21,162$  kN. La charge de compression appliquée est celle permettant d'obtenir  $\alpha_{cr} = 1,5$ , lorsqu'il n'y a pas de chargement transversal. Le chargement transversal correspond quant à lui à  $1/20^{\text{ème}}$  de la charge de compression appliquée.

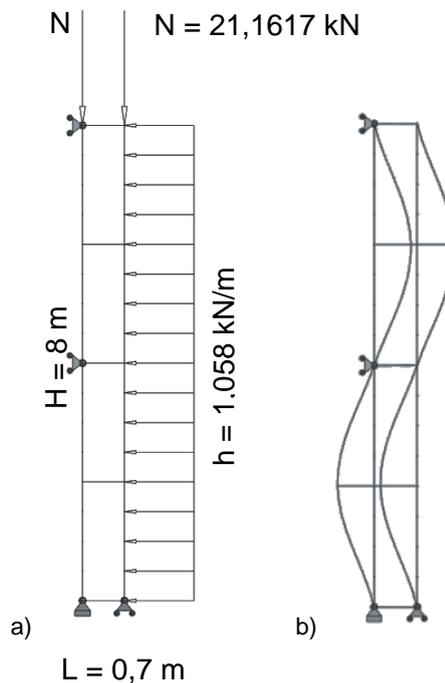


Fig. IX.107. a) Échafaudage de façade sous un effort de compression et une charge horizontale répartie sur le montant droit ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade

Tableau IX.60. Caractéristiques au flambement de l'échafaudage de façade comprimé fléchi

Longueur de flambement	$L_f = 2,542$ m
Charge critique	$N_{cr} = 34,326$ kN
Élancement réduit	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{4,136 \cdot 10^{-4} \cdot 320 \cdot 10^6}{34,326 \cdot 10^3}} = 1,964$

#### Classe transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{2,9} = 16,655$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1 : il est possible d'exploiter la section jusqu'à sa résistance plastique non-linéaire.

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,923783926	0,340915116	5,5
0,88006993	-0,424619389	6,5

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,981 \text{ m}$

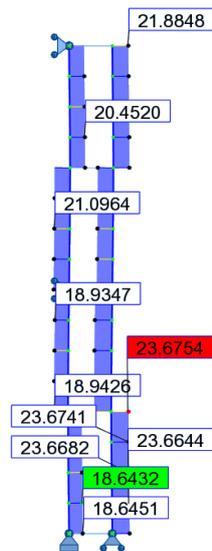
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,167 \times 10^{-1} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,414 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

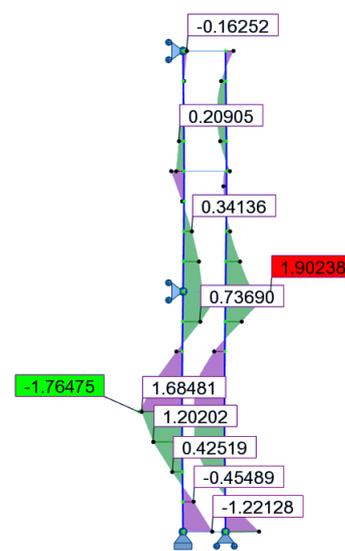
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,017$

- Vérification en section avec résistance plastique linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 23,359 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 1,902 \text{ kN.m}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{23,359}{132,352} + \frac{1,902}{1,915} = 1,170$$

Méthode (i) : Vérification en section avec modélisation des imperfections initiales et critère de résistance plastique non-linéaire :

- Définition de l'imperfection initiale :

Coordonnées de deux points de la déformée critique de la structure :

UX (m)	RY (rad)	Z (m)
0,923783926	0,340915116	5,5
0,88006993	-0,424619389	6,5

Ordonnée du point de courbure maximale :  $z = 5,981 \text{ m}$

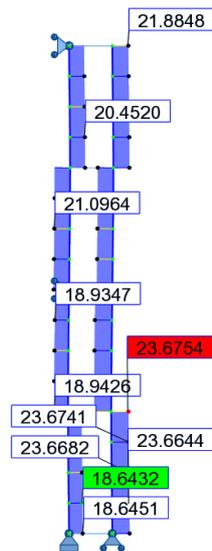
Courbure maximale de la barre :  $\eta_{cr}'' = 8,167 \times 10^{-1} \text{ m}^{-1}$

Courbure maximale de la barre de référence :  $e_{0,max}'' = 1,414 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$

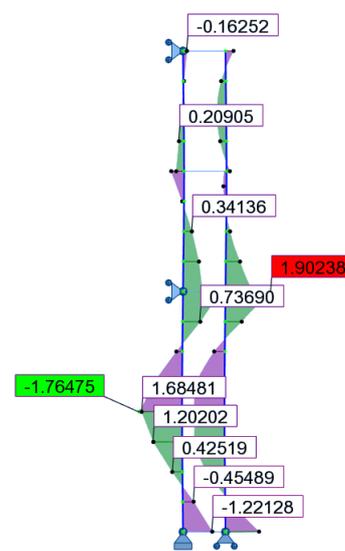
Coefficient de normalisation :  $C_{nor} = 0,017$

- Vérification en section avec résistance plastique non-linéaire (calcul au 2<sup>nd</sup> ordre) :

Effort normal :



Moment fléchissant :



$$N_{Ed} = 23,359 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}'' = 1,902 \text{ kN.m}$$

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) = 1,915 \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{23,359}{132,352}\right) = 1,842 \text{ kN.m}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} = \frac{1,902}{1,842} = 1,033$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 1 (Annexe A) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

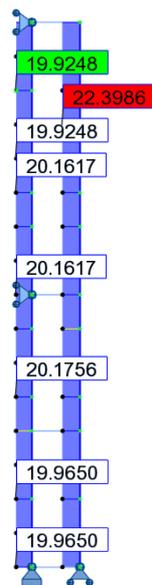
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (1,964 - 0,2) + 1,964^2 \right] = 2,860$$

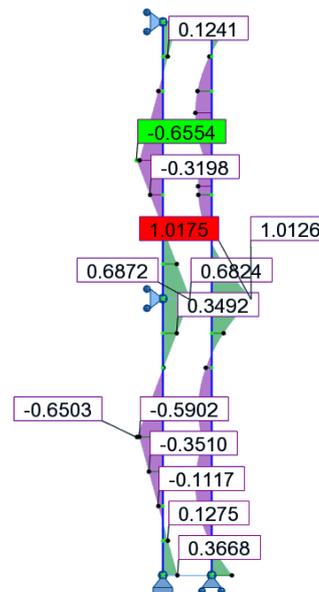
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,860 + \sqrt{2,860^2 - 1,964^2}} = 0,203$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 1 (Annexe A) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :

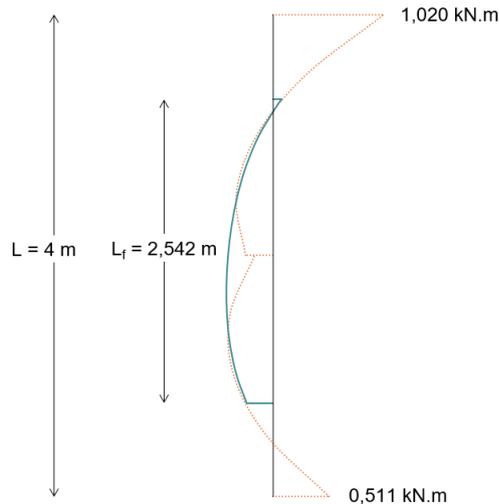


Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe A doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 2,542 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 2 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement.

Le diagramme des moments sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 22,399 \text{ kN}$$

$$M'_{Ed} = 1,020 \text{ kN.m}$$

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{22,399}{33,594}}{1 - 0,203 \cdot \frac{22,399}{33,594}} = 0,400$$

$$C_{my} = 1 + \left( \frac{\pi^2 EI \delta_x}{L^2 M'_{Ed}} - 1 \right) \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^9 \times 10,700 \times 10^{-8} \times 0,023}{2,542^2 \times 1,020 \times 10^3} - 1 \right) \times \frac{22,399}{34,326} = 0,542$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda} - \frac{1,6}{w_y} C_m^2 \bar{\lambda}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el}}{W_{pl}}$$

$$C_{yy} = 1 + (1,351 - 1) \cdot \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,542^2 \times 1,964 - \frac{1,6}{1,351} \times 0,542^2 \times 1,964^2 \right) \cdot \frac{22,399}{132,352} - 0 \right] \geq \frac{1,418}{1,915}$$

$$C_{yy} = 0,999$$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 0,538 \cdot \frac{0,384}{1 - \frac{22,399}{33,594}} \cdot \frac{1}{0,999} = 0,625$$

On constate dans ce cas que le coefficient  $k_{yy}$  est inférieur à 1. Il ne joue donc pas son rôle d'amplification du moment du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M'_{Ed}}{M_{pl,Rd}} = \frac{22,399}{0,203 \cdot 132,352} + 0,625 \cdot \frac{1,020}{1,915} = 1,169$$

Méthode (ii) : Vérification en instabilité sans modélisation des imperfections initiales et critère au flambement de l'Eurocode 3 en plasticité – Méthode 2 (Annexe B) :

L'ambiguïté de la vérification des barres comprimées fléchies selon l'Eurocode 3 repose sur la longueur de l'élément à prendre en compte dans le calcul. En effet selon l'article §6.3.3(3), il est spécifié que les effets du second ordre dus aux imperfections globales doivent être pris en compte soit dans la détermination des moments d'extrémité de la barre soit par l'utilisation des longueurs de flambement des éléments.

Dans notre cas, les moments sont déterminés sans tenir compte de ces imperfections globales, il est donc nécessaire d'avoir recours à la longueur de flambement.

- Coefficient de réduction pour le flambement :

Courbe de flambement : c

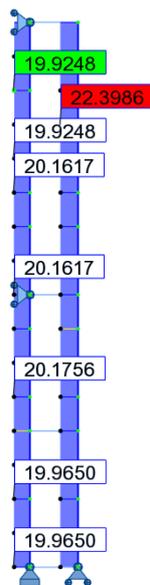
Facteur d'imperfection :  $\alpha = 0,49$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,964 - 0,2) + 1,964^2 \right] = 2,860$$

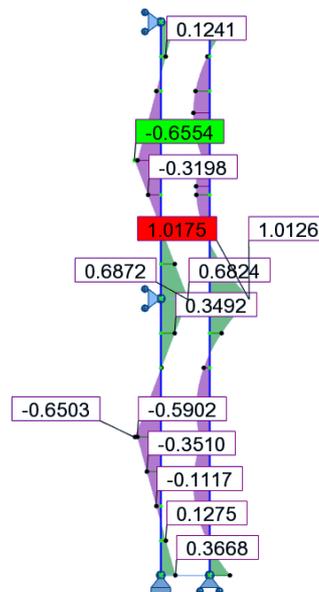
$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,860 + \sqrt{2,860^2 - 1,964^2}} = 0,203$$

- Vérification des barres comprimées fléchies avec résistance plastique linéaire – Méthode 2 (Annexe B) – calcul au 1<sup>er</sup> ordre :

Effort normal :



Moment fléchissant :

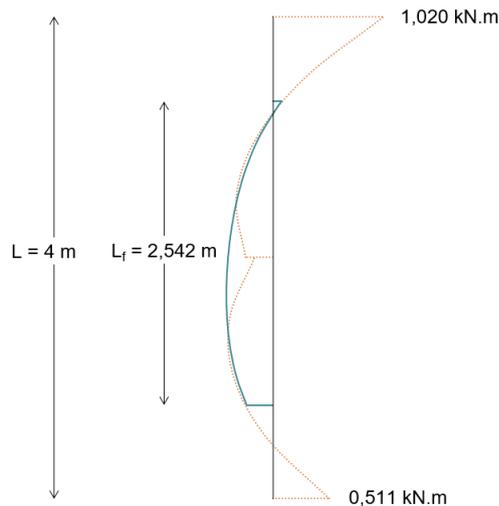


Comme cela est précisé précédemment, le calcul de la vérification des barres comprimées fléchies suivant l'Annexe B doit être effectué avec la longueur de flambement de l'élément.

En ce qui concerne le poteau abritant la section la plus défavorable, la longueur de flambement est de 2,542 m ; tandis que la hauteur réelle du poteau est de 2 m.

Pour effectuer la vérification, il est donc nécessaire de connaître la répartition des efforts, et principalement des moments, sur cette longueur de flambement.

Le diagramme des moments sur la longueur de flambement pris en compte dans le calcul est le suivant :



$$N_{Ed} = 22,399 \text{ kN}$$

$$M_{Ed}^I = 1,020 \text{ kN.m}$$

$$\psi = \frac{0,511}{1,020} = 0,5055$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{-0,410}{1,020} = -0,442$$

$$C_{my} = 0,1 - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$$

$$= 0,454$$

Il est important de noter que le calcul de  $k_{yy}$  avec l'Annexe B est limité uniquement aux sections en I ou sections creuses rectangulaires. Pour les autres types de sections, aucune solution ne sont proposées.

Si l'on applique les formules à des sections creuses circulaires, on obtient les résultats suivants :

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} \right)$$

$$k_{yy} = 0,454 \cdot \left( 1 + (1,964 - 0,2) \times \frac{22,399}{0,203 \times 132,352} \right) \leq 0,454 \cdot \left( 1 + 0,8 \times \frac{22,399}{0,203 \times 132,352} \right)$$

$$k_{yy} = 1,008 \leq 0,673$$

$$k_{yy} = 0,673$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi \cdot N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{Ed}^I}{M_{pl,Rd}} = \frac{22,399}{0,203 \cdot 132,352} + 0,673 \cdot \frac{1,020}{1,915} = 1,217$$

## IX.4. Exemples types pour l'utilisation des procédures de calcul

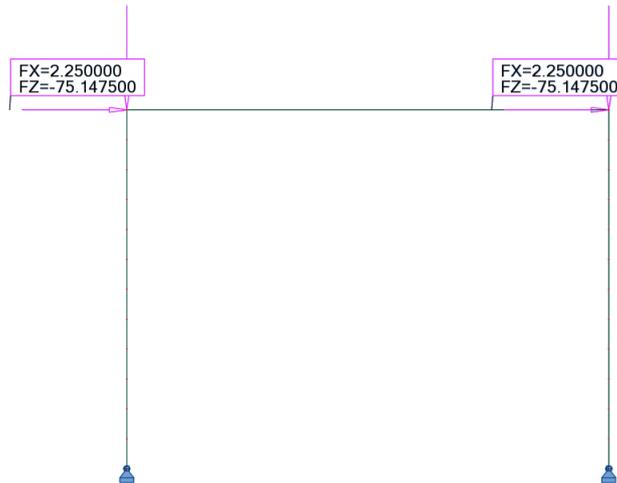
### IX.4.1. Portique bi-articulé – Géométrie et chargement symétriques

#### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales – 2<sup>nd</sup> ordre

##### *Géométrie et caractéristiques au flambement*

##### Géométrie et chargement

Le portique, de 4 m de largeur et 3m de hauteur, est considéré bi-articulé. Il est réalisé au moyen de tubes circulaires 100 mm x 10 mm.



##### Caractéristiques de la section et matériaux

Section 100x10 mm	
Dimensions de la section	d = 100 mm t = 10 mm
Aire de la section	A = 28,274 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 289,812 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 81,333 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 57,962 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

##### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

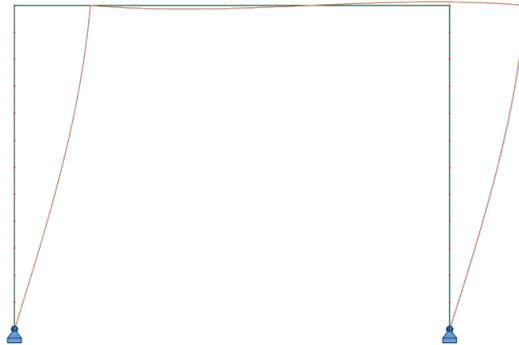
→ Section de classe 1

##### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

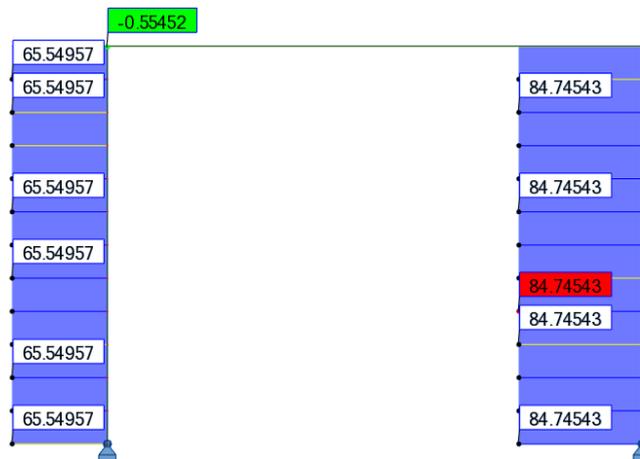
Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,50$

### Choix de la zone de calcul de l'instabilité

Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



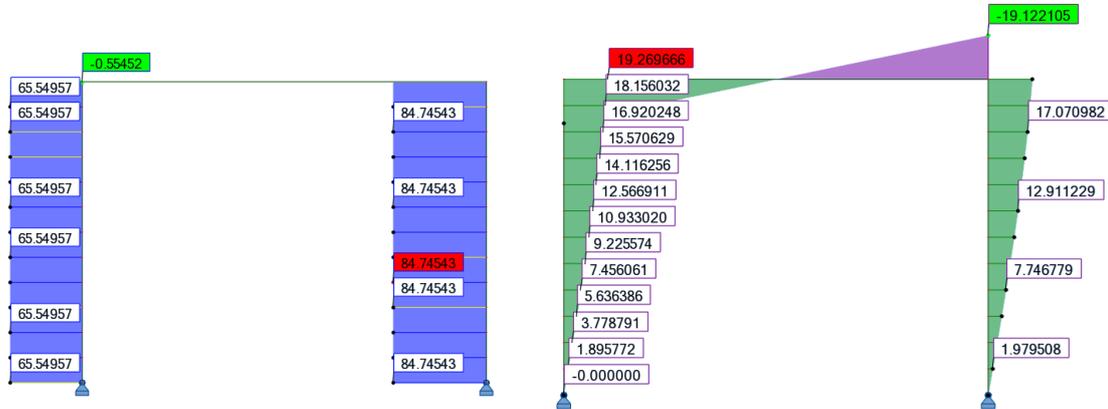
### Choix de la zone de calcul

Section	Poteau gauche	Poteau droit
	Zone avec $N_{cr}$ min	Zone avec $N_{Ed}$ max
Section	100 mm x 10 mm	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	65,550	84,745
$N_{Rd}$ (kN)	904,768	904,768
$N_{cr}$ (kN)	98,318	127,109
$\bar{\lambda}$	3,034	2,668
$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda}-0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr}-1}}$	0,335	0,383
F.S. plastique non linéaire = $\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* N_{Rd}}$	0,216	<b>0,245</b>

Le facteur de sollicitation maximal du portique, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est localisé dans la partie haute du poteau droit. La zone de calcul sera considérée dans la partie haute du poteau droit.

### Vérification du portique sans la modélisation des imperfections initiales

#### Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre du portique sous le chargement complet



#### Vérification de la structure

D'après les calculs réalisés pour le choix de la zone de calcul, on a :  $\chi_{pl,non,lin}^* = 0,383$  pour l'ensemble de la structure.

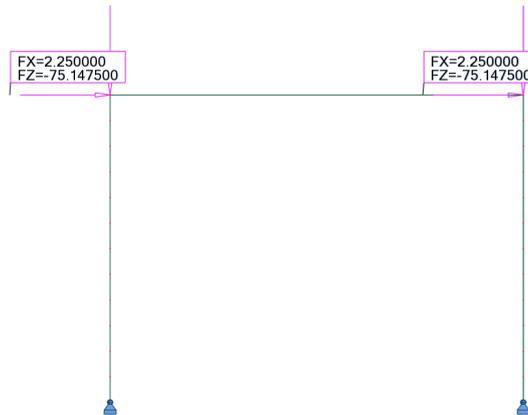
	Poteau gauche (H.Z.C.)	Poteau droit
Section	100 mm x 10 mm	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	65,550	84,745
$M_{trans}^{II}$ (kN.m)	19,270	19,122
$N_{Rd}$ (kN)	904,768	904,768
$M_{pl,Rd}$ (kN)	26,027	26,027
$M_{N,Rd}$ (kN)	25,858	25,745
$\chi_{pl,non,lin}^*$	0,383	0,383
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,989</b>	<b>0,988</b>

## (b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales – 2<sup>nd</sup> ordre

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

Le portique, de 4 m de largeur et 3m de hauteur, est considéré bi-articulé. Il est réalisé au moyen de tubes circulaires 100 mm x 10 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

Section 100x10 mm	
Dimensions de la section	d = 100 mm t = 10 mm
Aire de la section	A = 28,274 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 289,812 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 81,333 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 57,962 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

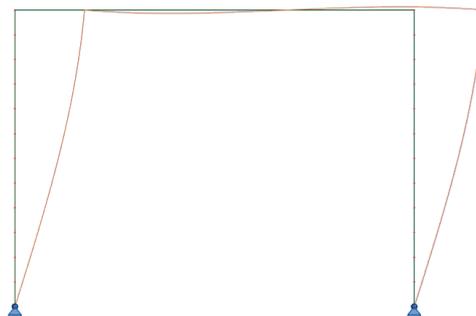
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

#### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :

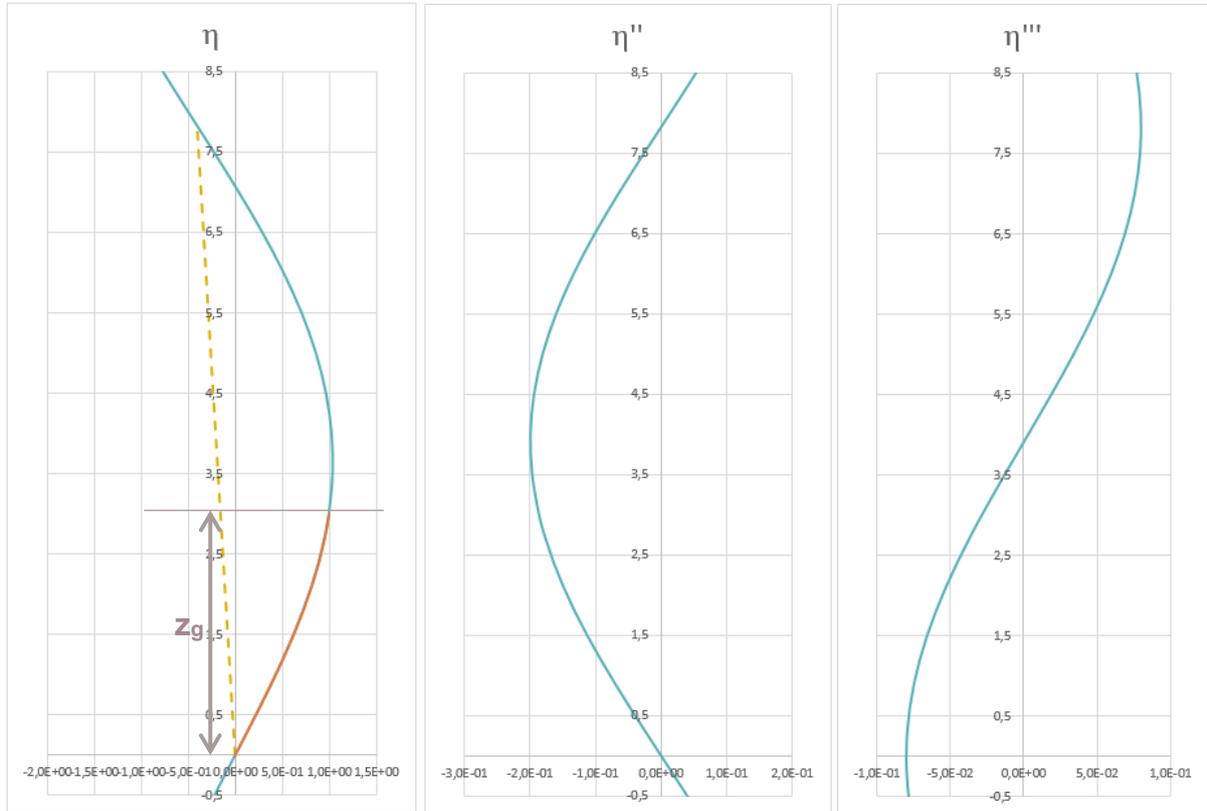


Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,50$

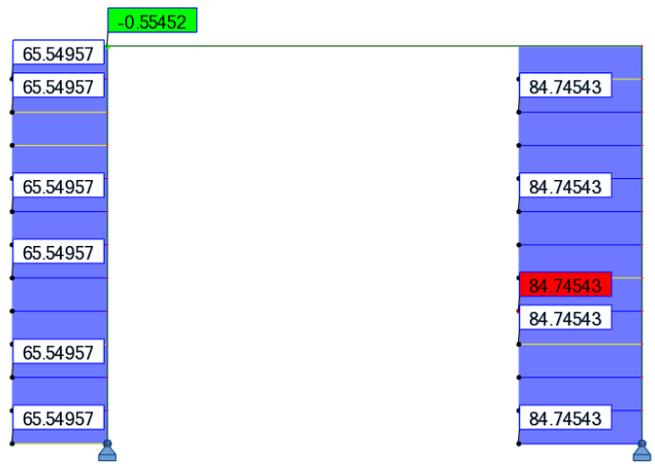
**Choix de la zone de calcul des imperfections initiales**

Calcul des I.I. à partir du poteau gauche (Zone avec  $N_{cr \text{ min}}$ ) :

On obtient :  $C_{nor,g} = 0,023$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.

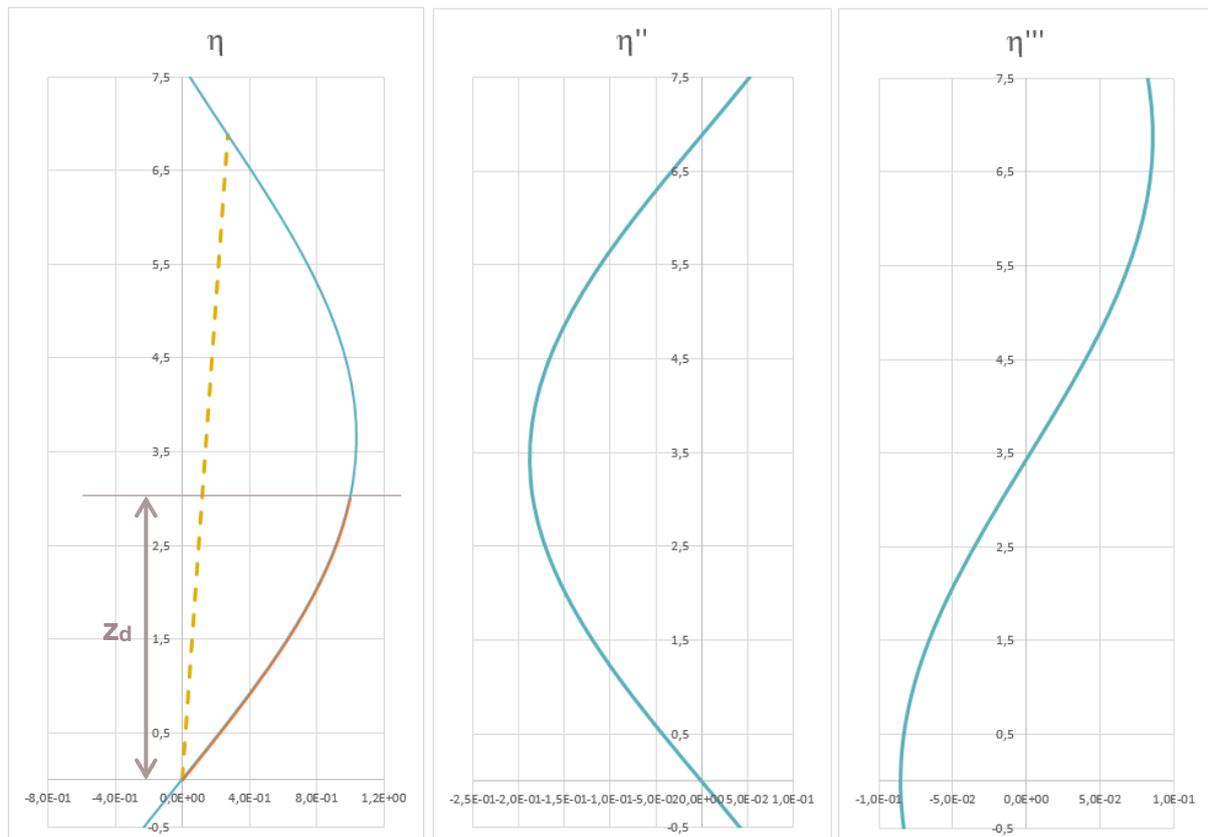


## Facteurs de sollicitation

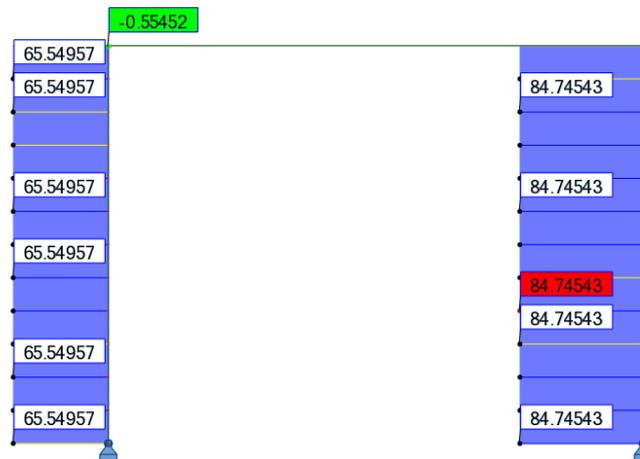
	<b>Poteau gauche</b>
Section	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	65,550
$N_{Rd}$ (kN)	904,768
$e_0$ (mm)	28,463
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	5,598
$l_f$ (m)	7,816
$z$ (m)	3
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,354

Calcul des I.I. à partir du poteau droit (Zone avec  $N_{Ed}$  max) :

On obtient :  **$C_{nor,d} = 0,028$**



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



Facteurs de sollicitation

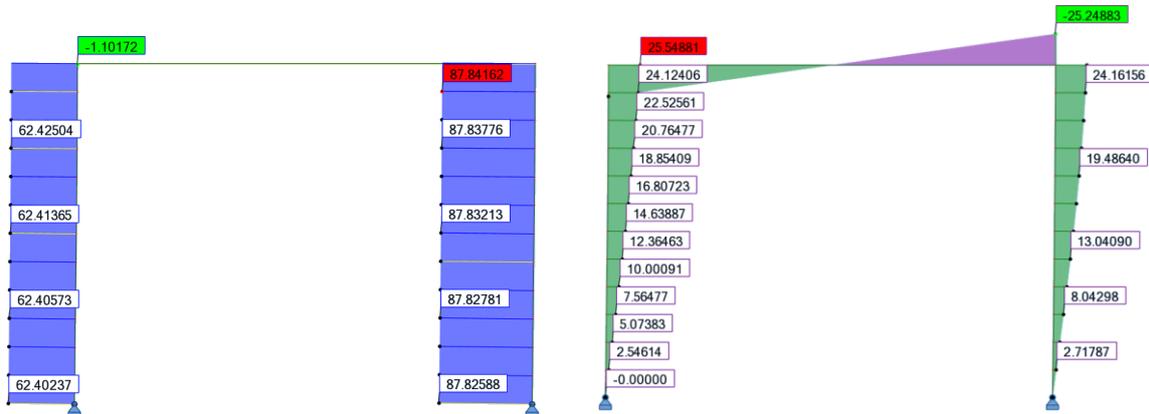
		<b>Poteau droit</b>
Section		100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)		84,745
$N_{Rd}$ (kN)		904,768
$e_0$ (mm)		24,791
$M_{inst}^II = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		6,304
$l_f$ (m)		6,874
$Z$ (m)		3
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^II}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot Z}{l_f}\right)$		<b>0,427</b>

Conclusion sur la zone de détermination des I.I.

La structure n'étant composée que d'un seul profilé, la zone de calcul sera celle dont le facteur de sollicitation est maximal. On constate que le facteur de sollicitation maximal du portique, dû aux imperfections initiales (modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est obtenu dans le poteau droit. La zone de calcul sera considérée en partie haute du poteau droit.

## Vérification du portique avec la modélisation des imperfections initiales

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre du portique sous le chargement complet avec I.I.



