UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

Université de Lorraine / LHSP / AHP
Laboratoire d'Histoire des Sciences et de Philosophie
Archives Henri Poincaré (UMR 7117)

Universidade Federal do Rio de Janeiro / HCTE
História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia

Étienne BOBILLIER (1798 - 1840) : parcours mathématique, enseignant et professionnel.

Thèse de doctorat en co-tutelle présentée par

Cleber Haubrichs dos Santos

sous direction de

Philippe Nabonnand et Tatiana Roque

2015

Cleber Haubrichs dos Santos

ÉTIENNE BOBILLIER (1798-1840) : PARCOURS MATHÉMATIQUE, ENSEIGNANT ET PROFESSIONNEL

Thèse de doctorat en co-tutelle presentée à l'École Doctorale "Langages, Temps, Sociétés" de la Université de Lorraine et à le Programa de Pós-Graduação História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Thèse approuvée le 03 décembre 2015.

Directeurs

Philippe Nabonnand (Université de Lorraine / AHP / UMR 7117)
Tatiana Roque (IM / Universidade Federal do Rio de Janeiro)

Examinateurs/Rapporteurs

Frédéric Brechenmacher (École Polytechnique Paris Saclay)
Antônio Augusto Passos Videira (Universidade do Estado do Rio de Janeiro)

Examinateurs

Harold Rosenberg (Université Paris 7 Denis Diderot)
Gert Schubring (Universidade Federal do Rio de Janeiro)

Meu pai sempre me dizia
Meu filho tome cuidado
Quando eu penso no futuro
Não me esqueço do passado

(Paulinho da Viola na voz de Marisa Monte)

Viens, je t'emmène derrière le miroir de l'autre côté
Viens, je t'emmène au pays du vent au pays des fées
J'ai tellement fermé les yeux
J'ai tellement rêvé
Que j'y suis arrivé

(Michel Berger par la voix de France Gall)

EBdM,
Cette thèse est à toi.

Remerciments.

Remerciments à écoles, bibliothèques, établissements, institutions, sociétés et groupements divers.

Agradecimentos a escolas, programas, bibliotecas, estabelecimentos, instituições, sociedade e agrupamentos diversos.

UL, ancienne UN2. Université de Lorraine, ancienne Université de Nancy 2.

LHSP / AHP. Laboratoire d'Histoire des Sciences et de Philosophie / Archives Henri Poincaré (UMR 7117).

École Doctoral Stanislas, ancienne École Doctoral Language, Temps et Société.

MSH Lorraine. Maison des Sciences de l'Hommes Lorraine (Nancy).

CROUS. Cité Universitaire Boudonville (Nancy).

UFRJ. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

UFRJ / HCTE. Programa de pós-graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

UFRJ / BOR. Biblioteca de Obras Raras.

UFRJ / CCMN. Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza.

UFRJ / CT. Centro de Tecnologia.

UFRJ / Setor de Convênios e Acordos Internacionais.

UFRJ / PR2. Pró-reitoria de Pós-Graduação.

IFRJ. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro.

IFRJ / Alunos, administrativos e docentes do Campus Nilópolis.

IFRJ / Direção do Campus Nilópolis (gestão 2010-2013).

IFRJ / Gabinete da Reitoria (gestão 2010-2013).

Archives Départementales de la Marne (Châlons-en-Champagne).

Archives Départementales du Jura (Lons-le-Saunier).

Archives Municipales de Châlons-en-Champagne.

Archives Nacionales de France (Paris).

École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (Châlons-en-Champagne) / Bibliothèque.

École Polytechnique (Paris) / Bibliothèque et Archives.

Bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré (Paris).

Bibliothèque de l'Observatoire de Paris.

Bibliothèque / Médiathèque Municipale de Nancy.

Bibliothèque Nationale de France (Paris).

IMPA. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Rio de Janeiro).

CEI Idiomas. Centro de Ensino e Intercâmbio de Idiomas (Nilópolis).

Le Verre Anis (Nancy).

Lucky Cópias (Niterói).

Gráfica Sonimar (Nova Iguaçu).

Merci beaucoup !

Muito obrigado !

Cleber Haubrichs dos Santos

Table des matières

Remerciments. **i**

1 Introduction. **1**

1.1 A propos des biographies dans l'histoire des sciences 2

1.1.1 Quel scientifique (ou mathématicien) mérite une biographie ? . 4

1.1.2 Les trois dimensions d'une biographie dans l'histoire des sciences. 8

1.1.3 Quelques spécificités des biographies en histoire des mathématiques. 12

1.2 Pourquoi écrire une biographie d'Étienne Bobillier ? 14

1.2.1 Qui est Bobillier ? Qui n'est pas Bobillier ? 14

1.2.2 Ce que les historiens (n')ont (pas) dit sur Bobillier. 21

1.2.3 Les contributions d'une biographie de Bobillier pour les historiographies autour de lui. 26

1.3 Comment écrire une biographie de Bobillier ? 33

1.3.1 Comment un Bobillier-personnage-historique a conduit moi, un pretendu-biographe-chercheur, vers la collecte des sources. . . 33

1.3.2 Comment des sources collectées ont conduit moi, un pretendu-biographe-narrateur, vers la construction du Bobillier-protagoniste-d'une-possible-biographie. 35

1.3.3 Sur cet étude biographique (qui n'est pas *encore* une biographie de Bobillier). 39

2 Quelques renseignements pour une biographie de Bobillier. **41**

2.1 Chronologie & Curriculum. 42

2.1.1 De 1770 à 1798 : Des années antérieures à la naissance d'Étienne Bobillier. 43

2.1.2 De 1798 à 1818 : Les premières années à Lons-le-Saunier et la formation à l'École Polytechnique à Paris. 45

2.1.3 De 1818 à 1828 : Premier sejour à Châlons-sur-Marne et recherches mathématiques de Bobillier. 49
2.1.4 De 1829 à 1832 : Sejour à Angers. 52
2.1.5 De 1832 à 1840 : Deuxièmme sejour à Châlons-sur-Marne, productions didactiques de Bobillier et ses dernières années. . . . 55
2.1.6 De 1840 à 1880 : Des années après la mort de Bobillier. 59
2.1.7 *Curriculum vitae* d'Étienne Bobillier (1798-1840). 65
2.2 Les trois documents d'état civil. 68
2.2.1 L'acte de naissance (1798). 70
2.2.2 Acte de mariage (1837). 70
2.2.3 Acte de décès (1840). 74
2.3 École Polytechnique à Paris. 74
2.3.1 Matricule de Bobillier (1817). 75
2.3.2 Une liste de professeurs, répétiteurs, examinateurs et directeurs de l'École Polytechnique (1816-1818). 78
2.3.3 Programme d'enseignement d'*Application da l'analyse à la géométrie* (1816). 80
2.3.4 Un bulletin scolaire (1818). 81
2.4 École d'Arts et Métiers en France au 19ème siécle. 84
2.4.1 Quelques informations sur les écoles d'arts et métiers. 84
2.4.2 Une convocation du directeur de l'EdA&M à Châlons (1833). . 86
2.4.3 Extrait du rapport *Notice sur les Ecoles Impériales d'Arts et Métiers* de l'inspecteur Le Brum (1863). 87
2.5 Les textes de recherches. 88
2.5.1 Les 46 textes de recherches mathématiques (1826-1834) 88
2.5.2 Les dates et les journaux des textes 92
2.5.3 Rubrique principal et rubriques alternatifs. 93
2.5.4 Textes de Bobillier : évolution de la rubrique principal le long du temp. 95
2.5.5 Textes de Bobillier : évolution de toutes les rubriques le long du temp. 99
2.5.6 Personnes qui sont mentionnés dans des recherches de Bobillier. 103
2.5.7 Textes qui sont mentionnés dans des recherches de Bobillier. . 104
2.6 Les textes d'enseignement. 105
2.6.1 *Principes d'Algèbra* (1825-1879). 105
2.6.2 *Cours de Géométrie* (1832-1880). 106

2.6.3 La page de titre de la 1ère édition du *Cours de Géométrie* (1832). 108
2.6.4 Cours et manuels écrits entre 1835 et 1837. 108
2.6.5 La page de titre de la *Théorie de la Chaleur* (1835). 109
2.6.6 Le verso de la coverture de la 3ème édition du *Cours de Géométrie*, contenant l'annonce de deux autres cours (1837). 111

3 Géométrie de situation jusqu'à la fin des années 1820. 113

3.1 La théorie des polaires réciproques chez Poncelet. 114
3.1.1 Qu'est ce que la réciprocité polaire ? 114
3.1.2 Quelques aspects de la réciprocité polaire avant les années 1820. 124
3.1.3 Réciprocité polaire chez Poncelet (1817 à 1826). 128
3.2 Géométria de situation chez Gergonne. 137
3.2.1 Gergonne et la "frappante géométrie des théorèmes doubles" (janvier 1826). 138
3.2.2 Quand Gergonne veut "se placer sur les grands théorèmes pour embrasser d'un même coup d'oeil un grand nombre de vérités" (janvier et février 1827). 144
3.3 Réciprocité polaire *versus* principe da la dualité. 146
3.3.1 Un débat d'idées dans un ton presque courtois (1826 à 1827). 147
3.3.2 Quand la dispute devient très agressive (1827 à 1828). 154
3.3.3 Les dernières lettres de la polémique publique (1828). 161
3.3.4 Ce qui est arrivé après la querelle ? (1828 et au-delà) 165
3.3.5 Les formules de Plücker et la résolution du paradoxe de la dualité (décennie 1830). 169
3.4 Géométrie de situation chez Bobillier (1827 à 1829). 172
3.4.1 Essayer la géométrie de situation par la résolution d'une question proposé (juin 1827). 173
3.4.2 Bobillier, le premier auteur dans les *Annales* sous la rubrique principale "géométrie de situation" (octobre et décembre 1827). 177
3.4.3 Les contributions de Bobillier : la généralization de la notion de pôle et polaire pour des courbes ou surfaces de degré quelconque (mars 1828 à avril 1829) 186
3.4.4 Comment la géométrie de situation de Bobillier a fait comprendre et apprécier Poncelet par les géomètres de sa génération & a ramené Chasles aux recherches mathématiques. 197
3.5 Géométrie de situation dans les *Annales* (1810 à 1830). 203
3.5.1 Sélection et organisation d'un réseau de textes autour de la géométrie de la situation. 203

3.5.2 Un aperçu de la géométrie de situation dans les *Annales* entre 1810 et 1830 : des rubriques, des aspects formels, des auteurs, des textes et des personnes. 208

Annexe. Tableaux sur la géométrie de situation. 227

Annexe. Chronologie et résumé de la controverse. 251

4 La méthode da la notation abregée dans les années 1820. 259

4.1 Qu'est ce que la méthode de la notation abregée ? 260

4.2 Les premiers textes de quatre auteurs. 263

4.2.1 Lamé : *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie* (1817 et 1818). 263

4.2.2 Gergonne : *Recherches sur quelques lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres* (janvier 1827).271

4.2.3 Bobillier : *Démonstration des quatre théorèmes de géométrie proposés à la page 255 du précédent volume* (juillet 1827). . . 275

4.2.4 Plücker : Quatre textes dans les *Annales* (entre 1826 et 1828). 278

4.3 Textes de Bobillier sous la *philosophie mathématique* (1828). 288

4.3.1 *Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue* (mai 1828). 288

4.3.2 *Démonstration nouvelle de quelques propriétés des lignes du second ordre* (juin 1828). 305

4.4 Abréviation de polynômes e combinaison des équations. 314

4.4.1 Abréviation de polynômes e combinaison des équations chez Bobillier. 314

4.4.2 Plücker, le Théorème de Pascal et les *Développemens de Géométrie Analytique* (des années 1830). 319

4.4.3 Abréviation de polynômes e combinaison des équations chez les *Annales de Gergonne* (1814 à 1828). 325

4.5 Pour conclure ce chapitre. 334

4.5.1 Quelques aspects de la méthode de la notation abregée après les années 1830. 334

Annexe. Tableaux pour la méthode da notation abregée. 339

A Bibliographie générale de la thèse. 345

A.1 Manuscrits et documents d'archives. 345

A.2 Sources primaires : les textes imprimés de Bobillier. 347

A.3 Sources primaires : des textes imprimés d'autres auteurs. 351
A.4 Études et références. 376
A.5 Websites et base de données *en ligne*. 390

Index des noms. **393**

Remerciments personnelles. **397**

Resumé trilingue. **401**

Table des figures

2.1 Les villes et les périodes de la vie de Bobillier. 42

2.2 *Bobillier, Etienne, Né le 17 avril 1798, à Lons le Saulnier (Jura).* Une approximation d'une page du Registre du Personnel de l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne, déposé dans la bibliothèque de l'institution (enregistrement fait en 1818). 67

2.3 Registre de naissance d'Étienne Bobillier (1798). 69

2.4 Noms des fiancés sur l'enregistrement du mariage, le 03 août 1837. . . 71

2.5 Signatures sur l'enregistrement du mariage, le 03 août 1837. 71

2.6 Les deux premiers pages du enregistrement du mariage de Bobillier et Pome Idali Pavier (1837). 72

2.7 Enregistrement de décès de Bobillier (1840). 73

2.8 Livre de matricules de l'École Polytechnique (concours de 1817). . . . 75

2.9 Matricule de Bobillier à la classe X1817 de l'École Polytechnique. . . 76

2.10 Première page du programme d'enseignement d'*Application da l'analyse à la géométrie* à l'École Polytechnique (1816). 79

2.11 Registre des notes et des évaluations de l'École Polytechnique (1818). 81

2.12 EdA&M en France au 19ème siècle. 85

2.13 Le 8 Avril 1833, le directeur de l'EdA&M à Châlons-sur-Marne invite les professeurs de mathématiques pour une réunion. 86

2.14 Extrait du rapport *Notice sur les Écoles Impériales d'A&M* par l'Inspecteur Le Brum (1863). 87

2.15 Couverture de la 1ère édition du *Cours de Géométrie* (1832). 107

2.16 La page de titre du manuscript de la *Théorie de la Chaleur* (1835). . 110

2.17 Verso de la coverture de la 3ème édition du *Cours de Géométrie* (1837). 111

3.1 Réciprocité entre le point P et la droite ℓ par rapport à le cercle $\mathcal{C}$. . 116

3.2 Une droite ℓ et son pôle P_∞ infiniment éloigné. 116

3.3 Une courbe K et sa polaire réciproque $\widehat{K}$. 118

3.4 Quelques configurations qui sont polaires réciproques les uns aux autres. 119

3.5 Une célèbre paire de théorèmes réciproques : Pascal & Brianchon. . . 119
3.6 [BOBILLIER 21], Théorème énoncé à la section 3. 120
3.7 Réciprocité entre le point P et le plan π par rapport à l'sphere $\mathcal{S}$. . . 122
3.8 Quelques configurations qui sont polaires réciproques les uns aux autres. 123
3.9 Jean Victor PONCELET. 129
3.10 Un théorème fondamental dans la théorie des polaires réciproques. . . 132
3.11 Un diamètre qui passe par un point quelconque est perpendiculaire à la droite polaire de ce point. 136
3.12 Joseph Diaz GERGONNE. 138
3.13 Teorema de Desargues. 142
3.14 Deux pages de l'article [GERGONNE 1827 a]. 145
3.15 Courbes cubiques, singularités et points d'inflexion. 171
3.16 [BOBILLIER 38], Théorème I, dans le cas où $p = q = 1$. 196
3.17 Michel CHASLES. 200
3.18 Frontispice du *Traité des propriétés projectives des figures*. 221

4.1 Un exercice de géométrie analytique. 263
4.2 Autre exercice de géométrie analytique. 264
4.3 Dessins de Gergonne qui illustrent le texte de Lamé dans les *Annales*. 265
4.4 Gabriel LAMÉ. 270
4.5 Théorème de Pascal et Théorème de Brianchon. 273
4.6 [BOBILLIER 09], premier Théorème I, dans le cas où $m = 1$. 277
4.7 Intersections possibles entre deux lignes du second ordre. 279
4.8 Troisième théorème énoncé dans [PLÜCKER 1826 b, p. 71]. 281
4.9 La concurrence des axes radicaux de trois cercles. 283
4.10 Détail de la page des *Annales* où commence le texte [BOBILLIER 25]. 289
4.11 [BOBILLIER 25], Théorème de la Section I. 293
4.12 [BOBILLIER 26], Théorème 3. 308
4.13 [BOBILLIER 26], Théorème 4. 309
4.14 Théorème d'Hexagone de Pascal. 320
4.15 Julius PLÜCKER. 323
4.16 Deux coniques (non-homothétiques) et leurs paires d'axes de symptose. 329

Liste des tableaux

2.1 Transcription de la fiche de matricule de Bobillier (1817) 77

3.1 Les théorèmes et l'estructure du texte [BOBILLIER 07]. 174

3.2 Les 92 textes de la réseau basique de la géométrie de situaton (1811-1829). 231

3.3 Rubrique principal de la réseau basique de la géométrie de situation. . 232

3.4 Toutes les rubriques de la réseau basique de la géométrie de situation. 233

3.5 Les auteurs de la géométrie de situation (réseau basique). 235

3.6 Les auteurs de la géométrie de situation (réseau augmenté). 236

3.7 Dates des textes de la géométrie de situation (réseau basique). 237

3.8 Dates des textes de la géométrie de situation (réseau augmenté). . . . 237

3.9 Textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation. 243

3.10 Personnes mentionnés dans le réseau de la gómétrie de la situation. . 248

3.11 Personnes mentionnés dans des textes de Gergonne, Poncelet et Bobillier. 249

4.1 Les premiers résultats de la section III. 302

4.2 Les autres résultats de la section III. 304

4.3 Dates des textes autour da la notation abregée. 339

4.4 Auteurs des textes autour de la notation abregée. 339

4.5 Textes dans les *Annales* autour de la méthode da la notation abregée. 340

4.6 Rubrique principale des textes autour de la notation abregée. 341

4.7 Toutes les rubriques des textes autour de la notation abregée. 341

4.8 Combinaison d'Équations & Notation Abregée chez BOBILLIER . . . 342

4.9 Combinaison d'Équations & Notation Abregée chez PLÜCKER . . . 343

4.10 Combinaison d'Équations & Notation Abregée chez QUATRE AUTEURS des *Annales de Gergonne* 344

Chapitre 1

Introduction.

Ce travail est un étude biographique autour du personnage historique Étienne Bobillier : un géomètre et professeur de mathématique français, du début du 19ième siècle.

A la première question pertinente sur ce travail – *Qui est Bobillier ?* – nous pouvons offrir une réponse naîve, dans le genre d'une entrée d'une petite encyclopédie, comme celle qui suit : Étienne Bobillier est né à Lons-le-Saunier, en France, le 17 avril 1798. Dans les années 1817 et 1818, le jeune Bobillier était à Paris en tant qu'élève de l'École de Polytechnique. Ensuite, durant deux décennies, il a construit sa carrière d'enseignant dans les Écoles d'Art et Métiers des villes de Châlons-Sur-Marne et d'Angers et au Collège Royale de Châlons. Il a publié deux livres didactiques, le premier d'algèbre et le second de géométrie, les deux ont été réédité plusieurs fois. Il a également publié un peu plus de quarante articles de recherches, presque tous de géométrie. Parallèlement à ses activités d'enseignement, il a été membre de quelques sociétés savants provinciales de son époque. Finalement, Bobillier décède le 22 mars 1840, à Châlons-Sur-Marne, un peu avant ses 42 ans.

Bien que les informations listées ci-dessus soient correctes, et que peut être certaines d'elles puissent éveiller l'intérêt ou la curiosité d'un publique de lecteur, il est clair que cette présentation sommaire ne paraît pas suffisante pour convaincre quelqu'un d'assumer la tâche d'écrire (ou de lire) une biographie de cette personnage. Après une premier contact avec Bobillier, plusieurs questions peuvent être posées. Pourquoi parler de ce personnage ? S'agit-il de quelqu'un d'important, d'exceptionnel ou de rare ? Oui ou non ? Comment et pourquoi ? Qu'y a t-il d'intéressant dans sa vie qui motive l'écriture ou la lecture d'une biographie de lui ? Sa production mathématique, tant les travaux consacrés à l'enseignement, que ceux consacrés à la recherche, est-elle pertinente ? Si oui, comment est-elle pertinente, quand et pour qui ? Quel est le gain que nous pouvons avoir à connaitre et à analyser sa trajectoire dans les diverses écoles par lesquels il est passé, que ce soit en tant qu'élève, comme professeur ou comme directeur ?

Ce chapitre d'introduction générale est divisé en trois parties. Dans la première je présente le cadre théorique autour de la question des biographies dans l'histoire des sciences (et, en particulier, dans l'histoire des mathématiques).[1] Dans cette partie je m'appuie sur certains sociologues et historiens, dans l'espoir de comprendre quels sont les scientifiques ou les mathématiciens qui "méritent" une biographie.[2] Le cadre théorique sert également pour tenter d'établir en quoi consiste exactement une biographie scientifique.[3] Dans la seconde partie de cette introduction, l'objectif général est de répondre à *pourquoi écrire* une biographie de Bobillier.[4] Cette partie commence par la présentation plus détaillée de Bobillier, en expliquant qui il est, mais aussi qui il n'est pas. J'argumente notamment avoir choisi Bobillier comme objet d'étude, alors qu'il est un personnage réputé comme "mineur" par l'historiographie traditionnelle.[5] Nous allons voir quelles sont et comment sont les quelques références à Bobillier ou ses esquisses biographiques dans l'historiographie du 19ème et 20ème siècles.[6] Sont esquissés quelques panels historiographiques liés directement ou indirectement au mathématicien et enseignant Étienne Bobillier. Nous allons montrer, en particulier, où et comment situer l(es) histoire(s) de sa vie dans les lacunes des cadres historiographiques esquissés dans cette partie.[7] Dans la troisième partie, l'objectif est d'expliquer *comment écrire* une biographie de Bobilier.[8] Là je tisse des considérations sur des perspectives qu'on peut adopter pour la rédaction, la collecte et le traitement des sources primaires, la stratégie du réseau de textes et d'autres questions méthodologiques.[9]

1.1 A propos des biographies dans l'histoire des sciences (et, en particulier, les biographies dans l'histoire des mathématiques).

En consultant quelconque dictionnaire ordinaire de langue, nous trouvons une définition générale de *biographie* comme étant la narration de l'histoire de la vie d'une personne. Ou encore, qu'une biographie est un genre littéraire qui relate l'histoire d'un individu.[10] De façon générale, les écrivains et les lecteurs de ce genre littéraire sont interessés par des biographies de figures publiques de positions sociales

[1] Il s'agit de la partie 1.1.
[2] Section 1.1.1.
[3] Section 1.1.2.
[4] Celle-ci est la section 1.2.
[5] Section 1.2.1.
[6] Section 1.2.2.
[7] Section 1.2.3.
[8] Il s'agit de la partie 1.3.
[9] Sections 1.3.1 et 1.3.2.
[10] J'ai consulté l'entrée "biografia" dans quelques un des dictionnaires de langue portugaise les plus populaires au Brésil : Aurélio, Bechara et Houaiss. Egalement en langue portugaise, j'ai consulté le Priberam. En français j'ai consulté l'entrée "biographie" dans le Larousse et le Robert. En anglais, j'ai lu l'entrée "biography" dans le dictionnaire classique Oxford. Toutes ces définitions ne diffèrent pas beaucoup les une des autres et sont compatibles avec la compréhension de sens commun de ce qu'est une biographie.

des plus diverses : de politiques, d'artistes, de sportifs, de militaires, de scientifiques, de penseurs, de dirigeants religieux, etc. Eventuellement, une biographie peut inclure la présentation d'une oeuvre du protagoniste de la biographie. Dans ce cas, le biographe peut aborder cette oeuvre d'un point de vue critique, et non seulement par le biais purement factuel.

Récemment nous observons un intérêt rénové pour l'écriture et la lecture de biographies, dans le marché éditorial en général. L'historien François Dosse, professeur à l'Institut des Etudes Politiques de Paris, observe que depuis les années 1980, "nous assistons à une véritable explosion biographique qui prend possession des auteurs et du publique dans un accés de fièvre collective qui dure jusqu'aujourd'hui."[11] Cette *explosion biographique* a aussi lieu dans le millieu universitaire. En outre des études biographiques (ayant comme protagonistes des intellectuels, des scientifiques, des politiques et même des *inconnus*), il y a aussi une augmentation de l'intérêt à débattre des questions sur la façon de faire, l'utilisation et le potentiel des biographies dans l'histoire générale, et dans l'histoire des sciences en particulier. Ces textes, académiques ou commerciaux, sont produits et consommés par des historiens professionels, mais aussi par des sociologues, des journalistes, des scientifiques, des enseignants, des romanciers, d'autres professionnels et des curieux en général.

Dans le cas de l'histoire des sciences, divers chercheurs d'actualité, se penchent sur le thème des *biographies scientifiques* et sur les sujets qui y sont liés comme *les prosopographies*, *l'histoire des institutions*, *la documentation et les archives*, etc. Se démarquent dans ce domaine, les travaux des historiens français Laurent Rollet et Philippe Nabonnand, rattachés aux Archives Henri Poincaré (à Nancy, en France). Ces chercheurs ont organisé un ample panel contemporain sur le thème des biographies dans l'histoire des sciences, qui peut être consulté dans un ouvrage collectif intitulé *Les Uns et les Autres... Biographies et prosopographies en histoire des sciences.*[12] Les contributions qui apparaissent dans ledit livre, amenées par des chercheurs de domaines divers des sciences humaines et sociales, aussi bien que des sciences exactes et de la nature, indiquent quelques tendances actuelles en biographies scientifiques. Celles-ci sont les conséquences de dialogues et de débats entre les sciences sociales et l'histoire générale, des débats auxquels participent, entre autres, le sociologue Pierre Bourdieu et les historiens Giovanni Levi, Jacques Revel et François Dosse.

En réflechissant aux biographies de scientifiques, certaines questions s'imposent. Pour commencer, quels scientifiques, donc, "méritent" une biographie ? Après avoir choisi le protagoniste d'une biographie, nous pouvons alors nous demander, en quoi consiste, exactement, une *biographie scientifique* ? Dans les deux sections à suivre je prétends répondre à ces questions, en montrant quelques une des tendances inspirées par les auteurs mentionnés ci-dessus. Dans la troisième section, j'esquisse un bref commentaire sur le cas particulier des biographies dans l'histoire des mathématiques.

[11] [DOSSE 2005, p.16].
[12] [ROLLET et NABONNAND (eds.) 2012].

1.1.1 Quel scientifique (ou mathématicien) mérite une biographie ?

Pour commencer cette section, il faut préciser ce que nous entendons par *historiographie* dans ce chapitre. La chercheuse Tatiana Roque, professeure à l'Université Fédérale de Rio de Janeiro, note qu'il est important

> de différencier l'histoire de l'historiographie, qui est la production des historiens. Différent de l'histoire, qui peut être définie comme l'ensemble des événements humain, l'objet d'étude des historiens, l'historiographie est l'écriture à propos de ces événements, qui peut inclure une activité critique, cherchant à montrer les bases épistémologiques et politiques sur lesquelles les discours historiques sont construits, montrant leurs hypothèses tacites.[13]

Ainsi, lorsqu'il est dit dans ce travail quelque chose comme, par exemple, "l'historiographie de la géométrie du début du 19ème siècle", nous comprendrons qu'il s'agit des récits des historiens sur la géométrie developpée à cette période. Similairement, en parlant "d'historiographie ancienne" en comparaison à une "historiographie récente", par exemple, il est sous-entendu que je parle des récits et des études d'historiens du passé en comparaison aux études historiques produites pendant les décennies plus récentes, plus proches de notre époque.

Voyons maintenant comment et pourquoi l'historiographie plus récente a misé davantage sur les biographies de personnages historiques "communs" que sur la biographie des personnages dits "les grandes figures de l'histoire".

Les grandes figures, les grandes masses, la microhistoire.

L'utilisation des biographies n'est pas l'unique (et n'est pas nécessairement le meilleur) outil de reconstitution historique utilisé aujourd'hui. Selon l'historien Fabien Knittel, biographe de l'agronome et scientifique français Mathieu de Dombasle (1777-1843), nous vivons dans une période sans école dominante et où coexistent divers genres et abordages pour faire de l'histoire. Dans ce contexte la biographie historique est devenue (ou plutôt, est à nouveau) une manière, parmi d'autres, d'écrire l'histoire.[14]

Cependant il n'en a pas toujours été ainsi. En effet, au millieu du 20ème siècle, les biographies historiques étaient vues avec méfiance ou mauvaise volonté par les historiens professionels. C'était une époque de réaction à une historiographie plus ancienne, de la fin du 19ème siècle et des premières années du 20ème siècle, où l'histoire était guidée par les *biographies héroiques de grands hommes* ou par *la célébration des grands événements*. Dans l'historiographie des années 1960 la tendance à valoriser les analyses des structures et des procédés de longue durée ont prédominé. Dans ce contexte, se distinguait l'utilisation de sources en séries et de techniques d'analyses quantitatives en histoire. A cette époque, les biographies, autobiographies et

[13] [ROQUE 2012, p. 29] (Extrait aimablement traduit du portugais par Julie Litzahn).
[14] [KNITTEL 2012, p. 180].

histoires de vie, étaient réputées comme problématiques et, par conséquent, elles ont été dévalorisées.[15]

Dans les années qui suivent, un rapprochement successif des historiens avec les sociologues a fait que l'historiographie subisse de nouvelles transformations dans ses méthodes. A la fin de la décennie de 1970 et début des années 1980, sans pour autant en revenir à pratiquer l'histoire traditionnelle des "biographies héroiques", l'importance des expériences individuelles a été sauvée et l'analyse qualitative a été revalorisée.

> Dans ce nouveau scenario, les témoignages, les récits personnels et la biographie ont également été revalorisés, et beaucoup de ses défauts ont été relativisés. En défense de l'abordage biographique il a été argumenté, que le récit personnel peut assurer la transmission d'une expérience collective et se constituer dans une représentation qui reflète une vision du monde.[16]

Un genre historiographique largement pratiqué à partir de la décennie de 1980 a été ce que nous appelons la *microhistoire*. L'historien Jacque Revel, professeur à l'École des Hautes Etudes en Sciences Sociales de Paris (EHESS), observe qu'une des caractéristiques de ce mode d'écriture historique est de tenter d'esquisser "une autre modalité d'analyse sociale, propre à une histoire qui essayait de tenir compte de l'expérience des individus capturée dans les relations qu'ils maintiennent avec d'autres individus."[17] En 1996, Revel a organisé et publié un livre collectif acclamé intitulé *Jeux d'échelles : la micro-analyse à l'expérience*.[18] Il s'agit, comme le titre le suggère, de débats et de réflexions sur la micro-histoire. Dans l'introduction du volume, l'éditeur commente la re-signification de l'expérience des acteurs sociaux dans le récit historique, de la manière suivante :

> Nous partageons tous spontanément la conviction qu'il existe une grande et une petite histoire qu'oppose une hiérarchie d'importance. Elle fut longtemps celle des rois et des grands capitaines ; elle est devenue plus récemment celle des masses et des processus anonymes qui gouverneraient la vie des hommes. (...) Sophistiqués ou simplifiés, les modèles explicatifs que mettent en oeuvre à la fois les sciences sociales et les sens commun renvoient plus ou moins à cette évidence. Or c'est elle qui, de divers côtés, est aujourd'hui mise en question. (...) C'est en ce point que la reprise en compte de l'expérience des acteurs sociaux prend toute sa signification. Elle a longtemps été ignorée parce qu'elle était considérée comme inessetielle. C'est ne plus le cas aujourd'hui. La plupart des historiographies occidentales se sont attachées depuis lors à rendre leur place à ceux qui n'ont laissé ni nom, ni trace visible.[19]

Ainsi, en considérant cette "hiérarchie d'importance", les biographes et les historiens affiliés à une historiographie traditionnelle cherchent à construire leurs récits basés sur des personnages qui "font la grande histoire". Dans le cas des scientifiques,

[15] [AMADO et FERREIRA (eds.) 1996, p. xxii].
[16] [AMADO et FERREIRA (eds.) 1996, pp. xxii-xxiii]. (Extrait aimablement traduit du portugais par Julie Litzahn).
[17] [REVEL 2010, pp. 438-439].
[18] [REVEL (ed.) 1996].
[19] [REVEL 1996, p. 12].

il s'agit, par exemple, de ceux qui ont recherché pendant longtemps, de ceux qui ont travaillé dans des institutions centrales, de ceux qui ont publié dans les périodiques les plus répandus, de ceux qui ont exercé un rôle de leader, etc. Ou, en alternative à ceci, est faite une histoire moins personnelle de la science, en étudiant seulement les thèmes tels que "les sciences de la civilisation antique X", "les mathématiques durant la période Y" ou encore "les courants et les tendances de l'époque Z".

Cependant, dépassé le temps d'ignorer les histoires des vies d'autrefois "considérées non essentielles", nous n'avons plus qu'à nous demander quelle place nous voulons rendre aux scientifiques "qui n'ont laissé ni nom ni trace visible" ?

Le scientifique commun et le caractère collectif de la production scientifique.

Pendant de nombreuses années, dans l'histoire des sciences, il y a eu une insistance à faire seulement des études biographiques de scientifiques réputés comme étant de "grandes figures". Avec ceci l'historiographie traditionnelle a créé la fausse impression que les sciences (et les mathématiques en particulier) sont inventées/découvertes seulement par des génies isolés. Cette insistance est consignée dans les premières pages d'un article de 1979, rédigé par le professeur d'histoire des sciences à l'Université de Washington, Thomas Hankins :

> The bad old history of science of the early twentieth century, which we have all been taught to abhor, was largely biographical. Books from this period usually consist of a series of illustrious names, each followed by birth and death dates, an occasional anecdote, and a description of that person's 'discoveries'. History was the assigning of priorities – every worker at the temple of science receiving credit for the bricks that he personally laid.[20]

En contrepartie, nous notons recemment la tendance à étudier et à rédiger des biographies non seulement des *grands scientifiques*, mais aussi de ceux que l'historiographie officielle a considérés comme *mineurs*. Mais il y a t-il du sens à choisir des "petits" personnages comme protagonistes de biographies ? François Dosse, dans son étude détaillée de l'histoire du genre biographique, intitulée *Le pari biographique : écrire une vie*,[21] offre une réponse possible quand il dit que "faire justice à certaines figures que l'histoire officielle a oubliées ou depréciées est une raison de poids pour les biographes."[22] Toutefois, mieux que de seulement faire justice à un personnage oublié ou deprécié, choisir un personnage considéré comme petit est, avant tout, se positionner contre des narratives historiques guidés uniquement par la célébration desdit "grands hommes" ou des "grands événements".

Il ne s'agit pas, cependant, d'exiger d'un biographe d'un "petit" scientifique la tache de transformer son protagoniste en une grande figure de l'histoire des sciences. Au contraire, il faut revaloriser le "petit scientifique" en tant que tel, dans sa singularité et dans ses contributions, sans necessairement vouloir en faire un "grand

[20] [HANKINS 1979, pp. 2-3].
[21] [DOSSE 2005].
[22] [DOSSE 2005, p. 76].

scientifique". Fabien Knittel argumente la pertinence d'écrire une biographie, que ce soit d'un personnage central ou non, quand il dit que

> Si l'historien décide d'écrire une biographie c'est qu'il juge tout d'abord que la vie qu'il entreprend d'étudier et d'expliquer a un intérêt sur le plan historique, c'est-à-dire qu'elle apporte un éclairage au contexte général, que le rôle jouée par le *biographé* ait été central ou non.[23]

Pour l'historienne Sabina Loriga, professeure à l'École des Hautes Etudes en Sciences Sociales de Paris (EHESS) "le désir d'étendre le champ de l'histoire, d'amener au premier plan les exclus de la mémoire, a rouvert le débat sur la valeur de la méthode biographique."[24] Ainsi, si d'un côté l'historiographie traditionnelle se consacrait seulement aux études biographiques des personnages réputés comme de grands hommes, "aujourd'hui le pari n'est plus les grands hommes (concept banni et parfois méprisé), mais si sur l'homme commun."[25]

L'expression *homme commun*, utilisé par Loriga dans la citation ci-dessus, est reprise (et adaptée) dans le contexte de l'histoire des sciences par la chercheuse brésilienne Silvia Figueirôa, professeure titulaire en histoire des sciences et des techniques de l'Université de Campinas (UNICAMP, à São Paulo, Brésil). Dans un article qui offre une vision de *l'état de l'art* sur le thème,[26] la chercheuse défend les études biographiques des "scientifiques communs", en soulignant leurs importance.

> A fin de contrebalancer le poid excessif des biographies des grandes figures, et de fournir un cadre bien plus réaliste de ce qu'est l'activité technico-scientifique, il se fait nécessaire non seulement de revoir ce qui a été dit à propos de quelques un, mais aussi de remplir les vides avec les scientifiques communs – ceux qui participent et sustentent le quotidien des pratiques scientifiques.[27]

Le sociologue Pierre Bourdieu, dans un de ses derniers cours dispensé au Collège de France, nous rappelle que "dans un univers comme celui de la science, les constructions individuelles, sont toujours en fait des constructions collectives."[28] La chercheuse française Catherine Goldstein, de l'Institut de Mathématiques de Jussieu (à Paris), souligne elle aussi l'aspect collectif des productions scientifiques en commentant que "le savant, perçu comme être individuel, est restitué dans un millieu, un état de la science de son époque, bref un être social qui participe de l'élaboration de la science, bien collectif par exemple."[29] Ainsi, en assumant ce caractère collectif de la production scientifique, nous pouvons mieux comprendre ce qu'est "le cadre bien plus réaliste que l'activité technico-scientifique" mentionnée par Figueirôa. Il s'agit d'un cadre dans lequel, au delá de la production des "grandes figures" – qui demeurent dans l'imaginaire des spécialistes et qui sont célébrées par l'historiographie traditionnelle – (ré)apparaissent les contributions pertinentes des "scientifiques communs".

[23] [KNITTEL 2012, p. 181].
[24] [LORIGA 1996, p. 225].
[25] [LORIGA 1996, p. 244].
[26] [FIGUEIRÔA 2007].
[27] [FIGUEIRÔA 2007, p. 9] (Extrait aimablement traduit du portugais par Julie Litzahn).
[28] [BOURDIEU 2001, p. 101].
[29] [GOLDSTEIN 2012, p. 539].

1.1.2 Les trois dimensions d'une biographie dans l'histoire des sciences.

En considérant qu'un biographe ait déjà élu un scientifique comme protagoniste d'une biographie historique, il y a toujours une deuxième question à laquelle nous devons répondre : En quoi consiste, exactement, une *biographie scientifique* ? Ou, plus exactement, de quoi est faite une *biographie mathématique* ?

Pour quelques historiens, une telle biographie doit se limiter à la présentation et à l'analyse des oeuvres et de la carrière du biographé. Ceci est une directive adoptée, par exemple, par le corps éditorial du *Dictionnaire de Biographies Scientifiques* (Dictionary of Scientific Biography). Ce dictionnaire, appelé DSB par les historiens, est une entreprise collective, organisé par l'éditeur Charles Coulston Gillispie et impliquant plus de 1200 historiens, spécialistes ou chercheurs de différents domaines scientifiques. Ce dictionnaire, publié initialement en 16 volumes durant la décennie de 1970, contient les esquisses biographiques d'environ 4000 scientifiques sélectionnés depuis l'antiquité classique (comme Aristote et Archimède, par exemple) jusqu'aux temps modernes (comme Einstein et Von Neumann).[30] Dans les premières pages du 1er volume, nous trouvons l'avertissement suivant du corps éditorial : "les auteurs des articles ont été invités à souligner les réalisations scientifiques et les carrières de leurs individus. (...) La biographie personnelle a été volontairement maintenue au stricte minimum pour expliquer la place du sujet dans le développement de la science"[31] Un exemple bien plus récent de travail qui correspond aussi à ce paradigme est la biographie d'Henri Poincaré (1854-1912) rédigée par l'historien Jeremy Gray.[32]

Une tendance actuelle adopte un point de vue un peu plus ample. Quelques historiens considèrent qu'une biographie scientifique doit également prendre en compte la vie personnelle du biographé, aussi bien que les stuctures culturelles et sociales dans lesquelles il évolue.[33] Deux exemples récents de textes rédigés selon cette tendance, sont les biographies des mathématiciens Colin Maclaurin (1698-1746) et Charles Ange Laisant (1841-1920), rédigées par les historiens Olivier Bruneau et Jérôme Auvinet, respectivement.[34]

Cette tendance peut être résumée de la manière suivante : une biographie en histoire des sciences est composée par trois dimensions, l'*oeuvre*, les *contextes* et la *personne*. Il incombe au biographe de choisir, lors de la rédaction de son texte, quelles sont les délimitations de chacune des trois dimensions mentionnées ci-dessus. La biographie contient-elle une analyse d'une partie ou de l'integrale de l'*oeuvre* ? Quelles facettes de la *personne* seront abordées ? Quels cadres fourniront les *contextes* nécessaires ou suffisants ? Ces choix dépendent des sources que l'historien/biographe

[30] Une présentation du DSB, suivie d'un bref commentaire critique, peut être trouvée dans [TATON 1982, pp. 527-528].

[31] [GILLISPIE 1970, p. ix (preface)].

[32] Il s'agit du livre *Henri Poincaré : A scientific biography* ([GRAY 2013]).

[33] Consultez, par exemple, [TATON 1982, p. 534] et [PARSHALL 1999, p. 299]. Consultez galement [DOSSE 2005, p. 386], [KAESER 2003, p. 145] et [EHRHARDT 2012, p. 99].

[34] Le premier livre est *Colin Maclaurin ou l'obstination mathématicienne d'un newtonien* ([BRUNEAU 2011]) et le deuxième livre est *Charles Ange Laisant : itinéraires et engagements d'un mathématicien de la Troisième République* ([AUVINET 2013]).

a à sa disposition, mais aussi de la souplesse qu'il possède pour les gérer.