### Vérification de la structure

	Poteau gauche	Poteau droit
Section	100 mm x 10 mm	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	62,425	87,842
$M_{Ed}^{II}$ (kN.m)	25,549	25,249
$N_{Rd}$ (kN)	904,768	904,768
$M_{pl,Rd}$ (kN)	26,027	26,027
$M_{N,Rd}$ (kN)	25,874	25,724
<b>Critère plastique non lin.</b> $\frac{M_{Ed}^{II}}{M_{N,Rd}}$	<b>0,987</b>	<b>0,982</b>

### (c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

	Poteau gauche	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	0,987	0,982
Sans modélisation des I.I. – 2 <sup>nd</sup> ordre	0,989 (+0,2%)	0,988 (+0,6%)

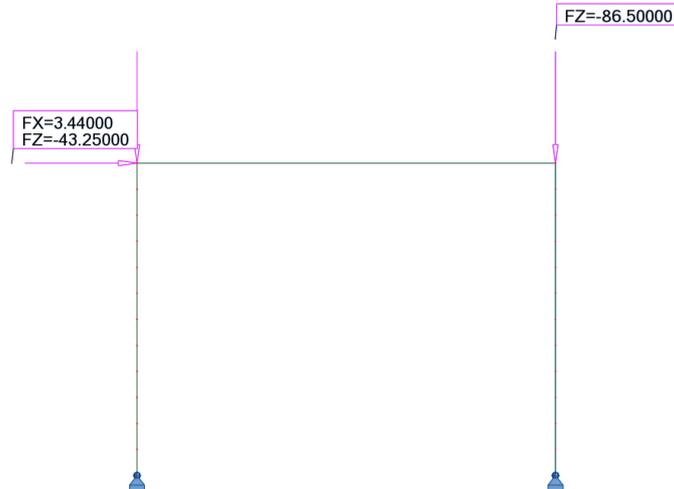
## IX.4.2. Portique bi-articulé – Géométrie symétrique et chargement asymétrique

### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales – 2<sup>nd</sup> ordre

#### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

##### Géométrie et chargement

Le portique, de 4 m de largeur et 3m de hauteur, est considéré bi-articulé. Il est réalisé au moyen de tubes circulaires 100 mm x 10 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

Section 100x10 mm	
Dimensions de la section	d = 100 mm t = 10 mm
Aire de la section	A = 28,274 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 289,812 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 81,333 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 57,962 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

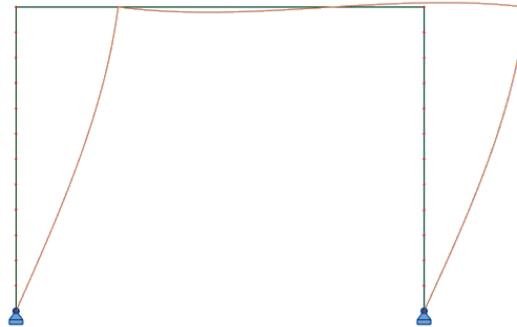
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

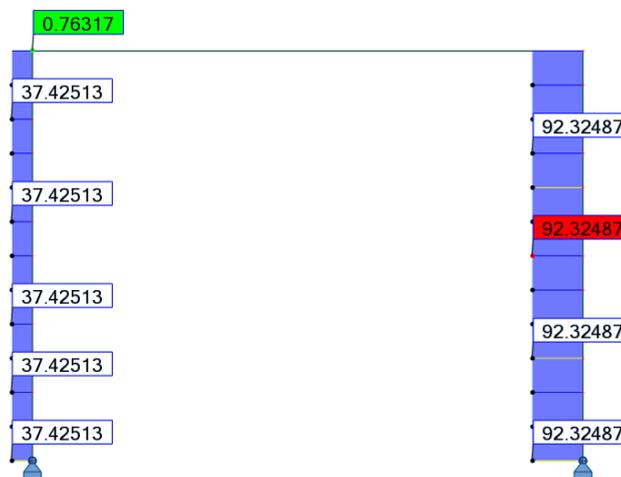
Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,73$

### Choix de la zone de calcul de l'instabilité

Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



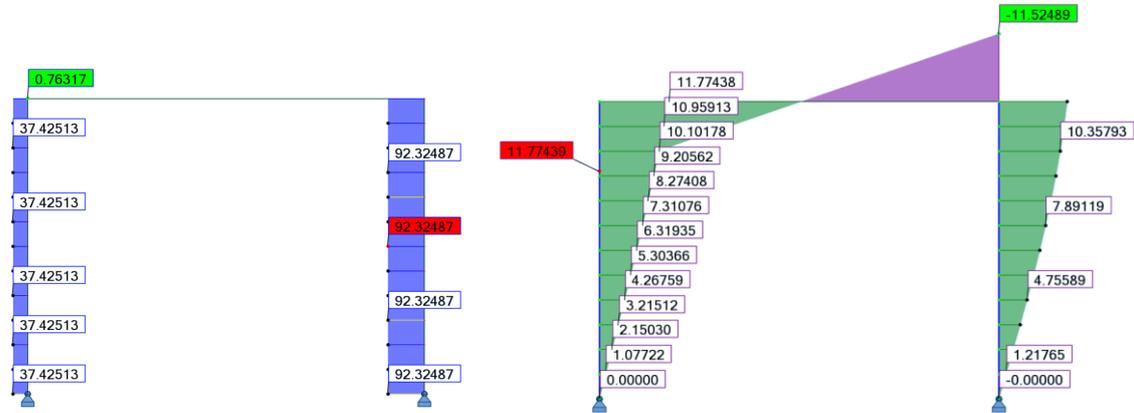
### Choix de la zone de calcul

	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau droit</b>
	Zone avec $N_{cr}$ min	Zone avec $N_{Ed}$ max
Section	100 mm x 10 mm	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	37,425	92,325
$N_{Rd}$ (kN)	904,768	904,768
$N_{cr}$ (kN)	64,878	160,049
$\bar{\lambda}$	3,734	2,378
$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda}-0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr}-1}}$	0,342	0,549
F.S.plastique non linéaire = $\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* N_{Rd}}$	0,121	<b>0,186</b>

Le facteur de sollicitation maximal du portique, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est localisé dans la partie haute du poteau droit. La zone de calcul sera considérée dans la partie haute du poteau droit.

### Vérification du portique sans la modélisation des imperfections initiales

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre du portique sous le chargement complet



### Vérification de la structure

D'après les calculs réalisés pour le choix de la zone de calcul, on a :  $\chi_{pl,non,lin}^* = 0,549$  pour l'ensemble de la structure.

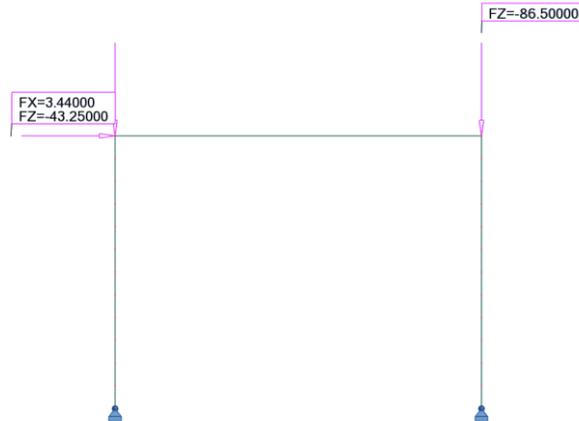
	Poteau gauche (H.Z.C.)	Poteau droit
Section	100 mm x 10 mm	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	37,425	101,918
$M_{trans}^{II}$ (kN.m)	11,774	10,117
$N_{Rd}$ (kN)	904,768	904,768
$M_{pl,Rd}$ (kN)	26,027	26,027
$M_{N,Rd}$ (kN)	25,972	25,693
$\chi_{pl,non,lin}^*$	0,549	0,549
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,637</b>	<b>0,634</b>

## (b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales – 2<sup>nd</sup> ordre

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

Le portique, de 4 m de largeur et 3m de hauteur, est considéré bi-articulé. Il est réalisé au moyen de tubes circulaires 100 mm x 10 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

Section 100x10 mm	
Dimensions de la section	d = 100 mm t = 10 mm
Aire de la section	A = 28,274 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 289,812 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 81,333 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 57,962 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

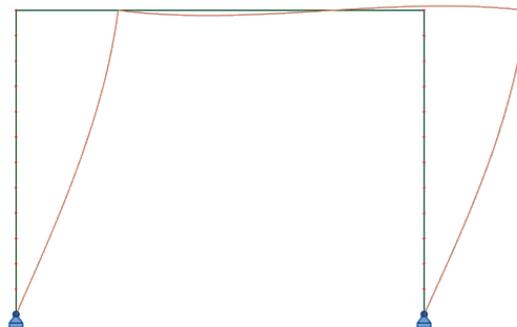
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

#### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :

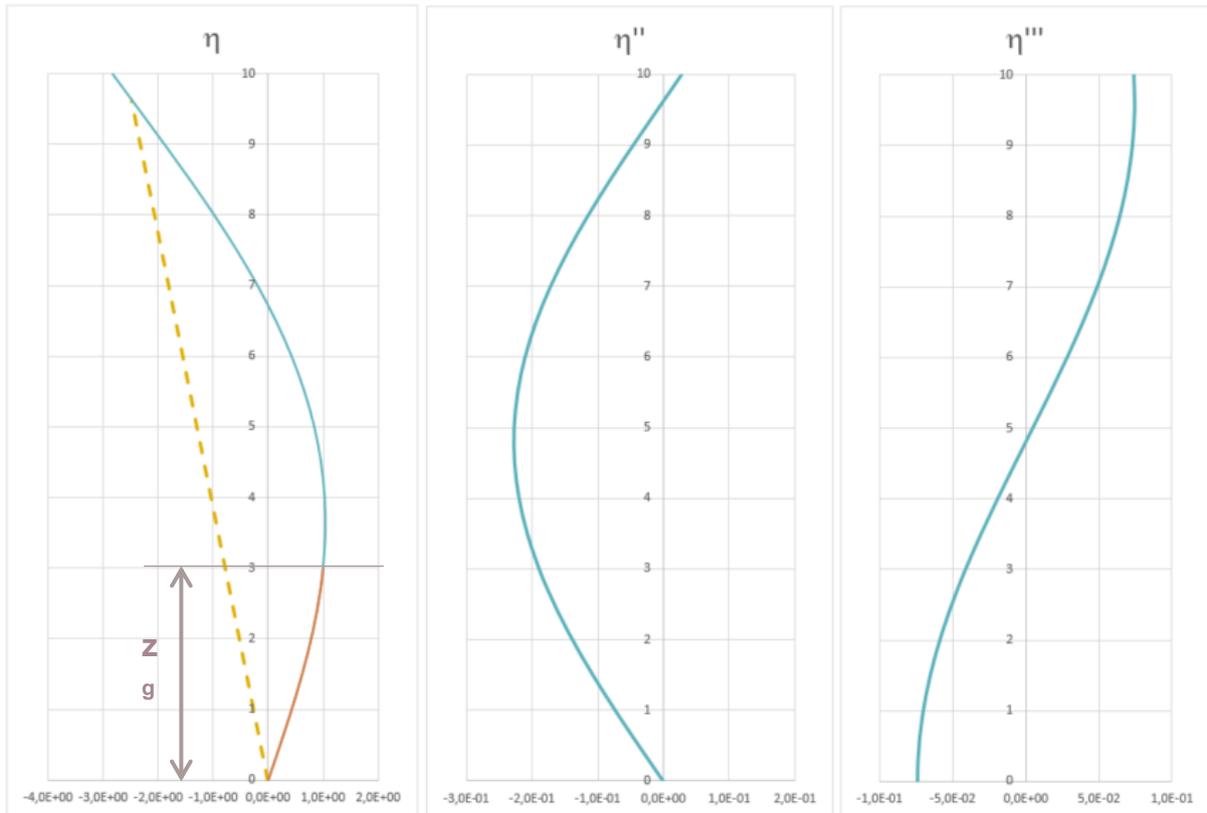


Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,73$

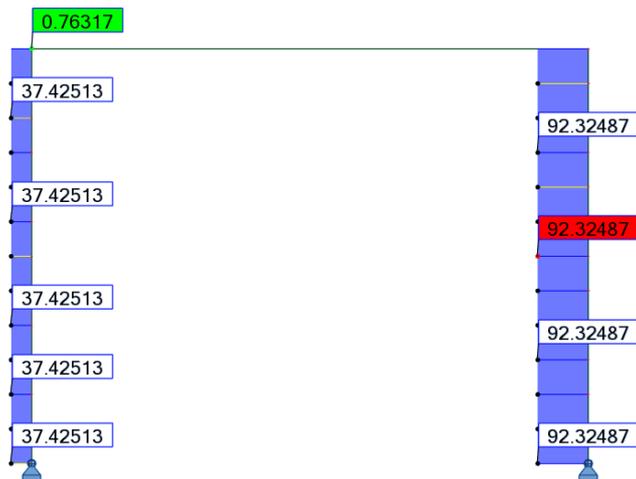
**Choix de la zone de calcul**

Calcul des I.I. à partir du poteau gauche (Zone avec  $N_{cr, min}$ ) :

On obtient :  $C_{nor,g} = 0,017$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.

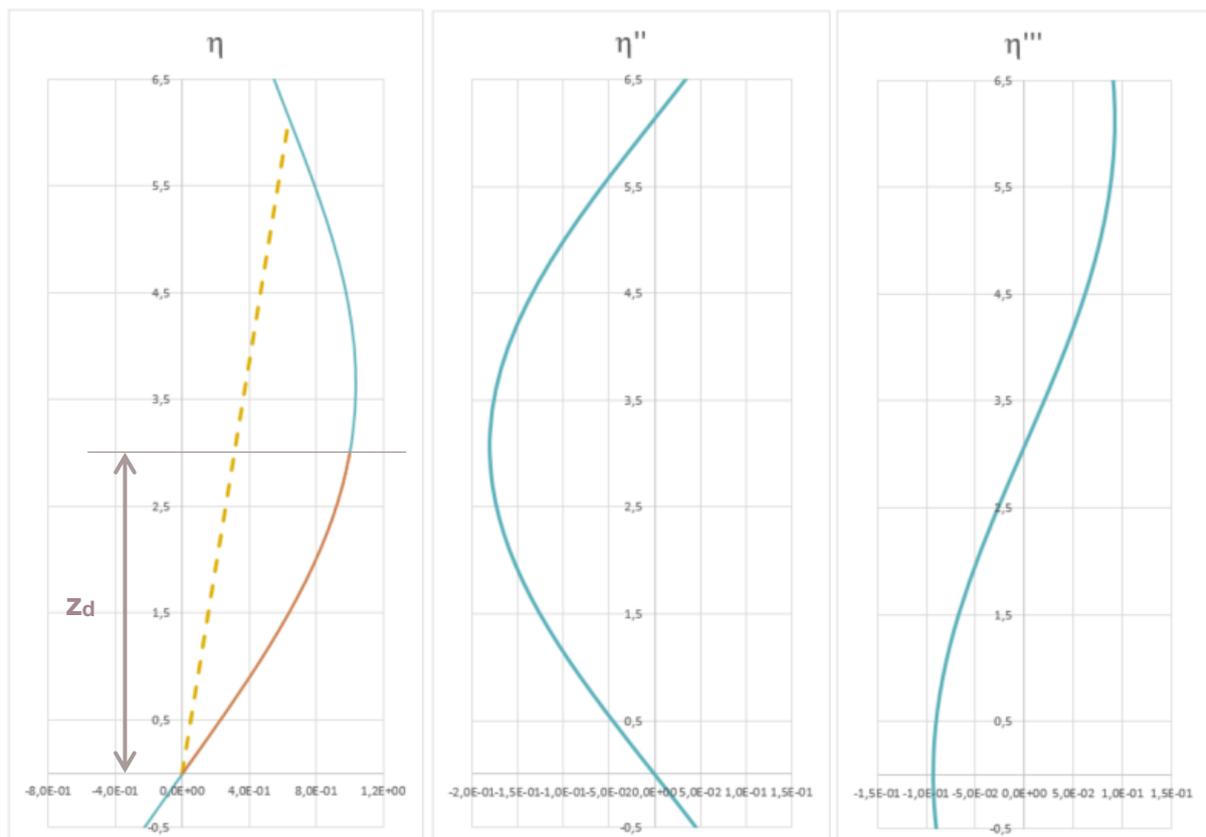


## Facteurs de sollicitation

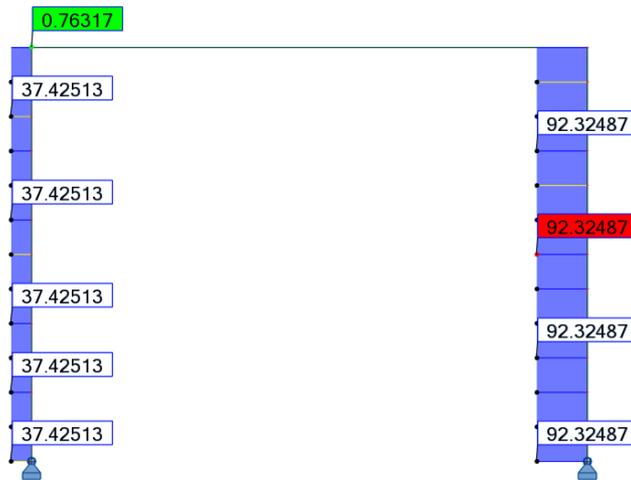
	<b>Poteau gauche</b>
Section	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	37,425
$N_{Rd}$ (kN)	904,768
$e_0$ (mm)	35,503
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	3,140
$l_f$ (m)	9,622
$z$ (m)	3
$F.S. \text{ élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,182

Calcul des I.I. à partir du poteau droit (Zone avec  $N_{Ed}$  max) :

On obtient :  **$C_{nor,d} = 0,032$**



## Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



## Facteur de sollicitation

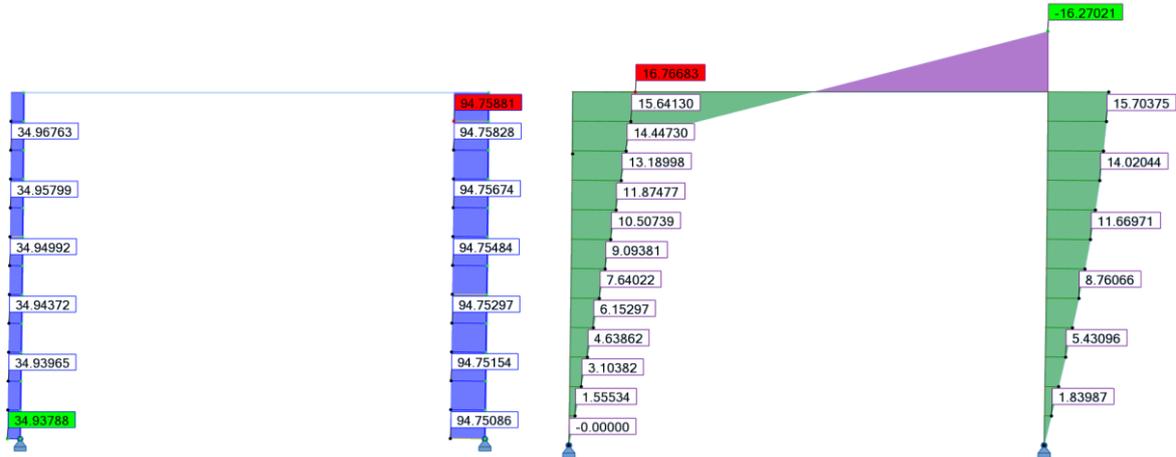
		<b>Poteau droit</b>
Section		100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)		92,325
$N_{Rd}$ (kN)		904,768
$e_0$ (mm)		21,874
$M_{inst}^II = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		4,773
$l_f$ (m)		6,126
$Z$ (m)		3
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^II}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot Z}{l_f}\right)$		<b>0,359</b>

## Conclusion sur la zone de détermination des I.I.

La structure n'étant composée que d'un seul profilé, la zone de calcul sera celle dont le facteur de sollicitation est maximal. On constate que le facteur de sollicitation maximal du portique, dû aux imperfections initiales (modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est obtenu dans le poteau droit. La zone de calcul sera considérée en partie haute du poteau droit.

## Vérification du portique avec la modélisation des imperfections initiales

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre du portique sous le chargement complet avec I.I.



### Vérification de la structure

	Poteau gauche	Poteau droit
Section	100 mm x 10 mm	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	34,968	94,759
$M_{Ed}^{II}$ (kN.m)	16,767	16,270
$N_{Rd}$ (kN)	904,768	904,768
$M_{pl,Rd}$ (kN)	26,027	26,027
$M_{N,Rd}$ (kN)	25,979	25,675
<b>Critère plastique non lin.</b> $\frac{M_{Ed}^{II}}{M_{N,Rd}}$	<b>0,645</b>	<b>0,634</b>

### (c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

	Poteau gauche	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	0,645	0,634
Sans modélisation des I.I. – 2 <sup>nd</sup> ordre	0,637 (-1,2%)	0,634 (0%)

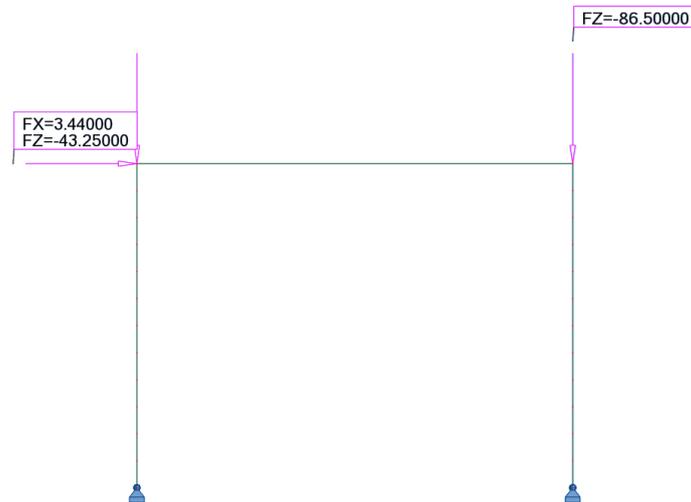
### IX.4.3. Portique bi-articulé – Géométrie et chargement asymétriques

#### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales

##### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

##### Géométrie et chargement

Le portique, de 4 m de largeur et 3m de hauteur, est considéré bi-articulé. Le poteau gauche est réalisé avec des tubes circulaires 90 x 9 mm, tandis que le poteau droit et à la traverse sont réalisés avec des tubes circulaires 100 mm x 10 mm.



##### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Poteau droit &amp; traverse : 100x10 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 100 mm t = 10 mm
Aire de la section	A = 28,274 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 289,812 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 81,333 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 57,962 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa
<b>Poteau gauche : 90 x 9 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 90 mm t = 9 mm
Aire de la section	A = 22,902 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 190,146 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 59,292 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 42,255 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

##### Classe de la section transversale

Section 100 mm x 10 mm : Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1

Section 90 x 9 mm : Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{90}{9} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

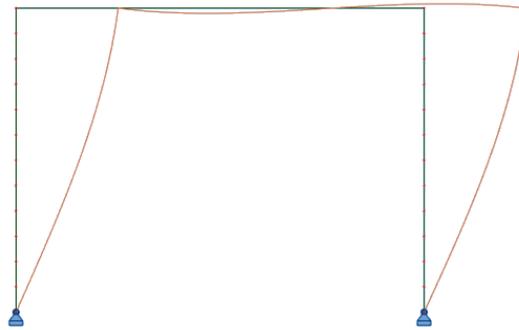
→ Section de classe 1

### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,51$

### **Choix de la zone de calcul de l'instabilité**

Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



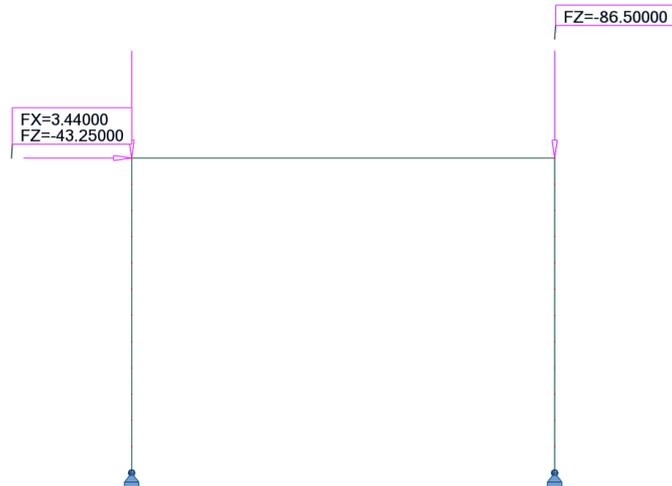


## (b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

Le portique, de 4 m de largeur et 3m de hauteur, est considéré bi-articulé. Le poteau gauche est réalisé avec des tubes circulaires 90 x 9 mm, tandis que le poteau droit et à la traverse sont réalisés avec des tubes circulaires 100 mm x 10 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Poteau droit &amp; traverse : 100x10 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 100 mm t = 10 mm
Aire de la section	A = 28,274 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 289,812 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 81,333 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 57,962 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa
<b>Poteau gauche : 90 x 9 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 90 mm t = 9 mm
Aire de la section	A = 22,902 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 190,146 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 59,292 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 42,255 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

→ Section de classe 1

Section 90 x 9 mm : Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{90}{9} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

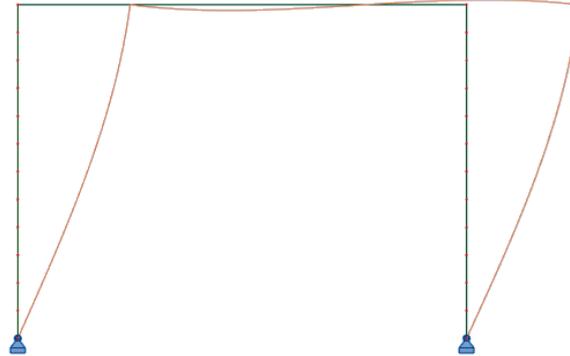
→ Section de classe 1

### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



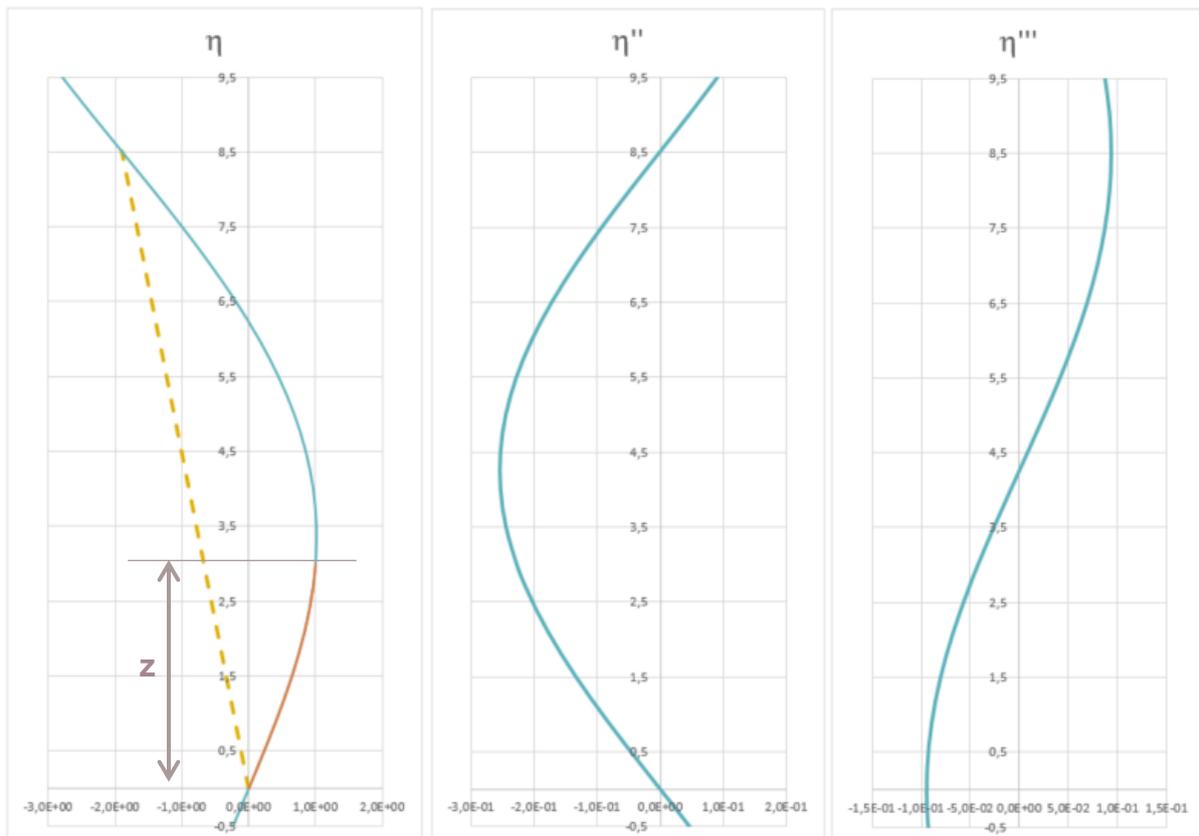
Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,51$

### ***Choix de la zone de calcul des imperfections initiales***

(i) Profilé 90 x 9 mm

Méthode des courbures dans le poteau gauche\_(Zone avec  $N_{cr}$  min) :

On obtient :  $C_{nor,g} = 0,017$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



Facteurs de sollicitation

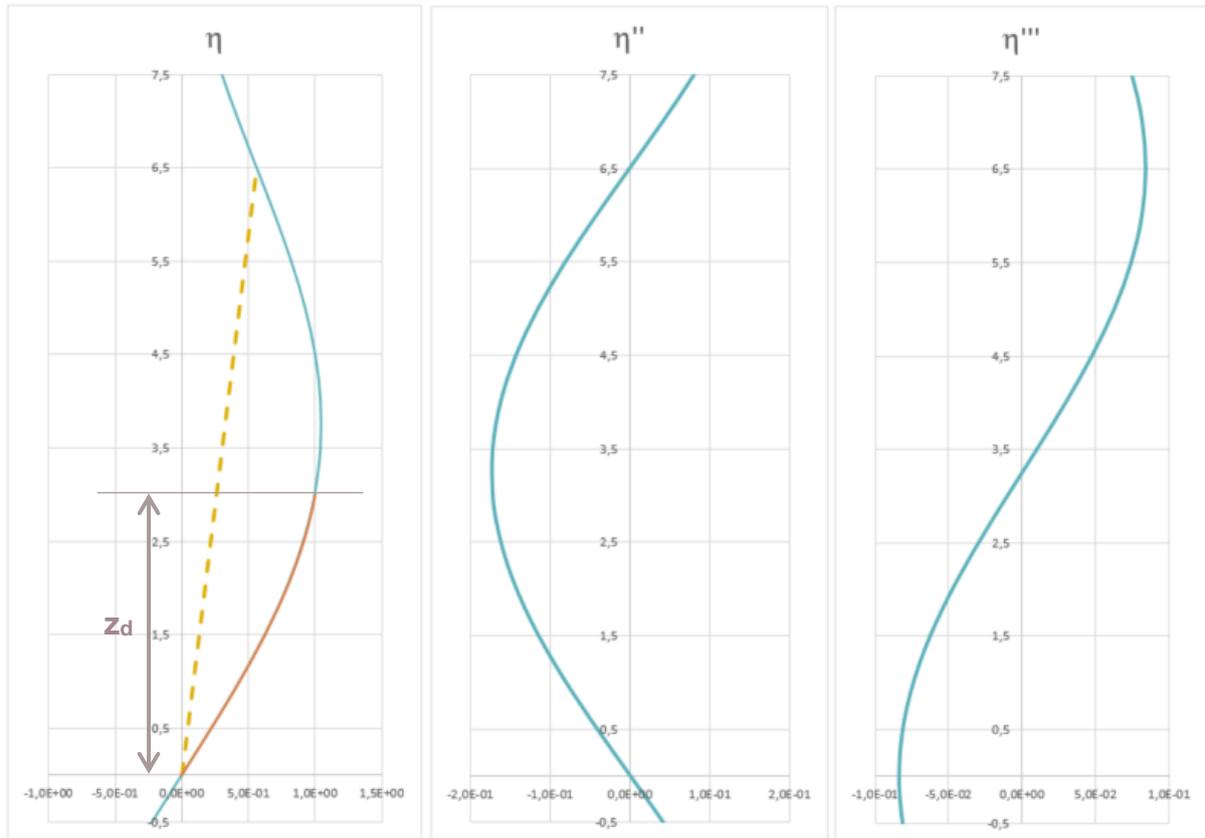
	<b>Poteau gauche</b>
Section	90 x 9 mm
$N_{Ed}$ (kN)	36,025
$N_{Rd}$ (kN)	732,864
$e_0$ (mm)	31,371
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	3,344
$l_f$ (m)	8,511
$z$ (m)	3
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,270

Pour le profilé 90 x 9, le facteur de sollicitation maximal est obtenu en partie haute du poteau gauche.

(ii) Profilé 100 mm x 10 mm

Méthode des courbures dans le poteau droit (Zone avec  $N_{Ed}$  max) :

On obtient :  $C_{nor,d} = 0,031$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



## Facteurs de sollicitation

	<b>Poteau droit</b>
Section	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	93,725
$N_{Rd}$ (kN)	904,768
$e_0$ (mm)	23,386
$M_{inst}^II = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	6,486
$l_f$ (m)	6,514
$z$ (m)	3
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^II}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	<b>0,451</b>

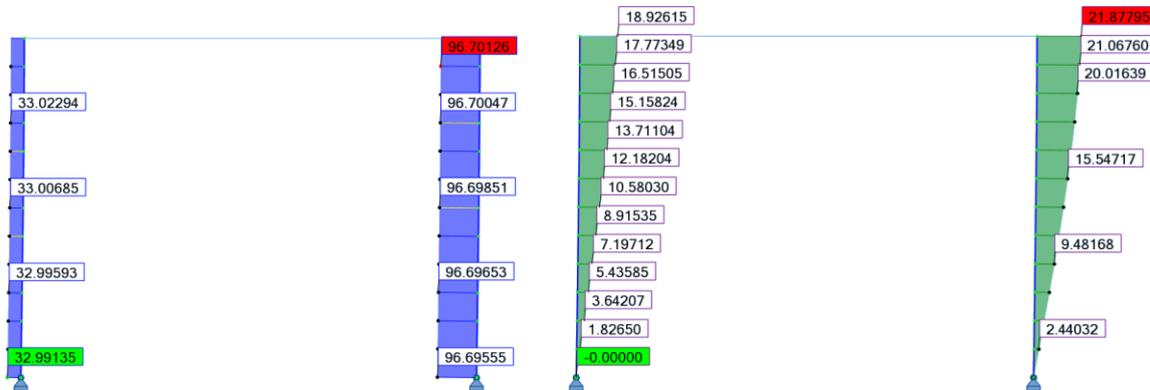
Pour le profilé 100x10, le facteur de sollicitation maximal est obtenu en partie haute du poteau gauche.

### (iii) Conclusion sur la zone de détermination des I.I.

La comparaison du coefficient de normalisation  $C_{nor}$  dans chaque zone de F.S. maximal pour chaque profilé, permet d'identifier le coefficient de normalisation  $C_{nor}$  dans le poteau droit. La zone de calcul sera considérée dans le poteau droit.

### ***Vérification du portique avec la modélisation des imperfections initiales***

#### Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre du portique sous le chargement complet avec I.I.



## Vérification de la structure

	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	90 x 9 mm	100 mm x 10 mm
$N_{Ed}$ (kN)	33,023	107,984
$M_{Ed}^I$ (kN.m)	18,926	23,962
$N_{Rd}$ (kN)	732,864	904,768
$M_{pl,Rd}$ (kN)	18,973	26,027
$M_{N,Rd}$ (kN)	18,926	25,661
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>1,000</b>	<b>0,853</b>

### **(c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires**

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

	Poteau gauche	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	1,000	0,853
Sans modélisation des I.I.	1,049 (+4,9%)	0,858 (+0,59%)

Dans cet exemple, les résultats obtenus à partir du critère sans modélisation des I.I. sont sécuritaires et précis.

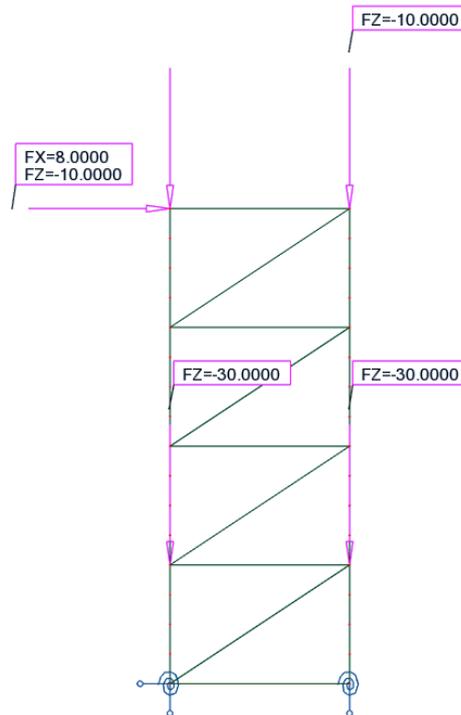
#### IX.4.4. Tour autostable

##### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales

##### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

##### Géométrie et chargement

La tour autostable, de 3m de largeur et 8 m de hauteur, est considérée en appui sur des socles réglables (rigidité : 20daN.m/rad). Les poteaux sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 x 3,2 mm.



##### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 3,2 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 3,2 mm
Aire de la section	A = 4,534 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 11,586 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 6,520 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,798 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

##### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{3,2} = 15,09$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

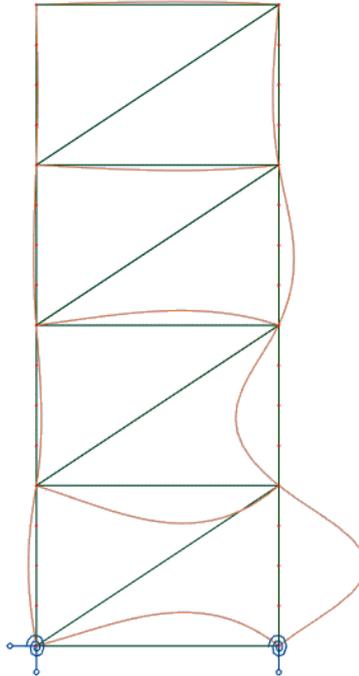
→ Section de classe 1

##### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

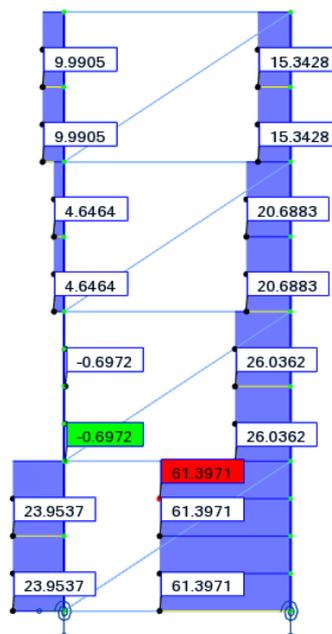
Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,89$

### ***Choix de la zone de calcul de l'instabilité***

Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



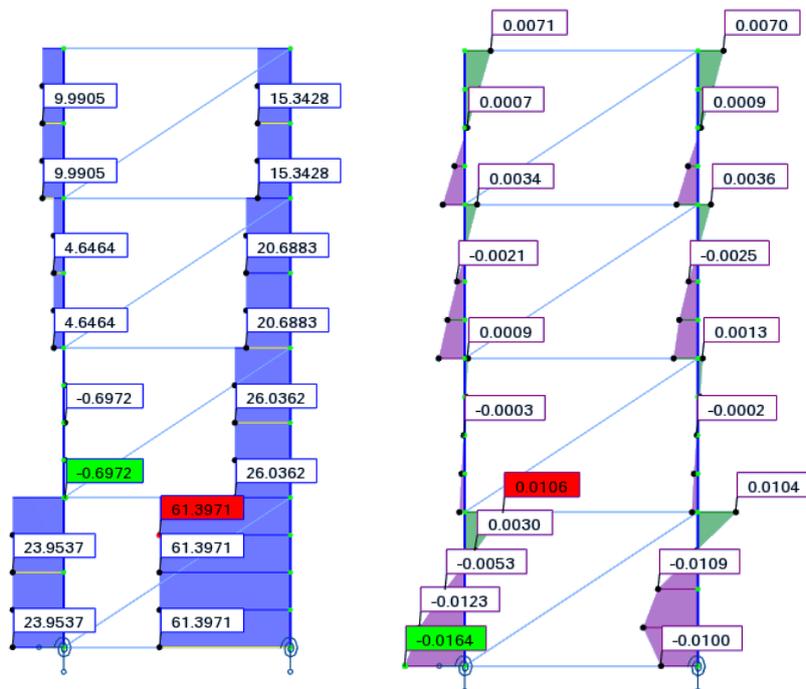
### Choix de la zone de calcul

D'après l'allure de la déformée critique, il est évident que la barre la plus déformée est située dans le poteau droit entre 0 et 2 m. La déformée critique s'atténue dans le reste de la structure. De plus c'est également dans le poteau droit entre 0 et 2 m que l'effort normal est maximal. La zone de calcul sera donc considérée à cet endroit.

	<b>Poteau droit entre 0 et 2 m</b>
Section	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	61,397
$N_{Rd}$ (kN)	145,088
$N_{cr}$ (kN)	116,184
$\bar{\lambda}$	1,118
$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}}$	1,122
$\text{F.S. plastique non linéaire} = \frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* N_{Rd}}$	<b>0,377</b>

### Vérification de la tour autostable sans la modélisation des imperfections initiales

#### Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de la tour autostable sous le chargement complet



### Vérification de la structure

D'après les calculs réalisés pour le choix de la zone de calcul, on a :  $\chi_{pl,non,lin}^* = 1,122$  pour l'ensemble de la structure.

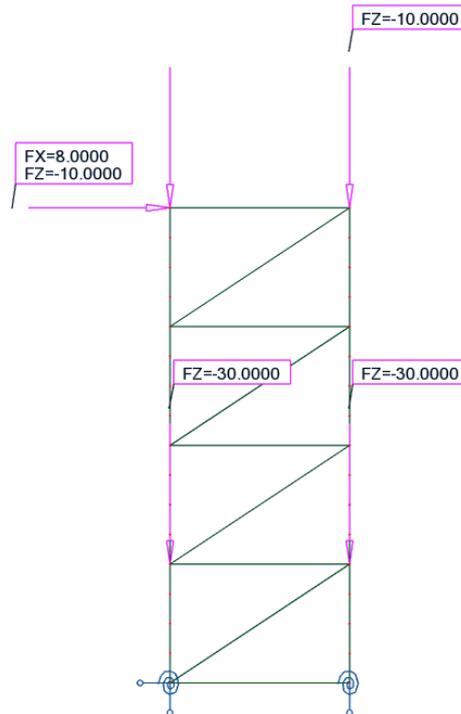
	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	23,9537	61,397
$M_{trans}^{II}$ (kN.m)	0,0164	0,0149
$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088
$M_{pl,Rd}$ (kN)	2,086	2,086
$M_{N,Rd}$ (kN)	2,017	1,642
$\chi_{pl,non,lin}^*$	1,122	1,122
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,315</b>	<b>0,386</b>

## **(b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales**

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

La tour autostable, de 3m de largeur et 8 m de hauteur, est considérée en appui sur des socles réglables (rigidité : 20daN.m/rad). Les poteaux sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 x 3,2 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 3,2 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 3,2 mm
Aire de la section	A = 4,534 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 11,586 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 6,520 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,798 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{3,2} = 15,09$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

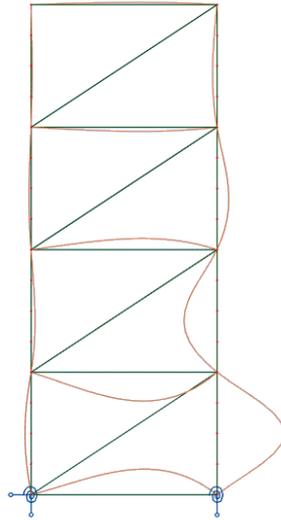
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



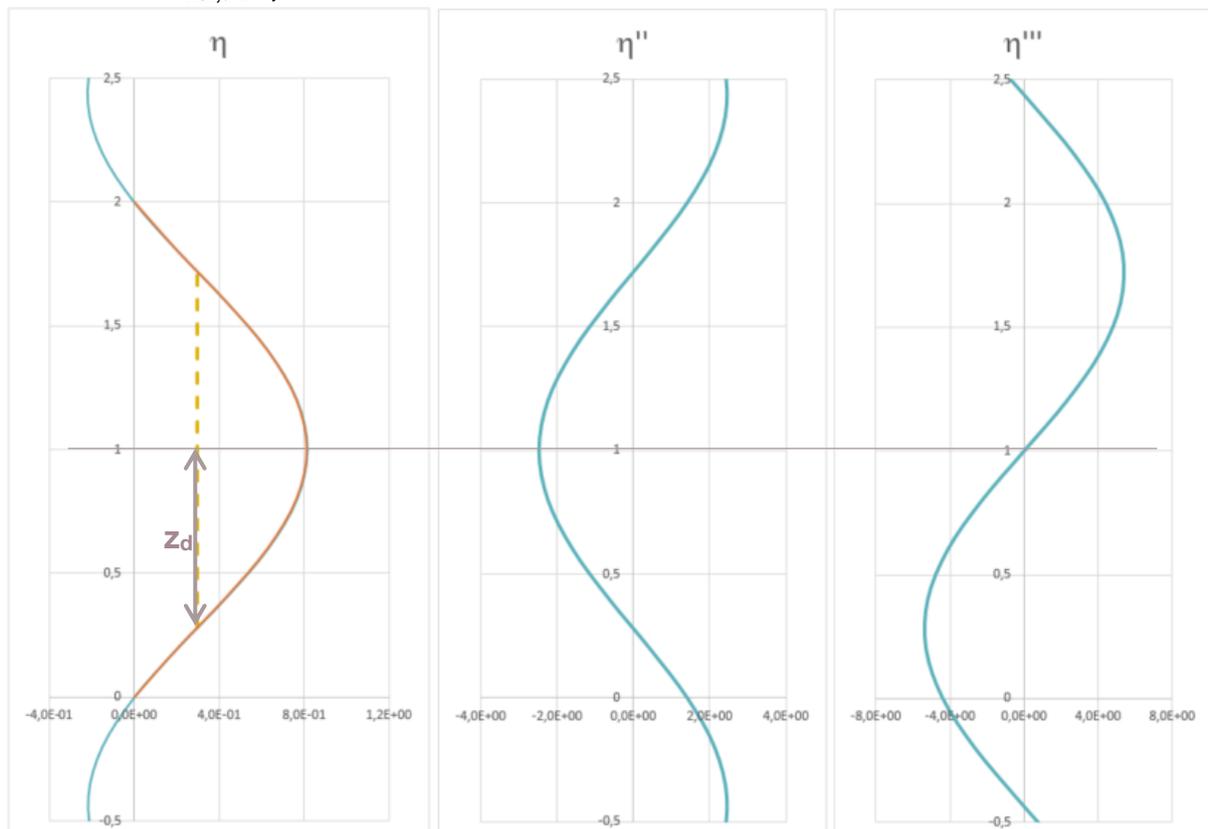
Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,89$

### **Choix de la zone de calcul des imperfections initiales**

#### Choix de la zone de calcul

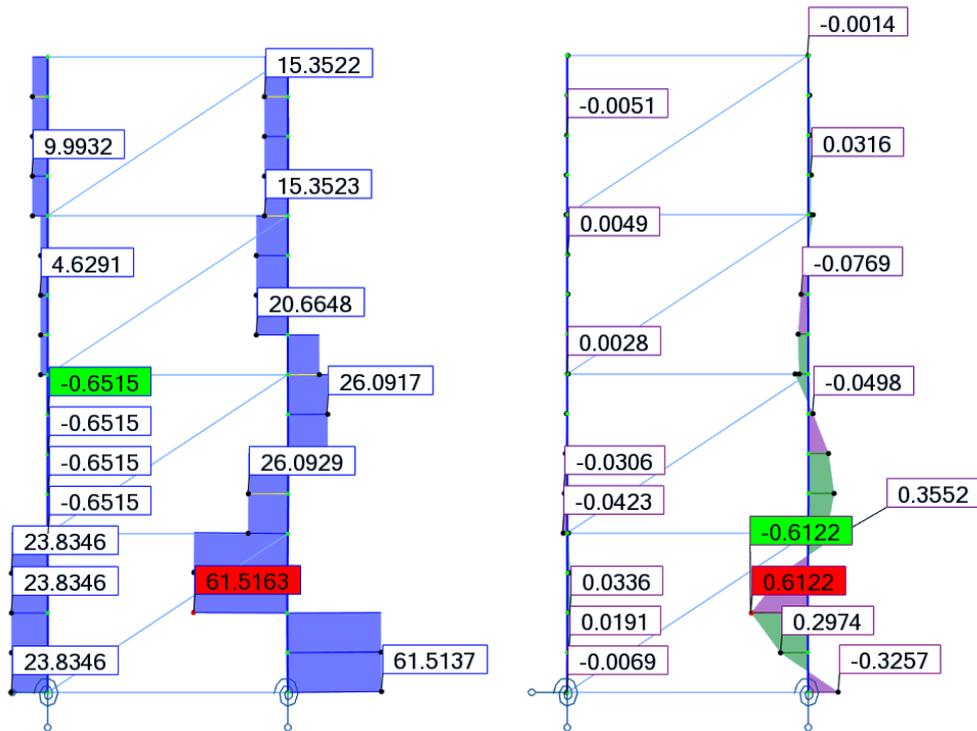
La structure étant composée uniquement d'un seul profilé, la zone de calcul sera celle dont le facteur de sollicitation est maximal. D'après l'allure de la déformée critique, il est évident que la barre la plus déformée est située dans le poteau droit entre 0 et 2 m. La déformée critique s'atténue dans le reste de la structure. De plus c'est également dans le poteau droit entre 0 et 2 m que l'effort normal est maximal. La zone de calcul sera donc considérée à cet endroit.

On obtient :  $C_{nor,d} = 0,009$



## Vérification de la tour autostable avec la modélisation des imperfections initiales

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de la tour autostable sous le chargement complet avec I.I.



### Vérification de la structure

	Poteau gauche	Poteau droit
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	23,835	61,516
$M_{Ed}^{II}$ (kN.m)	0,034	0,612
$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088
$M_{pl,Rd}$ (kN)	2,086	2,086
$M_{N,Rd}$ (kN)	2,017	1,641
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,017</b>	<b>0,373</b>

### (c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

	Poteau gauche	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	0,017	0,373
Sans modélisation des I.I.	0,315 (+1753%)	0,386 (+3,5%)

L'écart sur le poteau gauche peut être expliqué par la valeur du moment d'instabilité provoqué par l'imperfection initiale qui est le moment d'instabilité maximale dans la structure et non le moment d'instabilité réel dans ce poteau.

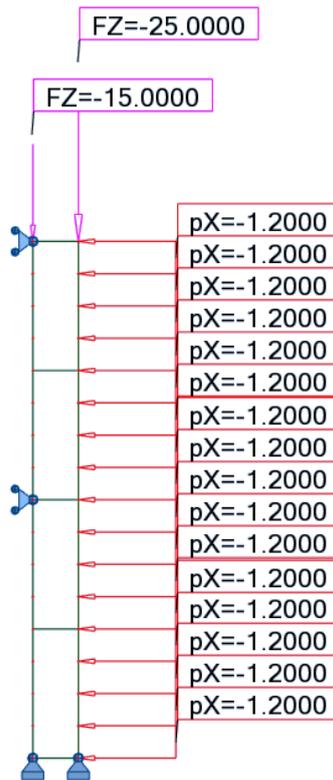
## IX.4.5. Échafaudage de façade – Géométrie et chargement symétriques

### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales

#### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

##### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 x 3,2 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

Section 48,3 x 3,2 mm	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 3,2 mm
Aire de la section	A = 4,534 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 11,586 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 6,520 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,798 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{3,2} = 15,09$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

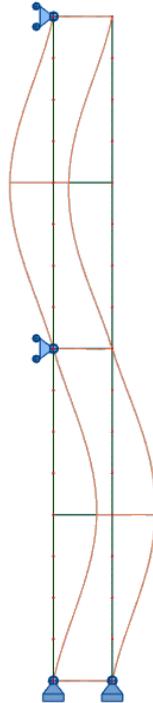
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

Analyse des modes d'instabilité

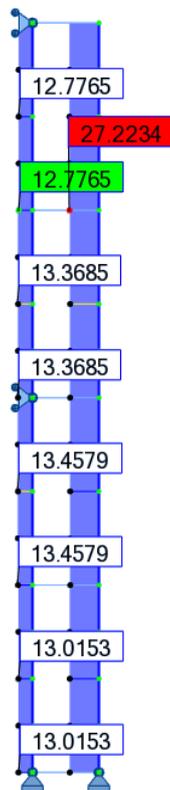
Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,68$

**Choix de la zone de calcul de l'instabilité**

Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



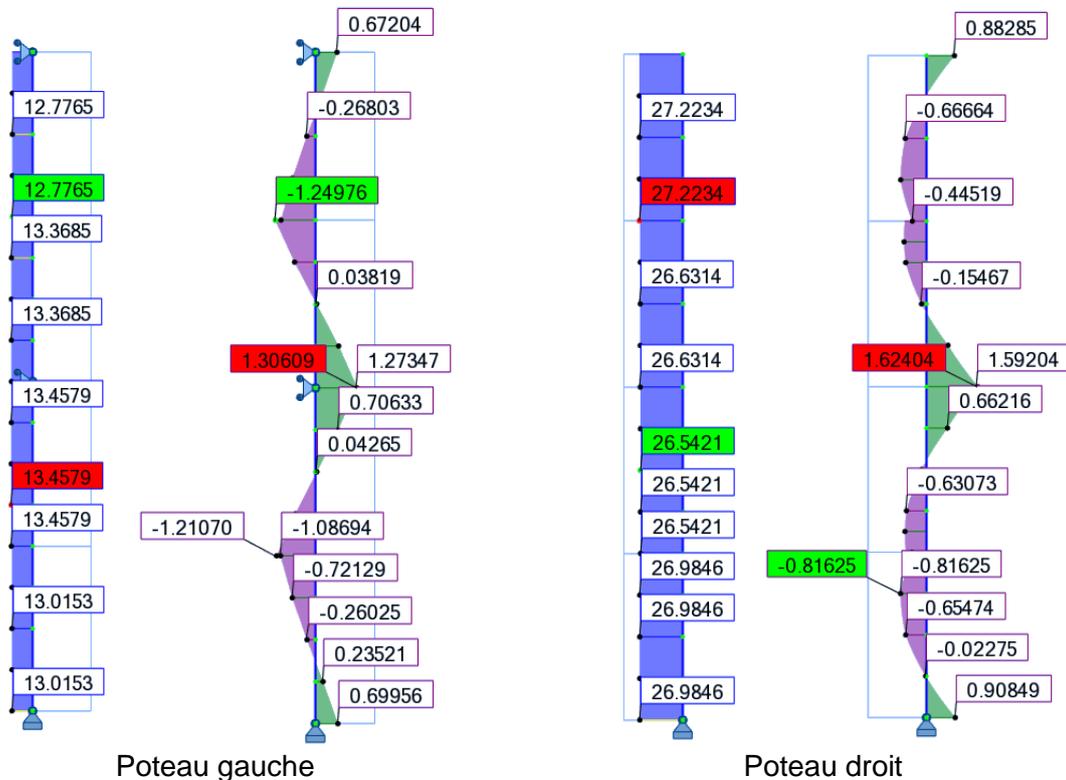
### Choix de la zone de calcul

	Section	Poteau gauche entre 6 et 8 m	Poteau droit entre 6 et 8 m
		Zone avec $N_{cr}$ min	Zone avec $N_{Ed}$ max
	Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
	$N_{Ed}$ (kN)	12,777	27,223
	$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088
	$N_{cr}$ (kN)	23,035	44,139
	$\bar{\lambda}$	2,510	1,813
	$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda}-0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr}-1}}$	0,452	0,678
	F.S. plastique non linéaire = $\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* N_{Rd}}$	0,190	<b>0,277</b>

Le facteur de sollicitation maximal de l'échafaudage de façade, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est localisé dans le poteau droit entre 6 et 8 m. La zone de calcul sera considérée dans le poteau droit.

### Vérification de l'échafaudage de façade sans la modélisation des imperfections initiales

#### Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade sous le chargement complet



### Vérification de la structure

D'après les calculs réalisés pour le choix de la zone de calcul, on a :  $\chi_{pl,non,lin}^* = 0,678$  pour l'ensemble de la structure. La vérification de l'échafaudage s'effectue maintenant en tenant compte également de la distribution du moment fléchissant dû au chargement transversal.

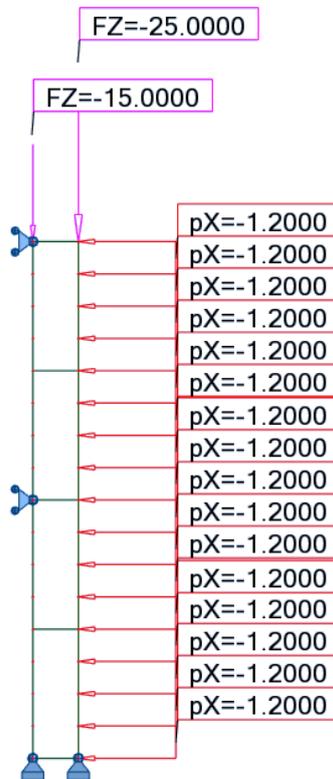
	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	13,685	26,631
$M_{trans}^{II}$ (kN.m)	1,306	1,624
$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088
$M_{pl,Rd}$ (kN)	2,086	2,086
$M_{N,Rd}$ (kN)	2,086	2,000
$\chi_{pl,non,lin}^*$	0,678	0,678
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,896</b>	<b>1,093</b>

## (b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 x 3,2 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 3,2 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 3,2 mm
Aire de la section	A = 4,534 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 11,586 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 6,520 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,798 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{3,2} = 15,09$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

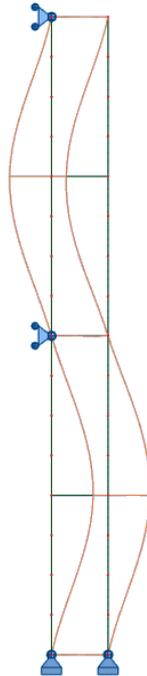
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :

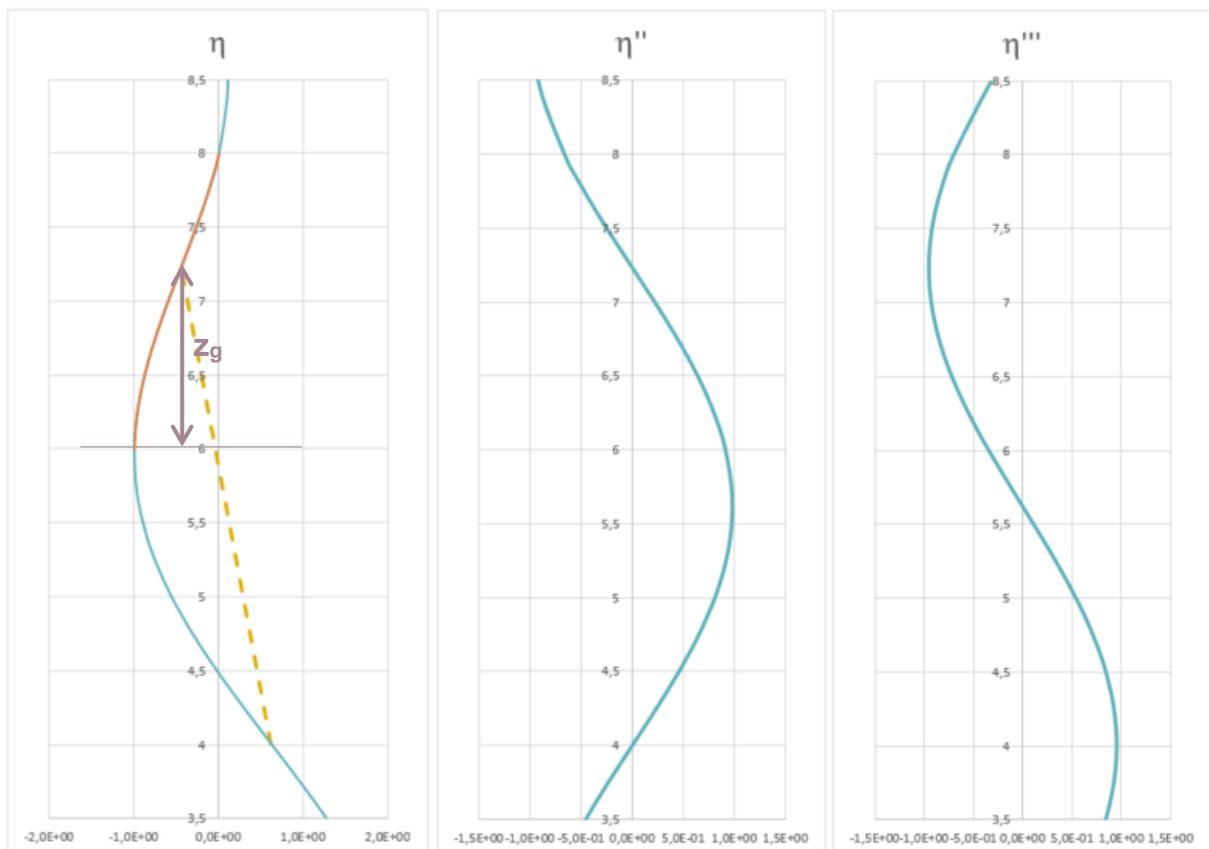


Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,68$

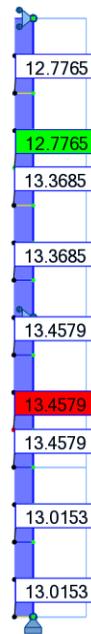
### **Choix de la zone de calcul des imperfections initiales**

Calcul des I.I. à partir du poteau gauche entre 6 et 8 m (Zone avec  $N_{cr, \min}$ ) :

On obtient :  $C_{nor,g} = 0,011$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.

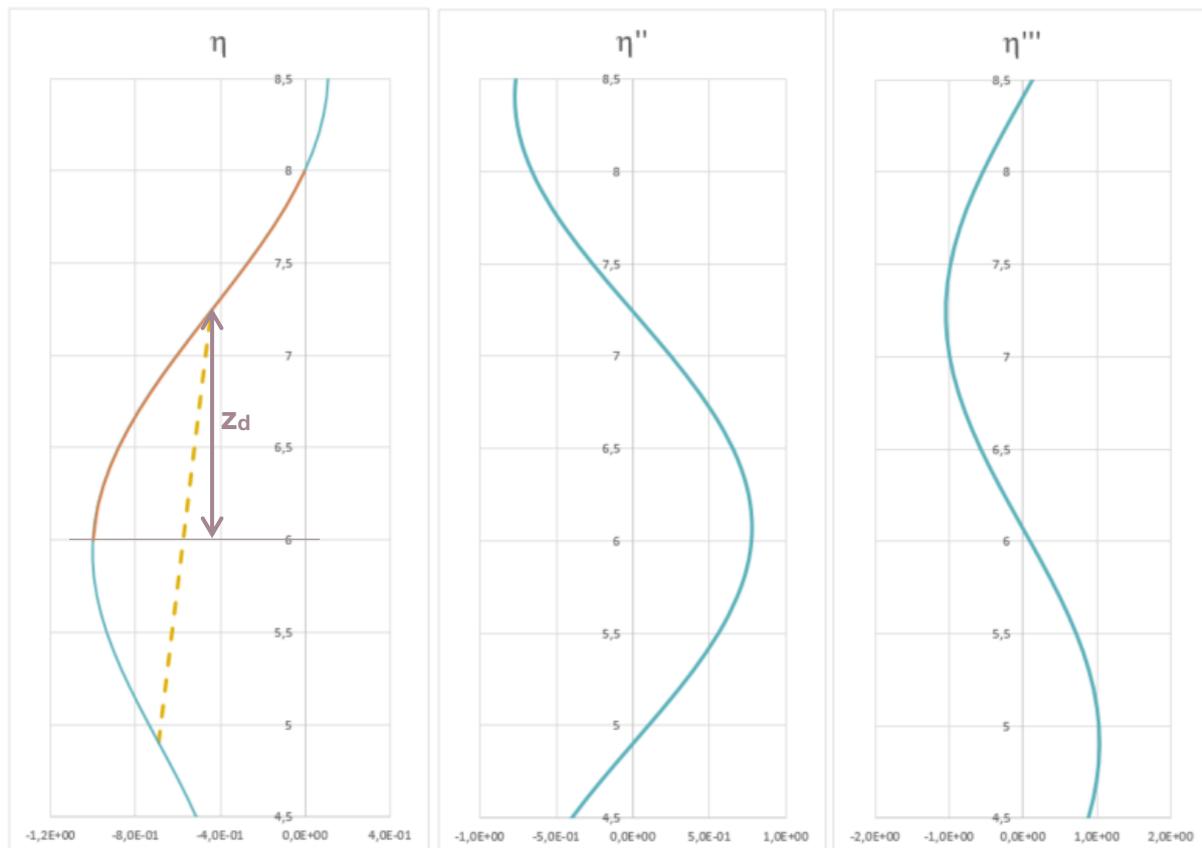


Poteau gauche

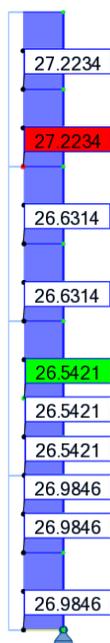
Facteurs de sollicitation

	<b>Poteau gauche entre 6 et 8 m</b>
Section	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	12,777
$N_{Rd}$ (kN)	145,088
$e_0$ (mm)	12,450
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	0,393
$l_f$ (m)	3,346
$z$ (m)	1,232
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,323

Calcul des I.I. à partir du poteau droit entre 6 et 8 m (Zone avec  $N_{Ed}$  max) :  
 On obtient :  $C_{nor,d} = 0,020$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



Poteau droit

## Facteurs de sollicitation

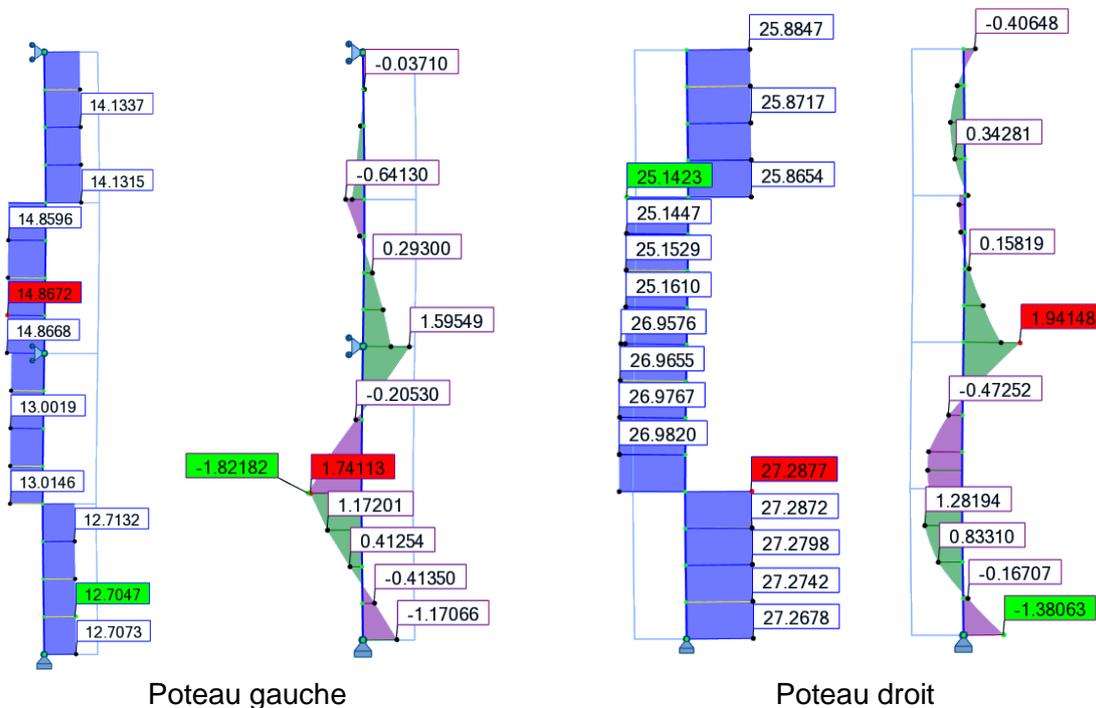
		<b>Poteau droit entre 6 et 8 m</b>
Section		48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)		27,223
$N_{Rd}$ (kN)		145,088
$e_0$ (mm)		8,202
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,552
$l_f$ (m)		2,292
$z$ (m)		1,240
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$		<b>0,544</b>

### Conclusion sur la zone de détermination des I.I.

La structure n'étant composée que d'un seul profilé, la zone de calcul sera celle dont le facteur de sollicitation est maximal. On constate que le facteur de sollicitation maximal de l'échafaudage de façade, dû aux imperfections initiales (modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est obtenu dans le poteau droit (entre 6 et 8 m). La zone de calcul sera donc considérée à cet endroit.