Pour réussir à rédiger l'histoire d'une vie, certains biographes adoptent des solutions par lesquelles, délibérement ou non, ils ont tendance à souligner une des dimensions au détriment des autres. D'autres solutions possibles sont celles de tenter de présenter les trois dimensions de manière "équilibrée", ou d'éliminer une des dimensions de son travail, ou encore plus radicalement, de se restreindre à rester sur une d'elles seulement. Dans la mesure du possible, il est désirable que ces dimensions soient présentées de manière articulée. Jacques Revel diagnostique que le problème de l'articulation rigoureuse entre l'expérience singulière du personnage historique biographé et l'action collective autour de celui-ci, est encore un problème qui n'est pas complètement résolu.[35]

Une tentative de résoudre le problème pointé par Revel est de s'appuyer sur les concepts de *champs* et d'*habitus*, élaborés par Pierre Bourdieu au long de sa carrière. Selon les théories de Bourdieu, pour améliorer la compréhension des expériences d'un individu, en le considérant dans les diverses trajectoires qu'il parcourt au long de sa vie, aussi bien que dans les divers groupes sociaux desquels il fait partie, il est nécessaire de le mettre en lien avec ce qui l'entoure. Car l'expérience individuelle n'est rien sans son interaction avec le tout. Cela étant dit, Bourdieu établit que l'expérience des agents sociaux est structurée de l'extèrieure par les *champs* desquels il fait partie, et de l'intérieur par ses *habitus*.[36]

Un *champ*, dans le sens défini et utilisé par Bourdieu, est comme un réseau de relations objectives entre les positions qui fondent et orientent les stratégies des occupants de cette position dans l'espace des possibilités. Les différents champs desquels un individu peut faire partie – par exemple, le champ politique, le champ culturel, le champ scientifique, etc. – sont des espaces sociaux hiérarchisés, dont la nécessité s'impose aux agents qui s'y trouvent impliqués. Ce sont également des espaces de lutes, à l'intérieur desquels les agents se confrontent, avec des moyens et des fins différents conformement à leurs position dans la structure du champ de force, contribuant ainsi à la conservation ou la transformation de sa structure. Ainsi il est clair que la dynamique interne d'un champ provient des compétitions entre les agents sociaux pour occuper les positions dominantes de ce champ. Quant aux agents (individus ou institutions) qui appartiennent à un champ, ils n'y sont pas par hasard. En effet, "tous les gens qui sont engagés dans un champ ont en commun un certain nombre d'intérêts fondamentaux, à savoir tout ce qui est lié à l'existence même du champ."[37]

Pour moduler les interprétations téléologiques et/ou déterministes de ses théories, Bourdieu établit parallèlement (et en complément) au concept de champ, un second concept fondamental qui est celui de l'*habitus*. "La théorie de l'*habitus* vise à fonder la possibilité d'une science des pratiques échappant à l'alternative du finalisme

[35] [REVEL 1996, p. 11].

[36] La brève présentation qui suit, des concepts de *champs* et d'*habitus* chez Bourdieu, est basée sur les textes suivants : [BOURDIEU 1984, pp. 119-126], [BOURDIEU 1987, pp. 169-180] et [BOURDIEU 1994, pp. 48-52].

[37] [BOURDIEU 1984, p. 121].

et du mécanisme."[38] Pour Bourdieu, l'*habitus* est un ensemble de connaissances, de stratégies et de perceptions, acquis par un agent social et qui décrit ses modes d'actions dans les différents champs. Ainsi, l'*habitus* est incorporé à l'individu au fil du temps, pas nécessairement consciemment, par le biais de son expérience sociale. Comme sur une route à double sens, les mêmes stratégies, perceptions et connaissances sont adaptées aux nécessités des agents dans le monde social où ils circulent. Avec ce concept, il est permis de mettre en évidence les capacités créatrices, actives et inventives des agents d'un certain champ. En utilisant une expression propre à Bourdieu, les *habitus* d'un certain agent sont comme les structures structurées et structurantes.[39] D'un côté "structurées", car c'est un produit de la cohabitation sociale de l'agent, et d'un autre côté, "structurantes" car elles sont génératrices de nouvelles pratiques qui doivent être mises en place dans la même cohabitation sociale de l'agent. Nous pouvons penser l'interaction sociale des individus comme un *jeu* qui a ses propres règles. Le concept d'*habitus*, tel qu'il est élaboré, suppose que l'individu peut dans une mesure plus ou moins grande modifier les règles du jeu, en jouant, dès lors qu'il respecte le moment et la position qu'il occupe dans le champ dans lequel il se trouve.

En 1985, dans une entretien de Pierre Bourdieu pour un journal allemand, le sociologue fait part de sa perspective dans l'interprétation des oeuvres littéraires.

> La théorie du champ nous fait réellement refuser tant l'établissement d'une relation directe entre la biographie individuelle et l'oeuvre (ou entre la "classe sociale" d'origine et l'oeuvre) que l'analyse interne d'une oeuvre en particulier ou même l'analyse intertextuelle, c'est-à-dire, la relation d'un ensemble d'oeuvres. Parce qu'il est nécessaire de faire tout ceci en même temps.[40]

Nous observons que Bourdieu refuse de faire seulement la relation d'un écrivain avec son oeuvre, ou seulement l'étude d'une oeuvre en soi. Il refuse même de faire seulement l'étude d'une oeuvre dans un contexte formé par un ensemble d'oeuvres. Ce qu'il propose est bien plus ambitieux, quand il recommande de faire tout en même temps. Mais, comment "faire tout ceci en même temps" dans le cas de l'histoire des sciences ? Une réponse possible est suggérée par le commentaire suivant de Catherine Goldstein : "la biographie comme genre ne s'oppose alors pas tant à l'histoire conceptuelle ou à celle des instituitions qu'elle ne sert à les réconcilier".[41] De cette façon, la biographie se révèle être un genre historiographique privilégié en histoire des sciences dans la tentative d'articuler, avec succés, les *oeuvres* et les *contextes*. Ceci est possible car la biographie insère une *personne* en tant qu'intermédiaire entre les deux dimensions citées ci-dessus.

[38] [BOURDIEU 1984, p. 125].
[39] [BOURDIEU 2009, p. 191].
[40] [BOURDIEU 1987, p. 177].
[41] [GOLDSTEIN 2012, p. 539].

L'illusion biographique & la ligne du temps.

Avant de passer à la prochaine section, il est pertinent de faire un bref commentaire sur l'ordre chronologique dans un récit biographique.

Un article classique sur le thème de la biographie a été rédigé et publié par Pierre Bourdieu en 1986, et s'intitule *L'illusion biographique.*[42] Dans ce texte, Bourdieu pointe le côté artificiel du récit d'une vie qui soit

> organisée comme une histoire [et] se déroule, selon un ordre chronologique qui est aussi un ordre logique, depuis un commencement, une origine, au double sens de point de départ, mais aussi de principe, de raison d'être, de cause première, jusqu'à son terme qui est aussi un but.[43]

Le sociologue part de la prémisse que la vie réelle est discontinue, composée d'éléments (des)organisés sans raison préalable, chacun de ces éléments étant uniques, incontournables, imprévisibles, aléatoires et sans but nécessaire. Cette prémisse lui permet de conclure que nous ne pouvons attribuer de sens à une vie. C'est Bourdieu lui même qui nous rappelle la polysémie de l'expression *un sens*, qui peut (et doit) être comprise comme *un significat* mais aussi comme *une direction unique linéaire.*

Cependant, le problème n'est pas nécessairement dans l'ordre chronologique en soi, mais dans la confusion avec l'ordre téléologique. Notamment parce que la grande illusion biographique dénoncée par l'article est la croyance en un *moi* stable dans l'espace et dans le temps. Une telle croyance peut mener le biographe à établir le *nom propre* pour désigner un "même objet en n'importe quel univers possible, c'est-à-dire, concrètement, dans les états différents du même champ social (constance diachronique) ou dans des champs différents au même moment (unité synchronique) par delà la multiplicité des positions occupées."[44]

Les positions défendues par Bourdieu, dans son texte classique, ne sont pas toutes consensuelles. Le chercheur Marc Antoine Kaeser, biographe du géologue et paléontologue Édouard Desor (1811-1882) commente, par exemple, que :

> Par principe, le biographe doit en effet postuler l'unité, la cohérence de la vie qu'il se charge de retracer. Il ne saurait donc non plus imposer à sa biographie un ordre, une segmentation thématique conforme aux catégories peut-être trompeuses du présent. À cet effet, la solution la plus élégante nous paraît être celle de l'ordre chronologique. Si cette solution s'avère très contraignante pour l'analyse épistémologique, si elle nuit à la lisibilité des interprétations relatives à l'oeuvre du personnage étudié, elle autorise le biographe à adopter le ton, la forme et la liberté du discours narratif.[45]

Si d'un côté le texte de Bourdieu suggère que le choix de l'ordre chronologique peut conduire le biographe à tomber dans le piège du *téléologisme*, d'un autre côté, le commentaire de Kaeser suggère que c'est le même ordre chronologique qui permet au biographe d'échapper "plus élégamment" au piège de l'*anachronisme.* En effet, il faut réellement se méfier de biographies qui sont trop complètes ou trop consistantes,

[42] [BOURDIEU 1986].
[43] [BOURDIEU 1986, p. 69].
[44] [BOURDIEU 1986, p. 70].
[45] [KAESER 2003, p. 145].

dans le rapport de trajectoire d'une vie de la naissance jusqu'au décès. Ou, dans une perspective moins biologique (mais toujours linéaire), le récit d'une vie depuis la formation (scolaire, intellectuelle, artistique, etc) du protagoniste de la biographie jusqu'à la réalisation de sa grande oeuvre, quelle qu'en soit la nature. Mais nous devons également nous méfier des biographies qui attribuent aux actions de personnages historiques du passé les conceptions de notre temps.

Ainsi, quand un biographe décide de structurer son récit biographique selon la ligne du temps, il doit assumer les limitations et les risques qu'un tel choix entraine. Et étant averti de l'*illusion biographique*, se assurer ne pas confondre son ordre chronologique avec un ordre téléologique.

1.1.3 Quelques spécificités des biographies en histoire des mathématiques.

La production mathématique n'est pas seulment constituée d'inventions "géniales" ou de découvertes "correctes" des spécialistes, consignées dans leurs articles et traités. Les résultats obtenus et les textes produits par les plus divers utilisateurs des mathématiques, font également partie de cette production.[46] Ceci inclut les textes de l'enseignement (des plus basiques aux plus avancés), les textes de divulgation de (ou à propos de) mathématiques (qu'ils soient déstinés aux spécialistes ou au grand publique), les tentatives et les "erreurs" qui se sont perdues dans le temps, etc. Narrer l'histoire des mathématiques, est donc, narrer l'histoire de ces productions, aussi bien que des conditions de sa survenue, des personnes et des institutions impliquées, des pratiques et des contextes autour de ces productions.

Catherine Goldstein justifie pourquoi étudier l'histoire des mathémaiques, quand elle dit que "l'histoire des mathématiques, ou des sciences en général, est souvent le moyen de témoigner des aspects humains de la science."[47] Ainsi, un des principaux avantages que nous pouvons recueillir en étudiant l'histoire des mathématiques, est de comprendre que la production mathématique (de tous les genres mentionnés ci-dessus) n'est plus présentée comme *désincarnée* et passe à se présenter liée à des personnes.

Au delà des complexités propres au genre biographique en général, le cas de l'histoire des mathématiques en présente apparemment quelques une supplémentaires. L'une d'elles a été pointée par Thomas Hankins en 1979. Selon son argument, les mathématiques, différemment des sciences naturelles, paraissent avoir une existence autonome par rapport à la réalité. Dit plus clairement, les mathématiques paraissent être indépendantes d'une quelconque réalité intellectuelle ou sociale plus ample.[48] Exactement vingt ans après, l'historienne Karen Parshall, biographe du mathématicien anglais James Joseph Sylvester (1814-1897), commente que "les mathématiciens peuvent

[46] Ici j'utilise le terme *utilisateurs des mathématiques* en faisant référence à un publique bien plus ample que les mathématiciens professionnels. Ce groupe inclut des spécialistes aux amateurs, des professeurs de tous les niveaux d'enseingnement aux étudiants, des divulgateurs aux curieux en général.

[47] [GOLDSTEIN 2012, p. 538].

[48] [HANKINS 1979, p. 12].

même être un sujet difficile pour les biographes, mais les raisons données par Hankins en 1979 sont difficilement justifiables dans le climat historiographique actuel."[49] Et elle poursuit en argumentant que les mathématiques ne peuvent pas exister sans le mathématicien. Sans entrer dans un débat philosophique plus profond si les mathématiques sont décourvertes ou inventées, le fait est que sans un agent humain (dans ce cas, le mathématicien), aucune découverte ni invention n'est possible.[50]

Une autre difficulté de la biographie en histoire des mathématiques, a été pointée par Hélène Gispert, chercheuse liée au Groupe d'Histoire et de Diffusion des Sciences d'Orsay (GHDSO). Il s'agit de la difficulté intrinsèque aux propres mathématiques et à l'impossibilité de l'exposer de manière "simple".[51] Nous observons, cependant, qu'en réalité ceci n'est pas un problème seulement du genre biographique, mais c'est un problme de l'histoire des mathématiques, quel que soit le genre qui s'adopte. (Entre parenthèses, j'en profite pour commenter que ce problème, qui est celui d'un quelconque historien de mathématique, est également le problème du lecteur. En fin de comptes, l'histoire des mathématiques est écrite et lue par quel publique : des historiens professionnels, des spécialistes en mathématiques, un publique intermédiaire ou des lecteurs non professionnels mais intéressés ?)

Malgré cette difficulté apparemment incontournable, ceci ne doit pas être un obstacle pour investir dans les biographies mathématiques. Parshall observe que l'objectif du biographe d'un mathématicien est de comprendre et d'analyser les forces qui le forment en tant qu'individu et en tant que mathématicien. De plus elle commente que "en tant que méthodologie pour l'histoire des mathématiques, la biographie peut fournir une fenêtre non seulement pour le processus créatif du mathématicien, mais également du mathématicien comme participant et filtre de sa culture."[52]

Dans les sections antérieures nous avons répondu à : quels sont les scientifiques qui "méritent" une biographie. Nous avons aussi répondu à la question d'établir en quoi consiste une biographie scientifique. En se concentrant sur les mathématiciens, nous pouvons répondre que quand un biographe choisit un *mathématicien commun* comme protagoniste, il fait ressortir non seulement le caractère humain de la discipline, mais aussi le caractère collectif de son processus de construction. De plus, pour autant que cela paraisse être une tache difficile, une biographie mathématique doit tenter d'articuler l'oeuvre mathématique du protagoniste avec ce dernier, et les deux, avec les divers contextes dans lesquels ils sont insérés. En empruntant la métaphore de Parshall, nous pouvons affirmer que choisir un mathématicien commun comme protagoniste d'une biographie, c'est *ouvrir une nouvelle fenêtre* d'où nous pouvons voir, par différents angles, la richesse des pratiques mathématiques d'une certaine période, même si cette fenêtre ne se trouve pas sur un palier tellement haut ou dans une position frontale.

[49] [PARSHALL 1999, p. 290].
[50] [PARSHALL 1999, p. 290].
[51] [GISPERT 2012, pp. 172-173].
[52] [PARSHALL 1999, p. 292].

1.2 Pourquoi écrire une biographie d'Étienne Bobillier ?

Les prochaines sections sont dédiées à *justifier la pertinence d'une biographie de Bobillier*. Pour cela, la première chose que nous allons faire est de présenter le personnage historique un peu plus en détails, aussi bien que son oeuvre et ses contextes. Nous allons voir que Bobillier n'est pas un "grand mathématicien" et ni un "personnage central" en histoire des mathématiques, mais que ce sont exactement ces caractéristiques qui rendent une biographie intéressante.[53] Nous allons également voir combien Bobillier est un personnage oublié par les historiens. Les quelques esquisses biographiques qui lui sont dédiées, sont cataloguées et brièvement commentées.[54] En ce qui concerne les contextes dans lesquels Bobillier est inséré, nous allons faire une enquête des études historiographiques récentes sur la géométrie du début du 19ème siècle et sur l'éducation mathématique durant la même période.[55] Nous allons voir qu'il y a plusieurs lacunes historiographiques qui doivent encore être comblées, mais c'est exactement certaines d'entre elles (plus précisément, leur comblement) qui rendent une biographie nécessaire.

1.2.1 Qui est Bobillier ? Qui n'est pas Bobillier ?

Bobillier est né dans la ville de Lons-le-Saunier, dans le centre-est de la France, le 17 avril 1798. Ses parents s'appelaient Ignace Bobillier et Marie Rollet. Étienne est le second fils de quatre frères. Pendant l'année scolaire 1817/1818, le jeune Étienne Bobillier était à Paris en tant qu'élève dans la prestigieuse École Polytechnique. A la fin de la première année scolaire , il a été classé à la 8ème place parmi les 64 élèves de sa classe. Son passage par l'École Polytechnique a été court, car il n'y a pas continué la deuxième année scolaire, ni conclut le cours qu'il y a commencé.

Puis, durant 22 ans, il a suivi une carrière d'enseignant dans les Écoles d'Arts et Métiers des villes de Châlons-Sur-Marne, d'Angers et au Collège Royale de Châlons. Au long de sa carrière il a enseigné la trigonomtrie, les statique, la géométrie analytique, la géométrie descriptive, la mécanique pratique, la physique et la chimie. Il a aussi donné des cours appelés *mathématiques spéciales*, qui étaient des cours de niveau moyen/intermédiaire, préparatoire pour les *grandes écoles* de France (École Polytechnique, École Normale Supérieure, etc.). En outre d'être enseignant, il a développé dans les Écoles d'Arts et Métiers quelques activités en tant que directeur durant la décennie 1830 (chef d'études, chef adjoint des études et travaux, etc.).

Étienne Bobillier a publié deux livres didactiques. Le premier, intitulé *Principes d'Algèbre*, a été un "ouvrage adopté par le ministre de l'agriculture, du commerce et des travaux publics pour les écoles d'arts et métiers"[56], dont la première édition en trois volumes est de 1825, 1826, 1827 et la nouvelle édition, en un volume unique, est

[53] Dans la section 1.2.1 à suivre.
[54] Dans le section 1.2.2 plus loin.
[55] C'est la section 1.2.3.
[56] [BOBILLIER A, page de titre].

de 1845. Le second livre est son *Cours de Géométrie*. Il s'agit d'un manuel didactique largement couronné de succès, également adopté "par le ministre de l'agriculture, du commerce et des travaux publiques pour les écoles d'arts et métiers"[57] et réédité 15 fois entre 1832 et 1880.

Les recherches mathématiques de Bobillier apparaissent durant la première moitié du 19ème siècle. Plus précisément, il a publié quarante-six articles de recherches, tous entre 1826 et 1830. La plus grande partie de ces textes apparaissent dans le périodique qui, à l'époque, était le principal journal français spécialisé en mathématiques, les *Annales de mathématiques pures et appliquées* (surnommées les *Annales de Gergonne*). Un bon nombre de textes apparaît aussi dans la *Correspondance mathématique et physique*, un journal édité à l'Observatoire Astronomique de Bruxelles. Le principal intérêt de Bobillier dans ses recherches sont les courbes et les surfaces de second ordre, étudiées dans divers contextes disciplinaires : géométrie pure, géométrie descriptive, géométrie analytique, géométrie de situation et géométrie transcendante. Ses principales méthodologies de recherches et/ou stratégies de démonstration sont la méthode de la notation abrégée, l'étude des lieux géométriques, la théorie des projections et la théorie des polaires réciproques. Quelquefois il a manifesté d'autres intérêts, en publiant des articles sur l'algèbre, l'arithmétique, le calcul différentiel et le statique.

En outre de ses activités d'enseignement et de recherches mathématiques, Bobillier a été membre de quelques sociétés scientifiques provinciales de son époque, comme, par exemple, la Société Industrielle d'Angers et la Société d'Émulation du Jura. Il a été membre titulaire de la Société d'Agriculture, du Commerce, des Sciences et des Arts du Département de la Marne, de 1826 jusqu'à 1842. Durant sa dernière année de vie il a été élu président de cette société, mais il n'a pu prendre son poste, car il est décédé avant.

Bobillier s'est marié en août 1837 avec une fille d'une famille châlonnaise appelée Pome Idalie Pavier. Il a été décoré comme Chevalier de la Légion d'Honneur en 1839. Enfin, il meurt le 22 mars 1840, à Châlons-Sur-Marne, peu avant ses 42 ans.

Bobillier, un enseignant dans la périphérie.

Il y a un fait qui attire notre attention dans l'histoire de la vie de Bobillier : il a toujours été un professeur situé en *périphérie* du système de production mathématique. Par périphérie, j'entends que Bobillier était délocalisé par rapport aux positions occupées par l'élite scientifique de son époque.

Dit plus clairement, une des périphéries considérées est la *géographique*, vu qu'il n'est pas un mathématicien *de* Paris (ni *à* Paris). A part l'unique année où il était dans la capitale française pour étudier (durant l'année scolaire 1817/1818, lorsqu'il avait 19 ans), il a passé toute sa vie dans des villes provinciales, plus particulièrement à Châlons-Sur-Marne (180 km à l'est de Paris) où il a vécu presque la moitié de sa vie.

La seconde périphérie considérée est l'*institutionnelle*. Bobillier n'a jamais tra-

[57] [BOBILLIER G, page de titre].

vaillé dans des facultés ou académies de sciences, il a encore moins été professeur de mathématique de niveau supérieur. Son institution est l'École d'Arts et Métiers, qui formait des techniciens ("ingénieurs") de niveau secondaire. Ces écoles, toutes situées dans des villes provinciales au 19ème siècle, bien que leur administration soit centrale, parisienne (liée au ministère du commerce), ne jouissaient pas du même prestige que les grandes institutions ou les facultés.

La question de la périphérie fait penser à la position de Bobillier dans l'imaginaire de la communauté mathématique. Cette communauté, de manière générale, est endogène, auto-référentielle et fermée, ce qui exige de ceux qui veulent y entrer (et y rester) une longue période de préparation et d'adaptation. Dans le sens de Bourdieu, pour ceux qui veulent *jouer* dans un champ social déterminé, "il est nécessaire et suffisant qu'ils 'accompagnent le jet', qu'ils soient au courant de ce qui à été fait et de ce qui se fait dans le champ, qu'ils aient le 'sens de l'histoire' du champ, de son passé et de son futur, de ses développements futurs, de ce qu'il y a à faire."[58] En outre,

> Les champs de production culturelle proposent, à ceux qui y sont impliqués, un *espace des possibilités* qui tend à orienter sa recherche en définissant l'univers de problèmes, de références, de marques intellectuelles (fréquemment constituées par les noms de personnages-guides), des concepts aux "ismes", en résumé, tout un système de coordonnées qu'il est nécessaire d'avoir à l'esprit – ce qui ne veut pas dire en avoir conscience – pour entrer dans le jeu.[59]

Bien sur que pendant quelques temps Bobillier s'est appliqué à *jouer dans le champ mathématique*, en publiant des articles originaux de recherches dans les *Annales de Gergonne* et dans la *Correspondance mathématique et physique*. Ceci a permit à Bobillier de participer à une communauté plus ample que la société provinciale de ses alentours : les lecteurs et auteurs desdits périodiques. Cependant, à partir de l'interruption subite de ses publications, en 1830, il commence à se dédier intégralement aux activités circonscrites à la province : l'enseignement, la gestion scolaire et la participation à de petites sociétés scientifiques.

Normalement la communauté mathématique choisit ceux qui dévouent toute (ou, du moins, une grande partie de) leurs vie publique aux activités pertinentes à cette communauté, comme ses *héros*. Il semble que ce soit une règle du jeu que Bobillier n'ait pas apprise. En se déviant des intérêts strictement mathématiques, il a beaucoup restreint son *espace des possibilités* en tant que mathématicien.[60] Le fait que, même avant de mourir, Bobillier ne communiquait déjà plus avec les autres mathématiciens, le situe en dehors du champ mathématique, et par conséquent le laisse sujet à un possible processus d'oubli de la part de ses pairs.

Ainsi, la position de Bobillier en tant que personnage *périphérique* débouche (même si ce n'est pas l'unique motif) sur une question un peu plus ample, à sa-

[58] [BOURDIEU 1987, p. 178].
[59] [BOURDIEU 1994, p. 53].
[60] Cet argument m'a été suggéré par l'historien Carlos Henrique Barbosa Gonçalves, professeur à l'Université de Sao Paulo.

voir, la position de Bobillier en tant que personnage *oublié*. Dans les paragraphes qui suivent, je prétends pointer quelques pistes et preuves qui montrent combien Bobillier a été (et est encore) oublié par la communauté mathématique. Plus loin,[61] nous allons montrer plus en détails *comment* et *à quel point* les historiens des mathématiques, durant les 19ème et 20ème siècles, et même jusqu'aujourd'hui, ont également oublié Bobillier.

Bobillier, un mathématicien oublié par la communauté mathématique

Les recherches mathématiques de Bobillier sont circonscrites à une période que l'historiographie traditionnelle de mathématique (peut être avec un enthousiasme exagéré) appelle "l'âge d'or de la géométrie analytique" et "la grande période de la géométrie projective".[62] Certains géomètres réputés comme "illustres" dont les contributions à la géométrie apparaissent dans les mêmes périodiques et qui traitent des mêmes sujets que les travaux de Bobillier, appartiennent également à cette période. L'un d'eux est Joseph Diaz Gergonne (1771-1859), éditeur des *Annales*, dont le nom fait désormais partie du nom de "son" périodique. Un autre est Jean Victor Poncelet (1788-1867), célèbre pour son *Traité des propriétés projectives des figures*. Il y a aussi Michel Chasles (1793-1880) et Julius Plücker (1801-1868), qui après les années 1830 ont atteint une grande réputation dans leurs carrières professionnelles (Chasles à Paris et Plücker à Bonn). Il est bon de consigner, cependant, que Chasles et Plücker sont des chercheurs débutants durant la période où Bobillier, également débutant, a publié ses recherches (à la fin des années 1820). Poncelet, à son tour, n'était pas nécessairement débutant dans ses recherches, mais était débutant dans leurs divulgation.

Trois décennies après sa mort, les contemporains de Bobillier, qui ont vieilli et sont alors connus, se souviennent encore de lui. Poncelet mentionne Bobillier plusieurs fois dans ses livres des décennies 1860, en s'y référant affectueusement, comme quelqu'un avec qui il a eu des relations personnelles directes. Chasles, à sont tour, rédige une entrée passionnante sur Bobillier pour son *Rapport sur les progrès de la géométrie en France*, de 1870.[63] De plus, quarante ans après sa mort, son principal livre didactique, le *Cours de Géométrie*, est encore réédité pour la 15ème fois.

Cependant, nous notons que déjà au 19ème siècle, et petit à petit, Bobillier est oublié par les mathématiciens professionnels et les autres utilisateurs des mathématiques. Voici un petit épisode qui sert à illustrer cet *oubli*. En 1865, un professeur parisien appelé Jules Alexandre Mention a publié dans le journal *Nouvelles Annales des Mathématiques* un texte intitulé *Sur l'hyperbole équilatère*.[64] La phrase d'ouverture est significative : "L'hyperbole équilatère est encore un bon sujet d'étude, même aprés les recherches souvent citées de MM. Brianchon et Poncelet, après celles, moins

[61] Dans la section 1.2.3.

[62] Le premier surnom est le titre du chapitre IX de [BOYER 1956]. Le second surnom est le titre du paragraphe § 2, du chapitre V, du livre I de [COOLIDGE 1940].

[63] Tant les mentions de Poncelet que l'entrée de Chasles sont présentées brièvement dans la section 1.2.2

[64] [MENTION 1865].

connues, de Bobillier"[65] Dans la séquence, Mention fournit correctement la référence au travail de Bobillier sur l'hyperbole équilatère, indiquant le tome et la page de l'article qui apparaît dans les *Annales de Gergonne*.[66] Nous observons que les recherches de Charles Julien Brianchon (1783-1864) et Poncelet sont dites "fréquemment citées" à l'opposé de celles de Bobillier qui, à ce moment, apparaissent déjà comme "moins connues".

De nos jours, au 21ème siècle, Bobillier paraît être pratiquement inconnu par le public composé de mathématiciens professionnels et d'autres utilisateurs des mathématiques. Ce public a certainement déjà entendu parler, de nombreuse fois, de quelques un des contemporains illustres de Bobillier, comme par exemple, Augustin Louis Cauchy (1789-1857), Niels Henrik Abel (1802-1829), Joseph Liouville (1809-1882) et Évariste Galois (1811-1832). Les géomètres professionnels de notre temps, les spécialistes en géométrie algébrique,[67] connaissent certainement des théorèmes, des objets ou des méthodes surnommé d'après Poncelet ou Plücker ; mais je me risque à dire, que le nom de Bobillier ne leurs évoque probablement rien.

Il y a quelques pistes que nous pouvons suivre pour découvrir pourquoi Bobillier est un personnage oublié. Pour commencer, il n'a pas vécu très longtemps, seulement un peu plus de 40 ans. Juste pour illustrer cette question, et en reprenant quelques un des mathématiciens déjà mentionnés ici, Plücker, Cauchy, Liouville et Poncelet ont vécu 66, 67, 73 et 79 ans respectivement. Mais la longévité n'est pas un critère suffisant pour justifier que nous nous souvenions d'un mathématicien ou non. Deux des mathématiciens également mentionnés dans les paragraphes antérieurs ont vécu bien moins longtemps que Bobillier et sont jusqu'à aujourd'hui à l'*ordre du jour* des mathématiciens professionnels. L'un d'eux est Abel, qui, alors qu'il a vécu seulement 26 ans, était déjà, avant de mourir, un mathématicien énormément reconnu entre ses pairs. Un autre exemple notable de décès précoce est Galois, dont la mort tragique à 21 ans est un récit assez connu.

Quelques un de ceux qui entrent en contact avec les écrits de Bobillier, que ce soient des mathématiciens professionnels, ou des utilisateurs des mathématiques ou encore d'autres curieux, pourraient supposer que sa mathématique est désintéressante et que pour cette raison ce personnage est tombé dans les ombres de l'oubli. Conformément à ce que nous allons voir au long de cette thèse, la production écrite de Bobillier n'est pas petite et sa mathématique a été (et est toujours) de l'intérêt de beaucoup de gens. Du point de vue strictement quantitatif, ses articles dans des périodiques totalisent environ 350 pages. Si nous ajoutons à cela ses deux livres didactiques publiés, nous obtenons un total d'un peu plus de 1000 pages. Quant à la possible mesure de la qualité de sa mathématique, il est bon de consigner que les intérêts et les pratiques mathématiques de Bobillier sont les mêmes que beaucoup de ses contemporains, dont les *mémorables* Chasles, Plücker et Poncelet. Il est bon

[65] [MENTION 1865, p. 30].

[66] Il s'agit du texte [BOBILLIER 40].

[67] La géométrie algébrique est un domaine de mathématique contemporain dans lequel nous pourrions encadrer les recherches les plus significatives de Bobillier. Il est clair que cette affirmation est inscrite ici de mode délibérément anachronique.

de rappeler que les trois personnages que je qualifie de mémorables, le sont devenus seulement après les années 1820.

Une autre piste pour l'oubli de Bobillier entre les mathématiciens professionnels est le fait qu'il n'a écrit aucun grand traité de recherche.[68] Poncelet a son *Traité des propriétés projectives des figures*,[69] publié en 1822 et qui, depuis lors, a été connu (et reconnu) par la communauté mathématique comme le "texte fondateur" de la géométrie projective moderne.[70] Plücker, à son tour, commence sa carrière mathématique avec le traité *Développemens de Géométrie Analytique*,[71] publié en deux volumes dans les années 1828 et 1831, s'en suivent trois livres hardis contenant une recherche originale en géométrie. Quant à Chasles, après être devenu célèbre grâce à son *Aperçu historique* de 1837,[72] il assied sa position dans le canon des livres de références pour les mathématiques avancées, en publiant le *Traité de Géométrie Supérieure* en 1852.[73] Dans le cas de Bobillier, son plus grand livre est le *Cours de Géométrie*.[74] Bien que ce soit un livre aux mérites multiples, dont celui de réunir en appendices une partie de sa recherche originale qui apparaît dispersée dans des périodiques, il s'agit également d'un manuel didactique, de distribution restreinte au contexte scolaire.

Enfin, quelque chose qui n'est pas directement lié à des questions mathématiques, et qui peut avoir contribué à l'oubli de Bobillier, est le fait qu'il n'a laissé aucunes traces personnelles de quelconque type. Où que ce soit que j'ai pu chercher dans les diverses archives que j'ai parcourues,[75] il n'y a aucune lettre, journal intime ou annotations personnelles, ni de lui, ni de ses parents, de ses frères ou de sa femme. Bobillier n'a même pas laissé d'enfant.

Tous ces "motifs" apparemment très concrets listés ci-dessus, sont en réalité des *pseudo motifs*, car l'oubli est un phénomène qui apparaît dans les récits historiques, et non dans l'histoire en tant "qu'ensemble d'événements humains" proprement dits. Ce sont les spécialistes et les historiens qui, par des conceptions inadéquates, considèrent comme "grandes figures" quelques personnages, au détriment d'autres, auxquels il ne reste que le titre indigne de "petits personnages".

L'historiographie traditionnelle des mathématiques, s'est positionnée de façon à préserver et réaffirmer la mémoire des héros élus par les mathématiciens profession-

[68] Cette piste m'a été suggérée par l'historien Gérard Émile Grimberg, professeur à l'Université Fédérale de Rio de Janeiro.

[69] [PONCELET 1822].

[70] Consultez, par exemple, les registres laudatifs du mathématicien Luigi Cremona (du 19ème siècle) dans [CREMONA 1873, p. vi] et de l'historien René Taton (du 20ème siècle) dans [TATON 1970, p. 2037].

[71] [PLÜCKER 1828 a] et [PLÜCKER 1831].

[72] Le titre pompeux et complet de ce traité est *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne* [CHASLES 1837 a].

[73] [CHASLES 1852].

[74] [BOBILLIER G].

[75] La question des sources et des documents des archives collectés pour cette recherche et la rédaction de ce travail sera traitée plus loin, dans la partie 1.3.

nels. C'est pourquoi, dans les textes à caractères historiques écrits pendant la 2ème moitié du 19ème siècle ou durant le 20ème siècle, sur la géométrie des années 1820, Bobillier est peu (ou mal) mentionné par les historiens de mathématique, avec des informations incomplètes ou incorrectes. Ce faisant, l'historiographie traditionnelle a établit que Bobillier est, en effet, un "petit mathématicien".

D'un autre côté, en accord avec les tendances plus récentes en biographies historiques, je refuse le titre de *petit* pour Bobillier. J'adopte les expressions utilisées par Sabina Loriga et por Silvia Figueirôa (respectivement "homme commun" et "scientifique commun") pour classer Bobillier comme un *mathématicien commun*. En rappelant que ce sont les mathématiciens communs qui sustentent le quotidien de la production mathématique, alors nous comprenons combien ils sont importants dans la construction collective des mathématiques, sans qu'ils aient nécessairement besoins d'être "grands".

Pourquoi choisir Bobillier, *enseignant périphérique* et *mathématicien commun*, comme protagoniste d'une biographie historique ?

De par tout ce qui a été dit ci-dessus, nous pouvons affirmer qu'Étienne Bobillier *n'est pas un grand mathématicien* et qu'il *n'est pas non plus un personnage central* dans l'histoire des mathématiques. En tant que mathématicien il est oublié ; et sa production, bien qu'elle paraisse abondante, reste circonscrite a un court intervalle de quatre années de publications. En tant que enseignant, sa carrière n'a jamais été liée directement à la ville de Paris et n'était pas non plus liée aux grandes institutions de l'enseignement ou de recherches de son époque. Au contraire, toute sa carrière professionnelle s'est déroulée dans des écoles provinciales de formation technique de niveau moyen.

Pourquoi, alors, choisir ce personnage *commun* et *périphérique* comme objet d'étude ? Rappelons que Bobillier a appartenu à une génération de géomètres actifs au début du 19ème siècle. Comme nous le verrons dans cette thèse, les travaux de Bobillier, en outre d'être créatifs et innovateurs en soi même, sont aussi représentatifs des tendances et des développements de la géométrie de son temps. Plus particulièrement il a été un mathématicien, entre des dizaines d'autres lecteurs et auteurs des *Annales de Gergonne* dans les années 1820, qui s'est engagé dans la fabrication de géométries (analytique, projective, de situation, etc). Ainsi, étudier l'oeuvre de ce personnage peut contribuer à (ré)affirmer l'aspect collectif/collaboratif de la construction de ces géométries d'alors. De plus, dans un horizon un peu plus ample, il est possible d'étudier non seulement les recherches mathématiques de Bobillier, mais aussi sa production didactique et l'évolution de sa carrière professionnelle dans les villes et institutions par lesquelles il est passé. Ceci permet de comprendre quelques aspects de comment survient la production, la circulation et l'enseignement des mathématiques *dans* les périphéries (et également, *pour* les périphéries, et *à partir* des périphéries).

Comme conclusion partielle de la *justification pour une biographie*, je défends ma position. Je peux choisir de faire de Bobillier un personnage *mémorable*. En tant que

pretendu biographe, cependant, je n'ai pas la prétention de le transformer en "grand mathématicien" ou en "personnage central". Avec cette étude, je prétends montrer que, tout en étant un mathématicien commun et un professeur périphérique (ou peut-être à cause de cela) la vie, l'oeuvre et les contextes de Bobillier sont suffisamment pertinents pour mieux comprendre divers aspects de l'histoire des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques français du dix-neuvième siècle.

1.2.2 Ce que les historiens (n')ont (pas) dit sur Bobillier.

Cette section commence par rappeler qu'alors que l'*histoire* peut être définie comme l'ensemble des événements humains, l'*historiographie*, à son tour, peut être comprise comme les écrits à propos de ces événements. Dans cette perspective, une question se pose : quel est, ou plutôt, quels sont, les productions historiographiques en histoire des mathématiques qui concerne Étienne Bobillier ? Cette question n'a pas seulement une réponse, puisque Bobillier est un personnage potentiellement riche et passible de plusieurs abordages. Pour être plus exact, cette question ne doit pas être posée comme une seule mais doit être dédoublée en au moins deux questions. Premièrement nous pouvons nous demander de par les productions historiographiques *sur* Bobillier lui même, quand voulons nous mettre en valeur les esquisses biographiques qui lui sont dédiées. Puis, nous pouvons nous demander de par les productions historiographiques *autour* de Bobillier, quand voulons nous mettre en valeur les études des divers contextes dans lesquels Bobillier était inséré.

Qu'est-ce-que les historiens de mathématique ont déjà dit du personnage historique Étienne Bobillier ? Et qu'est-ce-qu'ils *n*'ont *pas* dit ? Une inspection minutieuse de la littérature secondaire révèle qu'il n'y a aucun travail de grande envergure sur ses oeuvres mathématiques ou sur sa carrière professionnelle. Les quelques esquisses biographiques existantes à son propos sont doublement en manque. Elles sont en manque d'informations plus détaillées sur sa vie et sa carrière. Et elles manquent également d'une meilleure présentation et d'analyse de son oeuvre, tant en elle même, que contextualisée.

Dans ce qui suit, je pointe brièvement les apparitions de Bobillier dans des textes à caractères historiques (conférences, livres, entrées ou articles de revue scientifique) qui traitent des aspects de la géométrie de la 1ère moitié du 19ème siècle, écrits par des mathématiciens ou historiens durant la 2ème moitié du 19ème siècle et le 20ème siècle. Entre celles-ci, quelques petites apparitions se détachent par leurs originalités, les esquisses biographiques rédigées par le mathématicien Michel Chasles du 19ème et par l'historien Jean Itard (1902-1979) au 20ème siècle, sont deux textes fondamentaux, séparés par presque exactement un siècle.

L'évaluation de l'historiographie autour de Bobillier, les études des contextes où il est (ou devrait être) inséré, et les lacunes historiographiques qui peuvent être remplies par une biographie de ce personnage, sont présentées et commentées dans la section suivante.[76]

[76] Section 1.2.3.

Le discours nécrologique (1840).

Une première esquisse biographique apparaît déjà en septembre 1840, six mois après la mort de Bobillier. Il s'agit d'un discours nécrologique, publié dans le journal régional de Châlons-sur-Marne, qui comprend comme annexe une liste des oeuvres, tant de la recherche que de l'enseignement, du professeur récemment décédé.[77] Ce document souligne bien plus les aspects de la carrière d'enseignant de Bobillier dans les écoles de Châlons plutôt que ses travaux proprement mathématiques. Tout indique que cette nécrologie a eu une diffusion restreinte entre les personnes de la génération et de la province de Bobillier, et d'une certaine manière il est resté *perdu* jusqu'à la décennie 1970, lorsqu'il a été redécouvert par Itard.

Les mémoires du vieux Poncelet (années 1860).

Durant la décennie 1860, quand Poncelet avait déjà dépassé les 70 ans, et après 40 ans sans avoir publié de livres de géométrie, il publia trois livres qui complémentent son célèbre *Traité* de 1822. Ce sont, les *Applications d'analyse et de géométrie qui ont servi de principal fondement au traité des propriétés projectives des figures*, tome I en 1862 et tome II en 1864 ; et le *Traité des propriétés projectives des figures*, tome II en 1866.[78] Dans ces trois livres, Poncelet réunit et présente divers articles et textes écrits dans sa jeunesse, depuis les fameux *Cahiers de Saratov*, datés de 1813/1814, produits lorsqu'il était encore dans la prison russe, passant par ses divers textes publiés dans les *Annales de Gergonne* dans la décennie 1820 ou dans le *Journal de Crelle* pendant la décennie 1830. Certains textes qui composent ces livres sont inédits, même si ils ont été produits durant sa jeunesse. La réunion et la présentation des textes est faite en ordre thématique et chronologique.