### ***Vérification de l'échafaudage de façade avec la modélisation des imperfections initiales***

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade sous le chargement complet avec I.I.



## Vérification de la structure

	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	12,713	26,966
$M_{Ed}^{II}$ (kN.m)	1,822	1,941
$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088
$M_{pl,Rd}$ (kN)	2,086	2,086
$M_{N,Rd}$ (kN)	2,067	1,998
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,882</b>	<b>0,972</b>

### **(c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires**

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

	Poteau gauche	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	0,882	0,972
Sans modélisation des I.I.	0,896 (+1,6%)	1,093 (+12,4%)

Les écarts observés avec le calcul sans modélisation des I.I. sont dus au fait que l'on ajoute le moment d'instabilité et le moment des charges transversales, alors que ceux-ci ne sont pas situés au même endroit dans la structure (travée et appui). Le calcul place cependant en sécurité.

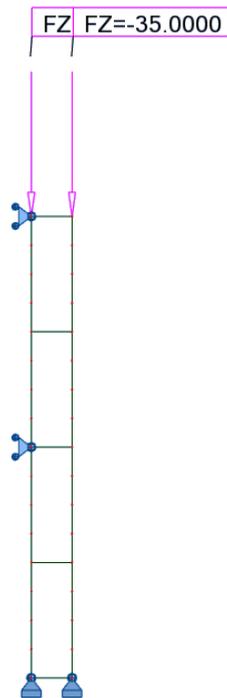
## IX.4.6. Échafaudage de façade – Géométrie asymétrique et chargement symétrique

### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales

#### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

##### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux gauches sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 mm x 2,9 mm et les poteaux droits sont réalisés avec des tubes circulaires 60 mm x 6 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 2,9 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 2,9 mm
Aire de la section	A = 4,136 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 10,700 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 5,985 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,431 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa
<b>Section 60x6 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 60 mm t = 6 mm
Aire de la section	A = 10,179 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 37,560 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 17,568 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 12,520 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{60}{6} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

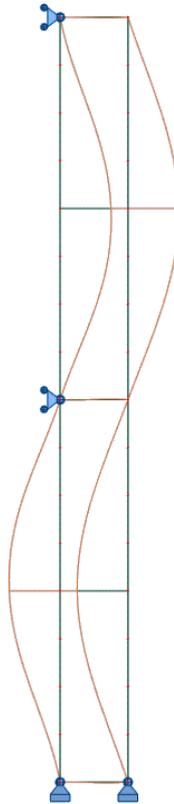
→ Section de classe 1

### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

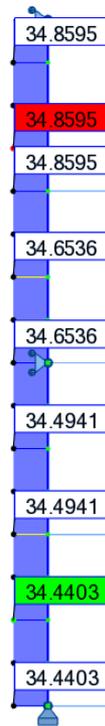
Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



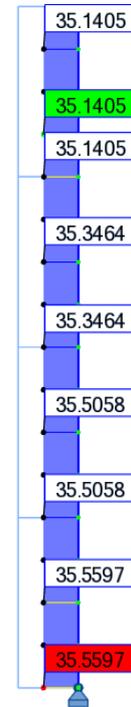
Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,51$

## Choix de la zone de calcul de l'instabilité

Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



Poteau gauche



Poteau droit

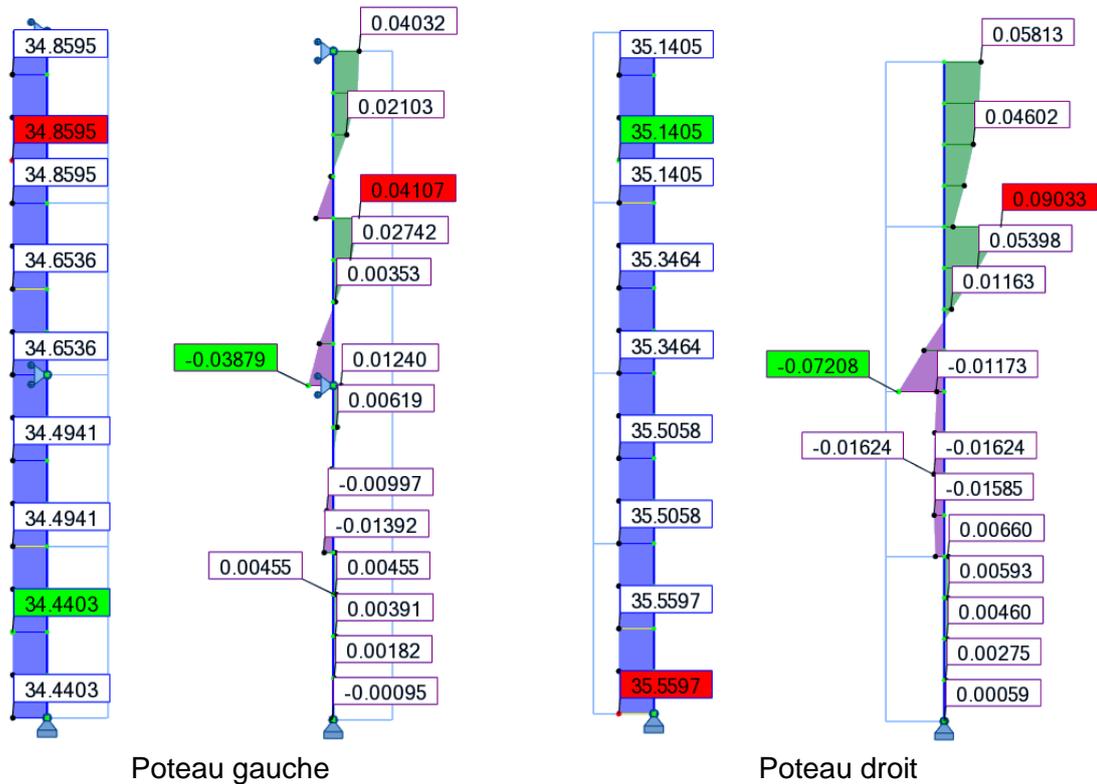
## Choix de la zone de calcul

	Poteau gauche entre 6 et 8 m	Poteau droit entre 0 et 2 m
Section	48,3 mm x 2,9 mm	60 mm x 6 mm
$N_{Ed}$ (kN)	34,860	35,560
$N_{Rd}$ (kN)	132,352	325,728
$N_{cr}$ (kN)	52,474	53,528
$\bar{\lambda}$	1,588	2,467
$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}}$	0,610	0,402
$F.S. \text{ plastique non linéaire} = \frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* N_{Rd}}$	<b>0,432</b>	0,271

Le facteur de sollicitation maximal de l'échafaudage de façade, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est localisé dans le poteau gauche entre 0 et 2 m. La zone de calcul sera considérée dans le poteau gauche.

## Vérification de l'échafaudage de façade sans la modélisation des imperfections initiales

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade sous le chargement complet



### Vérification de la structure

D'après les calculs réalisés pour le choix de la zone de calcul, on a :  $\chi_{pl,non,lin}^* = 0,610$  pour l'ensemble de la structure. La vérification de l'échafaudage s'effectue maintenant en tenant compte également de la distribution du moment fléchissant dû au chargement transversal.

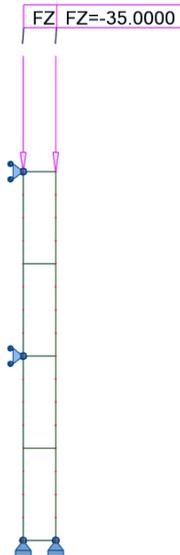
	Poteau gauche	Poteau droit
Section	48,3 mm x 2,9 mm	60 mm x 6 mm
$N_{Ed}$ (kN)	34,860	35,560
$M_{trans}^{II}$ (kN.m)	0,040	0,007
$N_{Rd}$ (kN)	132,352	325,728
$M_{pl,Rd}$ (kN)	1,915	5,622
$M_{N,Rd}$ (kN)	1,754	5,539
$\chi_{pl,non,lin}^*$	0,610	0,610
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,455</b>	<b>0,138</b>

## (b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux gauches sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 mm x 2,9 mm et les poteaux droits sont réalisés avec des tubes circulaires 60 mm x 6 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 2,9 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 2,9 mm
Aire de la section	A = 4,136 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 10,700 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 5,985 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,431 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa
<b>Section 60x6 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 60 mm t = 6 mm
Aire de la section	A = 10,179 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 37,560 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 17,568 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 12,520 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{60}{6} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

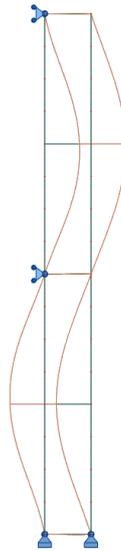
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



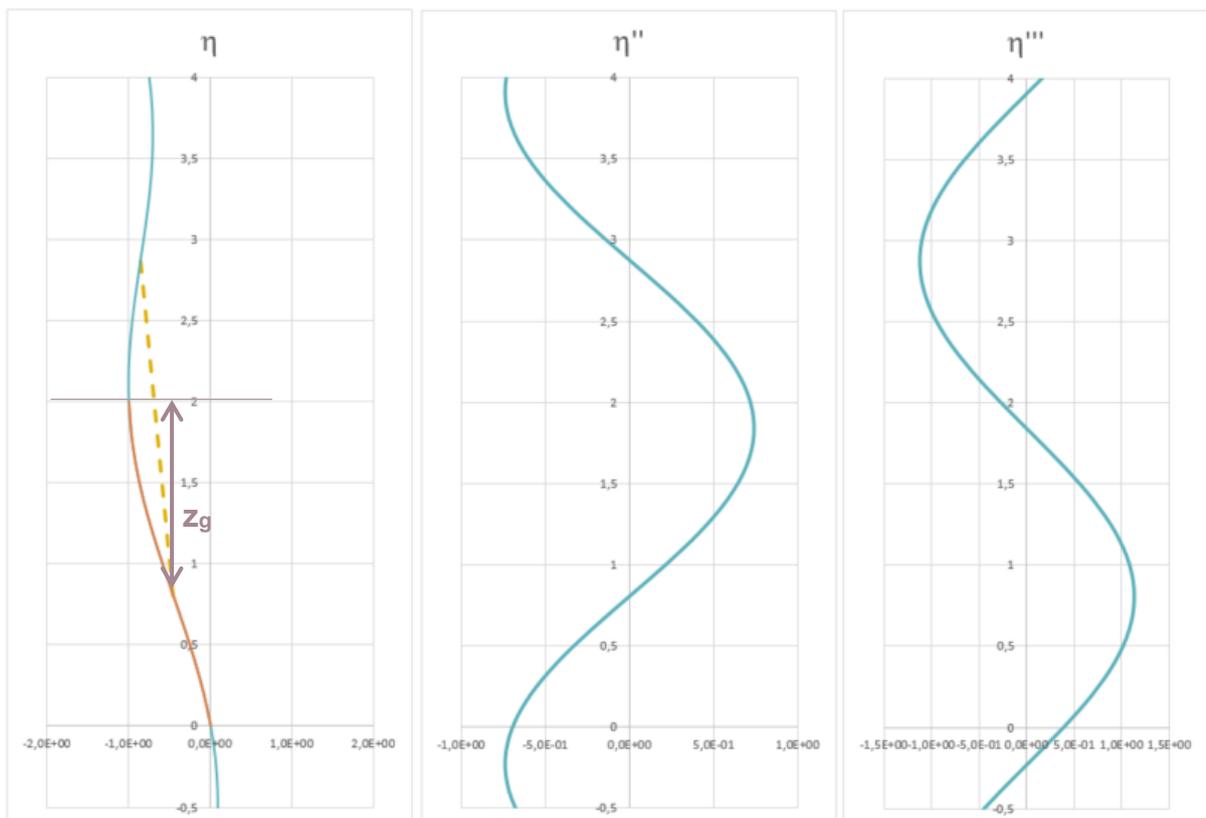
Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,51$

#### **Choix de la zone de calcul**

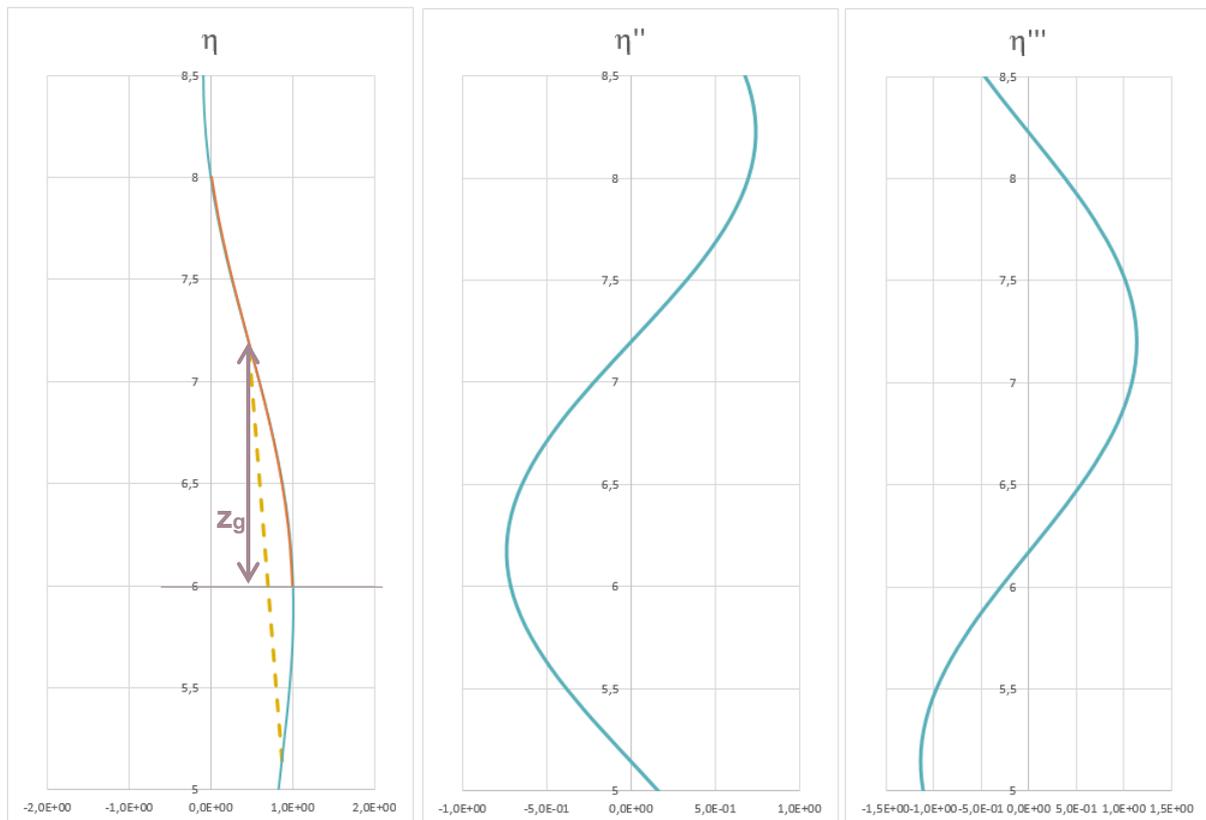
(i) Profilé 48,3 mm x 2,9 mm

Méthode des courbures dans le poteau gauche entre 0 et 2 m :

On obtient :  $C_{nor,g} = 0,023$



Méthode des courbures dans le poteau gauche entre 6 et 8 m :  
 On obtient :  $C_{nor,g} = 0,023$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



Poteau gauche

Facteur de sollicitation

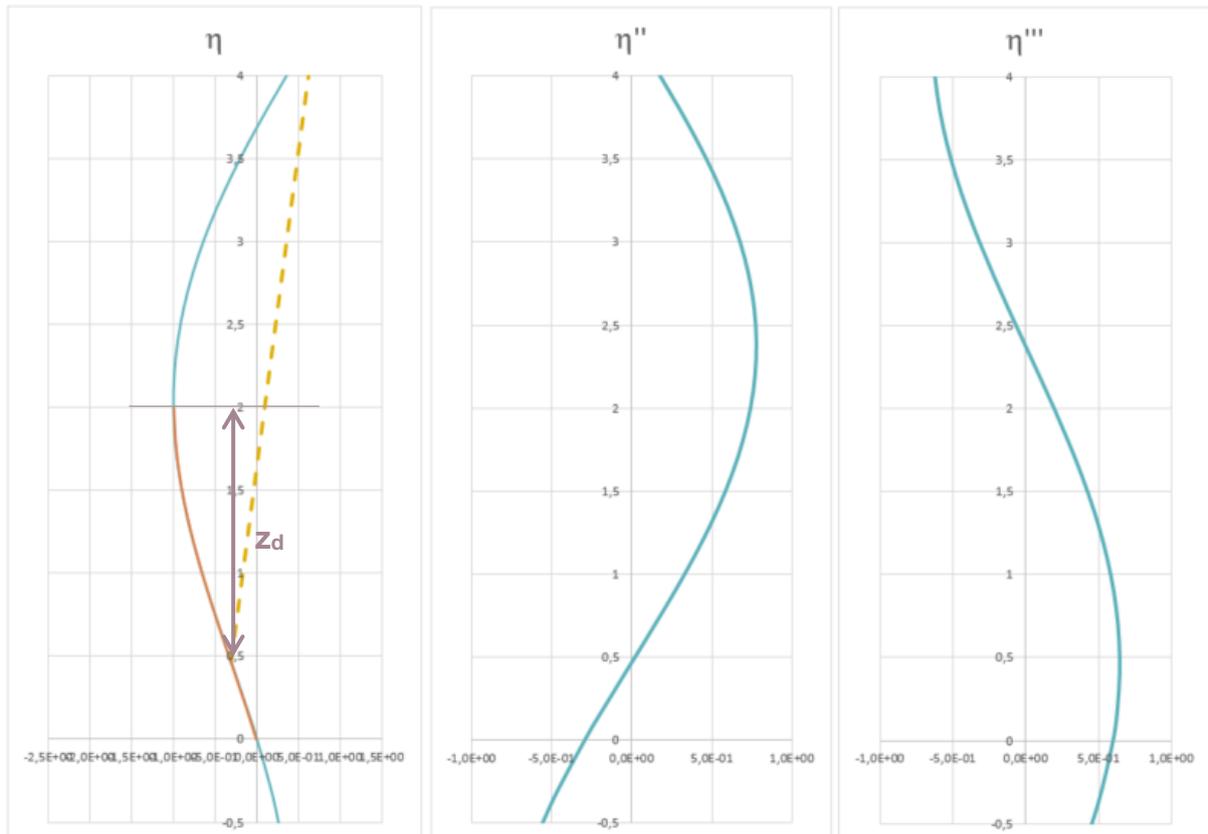
	Poteau gauche entre 0 et 2 m	Poteau gauche entre 6 et 8 m
Section	48,3 mm x 2,9 mm	48,3 mm x 2,9 mm
$N_{Ed}$ (kN)	34,440	34,860
$N_{Rd}$ (kN)	132,352	132,352
$e_0$ (mm)	7,338	7,287
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	0,753	0,757
$l_f$ (m)	2,068	2,056
$z$ (m)	1,194	1,198
$C_{nor}$	0,023	0,023
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,776	<b>0,779</b>

Pour le profilé 48,3 mm x 2,9 mm, la zone de calcul retenue sera située dans le poteau gauche entre 6 et 8 m.

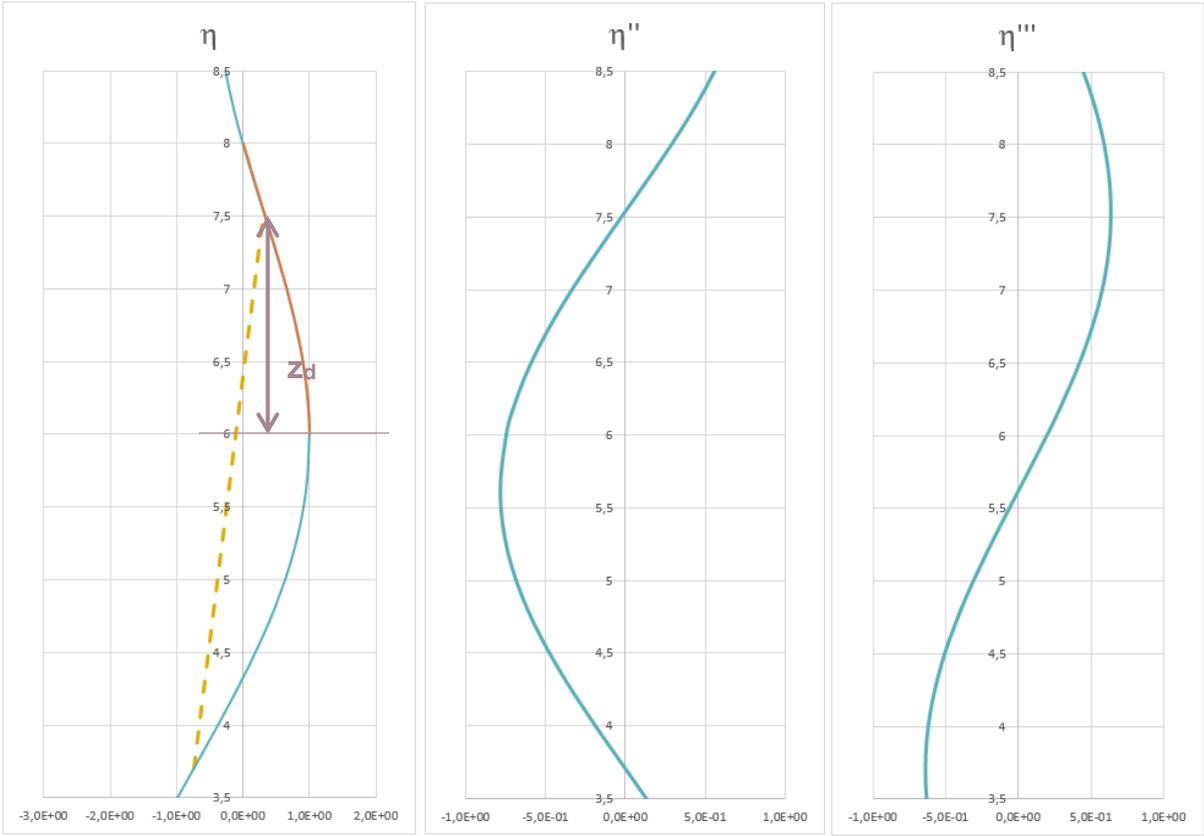
(ii) Profilé 60 mm x 6 mm

Méthode des courbures dans le poteau droit entre 0 et 2 m :

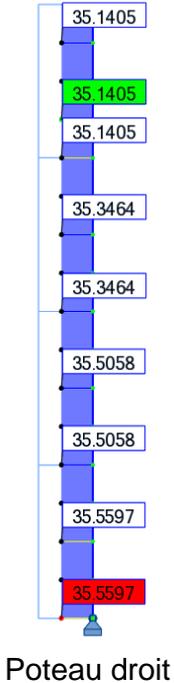
On obtient :  $C_{nor,d} = 0,012$



Méthode des courbures dans le poteau droit entre 6 et 8 m :  
 On obtient :  $C_{nor,d} = 0,012$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



## Facteurs de sollicitation

	Poteau droit entre 0 et 2 m	Poteau droit entre 6 et 8 m
Section	60 mm x 6 mm	60 mm x 6 mm
$N_{Ed}$ (kN)	35,560	35,141
$N_{Rd}$ (kN)	325,728	325,728
$e_0$ (mm)	13,662	13,750
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	1,447	1,457
$l_f$ (m)	3,814	3,836
$z$ (m)	1,536	1,537
$C_{nor}$	0,012	0,012
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,454	<b>0,455</b>

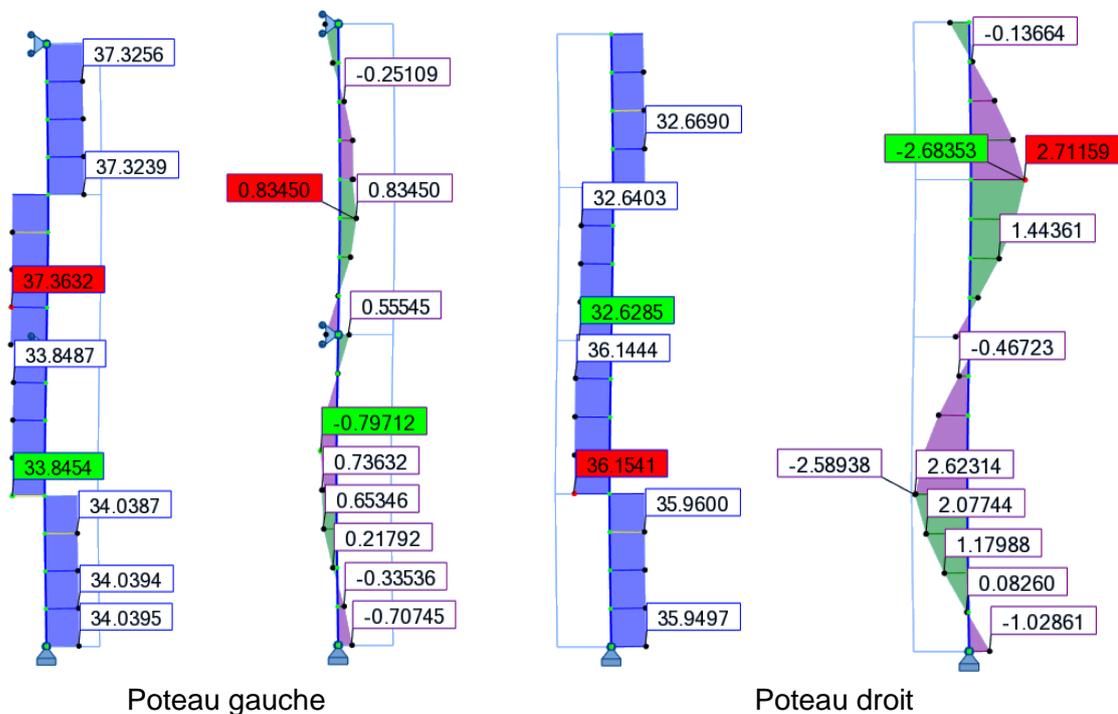
Pour le profilé 60 mm x 6 mm, la zone de calcul retenue sera située dans le poteau droit entre 6 et 8 m.

### (iii) Conclusion sur la zone de détermination des I.I.

La comparaison du coefficient de normalisation  $C_{nor}$  dans chaque zone de F.S. maximal pour chaque profilé, permet d'identifier le coefficient de normalisation  $C_{nor}$  dans le poteau gauche (entre 6 et 8 m). La zone de calcul sera considérée à cet endroit.

### Vérification de l'échafaudage de façade avec la modélisation des imperfections initiales

### Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade sous le chargement complet avec I.I.



## Vérification de la structure

	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	48,3 mm x 2,9 mm	60 mm x 6 mm
$N_{Ed}$ (kN)	37,359	32,635
$M_{Ed}^H$ (kN.m)	0,835	2,711
$N_{Rd}$ (kN)	132,352	325,728
$M_{pl,Rd}$ (kN)	1,915	5,622
$M_{N,Rd}$ (kN)	1,730	5,552
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,482</b>	<b>0,488</b>

### **(c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires**

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

<b>Normalisation à partir du poteau gauche</b>		
	Poteau gauche	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	0,482	0,488
Sans modélisation des I.I.	<b>0,455 (-5,9%)</b>	<b>0,138 (-71,7%)</b>

Dans cet exemple, la vérification sans modélisation des I.I. donne des résultats non sécuritaires par rapport à la vérification avec modélisation des I.I. En effet, sans modélisation des I.I., il n'est pas possible de prévoir l'influence que peuvent avoir les poteaux entre eux. C'est pourquoi, dans le cas d'une structure avec plusieurs profilés, la vérification sans modélisation des I.I. n'est pas possible.

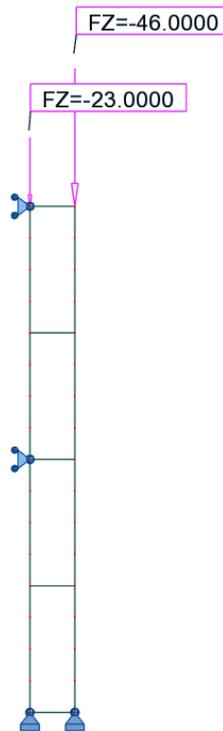
## IX.4.7. Échafaudage de façade – Géométrie et chargement asymétriques

### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales

#### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

##### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux gauches sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 mm x 2,9 mm et les poteaux droits sont réalisés avec des tubes circulaires 60 mm x 6 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 2,9 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 2,9 mm
Aire de la section	A = 4,136 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 10,700 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 5,985 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,431 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa
<b>Section 60x6 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 60 mm t = 6 mm
Aire de la section	A = 10,179 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 37,560 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 17,568 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 12,520 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{60}{6} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

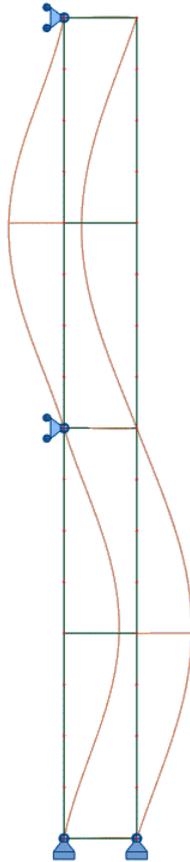
→ Section de classe 1

### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



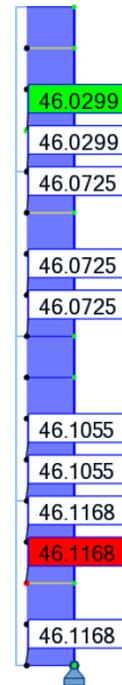
Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,52$

## Choix de la zone de calcul de l'instabilité

Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



Poteau gauche



Poteau droit

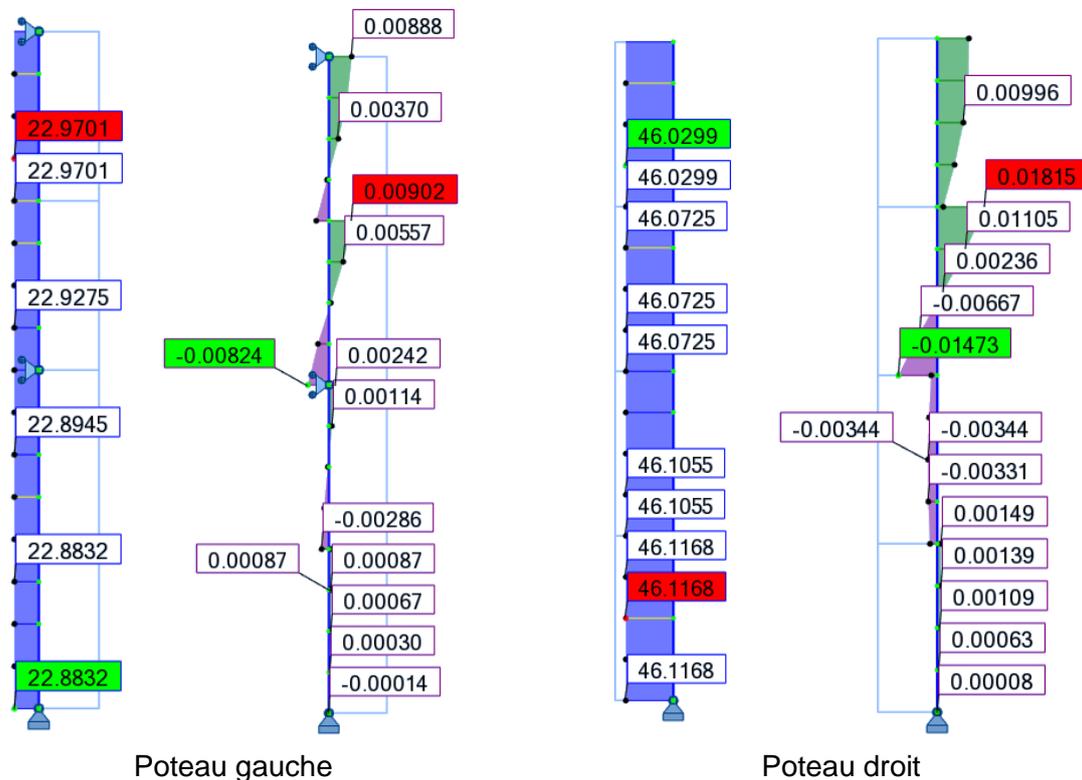
Choix de la zone de calcul

	Poteau gauche entre 6 et 8 m	Poteau droit entre 0 et 2 m
Section	48,3 mm x 2,9 mm	60 mm x 6 mm
$N_{Ed}$ (kN)	22,970	46,117
$N_{Rd}$ (kN)	132,352	325,728
$N_{cr}$ (kN)	35,017	70,303
$\bar{\lambda}$	1,944	2,153
$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}}$	0,524	0,474
$F.S. \text{ plastique non linéaire} = \frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* N_{Rd}}$	<b>0,331</b>	0,299

Le facteur de sollicitation maximal de l'échafaudage de façade, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est localisé dans le poteau gauche entre 6 et 8 m. La zone de calcul sera considérée dans le poteau gauche.

## Vérification de l'échafaudage de façade sans la modélisation des imperfections initiales

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade sous le chargement complet



### Vérification de la structure

D'après les calculs réalisés pour le choix de la zone de calcul, on a :  $\chi_{pl,non,lin}^* = 0,524$  pour l'ensemble de la structure. La vérification de l'échafaudage s'effectue maintenant en tenant compte également de la distribution du moment fléchissant dû au chargement transversal.