Une caractéristique marquante de ces livres de vieillesse, est qu'il ne s'agit pas de simples compilations d'écrits de jeunesse. De manière générale, les textes de jeunesse sont publiés exactement comme ils ont été produits trois ou quatre décennies auparavant. Cependant, Poncelet lui même se charge de commenter, d'adapter et d'actualiser les contenus mathématiques dans de longues notes de bas de page. Éventuellement, de nouveaux chapitres de commentaires pertinents d'un vieux mathématicien, sont incorporés entre l'un ou l'autre groupement d'anciens textes. Une autre caractéristique, qui enrichit la première, est que plusieurs de ces notes de bas de page et de ces nouveaux chapitres ont un ton de *témoignage* ou de *mémoires*. Ainsi, nous trouvons dans ces livres plusieurs commentaires qui montrent, par exemple, la version personnelle (et manifestement partielle) de ses querelles publiques avec Gergonne.

A plusieurs reprises, Bobillier, sa vie et ses théorèmes apparaissent dans les mémoires du vieux Poncelet. Seulement pour donner une idée de ces apparitions, voici un extrait tiré d'un de ces livres :

> Ces mêmes théories [de la géométrie analytique publiés entre 1815 et 1816] ont été reprises et développées avec succés, en 1827, par Bobillier, esprit intelligent et singulièrement actif, déjà cité dans le premier volume de ces *Applications*, et qui, après

[77] [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE, 1840b] et [SÉANCE PUBLIQUE de la MARNE, 1840c].
[78] [PONCELET 1862], [PONCELET 1864] e [PONCELET 1866].

> avoir épousé les idées de M. Gergonne, voulut bien enfin reconnaitre sa propre injustice à mon égard, dans une correspondance et des relations particulières datant de 1828 à 1829 ; époque où il se lia d'une amitié sincère avec moi par l'intermédiaire de M. Bardin, professeur à l'École régimentaire d'artillerie de Metz, et bien au fait de mes anciens travaux de Géométrie.[79]

L'entrée "Bobillier" de Chasles dans son *Rapport* (1870).

Une autre esquisse biographique de Bobillier, également du 19ème siècle, apparaît dans le livre *Rapport sur les progrès de la géométrie en France* de Michel Chasles écrit sur commande à la fin des années 1860 et publié à Paris en 1870.[80] A l'époque de l'apparition du *Rapport sur les progrès de la géométrie*, Chasles est déjà détenteur d'une longue carrière établie et reconnue à la Faculté des Sciences de Paris. Pour son *Rapport*, Chasles a fixé une période, la première moitié du 19ème siècle. Il a aussi marqué deux points de départ pour décrire les "progrès de la géométrie en France", à savoir, les livres de Gaspard Monge (1746-1818) et les livres de Lazare Carnot (1753-1823). Par le caractère de revue et par les esquisses biographiques de plusieurs mathématiciens du 19ème siècle ce livre fonctionne comme une extension/continuation de l'*Aperçu historique*, publié en 1837.[81]

Le nom et les recherches d'Étienne Bobillier apparaissent quelques fois dans le *Rapport* de Chasles, et il y a même une section qui est entièrement dédiée au "géomètre distingué, qui donnait de grandes espérances aux sciences mathématiques" et a qui "on doit des recherches fort remarquables".[82] Comme nous pouvions nous y attendre, l'esquisse biographique rédigée par Chasles se concentre sur la présentation et l'analyse de l'oeuvre géométrique de Bobillier. En prenant en compte les intérêts mathématiques de l'auteur du rapport et la taille de la section dédiée à Bobillier, cette présentation et analyse reste restreinte à un peu plus d'une demi-douzaine de textes de Bobillier.[83] Il est curieux d'observer que, dans son livre, Chasles informe incorrectement la date de décès de Bobillier comme ayant eu lieu en 1832. Cette erreur sera répétée dans plusieurs textes de l'histoire des mathématiques jusqu'à être finalement corrigée par Itard environ une centaine d'annes plus tard.

Darboux, Fano et Molk (décennies 1900 et 1910).

Le 24 septembre 1904 le mathématicien français Gaston Darboux (1842-1917), successeur de Chasles à la chaire de géométrie supérieure à la Sorbonne, donne lors du Congrès des Sciences et des Arts à Saint Louis, aux Etats Unis d'Amérique, une conférence intitulée *Le développement des méthodes géométriques*.[84] La version im-

[79] [PONCELET 1864, p. 486].
[80] [CHASLES 1870].
[81] [CHASLES 1837 a].
[82] [CHASLES 1870, p. 65].
[83] Pour être précis, des presque cinquante textes de Bobillier, Chasles commente seulement les travaux [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 25], [BOBILLIER 26] et [BOBILLIER 38] et mentionne aussi [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] et [BOBILLIER G].
[84] [DARBOUX 1904].

primée de cette conférence apparaît publiée en quatre parties dans le journal nord américain *The mathematical gazette* entre 1904 et 1905. La tache de présenter historiquement la géométrie produite au 19ème siécle a été assignée à Darboux, histoire de laquelle il est lui même un personnage. Sa revue, inévitablement, privilégie les contributions des mathématiciens français. Bobillier est mentionné quelques fois, associé à la méthode de la notation abrégée.

Une autre (dés)apparition de Bobillier à cette époque, dans un épisode pour le moins intéressant, a lieu dans l'entrée d'un peu plus de 70 pages intitulée *Exposé parallèle du développement de la géométrie synthétique et de la géométrie analytique pendant le 19ème siècle*,[85] écrit par le mathématicien italien Gino Fano (1871-1952), pour composer l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques Pures et Appliquées* (*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihre Anwendungen*). Cette encyclopédie est une entreprise animée par le mathématicien allemand Felix Klein (1849-1825) et a pour objectif de présenter avec autant de détails possibles toutes les mathématiques alors connues. La version allemande de cette encyclopédie présente 24 volumes et a été publiée entre 1898 et 1933.[86] La version française de cette même Encyclopédie a été coordonnée par le mathématicien et éditeur Jules Molk (1857-1914) et a été publiée entre 1904 et 1916, jusqu'à ce que sa production soit interrompue par la Première Grande Guerre (1914-1919).[87] L'édition française ne devait pas être une simple traduction du texte allemand, mais il incombait à l'éditeur et à ses collaborateurs d'insérer des informations qui leurs paraissaient pertinentes. Ainsi, le texte original de Fano qui ignore complètement le nom de "Bobillier" dans les succès des géométries du 19ème, est dûment *corrigé* par le traducteur et annotateur de cette entrée, un mathématicien français qui signe en tant que Carrus.

Bobillier dans l'historiographie des années 1940 et 1950.

Durant la première moitié du 20ème siècle, le *fantôme* de Chasles entoure encore la plupart des récits historiques, en ce qui concerne la position de Bobillier dans l'historiographie de la géométrie en générale, et de la géométrie analytique en particulier. Pendant cette période j'identifie trois textes de l'histoire des mathématiques à considérer. Le premier est un passage du livre du géomètre américain Julian Lowell Coolidge (1873-1954) appellé *Une histoire des méthodes géométriques*.[88] Ce livre a été écrit un siècle après, et en hommage déclarée, à l'*Aperçu historique* de Chasles. Le second texte est un long article du mathématicien et historien italien Gino Loria (1862-1954) intitulé *Perfectionnements, evolution et metamorphoses du concept de "coordonnées" : contribution à l'histoire de la géométrie analytique*,[89] publié en 1948, dans la revue *Osiris*. Le troisième texte est signé par l'historien Carl Boyer

[85] [FANO 1915].

[86] Une version digitale complète de cette encyclopédie en allemand est disponible sur le site [GDZ. Göttinger Digitalisierungszentrum].

[87] Consultez [MOLK 1916]. Une réimpression intégrale de la version française de cette Encyclopédie est apparue en 1991 par l'éditeur Jacques Gabay. Plus de détails sur cette Encyclopédie peuvent être obtenus dans [GISPERT 1999].

[88] [COOLIDGE 1940].

[89] [LORIA 1948].

(1906-1976), dans son livre *Histoire de la géométrie analytique* de 1956.[90] En ce qui concerne Bobillier spécifiquement, les trois répètent de très près ce qui avait déjà été dit dans la section "Bobillier" du *Rapport sur les progrès de la géométrie* de Chasles. Ceci est vérifié non seulement dans la reproduction de l'erreur sur la date de la mort de Bobillier, mais principalement – et peut être plus gravement – dans la sélection des contributions de Bobillier qui *méritaient* d'être misent en avant.

Bourbaki, Eves et Boyer (décennies 1950 et 1960).

En avançant jusqu'à la moitié du 20ème, Bobillier est mentionné une seule fois dans le classique *Éléments d'Histoire des Mathématiques* de Bourbaki, de 1960.[91] Le livre est constitué d'une réunion des notes historiques rédigées et éparpillées dans les divers volumes de la grande collection *Éléments de Mathématique* publiée par Bourbaki jusqu'alors. Bien que ce soit un livre d'histoire, ses chapitres sont organisés thématiquement, par domaines mathématiques, au lieu d'être organisés par périodes de temps. En outre, dés la première page le lecteur est informé qu'il "[...] ne trouvera pratiquement dans ces Notes aucun renseignement biographique ou anecdotique sur les mathématiciens dont il est question"[92] Le nom "Bobillier" apparaît dans le chapitre intitulé *Formes quadratiques ; géométrie élémentaire*, dans un paragraphe dans lequel Bourbaki compare les développements de la géométrie "synthétique" après 1860, avec les succès de "sa rivale", la géométrie analytique, durant la génération antérieure : "étant restée lourde et disgracieuse durant tout le XVIIIème siècle, la géométrie analytique, dans les mains de Lamé, Bobillier, Cauchy, Plücker e Moebius, acquiert au moins l'élégance et la consistance qui leurs permettra de lutter sur un pied d'égalité avec sa rivale."[93] Nous observons que le nom de Bobillier, associé à celui des quatre autres mathématiciens, compose seulement une liste anodine, sans conséquences majeures.

Les historiens nord-américains Carl Boyer et Howard Eves (1911-2004) mentionnent également Bobillier dans des listes anodines. Pendant de nombreuses années, et jusqu'à récemment, deux des livres d'histoire des mathématiques les plus populaires parmi les étudiants des cycles supérieurs au Brésil étaient l'*Histoire des mathématiques*, de Boyer, et l'*Introduction à l'histoire des mathématiques*, de Eves.[94] Ces textes, rédigés pendant les décennies 1950 et 1960, consignent le nom "Bobillier" trois fois : deux fois dans Eves et une fois dans Boyer. Ce sont des listes de noms de mathématiciens dans des phrases plus ou moins du même genre qui ont déjà été illustrées ci-dessus, dans la citation de Bourbaki, et par conséquent ce n'est pas

[90] [BOYER 1956]. Tant le livre de Coolidge que celui de Boyer ont été intégralement réédités et publiés par la Dover, en 2003 et 2004 respectivement.

[91] [BOURBAKI 1960]. Ce livre est un exemple emblématique dans l'historiographie mathématique dite *internaliste*. Une brève présentation du livre, avec des commentaires sur l'importance et quelques critiques sur ce dernier, peuvent être trouvés dans [ROQUE 2012, pp. 473-476 e 481-482].

[92] [BOURBAKI 1960, page du préface].

[93] [BOURBAKI 1960, p. 134]. Les guillemets autour du mot "synthétique" (et leurs absence autour du mot analytique) sont de Bourbaki.

[94] [BOYER 1996] e [EVES 2004]. Des informations sur ces auteurs, leurs livres et les traductions brésiliennes de ceux ci peuvent être trouvés dans [ROQUE 2012, pp. 477-478].

la peine de les reproduire ici. Peut être que l'unique information curieuse, mais aussi banale, sont les noms des mathématiciens associés à celui de Bobillier dans les listes d'Eves et de Boyer : Karl Wilhelm Feuerbach (1800-1834), August Ferdinand Moebius (1790-1868), Plücker, Gabriel Lamé (1795-1870), Gergonne, Ludwig Otto Hesse (1811-1874), Alfred Clebsch (1833-1872) et Georges Henri Halphen (1844-1889). Comme toutes les citations pointées ci-dessus sont faites superficiellement, nous ne pouvons pas les considérer pour l'étude.

L'entrée "Bobillier" d'Itard dans le DSB (décennie 1970).

L'étude la mieux documentée que j'ai trouvée jusqu'à présent, et qui présente une esquisse biographique de Bobillier, a été produite sur commande par l'historien français Jean Itard durant la décennie 1970, pour être publiée dans le *Dictionnaire de Biographies Scientifiques*.[95] Lors de l'écriture de l'entrée, Itard a fait deux choses importantes pour *exorciser* le fantôme de Chasles. Premièrement, il a redécouvert – en retournant personnellement les archives publiques de la ville de Châlons-Sur-Marne – l'avis de décès de Bobillier qui était publié dans l'*Almanaque de la Marne*. C'est ainsi qu'il a finalement corrigé la date de la mort de Bobillier dans l'historiographie. Ensuite, il a présenté l'oeuvre de Bobillier de façon un peu plus ample, en additionnant aux références de Chasles, de nouvelles informations et des commentaires sur d'autres textes.[96] Enfin, Itard additionne également quelques informations sur la famille de Bobillier et sur sa carrière d'enseignant dans les Écoles d'Arts et Métiers et au Collège Royal, ce qui était complètement omis dans l'esquisse biographique de Chasles. Les recherches d'Itard et son engagement à corriger et à divulguer l'histoire de Bobillier sont documentées et peuvent être consultées dans quelques beaux manuscrits de cet historien (datés des décennies de 1960 et 1970) qui sont entreposés dans les Archives Leonore.[97] Bien que le texte d'Itard soit bien rédigé, il ne reste qu'une esquisse biographique qui occupe presque quatre pages du fameux *Dictionnaire de Biographies Scientifiques*.

1.2.3 Les contributions d'une biographie de Bobillier pour les historiographies autour de lui.

Après avoir vu les mentions et les esquisses biographiques de Bobillier, je présente maintenant deux panels d'études dans lesquels Bobillier et son environnement sont (ou devraient être) insérés. L'un d'eux est l'historiographie relative aux géométries dans la 1ère moitié du 19ème siècle, où il est déjà, mais à peine, abordé. Le second panel est celui de l'historiographie relative à l'éducation mathématique durant la même

[95] L'entre *Bobillier* d'Itard peut être trouvée dans [ITARD 1970]. Juste par curiosité, Jean Itard a rédigé 19 entrées pour le DSB, incluant *Lacroix* et *Legendre*, entre autres.

[96] Pour être plus exact, en addition aux neuf textes que Chasles a sélectionné, Itard commente [BOBILLIER 21], [BOBILLIER 40], [BOBILLIER 43] et [BOBILLIER 44]. Il mentionne aussi [BOBILLIER 01], [BOBILLIER 03] et [BOBILLIER A], aussi bien que les textes publiés dans le volume 4 de la *Correspondance de Quetelet*.

[97] Les Archives Leonore sont une base de données *on line* de dossiers de titulaires de l'Ordre de la Légion d'Honneur, décédés avant 1977, conservés aux Archives Nationales de France (à Paris).

période, où il n'est même pas mentionné. Dans la séquence je pointe d'autres lacunes historiographiques où certaines des facettes de Bobillier et de son environnement pourraient également être insérées.

Les géométries durant la 1ère moitié du 19éme siècle.

La géométrie que nous appelons de nos jours, *synthétique*, est caractérisée par l'utilisation de la règle et du compas pour résoudre des problémes, et par des arguments qui sont basés sur des diagrammes et des figures. En opposition à la géométrie dite *analytique*, qui est celle qui incorpore l'outil des coordonnées pour résoudre les problèmes géométriques. Ainsi, dans la géométrie analytique, la pratique de la géométrie est soumise à celle de l'algèbre.

Si d'un côté, la géométrie synthétique est l'héritière d'une longue tradition millénaire qui remonte à Euclide et à la Grèce Classique/Antique ; d'un autre côté, la géométrie analytique apparaît sur la scène des mathématiques seulement au 17ème siècle, initialement dans les travaux de René Descartes (1596-1650) et Pierre de Fermat (1605 ?-1665).[98] Le 17ème siècle est une période durant laquelle les sciences en générales, et les mathématiques en particulier, passent par de grandes transformations, notamment avec l'intervention des nouvelles méthodes algébriques ou infinitésimales en géométrie.[99] Au long du 18ème siècle, les méthodes algébriques et infinitésimales en mathématiques acquiert une immense popularité entre les mathématiciens, nous soulignons ici les travaux de Leonhard Euler (1707-1783) et Sylvestre François Lacroix (1765-1843).[100] Ce grand enthousiasme en est arrivé à un tel point que les méthodes synthétiques de la "géométrie pure" soient presque reléguées aux oubliettes.

Le début du 17ème est caractérisé par une réaction/rénovation des méthodes synthétiques en géométrie.[101] Cette rénovation essayait de recadrer la "folie des résultats" de la géométrie pure face à l'apparente généralit de l'"analyse".[102] De nombreux travaux des historiens de mathématique montre cette évolution de la géométrie "pure" (c'est ainsi qu'était appelée la géométrie synthétique à l'époque). En suivant les travaux de Monge, Brianchon, Carnot, Poncelet, Chasles, nous pouvons voir comment ces acteurs ont transformé le mode de questionner la géométrie synthétique, en lui même.[103] Ces mathématiciens mettent en scène de nouvelles pratiques géométriques qui s'articulent autour de concepts comme les éléments idéaux (infinis ou imaginaires), la théorie des polaires réciproques, la dualité, les configurations et transformations géométriques.[104]

D'un autre côté, il y a toujours un très fort courant de mathématiciens qui,

[98] [BOYÉ 2008] et [ROQUE 2012].
[99] [ROQUE 2012].
[100] [CHEMLA 1998], [SCHUBRING 2005] et [BOYÉ 2008].
[101] [NABONNAND 2006] et [GRAY 2007].
[102] [CHEMLA 1998] et [NABONNAND 2011].
[103] [CHEMLA 1998], [NABONNAND 2006], [GRAY 2007], [FRIEDELMEYER 2010] et [NABONNAND 2011].
[104] [NABONNAND 2006], [NABONNAND 2008], [NABONNAND 2011].

bien qu'ils reconnaissent quelques limitations ou difficultés des méthodes analytiques, croient encore à l'efficacité de ces méthodes. Ce courant s'engage dans la tentative de les améliorer et de les amplifier.[105] A propos de la géométrie analytique, l'historiographie un peu plus ancienne (produite dans les décennies 1940 et 1950)[106] dépeint "l'avancée importante dans le domaine des coordonnées durant le XIXème siècle"[107]. Cette historiographie en arrive à mentionner ou commenter brièvement quelques contributions de géomètres tels que Lacroix, Gergonne, Lamé, Bobillier, George Salmon (1819-1904) et Arthur Cayley (1821-1895), entre autres. Cependant l'accent reste toujours sur le travail de Plücker, qui, dans les mots de l'historien René Taton (1915-2004), "domine par sa richesse et l'originalité toute la production de l'époque."[108] Dans l'historiographie récente, nous trouvons des études qui prétendent réévaluer les travaux de Plücker et Moebius et leurs positions par rapport au développement postérieur de la topologie.[109]

Sur des débats entre les mathématiciens partisans des méthodes analytiques et les défenseurs des méthodes synthétiques, ceux-ci sont, petit à petit, mieux compris par l'historiographie récente. La dispute entre l'analyse et la synthèse dans le sens classique est déjà reformulée à l'époque de Descartes,[110] et apparaît toujours au début du 19ème siècle non seulement dans le champ de la géométrie,[111] mais aussi dans le calcul infinitésimal.[112] Cette dispute, au sein de la géométrie, est "incarnée" par les figures de Gergonne (pour le côté analytique) et Poncelet (pour le côté synthétique), et se manifeste en querelles publiques passionnées (et quelques fois, disgracieuses).[113] D'autres mathématiciens tentent de moins se concentrer sur la *compétition* ou sur la *comparaison* entre les méthodes synthétiques et analytiques, en explorant plutôt les aspects de *colaboration* entre ces méthodes pour la résolution de problèmes de géométrie. Un bon exemple de cette attitude plus ou moins conciliante peut se trouver dans les travaux de Lamé.[114]

Dans ce contexte historiographique, quelques travaux pointent vers d'autres aspects autour de ces pratiques géométriques, comme par exemple, la formation des acteurs,[115] les formes de rhétorique et les lignes argumentatives développées par les acteurs,[116] et la circulation de ces pratiques dans des périodiques spécialisés, dans des traités et dans des livres didactiques.[117]

Les quelques mentions de Bobillier dans les études citées ci-dessus, tant des anciens historiens (des années 1930 aux années 1950), que des récents (des années 1990

[105] [GERINI 2000], [GRAY 2007] et [BOYÉ 2008].
[106] [COOLIDGE 1940], [LORIA 1948], [TATON 1952], [BOYER 1956], [TATON 1959].
[107] [TATON 1959, p. 491].
[108] [TATON 1959, p. 491].
[109] [GRAY 2007] et [VOELKE 2010].
[110] [BOYÉ 2008].
[111] [GRAY 2007] et [CHEMLA 1998].
[112] [SCHUBRING 2005].
[113] [NABONNAND 2006] et [GRAY 2007].
[114] [BARBIN 2008], [BOYÉ 2008] et [BARBIN 2009].
[115] [TATON 1964] et [BELHOSTE 2002].
[116] [NABONNAND 2006] et [NABONNAND 2011].
[117] [GERINI 2000], [BARBIN et LOMBARD 2008] et [BARBIN et MOYON 2013].

jusqu'à nos jours), survient dans le contexte de l'histoire interne de la géométrie projective analytique durant la 1ère moitié du 19ème siècle. Dit plus clairement, dans ses quelques apparitions dans l'historiographie des géométries, sont imputés à Bobillier : (a) l'invention d'un *système de coordonnées homogènes*; (b) une utilisation pionnière et créative d'une méthode de démonstration surnomée *méthode de la notation abrégée*; et (c) l'invention d'un concept de *polaires généralisées* en géométrie.

Il n'est nullement mentionné dans les études listées ci-dessus, la participation (bien qu'indirecte) de Bobillier dans la dispute entre les méthodes analytiques et synthétiques, par le biais de l'appropriation de ses travaux autant par Gergonne que par Poncelet. Il n'y a pas non plus de commentaire plus ample sur la méthode de la notation abrégée durant la décennie 1820 qui va plus loin que les deux articles les plus célèbres de Bobillier.[118] Il n'y a aucun travail qui explore la généralisation systématique que Bobillier a fait des concepts de *pôle* et *polaire* dans une séquence de six articles qui inaugurent et remplissent la rubrique *géométrie de situation* dans le périodique *Annales de Gergonne*. Enfin, les travaux de Bobillier dans d'autres domaines des mathématiques (comme l'algèbre ou le statique) ou publiés dans d'autres journaux en plus des *Annales de Gergonne* ne sont même pas mentionnés dans l'historiographie relevée ci-dessus.

L'Enseignement mathématique durant la 1ère moitié du 19éme siècle.

Depuis l'éclosion de la Révolution Française (en 1789), et au long du 19ème siècle, le système d'enseignement français a été sujet à plusieurs réorganisations. Les années de la période révolutionnaire ont été marquées par l'établissement d'institutions d'enseignement de divers niveaux et pour des fins diverses.[119] En ce qui concerne l'éducation scientifique et/ou l'éducation technique, par exemple, le passage du 18ème au 19ème siècle est marqué par l'inauguration de plusieurs de ces institutions, parmi lesquelles l'École Polytechnique, l'École Normale Supérieure, le Conservatoire National des Arts et Métiers, les écoles centrales, les lycées, les collèges royaux et les écoles d'arts et métiers.

Dans ce contexte éducatif, la prestigieuse École Polytechnique a été l'une des plus étudiée : son importance au sein du projet républicain et révolutionnaire français, les conditions de son inauguration, les grands noms, autant des élèves que des professeurs liés à l'institution, son histoire, et bien en évidence sa période de crise et de réorganisation lors de l'avènement du gouvernement de la Restauration.[120] Dans cet ensemble de recherches se détache le travail de l'historien Bruno Belhoste, professeur de l'Université de Paris I, sur la formation des *polytechniciens* (comme sont appelés les anciens élèves de l'École Polytechnique) et de son insertion en tant qu'élite technocrate dans la société française au long du 19ème siècle.[121]

[118] Il s'agit des articles [BOBILLIER 25] et [BOBILLIER 26] publiés dans les *Annales de Gergonne* en mai et juin 1828.

[119] [SCHUBRING 1985], [BELHOSTE 1989], [BELHOSTE 1995] et [SCHUBRING 2010].

[120] [CALLOT 1957], [TATON 1964], [DHOMBRES 1987], [GRATTAN GUINESS 1990] et [GRATTAN GUINNESS 2005].

[121] [BELHOSTE 2002].

Les écoles de niveau primaire ou secondaire font aussi l'objet d'étude des historiens de l'actualité. Pour mieux comprendre l'éducation scientifique de niveau moyen, Bruno Belhoste établit un vaste panel, qui parcourt plus d'un siècle d'histoire – de 1789 à 1914 –, avec les programmes d'enseignement officiels adoptés dans les plus divers types d'écoles : les lycées, les collèges, les classes spéciales, les classes préparatoires pour ce que nous appelons *grandes écoles*, les écoles de formation technique, etc.[122] Le chercheur Renaud d'Enfert, du Groupe d'Histoire et de Diffusion des Sciences d'Orsay (GHDSO), s'intéresse aux écoles primaires au 19ème siècle, étudiant principalement l'enseignement de la géométrie et du dessin[123] aussi bien que la formation des professeurs pour ces écoles durant la période en question.[124] Le rôle spécifique de l'éducation mathématique en France au début du 19ème siècle, aussi bien que les études comparatives entre le contexte français et le contexte allemand, a été l'objet d'intérêt de l'historien d'éducation mathématique Gert Schubring, actuellement attaché à l'Université Fédérale de Rio de Janeiro.[125]

Les Écoles d'Arts et Métiers, dont la première a été inaugurée en 1806, ont comme principale caractéristique le fait d'être des écoles publiques localisées en province et qui offraient un enseignement professionnel mélangé à l'enseignement élémentaire et/ou secondaire. Au 19ème siècle il existait cinq de ces écoles en France. La carrière d'enseignant de Bobillier est inextricablement liée à la première de ces écoles, celle de Châlons-sur-Marne. L'historien canadien Charles Day s'est dédié à étudier en détails ces écoles dans leurs divers aspects, principalement son histoire institutionnelle et les études prosopographiques sur les *gadzarts* (comme sont surnommés les élèves et les anciens élèves des Écoles d'Arts et Métiers).[126]

Parmi d'autres aspects par rapport à l'enseignement mathématique, nous pouvons parler des études autour de curriculums, de manuels didactiques ou de pratiques scolaires au début du 19ème siècle. Je mentionne, par exemple, la question de l'évolution du programme des mathématiques dans les différentes écoles, à partir de débats à l'ordre du jour durant les premières années du 19ème siècle, tels que "élémentaire versus supérieur", "pure versus appliquée" ou "rigueur versus intuition".[127] Il existe aussi quelques études sur les livres didactiques en général et leur importance pour l'histoire des mathématiques.[128] En particulier, il y a des études de cas de certains livres didactiques de mathématique qui circulaient au début du 19ème siècle : de célèbres manuels de Lacroix et Adrien Marie Legendre (1752-1833), d'ample circulation,[129] aux livres de circulation restreinte aux publics plus spécifiques, comme la *Géométrie Pratique* de François Joseph Servois (1768-1847).[130] Enfin, un panorama sur les pratiques scolaires autour de l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre peut être trouvé dans l'étude de cas entreprise par la chercheuse française Caroline Ehrhardt à partir de

[122] [BELHOSTE 1995].
[123] [d'ENFERT 2003] et [d'ENFERT 2004].
[124] [d'ENFERT 2012 a] et [d'ENFERT 2012 b].
[125] [SCHUBRING 1985], [SCHUBRING 2005] et [SCHUBRING 2010].
[126] [DAY 1991] et [DAY 2001].
[127] [BELHOSTE 1998] et [SCHUBRING 2005].
[128] [SCHUBRING 2003] et [VALENTE 2008].
[129] [GARNICA e GOMES 2013] et [MANSO de ALMEIDA 2010].
[130] [AEBISCHER et LANGUEREAU 2013].

manuscrits de l'étudiant Évarist Galois.[131]

Dans tous les travaux mentionnés ci-dessus, nous notons l'absence presque totale du nom de Bobillier. Dans les études sur l'École Polytechnique, par exemple, son nom apparaît éventuellement, mais se réduit exclusivement à des listes qui mentionnent les anciens élèves polytechniciens qui sont devenus *importants* d'une façon ou d'une autre.[132] Il n'y a aucune étude directe ou indirecte à propos des activités d'enseignant de Bobillier dans les Écoles d'Arts et Métiers. En effet, malgré la qualité des travaux cités ci-dessus de Day, il n'y a, dans ses livres, aucun détail du quotidien scolaire des enseignants ou des administrateurs de telles écoles, ni de commentaires plus amples sur l'enseignement des mathématiques qui y est pratiqué. Enfin les livres didactiques de Bobillier, autant ses *Principes d'Algèbre* que son *Cours de Géométrie*, restent encore totalement inconnus et inexplorés dans l'historiographie de l'éducation mathématique de la 1ère moitié du 19ème siècle.

D'autres historiographies.

La question "pourquoi écrire une biographie de Bobillier ?" peut avoir encore d'autres réponses qui viennent à la rencontre des productions (ou des lacunes) historiographiques actuelles.

Initialement, le récit de la carrière d'enseignant de Bobillier peut être pris comme une étude de cas sur : comment est la vie typique d'un individu qui vit exclusivement des mathématiques au début du 19ème siècle. Il est bon de souligner que c'est seulement à cette époque (plus exactement la période historique sur laquelle est axée cette thèse) que commence à s'établir professionnellement l'occupation de professeur/chercheur de mathématiques lié aux institutions de l'enseignement et/ou de recherche. La position singulière provinciale de Bobillier peut suggérer ou illustrer des études plus générales d'historiens qui travaillent dans cette ligne de recherche.

La trajectoire scientifique de Bobillier peut également être intéressante pour les historiens qui étudient la presse mathématique en Europe au 19ème siècle, plus particulièrement, en France. Il suffit de se souvenir que Bobillier est un mathématicien dont la formation commence seulement dans l'École Polytechnique, mais qui se conclut par le biais des journaux. La plus grande preuve de ceci réside dans le fait que 12 de ses 18 écrits publiés en 1827 (la première année de sa courte mais intense période de recherches) sont des textes du genre "questions résolues".[133] Pour le reste, la divulgation de sa recherche n'a lieu ni en traités ni dans les seances publiques de l'Académie des Sciences, mais également par le biais de journaux. En outre des *Annales de Gergonne* déjà mentionnées, la recherche de Bobillier apparaît aussi dans d'autres journaux : la *Correspondance mathématique et physique*, un journal édité par le scientifique belge Adolphe Quetelet (1796-1874), à partir de l'Observatoire Astronomique de Bruxelles,

[131] [EHRHARDT 2008].

[132] Consultez , par exemple, [GRATTAN GUINNESS 2005, p. 236].

[133] Le format "questions proposées & questions résolues" a été très populaire dans quelques journaux mathématiques du 19ème siècle, notamment dans les *Annales de Gergonne* (1810-1832), dans la *Correspondance mathématique et physique* (1825-1839) et dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (1842-1914).

et des journaux de province *Almanaque de la Marne* et *Almanaque d'Angers.*

Les mathématiques publiées par Bobillier et par les géomètres qui lui sont contemporains peuvent aussi servir comme entrepôt pour des études de rubriques, des classifications en mathématiques, des phénomènes de disciplinarisation, etc. A l'époque des recherches de Bobillier (fin des années 1820), et dans le journal dans lequel il publiait le plus (*Annales de Gergonne*), les géométries qu'il faisait étaient englobées majoritairement dans les rubriques éditoriales intitulées *géométrie analytique* ou *géométrie de situation.* Durant la 2ème moitié du 19ème siècle, ces résultats sont considérés comme faisant partie des disciplines scolaires géométrie analytique ou géométrie projective (ou encore géométrie projective des méthodes analytiques). Au 20ème siècle, ces résultats sont considérés par les mathématiciens professionnels et par les professeurs de mathématique comme appartenant à une discipline appelée *géométrie algébrique.*[134]

La diversité des sujets d'intérêts des géomètres pendant la première moitié du 19ème siècle, aussi bien que l'invention, l'adaptation et le mélange de techniques nouvelles et anciennes, fait se multiplier les "qualifications" ou les "dénominations" pour la production géométrique de cette période. Ainsi en outre des dénominations simples et directes comme "géométrie pure" et "géométrie analytique", nous voyons surgir entre les mathématiciens (mais aussi entre les professeurs et les éditeurs) de nouvelles dénominations comme géométrie descriptive (de Monge), géométrie de position (de Carnot), géométrie projective,[135] géométrie pratique (de Servois),[136] géométrie de la règle, géométrie pour des arts et métiers (de Baron Charles Dupin (1784-1873)), géométrie de situation (de Gergonne),[137] géométrie transcendante, géométrie moderne (de Chasles), géométrie supérieure (également de Chasles),[138] etc.

Dans les sections précédentes, j'ai déjà présenté en tant que première conclusion partielle de la *justification pour une biographie de Bobillier*, qu'on peut profiter de sa condition de *mathématicien commun* et de *professeur périphérique* pour mieux comprendre quelques aspects de l'histoire des mathématiques françaises du dix-neuvième siècle. Et maintenant, en complément de la première , je présente comme seconde conclusion partielle la justification suivante :

une biographie d'Étienne Bobillier reintroduirait ses travaux et ses parcours parmi les divers champs de l'historiographie de l'histoire des mathématiques et de l'histoire de l'éducation scientifique pendant la première moitié du 19ème siècle, conformément à ce qui a été suggéré au long de cette section qui vient de finir.

[134] Il convient de souligner à nouveau que la géométrie algébrique, dans la vision des mathématiciens professionnelles de nos jours, compte parmi ses *pères-fondateurs* reconnus, les mathématiciens Poncelet et Plücker – les deux étant des contemporains et des interlocuteurs de Bobillier à la fin des années 1820.

[135] [NABONNAND 2006].

[136] [NABONNAND 2006] et [AEBISCHER et LANGUEREAU 2013].

[137] Cette conception disciplinaire est étudiée en détails dans le chapitre intitulé "Géométria de situation jusqu'à la fin des années 1820".

[138] [NABONNAND 2006].

1.3 Comment écrire une biographie de Bobillier ?

Comment écrire une biographie d'Étienne Bobillier ? La préparation d'un travail comme celui-ci est basée sur le binôme *recherche* et *rédaction*. En cherchant les sources autour du personnage choisi, j'adopte la perspective qu'une biographie en histoire des mathématiques est composée de trois dimensions : l'*oeuvre*, les *contextes* et la *personne*. Le passage de la recherche vers la rédaction est marqué par les étapes d'investigations et de collectes des données, aussi bien que leur traitement. En parcourant les sources primaires de cette thèse, ni le biographe ni le biographé ne restent les mêmes. Ainsi, nous verrons dans les sections à suivre comment un Bobillier-personnage-historique conduit un pretendu-biographe-chercheur vers la collecte des sources ; pour que par la suite, ces mêmes sources conduisent un pretendu-biographe-narrateur vers la construction d'un Bobillier-protagoniste-d'une-biographie.

1.3.1 Comment un Bobillier-personnage-historique a conduit moi, un pretendu-biographe-chercheur, vers la collecte des sources.

La phase initiale de la recherche qui supporte ce travail a consisté à réunir et étudier la littérature primaire autour de Bobillier. Presque tous les textes de Bobillier peuvent être obtenus d'une quelconque partie du monde qui soit connectée à *internet*. Dit plus clairement, tous les articles de Bobillier publiés dans les *Annales de Gergonne* (33 d'un total de 46 textes) sont tous disponibles sur le portail NUMDAM (Numérisation de documents anciens mathématiques). Presque tous les autres articles scientifiques peuvent être trouvés sur des sites et portails qui disponibilisent les journaux scientifiques et livres didactiques couvrant de longues périodes depuis le 19ème siècle, et couvrant un grand spectre de publications .[139]

Outre les textes de Bobillier, il s'est avéré nécessaire d'étudier les autres productions mathématiques de l'époque. L'intention de cette étude est de situer les écrits de Bobillier dans un panorama adéquat qui permet de mieux comprendre les régularités et les nouveautés que ses travaux présentaient par rapport aux travaux de ses contemporains. Les travaux de recherches, les traités et quelques livres didactiques d'autres auteurs de l'époque (entre les années 1810 et 1840) ont commencé à être réunis à partir des mêmes sites cités ci-dessus dans le paragraphe antérieur. Le matériel obtenu paraissait être suffisant pour seulement commencer à composer un ample panel des textes mathématiques concernant cette thèse.

Il est clair que ce n'est pas suffisant pour écrire un travail qui prétend être un étude biographique. Bien qu'il y ait déjà eu beaucoup de matériel pour analyser les mathématiques de Bobillier par une certaine perspective, il fallait encore trouver les éléments qui montraient Bobillier plus directement : sa famille, sa formation, sa carrière professionnelle, ses activités sociales, etc. Il fallait également, d'une certaine

[139] En plus du NUMDAM (le premier portail *on line* mentionné), il y a aussi le Gallica et le GDZ, entre autres. Les adresses éléctroniques de ceux-ci et des autres portails utilisés comme références peuvent être trouvées dans la section **??** de la bibliographie générale de la thèse.

manière, délimiter le *corpus* des textes mathématiques (de Bobillier lui même et des autres mathématiciens de sa génération) sur lequel baser la partie spécifiquement technique de ce travail. L'étape de la collecte des sources primaires continue alors, entre les années 2011/2012, pendant un séjour de douze mois en France, où j'ai parcouru diverses archives publiques et bibliothèques institutionelles[140]Durant cette période j'ai pu conclure la réunion des textes mathématiques nécessaires. Ont été ajoutés aux premiers textes, tant ceux dont l'existence et la pertinence m'étaient connues, mais également ceux auxquels je n'avais pas eu accès, et quelques autres textes qui ont été découverts.[141] En outre, à Paris (Archives Nationales et École Polytechnique) et à Châlons-sur-Marne (École d'Arts et Métiers et autres archives) il a été possible de récupérer des documents et des références pour reconstruire le travail de Bobillier en tant qu'enseignant : des documents sur le quotidien administratif dans les trois écoles dans lesquelles il a été professeur, des documents officiels du gouvernement français sur le fonctionnement de ces écoles, des registres de classe, des comptes rendus de réunions de professeurs, des notes de cours, des documents relatifs aux tâches administratives de ces écoles, etc. Dans les villes de Lons-le-Saunier (Ville natale de Bobillier) et de Châlons, j'ai cherché dans les archives publiques, quelques éléments qui permettraient de restaurer son contexte familial : son acte de naissance, des détails sur la profession de ses parents, des possibles membres illustres de sa famille dans la société de province de Lons-le-Saunier, son acte de mariage, de plus amples informations sur son épouse et la famille de cette dernière, etc. En particulier, j'ai aussi essayé de suivre le chemin de son frère ainé qui a été, avant Étienne, élève de la même École Polytechnique de Paris.

Le tout réuni, j'ai observé que les sources dont je dispose me permettraient de décrire quelques panoramas sur l'histoire des écoles pronvinciales d'arts et métiers et de leur enseignement mathématique, aussi bien qu'une bonne partie de l'histoire interne de la géométrie projective analytique. D'un autre côté, mes sources sont très rares en ce qui concerne la vie privée de Bobillier. Je ne dispose de rien qui me permettrais de déduire, par exemple, des conclusions sur les facettes psychologiques ou affectives de Bobillier, ses goûts, ses souffrances, ses amours, ses angoisses. Les documents les plus *personnels* à propos de mon protagoniste, sont des documents *publiques* qui parlent de lui : certificat de naissance, registre de mariage, attestation de décès, fiche d'inscription, bulletin scolaire, etc.

[140] Toutes les bibliothèques et les archives françaises que j'ai visitées sont listées dans la page des *Remerciements*. Les données récoltées, les manuscrits et les dossiers consultés sont présentés dans la section **??** de la bibliographie générale de la thèse.

[141] La présentation détaillée et en ordre chronologique de tous les textes de Bobillier est consignée dans l'Annexe du chapitre 5 de cette thèse. La liste de ces mêmes textes, sans plus de considérations, est consignée dans la section **??** de la bibliographie générale. Les autres sources primaires, consistant en articles imprimés d'autres auteurs, sont présentées dans la section **??** de la bibliographie générale.

1.3.2 Comment des sources collectées ont conduit moi, un pretendu-biographe-narrateur, vers la construction du Bobillier-protagoniste-d'une-possible-biographie.

Conformément à ce qui a déjà été vu, pour la rédaction de ce travail, je pars du principe qu'une biographie en histoire des mathématiques doit être composée par l'articulation de trois dimensions : son *oeuvre*, les *contextes* dans lesquels elle était insérée et sa *personne*. Dans ce qui suit, nous allons détailler ces trois dimensions dans le cas d'une possible biographie d'Étienne Bobillier.

Les trois dimensions d'une possible biographie de Bobillier (I) : son oeuvre.

L'*oeuvre* d'un mathématicien est, avant tout, la mathématique *signée* par lui, et qui apparaît consignée dans ses écrits (des articles, des textes, des notes de cours, des traités, des livres didactiques, des livres de vulgarisation, des correspondances avec d'autres mathématiciens, etc), ayant été publiés ou non. De tels documents peuvent être trouvés dans des bibliothèques, des archives d'institutions de l'enseignement et/ou de la recherche ou encore dans des collections particulières.