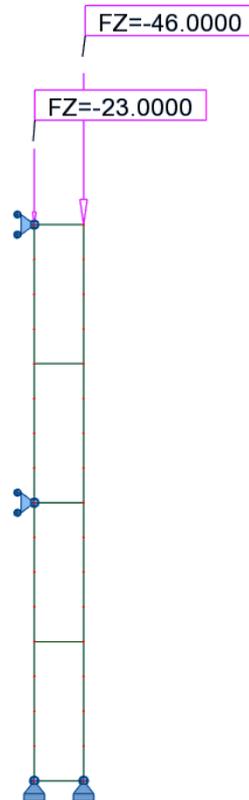
	Poteau gauche	Poteau droit
Section	48,3 mm x 2,9 mm	60 mm x 6 mm
$N_{Ed}$ (kN)	22,970	46,117
$M_{trans}^{II}$ (kN.m)	0,009	0,001
$N_{Rd}$ (kN)	132,352	325,728
$M_{pl,Rd}$ (kN)	1,915	5,622
$M_{N,Rd}$ (kN)	1,845	5,483
$\chi_{pl,non,lin}^*$	0,524	0,524
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,336</b>	<b>0,112</b>

## (b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux gauches sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 mm x 2,9 mm et les poteaux droits sont réalisés avec des tubes circulaires 60 mm x 6 mm.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 2,9 mm</b>	
Dimensions de la section	$d = 48,3 \text{ mm}$ $t = 2,9 \text{ mm}$
Aire de la section	$A = 4,136 \text{ cm}^2$
Moment d'inertie	$I_y = I_z = 10,700 \text{ cm}^4$
Module plastique de la section	$W_{pl,y} = W_{pl,z} = 5,985 \text{ cm}^3$
Module élastique de la section	$W_{el,y} = W_{el,z} = 4,431 \text{ cm}^3$
Module d'élasticité longitudinal	$E = 210\,000 \text{ MPa}$
Limite d'élasticité	$f_y = 320 \text{ MPa}$
<b>Section 60x6 mm</b>	
Dimensions de la section	$d = 60 \text{ mm}$ $t = 6 \text{ mm}$
Aire de la section	$A = 10,179 \text{ cm}^2$
Moment d'inertie	$I_y = I_z = 37,560 \text{ cm}^4$
Module plastique de la section	$W_{pl,y} = W_{pl,z} = 17,568 \text{ cm}^3$
Module élastique de la section	$W_{el,y} = W_{el,z} = 12,520 \text{ cm}^3$
Module d'élasticité longitudinal	$E = 210\,000 \text{ MPa}$
Limite d'élasticité	$f_y = 320 \text{ MPa}$

### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{60}{6} = 10$$

Limite classe 1 :  $50\epsilon^2 = 36,719$

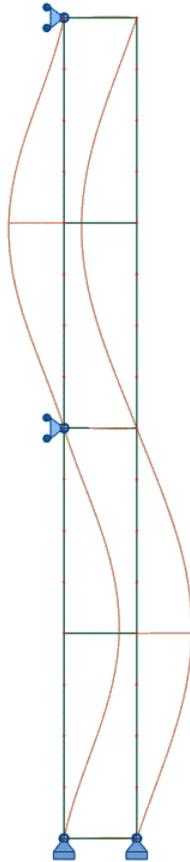
→ Section de classe 1

### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



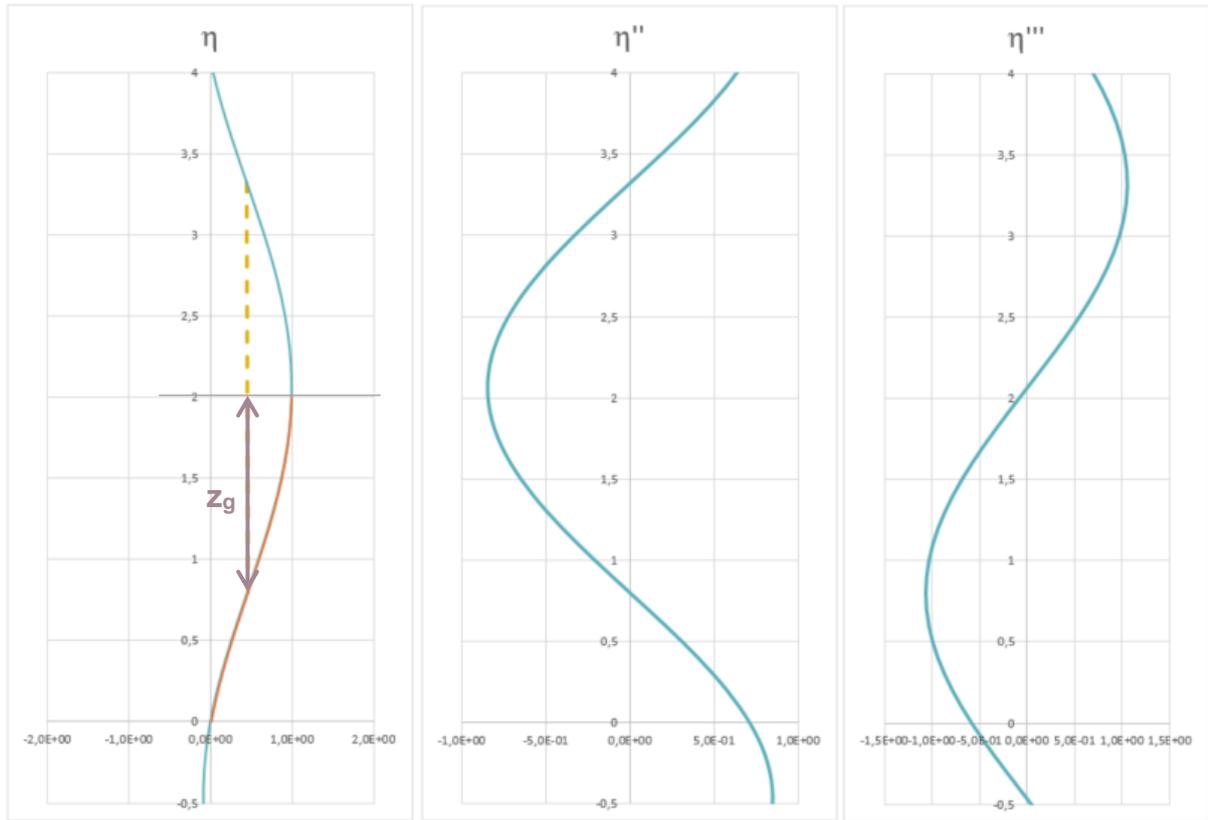
Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,52$

### ***Choix de la zone de calcul des imperfections initiales***

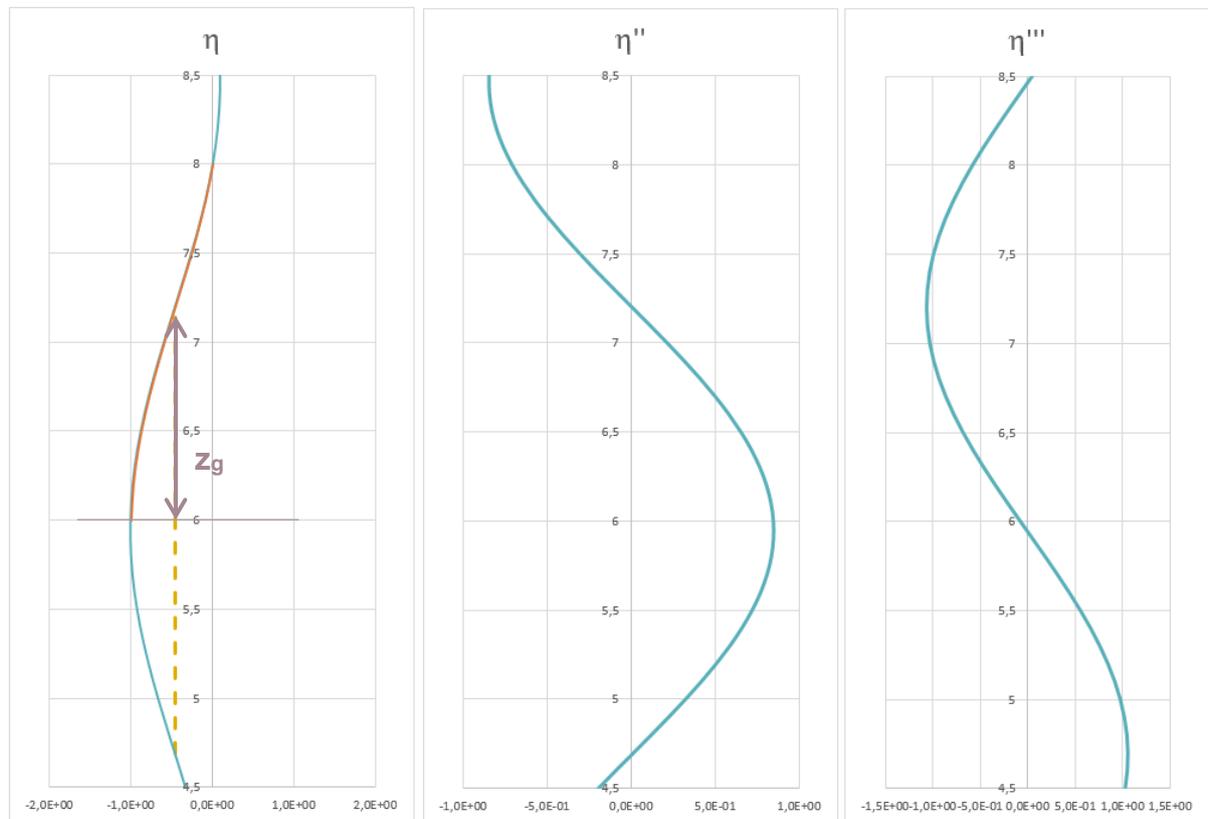
(i) Profilé 48,3 mm x 2,9 mm

Méthode des courbures dans le poteau gauche entre 0 et 2 m :

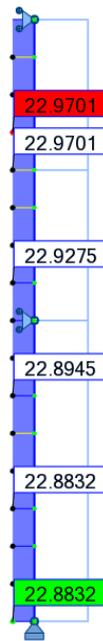
On obtient :  $C_{nor,g} = 0,017$



Méthode des courbures dans le poteau gauche entre 6 et 8 m :  
 On obtient :  $C_{nor,g} = 0,017$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



Poteau gauche

Facteurs de sollicitation

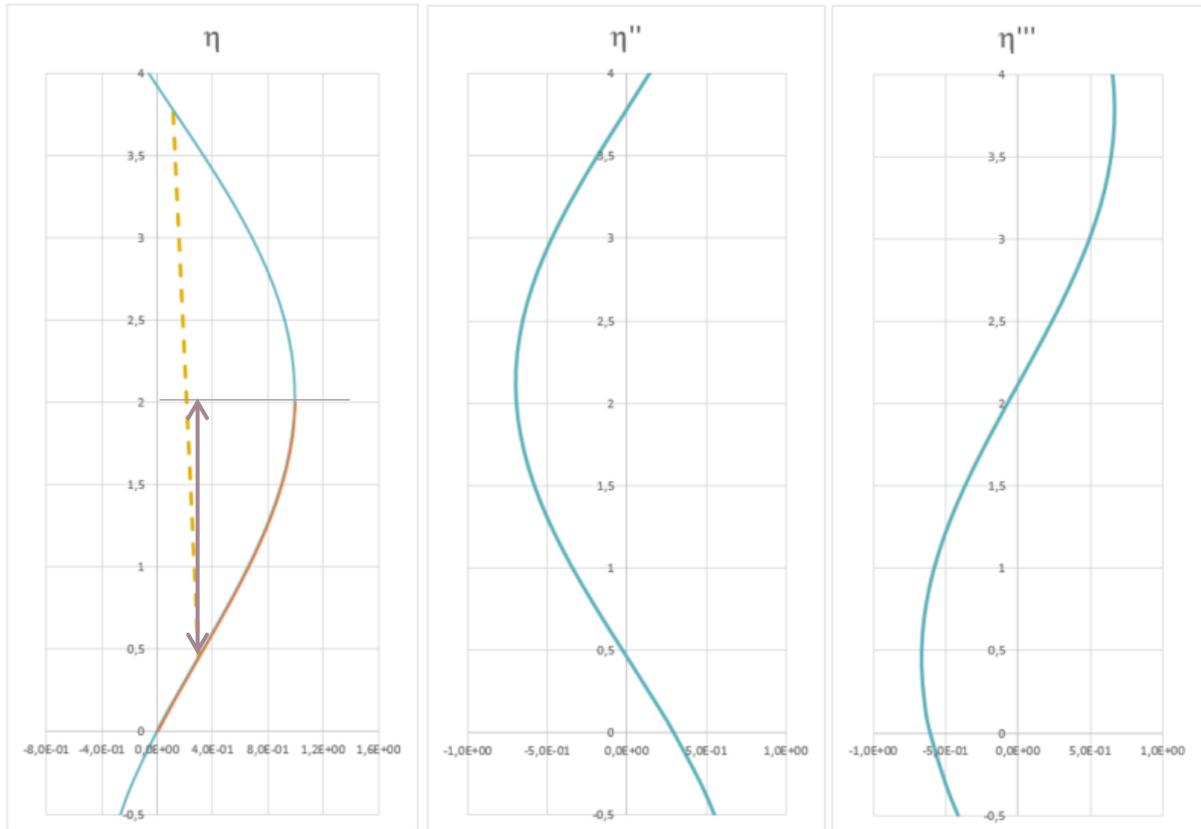
	Poteau gauche entre 0 et 2 m	Poteau gauche entre 6 et 8 m
Section	48,3 mm x 2,9 mm	48,3 mm x 2,9 mm
$N_{Ed}$ (kN)	22,883	22,970
$N_{Rd}$ (kN)	132,352	132,352
$e_0$ (mm)	9,157	9,156
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	0,610	0,611
$l_f$ (m)	2,521	2,517
$z$ (m)	1,201	1,204
$C_{nor}$	0,017	0,017
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,602	<b>0,604</b>

Pour le profilé 48,3 mm x 2,9 mm, la zone de calcul retenue sera située dans le poteau gauche entre 6 et 8 m.

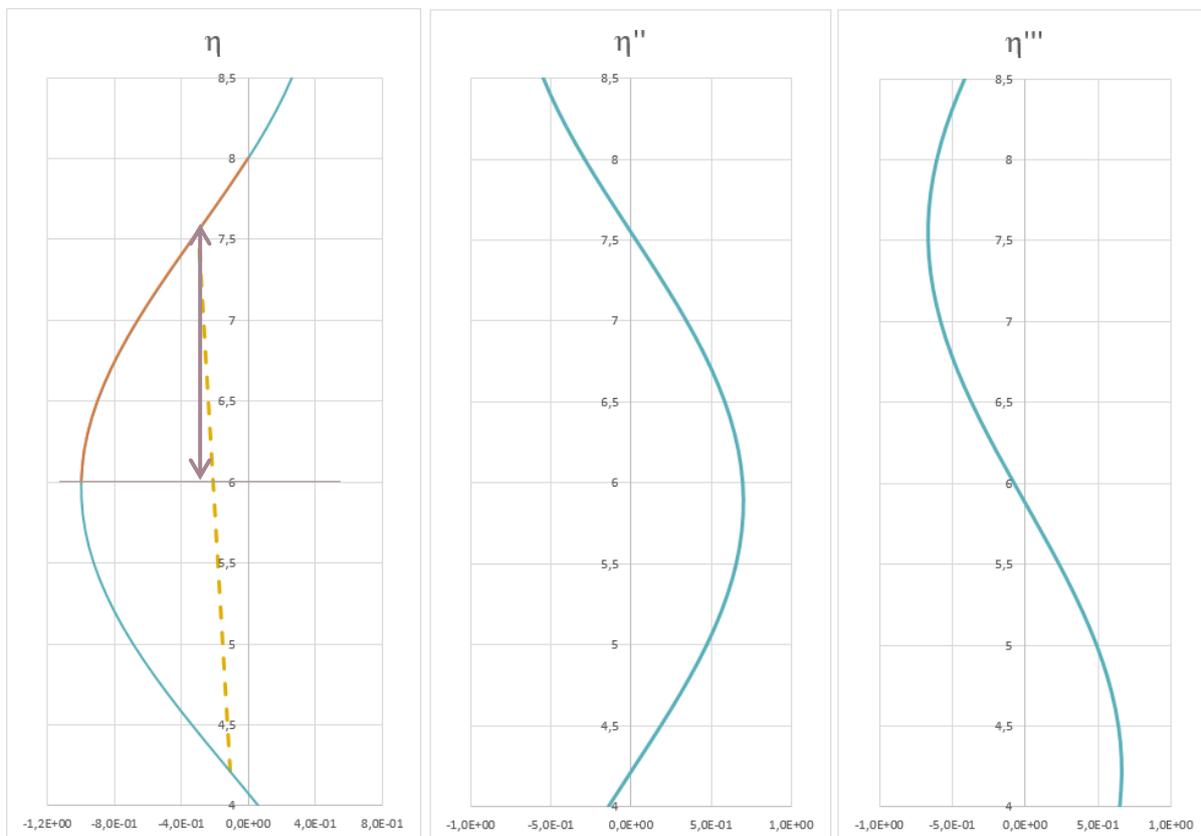
(ii) Profilé 60 mm x 6 mm

Méthode des courbures dans le poteau droit entre 0 et 2 m :

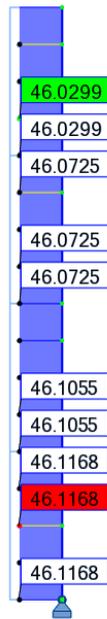
On obtient :  $C_{nor,d} = 0,015$



Méthode des courbures dans le poteau droit entre 6 et 8 m :  
 On obtient :  $C_{nor,d} = 0,015$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



Poteau droit

Facteurs de sollicitation

	Poteau droit entre 0 et 2 m	Poteau droit entre 6 et 8 m
Section	60 mm x 6 mm	60 mm x 6 mm
$N_{Ed}$ (kN)	46,117	46,030
$N_{Rd}$ (kN)	325,728	325,728
$e_0$ (mm)	11,767	11,780
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	1,577	1,579
$l_f$ (m)	3,328	3,331
$z$ (m)	1,544	1,546
$C_{nor}$	0,015	0,015
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,533	0,533

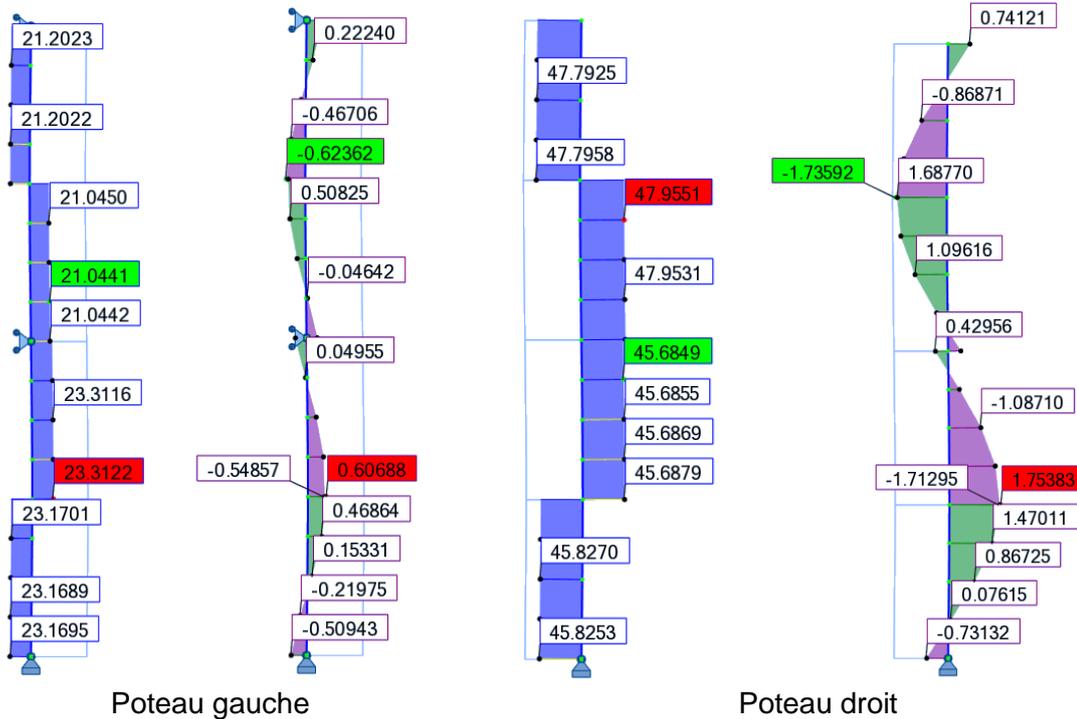
Pour le profilé 60 mm x 6 mm, la zone de calcul retenue sera située dans le poteau droit entre 6 et 8 m ou entre 0 et 2 m.

(iii) Conclusion sur la zone de détermination des I.I.

La comparaison du coefficient de normalisation  $C_{nor}$  dans chaque zone de F.S. maximal pour chaque profilé, permet d'identifier le coefficient de normalisation  $C_{nor}$  dans le poteau gauche (entre 6 et 8 m). La zone de calcul sera considérée à cet endroit.

## Vérification de l'échafaudage de façade avec la modélisation des imperfections initiales

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade sous le chargement complet avec I.I.



### Vérification de la structure

	Poteau gauche	Poteau droit
Section	48,3 mm x 2,9 mm	60 mm x 6 mm
$N_{Ed}$ (kN)	21,202	45,827
$M_{Ed}^I$ (kN.m)	0,624	1,754
$N_{Rd}$ (kN)	132,352	325,728
$M_{pl,Rd}$ (kN)	1,915	5,622
$M_{N,Rd}$ (kN)	1,855	5,485
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,336</b>	<b>0,320</b>

### (c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

Normalisation à partir du poteau gauche		
	Poteau gauche	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	0,336	0,320
Sans modélisation des I.I.	0,336 (0%)	<b>0,112 (-65%)</b>

Dans cet exemple, la vérification sans modélisation des I.I. donne des résultats non sécuritaires par rapport à la vérification avec modélisation des I.I. En effet, sans modélisation des I.I., il n'est pas possible de prévoir l'influence que peuvent avoir les poteaux entre eux. C'est pourquoi, dans le cas d'une structure avec plusieurs profilés, la vérification sans modélisation des I.I. n'est pas possible.

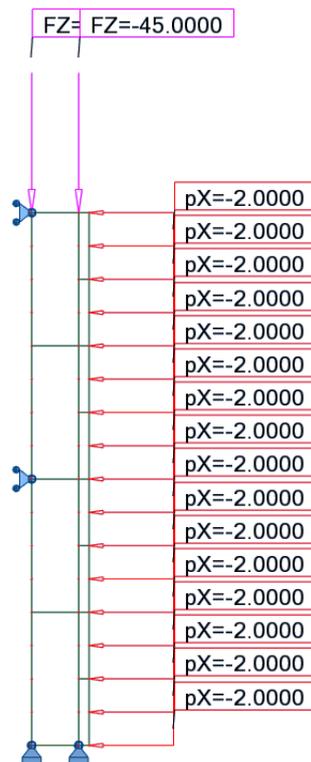
## IX.4.8. Échafaudage de façade renforcé – Chargement symétrique

### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales

#### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

##### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade renforcé, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 x 3,2 mm. Le poteau droit est renforcé avec un second poteau attaché tous les 1m. Le chargement vertical est identique sur les deux poteaux.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 3,2 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 3,2 mm
Aire de la section	A = 4,534 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 11,586 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 6,520 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,798 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{3,2} = 15,09$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

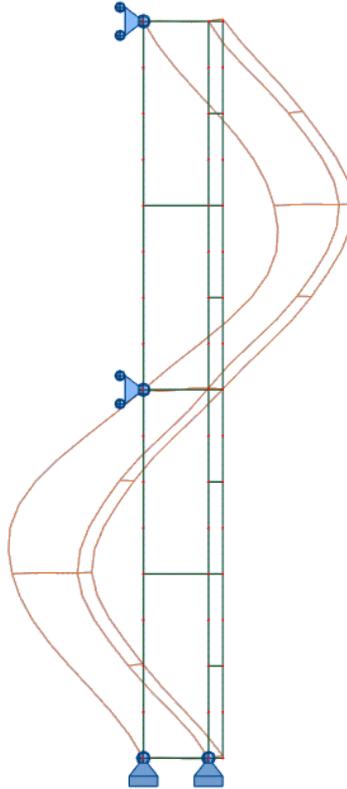
→ Section de classe 1

Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

Analyse des modes d'instabilité

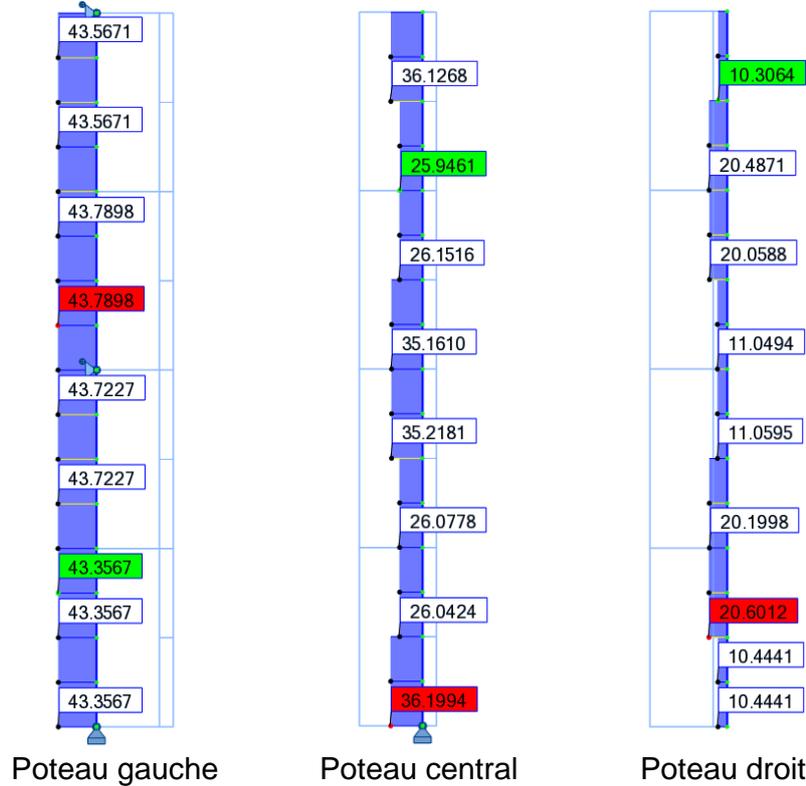
Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,74$

## Choix de la zone de calcul de l'instabilité

Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



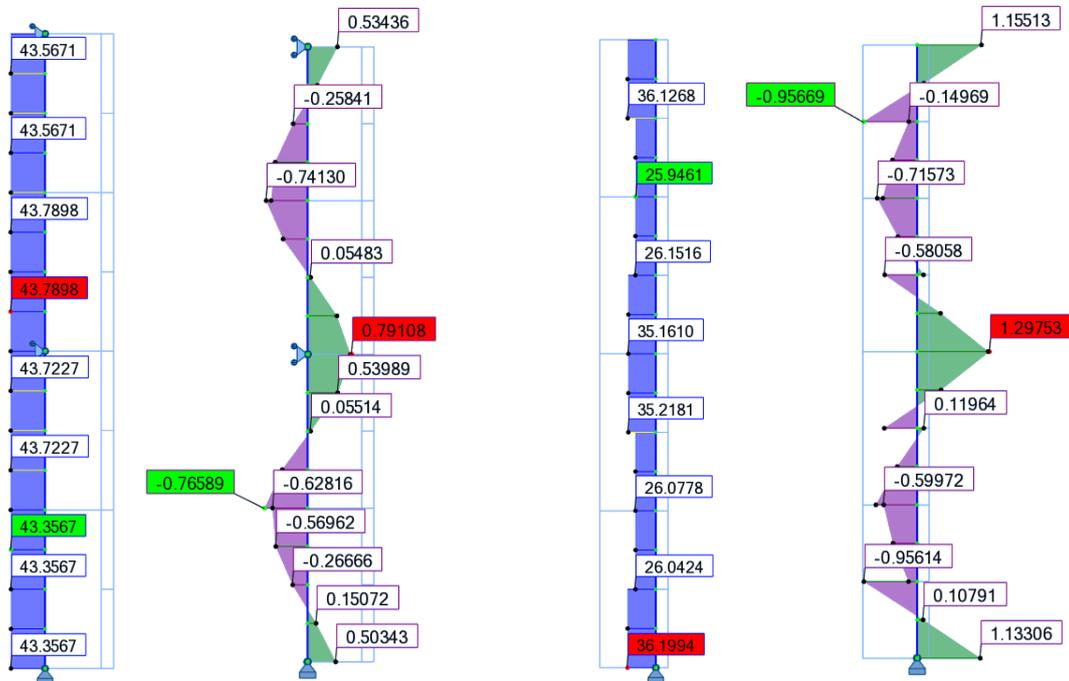
Choix de la zone de calcul

	Poteau gauche entre 4 et 6 m	Poteau droit Entre 7 et 8 m
	Zone avec N <sub>Ed</sub> max	Zone avec N <sub>cr</sub> min
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
N <sub>Ed</sub> (kN)	43,790	10,306
N <sub>Rd</sub> (kN)	145,088	145,088
N <sub>cr</sub> (kN)	76,211	17,937
$\bar{\lambda}$	1,380	2,844
$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}}$	0,890	0,443
F.S.plastique non linéaire = $\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* N_{Rd}}$	<b>0,339</b>	0,160

Le facteur de sollicitation maximal de l'échafaudage renforcé, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est localisé dans le poteau gauche entre 4 et 6 m. La zone de calcul sera donc considérée dans le poteau gauche entre 4 et 6 m.

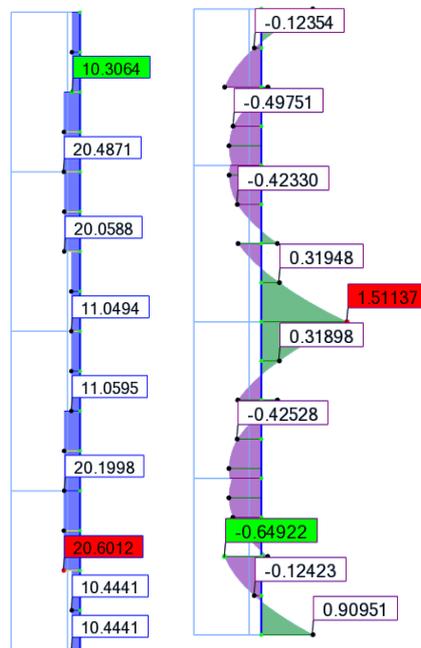
# Vérification de l'échafaudage de façade renforcé sans la modélisation des imperfections initiales

## Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade renforcé sous le chargement complet



Poteau gauche

Poteau central



Poteau droit

### Vérification de la structure

D'après les calculs réalisés pour le choix de la zone de calcul, on a :  $\chi_{pl,non,lin}^* = 0,890$  pour l'ensemble de la structure.