A partir des sources primaires collectées, j'ai établi que ce que nous comprenons par *oeuvre* de Bobillier sont les productions mathématiques écrites par ce dernier : les textes de recherche et les textes d'enseignement. Alors, au long d'une possible biographie de Bobillier, la première approche de ces textes serait objective, c'est-à-dire, consisterait en une *présentation globale de l'oeuvre* de Bobillier. Cette présentation globale exposerait et analyserait les informations *sur* les textes (tels que la date, le local et les circonstances de l'écriture, les journaux ou éditeurs qui les ont publiés, les thèmes et les rubriques, les citations dans le texte et les citations du texte, les co-auteurs, etc.). En outre il y aurait aussi une présentation globale du contenu mathématique et/ou didactique de ces textes.

Dans une seconde étape, surviendrait la *présentation détaillée du contenu* (c'est-à-dire, de la mathématique proprement dite) d'une partie de cette oeuvre. Les textes sélectionnés pour cette présentation détaillée seraient dûment justifiés au long de la progression d'un tel étude, vu que j'aurais l'intention d'interpréter ces travaux sélectionnés, en les situant dans des *contextes* bien déterminés.

Les trois dimensions d'une possible biographie de Bobillier (II) : ses contextes.

Si, d'un côté, il est relativement facile de reconnaitre ce qu'est l'oeuvre d'un mathématicien, d'un autre côté, il est un peu plus difficile d'établir ce que nous entendons par contextes ou par personne.

En ce qui concerne les *contextes*, nous pouvons les choisir parmi un énorme spectre qui va de quelque chose de très restreint à la mathmatique jusqu'à quelque chose de plus grand et de plus diversifié, traversant les frontières des divers champs de savoirs et d'activités humaines. Ainsi, d'un côté, une option du biographe peut être celle de situer l'oeuvre du protagoniste dans une perspective que les historiens de mathématique

appellent *internaliste*, à savoir, quand l'histoire racontée est "exposée comme un développement de concepts guidé par les nécessités internes aux mathématiques, se concentrant sur les résultats et les preuves."[142] D'un autre côté, vers l'autre extrême, une option du biographe peut être celle de situer tant l'oeuvre de son mathématicien, que sa vie, dans divers horizons qui s'amplifient successivement. Cependant, en prenant en considération le "contexte social, éducatif et institutionnel, aussi bien que son influence sur la production mathématique",[143] le biographe peut faire, autour de son thème, non seulement l'histoire de la mathématique *stricto sensu*, mais aussi contribuer à l'histoire des sciences, l'histoire des idées, l'histoire institutionnelle, sociale, culturelle, politique, etc. Dans les mots de Jacques Revel, il s'agit de "privilégier l'expérience des acteurs en reconstruisant autour d'elle le contexte (ou plutôt les contextes) qui lui donne sens et forme."[144]

Selon Pierre Bourdieu, "pour lire adéquatement une oeuvre dans la singularité de sa textualité, il faut la lire consciemment ou inconsciemment dans son intertextualité, c'est-à-dire, à travers le système d'écarts par lequel elle se situe dans l'espace des oeuvres contemporaines."[145] Ceci suggère quel est le premier contexte à considérer dans l'étude d'un texte mathématique : les autres textes mathématiques contemporains qui traitent du même thème ou de thèmes connexes. Mais ce n'est pas tout. Dans la continuation de sa recommendation, Bourdieu continue :

> cette lecture diacritique est inséparable d'une appréhension structurale de l'auteur correspondant qui est défini, dans ses dispositions et ses prises de position, par les relations objectives qui définissent et déterminent sa position dans l'espace de production et qui déterminent ou orientent les relations de concurrence qu'il entretient avec d'autres auteurs et l'ensemble des stratégies, formelles notamment, qui font de lui un véritable artiste ou un véritable écrivain.[146]

Ainsi, pour interpreter les articles de recherches de Bobillier, le contexte que j'établis est *la production mathématique de ses contemporains, publiée dans les journaux de recherche*, entre 1810 et 1840. En étudiant non seulement les articles de Bobillier (fin des années 1820) et ses livres didactiques (années 1830), mais aussi la production mathématique de ses contemporains (des années 1810 aux années 1840), nous pouvons vérifier que la géométrie de Bobillier est (et peut être vérifiée quand elle est) un produit de son époque, car elle suit les tendances et les innovations d'alors. Mais nous pouvons également pointer sa créativité individuelle dans la solution de certains problèmes et dans l'invention de certaines techniques en géométrie.

Dans l'analyse de ce contexte je prétendrais pister, pointer et décrire les tendances, les innovations, les thèmes ou les théorèmes d'intérêts communs à plusieurs groupes de mathématiciens, etc. Pour cela, en plus d'utiliser les études qui existent déjà sur la géométrie de la 1ère moitié du 19ème siècle, j'utiliserais aussi la méthode

[142] [ROQUE 2012, p. 481] (Extrait aimablement traduit du portugais par Julie Litzahn).
[143] [ROQUE 2012, p.482].
[144] [REVEL 1996, p. 13].
[145] [BOURDIEU 1987, pp. 177].
[146] [BOURDIEU 1987, pp. 177-178].

du *réseau de textes*. Un réseau de textes consiste en une étude systématique d'un ensemble de textes autour de quelque(s) thème(s) spécifique(s). Dans cette étude, nous cherchons les relations intertextuelles entre les éléments qui composent cet ensemble. Il est nécessaire de mettre en évidence que la construction d'un réseau de textes ne se fait pas seulement (et pas nécessairement) par des citations explicites. La découverte des quelques formes implicites de références nous permet de compléter le réseau initial de références explicites. Ces dernières années, divers travaux sur l'histoire des mathématiques ont utilisé cette méthode.[147] Selon l'historien Frédéric Brechenmacher, spécialiste en circulation des pratiques algébriques en France au 19ème siècle, un réseau de textes est "plus une méthode heuristique qu'un objet". De plus :

> [Un réseau de textes peut être compris comme] un espace d'interactions entre les différentes actions concrètes d'individus et de groupes d'individus, un espace de circulation de *pratiques mathématiques* : des formes de représentation, des procédures opératoires, des idées, des valeurs, des interconnexions entre plusieurs domaines scientifiques. (...) Les significats de certaines catégories (comme [par exemple] *analyse*, *qualitative*, *équation*, etc) sont implicitement définies dans de tels espaces de circulation. (...) Une analyse de réseau donne accès au significat que de tels termes ont dans une région déterminée et dans un intervalle déterminé de temps.[148]

Pour cet étude biographique centré en Bobillier, j'ai construit un réseau de textes autour du thème *géométrie de situation*, circonscrite au journal *Annales de Gergonne*, dans un lapse de temps qui va de 1810 à 1830 (ce qui inclut la période d'activité de Bobillier dans les recherches mathématiques).[149] Les catégories, les formes de représentations et les procédures opératoires utilisées comme référence entre les textes ont été établies à partir d'un ensemble de six articles de Bobillier publiés entre 1827 et 1829.[150] A partir de là sont faites deux études de cas autour de la recherche de Bobillier, considérées dans le contexte cité ci-dessus : la *géométrie de situation* et la *méthode de la notation abrégée*.[151]

Je observe que pour l'analyse des textes didactiques, le contexte considéré serait *l'enseignement mathématique dans les différentes écoles et durant l'époque* pendant laquelle Bobillier a travaillé : les programmes officiels de l'enseignement, les caractéristiques spécifiques des écoles et des élèves, le type de formation offerte dans ces écoles, etc. Dans la construction de ce contexte on pourrait utiliser des études déjà

[147] Consultez, par exemple [BRECHENMACHER 2007], [BRECHENMACHER 2010], [ROQUE 2011] et [LÊ 2013].

[148] [BRECHENMACHER 2013]. Passages extraits des *slides* 3, 31, 50, 51 et 58. Les mots en italiques sont de Brechenmacher lui même.

[149] La liste des articles de ce réseau est présentée par ordre chronologique croissant (l'année et le mois) dans l'Annexe du chapitre "Géométria de situation jusqu'à la fin des années 1820".

[150] Il s'agit exactement des six textes de Bobillier publiés sous la rubrique *géométrie de situation* : [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] et [BOBILLIER 38], qui seront étudiés en détail dans les sections 3.4.2 et 3.4.3. Pour plus de détails sur la façon dont j'ai sélectionné les textes de ce réseau, et fait son analyse, consultez la section 3.5.1 et 3.5.2.

[151] La *géométrie de situation* et la *notation abrégée*, sont les sujets des chapitres 3 et 4, respectivement.

existentes sur le thème et les enrichir avec une recherche documentaire qu'on peut entreprendre dans des archives publiques. En particulier, son livre didactique le plus important, le *Cours de Géométrie*, pourrait être l'objet d'une étude plus approfondie dans laquelle, parmi d'autres choses, son livre serait comparé au manuel didactique – peut être le plus célèbre du 19ème siècle, pour l'enseignement secondaire de géométrie – *Éléments de Géométrie* de Legendre.[152]

Les trois dimensions d'une possible biographie de Bobillier (III) : sa personne.

La présentation de la *personne* d'un mathématicien, sujet d'une possible biographie, est aussi très difficile. Par exemple, dans le cas de quelqu'un dont la carrière professionnelle se construit autour des mathématiques, la présentation de cette carrière constitue la dimension personnelle de l'individu. Par "carrière professionnelle autour des mathématiques" nous comprenons des engagements avec des activités de professeur, chercheur, écrivain de livres didactiques, etc ; mais cela peut aussi inclure des activités pédagogiques, d'orientations, de gestion d'institutions d'enseignement ou de recherche, d'édition de périodiques spécialisés, etc. Une carrière professionnelle comme celle-ci, s'étend de la formation (dans une école, dans une université ou dans un autre environnement) jusqu'à la fin de l'exécution des activités listées ci-dessus (que ce soit dû à un départ à la retraite ou à la mort ou à une autre éventualité quelconque). Mais cela est-il suffisant pour présenter une personne ? En outre de la carrière professionnelle, quelles sont les autres informations pertinentes à la biographie d'un mathématicien ? L'interaction avec ses collègues de profession ? Les sociétés académiques qu'il fréquentait ? Ses intérêts pour d'autres domaines de connaissance ? Ses engagements politiques ? Ses amis ? Sa famille ? Son enfance ? Sa vie privée ? C'est durant la délicate tâche d'établir *comment* et *quoi* dire sur la *personne* biographée, que le biographe tombe sur certains des pièges les plus dangereux du genre : la fausse cohérence, l'accumulation d'anecdotes superflues, le téléologisme, l'unité illusoire du récit d'une vie, l'excès d'empathie, l'hagiographie et le psychologisme.

Dans le cas de Bobillier, nous rapellons que les documents les plus personnels disponibles à son propos, sont, en effet, des documents publiques parlant de lui. Cependant, décrire la personne de Bobillier est, essentiellement, décrire sa vie publique. Ainsi, pour parler de la personne de Bobillier, il serait necéssaire de narrer et analyser sa *formation* aussi bien que l'évolution de sa carrière professionnelle dans les différentes écoles par lesquelles il est passé : la formation à l'École Polytechnique de Paris, les activités d'enseignant à l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne, les activités de gestion scolaire à l'École d'Angers et de Châlons et les activités de professeur de mathématiques spéciales au Collège Royal de Châlons.

Malgré le peu de documentation, on peut également faire un effort, dès que possible, de tenter de montrer de Bobillier ses aspects plus personnels. Ainsi les quelques informations récoltées sur sa vie privée, apparaîtrait au long d'une biographie, où cela est pertinent : sa famille, sa ville d'origine, son mariage et sa participation dans les sociétés provinciales.

[152] [LEGENDRE 1794].

1.3.3 Sur cet étude biographique (qui n'est pas *encore* une biographie de Bobillier).

Il y a une différence subtile entre un *étude biographique* et *une biographie*. Si, d'une part, la biographie classique est la narration de l'histoire da le vie d'une personnage ; d'autre part, dans un étude biographique sont traités un ou plusieurs sujets choisis (et focalisés) à partir d'un protagoniste. Ainsi, à ce point je reprends la première phrase de ce chapitre pour rappeler au lecteur que ce travail est un étude biographique autour du personnage historique Étienne Bobillier. Il ne s'agit pas *encore* de la biographie soutenu tout au long de ce chapitre, parce que je n'étude pas tous les aspects et facettes de la vie de Bobillier qui pourraient être traités.

Nous observons que l'histoire personnelle de Bobillier est marquée par deux "périodes fortes et significatives" particulièrement bien définies, où chacune de ses facettes apparaissent clairement mises en évidence par rapport aux autres. Entre 1826 et 1829, durant la période ou il a habité à Châlons et durant laquelle il a enseigné à l'Écoles d'Arts et Métiers, le *parcours mathématique* de Bobillier se distingue. Il s'agit d'un fait pour le moins intrigant, que tous ses articles originaux soient apparus pendant un intervalle de quatre ans. Après cela, la communauté mathématique avec laquelle il interagissait n'a, apparemment, plus jamais entendu parler de lui. Entre 1832 et 1837, après une courte saison à Angers, et encore une fois installé à Châlons-sur-Marne, les *parcours d'enseignant et de professionnel* de Bobillier se distinguent. C'est à cette période qu'il rédige plusieurs textes didactiques, incluant le *Cours de Géométrie*, et ses éditions successives (quatre durant la vie de l'auteur). C'est également durant cette période que Bobillier diversifie ses activités professionnelles en tant qu'enseignant, car il travaillait dans deux écoles bien différentes et exécutait d'autres activités en plus de l'enseignement.

Ainsi, ce travail mettre en évidence le personnage Bobillier entre 1826 et 1829, quand il est *le mathématicien signataire de ses recherches*. Deux aspects se distinguent dans la production géométrique originale de Bobillier dans cette période et sont traités dans leurs propres chapitres : la géométrie de situation (qui est l'objet d'étude du chapitre 3) et la méthode de la notation abrégée (étudiée dans le chapitre 4). Dans diverses sections de ces chapitres, certains de ses textes sont analysés en détail. Les mathématiques de Bobillier y présentées sont rassemblées avec les mathématiques qui apparaissent dans les articles de ses contemporains.

Mais avant de parler du mathématicien Bobillier, je montre (dans le chapitre 2) quelques informations biographiques sur les autres facettes du protagoniste de cet étude. Elles sont compilées dans des tableaux, des listes, des cartes, des diagrammes, des paragraphes courts et des photographies (et transcriptions) de documents d'archives. Ces informations servent à donner une idée, bien que pâle, qu'il y a *un homme* et *une vie* derrière le géomètre des chapitres suivants.

Chapitre 2

Quelques renseignements pour une biographie d'Étienne Bobillier.

Ce chapitre rassemble quelques informations, des photographies, des tableaux et des documents des archives qui pointent vers les différentes facettes du parcours mathematique, enseignant et professionnel d'Étienne Bobillier.

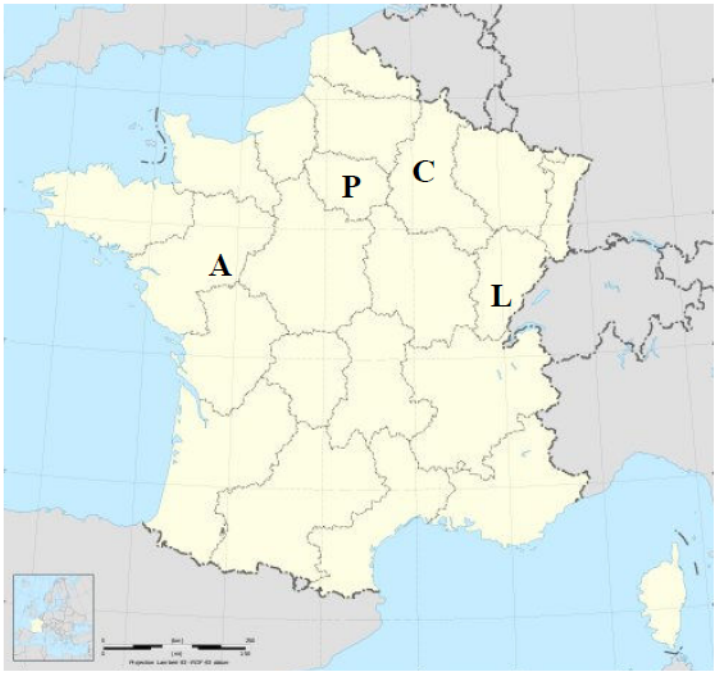
Nous commenons, en jetant un regard sur le titre de cette étude : *parcours mathématique, enseignant et professionnel* de Bobillier. Ce titre pointe, implicitement, vers l'ordre chronologique. Le mot *parcour* signifie, entre autres, trajectoire, chemin, etc, et ceci à sont tour, amène l'idée de *ligne du temps*. Ainsi, ce chapitre s'ouvre avec une chronologie couvrant 110 années d'évènements historiques et quotidiens autour de Bobillier, depuis avant sa naissance jusqu'à sa postérité. Ce chronologie sert justement comme encadrement pour une présentation sommaire des parcours mathématique, enseignant et professionnel de Bobillier. Puis, les mêmes parcours mathématique, enseignant et professionnel de Bobillier sont représentés sous la forme d'un *curriculum vitae*.[1] Les sections suivantes se concentrent sur les aspects familiers de Bobillier, en présentant les documents de naissance, de mariage et de décès du protagoniste.[2] À la suite, l'accent est mis sur la formation et sur la carrière professionnelle de Bobillier. Ces sont montrés quelques documents de l'année scolaire 1817/1818 à l'École Polytechnique de Paris, quand Bobillier y était. Je présente aussi les Écoles d'Arts et Métiers, dans laquelle Bobillier a travaillé durant vingt-deux ans dans sa carrière d'enseignant et de gestion scolaire.[3] Les sections à la fin du chapitre mettent l'accent sur les écrits de Bobillier, ses productions en recherches mathématiques et sa littérature didactique. Plusieurs tableaux résument quelques informations générales sur ses recherches (comme les dates, les journaux, les rubriques et les mentions), qui sont tous concentrés dans la période de 1826 à 1829.[4] Finalement, la production didactique de Bobillier, qui est presque entièrement concentrée entre 1832 et 1837, est présenté brièvement à la fin de ce chapitre.[5]

[1] C'est la partie 2.1.
[2] Il s'agit de la partie 2.2.
[3] Ce sont les parties 2.3 et 2.4.
[4] Partie 2.5.
[5] C'est la partie 2.6.

2.1 Chronologie & Curriculum.

Ce chronologie parcourt 110 ans d'événements historiques autour de Bobillier et est divisé en six périodes. Le première informe des événements précédents la naissance du protagoniste ; et la dernière montre des événements après sa mort. Les quatre périodes intermédiaires correspondent à des périodes de sa enfance et de sa jeunesse à Lons-le-Saunier et Paris, et de sa maturité et de sa carrière à Châlons et Angers. La figure 2.1 montre une carte de France, pointant les villes où Bobillier a vécu et ses périodes respectives.

La présentation des événements dans ce panneau est mis en page en trois colonnes. Dans la colonne à droite, on a les événements spécifiques de la vie personnelle et sociale de Bobillier, sa famille, ses amis, sa participation dans des sociétés savants, sa carrière dans des différentes écoles où il a travaillé, ses productions scientifiques et didactiques, etc. Dans la colonne du milieu, on a certains faits liés à l'histoire des mathématiques, c'est-à-dire, de personnes, des institutions, de l'enseignement et de la recherche. Les faits sélectionnés ne concernent pas seulement à de recherches de Bobillier et des géomètres de sa génération, mais aussi à certains événements remarquable dans l'historiographie des mathématiques. Dans la colonne à gauche, on a quelques occurrences de l'histoire politique de la France, qui, comme on le sait, est pleine de troubles dans la période couverte par cette chronologie. Aussi dans cette colonne sont présentés quelques épisodes de l'histoire générale, de la science, de la technologie, de l'art et de la culture.



L. Lons-le-Saunier.

1798 à 1817.

P. Paris.

1817 à 1818.

C. Châlons-sur-Marne.

1818 à 1829. (1ère sejour).

A. Angers.

1829 à 1832.

C. Châlons-sur-Marne.

1832 à 1840. (2ème sejour).

Fig. 2.1 – Les villes et les périodes de la vie de Bobillier.

2.1.1 De 1770 à 1798 : Des années antérieures à la naissance d'Étienne Bobillier.

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1771. Naissance de Joseph Diaz Gergonne.	
1781. Le philosophe allemand Immanuel Kant publie sa *Critique de la Raison Pure*, son traité le plus important sur la théorie de la connaissance.		
	1788. Lagrange publie sa *Mécanique analytique*.	
	1788. Naissance de Jean Victor Poncelet.	
1789. Premiers moments de la Révolution Française. Prise de la Bastille (14 juillet).		
1789. Déclaration des droits de l'homme et du citoyen à Paris.		
1792. Chute de la monarchie française et proclamation de la république.		
1792-1795. République. Régime de la Convention.		

De 1770 à 1798 : Des années antérieures à la naissance d'Étienne Bobillier (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1793. Un décret de la Convention met en usage le nouveau calendrier républicain.		
1793. Exécution du roi Louis XVI.	**1793.** Naissance de Michel Chasles.	
	1794. Inauguration de l'École Polytecnique à Paris.	
1795-1799. République. Régime du Directoire.	**1795.** Naissance de Gabriel Lamé.	**1795.** Naissance de Marie André Bobillier, frère aîné de Étienne.
	1795. Monge publie sa *Géométrie Descriptive*.	
	1796. Naissance de Jakob Steiner.	

2.1.2 De 1798 à 1818 : Les premières années à Lons-le-Saunier et la formation à l'École Polytechnique à Paris.

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
		1798. Naissance d'Étienne Bobillier (le 29 germinal an six, c'est-à-dire, le 17 avril de 1798, à Lons-le-Saunier).
1799. Napoléon Bonaparte dirige un coup d'État, il installe un régime appelé le Consulat et ordonne la rédaction d'une nouvelle constitution. La période napoléonienne, divisé en deux phases, avance jusqu'à 1814.	**1799.** Laplace publie son *Traité de Mécanique Céleste.*	
	1799. Montucla publie les deux premiers volumes de sa célèbre *Histoire des Mathématiques.*	
1800-1804. Consulat. Gouvernement de Napoléon Bonaparte, premier Consul de France.		
	1801. Gauss publie une de ses oeuvres les plus importantes, le livre *Disquisitiones Arithmeticae.*	
	1801. Naissance de Julius Plücker.	

De 1798 à 1818 : Les premières années à Lons-le-Saunier et la formation à l'École Polytechnique à Paris (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1802. Napoléon Bonaparte crée l'Ordre de la Légion d'Honneur.	**1802.** Il est publié les deux derniers volumes de l'*Histoire des Mathématiques* de Montucla (édition de Lalande).	
1803. Napoléon Bonaparte criée par décret, les Écoles d'Arts et Métiers (de niveau secondaire) en France.	**1803.** Carnot publie sa *Géométrie de Position.*	
1804. Grâce à un référendum, les français acceptent que Napoléon devient empereur héréditaire sous le titre de Napoléon I.		
1804-1814. Premier Empire. Gouvernement de Napoléon I, empereur de France.		
	1807. Hachette édite et publie la version définitive du livre de Monge, *Application de l'Analyse a la Géométrie.*	**1807.** Mort d'Ignace Bobillier, lorsque son fils Étienne avait encore neuf ans .
	1807-1810. Poncelet est élève de l'École Polytechnique.	

De 1798 à 1818 : Les premières années à Lons-le-Saunier et la formation à l'École Polytechnique à Paris (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1810. Gergonne publie le premier tome des *Annales de mathématiques pures et appliqueés.*	
1812-1813. Campagne militaire de l'échec de Napoléon contre la Russie.	**1812-1813.** Dans la campagne contre la Russie, l'ingénieur et militaire Jean Victor Poncelet, fait prisonnier à Saratov, écrit les esquisses de ses principaux livres de géométrie.	
		1813-1815. Marie André Bobillier, le frère aîné de Étienne Bobillier, il est élève de l'École Polytecnique.
1814. Napoléon abdique le gouvernement de la France et devient le roi de l'île d'Elbe. Un frère du roi Louis XVI exécuté en 1793 est devenu le roi de France sous le nom de Louis XVIII.	**1814.** Naissance de Pierre Laurent Wantzel.	
1814-1824. Première Restauration. Gouvernement de Louis XVIII, roi de France.	**1814-1817.** Lamé est élève de l'École Polytechnique.	

De 1798 à 1818 : Les premières années à Lons-le-Saunier et la formation à l'École Polytechnique à Paris (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1815. Gouvernement des Cent-Jours. Napoléon quitte l'île d'Elbe et tente de reprendre le pouvoir en France. Son gouvernement dure de 20 mars jusqu'au 18 juin, quand il est finalement vaincu à Waterloo.		
1815. Congrès de Vienne. Napoléon est exilé à Sainte-Hélène.		
	1816. Le roi Louis XVIII délivre une ordonnance de licenciement des activités de l'École Polytechnique.	
	1817. L'École Polytechnique est réorganisé et reprendre ses activités.	**1817-1818.** Étienne Bobillier est élève de l'École Polytecnique.
	1818. Lamé publie son petit livre *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie.*	
	1818. Mort de Gaspard Monge.	

2.1.3 De 1818 à 1828 : Premier sejour à Châlons-sur-Marne et recherches mathématiques de Bobillier.

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
		1818. Une place de enseignant des mathématiques à l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne se trouvait vacante. On demanda un élève de l'École Polytechnique pour la remplir. Bobillier, agé de 20 ans, s'offrit et la place lui est donnée. **1818-1829.** Premier séjour de Bobillier comme enseignant à Châlons-sur-Marne. **1819.** Bobillier est démissionné de l'École Polytechnique.
1821. Mort de Napoléon Bonaparte.	**1821.** Cauchy publie son célèbre *Cours d'Analyse*. **1822.** Poncelet publie le premier tome du *Traité des propriétés projectives des figures*. **1823.** Baron de Ferussac publie le premier volume do son *Bulletin de Ferussac*.	

De 1818 à 1828 : Premier sejour à Châlons-sur-Marne et recherches mathématiques de Bobillier (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1824. Mort de Louis XVIII sans héritiers. Son frère prendre le règne sous le titre de Charles X.		
1824-1830. Seconde Restauration. Gouvernement de Charles X, roi de France.		
1824. À Vienne, se déroule la première audition de la *Symphonie numéro 9 en ré mineur, opus 125*, composée par Beethoven.		
	1825. Quetelet publie à Bruxelles le premier volume de sa *Correspondance mathématique et physique.*	**1825-1827.** Bobillier publie à Lons-le-Saunier la 1ère édition do ses *Principes d'Algèbre*, dans trois petits volumes, une à chaque année.
	1826. August Leopold Crelle publie le premier volume du *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, surnommé de *Journal de Crelle.*	**1826.** Bobillier est nommé membre titulaire de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne.

De 1818 à 1828 : Premier sejour à Châlons-sur-Marne et recherches mathématiques de Bobillier (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1826. Wantzel, agé de 12 ans, étudie à l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne, et il est élève de Bobillier.	**1826.** Bobillier publie un texte dans la *Séance Publique de la Marne* et son premier texte dans les *Annales de Gergonne* (en août).
		1827. C'est l'année la plus productive dans les recherches mathématiques de Bobillier. Il publie quinze textes dans les *Annales de Gergonne* et trois dans la *Correspondance* de Quetelet.
	1828. Plücker publie le tome I de son traité *Développemens de Géométrie Analytique.*	
		1828. Bobillier publie neuf textes dans les *Annales*, y compris son célèbre article de *philosophie mathématique* intitulé *Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue.* Il publie également sept lettres dans la *Correspondance* de Quetelet.

2.1.4 De 1829 à 1832 : Sejour à Angers.

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1829. Premières publications, encore dans des journaux locaux de Russie, des nouvelles géométries crées par Lobachewsky.	**1829.** Bobillier veut quitter l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne pour enseigner dans une Université. Il reçoit une recommandation de Poisson et est nommé professeur de mathématiques au Collège Royal d'Amiens. Cependant il ne prend pas cette place.
		1829. Bobillier publie sept textes dans les *Annales de Gergonne*.
1830. Auguste Comte publie le *Cours de Philosophie Positive*.		**1830.** Le Ministre du Commerce, chargé des écoles d'arts et métiers, en voulant conserver Bobillier, le nomma chef des études et l'envoie à l'École d'Arts et Métiers d'Angers (1ère janvier).
1830. La crise dans le gouvernement de Charles X augmente lorsqu'il tente de rétablir les politiques et les privilèges de l'Ancien Régime.		**1830-1832.** Séjour de Bobillier comme enseignant à Angers.

De 1829 à 1832 : Sejour à Angers (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1830. La Révolution des Trois Glorieuses (dans les trois "jours glorieuses" de 28 à 30 juillet) expulse le roi Charles X et la dynastie des Bourbons du pouvoir. Louis Philippe d'Orléans, d'une autre branche de la famille royale, est mis sur le trône par la bourgeoisie libérale plutôt monarchiste.		**1830.** Bobillier s'offrit comme volontaire à la Garde Nationale d'Angers pendant la Révolution des Trois Glorieuses. Il participe pendant un mois dans une expédition militaire contre les partisans des Bourbons.
1830-1848. Monarchie de Juillet. Gouvernement de Louis Philippe, roi des français.		
1830. Le peintre Eugène Delacroix présente son célèbre tableau *La Liberté guidant le peuple*, inspiré par la Révolution des Trois Glorieuses.		
		1830. Bobillier publie son dernier texte de recherche dans les *Annales de Gergonne*.

De 1829 à 1832 : Sejour à Angers (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1831. Publication de *Notre Dame de Paris* de Victor Hugo.	**1831.** Plücker publie le tome II de son traité *Développemens de Géométrie Analytique.*	
		1831. Bobillier publie un texte dans les *Mémoires de la Société d'Agriculture, Sciences et Arts d'Angers.*
	1831-1832. Gergonne publie le tome 22 (le dernie) des *Annales.*	
	1832. Mort prématurée d'Évariste Galois à 20 ans.	
		1832. La place de chef des études à Angers est supprimée. Bobillier revient à l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne comme premier professeur.

2.1.5 De 1832 à 1840 : Deuxièmme sejour à Châlons-sur-Marne, productions didactiques de Bobillier et ses dernières années.

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1832. Honoré de Balzac commence à publier des livres qui composent la part considéré comme le plus important de son oeuvre, *La Comédie Humaine*. Cet ensemble de romans et histoires courtes décrit les divers aspects de la société française de son temps, en particulier la montée de la bourgeoisie après la période révolutionnaire. Parmi les titres le plus célèbres sont comptés *Le Père Goriot*, *Eugénie Grandet* et *Illusions Perdues*.	**1832.** Bolyai publie, dans un annexe d'un livre de son père, ses nouvelles géométries et *La Science Absolue de l'Espace*.	**1832-1840.** Deuxièmme séjour de Bobillier comme enseignant à Châlons-sur-Marne.
		1832. Bobillier publie la 1^{ére} édition de son *Cours de Géométrie*.
		1833. Parallèlement à l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne, Bobillier prend une place dans le Collège Royal de Châlons pour enseigner mathématiques spéciales.

De 1832 à 1840 : Deuxièmme sejour à Châlons-sur-Marne, productions didactiques de Bobillier et ses dernières années (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
		1834. Bobillier est nommé chef des travaux et des etudes adjoint à l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne.
		1834. Il est publié la 2ème édition du *Cours de Géométrie.*
		1834. Il est publié un texte de Bobillier dans la *Séance Publique de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne.*
	1836. Joseph Liouville publie le premier volume du *Journal de mathématiques pures et appliqueés.*	**1836.** Bobillier commence à avoir des graves problèmes de santé, mais il se refuse de licence et donc il reste à travailler. Sa maladie est cyclique, avec des phases d'améliorations alternant avec des moments très durs, et se prolonge pendant quatre ans jusqu'à la fin de sa vie.

De 1832 à 1840 : Deuxièmme sejour à Châlons-sur-Marne, productions didactiques de Bobillier et ses dernières années (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1837. Chasles publie son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie.*	**1837.** Bobillier se marie avec Pome Idalie Pavier, une jeune fille d'un recevent municipal de Châlons-sur-Marne (03 août).
	1837. Il est publie le premier volume du périodique *Cambridge and Dubin Mathematical Journal.*	**1837.** Il est publié la 3ème édition du *Cours de Géométrie.*
		1838. La place de chef des études est rétablie. Bobillier reprend ce poste à l'École d'Arts et Métiers de Châlons. Toutefois, il conserve, selon ses désirs, une partie des cours dont il est chargé.

De 1832 à 1840 : Deuxièmme sejour à Châlons-sur-Marne, productions didactiques de Bobillier et ses dernières années (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
		1838. Bobillier est vice-président annuel de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne.
		1839. Bobillier est nommé Chevalier de Légion d'Honneur (le 05 mai).
		1840. Bobillier est élu président annuel de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne (16 février), mais il ne prend pas ce possession.
		1840. Mort de Bobillier (le 22 mars, à Châlons-sur-Marne).

2.1.6 De 1840 à 1880 : Des années après la mort de Bobillier.

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1840. Lobachewsky publie au-delà des frontières de la Russie, son livre *Recherches géométriques sur la théorie des parallels.*	**1840.** Il est publié un notice necrologique sur Bobillier dans la *Séance Publique de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne* (septembre).
		1840. La *Séance Publique de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne* présente le nouveau professeur de *mathématiques spéciales* du Collège Royal de Châlons, appelé Marson, qui a "la tâche difficile de continuer [les travaux de] Bobillier".
		1845. Il est publié, à Paris, ladit "nouvelle édition" des *Principes d'Algèbre*, qu'ajoute dans un seule volume les trois petits livres de la trilogie de 1825 à 1827.
	1846. Une chaire de géométrie supérieure est créée pour Chasles à la Faculté des Sciences de Paris.	

De 1840 à 1880 : Des années après la mort de Bobillier (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1848. Publication du *Manifeste du Parti Communiste* de Karl Marx et Friedrich Engels.	**1848.** Mort de Wantzel.	
1848. Après des successives accusations de corruption et une crise économique aigue, le roi Louis Philippe abdique le gouvernement de la France. La république est proclamée.		
1848. Louis Napoléon Bonaparte, le neveu de l'ancien empereur, il se présente candidat à la présidence de la république française contre des trois autres candidats, et il gagne les élections.		
1848-1852. Deuxième République. Gouvernement de Louis Napoléon Bonaparte, président de la France.		
		1849. Il est publié la 9ème édition du *Cours de Géométrie.*
		1850. Il est publié, à Paris, la 10ème édition du *Cours de Géométrie.*

De 1840 à 1880 : Des années après la mort de Bobillier (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
1851. Louis Napoléon Bonaparte dirige un coup d'État, il installe une nouvelle période impériale et il prend le pouvoir sous le titre de Napoléon III (decembre).		
1852-1870. Second Empire. Gouvernement de Napoléon III, empereur de la France.	**1852.** Chasles publie son *Traité de géométrie supérieure.*	
	1854. Pour devenir Privatdozent à Göttingen, Riemann il soutient un projet de recherches intitulé *Sur les hypothèses sous-jacentes à la géométrie.* Gauss fait partie du jury d'évaluation de ce travail.	
1857. Gustave Flaubert publie*Madame Bovary.*		
1859. Charles Darwin publie *De l'origine des espèces.*	**1859.** Mort de Gergonne.	
		1861. Il est publié la 5ème édition des *Principes d'Algèbre.*

De 1840 à 1880 : Des années après la mort de Bobillier (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1862. Poncelet publie les *Applications d'analyse et de géométrie qui ont servi de principal fondement au traité des propriétés projectives des figures*, tome I, bien qu'il l'ait écrit quarante ans plus tôt.	
	1863. Mort de Steiner.	
	1864. Poncelet publie les *Applications d'analyse et de géométrie qui ont servi de principal fondement au traité des propriétés projectives des figures*, tome II.	
1865-1869. Publication du roman *Guerre et Paix*, de Léon Tolstoi, qui décrit la campagne napoléonienne contre la Russie en 1812.		**1865.** Il est publié la 13ème édition du *Cours de Géométrie* et la 6ème édition des *Principes d'Algèbre*.
1866. Fiodor Dostoiévski, écrivain russe, publie *Crime et Châtiment*, le roman réputé comme l'un des plus important de sa carrière.	**1866.** Poncelet publie le deuxième tome de son *Traité des propriétés projectives des figures*.	

De 1840 à 1880 : Des années après la mort de Bobillier (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1867. Mort de Poncelet.	
	1868. Mort de Plücker.	
1869. Le chimiste russe Dmitri Mendeleiev établi la première classification périodique des éléments.		
1870. La guerre franco-prussienne devient quelque chose de désastreux, accentue la crise et déclenche la chute du gouvernement de Napoléon III.		
1870-1914. Troisième République.	**1870.** Chasles publie son *Rapport sur les progrès de la géométrie.*	**1870** Dans son livre publié cette année, Chasles indique à tort la date du décès de Bobillier qui aurait été 1832. Cette erreur est répliquée dans plusieurs textes d'histoire de mathématiques pour être finalement corrigé par l'historien Jean Itard vers cent ans plus tard.

De 1840 à 1880 : Des années après la mort de Bobillier (suite).

FRANCE & MONDE	MATHÉMATIQUES	Étienne BOBILLIER
histoire, politique, sciences, technologie, art et culture	personnes, institutions, événements, enseignement, publications et recherches	vie privée et familiale, parcours mathématique, enseignant et professionnel
	1870. Mort de Lamé.	**1870.** Il est publié la 14ème édition du *Cours de Géométrie*.
1871. Commune de Paris.		
	1872. Felix Klein encourage le *Programme d'Erlangen*, dans une tentative de classer et d'unifier la présentation de différentes géométries.	
	1873. Hermite prouve la transcendance du nombre irrationnel e.	
	1880. Mort de Chasles.	**1880.** Il est publié une édition de plus, la 15ème, du *Cours de Géométrie* de Bobillier.

2.1.7 *Curriculum vitae* d'Étienne Bobillier (1798-1840).

Données personnelles.

Nom. Étienne BOBILLIER.

Naissance. 17 avril 1798, à Lons-le-Saunier (Département du Jura, en France).

Père & Mère. Ignace Bobillier et Marie Rosalie Rollet, commerçants de papiers pour peinture.

Frère ainé. Marie André Bobillier, né le 06 décembre 1795.

Autres frères et soeurs. André Ignace, né le 21 août 1812 et Louise Suzanne Eugénie, née le 21 décembre 1802.

Epouse. Pome Idalie Pavier, née le 12 octobre 1812. Mariage le 03 août 1837, à Châlons-sur-Marne.

Décès. 22 mars 1840, à Châlons-sur-Marne (peu avant de compléter ses 42 ans).

Formation & Activités d'enseignement.

1817-1818. Elève de l'École Polytechnique à Paris.

Elève durant l'année scolaire 1817/1818.

A conclu les études en 8ème position parmi les 64 élèves de sa classe.

1818-1829. Première période à l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne.

Fonction : Instructeur de mathématique.

Matières enseignées : trigonométrie, statiques, géométrie analytique, géométrie descriptive, mécanique pratique, physique et chimie.

1829. Indiqué pour le poste de professeur au Collège Royal d'Amiens. N'as pas pris le poste.

1829-1831. Période à l'École d'Arts et Métiers d'Angers.

Fonction : Chef des études.

1832-1840. Seconde période à l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne.

Fonctions : Instructeur Chef (1832 à 1834) et Chef adjoint des Travaux et des Etudes (1834-1840).

Matières enseignées : trigonométrie, statiques, géométrie analytique, géométrie descriptive, mécanique pratique, physique et chimie.

1833-1840. Travaille aussi au Collège Royal de Châlons-sur-Marne.

Fonction : Professeur.

Matière enseignée : mathématiques spéciales.

Livres didactiques publiés.

a) *Principes d'Algèbre.* "Ouvrage adopté par le ministre de l'agriculture, du commerce et des travaux publics pour les écoles d'arts et métiers". La première édition en trois volumes : 1825, 1826, 1827. La nouvelle édition en un volume unique : 1845.

b) *Cours de Géométrie.* "[Livre] adopté par le ministre de l'agriculture, du commerce et des travaux publics pour les écoles d'arts et métiers". La première dition (manuscrite), 1832. Autres éditions : 3ème (augmentée, mais toujours manuscrite), 1837 ; 10ème (déjà imprimée), 1850 ; 14ème, 1870 ; il y a encore une édition de 1880.

Activités de recherches.

Son principal intérêt concerne les courbes et les surfaces du second ordre, il les étudie dans divers contextes disciplinaires : la géométrie pure, la géométrie descriptive, la géométrie analytique, la géométrie de situation et la géométrie transcendante.

Ses principales méthodologies de recherche et/ou stratégies de démonstration sont : la méthode de la notation abrégée, l'étude de lieux géométriques, la théorie des projections et la théorie des polaires réciproques.

Eventuellement il manifeste d'autres intérêts, en publiant des articles dans les domaines suivants : algèbre, arithmétique, calcul différentiel et statiques.

Les articles publiés.

a) 33 articles publiés entre août 1826 et avril 1830 dans les *Annales de mathématiques pures et appliquées*, revue également connue sous le nom de son éditeur, *Annales de Gergonne.*

b) 10 articles publiés en 1827 et 1828 dans la *Correspondance mathématique et physique*, revue belge éditée à partir de l'Observatoire Astronomique de Bruxelles.

c) 3 articles publiés dans des journaux régionaux et des revues non spécialisées en sciences.

Autres activités.

Membre de la Société Industrielle d'Angers.

Membre de la Société d'Emulation du Département du Jura.

Membre de la Société d'Emulation du Département des Vosges.

Membre de la Société des Sciences Physiques, Chimiques et Arts Agricoles de France.

1826. Membre Titulaire de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne.

1829. Membre Correspondant de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne. (durant la période à laquelle il était à Angers).

1830. Volontaire de la Guarde Nationale.

1832. Membre Titulaire Résident de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Déartement de la Marne (1er décembre).

1838. Vice-président de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne.

1839. Chevalier de l'Ordre de la Légion d'Honneur (05 mai).

1840. Elu président de la la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne (16 fevrier) Il n'est pas arrivé à prendre possession du poste.

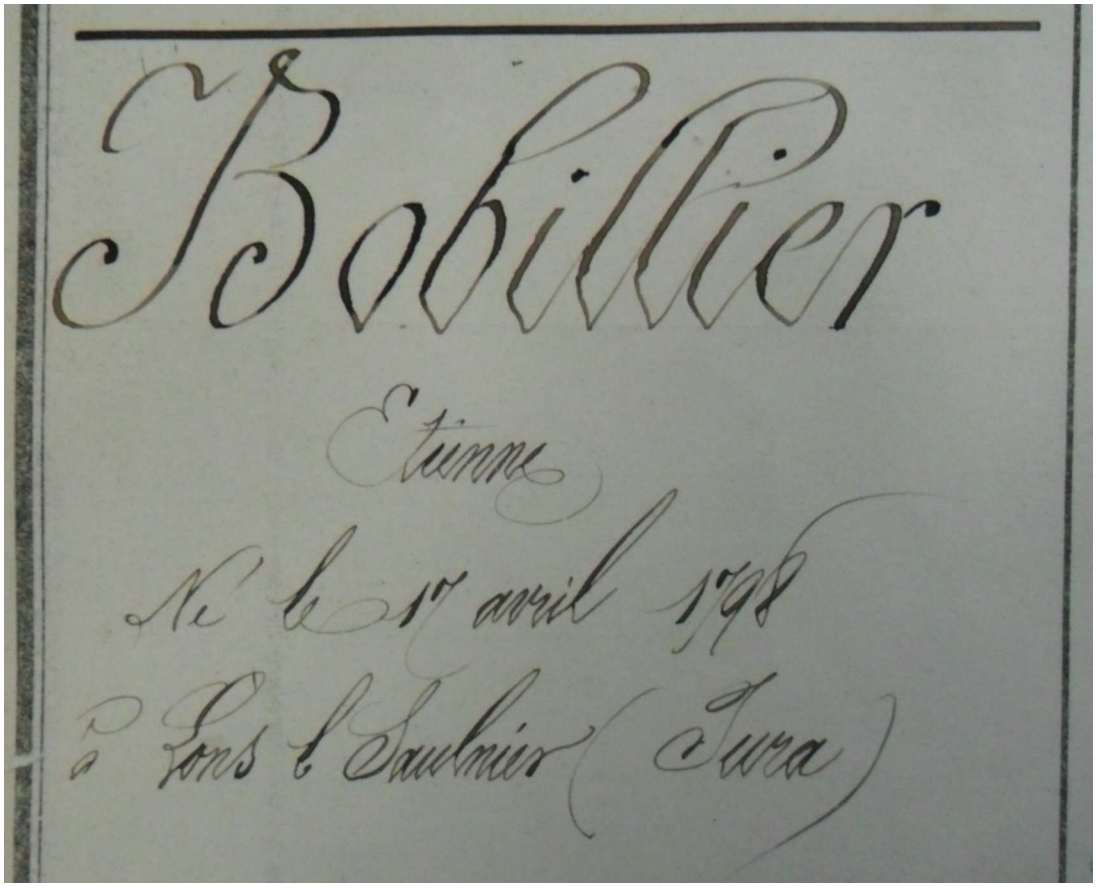


Fig. 2.2 – *Bobillier, Etienne, Né le 17 avril 1798, à Lons le Saulnier (Jura).* Une approximation d'une page du Registre du Personnel de l'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne, déposé dans la bibliothèque de l'institution (enregistrement fait en 1818).

2.2 Les trois documents d'état civil.

Avant de montrer le document inséré dans cette section, un bref mot sur les manuscrits présentés dans les diverses sections éparpillées au long de ce chapitre.

Tous ces documents sont deposés dans des archives ou dans des fonds anciens de bibliothèques françaises. Les photographies qui composent ce chapitre ont été faites para moi même et sont toutes autorisées par les bibliothécaires et archivistes responsables dans les institutions que j'ai visité pour récolter ce matériel. Pour chaque document affiché j'informe sa provenance et j'indique le passage du document qui sera transcrit.[6]

Les trois registres d'état civil (naissance, mariage et décès) sont les documents les plus *personnels* que j'ai sur Bobillier, car c'est là que nous trouvons la majeure partie des quelques informations domestiques dont nous disposons sur le protagoniste de cette thèse. Les transcriptions de ces registres n'ont pas été *aveuglément* fidèles, lettre par lettre, aux manuscrits originaux. Pour ces trois documents, j'ai opté de faire une transcription qui corrige et actualise certains mots, visant à mieux comprendre le contenu du texte. En effet, pour ces documents, je suis plus intéressé à communiquer clairement les informations inscrites ici qu'à proprement analyser les détails formels des documents eux mêmes.

Les altérations orthographiques n'ont pas été drastiques. Je n'ai ni supprimé, ni additionné, ni substitué de mot. Des petites erreurs ont été corrigées et quelques mots qui ne sont plus d'actualité au niveau de l'orthographe, principalement dans le document du 18ème siècle, ont été actualisés (par exemple, le mot *mois* écrit comme *moi*, ou la conjugaison *est* eventuellement orthographiée comme *et*, entre autres). Quelques noms propres apparaissent écrits en lettre minuscule et quelques noms communs en lettre majuscule. Ceux-ci ont été modifiés.

Une altération plus profonde, mais absolument nécessaire, a été l'ajout de (beaucoup de) virgules et de (quelques) points. Dans certains de ces manuscrits il y a de long paragraphes sans signes de ponctuation où nous en percevons clairement la nécessité. Mais je dois préciser qu'aucune phrase n'a été supprime ni changée de position.

[6] Toutes les transcriptions et traductions sont de mon fait, bienque pour les transcriptions des trois documents d'état civil (naissance, mariage et décès) j'ai pu compter avec l'aide de l'historien Laurent Rollet (des Archives Henri Poincaré), que je remercie encore une fois. Naturellement les imprecisions ou les fautes qui resteraient encore dans ce travail de transcription sont de mon entière responsabilité.

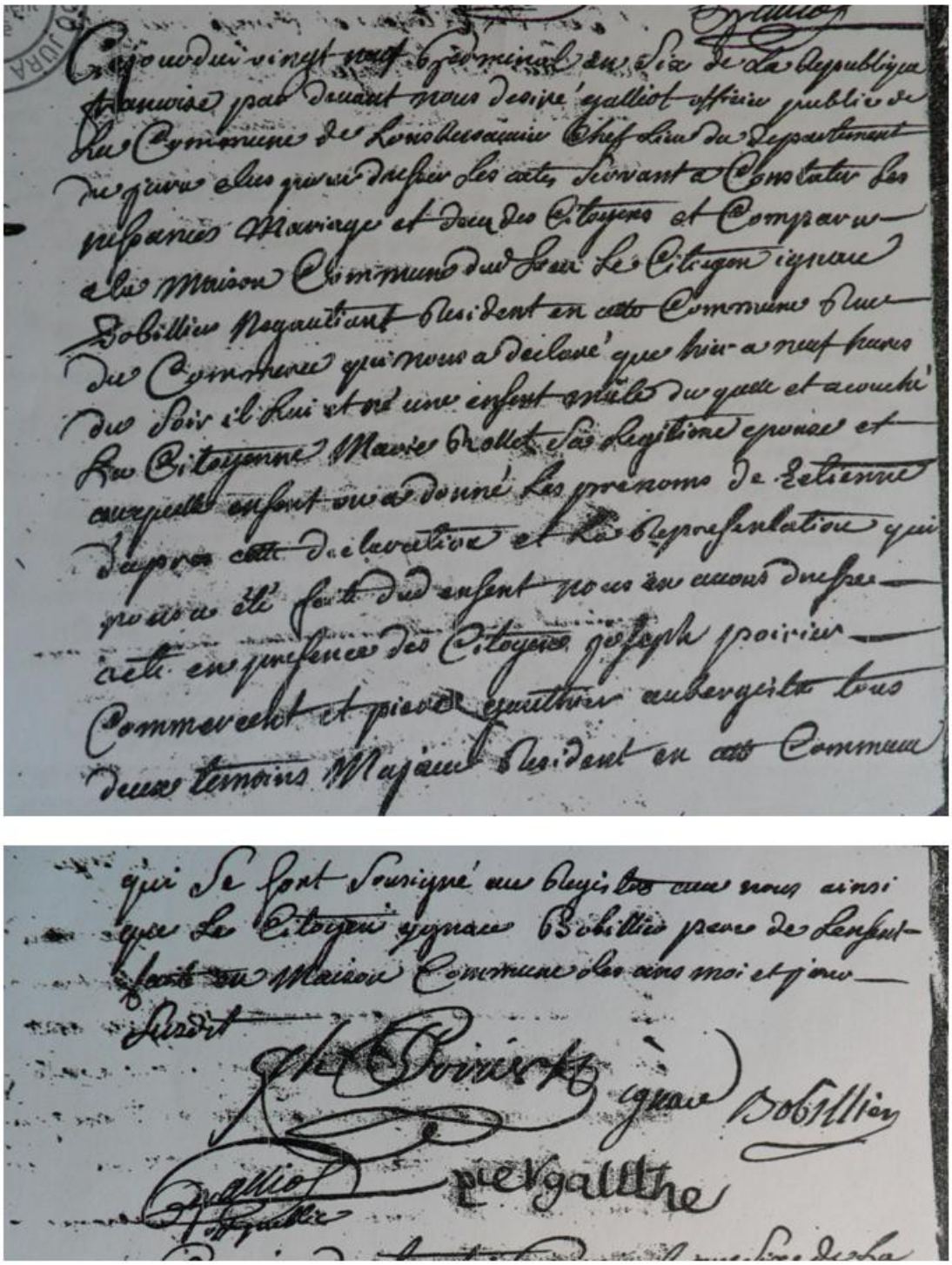


FIG. 2.3 – Registre de naissance d'Étienne Bobillier (1798).

2.2.1 L'acte de naissance de Bobillier (1798).

L'acte de naissance d'Étienne Bobillier est le registre numéro 148 du livre de naissances qui est entreposé dans les Archives Departementales du Jura (à Lons-le-Saunier) sous la référence [3/E/4663]. Le texte contient 20 lignes et occupe partiellement deux pages dudit livre. La figure 2.3 présente une copie microfilmée de ce registre.[7]

Transcription

Aujourd'hui, vingt neuf germinal an six de la Republique Française, par devant nous Desiré Galliot, officier public de la comunne de Lons le Saunier, chef lieu du departement du Jura, [xxxx] [xxxxx] dressé des actes servant à constateur les naissances, mariages et décès des citoyens ; est comparus à la maison commune du Jura le citoyen Ignace Bobillier, négociant, resident en cette comunne, rue du Commerce, qui nous a declaré que hier, à neuf heures du soir, il lui et né une enfant mâle du quelle est accouchè la citoyenne Marie Rollet, sa legitime épouse, et auxquelle enfant on a donné le prenom de Etienne. D'après cette declaration et la representation qui nous a été fait de l'enfant, nous en avons dressé acte en presence des citoyens Joseph Poiriers, commercent, et Pierre Gauthier, aubergiste, tous deux temoins majeurs, resident en cette commune, qui se font sousigné aux registre avec nous ainsi que le citoyen Ignace Bobillier père de l'enfant. Fait en maison commune, les ans, mois et jour susdit.

Signatures : Jh Poiriers, Ignace Bobillier, Galliot, Pier Gauthe.

2.2.2 Acte de mariage de Bobillier(1837).

L'acte de mariage d'Étienne Bobillier avec Pome Idalie Pavier est un long texte de 66 lignes et couvre trois pages du livre *Mariages à Châlons 1837* qui est déposé dans les Archives Municipales de Châlons-en-Champagne sous la référence [E/1/146]. Ceci est le enregistrement numéro 62 faite le 03 août 1837. La figure 2.6 montre les deux premières pages de cette acte. Notez que le texte commence presque à la fin da le page à gauche où on lit les noms des fiancés, juste en dessous du numéro 62. La figure 2.4 est une approximation de ce début, en se concentrant sur les noms du marié et de la mariée. Le texte de l'acte avance vers une troisième page, mais je préfère montrer à la figure 2.5, que la fin de l'enregistrement, où on voit neuf signatures, dont les deux premiers étant P I Pavier et E E Bobillier.

Transcription

Bobillier Etienne & Pome Idalie Pavier.

L'an mil huit cent trente sept, le trois aout à dix heures du matin, sont comparus publiquement dans l'une des salles de l'hotel de ville par devant nous, Jacques Maucourt, maire officier public de l'etat civil, le sieur Étienne Bobillier, professeur de mecanique, adjoint au chef des travaux & des etudes à l'école royale d'arts et metiers de Châlons sur Marne & professeur de mathématiques spéciales au collége de la meme ville, y domicilié, né à Lons le Saunier, département du Jura, le vingt huit germinal an six (dix sept avril mil sept cent quatre vingt dix huit), fils majeur & légitime de feu Ignace

[7] Il y a quelques passages qui me restent encore illisibles, et que j'indique dans la transcription avec des symboles du types [x]. Chaque symbole [x] désigne un mot et la quantité de x utilisée donne plus ou moins la *taille* du mot, en terme de quantité de lettres, selon ma perception, dans le manuscrit original.

Bobillier, négociant & de la dame Marie Rollet, rentiére, domiciliée à Lons le Saulnier, laquelle a donné son consentement en mariage de son fils par acte passé devant M Jacquier & son confrère, notaire au dit Lons le Saunier, le treize juillet dernier.

Le comparant a declaré affirmativement, ainsi que leur témoins ci apr es nommés, que dans l'acte de décés de son père, le nom de ce dernier y était ecrit par erreur Baubillet au lieu de Bobillier, que dans ce meme acte le nom de sa mere y était écrit par erreur Rolet au lieu de Rollet et que le prénom de cette dernière avait été omis.

& Dlle Pome Idalie Pavier, sans profession, domiciliée en cette ville, y née le douze octobre mil huit cent douze, fille majeure & légitime du sieur Louis Joseph Pavier, recevent municipal de cette ville & de dame Eléonore Louvrignat, domicilies en cette ville, lesqueles présens ont donné leur consentement au mariage de leur fille.

Les dits comparons nous ont requis de procéder à la célébration du mariage projéte entre eux & dont leur publication ont été faites en cette ville les dimanches seize & vingt trois juillet dernier ; aucune opposition au dit mariage ne nous ayant été signifié, faisant droit à leur réquisition après lecture faite des actes de naissance des parties contractantes, de l'acte de consentement sus énoncé, de l'acte de décès du pére du futur, des actes de publication du présent mariage, ainsi que du chapitre six du titre du code civil intitulé du mariage ;

Avons demandé au futur époux & à la future épouse s'ils veulent se prendre pour mari et pour femme ; chacun d'eux ayant repondu séparement & affirmativement, déclarons au nom de la loi que Etienne Bobillier & Pome Idalie Pavier sont unis par le mariage. De quoi il a été dressé le présent acte en présence des sieurs Jean Antoine Aza Vincent, ingenieur de la marine, directeur de l'école royale d'arts et metiers de cette ville, officiel de la légion d'honneur, agé de quarante quatre ans ; Louis Camarat, inspeteur honoraire de l'université principal du collége de cette ville, agé de quarante deux ans, amis de l'epoux ; Nicolas Elizabeth Louvrignat, marchand tanneur, agé de cinquante quatre ans, oncle maternal de l'épouse, ces trois témoins domiciliés en cette ville & Charlen Jean Baptiste Landry Cordiel de Marville, recevent de l'enregistrement à Montmirail, y domicilié, agé de cinquante ans, bel oncle maternel de l'épouse. Lecture faite, les époux, les père & mère de l'épouse & les témoins ont signé avec nous.

Signatures : P I Pavier, E E Bobillier, E Louvrignat, Pavier, Louvrignat, E Nicolas, Camarat ; et deux autres noms que je n'ai pas pu lire.

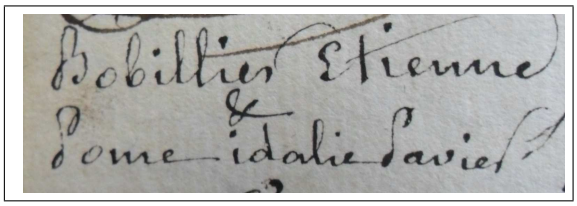


Fig. 2.4 – Noms des fiancés sur l'enregistrement du mariage, le 03 août 1837.

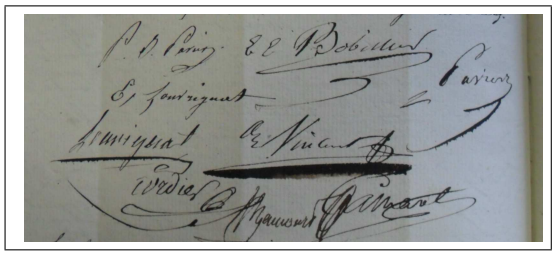


Fig. 2.5 – Signatures sur l'enregistrement du mariage, le 03 août 1837.

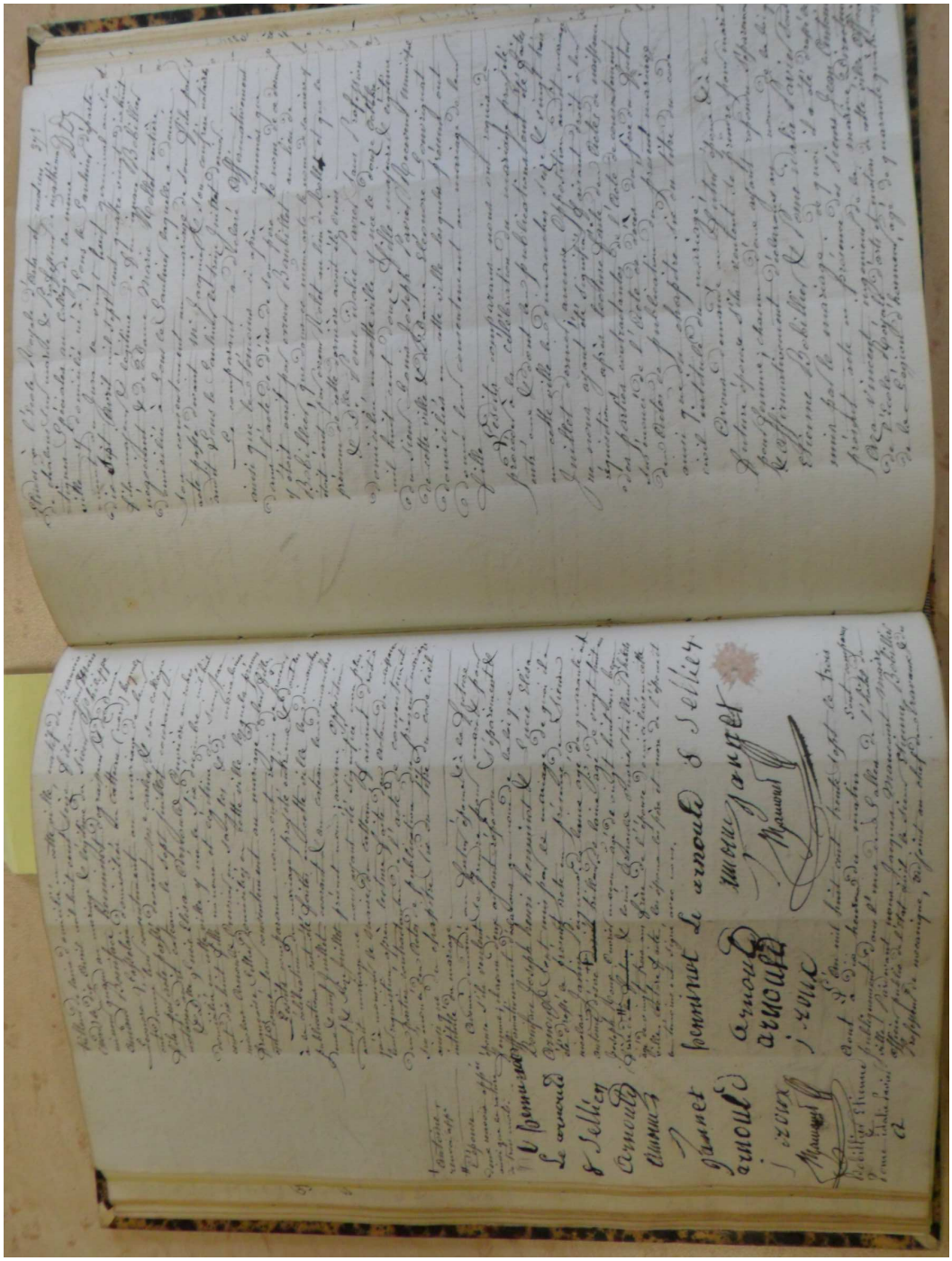


Fig. 2.6 – Les deux premiers pages du enregistrement du mariage de Bobillier et Pome Idali Pavier (1837).

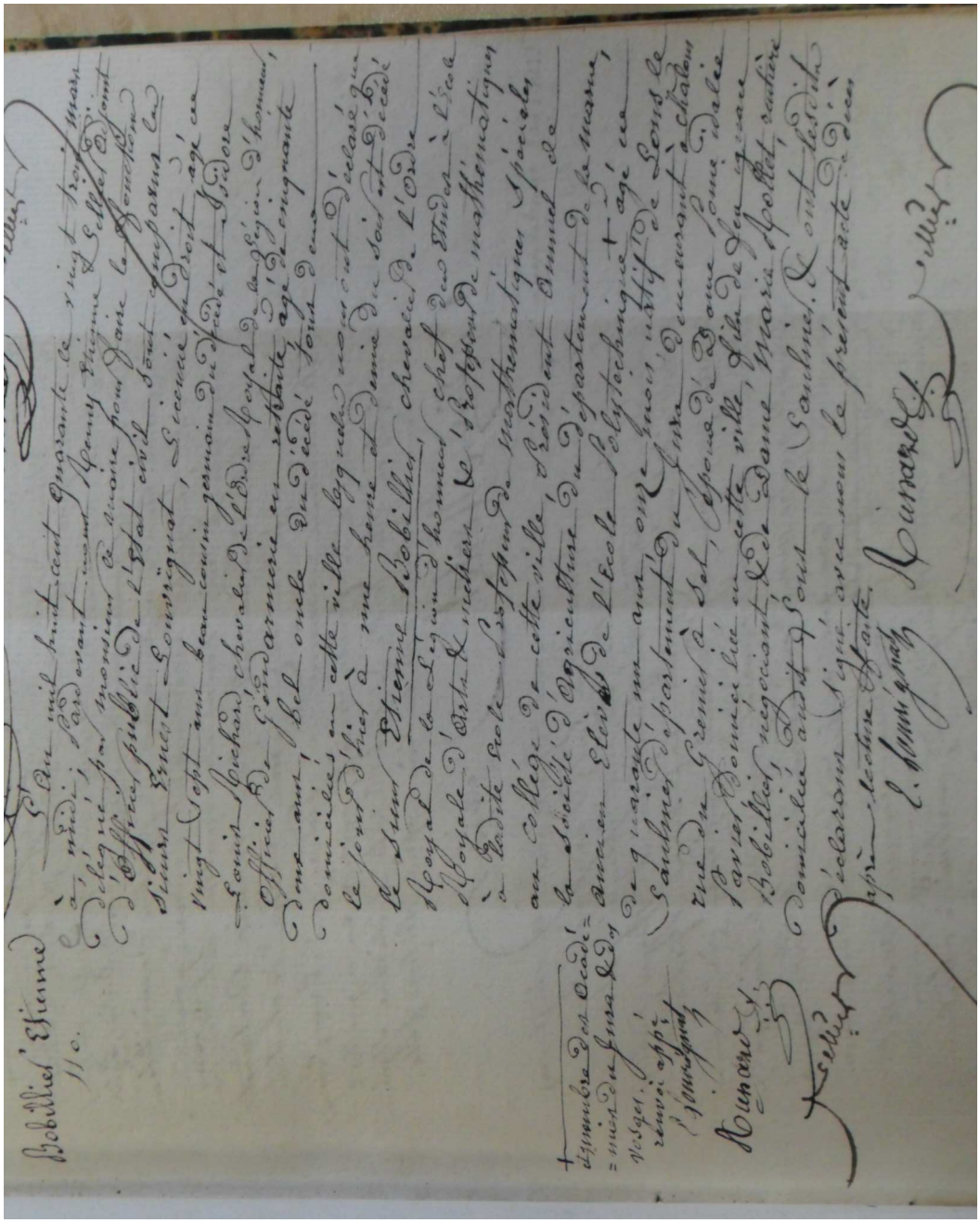


Fig. 2.7 – Enregistrement de décès de Bobillier (1840).

2.2.3 Acte de décès de Bobillier (1840).

L'acte de décès de Bobillier a le numéro d'enregistrement 110 et a été fait le 23 mars 1840. Cet enregistrement de 26 lignes et trois signataires occupe une partie d'une page du livre *Décès à Châlons 1840*, qui est déposé dans les Archives Municipales à Châlons-en-Champagne sous la référence [E/1/156]. Dans la marge gauche de la page avec le texte, il y a une petite augmentation entre les lignes 17 et 22, alors que dans le texte lui-même, il y a une marque indiquant où la petite augmentation doit être inséré. Dans la transcription ci-dessous, cette augmentation est déjà inséré dans la position indiquée et est écrit entre parenthèses. La figure 2.7 est une photographie de ce document.

Transcription

L'an mil huit cent quarante, le vingt trois mars à midi ; par devant nous, Remy Etienne Sellier, adjoint délégué par monsieur la maire pour faire les fonctions d'officier public de l'état civil, sont comparus les sieurs Ernest Louvrignat, licencé en droite, agé de vingt sept ans, beau cousin germain du décédé et Isidore Louis Richard, chevalier de l'ordre royal de la légion d'honneur, officier de gendarmerie retraité, agé de cinquante deux ans, bel oncle du décédé, tous deux domiciliés en cette ville, lesquels nous ont déclaré que le jour d'hier, à une heure et demie du soir, est décédé le sieur Etienne Bobillier, chevalier de l'ordre royal de la légion d'honneur, chef des etudes à l'école royale d'arts & métiers & professeur de mathématiques à la dite école. Professeur de mathématiques speciales au collége de cette ville, président annuel de la société d'agriculture du département de la Marne, ancien élève de l'école polytechnique [et membre des académies du Jura & des Vosgues], agé de quarante un ans, onze moins, natif de Lons le Saunier, département du Jura, demeurant à Chlons, rue du grenier à sel, épouse da dame Pome Idalie Pavier, domicilieé en cette ville, fils de feu Ignace Bobillier, négociant, & de dame Marie Rollet, rentière, domiciliée au dit Lons le Saulnier. & ont les dits déclarons signé avec nous le présent acte de décès aprés lecture faite.

Signatures : E Louvrignat, Richard, Sellier.

2.3 École Polytechnique à Paris.

Étienne Bobillier a été élève à l'École Polytechnique de Paris dans la promotion 1817, en ne restant là que dans la première année de l'école. À la fin de l'année scolaire 1817/1818, il quitte l'École Polytechnique en 8ème parmi les 64 élèves de sa classe.

Je présente dans ce qui suit trois extraits de documents deposés dans les archives de la Bibliothèque de l'École Polytechnique de Paris. Le premier document est le registre d'inscriptions et l'historique scolaire des élèves. Le second est un programme d'enseignement proposé pour l'année scolaire 1816/1817, après la réorganisation de l'école. Le dernier est le registre des notes par discipline et les évaluations de conduite. Je présente aussi une liste des professeures, des examinateurs et des directeurs de l'École Polytechnique pendant la periode qui Bobillier y est élève.

2.3.1 Matricule de Bobillier (1817).

Du registre des inscriptions et de l'historique scolaire des élèves, nous avons la fiche de Bobillier, étudiant de première année de la classe X1817. C'est un document interessant qui offre, entre autres, un "portrait parlé" du jeune Étienne, à ses 19 ans. La figure 2.8 est une photo dudit registre, d'une des pages qui contient les fiches des élèves de la classe de 1817. La figure 2.9 montre une approximation de la fiche de Bobillier contenant l'historique scolaire de son passage à l'École de Polytechnique. La transcription de cette fiche est dans les tableau 2.1, tout de suite après lesdites photos.

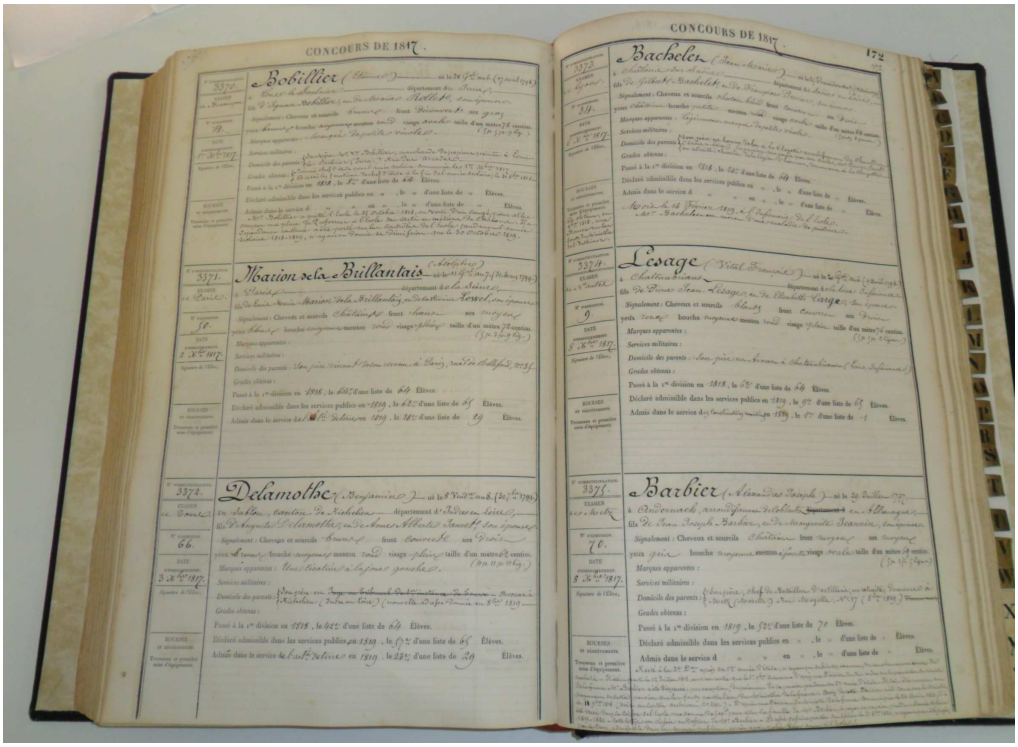
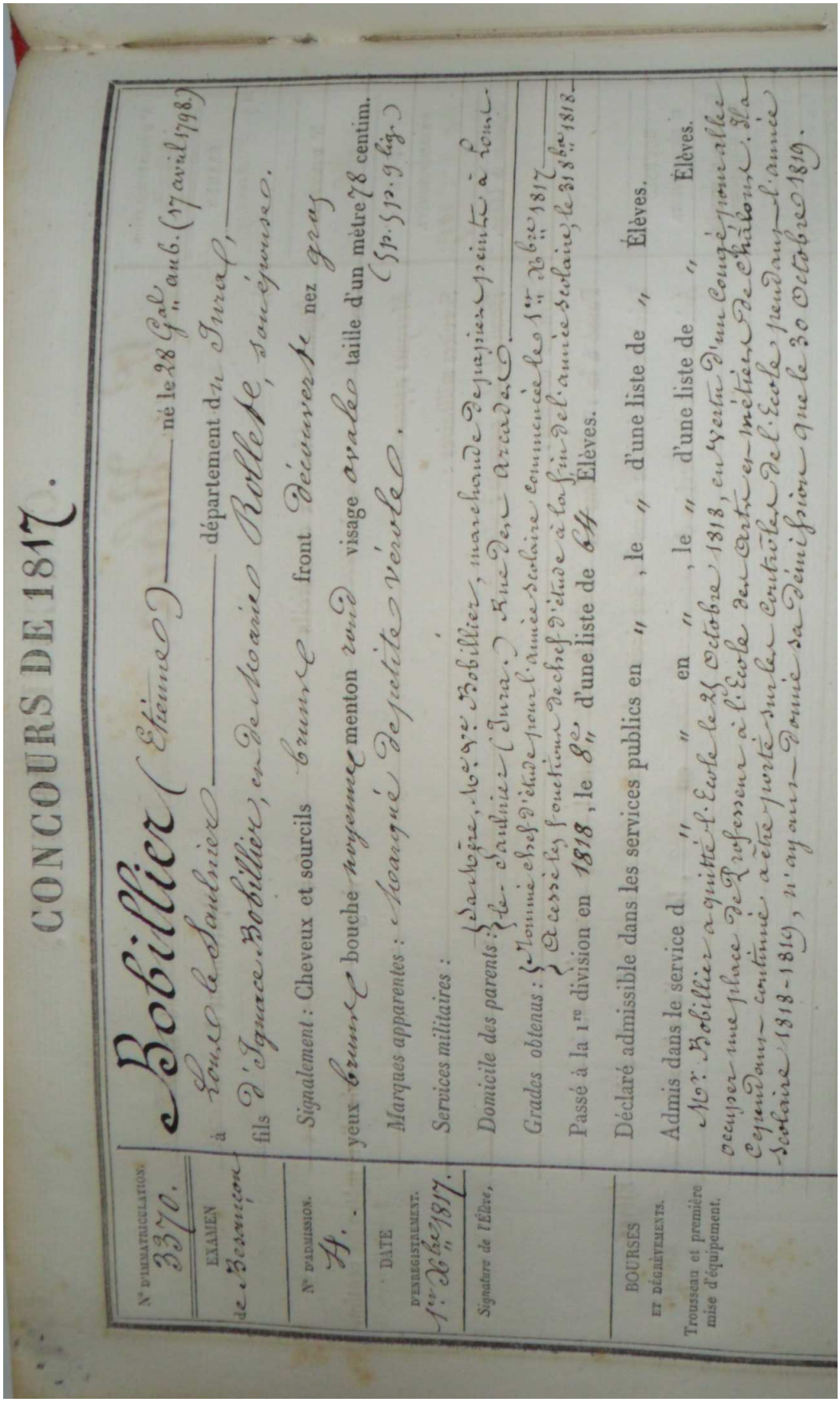


Fig. 2.8 – Livre de matricules de l'École Polytechnique (concours de 1817).



CONCOURS DE 1817.

N° D'IMMATRICULATION. 3370.

EXAMEN de Besançon

N° D'ADMISSION. A.

DATE D'ENREGISTREMENT. 1er Octobre 1817.

Signature de l'Élève,

Bobillier (Étienne) — né le 28 Germinal an 6. (17 avril 1798.)

à Sous-le-Soulnier — département du Jura,

fils d'Ignace Bobillier, et de Marie Rollet, sa épouse.

Signalement : Cheveux et sourcils brun-c front découvert nez gras

yeux brun-c bouche mignonne menton rond visage ovale taille d'un mètre 78 centim. (5 p. 5 p. 9 lig.)

Marques apparentes : Marqué de petite vérole.

Services militaires :

Domicile des parents : Sachez, Nous Bobillier, marchand de fromages, prêtés à Sous-le-Soulnier (Jura.) Rue des Arcades.

Grades obtenus : Nommé chef d'étude pour l'année scolaire commencée le 1er Novbre 1817 Accessits, fonctions de chef d'étude à la fin de l'année scolaire, le 31 8bre 1818.

Passé à la 1re division en 1818, le 8e d'une liste de 64 Élèves.

Déclaré admissible dans les services publics en " , le " d'une liste de " Élèves.

Admis dans le service d " " en " , le " d'une liste de " Élèves.

BOURSES ET DÉGRÈVEMENTS.

Trousseau et première mise d'équipement.

Mr. Bobillier a quitté l'École le 25 Octobre 1818, en vertu d'un congé pour aller occuper une place de Professeur à l'École des Arts et métiers de Châlons. Il a conservé son équipement et a été porté sur les contrôles de l'École pendant l'année scolaire 1818-1819, n'ayant demandé sa démission que le 30 Octobre 1819.

Fig. 2.9 – Matricule de Bobillier à la classe X1817 de l'École Polytechnique.

CONCOURS DE 1817

N^o D'IMMATRICULATION *3370*	*Bobillier* *(Etienne)* _____ né le *28 g^{al} an 6 (17 avril 1798)*
EXAMEN de *Besançon*	à *Lons le Saulnier* _____ département du *Jura*, _____
	fils *d'Ignace Bobillier, et de Marie Rollet, son épouse.*
	Signalement : Cheveux et sourcils *bruns* front *découvert* nez *gros*
N^o D'ADMISSION *4*	yeux *bruns* bouche *moyenne* menton *rond* visage *ovale* taille d'un mètre *78* centim.
	Marques apparentes : *Marqué de petite vérole* *(5 p. 5 p. 9 lig)*
	Services militaires :
DATE D'ENREGISTREMENT 1er N^{bre} *1817*	*Domicile des parents* : *Sa mère, m^e v^e Bobillier, marchande de papier peint à Lons le Saulnier (Jura) Rue des Arcades* _____
	Grades obtenus : *Nommé chef d'étude pour l'année scolaire commencée le 1er N^{bre} 1817* _____ *A cessé les fonctions de chef d'étude à la fin de l'année scolaire, le 31 oc^{bre} 1818*
Signature de l'élève	Passé à la 1er division en *1818*, le *8e* d'une liste de *64* Élèves.
	Déclaré admissible dans les services publics en ,, , le ,, d'une liste de ,, Élèves.
BOURSES ET DÉGRÉVEMENTS Trousseau et première mise d'equipement	Admis dans le service d ,, ,, en ,, , le ,, d'une liste de ,, Élèves.
	Mr Bobillier a quitté l'Ecole le 21 octobre 1818, en vertu d'un congé pour aller ocupper une place de Professeur à l'Ecole des Arts et Métiers de Chalons. Il a cependant continué a être porte sur le contrôle de l'École pendant l'année scolaire 1818-1819, n'ayant donné sa démision que le 30 Octobre 1819.

TAB. 2.1 – Transcription de la fiche de matricule de Bobillier (1817)

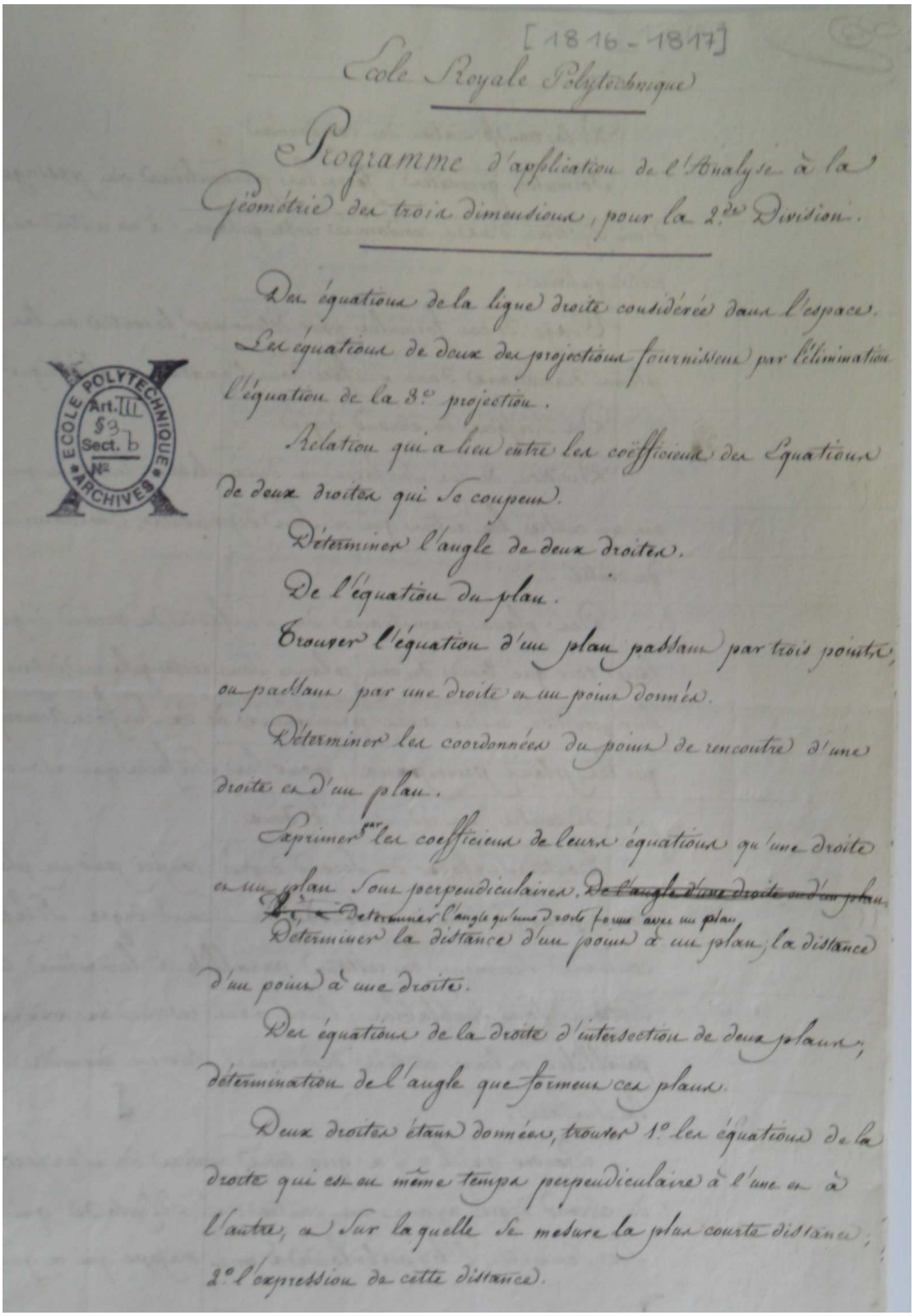
2.3.2 Une liste de professeurs, répétiteurs, examinateurs et directeurs de l'École Polytechnique (1816-1818).