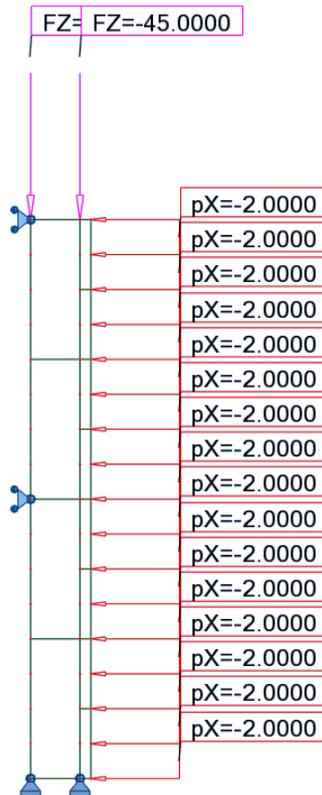
	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau central</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm	49,3x3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	43,723	35,218	11,060
$M_{trans}^{II}$ (kN.m)	0,791	1,298	1,511
$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088	145,088
$M_{pl,Rd}$ (kN)	2,086	2,086	2,086
$M_{N,Rd}$ (kN)	1,857	1,937	2,072
$\chi_{pl,non,lin}^*$	0,890	0,890	0,890
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,765</b>	<b>0,995</b>	<b>1,034</b>

## (b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade renforcé, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 x 3,2 mm. Le poteau droit est renforcé avec un second poteau attaché tous les 1m. Le chargement vertical est identique sur les deux poteaux.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 3,2 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 3,2 mm
Aire de la section	A = 4,534 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 11,586 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 6,520 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,798 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{3,2} = 15,09$$

$$\text{Limite classe 1 : } 50\varepsilon^2 = 36,719$$

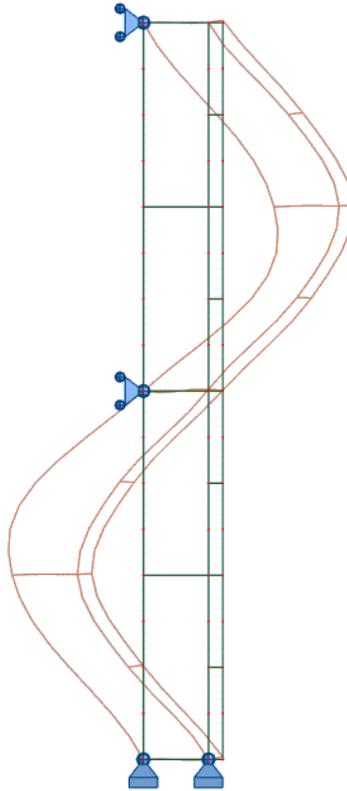
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :

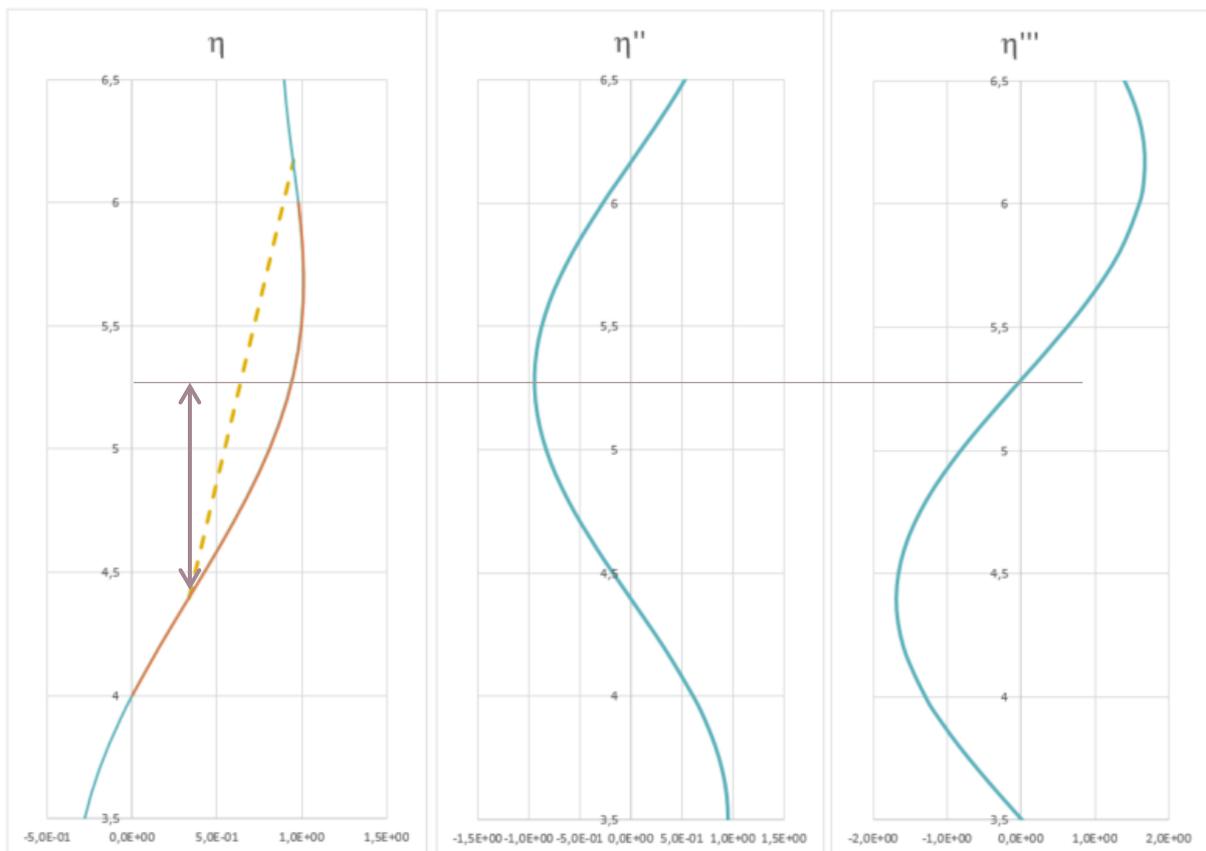


Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,74$

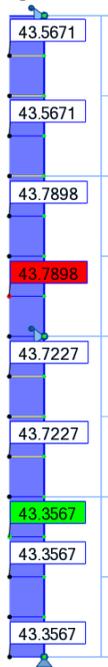
**Choix de la zone de calcul des imperfections initiales**

Calcul des I.I. à partir du poteau gauche entre 4 et 6 m (Zone avec  $N_{Ed}$  max) :

On obtient :  $C_{nor,g} = 0,020$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



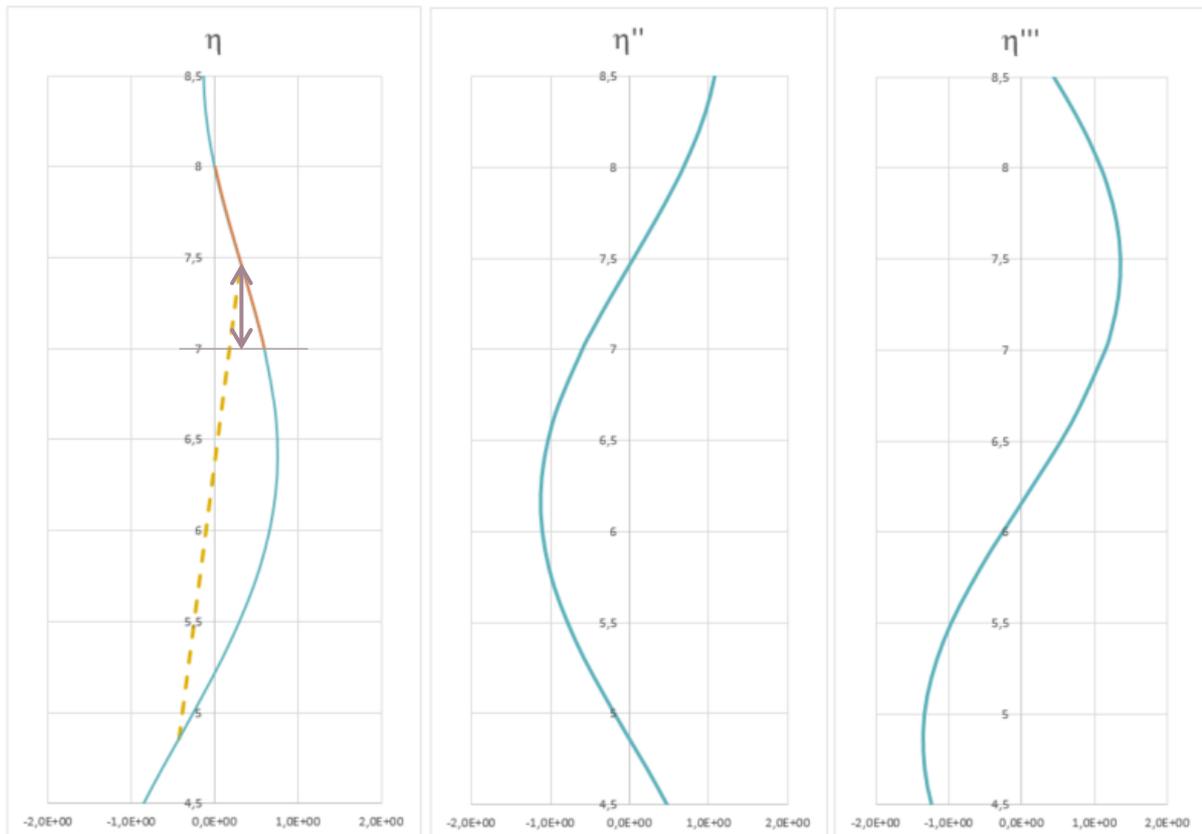
Poteau gauche

## Facteurs de sollicitation

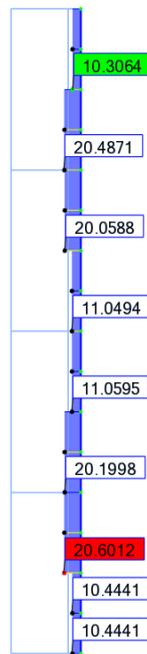
		Poteau gauche entre 4 et 6 m
Section		48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)		43,790
$N_{Rd}$ (kN)		145,088
$e_0$ (mm)		6,117
$M_{inst}^II = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,630
$l_f$ (m)		1,775
$z$ (m)		0,888
$\text{F.S. élastique} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^II}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$		<b>0,712</b>

Calcul des I.I. à partir du poteau droit entre 7 et 8 m (Zone avec  $N_{cr}$  min) :

On obtient :  **$C_{nor,d} = 0,012$**



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



Poteau droit

Facteurs de sollicitation

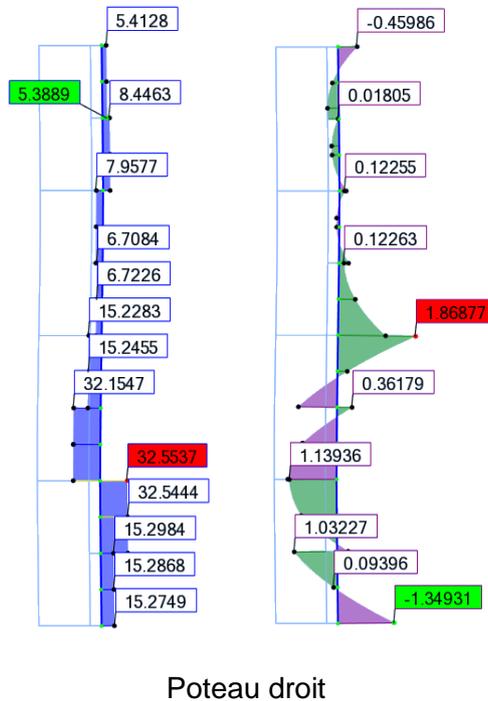
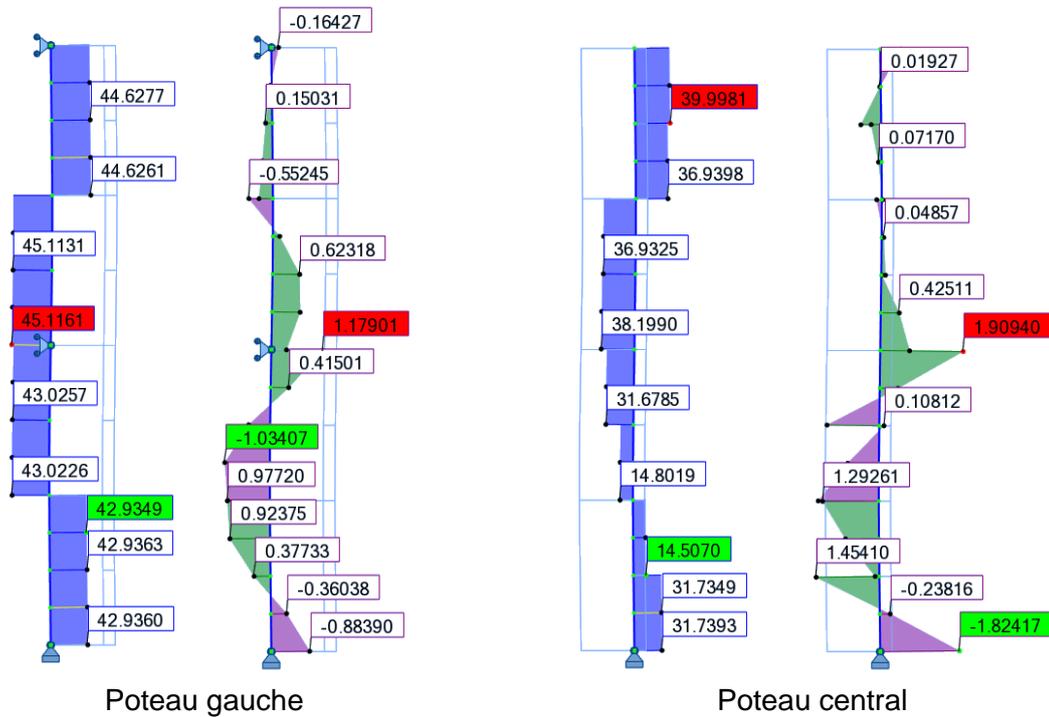
		<b>Poteau droit entre 7 et 8 m</b>
Section		48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)		10,306
$N_{Rd}$ (kN)		145,088
$e_0$ (mm)		9,497
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,230
$l_f$ (m)		2,614
$z$ (m)		0,469
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$		0,151

Conclusion sur la zone de détermination des I.I.

La structure étant composée uniquement d'un seul profilé, la zone de calcul sera celle dont le facteur de sollicitation est maximal. On constate que le facteur de sollicitation, dû aux imperfections initiales (modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est obtenu dans le poteau gauche entre 4 et 6 m. La zone de calcul sera donc considérée dans le poteau gauche entre 4 et 6 m.

## Vérification de l'échafaudage de façade renforcé avec la modélisation des imperfections initiales

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade renforcé sous le chargement complet avec I.I.



## Vérification de la structure

	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau central</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	43,025	31,679	15,246
$M_{Ed}^{II}$ (kN.m)	1,179	1,909	1,869
$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088	145,088
$M_{pl,Rd}$ (kN)	2,086	2,086	2,086
$M_{N,Rd}$ (kN)	1,864	1,965	2,058
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,632</b>	<b>0,972</b>	<b>0,908</b>

### **(c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires**

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

	Poteau gauche	Poteau central	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	0,632	0,972	0,908
Sans modélisation des I.I.	0,765 (+21,0%)	0,995 (+2,4%)	1,034 (+13,9%)

Les écarts observés avec le calcul sans modélisation des I.I. sont dus au fait que l'on ajoute le moment d'instabilité et le moment des charges transversales, alors que ceux-ci ne sont pas situés au même endroit dans la structure (travée et appui). Le calcul place cependant en sécurité.

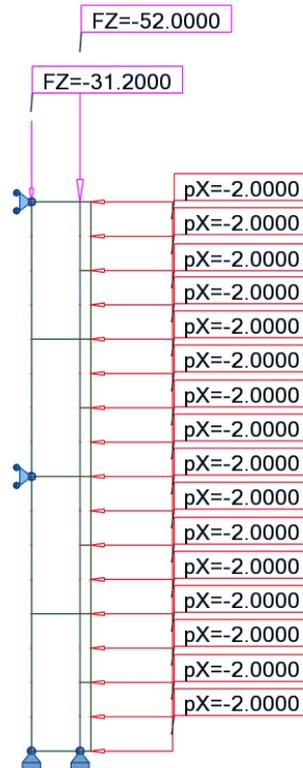
## IX.4.9. Échafaudage de façade renforcé – Chargement asymétrique

### (a) Vérification sans la modélisation des imperfections initiales

#### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

##### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade renforcé, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 x 3,2 mm. Le poteau droit est renforcé avec un second poteau attaché tous les 1m.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 3,2 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 3,2 mm
Aire de la section	A = 4,534 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 11,586 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 6,520 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,798 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{3,2} = 15,09$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

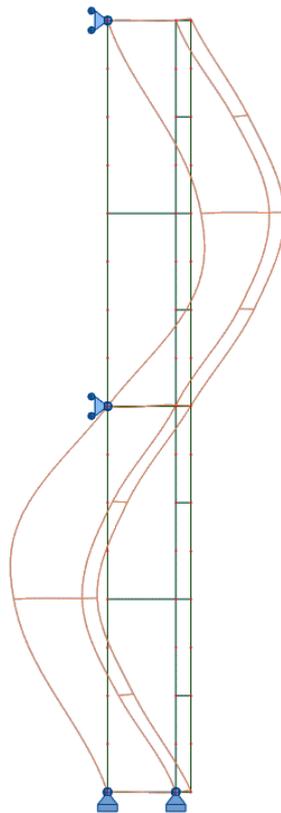
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

### Analyse des modes d'instabilité

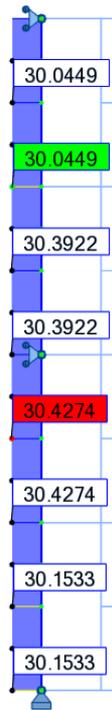
Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :



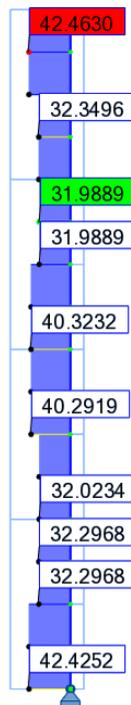
Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,90$

## Choix de la zone de calcul de l'instabilité

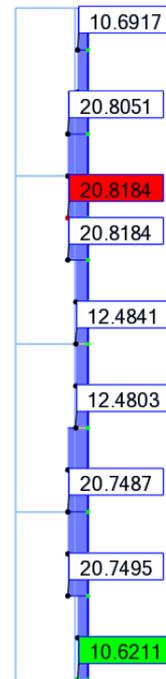
Effort normal au 2<sup>nd</sup> ordre sous le chargement complet



Poteau gauche



Poteau central



Poteau droit

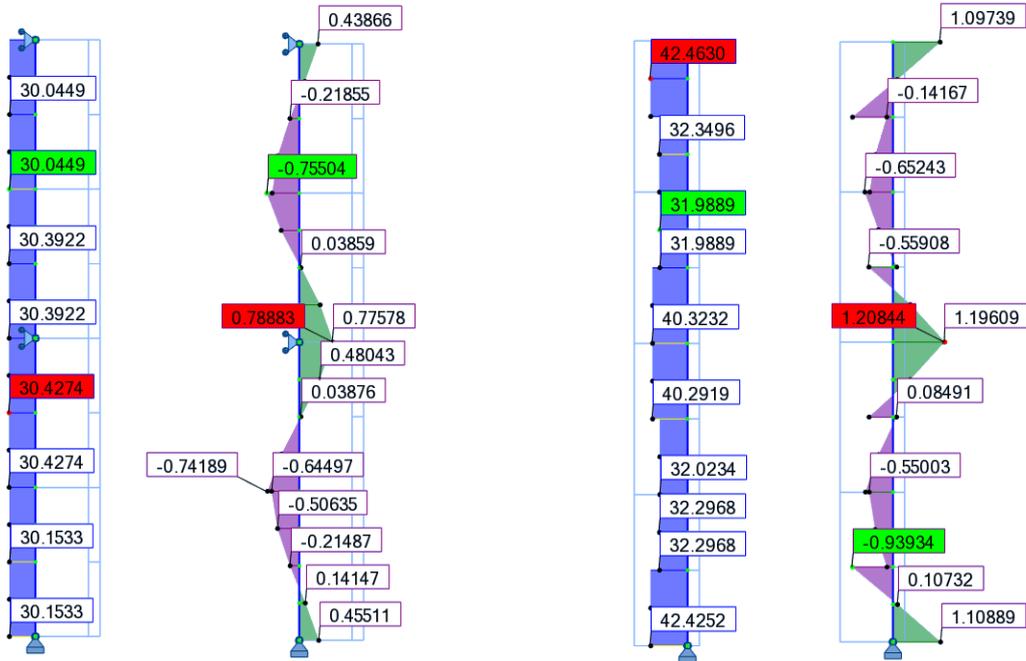
## Choix de la zone de calcul

	Poteau central entre 7 et 8 m	Poteau droit entre 7 et 8 m
	Zone avec N <sub>Ed</sub> max	Zone avec N <sub>cr</sub> min
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
N <sub>Ed</sub> (kN)	42,463	10,621
N <sub>Rd</sub> (kN)	145,088	145,088
N <sub>cr</sub> (kN)	80,623	20,166
$\bar{\lambda}$	1,342	2,682
$\chi_{pl,non,lin}^* = \frac{1}{\alpha(\bar{\lambda}-0,2) \cdot \frac{M_{el,Rd}}{M_{pl,Rd}} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right)} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr}-1}}$	1,031	0,525
F.S.plastique non linéaire = $\frac{N_{Ed}}{\chi_{pl,non,lin}^* N_{Rd}}$	<b>0,284</b>	0,139

Le facteur de sollicitation maximal de l'échafaudage renforcé, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est localisé dans le poteau central entre 7 et 8 m. La zone de calcul sera donc considérée dans le poteau central entre 7 et 8 m.

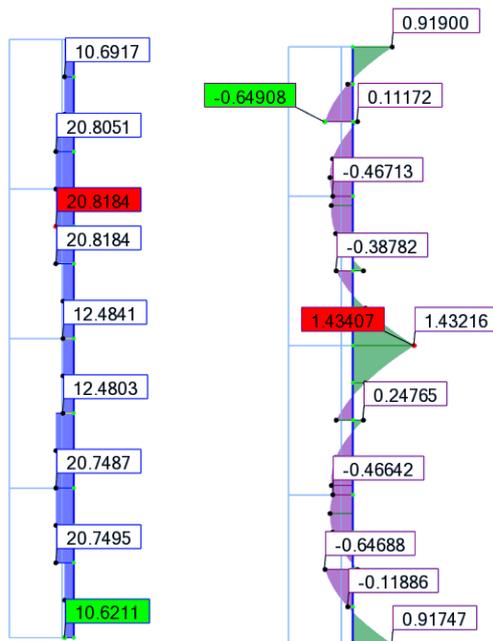
**Vérification de l'échafaudage de façade renforcé sans la modélisation des imperfections initiales**

**Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade renforcé sous le chargement complet**



Poteau gauche

Poteau central



Poteau droit

### Vérification de la structure

D'après les calculs réalisés pour le choix de la zone de calcul, on a :  $\chi_{pl,non,lin}^* = 1,031$  pour l'ensemble de la structure.

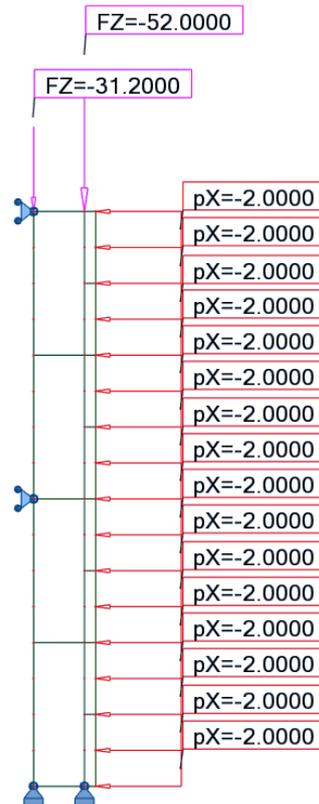
	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau central</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm	49,3x3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	30,392	40,292	12,480
$M_{trans}^{II}$ (kN.m)	0,789	1,208	1,434
$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088	145,088
$M_{pl,Rd}$ (kN)	2,086	2,086	2,086
$M_{N,Rd}$ (kN)	1,975	1,891	2,067
$\chi_{pl,non,lin}^*$	1,031	1,031	1,031
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,668</b>	<b>0,920</b>	<b>0,951</b>

## (b) Vérification avec la modélisation des imperfections initiales

### **Géométrie et caractéristiques au flambement**

#### Géométrie et chargement

L'échafaudage de façade renforcé, de 0,7m de largeur et 8 m de hauteur, est considéré bi-articulé. Les poteaux sont réalisés avec des tubes circulaires 48,3 x 3,2 mm. Le poteau droit est renforcé avec un second poteau attaché tous les 1m.



#### Caractéristiques de la section et matériaux

<b>Section 48,3 x 3,2 mm</b>	
Dimensions de la section	d = 48,3 mm t = 3,2 mm
Aire de la section	A = 4,534 cm <sup>2</sup>
Moment d'inertie	I <sub>y</sub> = I <sub>z</sub> = 11,586 cm <sup>4</sup>
Module plastique de la section	W <sub>pl,y</sub> = W <sub>pl,z</sub> = 6,520 cm <sup>3</sup>
Module élastique de la section	W <sub>el,y</sub> = W <sub>el,z</sub> = 4,798 cm <sup>3</sup>
Module d'élasticité longitudinal	E = 210 000 MPa
Limite d'élasticité	f <sub>y</sub> = 320 MPa

#### Classe de la section transversale

Le profilé est une section circulaire creuse.

$$\frac{d}{t} = \frac{48,3}{3,2} = 15,09$$

Limite classe 1 :  $50\varepsilon^2 = 36,719$

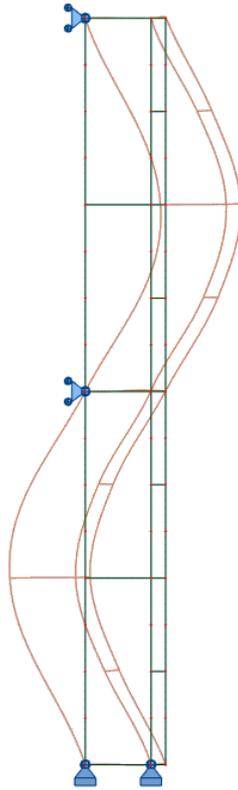
→ Section de classe 1

#### Choix du type d'analyse et du type de critère

Une analyse au 2<sup>nd</sup> ordre sera effectuée et les critères de résistance choisis seront des critères de résistance plastique non-linéaire.

#### Analyse des modes d'instabilité

Le premier mode de flambement de la structure est le suivant :

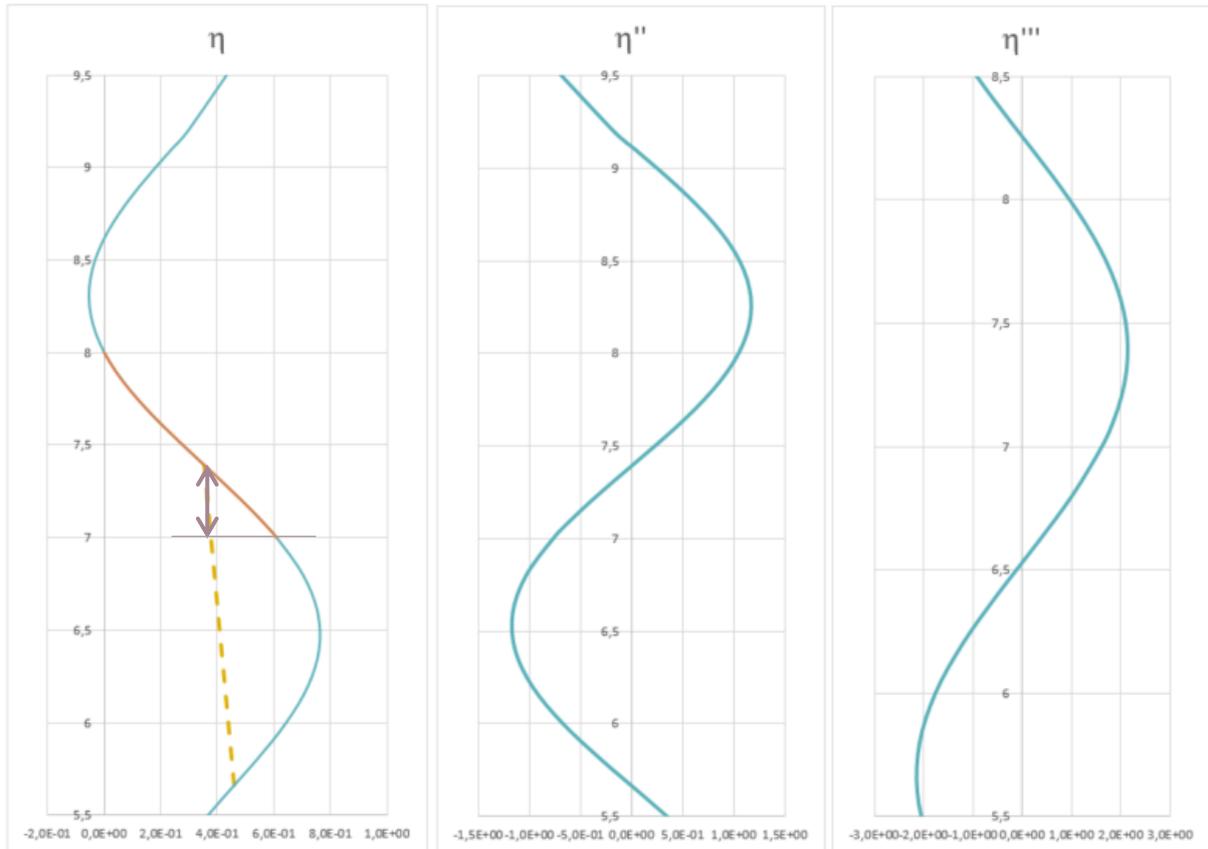


Coefficient critique :  $\alpha_{cr} = 1,90$

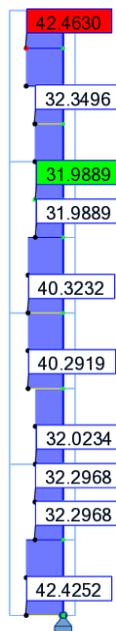
**Choix de la zone de calcul des imperfections initiales**

Calcul des I.I. à partir du poteau central entre 7 et 8 m (Zone avec  $N_{Ed}$  max) :

On obtient :  $C_{nor,c} = 0,017$



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



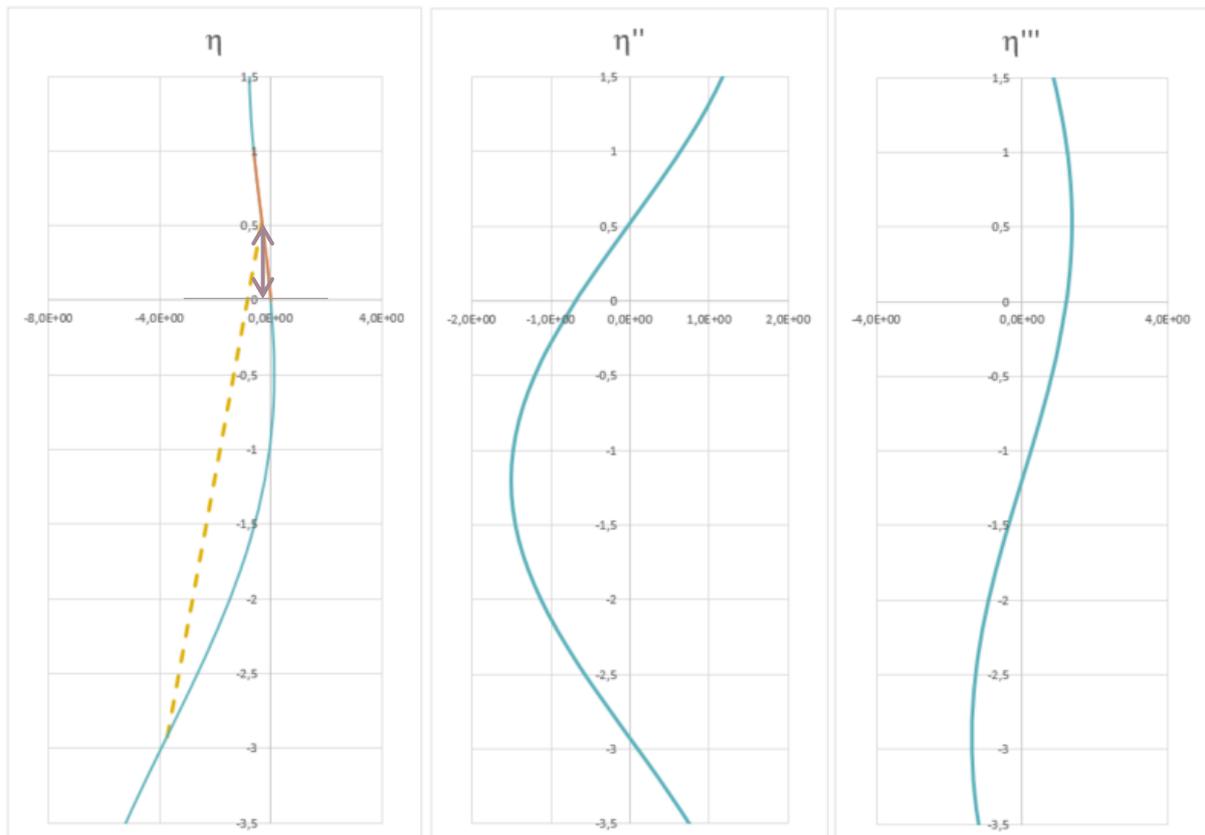
Poteau central

## Facteur de sollicitation

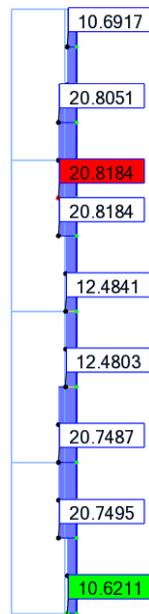
		Poteau central entre 7 et 8 m
Section		48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)		42,463
$N_{Rd}$ (kN)		145,088
$e_0$ (mm)		5,919
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)		0,531
$l_r$ (m)		1,7326
$z$ (m)		0,391
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_r}\right)$		<b>0,519</b>

Calcul des I.I. à partir du poteau droit entre 7 et 8 m (Zone avec  $N_{cr}$  min) :

On obtient :  **$C_{nor,d} = 0,007$**



Répartition de l'effort normal sous le chargement complet sans I.I.



Poteau droit

Facteur de sollicitation

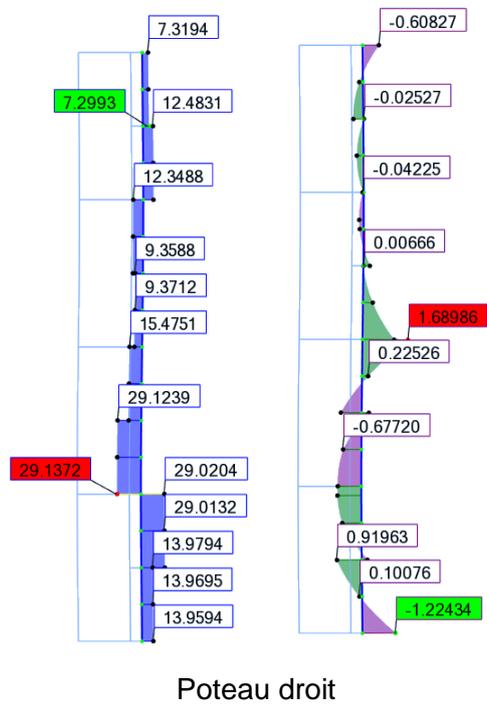
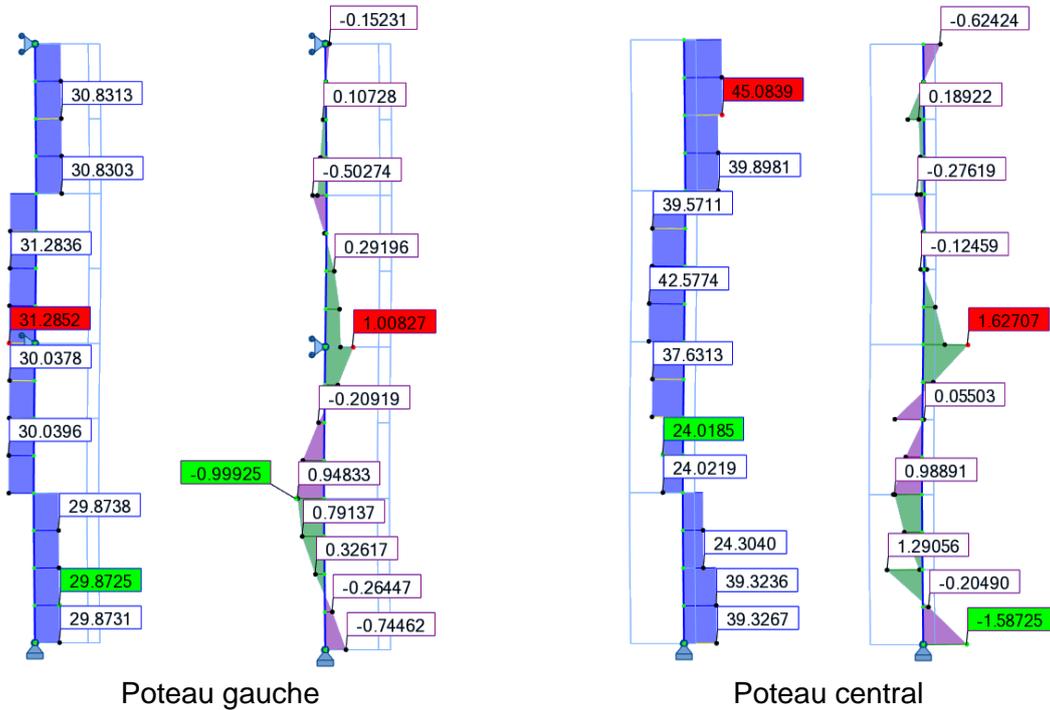
	<b>Poteau droit entre 7 et 8 m</b>
Section	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	10,692
$N_{Rd}$ (kN)	145,088
$e_0$ (mm)	12,871
$M_{inst}^{II} = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$ (kN.m)	0,289
$l_f$ (m)	3,451
$z$ (m)	0,526
F.S. élastique = $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}^{II}}{M_{el,Rd}} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{l_f}\right)$	0,160

Conclusion sur la zone de détermination des I.I.