En comparant quelques documents de diverses dates, j'ai pu établir, pour la période considérée, les professeurs, répétiteurs, examinateurs et directeurs énumérés ci-dessous. Les disciplines (ou activités) mis en évidence dans la liste ci-dessous sont offerts dans la première année scolaire du programme d'études. Par conséquent, les enseignants auxquels ils se rapportent (également mis en évidence) sont les possibles enseignants de Bobillier.

- Aimé Martin. Professeur d'histoire et de littérature.
- **Ampère**. Professeur d'**analyse**, **analyse appliquée a la géométrie** et **mécanique**.
- Arago. Professeur d'arithmétique sociale, géodésie et **topographie**.[8]
- Binet. Directeur des études.
- Bouchu. Gouverneur (c'est-à-dire, directeur de l'École Polytecnique).
- Cauchy. Professeur d'**analyse**, **analyse appliquée a la géométrie** et **mécanique**.[9]
- **Coriolis**. Répétiteur d'**analyse** et **mécanique**.
- **Dinet**. Examinateur d'**admission**.
- **De Prony**. Examinateur d'**analyse** et **mécanique**.
- Duhays. Administrateur et professeur de fortification.
- **Dulong**. Examinateur de **physique** et **chimie**.
- Durand. Professeur de architecture.
- **Gay Lussac**. Professeur de **chimie**.
- **Lefébure de Fourcy**. Examinateur de **physique** et **géométrie descriptive**.
- **Leroy**. Professeur de **géométrie descriptive**.
- Mathieu. Répétiteur de géodésie et machines.
- **Petit**. Professeur de **physique**.
- Poinsot. Examinateur d'admission.
- **Poisson**. Examinateur d'**analyse** et **mécanique**.
- **Regnault**. Professeur de **dessin**.
- Reynaud. Examinateur d'admission.
- **Thénard**. Professeur de **chimie**.

[8] La discipline topographie est mis en évidence, mais l'enseignant n'en est pas. Les leçons de topographie sont comptés avec les leçons de géométrie descriptive, qui dans l'année scolaire 1817/1818 étaient déjà sous la responsabilité de Leroy, pas plus d'Arago.

[9] Les disciplines sont mises en évidence, mais l'enseignement n'est pas. Les trois disciplines enseignées par Cauchy sont partagés avec Ampère dans une système d'alternance annuelle. Dans la classe X1817 de Bobillier, le moment d'enseigner était d'Ampère.



[1816-1817]

Ecole Royale Polytechnique

Programme d'application de l'Analyse à la Géométrie des trois dimensions, pour la 2.de Division.

Des équations de la ligne droite considérée dans l'espace.

Les équations de deux des projections fournissent par l'élimination l'équation de la 3.e projection.

Relation qui a lieu entre les coëfficients des Equations de deux droites qui se coupent.

Déterminer l'angle de deux droites.

De l'équation du plan.

Trouver l'équation d'un plan passant par trois points, ou passant par une droite et un point donnés.

Déterminer les coordonnées du point de rencontre d'une droite et d'un plan.

Exprimer par les coefficients de leurs équations qu'une droite et un plan sont perpendiculaires. ~~De l'angle d'une droite et d'un plan.~~

~~Id.~~ Déterminer l'angle qu'une droite forme avec un plan.

Déterminer la distance d'un point à un plan, la distance d'un point à une droite.

Des équations de la droite d'intersection de deux plans, détermination de l'angle que forment ces plans.

Deux droites étant données, trouver 1.o les équations de la droite qui est en même temps perpendiculaire à l'une et à l'autre, et sur laquelle se mesure la plus courte distance; 2.o l'expression de cette distance.

ECOLE POLYTECHNIQUE ARCHIVES Art. III §3 Sect. b N.o

Fig. 2.10 – Première page du programme d'enseignement d'*Application da l'analyse à la géométrie* à l'École Polytechnique (1816).

2.3.3 Programme d'enseignement d'*Application da l'analyse à la géométrie* (1816).

Le passage ci-dessous est sélectionné d'un document intitulé *Projets de programmes d'enseignement scientifique. Proposés au Conseil d'Instruction en décembre et adoptés pour l'année scolaire 1816/1817.* Ce document complet a 19 pages qui sont distribuées ainsi : la couverture, trois pages contenant le programme d'enseignement de la discipline *analyse* (pour les classes de première année), cinq pages pour la *physique* (pour les premières et deuxièmes années), trois pages pour les *applications d'analyse à la géométrie de trois dimensions* (pour la seconde division), quatre pages pour la *mécanique* (pour la seconde division) et trois pages pour la discipline *chimie.* Le passage que j'ai choisi de transcrire est le programme complet des *applications d'analyse à la géométrie de trois dimensions.* La figure 2.10 présente seulement la première des trois pages de ce programme.

Transcription

[1816 - 1817] École Royale Polytechnique.

Programme d'application da l'Analyse à la Géométrie des trois dimensions, pour la 2e Division.

Des équations de la ligne droite considérée dans l'espace. Les équations de deux des projections fournissent par l'élimination [de] l'équation de la 3e projection.

Relation qui a lieu entre les coefficiens des equations de deux droites qui se coupent.

Déterminer l'angle de deux droites.

De l'équation du plan.

Trouver l'équation d'un plan passant par trois points ou passant par une droite et un point donnés.

Déterminer les coordonnées du point de rencontre d'une droite et d'un plan.

Exprimer [sur] les coefficiens de leurs équations qu'une droite et un plan sont perpendiculaires. Déterminer l'angle qu'une droite forme avec un plan.

Déterminer la distance d'un point à un plan ; la distance d'un point à une droite.

Des équations de la droite d'intersection de deux plans ; détermination de l'angle que forment ces plans.

Deux droites étant données, trouver 1e les équations de la droite qui est au même temps perpendiculaire à l'une et à l'autre, et sur laquelle se mesure la plus courte distance ; 2e l'expression de cette distance.

De la transformation des coordonnées.

Formules générales ; formules particulières au passage d'un systême d'axes coordonnées rectangulaires à un autre aussi rectangulaire.

Usage de ces formules pour déterminer le centre et les plans diamétraux d'une surface dont l'équation est algébrique.

Des surfaces du second dégré.

Division de ces surfaces en deux classes, les unes qui ont un centre, les autres qui en sont dépourvues ; coordonnées du centre.

Des plans diamétraux des surfaces du second dégré ; fair voir qui trois de ces plans sont rectangulaires ; détérminer leur position et les axes principaux de la surface, remarquer que les plans principaux, pour les surfaces que n'ont pas de centre, se reduisent á deux.

Toute surface du second dégré coupée par un plan, donne pour section unde courbe du second dégré. Si le plan coupant se meut en resttant paralléle à lui même, ler sections sont semblables ; leur axes restent parallèle, et leur centres demeurent sur un diamètre de la surface.

Prouver qu'il n'y a que trois espèces de surfaces du second dégré ayant un centre : l'ellipsoïde qui a six sommets ; l'hyperboloïde à un nappe qui a quatre sommets ; et l'hyperboloïde à deux nappes qui n'en a que deux. Déterminer les diverses espèces de sections planes des ces surfaces. Des sections circulaires.

L'hyperboloïde à une nappe peut être engendrée par une droite qui se meut sur trois autres ; de les deux génératrices.

Prouver qu'il n'y a que deux espèces de surfaces [du second dégré qui soient] depourvues de centre, savoir : le paraboloïde elliptique et le paraboloïde hyperbolique. Le premier coupé par un plan ne peut donner que des ellipses et des paraboles ; le paraboloïde hyperbolique ne donne que des hyperboles et des paraboles.

Cette dernière espèce de surface peut être engendrée par une droite qui reste parallèle à un plan, en s'appuyant sur deux droites : de ses deux génératrices.

Des plans tangentes aux surfaces du second dégré. Remarquer sur la manière dont les diverses espèces de surfaces sont touchées par un plan.

Moyens de reconnaître l'espèce d'une surface du second dégré d'après son équation.

Deux surfaces du second dégré qui se coupent suivant une courbe plane se coupent de nouveau selon une autre courbe qui est encore plane.

2.3.4 Un bulletin scolaire (1818).

La figure 2.11 est la photo d'une page du livre de registre des notes par discipline et l'évaluation de l'application et de la conduite de l'École Polytechnique. Dans la page photographiée, contenant 10 élèves par ordre alphabétique, Bobillier apparaît dans la troisième ligne du bas vers le haut. Ses notes et évaluations sont transcrites ensuite.

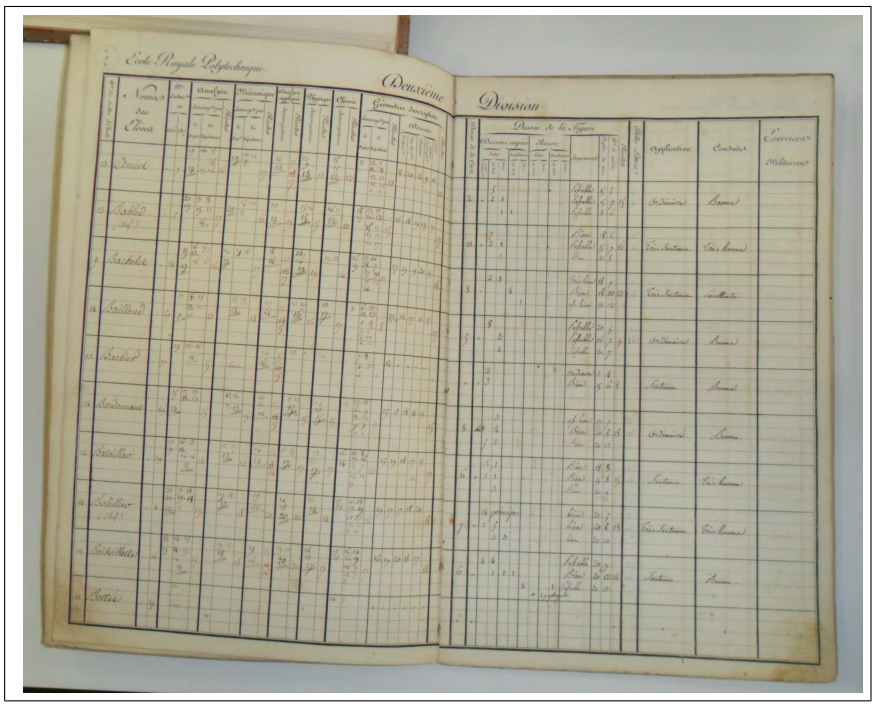


Fig. 2.11 – Registre des notes et des évaluations de l'École Polytechnique (1818).

Transcription

Ecole Royale Politechnique — Deuxième Division

Numéros des salles d'Etude			14
Noms des Eleves			Bobillier (Chef)
Numéros d'admission		en 1816	
		en 1817	4
Analyse	Interrogations par	le professeur	20 ; 20 ; 20
		les répétiteurs	19 ; 18 ; 19 ; 18 ; 16
	Résultat		**19**
Mécanique	Interrogations par	le professeur	
		les répétiteurs	19 ; 18 ; 17
	Résultat		**18**
Analyse appliquée	Interrogations		19 ; 20
	Résultat		**20**
Physique	Interrogations		14 ; 18 ; 20
	Résultat		**20**
Chimie	Interrogations		12 ; 14
	Résultat		**14**
Géométrie descriptive	Interrogations par	le professeur	17 ; 18
		le répétiteur	16 ; 18 ; 19 ; 19 ; 18 ; 20 ; 13 ; 12 ; 8 ; 11
	Résultat		**16**
	Dessins	Preliminaires	19
		Coup de pres	17
		Charpente	17
		Ombres et perspectives	18
		Lavés	20
	Résultat		**18**

Dessin de la Carte	7

Dessin de la Figure	Dessins copiés	Têtes	pour l'admission	"
			au trait	(principes) 14 ; 1
			finies	5 ; 3
		Académies	au trait	3
			finies	
	Bosse	Têtes	au trait	
			finies	
		Académies	au trait	
			finies	
	Jugement			bien ; bien ; bien
	Emploi du tems			20 ; 20 ; 20
	Numéros de mérite			5 ; 8 ; 10
	Résultat			**18**

Belles lettres	*2* ; *16*

Application	très Soutenue

Conduite	très bonne

Exercices Militaires	

2.4 École d'Arts et Métiers en France au 19ème siécle.

Châlons-sur-Marne est une ville provinciale française construite à cotê du fleuve Marne, dans le département également appelé Marne. Parfois, depuis de l'époque de Bobilier vivant, la ville est tout simplement appelé Châlons.[10] Étienne Bobillier a vécu dans cette ville entre 1818 et 1829, puis entre 1832 et 1840. Dans les deux périodes de sa vie, Bobillier a travaillé à l'École d'Arts et Métiers de la ville.

2.4.1 Quelques informations sur les écoles d'arts et métiers.

Au 19ème siècle, il y avait cinq EdA&M en France. La principale caractéristique de ces écoles est qu'elles étaient écoles publiques situés dans la province et offrant enseignement professionnelle en même temps que l'enseignement primaire et/ou secondaire. Une autre caractéristique est que, bien que les écoles soient provinciales, son adminstration centrale était nationale, c'est-à-dire, elle était directement liée au gouvernement, plus précisément liée au ministère de l'industrie et du commerce et non à l'éducation, comme on pourrait attendre en principe.

EdA&M : les premières années.

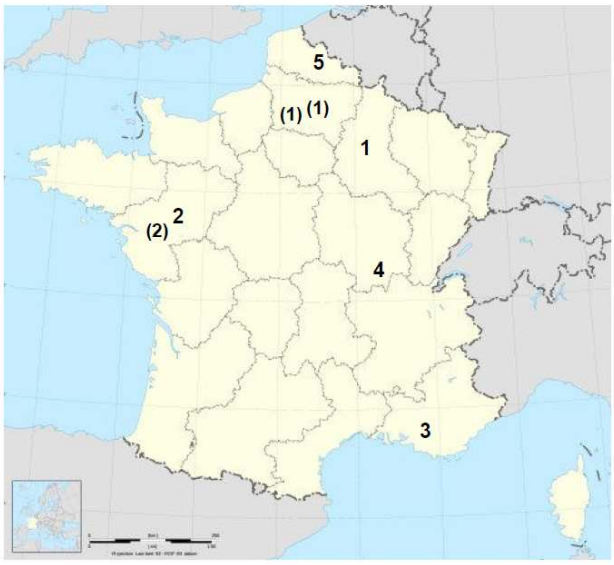
La première école, encore prototype de ce qui allait être plus tard une *école d'arts et métiers*, a été fondée par le duc de La Rochefoucauld, dans leur propriété (Oise/Liancourt), "pour enseigner aux enfants orphelins de militaires des travaux manuels avec les études élémentaires."[11] Après vingt ans de fonctionnement, l'école a été déménagé vers Compiègne, un village voisin, à l'est de l'adresse précédent. En 1803, Napoléon Bonaparte, consul de France, a officiellement établi l'EdA&M et a changé l'école de Compègne vers un d'eux. L'EdA&M devient civile, à savoir, ouvre ses portes "à tous les enfantes que désiraient travailler, devenir de bons ouvriers et fair plus tard d'habiles chefs d'atelier,"[12] non seulement pour les enfants des militaires. À l'EdA&M de Compiègne, l'enseignement théorique est composée de grammaire française, mathématiques, dessin figuré, dessins lavis appliqueé aux plans et aux machines. Quant à l'instruction pratique, elles se sont produits dans des ateliers de forge, ajustage et tours en métaux, fonderie, charpinterie et mennuiserie en bâtiments, ébénisterie, tours en bois et charronnage.

EdA&M au 19ème siècle : Châlons, Angers et les autres.

En 1806, l'EdA&M de Compiègne est transféré à la ville de Châlons. Une deuxième EdA&M a été ouverte en 1811 à Beaupréau et quatre ans plus tard a été déménagé à Angers. Ce sont les deux seules écoles d'arts et métiers – Châlons et Angers – au

[10] Dans le milieu du 20ème siècle, la ville a changé son nom pour Châlons-en-Champagne.
[11] [EUVRARD 1895, p. 54].
[12] [EUVRARD 1895, p. 54].

cours de la durée de vie de Bobillier ; et à différentes périodes de sa vie, il a enseigné à les deux : à Châlons entre 1818 et 1829, à Angers entre 1829 et 1832, et de nouveau en Châlons, de 1832 jusqu'à la fin de sa vie.



(1) Oise / Liancourt (1780)

(1) Compiègne (1800)
(suite de l'école de Oise/Liancourt)

1 Châlons-sur-Marne (1806)
(suite de l'école de Compiègne)

(2) Beaupréau (1811)

2 Angers (1815)
(suite de l'école de Beaupréau)

3 Aix-en-Provence (1843)

4 Cluny (1891)

5 Lille (1900)

Fig. 2.12 – EdA&M en France au 19ème siècle.

Les trois autres EdA&M sont situées dans les villes d'Aix-en-Provence (1843), Cluny (1891) et Lille (1900). La figure 2.12 présente une carte avec l'emplacement et la date de l'inauguration des EdA&M en France au 19ème siècle.

Les EdA&M provinciales et le Conservatoire National des Arts et Métiers à Paris.

Une observation importante est que les écoles d'arts et métiers n'ont pas de lien direct avec le Conservatoire National des Arts et Métiers à Paris. D'une part, l'EdA&M ont été créées par Napoléon comme des écoles techniques de niveau intermédiaire pour former les travailleurs qualifiés, des contremaîtres et des superviseurs d'ateliers pour les industries mécaniques. D'autre part, le Conservatoire National des Arts et Métiers a été créé en 1794 comme un laboratoire et une musée des techniques industriels ; et parfois offrant des cours au soirée pour la technologie industrielle.[13]

EdA&M au 20ème siècle : enseignement supérieur.

Juste pour information complémentaire, les anciennes EdA&M ont delivreé diplome de enseignement technique de niveau intermédiaire jusqu'au debut du 20ème siécle. Depuis les années 1910, les *Écoles d'Arts et Métiers* françaises ont commencé à offrir des cours supérieurs. À ce temp là, le réseau a adopté le nom d'*Écoles Nationale Supérieure d'Arts et Métiers* (ENSAM). De nos jours elles ont intégré un réseau intitulé *Arts et Métiers ParisTech*, englobant 11 écoles.

[13] [DAY 2001, p. 10].

L'École d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne, où Bobillier a travaillé, est la plus ancienne, et est toujours situé à la même adresse et dans le même bâtiment depuis son inauguration en 1806.

2.4.2 Une convocation du directeur de l'EdA&M à Châlons-sur-Marne (1833).

Dans les Archives Départamentales de la Marne (à Châlons) on trouve plusieurs livres d'enregistrements des ordres émis par les directeurs de l'EdA&M de Châlons. Ces commandes portent sur diverses questions telles que : la réception ou le transfert d'un salarié d'une unité à l'autre du réseau d'EdA&M, des récompenses ou des punitions aux élèves selon chaque cas, de la nomination des chefs d'études ou chefs des ateliers, etc. Le livre est déposé sous la référence [1/T/2046] et couvre la période de 1830 à 1858. La photographie de la figure 2.13 montre une convocation du directeur Aza Vincent pour les professeurs de mathématiques à traiter des affaires quotidiennes de l'école. Notez que le premier demande du directeur est que les enseignants écrivent des manuels pour leurs cours. Nous verrons plus tard que Bobillier répondre cette demande.

Transcription

Rèunion des professeurs de Mathématiques chez le Directeur pour s'entretenir, 1° de la rédaction d'un ovrage renfermant les cours à faire aux trois divisions. 2° de l'uniformité à mettre dans la manière des notes et les reponses des Eleves. 3° des moyens à prendre pour hâter les progrès des Elèves qui sont en retard, soit en fesant des classes supplémentaires, soit en fesant des examens pendant les heures d'Etude et y appelant les Elèves à tour de rôle. 8 Avril 1833.

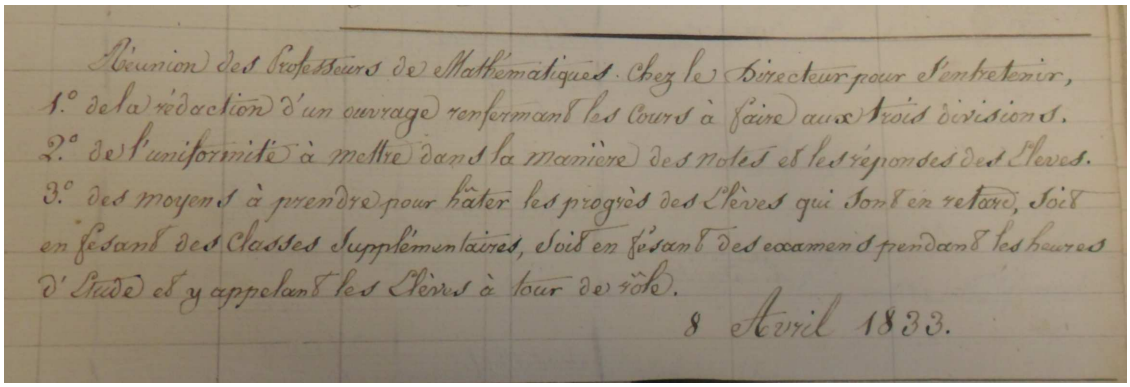

Réunion des Professeurs de Mathématiques chez le Directeur pour s'entretenir,
1.° de la rédaction d'un ouvrage renfermant les Cours à faire aux trois divisions.
2.° de l'uniformité à mettre dans la manière des notes et les réponses des Eleves.
3.° des moyens à prendre pour hâter les progrès des Elèves qui sont en retard, soit
en fesant des Classes supplémentaires, soit en fesant des examens pendant les heures
d'Etude et y appelant les Elèves à tour de rôle.
8 Avril 1833.

Fig. 2.13 – Le 8 Avril 1833, le directeur de l'EdA&M à Châlons-sur-Marne invite les professeurs de mathématiques pour une réunion.

2.4.3 Extrait du rapport *Notice sur les Ecoles Impériales d'Arts et Métiers* de l'inspecteur Le Brum (1863).

Le rapport *Notice sur les Ecoles Impériales d'Arts et Métiers* est un long document manuscrit de 53 pages entreposé aux Archives Nationales de France (à Paris) sous la référence [F/17/14317]. Cette notice est signée par un inspecteur scolaire appelé Le Brum et est composée de trois parties : (1) historique sommaire des écoles, (2) son organisation (1863) et (3) ses résultats. Le petit passage sélectionné contient une éloge au *Cours de Géométrie* de Bobillier. Ce passage se trouve dans la seconde partie (page 30), quand le rapporteur décrit brièvement l'enseignement théorique dans l'institution. La figure 2.14 est une photo de ce passage.

Transcription

En mathématiques, nous n'avons pas, à properment parler, de méthodes particuliéres. Dans leurs leçons, les Professeurs vont droit au but, sans s'occuper des subtilités de la science. Mais de nombreuses applications exercent l'esprit des élèves et y fixent les principes en leur en montrant l'utilité. Dans leur interrogations les élèves sont poussés à répondre vivement. La géométrie de Bobillier composée pour nos Écoles est essentiellement simple et précise.

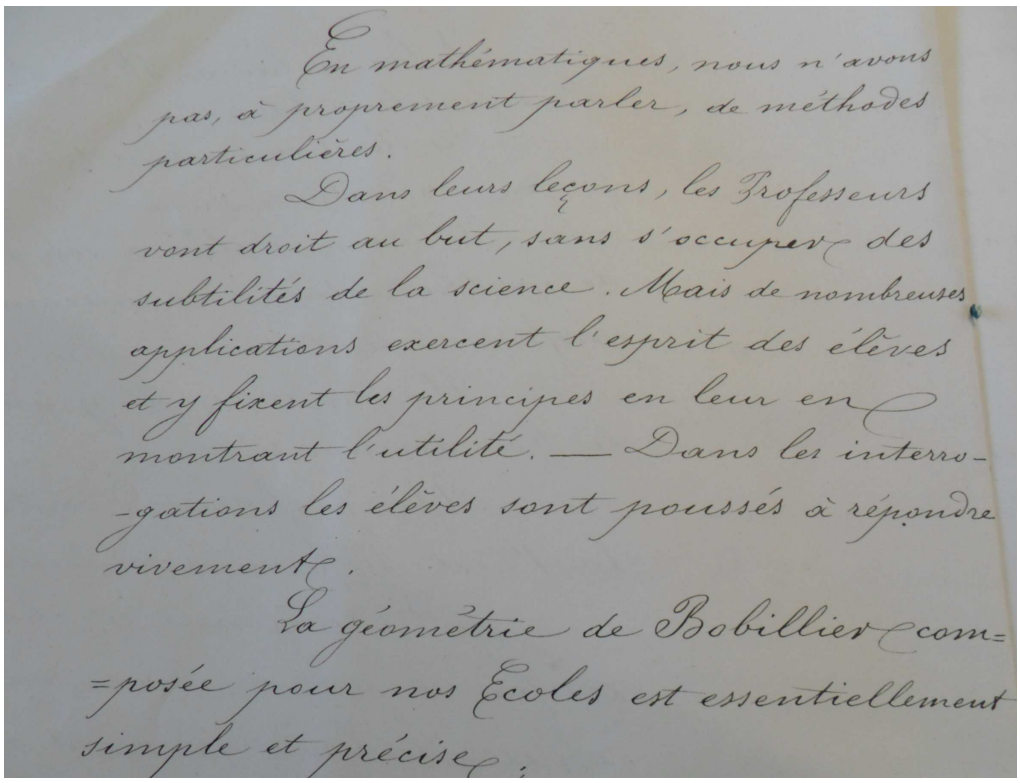

En mathématiques, nous n'avons pas, à proprement parler, de méthodes particulières.
Dans leurs leçons, les Professeurs vont droit au but, sans s'occuper des subtilités de la science. Mais de nombreuses applications exercent l'esprit des élèves et y fixent les principes en leur en montrant l'utilité. — Dans les interro-gations les élèves sont poussés à répondre vivement.
La géométrie de Bobillier com-posée pour nos Écoles est essentiellement simple et précise.

Fig. 2.14 – Extrait du rapport *Notice sur les Écoles Impériales d'A&M* par l'Inspecteur Le Brum (1863).

2.5 Les textes de recherches.

La bibliographie d'Étienne Bobillier – un peu plus de cinquante textes – peut être divisé en deux grands groupes : des textes de recherche et de textes pour l'enseignement. Il est intéressant de noter que les textes de recherche ont tous été publiés entre 1826 et 1830. Pour les textes pour l'enseignement, seul le premier a été écrit avant cette période, tout le reste ont été écrites et/ou publié après 1830.

Bobillier publié exactement quarante-six articles de recherche. Ses textes sont publiés sous la forme de questions résolues, lettres à la rédaction, de petites notes sur d'autres textes ou des mémoires de recherches. Trente-trois de ces textes sont apparus dans les *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées*, journal aussi connu sous le nom de son éditeur, *Annales de Gergonne*. Dix textes sont apparus dans la *Correspondance Mathématique et Physique*, dont l'éditeur était Quetelet. Les autres textes, très peu, sont apparus dans des journaux régionaux qui ont publié des sujets variés et pas nécessairement des articles scientifiques.

2.5.1 Les 46 textes de recherches mathématiques de Bobillier (1826-1834)

[**01**] **1826.** Note sur les puits à bascule.

[**02**] **1826 août.** Solution des deux problèmes de statique proposés à la page 296 du précédent volume.[14]

[**03**] **1827 février.** Note sur le problème de géométrie résolu à la page 166 du présent volume.[15]

[**04**] **1827 mars.** Solution d'un cas particulier du premier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 172 du présent volume.

[**05**] **1827 mai.** Solution de l'un des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 232 du XVIe volume des Annales.

[**06**] **1827 mai.** Démonstration du théorème de statique énoncé à la page 199 du présent volume.[16]

[14] Texte co-écrit avec Finck, répétiteur de mathématiques à l'École Régimentaire d'Artillerie de Strasbourg et ancién élèves de l'École Polytechnique.

[15] Le problème évoqué dans le titre de ce texte est proposé dans le volume 16 des *Annales*, à la page 327. Dans ce texte, Bobillier commente la solution présentée par un abonné anonyme et publié à la page 166 du tome 17 des *Annales*.

[16] Texte co-écrit avec Lenthéric, professeur de Mathématiques et de Physique au Collége Royal de Montpellier.

[07] **1827 juin.** Démonstration des deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 200 du présent volume.

[08] **1827 juin.** Démonstration du dernier des deux théorèmes de géométrie énoncé à la page 283 du présent volume.[17]

[09] **1827 juillet.** Démonstration des quatre théorèmes de géométrie proposés à la page 255 du précédent volume.

[10] **1827 septembre.** Recherches sur les courbes à double courbure dont les développantes sont sphériques.

[11] **1827 octobre.** Démonstration de quelques théorèmes sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres.

[12] **1827 octobre.** Solution du dernier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 232 du XVIe volume des Annales.

[13] **1827 octobre.** Démonstration du théorème de géométrie énoncé à la page 28 du présent volume.[18]

[14] **1827 décembre.** Recherches sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres.

[15] **1827 décembre.** Solution des deux problèmes de géométrie énoncés à la pag. 348 du précédent volume.

[16] **1827 décembre.** Solution des quatre problèmes de géométrie énoncés à la pag. 56 du présent volume.[19]

[17] **1827 décembre.** Solution du problème de géométrie descriptive énoncé à la pag. 83 du présent volume.[20] [21]

[18] **1827.** Tout plan qui passe par la droite que déterminent les milieux des arêtes opposées d'un tétraèdre, le divise en deux parties équivalentes.

---

[17] Texte co-écrit avec Lenthéric, professeur au Collège Royal de Montpellier ; et Vallès, élève à l'École Royale des Ponts et Chaussées.

[18] Texte co-écrit avec Roche, professeur de Mathématiques, de Physique et de Chimie à l'École d'Artillerie de la Marine ; et Reynard, repetiteur de Mathématiques à l'École d'Artillerie de la Garde Royale.

[19] Texte co-écrit avec Roche, professeur de Mathématiques, de Physique et de Chimie l'École d'Artillerie de la Marine ; et Vallès, élève ingénieur des ponts et chaussées.

[20] Texte co-écrit avec Garbinski, professeur à Varsovie.

[21] Le problème évoqué dans le titre de ce texte est proposé à la page 83 du tome 17 des *Annales*, ce n'est pas au tome 18. La petite erreur du éditeur a été d'utiliser le mot *présent* à la place du mot correcte, c'est-à-dire, *précédent*.

[**19**] **1827.** Extrait d'une lettre (...) concernant des propriétés des sections coniques, considérées dans le solide.

[**20**] **1827.** Sur les propriétés des foyers dans les surfaces du second ordre.

[**21**] **1828 janvier.** Démonstration de divers théorèmes de géométrie.

[**22**] **1828 février.** Recherche de quelques lieux géométriques, dans l'espace.

[**23**] **1828 février.** Note sur le problème de géométrie proposé à la pag. 87 du présent volume.

[**24**] **1828 mars** Recherche sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques.

[**25**] **1828 mai.** Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue.

[**26**] **1828 juin.** Démonstration nouvelle de quelques propriétés des lignes du second ordre.

[**27**] **1828 octobre.** Recherches sur les lois générales qui régissent les courbes algébriques.

[**28**] **1828 novembre.** Recherches sur les lois générales qui régissent les surfaces algébriques.

[**29**] **1828 novembre.** Théorèmes de géométrie proposés à démontrer.

[**30**] **1828.** On donne dans un plan un angle et un point, et l'on demande de faire passer par le point une droite qui coupe les côtés de l'angle, de manière que l'aire interceptée soit de grandeur donnée. Problème proposé page 180 du IIIe volume.

[**31**] **1828.** Recherches sur les surfaces de second degreé.

[**32**] **1828.** Sur les propriétés projectives dans les surfaces du second ordre.

[**33**] **1828.** Sur la question II de la page 315.[22]

[**34**] **1828.** Sur les foyers dans les surfaces du second ordre.

[22] La question évoque dans le titre sans beaucoup de soin éditoriale, est dans le volume 3 du periodique.

[35] **1828.** Si n nombres ne sont pas tous égaux entre eux, la puissance $m^{\text{ième}}$ de leur moyenne arithmétique, sera plus petite que la moyenne arithmétique des puissances $m^{\text{ième}}$ des mêmes nombres ; 2° Si n nombres ne sont pas tous égaux entre eux, la moyenne arithmétique de leur puissances $m^{\text{ième}}$ sera plus grande que la moyenne géométrique de ces mêmes puissances. Problème proposé à la page 76 de ce volume.[23]

[36] **1828.** Détermination des axes principaux dans les lignes et les surfaces du second ordre, rapportées à des axes obliques.

[37] **1829 février.** Note sur deux théorèmes de géométrie démontrés dans le XVIIIme volume du présent recueil.

[38] **1829 avril.** Théorèmes sur les polaires successives.

[39] **1829 mai.** Démonstration de deux théorèmes sur les lignes et surfaces du second ordre.

[40] **1829 juin.** Mémoire sur l'hyperbole équilatère.

[41] **1829 juillet.** Solution d'un problème de géométrie énoncé à la pag. 87 du précédent volume.[24] [25]

[42] **1829 novembre.** Abréviation de l'extraction des racines numériques.

[43] **1829 décembre.** De l'équilibre de la chaînette sur une surface courbe.

[44] **1830 avril.** Démonstration du principe des vitesses virtuelles dans les machines en équilibre.[26]

[45] **1831.** Note sur une description mécanique de la Chaînette.

[46] **1834.** Note sur le principe de Roberval.

[23] Texte co-écrit avec Lobatto, attaché au ministere de l'intérieur (de les Pays-Bas), pour ce qui concerne la direction des poids et mesures. La solution de Bobillier pour ce problème commence précisément à la page 172.

[24] Texte co-écrit avec Lenthéric (professeur de Mathématiques et de Physique au Collége Royal de Montpellier).

[25] Je identifie et corrige une petite erreur éditoriale dans le titre principal. Le problème évoqué ici est proposé à la page 87 du tome 18 des *Annales* et non pas dans le volume 19 (qui est le précédent).

[26] Les textes [43] et [44], tous les deux sont classés dans la rubrique "statique", mais l'éditeur s'est trompé lors de la préparation de la *table de matières*. En fait, il y a un texte avec le titre de [43], et avec la numérotation des pages du texte [44]. Par le contraire, il n'y a aucune enregistrement de texte avec le titre de [44].

2.5.2 Les dates et les journaux où sont apparues les textes de recherches de Bobillier.

Journaux où sont apparues les textes de recherches de Bobillier		
Journal / numéro	**Quantité de textes**	**Remarques**
Annales de Gergonne, n. 17 *Annales de Gergonne*, n. 18 *Annales de Gergonne*, n. 19 *Annales de Gergonne*, n. 20	7 15 7 4	Au total, 33 textes apparaissent dans les *Annales* ; le premier en août 1826 et le dernièr en avril 1830.
Correspondance de Quetelet, n. 3 *Correspondance de Quetelet*, n. 4	3 7	Au total, 10 textes apparaissent dans la *Correspondance*, tous en 1827 ou 1828.
Almanaque de la Marne	2	Un texte apparaît dans le volume de 1826 et d'autre dans le volume de 1834.
Almanaque d'Angers	1	Ce texte apparaît dans le volume de 1831.

Quantité de textes	2	18	16	7	1	1	1
Année	1826	1827	1828	1829	1830	1831	1834

2.5.3 Rubrique principal et rubriques alternatifs des textes des recherches de Bobillier.

Rubrique principal des textes des recherches de Bobillier	
Rubrique	Quantité de textes
Questions résolues (géométrie)	13
Géométrie analytique	8
Géométrie de situation	6
Textes sans rubrique	3
Questions résolues (statique)	2
Géométrie	2
Philosophie mathématique	2
Statique	2
Questions résolues (géométrie descriptive)	1
Questions résolues (analyse)	1
Questions proposées (géométrie)	1
Géométrie transcendante	1
Géométrie pure	1
Géométrie de courbes	1
Analise appliquée a la géométrie	1
Arithmétique	1

Toutes les rubriques des textes des recherches de Bobillier	
Rubrique	Quantité de textes
Questions résolues (géométrie)	13
Géométrie analytique	12
Géométrie de situation	7
Géométrie de courbes et surfaces	7
Statique	5
Mathématique élémentaire (géométrie analytique)	4
Textes sans rubrique	3
Géométrie élémentaire	3
Géométrie descriptive	3
Questions résolues (statique)	2
Mathématique transcendante (géométrie analytique)	2
Mathématique élémentaire (géométrie)	2
Géométrie transcendante	2
Géométrie pure	2
Géométrie	2
Philosophie mathématique	2
Questions résolues (géométrie descriptive)	1
Questions résolues (analyse)	1
Questions proposées (géométrie)	1
Arithmétique	1
Analise appliquée a la géométrie	1
Mathématique transcendante (analise)	1
Mathématique transcendante (analise appliquée)	1
Sciences mathématiques pures et appliquées	1

2.5.4 Textes de Bobillier : évolution de la rubrique principal le long du temp.

(Commencement : de 1825 jusqu'à septembre 1827)

	1825	1826	1827 janvier	1827 février	1827 mars	1827 avril	1827 mai	1827 juin	1827 juillet	1827 août	1827 septembre	... ...
Questions résolues (statique)		**02**					**06**					
Questions résolues (géométrie)				**03**	**04**		**05**	**07 08**	**09**			
Questions résolues (géométrie descriptive)												
Questions résolues (analyse)												
Géométrie												
Géométrie pure												
Géométrie transcendante											**10**	
Géométrie descriptive												
Géométrie analytique												
Géométrie de situation												
Géométrie de courbes												
Analise appliquée a la géométrie												
Philosophie mathématique												
Questions proposées (géométrie)												
Arithmétique												
Statique												
Textes sans rubrique		**01**										
Livres Didactiques	**A**											

Textes de Bobillier : évolution de la rubrique principal le long du temp
(suite : de octobre 1827 jusqu'à juilllet 1828)

	1827 octobre	1827 novembre	1827 décembre	1827	1828 janvier	1828 février	1828 mars	1828 avril	1828 mai	1828 juin	1828 juillet	... ...
Questions résolues (statique)												
Questions résolues (géométrie)	**12 13**		**15 16**			**23**						
Questions résolues (géométrie descriptive)			**17**									
Questions résolues (analyse)												
Géométrie				**18**								
Géométrie pure					**21**							
Géométrie transcendante												
Géométrie descriptive												
Géométrie analytique				**19**		**22**						
Géométrie de situation	**11**		**14**				**24**					
Géométrie de courbes												
Analise appliquée a la géométrie												
Philosophie mathématique									**25**	**26**		
Questions proposées (géométrie)												
Arithmétique												
Statique												
Textes sans rubrique												
Livres Didactiques												

Textes de Bobillier : évolution de la rubrique principal le long du temp
(suite : de août 1828 jusqu'à mai 1829)

	1828 août	1828 septembre	1828 octobre	1828 novembre	1828 décembre	1828	1829 janvier	1829 février	1829 mars	1829 avril	1829 mai	... ...
Questions résolues (statique)												
Questions résolues (géométrie)						**30**						
Questions résolues (géométrie descriptive)												
Questions résolues (analyse)						**35**						
Géométrie								**37**				
Géométrie pure												
Géométrie transcendante												
Géométrie descriptive												
Géométrie analytique						**31 32 33 34 36**					**39**	
Géométrie de situation			**27**	**28**						**38**		
Géométrie de courbes												
Analise appliquée a la géométrie												
Philosophie mathématique												
Questions proposées (géométrie)				**29**								
Arithmétique												
Statique												
Textes sans rubrique												
Livres Didactiques												

Textes de Bobillier : évolution de la rubrique principal le long du temp
(finale : de juin 1829 jusqu'à 1834)

	1829 juin	1829 juillet	1829 août	1829 septembre	1829 octobre	1829 novembre	1829 décembre	1830	1831	1832	1833	1834
Questions résolues (statique)												
Questions résolues (géométrie)		**41**										
Questions résolues (géométrie descriptive)												
Questions résolues (analyse)												
Géométrie												
Géométrie pure												
Géométrie transcendante												
Géométrie descriptive												
Géométrie analytique												
Géométrie de situation												
Géométrie de courbes	**40**											
Analise appliquée a la géométrie												
Philosophie mathématique												
Questions proposées (géométrie)												
Arithmétique						**42**						
Statique							**43**	**44**				
Textes sans rubrique									**45**			**46**
Livres Didactiques										**G**		

2.5.5 Textes de Bobillier : évolution de toutes les rubriques le long du temp.

(Commencement : de 1825 jusqu'à septembre 1827)

	1825	1826	1827 janvier	1827 février	1827 mars	1827 avril	1827 mai	1827 juin	1827 juillet	1827 août	1827 septembre	... ...
Questions résolues (statique)		**02**					**06**					
Questions résolues (géométrie)				**03**	**04**		**05**	**07 08**	**09**			
Questions résolues (géométrie descriptive)												
Questions résolues (analyse)												
Géométrie												
Géométrie pure												
Géométrie élémentaire												
Géométrie transcendante				(03)							**10**	
Géométrie descriptiva												
Géométrie analytique					(04)							
Géométrie de situation									(09)			
Géométrie de courbes et surfaces				(03)	(04)		(05)	(07) (08)				
Analise appliquée a la géométrie												
Philosophie mathématique												
Questions proposées (géométrie)												
Mathématique élémentaire (géométrie)												
Mathématique élémentaire (géométrie analytique)												
Mathématique transcendante (géométrie analytique)												
Mathématique transcendante (analise appliquée)												
Mathématique transcendante (analise)												
Sciences mathématiques pures et appliquées												
Arithmétique												
Statique		(02)					(06)					
Textes sans rubrique		**01**										
Livres Didactiques	**A**											

Textes de Bobillier : évolution de toutes les rubriques le long du temp
(suite : de octobre 1827 jusqu'à juilllet 1828)

	1827 octobre	1827 novembre	1827 décembre	1827	1828 janvier	1828 février	1828 mars	1828 avril	1828 mai	1828 juin	1828 juillet	... ...
Questions résolues (statique)												
Questions résolues (géométrie)	**12 13**		**15 16**			**23**						
Questions résolues (géométrie descriptive)			**17**									
Questions résolues (analyse)												
Géométrie				**18**								
Géométrie pure					**21**							
Géométrie élémentaire	(13)		(16)			(23)						
Géométrie transcendante												
Géométrie descriptive	(12)		(15) (17)									
Géométrie analytique				**19**		**22**			(25)	(26)		
Géométrie de situation	**11**		**14**				**24**					
Géométrie de courbes et surfaces					(21)							
Analise appliquée a la géométrie				(20)								
Philosophie mathématique									**25**	**26**		
Questions proposées (géométrie)												
Mathématique élémentaire (géométrie)				(18)								
Mathématique élémentaire (géométrie analytique)				(19)								
Mathématique transcendante (géométrie analytique)												
Mathématique transcendante (analise appliquée)				(20)								
Mathématique transcendante (analise)												
Sciences mathématiques pures et appliquées												
Arithmétique												
Statique			(16)									
Textes sans rubrique												
Livres Didactiques												

Textes de Bobillier : évolution de toutes les rubriques le long du temp
(suite : de août 1828 jusqu'à mai 1829)

	1828 août	1828 septembre	1828 octobre	1828 novembre	1828 décembre	1828	1829 janvier	1829 février	1829 mars	1829 avril	1829 mai	... ...
Questions résolues (statique)												
Questions résolues (géométrie)						**30**						
Questions résolues (géométrie descriptive)												
Questions résolues (analyse)						**35**						
Géométrie								**37**				
Géométrie pure								(37)				
Géométrie élémentaire												
Géométrie transcendante												
Géométrie descriptive												
Géométrie analytique						**31 32 33 34 36**					**39**	
Géométrie de situation			**27**	**28**						**38**		
Géométrie de courbes et surfaces												
Analise appliquée a la géométrie												
Philosophie mathématique												
Questions proposées (géométrie)				**29**								
Mathématique élémentaire (géométrie)						(30)						
Mathématique élémentaire (géométrie analytique)						(32) (33) (36)						
Mathématique transcendante (géométrie analytique)						(31) (34)						
Mathématique transcendante (analise appliquée)												
Mathématique transcendante (analise)						(35)						
Sciences mathématiques pures et appliquées												
Arithmétique												
Statique												
Textes sans rubrique												
Livres Didactiques												

Textes de Bobillier : évolution de toutes les rubriques le long du temp
(finale : de juin 1829 jusqu'à 1834)

	1829 juin	1829 juillet	1829 août	1829 septembre	1829 octobre	1829 novembre	1829 décembre	1830	1831	1832	1833	1834
Questions résolues (statique)												
Questions résolues (géométrie)		**41**										
Questions résolues (géométrie descriptive)												
Questions résolues (analyse)												
Géométrie												
Géométrie pure												
Géométrie élémentaire												
Géométrie transcendante												
Géométrie descriptive												
Géométrie analytique		(41)										
Géométrie de situation												
Géométrie de courbes et surfaces	**40**											
Analise appliquée a la géométrie												
Philosophie mathématique												
Questions proposées (géométrie)												
Mathématique élémentaire (géométrie)												
Mathématique élémentaire (géométrie analytique)												
Mathématique transcendante (géométrie analytique)												
Mathématique transcendante (analise appliquée)												
Mathématique transcendante (analise)												
Sciences mathématiques pures et appliquées												
Arithmétique						**42**						
Statique							**43**	**44**				
Textes sans rubrique									**45**			**46**
Livres Didactiques										**G**		

2.5.6 Personnes qui sont mentionnés dans des recherches mathématiques de Bobillier.

7 personnes mentionnées comme co-auteurs de Bobillier	17 personnes mentionnées comme l'auteur d'un texte évoqué	15 autres personnes sont mentionnés
Lenthéric (3)	Poncelet (5)	Monge (8)
Vallès (2)	Vallès (3)	Hachette (4)
Roche (2)	Poisson (3)	Quetelet (2)
Reynard (1)	Dandelin (3)	Poncelet (2)
Lobatto (1)	Gergonne (2)	Dupin (2)
Garbinski (1)	(*) Monge (1)	Monferrand (2)
Finck (1)	Lamé (1)	Binet (2)
	Plücker (1)	(*) Plücker (1)
	Sturm (1)	Pascal (1)
	Hachette (1)	Newton (1)
	(*) Lagrange (1)	(*) Desargues (1)
	Frégier (1)	Roberval (1)
	Bourdon (1)	Petit (1)
	(*) Olivier (1)	(*) Ferriot (1)
	Montucla (1)	Cassini (1)
	(*) Waring (1)	
	Vaure (1)	

Remarque. Le nombre entre parenthèses à côté du nom indique le nombre de fois que la personne est mentionné.