La structure n'étant composée que d'un seul profilé, la zone de calcul sera celle dont le facteur de sollicitation est maximal. On constate que le facteur de sollicitation, dû aux imperfections initiales (modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est obtenu dans le poteau central entre 7 et 8 m. La zone de calcul sera donc considérée dans le poteau central entre 7 et 8 m.

**Vérification de l'échafaudage de façade renforcé avec la modélisation des imperfections initiales**

Sollicitations au 2<sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade renforcé sous le chargement complet avec I.I.



## Vérification de la structure

	<b>Poteau gauche</b>	<b>Poteau central</b>	<b>Poteau droit</b>
Section	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm	48,3 x 3,2 mm
$N_{Ed}$ (kN)	31,285	37,631	15,490
$M_{Ed}^{II}$ (kN.m)	1,008	1,627	1,690
$N_{Rd}$ (kN)	145,088	145,088	145,088
$M_{pl,Rd}$ (kN)	2,086	2,086	2,086
$M_{N,Rd}$ (kN)	1,968	1,916	2,057
<b>Critère plastique non lin.</b>	<b>0,512</b>	<b>0,849</b>	<b>0,821</b>

### **(c) Comparaison des critères plastiques non-linéaires**

Les critères plastiques non-linéaires obtenus sont les suivants :

	Poteau gauche	Poteau central	Poteau droit
Avec modélisation des I.I.	0,512	0,849	0,821
Sans modélisation des I.I.	0,668 (+30,5%)	0,920 (+8,4%)	0,951 (+15,8%)

Les écarts observés avec le calcul sans modélisation des I.I. sont dus au fait que l'on ajoute le moment d'instabilité et le moment des charges transversales, alors que ceux-ci ne sont pas situés au même endroit dans la structure (travée et appui). Le calcul place cependant en sécurité.

### IX.5. Seconde proposition d'écriture des critères de vérification des éléments comprimés fléchis

Dans le cadre de la collaboration avec le Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement, il a été demandé de développer des nouveaux critères, avec une écriture se rapprochant davantage de l'écriture des critères en résistance des matériaux, que de l'écriture actuelle des critères en instabilité.

À ces fins, l'utilisation des nouveaux coefficients de flambement a été abandonnée, au profit de l'utilisation d'un moment d'instabilité, jouant le même rôle que les coefficients de flambement, à savoir la prise en compte des imperfections initiales et des effets du second ordre, associés à celles-ci.

L'expression de ce moment d'instabilité est la suivante :

$$M_{inst}'' = N_{Ed} \cdot e_0 \cdot \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$$

De cette manière, la formulation des critères de vérification en instabilité, avec analyse au second ordre des sollicitations est :

- avec résistance élastique :  $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}''}{M_{el,Rd}} + \frac{M_{Ed,trans}''}{M_{el,Rd}} \leq 1$
- avec résistance plastique linéaire :  $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}''}{M_{pl,Rd}} + \frac{M_{Ed,trans}''}{M_{pl,Rd}} \leq 1$
- avec résistance plastique non-linéaire :  $\frac{M_{inst}''}{M_{N,Rd}} + \frac{M_{Ed,trans}''}{M_{N,Rd}} \leq 1$

Quant aux critères de vérification en instabilité, avec analyse au premier ordre des sollicitations, ceux-ci s'écrivent :

- avec résistance élastique :  $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}''}{M_{el,Rd}} + k_{yy}^* \cdot \frac{M_{Ed,trans}''}{M_{el,Rd}} \leq 1$
- avec résistance plastique linéaire :  $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{inst}''}{M_{pl,Rd}} + k_{yy}^* \cdot \frac{M_{Ed,trans}''}{M_{pl,Rd}} \leq 1$
- avec résistance plastique non-linéaire :  $\frac{M_{inst}''}{M_{N,Rd}} + k_{yy}^* \cdot \frac{M_{Ed,trans}''}{M_{N,Rd}} \leq 1$

L'ensemble des procédures de dimensionnement a été modifié en lien avec ces nouvelles formulations des critères (Fig. IX.108 à Fig. IX.112).

Cette procédure de calcul est valable pour une combinaison de charges donnée. Dans le cas où plusieurs combinaisons de charges doivent être vérifiées, il est nécessaire d'appliquer autant de fois que nécessaire cette procédure.

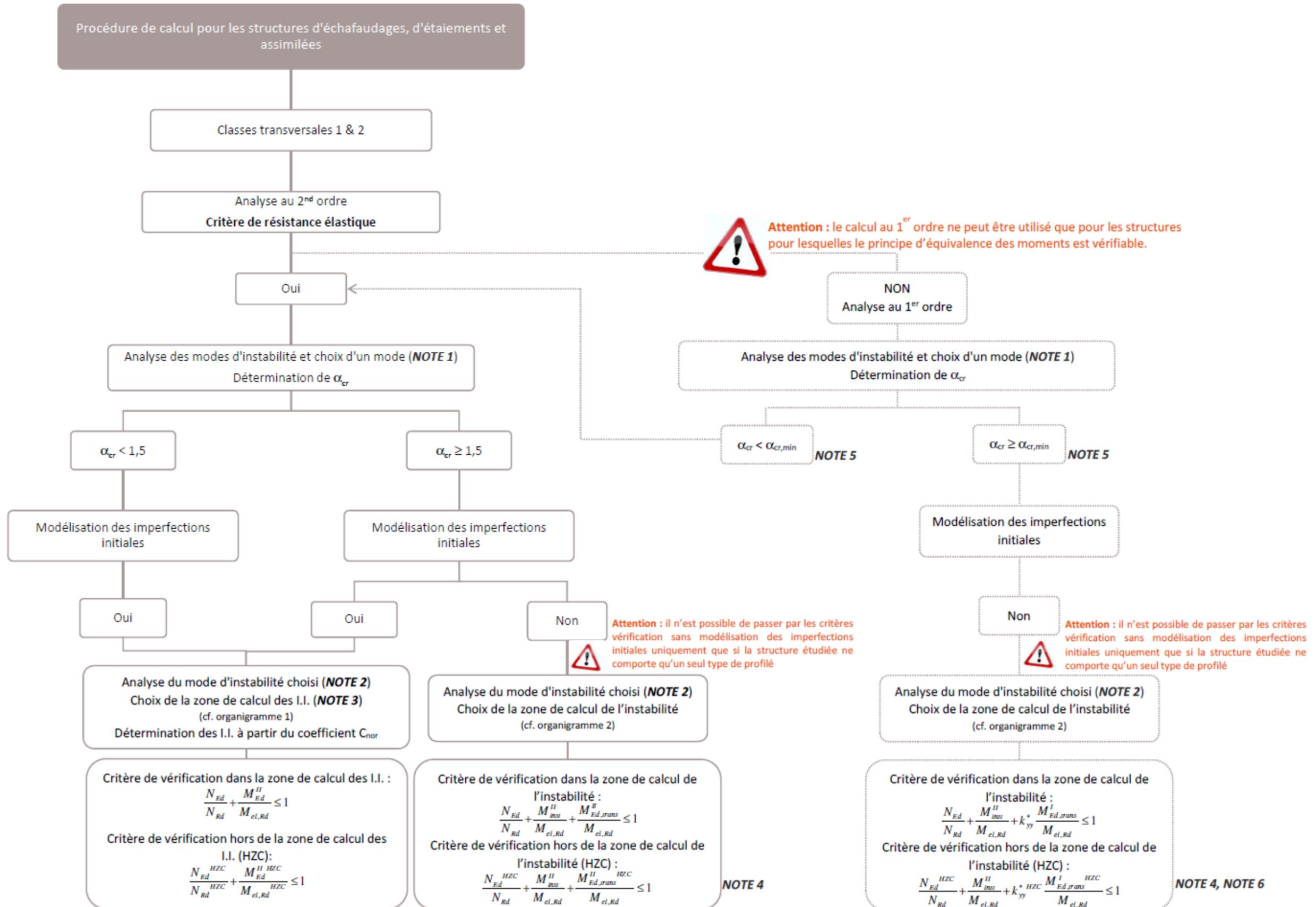


Fig. IX.108. Procédure de dimensionnement en élasticité - seconde proposition d'écriture des critères

Cette procédure de calcul est valable pour une combinaison de charges donnée. Dans le cas où plusieurs combinaisons de charges doivent être vérifiées, il est nécessaire d'appliquer autant de fois que nécessaire cette procédure.

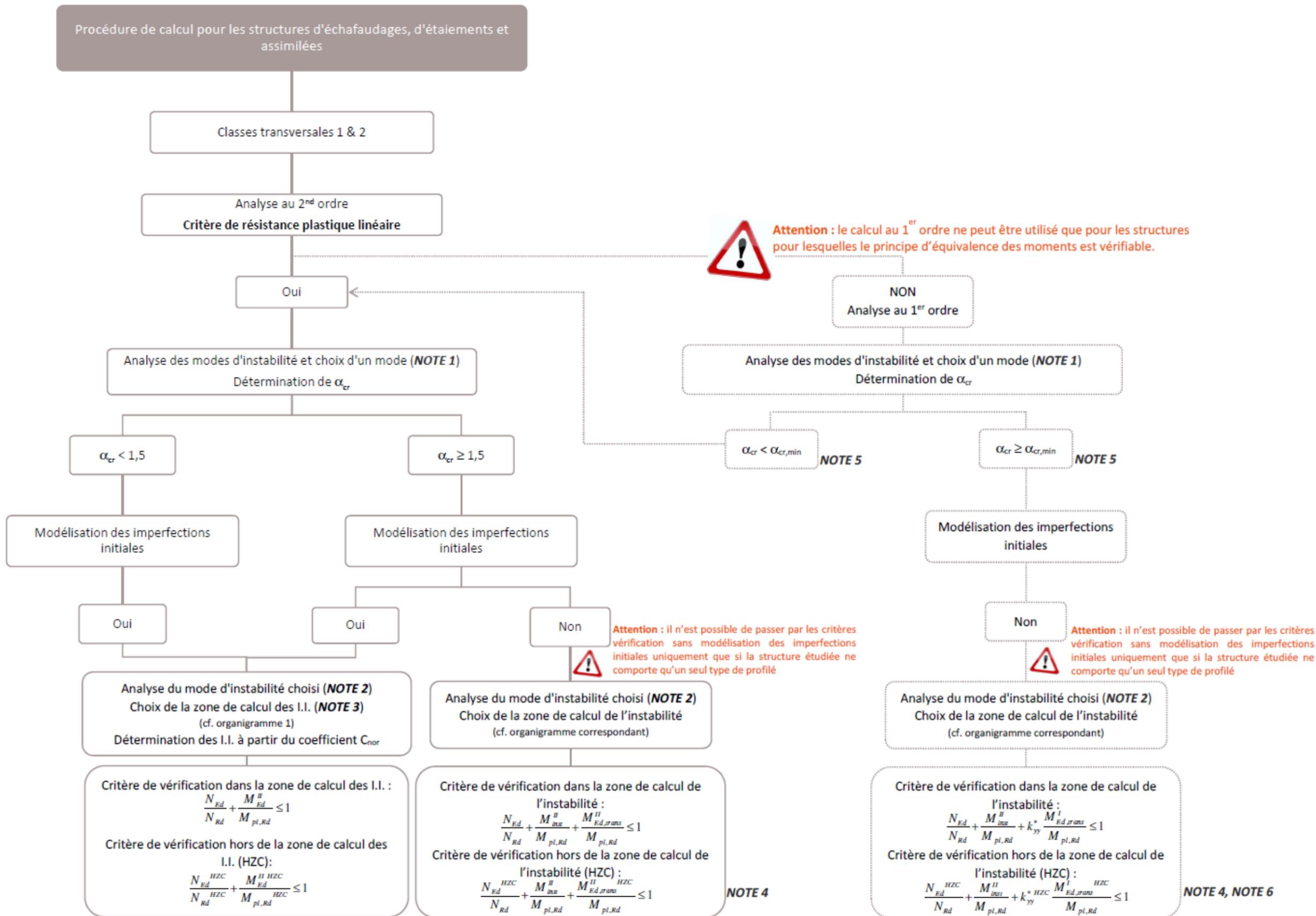


Fig. IX.109. Procédure de dimensionnement en plasticité linéaire - seconde proposition d'écriture des critères

Cette procédure de calcul est valable pour une combinaison de charges donnée. Dans le cas où plusieurs combinaisons de charges doivent être vérifiées, il est nécessaire d'appliquer autant de fois que nécessaire cette procédure.

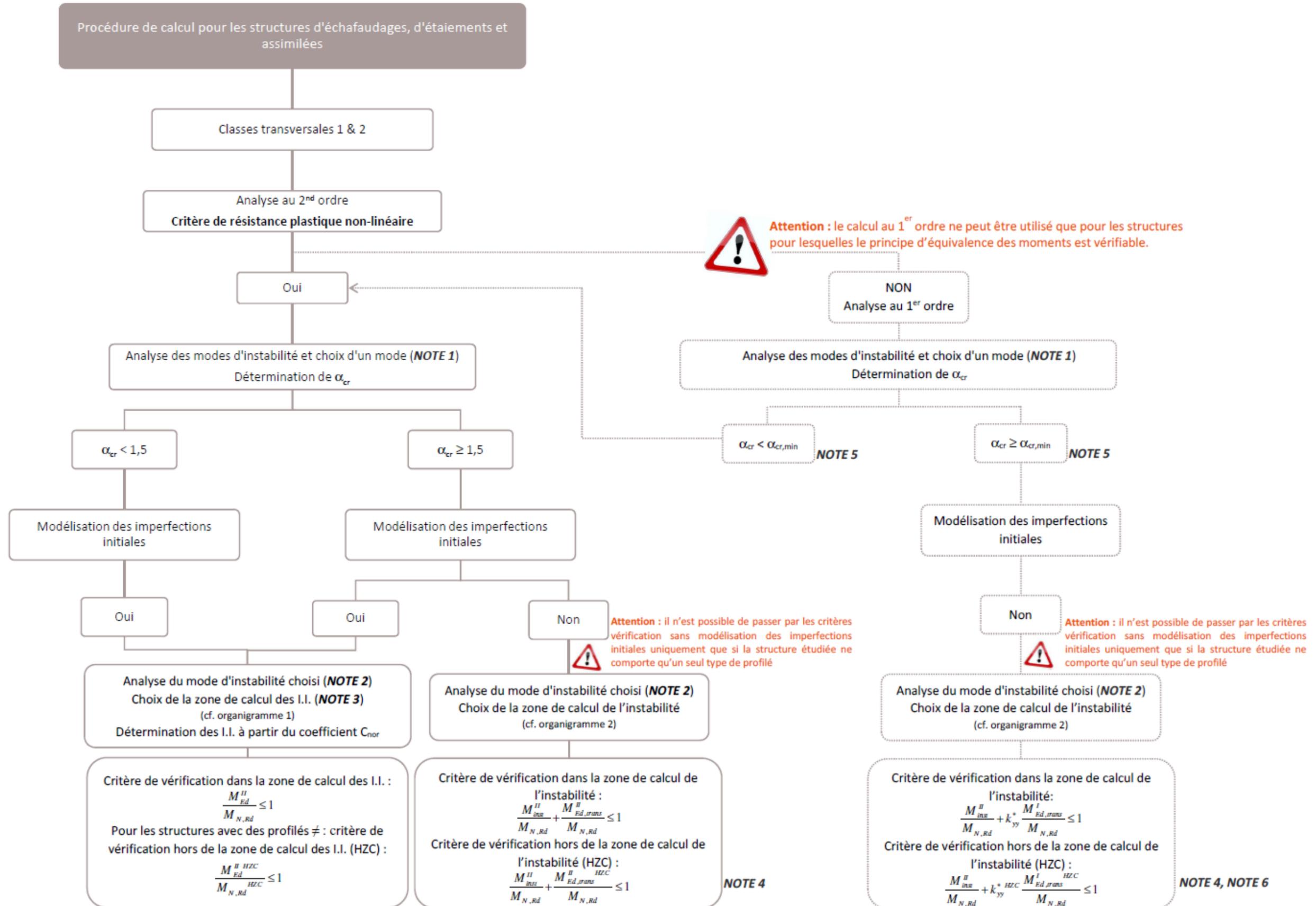


Fig. IX.110. Procédure de dimensionnement en plasticité non-linéaire - seconde proposition d'écriture des critères

**NOTE 1**

Pour l'analyse de la structure, il est nécessaire de sélectionner le mode d'instabilité le plus représentatif de l'instabilité.

**NOTE 2**

Il est nécessaire d'analyser le mode d'instabilité sélectionné afin d'identifier l'ensemble des zones pouvant être la zone de calcul des imperfections initiales ou la zone de calcul de l'instabilité.

Suivant la forme de la déformée critique, il est possible qu'il n'y ait qu'une seule zone possible (ex. Tour autostable lestée). C'est le cas, lorsque l'on a une forme d'instabilité locale.

**NOTE 3**

Le calcul systématique de l'ensemble des points de calcul possibles ne dispense pas de contrôler, pour chaque vérification, la structure en dehors du point de calcul considéré.

**NOTE 4**

La valeur du moment d'instabilité  $M_{inst}^{\text{II}}$  est la valeur valable pour l'ensemble de la structure, déterminée dans la zone où le facteur de sollicitation, dû aux imperfections initiales (non modélisées) et à la distribution de l'effort normal du cas de charge considéré, est maximal.

En effet, lorsque l'on ne modélise pas les imperfections initiales, la sollicitation  $M_{Ed,trans}$  ne tient pas compte des imperfections initiales. Il faut donc les ajouter par l'intermédiaire du terme  $M_{inst}^{\text{II}}$ .

Sans la modélisation des imperfections initiales, la répartition exacte du moment d'instabilité ne peut pas être déterminée. C'est pourquoi cette valeur de  $M_{inst}^{\text{II}} = N_{Ed} e_0 \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$  est utilisée pour l'ensemble de la structure.

Pour un calcul plus précis du moment d'instabilité dans chaque zone, il est nécessaire de passer par la modélisation des imperfections initiales.

**NOTE 5**

Aucunes valeurs de  $\alpha_{cr,min}$  n'est renseignées pour le calcul au 1<sup>er</sup> ordre. Cette valeur nécessite une analyse au cas par cas pour chaque type de structure, afin de s'assurer que le principe d'équivalence est vérifié.

**NOTE 6**

Le coefficient d'interaction  $k_{yy}^*$  est donné par la relation suivante :  $k_{yy}^* = C_{my} \times \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - 1}$

Fig. IX.111. Notes associées aux procédures de dimensionnement



Cette méthode ne peut être utilisée que lorsque la structure ne comporte qu'un seul type de profilé.

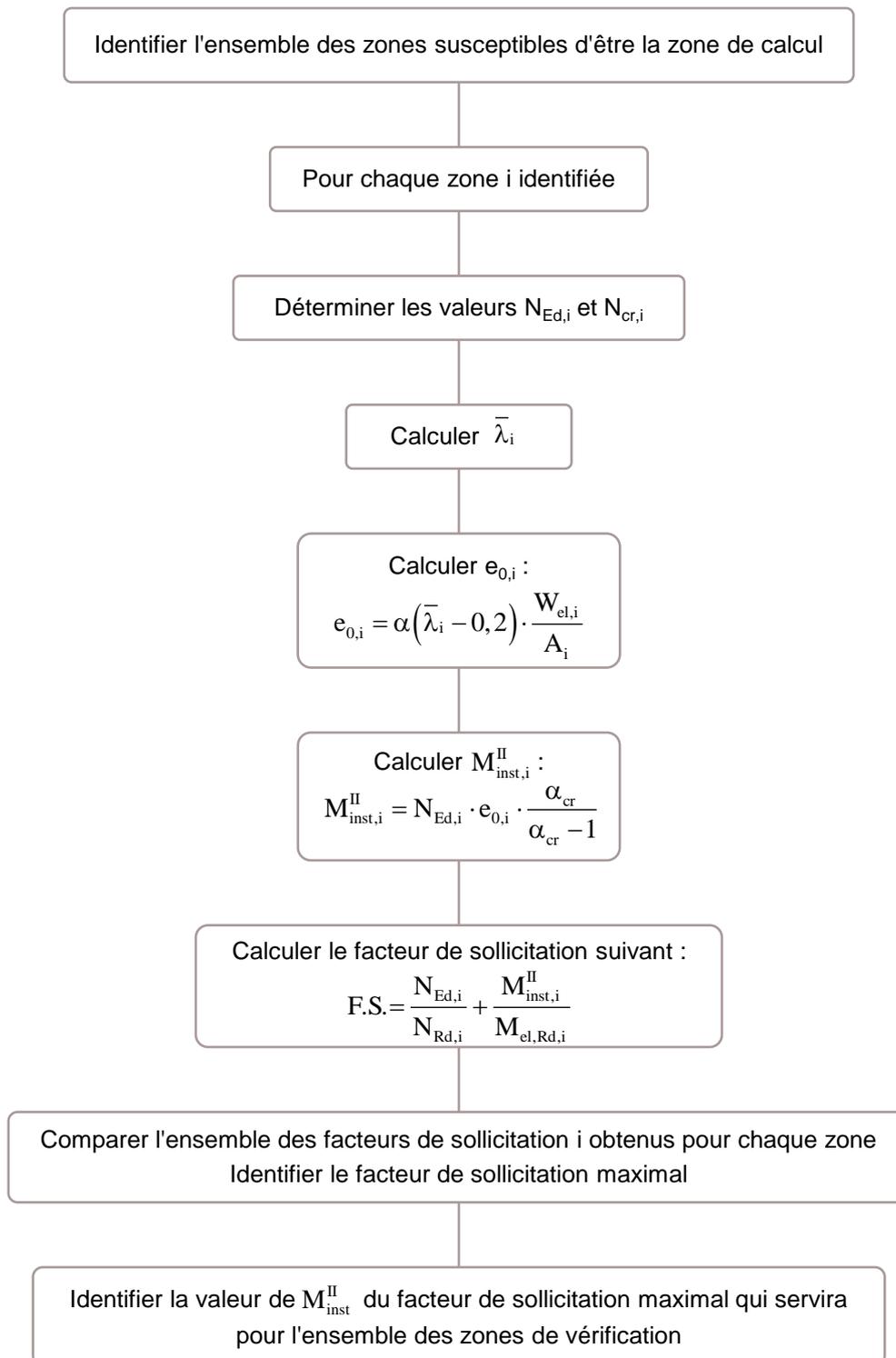


Fig. IX.112. Organigramme 2 : choix de la zone de calcul de l'instabilité - seconde proposition d'écriture des critères

## X. Liste des figures

<b>Fig. I.1.</b> Équipements temporaires de chantier : a) Échafaudage de service ; b) Structure d'étaielement .....	10
<b>Fig. I.2.</b> Schéma des composants d'un échafaudage .....	11
<b>Fig. I.3.</b> Schéma de la liaison moise/poteau .....	11
<b>Fig. I.4.</b> Schéma de la jonction des poteaux.....	12
<b>Fig. I.5.</b> Schéma du socle réglable .....	12
<b>Fig. I.6.</b> Ruine par bifurcation ou par divergence d'équilibre .....	13
<b>Fig. II.1.</b> Type d'analyse : a. 1 <sup>er</sup> ordre ; b. 2 <sup>nd</sup> ordre .....	16
<b>Fig. II.2.</b> Modes de flambement du portique comprimé : a) 1 <sup>er</sup> mode ( $\alpha_{cr} = 1,5$ ) ; b) 2 <sup>eme</sup> mode ( $\alpha_{cr} = 11,1$ ) .....	17
<b>Fig. II.3.</b> Modes de flambement de la tour autostable comprimée : .....	17
<b>Fig. II.4.</b> Tour autostable comprimée fléchie : .....	18
<b>Fig. II.5.</b> 1 <sup>er</sup> mode de flambement de l'échafaudage de façade comprimé .....	18
<b>Fig. II.6.</b> Barre simple bi-articulée sollicitée par un effort de compression .....	20
<b>Fig. II.7.</b> Modes de flambement de la poutre sur appuis simples .....	20
<b>Fig. II.8.</b> Barre avec imperfections initiales soumise à un effort de compression simple. ....	21
<b>Fig. II.9.</b> Facteurs d'amplification K et K'.....	22
<b>Fig. II.10.</b> Courbes européennes de flambement.....	24
<b>Fig. II.11.</b> Historique des recherches concernant le flambement .....	26
<b>Fig. II.12.</b> Principe d'équivalence des moments .....	29
<b>Fig. II.13.</b> Poutre soumise à un effort de compression et à une charge transversale quelconque .....	31
<b>Fig. II.14.</b> Poutre bi-articulée avec charge transversale concentrée en son milieu.....	32
<b>Fig. II.15.</b> Poutre bi-articulée avec charge transversale répartie .....	32
<b>Fig. II.16.</b> Inclinaison entre : a) montants tubulaires ; b) socle et montant tubulaire [CEN 2004b] .....	35
<b>Fig. III.1.</b> Imperfection globale d'une structure .....	37
<b>Fig. III.2.</b> Imperfection locale d'une barre .....	38
<b>Fig. III.3.</b> Système de forces équivalentes pour la prise en compte de l'imperfection globale (a) et des imperfections locales (b). .....	39
<b>Fig. III.4.</b> Barre de référence .....	40
<b>Fig. III.5.</b> a. Portique bi-articulé sollicité par deux charges de compression ; b. Déformée critique du premier mode de flambement du portique .....	42
<b>Fig. III.6.</b> Comparaison de la position des points de comparaison dans la structure et dans la barre de référence .....	43
<b>Fig. III.7.</b> Construction de la barre virtuelle .....	46
<b>Fig. III.8.</b> Localisation des courbures prises en compte dans la méthode des courbures pour le portique bi-articulé .....	48
<b>Fig. III.9.</b> Organigramme pour la détermination de la section de calcul des imperfections initiales .....	50
<b>Fig. III.10.</b> Structures de l'étude comparative .....	52
<b>Fig. III.11.</b> Portique 4 m x 4 m bi-articulé .....	53
<b>Fig. III.12.</b> Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant du portique bi-articulé 4 m x 4 m .....	54
<b>Fig. III.13.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a) .....	54
<b>Fig. III.14.</b> Système de charges équivalentes pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m.....	56
<b>Fig. III.15.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b) .....	56
<b>Fig. III.16.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m.....	56
<b>Fig. III.17.</b> Mise en équation de la déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement d'un montant .....	57

<b>Fig. III.18.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c) .....	59
<b>Fig. III.19.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m.	59
<b>Fig. III.20.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d) .....	61
<b>Fig. III.21.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m.	62
<b>Fig. III.22.</b> Barre virtuelle du poteau gauche du portique bi-articulé 4 m x 4 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	63
<b>Fig. III.23.</b> Barre virtuelle du poteau droit du portique bi-articulé 4 m x 4 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	64
<b>Fig. III.24.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e) .....	65
<b>Fig. III.25.</b> Portique bi-encasté 4 m x 4 m.....	67
<b>Fig. III.26.</b> Portique bi-articulé 5 m x 5 m.....	69
<b>Fig. III.27.</b> Tour autostable 8 m x 3 m.....	70
<b>Fig. III.28.</b> Échafaudage de façade 8 m x 0,7 m .....	72
<b>Fig. III.29.</b> Portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	73
<b>Fig. III.30.</b> Portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique .....	75
<b>Fig. III.31.</b> Déformée critique du portique 4 m x 4 m bi-articulé : a. asymétrique ; b. symétrique .....	76
<b>Fig. IV.1.</b> Dispositif d'essai pour les barres simples.....	79
<b>Fig. IV.2.</b> Dispositif d'appuis : appuis tournevis .....	80
<b>Fig. IV.3.</b> Différenciation des quatre faces d'un élément.....	80
<b>Fig. IV.4.</b> Localisation du capteur de déplacement suivant la face étudiée .....	81
<b>Fig. IV.5.</b> Déformation finale d'une barre à la ruine .....	82
<b>Fig. IV.6.</b> Courbes P- $\Delta$ pour les barres 48,3 mm x 2,7 mm .....	83
<b>Fig. IV.7.</b> Courbes P- $\Delta$ pour les barres 48,3 mm x 3,2 mm .....	84
<b>Fig. IV.8.</b> Répartition des effectifs des essais expérimentaux.....	86
<b>Fig. IV.9.</b> Localisation des résultats expérimentaux des essais sur les barres simples sur les courbes Européennes de flambement .....	87
<b>Fig. IV.10.</b> Nouvelle courbe P $\Delta$ théorique pour les barres simples 48,3 mm x 2,7 mm.....	88
<b>Fig. IV.11.</b> Nouvelle courbe P $\Delta$ théorique pour les barres simples 48,3 mm x 3,2 mm.....	88
<b>Fig. IV.12.</b> Système d'échafaudage Cuplok.....	89
<b>Fig. IV.13.</b> Système de liaison moise/poteau Cuplok.....	90
<b>Fig. IV.14.</b> Dispositif d'essai en vraie grandeur pour les essais sur les échelles d'échafaudage .....	90
<b>Fig. IV.15.</b> a) Structure permettant l'assemblage et assurant le maintien ; b) Chevêtre ; c) Câbles métalliques ; d) Structure testée ; e) Portiques de chargement.....	91
<b>Fig. IV.16.</b> Maintien dans le plan: a) avec des tubes ; b) au moyen de câbles métalliques...	92
<b>Fig. IV.17.</b> a) Appuis tournevis ; b) Fourches et vérins .....	92
<b>Fig. IV.18.</b> Comportement de l'échelle en flambement simple .....	94
<b>Fig. IV.19.</b> Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section A – appuis tournevis.....	95
<b>Fig. IV.20.</b> Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section B – appuis tournevis.....	95
<b>Fig. IV.21.</b> Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section C – appuis tournevis.....	95
<b>Fig. IV.22.</b> Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section A – fourches et vérins .....	96
<b>Fig. IV.23.</b> Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section B – fourches et vérins .....	96
<b>Fig. IV.24.</b> Résultats expérimentaux des essais en vraie grandeur – section C – fourches et vérins .....	96
<b>Fig. IV.25.</b> Jeux d'assemblages maximales observés .....	97

<b>Fig. IV.26.</b> Localisation des résultats expérimentaux des essais sur les échelles d'échafaudage sur les courbes Européennes de flambement.....	99
<b>Fig. IV.27.</b> Répartition des effectifs des essais expérimentaux sur les échelles d'échafaudage .....	99
<b>Fig. IV.28.</b> Nouvelle courbe $P \Delta$ théorique pour les échelles d'échafaudage – sections A..	100
<b>Fig. IV.29.</b> Nouvelle courbe $P \Delta$ théorique pour les échelles d'échafaudage – sections B..	101
<b>Fig. IV.30.</b> Nouvelle courbe $P \Delta$ théorique pour les échelles d'échafaudage – sections C..	101
<b>Fig. V.1.</b> a) Barre bi-articulée sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la barre .....	105
<b>Fig. V.2.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la barre bi-articulée comprimée .....	109
<b>Fig. V.3.</b> a) Barre bi-encastée sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la barre .....	110
<b>Fig. V.4.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la barre bi-encastée comprimée .....	111
<b>Fig. V.5.</b> a) Portique bi-articulé sous un effort de compression ; b) Déformée critique du portique .....	112
<b>Fig. V.6.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour le portique bi-articulé comprimé .....	113
<b>Fig. V.7.</b> a) Portique bi-encasté sous un effort de compression ; b) Déformée critique du portique .....	114
<b>Fig. V.8.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour le portique bi-encasté comprimé .....	114
<b>Fig. V.9.</b> a) Tour autostable sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la tour autostable.....	115
<b>Fig. V.10.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la tour autostable comprimée .....	116
<b>Fig. V.11.</b> a) Échafaudage de façade sous un effort de compression ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade .....	117
<b>Fig. V.12.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour l'échafaudage de façade comprimé.....	118
<b>Fig. V.13.</b> a) Barre bi-articulée sous un effort de compression et une charge transversale concentrée; b) Déformée critique de la barre.....	121
<b>Fig. V.14.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales concentrées .....	125
<b>Fig. V.15.</b> a) Barre bi-articulée sous un effort de compression et une charge transversale répartie; b) Déformée critique de la barre .....	126
<b>Fig. V.16.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales réparties.....	127
<b>Fig. V.17.</b> a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale concentrée ; b) Déformée critique de la barre.....	128
<b>Fig. V.18.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie – charges transversales concentrées .....	129
<b>Fig. V.19.</b> a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale répartie ; b) Déformée critique de la barre .....	130
<b>Fig. V.20.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie – charges transversales réparties .....	131
<b>Fig. V.21.</b> a) Portique bi-articulé sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique .....	133
<b>Fig. V.22.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi .....	138
<b>Fig. V.23.</b> a) Portique bi-encasté sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique .....	139
<b>Fig. V.24.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi .....	140