Remarque. Toutes les mentions dans la première colonne ont été faites par l'éditeur Gergonne, dans la cadre de la présentation des auteurs des textes en question.

Remarque. Les noms marqués avec (*) dans les deuxième et troisième colonnes sont des personnes mentionnées exclusivement par des éditeurs (Gergonne ou Quetelet), souvent en notes de bas de page.

2.5.7 Textes qui sont mentionnés dans des recherches mathématiques de Bobillier.

Articles ou questions de journaux	**Quantité de mentions**
Articles dans les *Annales de Gergonne*	$38 + 8 = 46$
Articles dans la *Correspondance de Quetelet*	$8 + 5 = 13$
Articles en dehors des *Annales* ou de la *Correspondance*	$3 + 2 = 5$
Questions proposées dans les *Annales de Gergonne*	16
Questions proposées dans la *Correspondance de Quetelet*	3

Livre didactique et/ou traité de recherches	**Auteur**	**Qui mentionne ?**
Principes d'algèbre	Bobillier	L'auteur Bobillier, dans des textes ou dans des notes de bas de page
Géométrie analitique	Bourdon	
Géométrie descriptive	Monge	
Histoire des mathématiques	Montucla	
Traité des propriétés projectives des figures	Poncelet	
Recherches consignées de Roberval (dans le tome IV des Mémoires de l'ancienne Académie des Sciences)	Roberval	
Mécanique analytique	Lagrange	L'éditeur Gergonne dans des notes de bas de page
Application de l'analyse à la géométrie	Monge	
Miscellanea analiticae	Waring	

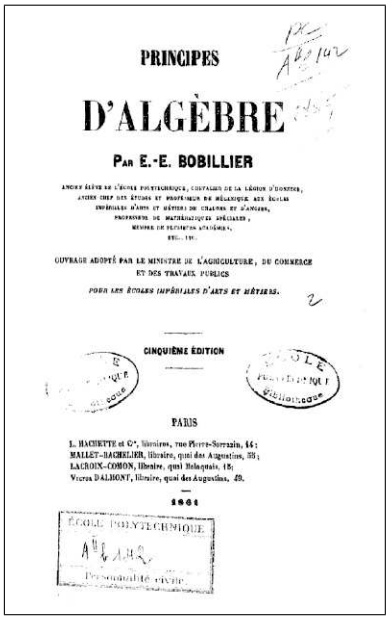
Remarque. Dans la colonne "quantité de mentions", la deuxième tranche dans chaque addition indique combien de ces mentions ont été faites exclusivement par les éditeurs (Gergonne ou Quetelet) en notes de bas de page.

Remarque. Chaque livre de la seconde table est mentionné qu'une seule fois, sauf le *Traité* de Poncelet, qui est mentionné deux fois distingué par Bobillier.

2.6 Les textes d'enseignement.

Bobillier a écrit six cours pour ses élèves. Seulement deux de ces textes, *Principes d'Algèbre* et *Cours de Géométrie*, ont été publié et ont réussi plusieurs éditions. Sur les autres cours, l'un d'eux a été trouvé dans un manuscrit complet, mais jamais imprimé. Un second est resté inachevé, mais certains fragments ont été insérés dans le *Cours de Géométrie* depuis sa troisieme édition. Enfin, deux cours semblent être perdus et leur existence est garantie par des indications indirectes dans un autre document.

2.6.1 *Principes d'Algèbra* (1825-1879).


PRINCIPES

D'ALGÈBRE

PAR E.-E. BOBILLIER

OUVRAGE ADOPTÉ PAR LE MINISTRE DE L'AGRICULTURE, DU COMMERCE ET DES TRAVAUX PUBLICS

POUR LES ÉCOLES IMPÉRIALES D'ARTS ET MÉTIERS.

CINQUIÈME ÉDITION

PARIS

L. HACHETTE et Cᵉ, libraires, rue Pierre-Sarrazin, 14;
MALLET-BACHELIER, libraire, quai des Augustins, 55;
LACROIX-COMON, libraire, quai Malaquais, 15;
Veuve D'ALIGNY, libraire, quai des Augustins, 49.

1861

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Bibliothèque

Des informations sur la premier page de la 5ème edition : *Principes d'Algèbre* par E.-E. Bobillier, ancien élève de l'École Polytechnique, Chevalier de la Legion d'Honneur, ancien chef des études et professeur de mécanique aux écoles impériales d'arts et métiers de Châlons et d'Angers, professeur de mathématiques spéciales, membre de plusieurs académies, etc. Ouvrage adopté par le ministre de l'agriculture, du commerce et de travaux publics pour les écoles imperiales d'arts et métiers.

Éditions qui j'ai accédé : le première édition, imprimé et publié en trois petits volumes à Lons-le-Saunier, un volume par an, entre 1825 et 1827. J'ai accédé aussi une édition phostume appellée "Nouvelle Edition", publié à Paris (1845). Cette édition est tout simplement la réunion de les trois petits volumes précédents dans un seul volume. Finalement, la 5ème édition (1861), qui ne diffère pas de l'édition de 1845.

D'autres éditions : 3ème (1849), 6ème (1865), 9ème (1877) et 10ème (1879).

Voilà comment Bobillier présente son ouvrage :

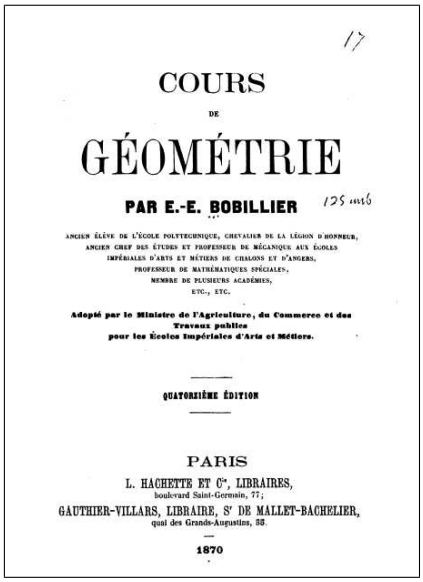
> Ces PRINCIPES D'ALGÈBRE ont été spécialement rédigés pour mes élèves ; j'espère cependant qu'ils pourront être de quelque utilité à ceux qui entreprendont l'étude de cette science sans le secours d'un professeur, et même à ceux qui, plus avancés, se proposeront de revoir ce qu'ils ont appris précédemment.
>
> Ils sont divisés en trois Livres. Je me suis efforcé d'y comprendre tout ce qu'il est essentiel de connaître pour suivre avec quelque succès les cours de Géométrie analytique et de Mècanique rationnelle qui m'étaient confiés, en me prescrivant toutefois de ne pa dépasser les bornes de l'enseignement des Écoles d'Arts et Métiers.
>
> Le premier Livre contient la Théorie complète des opérations algébriques ; j'y ai font, en forme de supplément, une démonstration tout-à-fait élémentaire de la formule du Binome de *Newton*. Le deuxième et le troisième, traitent de la résolution des problèmes et des équations auxquelles ils conduisent ; le dernier, de certains procédés que fournit l'algèbre pour abréger le calcul des nombres.

> J'ai choisi parmi les démonstrations qui me sont connues, celles qui m'ont paru les plus claires et les plus simples. Je me suis attaché surtout à mettre beaucoup d'ordre dans la distribution des matières, et à énoncer les résultats avec une précision géométrique, bien convaincu que cette méthode est la plus lumineuse et la plus propre à hâter les progrès des commençants.[27]

2.6.2 *Cours de Géométrie* (1832-1880).

Le livre didactique *Cours de Géométrie* est le plus grand succès éditorial de Bobillier, atteignant 15 éditions jusqu'à 1880. Bien qu'il ait été écrit à Angers, sa première édition apparaît effectivement publié en 1832 à Châlons. C'est une édition manuscrite de 84 pages au format in-4°. Cette édition est déposé dans les Archives Départementales de la Marne sous la référence [H/BIB/10711].

Titre alternatif de la 1ère édition : *Cours de Géométrie à l'usage des élèves de l'École Royale d'Arts et Métiers d'Angers.*


COURS
DE
GÉOMÉTRIE
PAR E.-E. BOBILLIER
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, CHEVALIER DE LA LÉGION D'HONNEUR,
ANCIEN CHEF DES ÉTUDES ET PROFESSEUR DE MÉCANIQUE AUX ÉCOLES
IMPÉRIALES D'ARTS ET MÉTIERS DE CHALONS ET D'ANGERS,
PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES,
MEMBRE DE PLUSIEURS ACADÉMIES,
ETC., ETC.
Adopté par le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics pour les Écoles Impériales d'Arts et Métiers.
QUATORZIÈME ÉDITION
PARIS
L. HACHETTE ET Cie, LIBRAIRES,
boulevard Saint-Germain, 77;
GAUTHIER-VILLARS, LIBRAIRE, S^r DE MALLET-BACHELIER,
quai des Grands-Augustins, 55.
1870

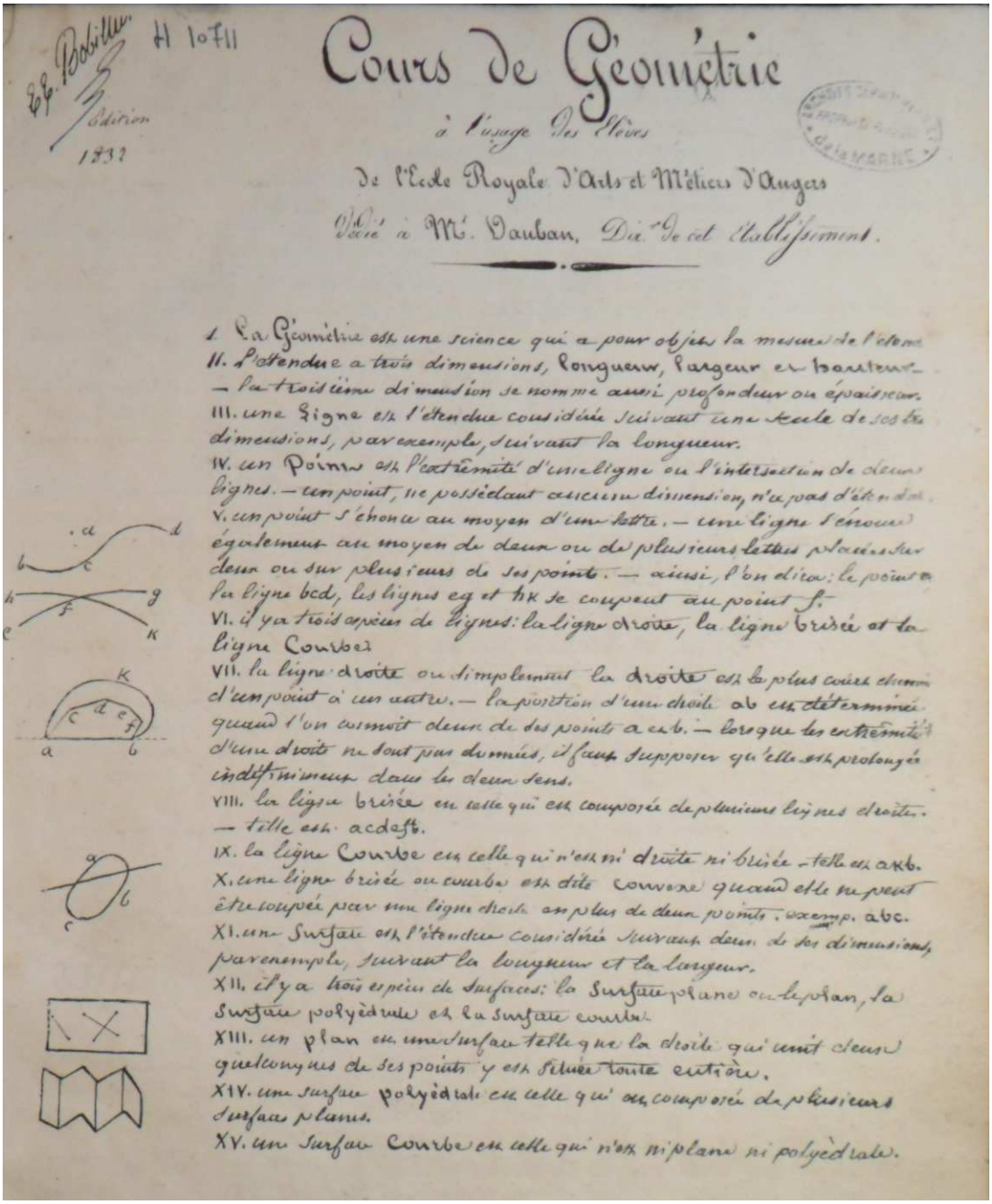
Des informations sur la premier page de la 14ème edition : *Cours de Géométrie* par E.-E. Bobillier, ancien élève de l'École Polytechnique, Chevalier de la Legion d'Honneur, ancien chef des études et professeur de mécanique aux écoles impériales d'arts et métiers de Châlons et d'Angers, professeur de mathématiques spéciales, membre de plusieurs académies, etc. [Ouvrage] adopté par le ministre de l'agriculture, du commerce et de travaux publics pour les écoles imperiales d'arts et métiers.

Éditions qui j'ai accédé : le première édition (1832), conservé dans les Archives Départementales de la Marne. Ensuite, la troisième édition (1837), manuscrite et litographié à Châlons, la dernière du auteur encore vivant.

Je consulte aussi des éditions phostumes, imprimés à Paris : 10ème (1850), 11ème (1857) et 12ème (1861). Les cinq éditions mentionnées ci-dessus ont quelques petites différences, soit à l'organisation, soit au contenu du texte. Finalement, j'ai consulte encore les éditions 13ème (1865), 14ème (1870) et 15ème (1880), elles ne diffrent pas de l'édition de 1861.

D'autres éditions : Je n'ai pas reussi à accéder la 2ème (1834), publié de l'auteur encore vivant. Après sa mort, il y a la 4ème (1841) et la 9ème (1849). Pour les éditions 5ème, 6ème, 7ème et 8ème, je ne pouvais même pas déterminer les dates de publication.

[27] [BOBILLIER A, les deux premières pages (qui ne sont pas numérotées)].



Cours de Géométrie

à l'usage des élèves

de l'Ecole Royale d'Arts et Métiers d'Angers

dédié à M. Dauban, Dir.r de cet établissement.

I. La Géométrie est une science qui a pour objet la mesure de l'étendue.

II. L'étendue a trois dimensions, longueur, largeur et hauteur. — la troisième dimension se nomme aussi profondeur ou épaisseur.

III. une ligne est l'étendue considérée suivant une seule de ses trois dimensions, par exemple, suivant la longueur.

IV. un Point est l'extrémité d'une ligne ou l'intersection de deux lignes. — un point, ne possédant aucune dimension, n'a pas d'étendue.

V. un point s'énonce au moyen d'une lettre. — une ligne s'énonce également au moyen de deux ou de plusieurs lettres placées sur deux ou sur plusieurs de ses points. — ainsi, l'on dira: le point c, la ligne bcd, les lignes eg et hk se coupent au point f.

VI. il y a trois espèces de lignes: la ligne droite, la ligne brisée et la ligne Courbe.

VII. la ligne droite ou simplement la droite est le plus court chemin d'un point à un autre. — la position d'une droite ab est déterminée quand l'on connoît deux de ses points a et b. — lorsque les extrémités d'une droite ne sont pas données, il faut supposer qu'elle est prolongée indéfiniment dans les deux sens.

VIII. la ligne brisée est celle qui est composée de plusieurs lignes droites. — telle est acdefh.

IX. la ligne Courbe est celle qui n'est ni droite ni brisée — telle est axb.

X. une ligne brisée ou courbe est dite convexe quand elle ne peut être coupée par une ligne droite en plus de deux points. exemp. abc.

XI. une Surface est l'étendue considérée suivant deux de ses dimensions, par exemple, suivant la longueur et la largeur.

XII. il y a trois espèces de surfaces: la Surface plane ou le plan, la Surface polyèdre et la Surface courbe.

XIII. un plan est une surface telle que la droite qui unit deux quelconques de ses points y est située toute entière.

XIV. une surface polyèdre est celle qui est composée de plusieurs surfaces planes.

XV. une Surface Courbe est celle qui n'est ni plane ni polyèdre.

FIG. 2.15 – Couverture de la 1ère édition du *Cours de Géométrie* (1832).

2.6.3 La page de titre de la 1ère édition du *Cours de Géométrie* (1832).

La première édition du *Cours de Géométrie* (1832) est manuscrite, elle contient 84 pages et est entreposée aux Archives Départementales de Marne (à Châlons) sous la référence [H/BIB/10711]. Nous observons sur la photo de la figure 2.15, qu'après un court entête, le texte principal commence déjà sur cette page. Dans la transcription à suivre je présente seulement l'entête et les premières phrases (de I à X).

Transcription

Cours de Géométrie

à l'usage des eleves de l'Ecole Royale d'Arts et Métiers d'Angers.

Dédié à M. Dauban, directeur de cet etablissement.

I. La géométrie est une science qui a pour object la mesure de l'etendue.

II. L'etendue a trois dimensions, longueur, largeur et hauteur – la troisième dimension se nomme aussi profondeur ou épaisseur.

III. Une ligne est l'etendue considérée suivant une seule de ses trois dimensions, par exemple, suivant la longueur.

IV. Un point est l'extrêmité d'une ligne ou l'intersection de deux lignes. – Un point, ne possedant aucune dimension, n'a pas d'étendue.

V. Un point s'enonce au moyen d'une lettre. – Un ligne s'enonce également au moyen de deux ou de plusieurs lettres placées sur deux ou sur plusieurs de ses points. – Ainsi, l'on dit : le point a, le ligne bcd, les lignes eg et hk se coupent au point f.

VI. Il y a trois espèces de lignes : la ligne droite, la ligne brisée et la ligne courbe.

VII. La ligne droite ou simplement la droite est le plus court chemin d'un point à un autre. – La portion d'une droite ab est determiné quand on l'on connait deux de ses points a et b. – Lorsque les extrêmités d'une droite ne sont pas données, il faut supposer qu'elle est prolongée indéfiniment dans les deux sens.

VIII. La ligne brisée est celle qui est composée de plusieurs lignes droites. – Telle est $acdefb$.

IX. La ligne courbe est celle qui n'est ni droite ni brisée. – Telle est akb.

X. Une ligne brisée ou courbe est dite convexe quand elle ne peut etre coupée par une ligne droit en plus de deux points. Exemple abc.

2.6.4 Cours et manuels écrits entre 1835 et 1837.

Le deuxième sejour de Bobillier à Châlons a été marquée par un changement dans le type de leur production écrite mathématique. Si dans la Chalons précédente à Angers, sa production était plutôt des textes de recherche ; dans la Châlons posterieur à Angers, sa production est plus concentrée dans le développement et la sophistication de ses cours et de manuels scolaires.

Les Lois Géométriques du Mouvement **(1837).**

Ceci est un livre inachevé de Bobillier. Il s'agit d'un cours de physique-géométrique. Les passages qui étaient prêtes à 1837, ont été inserés par l'auteur lui-même dans la troisième édition du Cours de Géométrie.

Théorie de la Chaleur **(1835).**

Le texte *Théorie de la Chaleur* est un cours inedite de physique-chimie, d'environ 150 pages, jamais imprimé, édition unique, lithographié à Châlons-sur-Marne en 1835. Ce manuscrit est déposé dans les Archives Départementales de la Marne sous la référence [H/BIB/2249].

Ce texte Bobillier pourrait être considéré comme perdu, car il n'a jamais été étudié, discuté, ni même mentionné par aucun historien des mathématiques auparavant. La seule référence à ce texte (bien exactemente, son titre) est le discours de décès publi dans le journal régional de Châlons en 1840, dans une première liste des oeuvres de Bobillier.

Machines à Vapeur **et** *Résistance des Bois et Métaux* **(1837).**

Voici deux textes qui ne sont jamais mentionnés par aucune historien des mathématiques. La seule information disponible sur ces cours est une annonce sur la couverture arrière de l'édition de 1837 du *Cours de Géométrie*. L'annonce énumère les ouvrages publiés par l'École des Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne cette année là et signale que ces deux cours sont *sous presse*.

On peut en déduire que Bobillier effectivement les a écrit. Ou, au moins, il a informé le rédacteur en chef des cours d'EdA&M de Châlons leurs pretentions pour les écrire. Mais après les informations qu'ils étaient sous presse, je ne pouvais plus obtenir des information sur ces cours, et ni les textes eux-mêmes.

2.6.5 La page de titre de la *Théorie de la Chaleur* (1835).

Il s'agit d'un cours de physique-chimie d'un peu plus de 150 pages et qui n'a jamais été imprimé. Ce manuscrit se trouve entreposé aux Archives Départementales de Marne (à Châlons) sous la référence [H/BIB/2249]. Sur la photo de la figure 2.16 apparaît la première page de texte du livre. A suivre ci-dessous la transcription des trois premiers paragraphes.

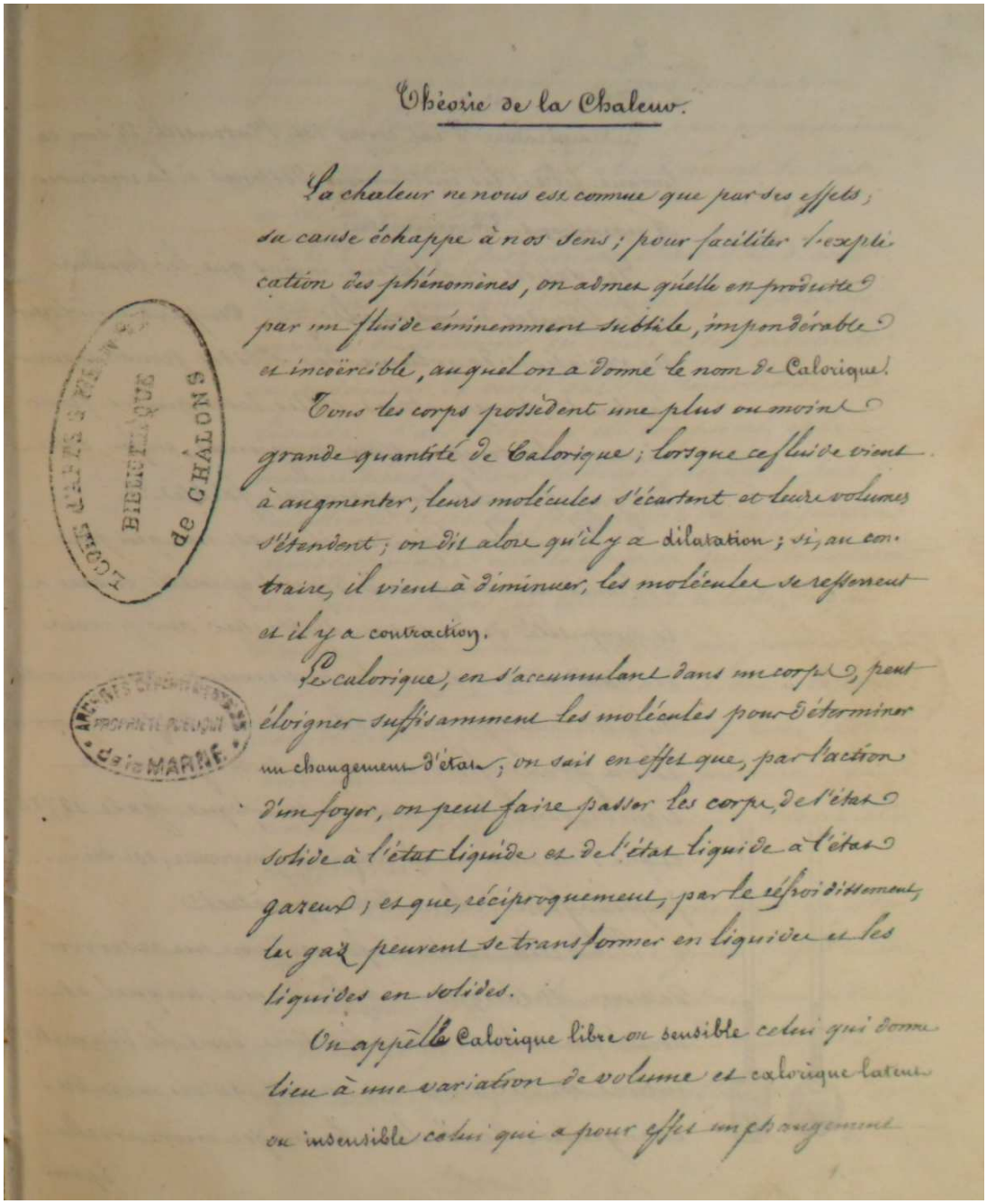
Transcription

Théorie de la Chaleur.

La chaleur ne nous est connu qui par des effets ; sa cause échappe à nos sens ; pour faciliter l'explication des phénomènes, on admes qu'elle est produitte par un fluide éminement subtile, impondérable et incoërcible, auquel on a donné le nom de calorique.

Tous les corps possèdent une plus ou moins grande quantité de calorique ; lorsque ce fluide viens à augmenter, leurs molécules s'écartent et leurs volumes s'étendent ; on dit alors qu'il y a dilatation ; si, au contraire, il viens à diminuer ; les molécules se referment et il y a contraction.

Le calorique, en s'accumulant dans un corp, peut éloigner suffisamment les molécules pour déterminer un changement d'état ; on sais en effet que, par l'action d'un foyer, on peut fair passer les corpus de l'état solide à l'état liquide et de l'état liquide à l'état gaseux ; et que réciproquement, par le réfroidissement, le gas peuvent se transformer en liquide et les liquides en solides.



Théorie de la Chaleur.

La chaleur ne nous est connue que par ses effets; sa cause échappe à nos sens; pour faciliter l'explication des phénomènes, on admet qu'elle est produite par un fluide éminemment subtile, impondérable et incoërcible, auquel on a donné le nom de Calorique.

Tous les corps possèdent une plus ou moins grande quantité de Calorique; lorsque ce fluide vient à augmenter, leurs molécules s'écartent et leurs volumes s'étendent; on dit alors qu'il y a dilatation; si, au contraire, il vient à diminuer, les molécules se rapprochent et il y a contraction.

Le calorique, en s'accumulant dans un corps, peut éloigner suffisamment les molécules pour déterminer un changement d'état; on sait en effet que, par l'action d'un foyer, on peut faire passer les corps de l'état solide à l'état liquide et de l'état liquide à l'état gazeux; et que, réciproquement, par le refroidissement, les gaz peuvent se transformer en liquides et les liquides en solides.

On appelle Calorique libre ou sensible celui qui donne lieu à une variation de volume et calorique latent ou insensible celui qui a pour effet un changement

LYCÉE CHARLES-ROLLAND BIBLIOTHÈQUE de CHÂLONS

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES PROPRIÉTÉ RÉSERVÉE de la MARNE

Fig. 2.16 – La page de titre du manuscript de la *Théorie de la Chaleur* (1835).

2.6.6 Le verso de la coverture de la 3ème édition du *Cours de Géométrie*, contenant l'annonce de deux autres cours (1837).

Je présente maintenant le verso de la couverture de la 3ème édition du *Cours de Géométrie* (1837). L'intérêt de celle-ci est dans l'annonce des deux autres livres didactiques de Bobillier dont je n'ai pas réussi à déterminer si ils ont été terminés et publiés ou si ils sont perdus. La figure 2.17 est une approximation du texte de cette page, qui va être transcrit ci-dessous.

Transcription

Ouvrages publiés à l'Ecole Royale d'arts et métiers de Châlons sur-marne.
Principes d'Algèbre par E. E. Bobillier. – (trois parties) – prix 5^f et 6^f franc de port.
Théorie du calorique, par le même. – 2^f.
Comptabilité commerciale, ou cours théorique et pratique de la tenue des livres en parties doubles, par M. Mézières. – texte et atlas. – 6^f

Sous presse.
Cours d'arithmétique (2eme édition) par MM. Véres et Faron.
Machines à vapeur, par E. E. Bobillier.
Résistance des bois et métaux, par le même.

Avis. – Les lettres non affranchies sont refusées.

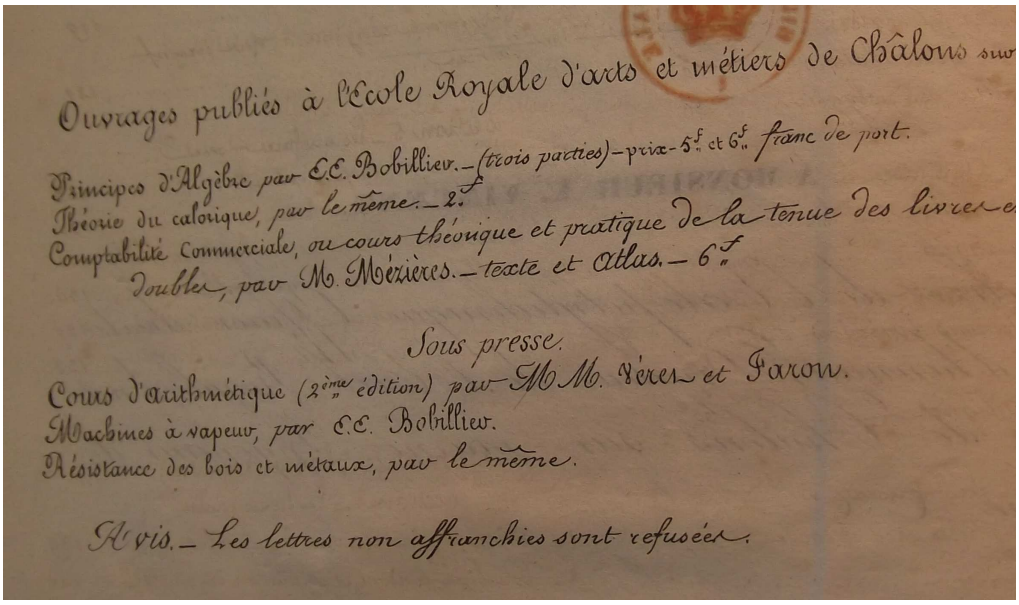

Ouvrages publiés à l'Ecole Royale d'arts et métiers de Châlons sur
Principes d'Algèbre par E.E. Bobillier. – (trois parties) – prix – 5f et 6f franc de port.
Théorie du calorique, par le même. – 2f
Comptabilité Commerciale, ou cours théorique et pratique de la tenue des livres e
Doubles, par M. Mézières. – texte et atlas. – 6f
Sous presse.
Cours d'arithmétique (2ème édition) par MM. Véres et Faron.
Machines à vapeur, par E.E. Bobillier.
Résistance des bois et métaux, par le même.
Avis. – Les lettres non affranchies sont refusées.

FIG. 2.17 – Verso de la coverture de la 3ème édition du *Cours de Géométrie* (1837).

Chapitre 3

Géométrie de situation jusqu'à la fin des années 1820.

La géométrie de situation est une rubrique tardive dans les *Annales de Gergonne*. Les deux premiers textes sous cette rubrique apparaissent seulement en janvier et octobre 1827, après 17 ans d'existence du journal. Le texte de janvier est de l'éditeur lui même et le second, celui d'octobre 1827, est de nul autre qu'Étienne Bobillier. Après cela, et jusqu'à la clôture des *Annales*, un total de 19 articles ont été publiés sous cette rubrique principale, avec les contributions de géomètres respectables comme Steiner et Chasles, entre autres. Mais après tout, qu'est cette *géométrie de situation* ? Est-ce simplement une rubrique éditoriale ? Ou est-ce une discipline, un champ d'étude, un domaine de recherche ? C'est à cette question que je compte répondre dans les prochaines sections, appuyé, principalement, sur les registres de quelques uns des principaux personnages impliqués dans cette construction collective : Poncelet, Gergonne et Bobillier.

Ce chapitre est divisé en cinq grandes parties, dont les protagonistes des deux premières parties sont Poncelet et Gergonne respectivement. Dans chaque partie nous allons voir séparément les conceptions de chacun de ces géomètres rivaux relativement à cette géométrie naissante dans laquelle les théorèmes apparaissent en paires. La géométrie "moderne et pure" de Poncelet est basée sur sa *théorie des polaires réciroques*.[1] Alors que la "géométrie de situation" de Gergonne est construite à partir de son *principe de dualité*.[2] La troisième partie raconte en détail la dispute entre ces deux géomètres, qui a eu lieu entre 1826 et 1828, au tour de ce thème. Nous allons aussi y voir comment les autres personnages, incluant Étienne Bobillier, se sont impliqués (ou ont été impliqués) dans cette querelle publique.[3] Dans la quatrième partie l'attention est entièrement tournée vers Bobillier et ses productions sous la rubrique géométrie de siuation entre 1827 et 1829.[4] Enfin, dans la dernière partie du chapitre, je présente un ample pannel de géométrie de situation pratiquée dans les *Annales de Gergonne* entre 1810 et 1830 à partir de l'utilisation de la méthode heuristique du

[1] Partie 3.1.
[2] Partie 3.2.
[3] Partie 3.3.
[4] Partie 3.4.

réseau de textes.[5]

3.1 La théorie des polaires réciproques chez Poncelet.

Jean Victor Poncelet a été élève de l'École Polytechnique de la promotion de 1807. Un peu après être sorti de l'École de Polytechnique, en 1812, il s'est engagé dans une campagne millitaire désastreuse avec Napoléon Bonaparte vers la Russie. Capturé, il a passé une période d'un peu plus d'un an dans une prison à Saratov. Tandis qu'il était emprisonné, il en a profité pour travailler sur ses idées géométriques, les consignant dans divers carnets qui, plus tard, se sont fait connaitre sous le noms de *cahiers de Saratov*. Poncelet retourne en France en 1814 et commence à publier ses écrits mathématiques à partir de 1817 dans les *Annales de Gergonne*. Une partie des mathématiques contenues dans les cahiers de Saratov servent de base pour son livre le plus célèbre, le *Traité des propriétés projectives des figures*, qui est considéré par divers géomètres et historiens des générations suivantes comme le livre d'inauguration de la géométrie projective moderne. Les méthodes présentées dans le premier tome de ce livre, publié en 1822, ont influencé les travaux de plusieurs mathématiciens à partir de là, y compris Bobillier, qui le cite directement quelquefois, comme nous le verrons plus loin.

Dans les prochaines sections nous allons concentrer notre attention sur un des thèmes préférés dans les recherches de Poncelet, qui est la *théorie des polaires réciproques* (aussi appellée *réciprocité polaire*). Pour cela, nous allons suivre quelques textes de Poncelet publiés dans les *Annales de Gergonne* et dans le *Journal de Crelle*.[6] Dans l'attente de comprendre les mathématiques de Poncelet et de les situer historiquement, nous allons préalablement faire deux approximations. Initialement, je vais montrer les définitions et les résultats mathématiques basiques sur la réciprocité polaire dans le plan et dans l'espace.[7] Dans la séquence j'esquisse un bref historique de la réciprocité polaire durant les premières années du 19ème siècle.[8] Là-dessus nous serons près pour comprendre les travaux de Poncelet sur ce sujet.[9]

3.1.1 Qu'est ce que la réciprocité polaire ?

La *réciprocité polaire dans le plan* est une transformation géométrique qui associe à chaque droite un point et à chaque point une droite, de manière bien déterminée.

[5] Partie 3.5.

[6] Bien que la théorie des polaires réciproques apparaisse dans divers passages du célèbre livre de Poncelet, dans cette thèse j'ai choisis de ne pas suivre le *Traité*. Le choix de privilégier les articles des périodiques me parait être le plus adéquat tant pour l'histoire narrée dans ce chapitre, que pour la méthode historiographique adoptée dans ce travail, qui est fortement basé sur des textes publiés dans des journaux.

[7] C'est la section 3.1.1.

[8] Section 3.1.2.

[9] Ce qui est présenté dans la section 3.1.3.

Dit plus clairement, en partant d'une droite initialement donnée, nous pouvons, par le biais d'une construction géométrique, obtenir un point. Réciproquement, en partant d'un point nous pouvons obtenir une droite à travers un processus de construction géométrique. Les dites constructions géométriques sont intermédiées par une conique préalablement fixée dans le plan et prise comme figure de référence. Un point et une droite que se correspondent par cette transformation sont appelés respectivement *pôle* et *polaire* l'un de l'autre par rapport à une conique fixée. Cette conique, à son tour, est appelée *directrice* de la réciprocité polaire.

La réciprocité polaire dans le plan.

Dans ce qui suit, nous allons décrire plus précisément la réciprocité polaire dans le plan. Initialement nous considérons un cercle $\mathcal{C}$ préalablement choisit et fixée dans un plan et qui servira de directice. Tout d'abord, nous suposons qu'une droite ℓ du plan coupe le cercle $\mathcal{C}$ en deux points distincts, disons, P_1 et P_2. Les deux droites tangentes à $\mathcal{C}$ aux points P_1 et P_2 se coupent en un point, disons P. Nous observons que dans ce cas, le point P est externe au cercle C. Disons que le point P est appelé *pôle* de la droite ℓ par rapport au cercle $\mathcal{C}$. La construction géométrique décrite ci-dessus est réversible. En effet, si cette fois ci nous commençons avec un point P extérieur au cercle nous pouvons tracer les deux droites tangentes à $\mathcal{C}$ passant par P. Nous allons dénominer les deux points de contacts obtenus P_1 et P_2. Il exsiste une droite l déterminée par les points P_1 et P_2. Ici, disons que ℓ est la *droite polaire* du point P par rapport au cercle $\mathcal{C}$. Quand le contexte rend suffisament clair quel est le cercle directeur, nous pouvons supprimer l'expression "par rapport au cercle $\mathcal{C}$", et simplement dire que P et ℓ sont les pôle et polaire l'un de l'autre.