<b>Fig. V.25.</b> a) Tour autostable sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau ; b) Déformée critique de la tour autostable.....	141
<b>Fig. V.26.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la tour autostable comprimée fléchie.....	142
<b>Fig. V.27.</b> a) Échafaudage de façade sous un effort de compression et une charge horizontale répartie sur le montant droit ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade.....	143
<b>Fig. V.28.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi.....	144
<b>Fig. V.29.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales concentrées.....	149
<b>Fig. V.30.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie – charges transversales réparties.....	151
<b>Fig. V.31.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-encastree comprimée fléchie – charges transversales concentrées.....	152
<b>Fig. V.32.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-encastree comprimée fléchie – charges transversales réparties.....	153
<b>Fig. V.33.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi.....	154
<b>Fig. V.34.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour le portique bi-encastree comprimé fléchi.....	156
<b>Fig. V.35.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la tour autostable comprimée fléchie.....	157
<b>Fig. V.36.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi.....	158
<b>Fig. VI.1.</b> Comportement au flambement simple de la barre avec imperfections initiales avec critère de résistance élastique.....	169
<b>Fig. VI.2.</b> Évolution du nouveau coefficient de flambement suivant l'effort de compression.....	170
<b>Fig. VI.3.</b> Visualisation des coefficients $\chi_{el}^*$ et $\chi$ avec la courbe de flambement c pour différents chargements N.....	171
<b>Fig. VI.4.</b> Comparaison entre le critère élastique au flambement actuel et la nouvelle formulation du critère élastique au flambement.....	172
<b>Fig. VI.5.</b> Comportement au flambement simple de la barre avec imperfections initiales avec critère de résistance plastique linéaire.....	173
<b>Fig. VI.6.</b> Visualisation du coefficient $\chi_{pl,lin}^*$ avec la courbe de flambement c pour différents chargements N.....	174
<b>Fig. VI.7.</b> Représentation graphique du critère plastique linéaire.....	175
<b>Fig. VI.8.</b> Comparaison des moments réduits par la présence de l'effort normal des normes NF EN 1993-1-1 et NF EN 12811-1.....	176
<b>Fig. VI.9.</b> Comportement au flambement simple de la barre avec imperfections initiales avec critère de résistance plastique non-linéaire.....	177
<b>Fig. VI.10.</b> Visualisation du coefficient $\chi_{pl,non,lin}^*$ avec la courbe de flambement c pour différents chargements N.....	177
<b>Fig. VI.11.</b> Représentation graphique du critère plastique non-linéaire.....	178
<b>Fig. VI.12.</b> a) Barre bi-articulée sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la barre ; c) Diagramme de l'effort normal.....	179
<b>Fig. VI.13.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée.....	181
<b>Fig. VI.14.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée.....	182
<b>Fig. VI.15.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée.....	182
<b>Fig. VI.16.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour la barre bi-encastree comprimée.....	183

<b>Fig. VI.17.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-encastree comprimée .....	184
<b>Fig. VI.18.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-encastree comprimée .....	185
<b>Fig. VI.19.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé .....	186
<b>Fig. VI.20.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé.....	186
<b>Fig. VI.21.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé .....	187
<b>Fig. VI.22.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour le portique bi-encastree comprimé .....	188
<b>Fig. VI.23.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour le portique bi-encastree comprimé .....	189
<b>Fig. VI.24.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour le portique bi-encastree comprimé.....	189
<b>Fig. VI.25.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour la tour autostable comprimée .....	190
<b>Fig. VI.26.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour la tour autostable comprimée .....	191
<b>Fig. VI.27.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour la tour autostable comprimée.....	192
<b>Fig. VI.28.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère élastique en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé .....	193
<b>Fig. VI.29.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique linéaire en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé.....	193
<b>Fig. VI.30.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère plastique non-linéaire en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé .....	194
<b>Fig. VI.31.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	200
<b>Fig. VI.32.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti .....	201
<b>Fig. VI.33.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la barre bi-encastree comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	202
<b>Fig. VI.34.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la barre bi-encastree comprimée fléchie avec chargement transversal réparti .....	203
<b>Fig. VI.35.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi.....	204
<b>Fig. VI.36.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour le portique bi-encastree comprimé fléchi.....	205
<b>Fig. VI.37.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour la tour autostable comprimée fléchie .....	206
<b>Fig. VI.38.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi .....	207
<b>Fig. VI.39.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	208
<b>Fig. VI.40.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti.....	209

<b>Fig. VI.41.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	210
<b>Fig. VI.42.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti.....	211
<b>Fig. VI.43.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi .....	212
<b>Fig. VI.44.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi .....	213
<b>Fig. VI.45.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la tour autostable comprimée fléchie .....	214
<b>Fig. VI.46.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi.....	215
<b>Fig. VI.47.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	216
<b>Fig. VI.48.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire en instabilité pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti.....	217
<b>Fig. VI.49.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	218
<b>Fig. VI.50.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour la barre bi-encastée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti.....	219
<b>Fig. VI.51.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi .....	220
<b>Fig. VI.52.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour le portique bi-encasté comprimé fléchi .....	221
<b>Fig. VI.53.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour la tour autostable comprimée fléchie .....	222
<b>Fig. VI.54.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire en instabilité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi.....	223
<b>Fig. VI.55.</b> Procédure de dimensionnement en élasticité.....	226
<b>Fig. VI.56.</b> Procédure de dimensionnement en plasticité linéaire .....	227
<b>Fig. VI.57.</b> Procédure de dimensionnement en plasticité non-linéaire .....	228
<b>Fig. VI.58.</b> Notes associées aux procédures de dimensionnement.....	230
<b>Fig. VI.59.</b> Procédure pour l'identification de la zone de calcul des imperfections initiales (Méthode de vérification nécessitant la modélisation des imperfections initiales) .....	231
<b>Fig. VI.60.</b> Procédure pour l'identification de la zone de calcul des instabilités (Méthode de vérification ne nécessitant pas la modélisation des imperfections initiales).....	232
<b>Fig. IX.1.</b> Portique bi-encasté 4 m x 4 m .....	244
<b>Fig. IX.2.</b> Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant du portique bi-encasté 4 m x 4 m.....	245
<b>Fig. IX.3.</b> Moment fléchissant au 2nd ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a) .....	245
<b>Fig. IX.4.</b> Système de charges équivalentes pour le portique bi-encasté 4 m x 4 m.....	247
<b>Fig. IX.5.</b> Moment fléchissant au 2nd ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b) .....	247
<b>Fig. IX.6.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m .....	248
<b>Fig. IX.7.</b> Mise en équation de la déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement d'un montant .....	249

<b>Fig. IX.8.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c) .....	250
<b>Fig. IX.9.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m .....	251
<b>Fig. IX.10.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d) .....	253
<b>Fig. IX.11.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m .....	254
<b>Fig. IX.12.</b> Barre virtuelle autour de Z = 0 m du portique bi-encasté 4 m x 4 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	255
<b>Fig. IX.13.</b> Barre virtuelle autour de Z = 4 m du portique bi-encasté 4 m x 4 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	256
<b>Fig. IX.14.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-encasté 4 m x 4 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e) .....	258
<b>Fig. IX.15.</b> Portique 5 m x 5 m bi-articulé.....	259
<b>Fig. IX.16.</b> Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant du portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	260
<b>Fig. IX.17.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a) .....	260
<b>Fig. IX.18.</b> Système de charges équivalentes pour le portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	262
<b>Fig. IX.19.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b) .....	262
<b>Fig. IX.20.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	263
<b>Fig. IX.21.</b> Mise en équation de la déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement d'un montant .....	264
<b>Fig. IX.22.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c) .....	265
<b>Fig. IX.23.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	266
<b>Fig. IX.24.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d) .....	267
<b>Fig. IX.25.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	268
<b>Fig. IX.26.</b> Barre virtuelle du poteau gauche du portique bi-articulé 5 m x 5 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	269
<b>Fig. IX.27.</b> Barre virtuelle du poteau droit du portique bi-articulé 5 m x 5 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	270
<b>Fig. IX.28.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 5 m x 5 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e) .....	271
<b>Fig. IX.29.</b> Tour autostable 8 m x 3 m .....	272
<b>Fig. IX.30.</b> Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant de la tour autostable 8 m x 3 m .....	273
<b>Fig. IX.31.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a) .....	274
<b>Fig. IX.32.</b> Système de charges équivalentes pour la tour autostable 8 m x 3 m .....	276
<b>Fig. IX.33.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b) .....	276
<b>Fig. IX.34.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement de la tour autostable 8 m x 3 m .....	277
<b>Fig. IX.35.</b> Déformée du 47 <sup>ème</sup> mode de flambement de la tour autostable 8 m x 3 m .....	277
<b>Fig. IX.36.</b> Mise en équation de la déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement d'un montant .....	278
<b>Fig. IX.37.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c) .....	280
<b>Fig. IX.38.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement de la tour autostable 8 m x 3 m .....	281

<b>Fig. IX.39.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d) .....	283
<b>Fig. IX.40.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement de la tour autostable 8 m x 3 m	284
<b>Fig. IX.41.</b> Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de Z = 5 m de la tour autostable 8 m x 3 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	285
<b>Fig. IX.42.</b> Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 5 m de la tour autostable 8 m x 3 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	286
<b>Fig. IX.43.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de la tour autostable 8 m x 3 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e) .....	288
<b>Fig. IX.44.</b> Échafaudage de façade 8 m x 0,7 m.....	289
<b>Fig. IX.45.</b> Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m.....	290
<b>Fig. IX.46.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (a) .....	290
<b>Fig. IX.47.</b> Système de charges équivalentes pour l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m..	291
<b>Fig. IX.48.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (b) .....	292
<b>Fig. IX.49.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m .....	293
<b>Fig. IX.50.</b> Mise en équation de la déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement d'un montant .....	294
<b>Fig. IX.51.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (c).....	295
<b>Fig. IX.52.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m .....	296
<b>Fig. IX.53.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (d) .....	298
<b>Fig. IX.54.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m .....	299
<b>Fig. IX.55.</b> Barre virtuelle entre 0 m et 4 m de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	300
<b>Fig. IX.56.</b> Barre virtuelle entre 4 m et 8 m de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m déterminée à partir de la méthode des courbures .....	301
<b>Fig. IX.57.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m avec les I.I. déterminées selon la méthode (e) .....	303
<b>Fig. IX.58.</b> Portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique .....	304
<b>Fig. IX.59.</b> Représentation des imperfections globale et locale d'un montant du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	305
<b>Fig. IX.60.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous le chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (a).....	305
<b>Fig. IX.61.</b> Système de charges équivalentes pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique .....	307
<b>Fig. IX.62.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (b) .....	307
<b>Fig. IX.63.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	308
<b>Fig. IX.64.</b> Mise en équation de la déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement d'un montant .....	309
<b>Fig. IX.65.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (c) .....	310
<b>Fig. IX.66.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	311
<b>Fig. IX.67.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (d) .....	313

<b>Fig. IX.68.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	314
<b>Fig. IX.69.</b> Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de Z = 4 m du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique déterminée à partir de la méthode des courbures .....	315
<b>Fig. IX.70.</b> Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 4 m du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique déterminée à partir de la méthode des courbures .....	316
<b>Fig. IX.71.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (e) .....	318
<b>Fig. IX.72.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du poteau gauche avec ces propres imperfections .....	319
<b>Fig. IX.73.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du poteau droit avec ces propres imperfections .....	319
<b>Fig. IX.74.</b> Portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique.....	320
<b>Fig. IX.75.</b> Représentation des imperfections, globale et locales, d'un montant du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	321
<b>Fig. IX.76.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (a) .....	321
<b>Fig. IX.77.</b> Système de charges équivalentes pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique.....	323
<b>Fig. IX.78.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (b) .....	323
<b>Fig. IX.79.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	324
<b>Fig. IX.80.</b> Mise en équation de la déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement d'un montant .....	325
<b>Fig. IX.81.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (c) .....	326
<b>Fig. IX.82.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	327
<b>Fig. IX.83.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (d) .....	329
<b>Fig. IX.84.</b> Déformée critique du 1 <sup>er</sup> mode de flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	330
<b>Fig. IX.85.</b> Barre virtuelle dans le poteau gauche autour de Z = 4 m du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique déterminée à partir de la méthode des courbures .....	331
<b>Fig. IX.86.</b> Barre virtuelle dans le poteau droit autour de Z = 4 m du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique déterminée à partir de la méthode des courbures .....	332
<b>Fig. IX.87.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique avec les I.I. déterminées selon la méthode (e) .....	334
<b>Fig. IX.88.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du poteau gauche avec ces propres imperfections .....	335
<b>Fig. IX.89.</b> Moment fléchissant au 2 <sup>nd</sup> ordre du poteau droit avec ces propres imperfections .....	335
<b>Fig. IX.90.</b> a) Barre bi-encastree sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la barre.....	336
<b>Fig. IX.91.</b> a) Portique bi-articulé sous un effort de compression ; b) Déformée critique du portique .....	341
<b>Fig. IX.92.</b> a) Portique bi-encastree sous un effort de compression ; b) Déformée critique du portique .....	346
<b>Fig. IX.93.</b> a) Tour autostable sous un effort de compression ; b) Déformée critique de la tour autostable.....	351
<b>Fig. IX.94.</b> a) Échafaudage de façade sous un effort de compression ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade .....	356

<b>Fig. IX.95.</b> a) Barre bi-articulée sous un effort de compression et une charge transversale répartie; b) Déformée critique de la barre .....	361
<b>Fig. IX.96.</b> a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale concentrée ; b) Déformée critique de la barre.....	365
<b>Fig. IX.97.</b> a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale répartie ; b) Déformée critique de la barre .....	369
<b>Fig. IX.98.</b> a) Portique bi-encasté sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique .....	373
<b>Fig. IX.99.</b> a) Tour autostable sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau ; b) Déformée critique de la tour autostable.....	378
<b>Fig. IX.100.</b> a) Échafaudage de façade sous un effort de compression et une charge horizontale répartie sur le montant droit ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade .....	383
<b>Fig. IX.101.</b> a) Barre bi-articulée sous un effort de compression et une charge transversale répartie; b) Déformée critique de la barre .....	389
<b>Fig. IX.102.</b> a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale concentrée ; b) Déformée critique de la barre.....	394
<b>Fig. IX.103.</b> a) Barre bi-encastée sous un effort de compression et une charge transversale répartie ; b) Déformée critique de la barre .....	399
<b>Fig. IX.104.</b> a) Portique bi-articulé sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique .....	404
<b>Fig. IX.105.</b> a) Portique bi-encasté sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau; b) Déformée critique du portique .....	410
<b>Fig. IX.106.</b> a) Tour autostable sous un effort de compression et une charge horizontale appliquée en tête de chaque poteau ; b) Déformée critique de la tour autostable.....	416
<b>Fig. IX.107.</b> a) Échafaudage de façade sous un effort de compression et une charge horizontale répartie sur le montant droit ; b) Déformée critique de l'échafaudage de façade .....	423
<b>Fig. IX.108.</b> Procédure de dimensionnement en élasticité - seconde proposition d'écriture des critères .....	519
<b>Fig. IX.109.</b> Procédure de dimensionnement en plasticité linéaire - seconde proposition d'écriture des critères .....	520
<b>Fig. IX.110.</b> Procédure de dimensionnement en plasticité non-linéaire - seconde proposition d'écriture des critères .....	521
<b>Fig. IX.111.</b> Notes associées aux procédures de dimensionnement.....	522
<b>Fig. IX.112.</b> Organigramme 2 : choix de la zone de calcul de l'instabilité - seconde proposition d'écriture des critères .....	523

## XI. Liste des tableaux

<b>Tableau II.1.</b> Facteur d'imperfection .....	25
<b>Tableau II.2.</b> Courbe de flambement des sections transversales .....	27
<b>Tableau II.3.</b> Facteurs d'interaction pour les éléments non sensibles à la torsion .....	33
<b>Tableau II.4.</b> Coefficients d'équivalence $C_m$ de la Méthode 2 .....	34
<b>Tableau III.1.</b> Valeurs de l'imperfection locale $e_0/L$ .....	38
<b>Tableau III.2.</b> Caractéristiques géométriques des différentes sections de l'étude comparative. .....	52
<b>Tableau III.3.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m .....	57
<b>Tableau III.4.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c) ....	58
<b>Tableau III.5.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m .....	60
<b>Tableau III.6.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d) ....	61
<b>Tableau III.7.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m .....	62
<b>Tableau III.8.</b> Détermination de la section de calcul des imperfections initiales pour le portique bi-articulé 4 m x 4 m .....	64
<b>Tableau III.9.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e) ....	65
<b>Tableau III.10.</b> Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-articulé 4 m x 4 m.....	66
<b>Tableau III.11.</b> Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-encasté 4 m x 4 m.....	67
<b>Tableau III.12.</b> Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-articulé 5 m x 5 m.....	69
<b>Tableau III.13.</b> Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales de la tour autostable 8 m x 3 m.....	71
<b>Tableau III.14.</b> Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m .....	72
<b>Tableau III.15.</b> Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique.....	74
<b>Tableau III.16.</b> Résultats de l'étude comparative des méthodes de prise en compte des imperfections initiales du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique .....	75
<b>Tableau IV.1.</b> Déplacement horizontal de chaque face de chaque élément sous la charge horizontale de 0,6 kN.....	82
<b>Tableau IV.2.</b> Charges de ruine et contraintes de ruines expérimentales.....	85
<b>Tableau IV.3.</b> Paramètres de la méthode des moments pour les essais sur les barres simples .....	86
<b>Tableau IV.4.</b> Valeurs conventionnelles de la contrainte et de la charge de ruine pour les essais sur les barres simples.....	86
<b>Tableau IV.5.</b> Valeurs expérimentales de facteurs d'imperfections pour les essais sur les barres simples.....	87
<b>Tableau IV.6.</b> Propriétés des échafaudages. ....	92
<b>Tableau IV.7.</b> Longueur de flambement $L_{cr}$ pour les différentes configurations testées .....	94
<b>Tableau IV.8.</b> Charges de ruines issues des essais de flambement sur les échelles d'échafaudage.....	98
<b>Tableau IV.9.</b> Paramètres de la méthode des moments pour les essais sur les échelles d'échafaudage.....	99
<b>Tableau V.1.</b> Propriétés de la section 48,3 mm x 2,9 mm .....	104
<b>Tableau V.2.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée comprimée .....	105
<b>Tableau V.3.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la barre bi- articulée comprimée .....	109

<b>Tableau V.4.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la barre bi-encastree comprimée .....	110
<b>Tableau V.5.</b> Propriétés des sections 100 mm x 10 mm et 48,3 mm x 2,9 mm .....	112
<b>Tableau V.6.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour le portique bi-articulé comprimé .....	113
<b>Tableau V.7</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour le portique bi-encastree comprimé .....	114
<b>Tableau V.8.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour la tour autostable comprimée .....	116
<b>Tableau V.9.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification pour l'échafaudage de façade comprimé .....	117
<b>Tableau V.10.</b> Propriétés de la section 48,3 mm x 2,9 mm .....	120
<b>Tableau V.11.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée comprimée fléchiée .....	121
<b>Tableau V.12.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchiée – charges transversales concentrées .....	125
<b>Tableau V.13.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchiée – charges transversales réparties .....	126
<b>Tableau V.14.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-encastree comprimée fléchiée – charges transversales concentrées .....	128
<b>Tableau V.15.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la barre bi-encastree comprimée fléchiée – charges transversales réparties .....	130
<b>Tableau V.16.</b> Propriétés des sections 100 mm x 10 mm et 48,3 mm x 2,9 mm .....	132
<b>Tableau V.17.</b> Caractéristiques au flambement du portique bi-articulé comprimé fléchi .....	132
<b>Tableau V.18.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la portique bi-articulé comprimé fléchi .....	137
<b>Tableau V.19.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la portique bi-articulé comprimé fléchi – avec erreurs d'application des Annexes A et B ....	139
<b>Tableau V.20.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour le portique bi-encastree comprimé fléchi .....	140
<b>Tableau V.21.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour la tour autostable comprimée fléchiée .....	141
<b>Tableau V.22.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en élasticité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi .....	143
<b>Tableau V.23.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchiée – charges transversales concentrées .....	149
<b>Tableau V.24.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-articulée comprimée fléchiée – charges transversales réparties .....	150
<b>Tableau V.25.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-encastree comprimée fléchiée – charges transversales concentrées .....	152
<b>Tableau V.26.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la barre bi-encastree comprimée fléchiée – charges transversales réparties .....	153
<b>Tableau V.27.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour le portique bi-articulé comprimé fléchi .....	154
<b>Tableau V.28.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour le portique bi-encastree comprimé fléchi .....	155
<b>Tableau V.29.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour la tour autostable comprimée fléchiée .....	157
<b>Tableau V.30.</b> Résultats de l'étude comparative des critères de vérification en plasticité pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi .....	158
<b>Tableau V.31.</b> Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Barre bi-articulée – Charge transversale concentrée .....	161
<b>Tableau V.32.</b> Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Barre bi-articulée – Charge transversale répartie .....	161
<b>Tableau V.33.</b> Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Barre bi-encastree – Charge transversale concentrée .....	161

<b>Tableau V.34.</b> Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Barre bi-encastée – Charge transversale répartie .....	162
<b>Tableau V.35.</b> Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Portique bi-articulé .....	162
<b>Tableau V.36.</b> Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Portique bi-encasté .....	162
<b>Tableau V.37.</b> Comparaison des moments au second ordre (en N.m) – Tour autostable... 162	162
<b>Tableau V.38.</b> Comparaison des moments au second ordre (en kN.m) – Échafaudage de façade .....	162
<b>Tableau V.39.</b> Comparaison des erreurs obtenues avec les études comparatives pour le cas $\alpha_{cr} = 10$ .....	166
<b>Tableau V.40.</b> Comparaison des erreurs obtenues avec les études comparatives pour le cas $\alpha_{cr} = 1,5$ .....	166
<b>Tableau VI.1.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée comprimée .....	180
<b>Tableau VI.2.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour la barre bi-articulée comprimée .....	181
<b>Tableau VI.3.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour la barre bi-articulée comprimée .....	181
<b>Tableau VI.4.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-articulée comprimée .....	182
<b>Tableau VI.5.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour la barre bi-encastée comprimée .....	183
<b>Tableau VI.6.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour la barre bi-encastée comprimée .....	184
<b>Tableau VI.7.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-encastée comprimée .....	184
<b>Tableau VI.8.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour le portique bi-articulé comprimé .....	185
<b>Tableau VI.9.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour le portique bi-articulé comprimé .....	186
<b>Tableau VI.10.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour le portique bi-articulé comprimé .....	187
<b>Tableau VI.11.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour le portique bi-encasté comprimé .....	188
<b>Tableau VI.12.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour le portique bi-encasté comprimé .....	188
<b>Tableau VI.13.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour le portique bi-encasté comprimé .....	189
<b>Tableau VI.14.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour la tour autostable comprimée .....	190
<b>Tableau VI.15.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour la tour autostable comprimée .....	191
<b>Tableau VI.16.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour la tour autostable comprimée .....	191
<b>Tableau VI.17.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification élastique pour l'échafaudage de façade comprimé .....	192
<b>Tableau VI.18.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique linéaire pour l'échafaudage de façade comprimé .....	193
<b>Tableau VI.19.</b> Résultats de l'étude comparative du nouveau critère de vérification plastique non-linéaire pour l'échafaudage de façade comprimé .....	194
<b>Tableau VI.20.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	200

<b>Tableau VI.21.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti .....	201
<b>Tableau VI.22.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la barre bi-encastree comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	202
<b>Tableau VI.23.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la barre bi-encastree comprimée fléchie avec chargement transversal réparti .....	203
<b>Tableau VI.24.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour le portique bi-articulé comprimé fléchi .....	204
<b>Tableau VI.25.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour le portique bi-encastree comprimé fléchi .....	205
<b>Tableau VI.26.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour la tour autostable comprimée fléchie .....	206
<b>Tableau VI.27.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification élastique pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi.....	207
<b>Tableau VI.28.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	208
<b>Tableau VI.29.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti.....	209
<b>Tableau VI.30.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la barre bi-encastree comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	210
<b>Tableau VI.31.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la barre bi-encastree comprimée fléchie avec chargement transversal réparti.....	211
<b>Tableau VI.32.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour le portique bi-articulé comprimé fléchi .....	212
<b>Tableau VI.33.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour le portique bi-encastree comprimé fléchi.....	213
<b>Tableau VI.34.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour la tour autostable comprimée fléchie.....	214
<b>Tableau VI.35.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique linéaire pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi .....	215
<b>Tableau VI.36.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	216
<b>Tableau VI.37.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-articulée comprimée fléchie avec chargement transversal réparti.....	217
<b>Tableau VI.38.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-encastree comprimée fléchie avec chargement transversal concentré .....	218
<b>Tableau VI.39.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la barre bi-encastree comprimée fléchie avec chargement transversal réparti.....	219
<b>Tableau VI.40.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour le portique bi-articulé comprimé fléchi.....	220
<b>Tableau VI.41.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour le portique bi-encastree comprimé fléchi.....	221
<b>Tableau VI.42.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour la tour autostable comprimée fléchie.....	222

<b>Tableau VI.43.</b> Résultats de l'étude comparative des nouveaux critères de vérification plastique non-linéaire pour l'échafaudage de façade comprimé fléchi .....	223
<b>Tableau IX.1.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m .....	248
<b>Tableau IX.2.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)..	250
<b>Tableau IX.3.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m .....	251
<b>Tableau IX.4.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)..	252
<b>Tableau IX.5.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-encasté 4 m x 4 m .....	254
<b>Tableau IX.6.</b> Détermination de la section de calcul des imperfections initiales du portique bi-encasté 4 m x 4 m .....	256
<b>Tableau IX.7.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)..	257
<b>Tableau IX.8.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	263
<b>Tableau IX.9.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)..	265
<b>Tableau IX.10.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	266
<b>Tableau IX.11.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)	267
<b>Tableau IX.12.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	268
<b>Tableau IX.13.</b> Détermination de la section de calcul des imperfections initiales du portique bi-articulé 5 m x 5 m .....	270
<b>Tableau IX.14.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)	271
<b>Tableau IX.15.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de la tour autostable 8 m x 3 m .....	278
<b>Tableau IX.16.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)	279
<b>Tableau IX.17.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de la tour autostable 8 m x 3 m .....	281
<b>Tableau IX.18.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)	282
<b>Tableau IX.19.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de la tour autostable 8 m x 3 m .....	284
<b>Tableau IX.20.</b> Détermination de la section de calcul des imperfections initiales de la tour autostable.....	286
<b>Tableau IX.21.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)	287
<b>Tableau IX.22.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m.....	293
<b>Tableau IX.23.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)	295
<b>Tableau IX.24.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m.....	296
<b>Tableau IX.25.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)	297
<b>Tableau IX.26.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement de l'échafaudage de façade 8 m x 0,7 m.....	299
<b>Tableau IX.27.</b> Détermination de la section de calcul des imperfections initiales de l'échafaudage de façade .....	301
<b>Tableau IX.28.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e)	302
<b>Tableau IX.29.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique .....	308
<b>Tableau IX.30.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c)	310
<b>Tableau IX.31.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique .....	311
<b>Tableau IX.32.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d)	312
<b>Tableau IX.33.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m sous chargement asymétrique .....	314

<b>Tableau IX.34.</b> Détermination de la section de calcul des imperfections initiales du portique bi-encasté 4 m x 4 m.....	316
<b>Tableau IX.35.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e).....	317
<b>Tableau IX.36.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique.....	324
<b>Tableau IX.37.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (c).....	326
<b>Tableau IX.38.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique.....	327
<b>Tableau IX.39.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (d).....	328
<b>Tableau IX.40.</b> Vecteurs propres issus de l'analyse au flambement du portique bi-articulé 4 m x 4 m à géométrie asymétrique.....	330
<b>Tableau IX.41.</b> Détermination de la section de calcul des imperfections initiales du portique bi-encasté 4 m x 4 m.....	332
<b>Tableau IX.42.</b> Coordonnées des nœuds avec l'imperfection unique selon la méthode (e).....	333
<b>Tableau IX.43.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée .....	336
<b>Tableau IX.44.</b> Caractéristiques au flambement du portique bi-articulé.....	341
<b>Tableau IX.45.</b> Caractéristiques au flambement du portique bi-encasté .....	346
<b>Tableau IX.46.</b> Caractéristiques au flambement de la tour autostable.....	351
<b>Tableau IX.47.</b> Caractéristiques au flambement de l'échafaudage de façade .....	356
<b>Tableau IX.48.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée avec charge transversale répartie.....	361
<b>Tableau IX.49.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée avec charge transversale concentrée .....	365
<b>Tableau IX.50.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée avec charge transversale répartie.....	369
<b>Tableau IX.51.</b> Caractéristiques au flambement du portique bi-encasté comprimé fléchi..	373
<b>Tableau IX.52.</b> Caractéristiques au flambement de la tour autostable comprimée fléchie ..	378
<b>Tableau IX.53.</b> Caractéristiques au flambement de l'échafaudage de façade comprimé fléchi .....	383
<b>Tableau IX.54.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-articulée avec charge transversale répartie.....	389
<b>Tableau IX.55.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée avec charge transversale concentrée .....	394
<b>Tableau IX.56.</b> Caractéristiques au flambement de la barre bi-encastée avec charge transversale répartie.....	399
<b>Tableau IX.57.</b> Caractéristiques au flambement du portique bi-articulé comprimé fléchi....	404
<b>Tableau IX.58.</b> Caractéristiques au flambement du portique bi-encasté comprimé fléchi..	410
<b>Tableau IX.59.</b> Caractéristiques au flambement de la tour autostable comprimée fléchie ..	416
<b>Tableau IX.60.</b> Caractéristiques au flambement de l'échafaudage de façade comprimé fléchi .....	423

# Thèse de Doctorat

Charlotte MERCIER

## Développement d'un modèle spatial de stabilité des barres à sections tubulaires comprimées fléchies

### Résumé

Cette thèse s'inscrit dans une démarche d'amélioration des connaissances des instabilités des éléments comprimés et fléchis sensibles aux effets du second ordre. Il s'agit de traiter la prise en compte des imperfections initiales dans l'analyse de la structure et d'adapter les critères actuels de vérification pour les structures tubulaires, de type échafaudage. Les formulations existantes, proposées dans la littérature et les codes de calculs, sont souvent issues d'hypothèses, et conduisent donc à des incohérences entre, d'une part, les critères de vérification en section, et d'autre part, les critères de vérification en instabilité. L'approche développée traite l'interaction entre la résistance en section et les phénomènes d'instabilités, et inclut l'influence des imperfections initiales (défaut initial d'aplomb, défaut de rectitude, contraintes résiduelles). Ces effets seront, dans la mesure du possible, découplés.

À ce titre, une méthode a été conçue pour permettre la définition des imperfections initiales d'une structure, de manière à être la plus précise possible. Cette méthode, basée sur la définition d'une imperfection unique, d'allure identique à la déformée critique du mode de flambement prépondérant, est une méthode précise, entièrement définie permettant de tenir compte des caractéristiques géométriques, des caractéristiques mécaniques intrinsèques, des conditions aux limites et de la forme du chargement, dans la définition de l'imperfection initiale unique d'une structure.

Une campagne d'essai a été réalisée en collaboration avec le Syndicat Français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement (SFECE), visant à analyser le comportement expérimental au flambement de sections tubulaires formées à froid. Neuf essais de flambement sur des échelles d'échafaudage, provenant de divers fournisseurs européens, ont été effectués. Une étude statistique des résultats expérimentaux a permis de mettre en évidence que le facteur d'imperfection actuellement défini pour les sections tubulaires formées à froid est bien trop pénalisant à l'égard des sections usitées dans le domaine des échafaudages.

Afin de répondre à la problématique, de nouveaux critères de vérification en instabilité ont également été établis en utilisant une approche similaire à celle d'Ayrton-Perry. Ces nouveaux critères permettent de s'affranchir de la modélisation des imperfections initiales tout en offrant une estimation sûre et précise du facteur de sollicitation d'une structure. Des études comparatives ont été menées de manière à s'assurer de la sécurité des formulations proposées par rapport aux critères de vérification en section de la norme actuelle NF EN 1993-1-1.

Mots clés : poutre-colonne, instabilités, flambement, flexion composée, imperfections initiales, effets du second ordre

### Abstract

This thesis is part of an effort to improve knowledge of the instabilities of beam-columns sensitive to second-order effects. The works deal with the means to take into account the initial imperfections in the structural analysis and to adapt the current verification criteria for tubular section structures, such as scaffold structures. The existing formulations, proposed in the literature and calculation codes, are often based on hypotheses, and thus lead to inconsistencies between, on the one hand, the verification criteria in section, and on the other hand, the verification criteria in instability. The developed approach takes into account the interaction between section resistance and instability phenomena, and includes the influence of initial imperfections (initial defect of plumb, lack of straightness, residual stresses). As far as possible, these effects will be decoupled.

As such, a method has been developed to allow the definition of initial imperfections of a structure, to be as accurate as possible. This method, based on the definition of a single imperfection, identical in appearance to the shape of the predominant critical buckling mode, is a precise, fully defined method to take into account the geometric characteristics, intrinsic mechanical characteristics, limits and the form of loading, in the definition of the initial imperfections of a structure.

A test campaign was carried out in collaboration with the French Syndicate of Scaffolding, Formwork and Shoring (SFECE), aiming to analyze the experimental behavior of buckling of cold-formed tubular sections. Nine buckling tests on scaffold ladders, from various European suppliers, have been carried out. A statistical study of the experimental results has made it possible to highlight that the imperfection factor currently defined for the cold-formed tubular sections is far too penalizing for the sections used in the field of scaffolds.

In order to respond to the problem, new instability criteria have also been established using a similar approach to that of Ayrton-Perry. These new criteria make it possible to free ourselves from the modeling of initial imperfections while offering a safe and accurate estimate of the stress factor of a structure. A comparative study was conducted in order to ensure the safety of the proposed formulations as regards the section verification criteria of the NF EN 1993-1-1 current standard.

Keywords : beam-column, instabilities, flexural bending, combined bending and axial compression, initial imperfections, second order effects