Nous pouvons aussi avoir le cas où une droite touche le cercle directeur en seulement un point. Quand une droite ℓ est tangente au cercle $\mathcal{C}$ en P, il est raisonnable de définir le *pôle* de ℓ comme étant exactement le point de contact P. Réciproquement, quand un point P appartient au cercle, nous définissons la *droite polaire* de P comme étant la droite ℓ tangente à $\mathcal{C}$ en P.

Nous pouvons avoir aussi le cas où une droite ℓ est extérieure au cercle de référence $\mathcal{C}$, et par conséquent il n'y a pas de points d'intersection entre les deux figures. Ici nous procédons de la manière suivante : sur la droite ℓ nous choisissons deux points distincts Q et R quelconques. Nous prennons les deux droites tangentes à $\mathcal{C}$ passant par Q, et disons que les deux points de contacts obtenus soient Q_1 et Q_2. Similairement, nous construisons les deux droites tangentes à $\mathcal{C}$ passant par R, obtenant ainsi les points de contacts R_1 et R_2. L'intersection des cordes Q_1Q_2 et R_1R_2 est le point P définit comme le *pôle* de la droite ℓ. Notons que, dans ce cas, le point P est interne au cercle $\mathcal{C}$. Réciproquement, si nous commençons avec un point P quelconque, intérieur au cercle $\mathcal{C}$, nous obtenons sa droite polaire ainsi : nous commençons en passant par P deux cordes distinctes quelconques Q_1Q_2 et R_1R_2. Pour la corde Q_1Q_2, nous construisons le point Q comme étant l'intersection des deux tangentes du cercle, chacunes d'elles passant par Q_1 et par Q_2. Similairement, donnée la corde R_1R_2, nous construisons le point R de façon analogue. La droite ℓ, déterminée par les points Q et R est la *droite polaire* du point P. La figure 3.1 illustre les trois situations décrites.

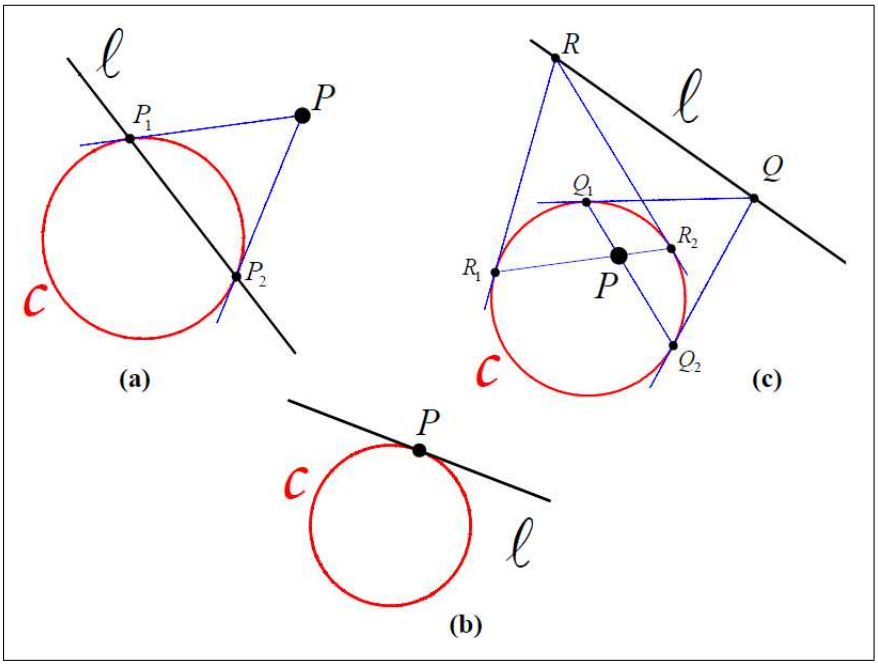


FIG. 3.1 – Réciprocité entre le point P et la droite ℓ par rapport à le cercle $\mathcal{C}$.

Une situation qui exige un peu plus d'attention, qui concerne les droites qui passent par le centre du cercle de directrice. Que dire de ses pôles ? Et à propos du point situé exactement au centre du cercle. Quelle est sa droite polaire ? Désormais, quand une droite passe par le centre du cercle, les points d'intersection entre les deux figures sont les extrémités d'un diamètre. Ainsi, les deux droites tangentes au cercle en ces points sont paralléles entre elles. Dans ce cas, nous disons que le point d'intersection entre ces tangentes est un point infiniment éloigné. Ainsi, quand une droite passe par le centre du cercle, son pôle est un *point à l'infini*. L'ensemble de tous les points dans l'infini est défini comme étant la *droite à l'infini*, et celle-ci est la droite polaire du centre du cercle de référence. La figure 3.2 ci-dessous montre une droite qui a come pôle un point dans l'infini.

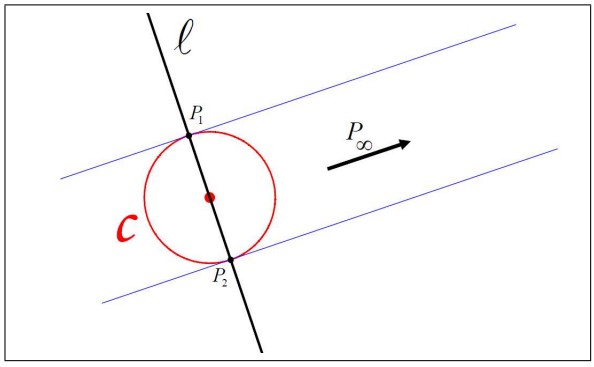


FIG. 3.2 – Une droite ℓ et son pôle P_∞ infiniment éloigné.

Toutes les constructions ci-dessus ont été décrites ayant pour figure directrice un cercle. Cependant, une conique quelconque fixée préalablement sert de directrice

pour définir une réciprocité polaire dans le plan. Les constructions géométriques décrites ci-dessus sont exactement les mêmes pour une élipse à la place d'un cercle, en observant que les élipses, ainsi que les cercles, sont des figures fermées. Quant aux paraboles ou aux hyperboles, qui sont des figures ouvertes dans le plan, pour les prendre comme conique de référence, il suffit de répéter la description faite ci-dessus, en prenant soin de substituer les mots "intérieur" ou "extérieur" (utilisés pour le cercle) respectivement par les expressions "région plane concave" ou "région plane convexe" (qui conviennent mieux au figures ouvertes).

Fixée une conique dans le plan, nous pouvons démontrer que la réciprocité polaire a une propriété fondamentale, à savoir, elle *préserve l'incidence entre les points et les droites*. Ceci veut dire que si un point P et une droite ℓ sont situés dans le plan tel que $P \in \ell$, alors la droite p polaire de P et le point L pôle de ℓ sont situés de façon que $L \in p$. En particulier, la réciprocité polaire est une transformation géométrique qui amene trois (ou plus) droites distinctes qui concourrent en un même point, en trois (ou plus) points distincts situés dans une mme droite.

Cependant la propriété la plus charmante d'une réciprocité polaire est le fait que nous pouvons récupérer un élément initial, quand il est un point ou une droite, en construisant la réciproque de sa réciproque. Ceci veut dire qu'en partant d'un point, disons P, nous pouvons construire sa droite polaire, disons p. Et maintenant en partant de cette droite p et en construisant son pôle, nous obtenons exactement le point P initialement donné. Similairement, si nous commençons par construire le pôle L d'une droite ℓ, et ensuite en construisant la droite polaire de L, nous obtenons à nouveau la droite initiale ℓ.

Maintenant nous considérons une courbe plane K quelconque et nous supposons que dans le même plan que cette figure soit tracée une conique $\mathcal{C}$ préalablement fixée, qui servira de courbe directrice. Il est possible de définir une nouvelle courbe dans ce plan qui soit la *courbe polaire réciproque de* K. Pour cela, nous interprétons la courbe initiale K comme *un lieu de points* et, pour chaque point $P \in K$ nous dessinons sa droite polaire ℓ_P. L'ensemble de droites polaires ainsi obtenu, forme une famille de droites tangentes $\{\, \ell_P \,\}_{P \in K}$, et cette famille est l'*enveloppe tangente* d'une nouvelle courbe, disons, $\widehat{K}$. Les courbes K et $\widehat{K}$ sont dites polaires réciproques entre elles par rapport à la conique $\mathcal{C}$. La figure 3.3 montre la situation décrite ci-dessus.

Quand la courbe K est du seconde degré, sa courbe polaire réciproque $\widehat{K}$, intermédiée par la conique directrice $\mathcal{C}$, est aussi une courbe du second degré (généralement différente des deux premières coniques). Nous pouvons davantage montrer, que fixée la conique directrice $\mathcal{C}$, la propriété que la réciproque de la réciproque de la conique K, est K elle même, c'est-à-dire, $\widehat{\widehat{K}} = K$. Ainsi, une quelconque configuration dans le plan impliquant tant de points, de droites et de coniques que nous voulons, admet une confirguration polaire réciproque, et il reste valable que la réciproque de la réciproque récupère la configuration initiale.

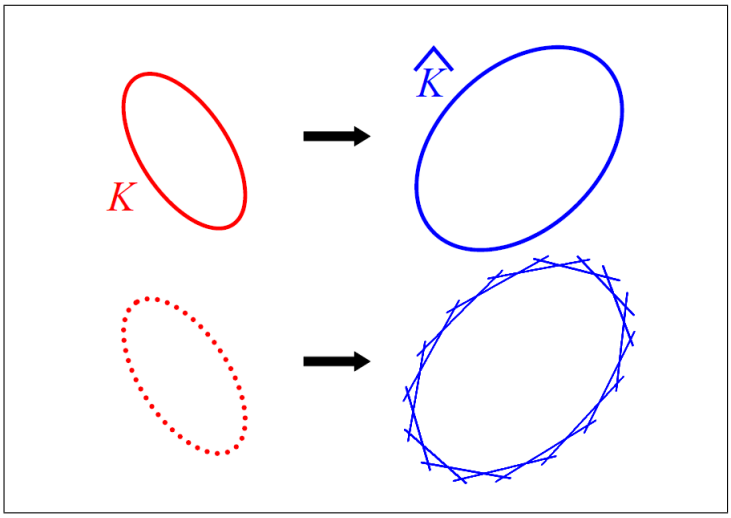


FIG. 3.3 – Une courbe K et sa polaire réciproque $\widehat{K}$.

Voici quelques exemples simples de configurations planes qui sont polaires réciproques entre elles, adaptées d'un texte de Gergonne publié en janvier 1827 : [10] **(a)** La configuration "points alignés sur une droite" est polaire réciproque de la configuration "droites concourrant en un point" ; **(b)** La configuration "points sur une conique" a pour polaire réciproque la configuration "droites tangentes à une (autre) conique" ; **(c)** La configuration "points alignés et situés sur une conique" a comme polaire réciproque la configuration "droites tangentes à une (autre) conique et concourrantes entre elles en un point" ; **(d)** La configuration "un point d'intersection entre deux coniques" a pour polaire réciproque la configuration "une droite simultanément tangente à deux (autres) coniques". L'illustration 3.4 montre les situations décrites ci-dessus. Nous observons que dans l'illustration seuls les éléments de la configuration initiale et de sa polaire réciproque aparraissent, sans que la conique intermédiaire entre elles aparraisse nécessairement.

Un exemple marquant de configurations qui sont polaires réciproques entre elles, est la situation décrite dans la célèbre paire de théorèmes : le Théorème de Pascal et le Théorème de Brianchon. Le premier de ces théorèmes, daté du milieu du 17ème siècle, était déjà considéré comme un classique entre les géomètres du début du 19ème siècle.[11] Quant au second, il a été établi par le géomètre Charles Julien Brianchon, dans un texte de 1806,[12] exactement dans le contexte de ses études sur la réciprocité

[10] Il s'agit de l'article [GERGONNE 1827 a], qui sera étudié dans la section ? ? de cette thèse. Les configurations mentionnées sont décrites dans les pages 215 et 216 de l'article. Pour plus de clarté pour le lecteur, j'ai décidé de ne pas utiliser la notation du dit article en le mentionnant ci-dessus, et par conséquent les phrases (a), (b), (c) et (d) sont délibérément présentées avec d'éventuelles redondances ou contenant des termes informels. L' "élégance" du texte est sacrifiée en faveur de la clarté des descriptions géométriques détaillées.

[11] Comme nous allons le voir dans l'avancement de cette thèse, le Théorème de Pascal est repris plusieurs fois, par divers auteurs, et dans différents contextes, devenant une sorte de *label de qualité* dans la légitimation de nouvelles méthodes ou de nouvelles théories en géométrie.

[12] Il s'agit de [BRIANCHON 1806]. Le dit théorème est à la page 301 du texte. Ce travail de

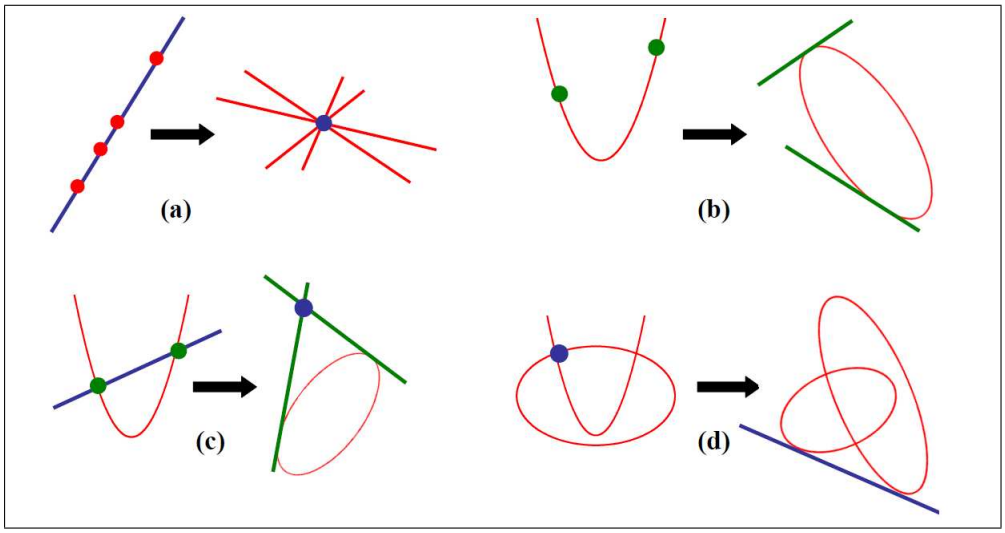


FIG. 3.4 – Quelques configurations qui sont polaires réciproques les uns aux autres.

polaire. Voici les énoncés des dits théorèmes et la figure 3.5 pour les illustrer.

Théorème de Pascal. *Dans tout hexagone inscrit à une conique, les points de concours des directions des côtés opposés appartiennent tous trois à une même droite.*

Théorème de Brianchon. *Dans tout hexagone circonscrit à une conique, les droites qui joignent les sommets opposés concourent toutes trois en un même point.*

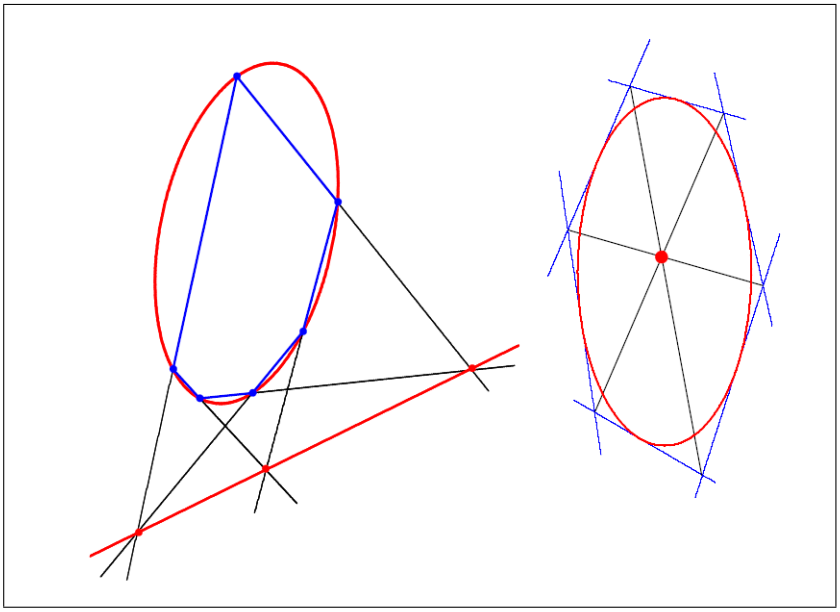


FIG. 3.5 – Une célèbre paire de théorèmes réciproques : Pascal & Brianchon.

Brianchon sera à nouveau mentionné et commenté dans la prochaine section de cette thèse.

Enfin, en insistant un peu plus sur la réciprocité polaire dans le plan, et seulement pour illustrer et enrichir la discussion menée jusqu'ici, je mentionne un resultat légèrement plus sophistiqué impliquant la polaire réciproque d'un cercle donné par rapport à un autre cercle donné. Ce résultat a été publié par Bobillier dans la livraison de janvier 1828 des *Annales de Gergonne*.[13]

Théorème. *On donne sur un plan un cercle $\mathcal{C}$ fixé à l'avance, dont le centre est le point O. On donne encore, sur le même plan, un cercle K. Considère encore la droite ℓ, polaire réciproque du centre de K par rapport a $\mathcal{C}$.* **1.** *La polaire réciproque du cercle K est une section conique $\widehat{K}$, qui a pour foyer le point O, et pour directrice la droite ℓ.* **2.** *Cette conique est une ellipse ou une hyperbole ou une parabole, suivant que le point O est situé à l'intérieure ou à l'extérieure du cercle K ou sur la circonférence de ce cercle.*

La figure 3.6 montre la partie (2) du théorème dans les trois cas prévus. Dans (a), le centre de $\mathcal{C}$ est interne au cercle initial K, et la courbe polaire réciproque est l'élipse $\widehat{K}$. Dans (b), le centre de $\mathcal{C}$ est exactement sur K, et la réciproque est la parabole $\widehat{K}$. Enfin, dans (c), le centre de $\mathcal{C}$ est exterieur au cercle K, et la polaire récirpoque est l'hyperbole $\widehat{K}$.

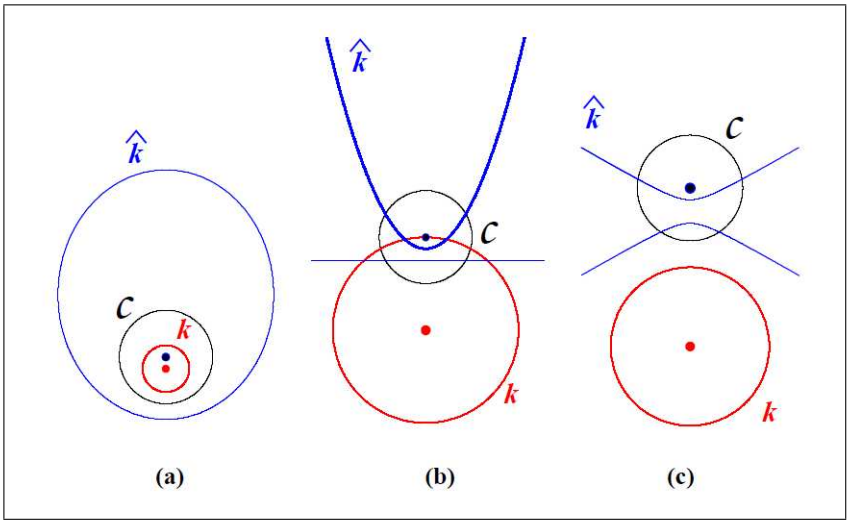


Fig. 3.6 – [BOBILLIER 21], Théorème énoncé à la section 3.

À ce point de l'exposition, quelques questions peuvent être posées. **(a)** En fixant la conique directrice $\mathcal{C}$, et donnée une courbe quelconque K de degré supérieur à 2, que pouvons nous dire de la courbe réciproque $\widehat{K}$? **(b)** Serait-il possible de définir une transformation géométrique dans le plan qui fasse la correspondance entre les droites et les points et qui n'utilise pas une conique (ni quelque d'autre figure) comme intermédiaire ? **(c)** Et quand la courbe $\mathcal{C}$ choisie et fixée comme directrice n'est plus

[13] Il s'agit de l'article [BOBILLIER 21]. Les résultats mentionés sont énoncés à la page 189. Le même théorème peut être apprécié dans [SALMON 1855, § 309, p. 259]. Pour plus de clarté pour le lecteur, je n'ai pas utilisé la notation du dit article en rédigeant les énoncés, mais une notation qui soit compatible avec la discution précédente. Nous observons encore que les résultats ont été obtenus par Bobillier par le moyen d'arguments synthétiques, sans recourir aux resources de la géométrie analytique.

une conique ? Est-il possible de calculer les polaires d'un point ou d'un pôle d'une droite ayant comme intermédiaire une courbe $\mathcal{C}$ de degré supérieur à 2 ?

Dans les prochaines sections de ce chapitre de la thèse, nous allons voir que ces questions ont été des motivations de recherches pour beaucoup de géomètres des années 1820, incluant Étienne Bobillier. Mais nous allons voir aussi que ces mêmes questions sont le déclencheur des discussions, des disputes et des incompréhensions impliquant Poncelet, Gergonne et Plücker, entre autres mathématiciens. Voici en résumé quelques développements qui seronnt vus plus tard. Pour la question **(a)** Poncelet avait quelques idées de réponses à la fin de la décennie 1810, Gergonne a commis des erreurs en essayant d'y répondre vers le millieu de la décennie 1820 et Plücker a donné une réponse bien plus précise dans les années 1830.[14] Pour la question **(b)** Gergonne croyait que *oui* et a inventé une théorie pour justifier sa réponse, mais Poncelet refusait la théorie de Gergonne et insistait que la réponse était *non*.[15] Enfin, les questions **(c)** ont été la motivation de Bobillier pour rédiger une séquence de six articles, où il les a répondu de façon très ample et détaillée.[16]

La réciprocité polaire dans l'espace.

Toutes les idées ci-dessus peuvent être généralisées pour l'espace tridimensionnel. Ainsi, la *réciprocité polaire dans l'espace* est une transformation géométrique qui associe à chaque plan un point et à chaque point un plan, de manière bien déterminée. Cette fois, les constructions géométriques qui servent à obtenir un point à partir d'un plan, et vice versa, sont intermédiées par une surface quadrique préalablement fixée dans l'espace et prise comme la figure directrice. Un point et un plan qui se correspondent pour cette transformation sont appelés respectivement *pôle* et *polaire* l'un de l'autre par rapport à la quadrique fixée.

Ensuite je décris brièvement, sans plus de considérations, les constructions géométriques basiques qui associent un pôle à son plan polaire, et vice versa. La description est faite pour le cas particulier dans lequel la quadrique directrice est une sphère. Une fois établies les constructions géométriques basiques, toutes les autres considérations faites antérieurement (quand nous parlons de réciprocité polaire dans le plan) sont facilement adaptables pour l'espace.

Donnée une sphère $\mathcal{S}$ préalablement fixée dans l'espace, et un point P extérieur à cette sphère, considèrons le cône ayant pour sommet P et tangent à la sphère $\mathcal{S}$. La tangeance entre le cône et la sphère a lieu sur une ligne de contact, qui dans ce cas est la tracé d'un cercle. Le plan π dans l'espace qui contient le cercle de contact est défini comme le *plan polaire* de P. Nous observons que dans ce cas, le plan π est sécant à la sphère $\mathcal{S}$. Pour un point situé exactement sur la sphère, le plan polaire est défini comme étant le plan tangent à la sphère au point en question. Enfin, si un plan π est tel qu'il n'ait pas d'intersection avec la sphère, nous pouvons obtenir son pôle de la manière suivante. Nous choisissons trois points dans π, disons A, B et C, distincts entre eux. Nous construisons, comme il a été décrit ci-dessus, les plans

[14] Sections 3.1.3, 3.3.1 et 3.3.5.
[15] Sections 3.2.1, 3.3.1 et 3.3.2.
[16] Sections 3.4.2 et 3.4.3.

α, β et γ, respectivement les plans polaires des points A, B et C. L'intersection $\alpha \cap \beta \cap \gamma$ détermine de manière unique un point P, qui est appelé *pôle* du plan π. Nous observons que dans ce cas, le point P est intérieur à la sphère $\mathcal{S}$. La figure 3.7 illustre la première des constructions qui viennent d'être decrites.

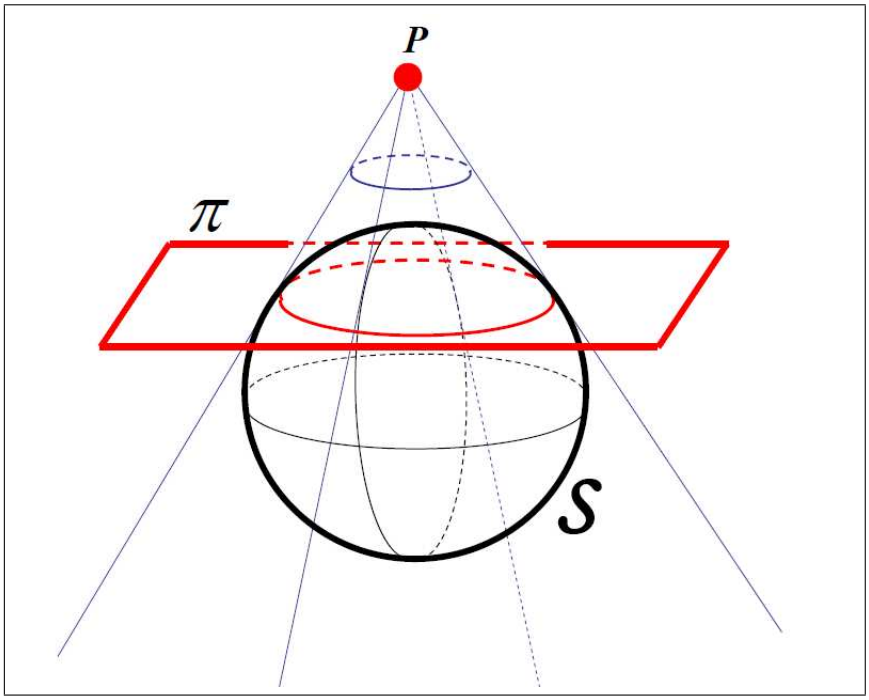


FIG. 3.7 – Réciprocité entre le point P et le plan π par rapport à l'sphere $\mathcal{S}$.

Simillairement à ce qui a été énoncé pour la réciprocité polaire dans le plan, la réciprocité polaire dans l'espace a la propriété de préserver l'incidence entre les points et les plans. Il vaut également pour cette transformation géométrique, que la réciproque de la réciproque d'un élément donné (que ce soit un point ou un plan) est l'élément lui même initialement donné.

Donnée une quelconque figure et/ou configuration dans l'espace impliquant tant de points, de droites et de plans que nous le voulons, il est possible d'obtenir une nouvelle figure et/ou configuration qui lui soit polaire réciproque en relation à une quadrique directrice préalablement fixée. En particulier, en ce qui concerne les droites dans l'espace, s'applique ce qui suit : [17] **(a)** Une droite dans l'espace a comme polaire réciproque une (autre) droite, ou soit, la configuration "les infinis points alignés qui se situent sur une droite" est polaire réciproque de la configuration "les infinis plans que contient une même droite" ; **(b)** En outre, la configuration "les droites contenues dans un même plan" a comme polaire réciproque la configuration "les droites concourrant en un même point". La figure 3.8 ci-dessous illustre les situations décrites ici. Nous observons que dans cette illustration apparaissent seulement les éléments de la configuration initiale et de sa polaire réciproque, sans que la quadrique directrice entre elles apparaisse.

[17] Une fois de plus, pour plus de clarté pour le lecteur, j'ai décidé d'énoncer les phrases (a) et (b) avec d'éventuelles redondances, pour que les détails des situations géométriques considérées soient

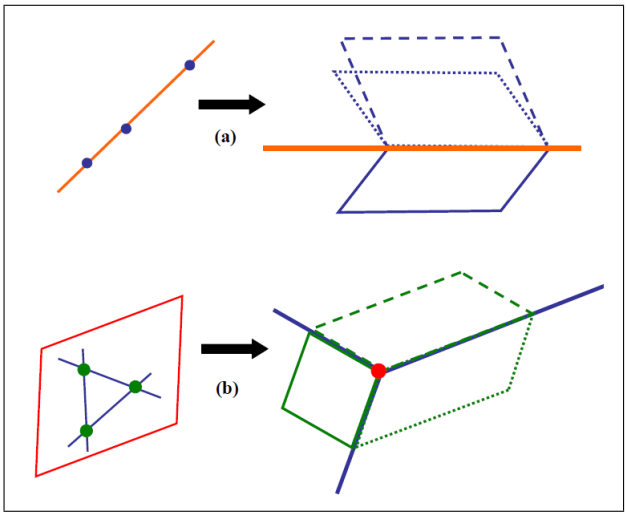


FIG. 3.8 – Quelques configurations qui sont polaires réciproques les uns aux autres.

Des définitions et des intuitions sur des courbes et des surfaces dans l'espace.

Je profite de cette section pour définir quelques termes en relation à des courbes et des surfaces dans l'espace. Les objets géométriques définis ici apparaitront dans les énoncés de divers théorèmes au long de ce chapitre.

Au sujet des courbes dans l'espace, elles peuvent être distribuées en deux catégories : ou elle est plane ou elle est gauche. Une *courbe plane* est définie comme celle qui est complètement contenue dans un plan, dans le cas, le plan déterminé par trois points distincts de ladite courbe. Une *courbe gauche* est appelée ainsi quand elle ne peut être contenue dans aucun plan. Il existe encore une autre façon de se référer aux courbes gauches, en les appelant courbes à double courbure. L'expression *courbe à double courbure* est utilisée quand nous voulons mettre l'accent sur le fait qu'une courbe dans l'espace est définie comme l'intersection de deux (ou plus) de surfaces. Il est clair que le plan doit être exclut d'entres les surfaces dont les intersections définissent des courbes à double courbure.

Sur les surfaces dans l'espace, il existe trois grandes catégories. Si la surface n'a aucune courbure, alors elle est simplement plane. Quand une surface est telle que, pour un quelconque plan qui lui soit tangent en un point, ce plan finit par lui être tangent en une droite entière, cette surface est appelée *surface développable*. Intuitivement, nous pouvons penser une surface développable en utilisant quelques images métaphoriques. Il s'agit d'un objet qui peut être "emballé" complètement avec un morceau de papier sans avoir besoin de froisser ou de déchirer le papier. Ou, ce qui est équivalent, si cette surface était coupée au long d'une ligne droite contenue dans celle-ci, il serait possible de "l'ouvrir" et de "l'étendre" sur une table plane sans avoir besoin de la froisser ou de la déchirer.[18] Par exemple, les cônes et les cilyndres

plus clair.

[18] En utilisant le jargon technique de la géométrie différentielle moderne, les surfaces développables sont celles qui ont une courbure gaussienne nulle en tous points réguliers et donc, au moins locale-

sont des surfaces développables. La troisième catégorie englobe toutes les autres surfaces qui ne sont ni planes et ni développables. Ces surfaces sont appelées de façon générale *surfaces gauches*. Quelques exemples de surfaces gauches sont paraboloïdes (elliptiques ou hyperboliques), ellipsoïdes et hyperboloïdes (à une ou deux nappes).

Il y a encore d'autres définitions qui sont éventuellement adoptées dans les études des surfaces. *Surface réglée* est appelée celle qui est générée par le mouvement continu d'une droite. Toute surface développable est réglée, mais une surface réglée n'est pas forcement développable. Par exemple, les cônes et les cylindres sont des surfaces réglées et développables, alors qu'une hyperboloïdes à une nappe peut être obtenue comme une surface réglée cependant gauche. Enfin, une surface est dite *surface de révolution* quand elle est obtenue par la rotation d'une ligne (droite ou courbe) autour d'un âxe (une droite fixée) dans l'espace. Les cônes et les cylindres, quand ils ont une base circulaire et un âxe de rotation perpendiculaire à la base, sont des surfaces de rotation développables. La sphère est un exemple d'une surface de rotation qui est gauche.

Enfin, en parlant d'intersection entre deux surfaces, il y a deux façons de les classifier. L'intersection peut être *transversale*, quand les surfaces se traversent, ou *tangentielle*, quand elles se touchent seulement. Dans ce dernier cas, la courbe à double courbure qui apparait à l'intersection est simplement appelée *courbe de contact*.

Au terme de cette section, il est pertinent d'enregistrer une petite observation. Il s'agit du fait que pour un abordage de la réciprocité polaire utilisant la géométrie analytique scolaire de nos jours, nous pouvons commencer aves les résultats suivants, qui sont facile à démontrer : **(a)** dans le plan cartésien, le pôle $P = (a, b)$ a pour droite polaire $ax + by = 1$ par rapport au cercle unitaire $x^2 + y^2 = 1$; **(b)** dans l'espace cartésien, le point $P = (a, b, c)$ et le plan $ax + by + cz = 1$ sont polaires réciproques entre eux par rapport à la sphère unitaire $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

3.1.2 Quelques aspects de la réciprocité polaire avant les années 1820.

Une esquisse de l'histoire de la réciprocité polaire entre la fin du 18ème et les premières décennies du 19ème siècle peut être trouvée dans une note de deux pages dans l'*Aperçu Historique* de Chasles. Il s'agit de la Note XXVII, intitulée *Sur l'origine de la théorie des polaires réciproques, et celle des mots pôle et polaire.*[19]

Pour Chasles, la génèse de l'abordage moderne de la théorie des pôles et polaires a lieu quand Gaspard Monge démontre dans le livre *Géométrie Descriptive*, de 1799, que si le sommet d'un cône circonscrit à une surface du second degré parcourt un plan, alors le plan de la courbe de contact passe toujours par le même point.[20] Dans le même livre, Monge montre aussi que si ce sommet parcours une droite, le plan de

ment, isométriques à un plan.

[19] [CHASLES 1837, pp. 370-371].

[20] [MONGE 1799, § 40, p.52].

la courbe de contact passe toujours par une seconde droite.[21]

Un peu plus tard, en 1806, l'officier de l'artillerie et ancien élève de l'École Polytechnique, Charles Julien Brianchon reprend ce thème dans ses recherches. Dans l'article *Mémoire sur les surfaces courbes du second degré* publié dans le Cahier XIII du *Journal de L'École Polytechnique*,[22] Brianchon consigne les résultats de Monge mentionnés ci-dessus et les adopte comme définition, encore sans nom, de ceux qui un peu plus tard seront appelés *pôle* et *plan polaire*.[23] Il est interessant d'observer que Brianchon remarque que connaissant tel point, nous pouvons déterminer le dit plan, et réciproquement. Dans le même texte il montre encore que quand le sommet parcourt une surface du second ordre, le plan de contact enveloppe une autre surface du second ordre.[24] Mais le résultat le plus important apparu dans le texte du Cahier XIII est le théorème qui au début du 19ème siècle est devenu un classique, le théorème connu comme "théorème de Brianchon". Et l'auteur a obtenu le théorème exactement comme nous pouvions nous y attendre : comme application sur le déjè fameux théorème de l'hexagone de Pascal, de ce qui sera un peu plus tard appelé réciprocité polaire.[25]

Alors que Chasles pointe vers Monge et Brianchon, celui-ci à son tour pointe indirectement vers Lazare Carnot et directement vers Servois, un professeur de mathématique de l'école d'artillerie de Lafère.[26] Dans un article de 1807, intitulé *Des courbes du second degré* et publié dans la *Correspondance de l'École Polytechnique*,[27] Brianchon commente les succès des recherches géométriques modernes autour de la théorie des transversales (voici la mention indirecte à Carnot) et suggère même un nom pour cette nouvelle géométrie naissante :

> Cette branche de la géométrie, qui comprend les propriétés de certains systèmes de lignes droites, a été traitée d'une manière spéciale par l'un de nos grands géomètres modernes, qui, le premier, en a donné les véritables élémens, sous la dénomination de *Théorie des transversales* ; elle a depuis occupé quelques autres mathématiciens, principalement M. Servois, qui, dans un ouvrage qu'il vient de publier, l'applique à la solution d'un grand nombre de problèmes intéressans de géométrie-pratique ; il est sans doute curiex de retrouver dans plusiers autres anciens, notamment dans *Pappus*, quelques traces de ce genre de recherches. (...) Il me semble qu'on pourrait appeler cette partie de la géométrie, *Géométrie de la ligne droite*, car elle apprend à tirer tout le parti possible de la seule ligne droite qui peut servir à résoudre beaucoup plus de problèmes qu'on ne le pense communément.[28]

[21] [CHASLES 1837, p. 370].
[22] [BRIANCHON 1806].
[23] [BRIANCHON 1806, section XV, p. 305].
[24] [BRIANCHON 1806, section XXII, p. 308] et [CHASLES 1837, p. 371].
[25] Pour un énoncé du théorème de Brianchon, consultez [BRIANCHON 1806, section IX, p. 301]. Le théorème de Pascal peut être consulté dans [BRIANCHON 1806, section V, p. 299].
[26] Pour plus d'informations sur quelques un des travaux de Servois, spécifiquement son texte sur la *géométrie pratique* publié en 1804, consultez [NABONNAND 2006, pp. 30-32]. Pour une approximation biographique de Servois et son oeuvre, consultez [AEBISCHER et LANGUEREAU 2013].
[27] [BRIANCHON 1807].
[28] [BRIANCHON 1807, pp. 309-310].

Dans son *Aperçu Historique*, Chasles se rappele aussi d'insérer et de célébrer le périodique *Annales de Gergonne* comme un point de convergence dans la création collective d'une théorie de pôles et polaires. "C'est dans cet excellent recueil [les *Annales de Gergonne*], qui a si puissammment contribué depuis vingt ans aux progrès des mathématiques, et de la Géométrie particulièrement, que les dénominations de *pôles*, plans *polaires* et droites *polaires*, qui ont facilité l'usage de cette théorie, ont pris naissance."[29]

Chasles informe que dans le premier volume du périodique, les géomètres Encontre et Stainville ont utillisé la réciprocité polaire pour résoudre le problème de dessiner un polygone de n côtés circonscrit à une conique de telle manière à ce que les sommets soient sur n droites préalablement données.[30] Sur Stainville, nous savons qu'il a été répétiteur d'analyse à l'École Polytechnique durant la période de 1809 à 1820 (nous observons que Chasles a été élève de l'École Polytechnique durant la même époque) . Encontre, à son tour, a été professeur et doyen de la Faculté des Sciences de l'Académie de Montpellier (d'où il connaissait probablement personnellement Gergonne). La solution d'Encontre apparait complète dans les *Annales*, mais celle de Stainville est seulement anoncée. Leur solution, selon le rapport de Chasles, consistait à résoudre le problème dual : dessiner un polygone inscrit à une conique de telle manière que ses côtés passent par les points préalablement donnés.[31]

Si d'un côté Stainville et Encontre avaient l'ambition de résoudre le problème du cas d'un polygone de n côtés, un autre géomètre a étudié nouvellement le problème, mais s'est restreint au cas particulier du triangle. Il s'agit de celui que nous avons déjà mentionné, Servois. Dans un article publié dans la livraison de mai 1811 des *Annales de Gergonne*, Servois a fait une présentation plus systématique vers la compréhension de ce qui sera la réciprocité de figures.[32] En outre, c'était exactement dans cet article de Servois qu'a été consigné pour la première fois dans les *Annales* le mot "pôle", précisément dans la première phrase du texte, où il définit le pôle d'une droite donnée par rapport à une ligne du second ordre. Dans ce même texte, Servois offre la construction d'un pôle d'une droite utilisant à peine une règle.

Le mot "polaire", il a été introduit en avril 1813, par Gergonne, dans l'article *Théorie analytique des pôles des lignes et des surfaces du second ordre*.[33] Le texte a 10 pages et est divisé en deux parties. La section § I a deux théorèmes et traite de lignes du second ordre tracées dans un plan. La section § II est la version spaciale de la première partie, ayant également deux théorèmes.

Dans la section § I, Gergonne part d'une courbe du second ordre qui, en choisissant les âxes convenablement, peut être écrite avec une équation bien simplifiée comme $ax^2+by^2+dx+ey=0$. Tous les caluls de l'auteur sont des manipulations polynomiales à partir de cette équation. Initialement il calcule les équations des deux tangentes à la courbe passant par un point (p) en dehors de celle-ci. Ensuite il calcule la droite (q)

[29] [CHASLES 1837, p. 371].
[30] [CHASLES 1837, p. 371].
[31] Pour la solution d'Encontre, consultez [ENCONTRE 1810]. La solution de Stainville est mentionnée dans les *Annales*, volume 1, Page 190.
[32] [SERVOIS 1811 b].
[33] [GERGONNE 1813 a].

sécante à la courbe passant par les points de contacts des deux tangentes ci-dessus. En continuant, il observe que quand le point (p) se déplace dans le plan, alors la droite (q) change également de position. Ensuite il recherche quel doit être le lieu géométrique (Q) du point (p) de façon à ce que toutes les droites (q) concourrent toutes en un même point, disons, (P). Il conclut que (Q) est une droite, en donnant effectivement son équation en fonction des coordonnées de (P).

Basé sur ces calculs, Gergonne énonce deux théorèmes. Le premier décrit comment obtenir la droite polaire d'un point donné par rapport à une ligne d'ordre deux. Dans le second théorème, que Gergonne nomme "inverse du premier", il décrit comment calculer le pôle d'une droite donnée par rapport à une ligne d'ordre deux.[34] Les énoncés sont longs, et dans aucun des deux n'apparaissent ni le mot "pôle" et ni "polaire". Mais immédiatement après l'énoncé du second théorème, l'auteur écrit : "A cause de la relation qui existe entre le point (P) et la droite (Q), ce point a été appelé le *Pôle* de cette droite ; et on peut, à l'inverse, appeler la droite (Q) la *Polaire* du point (P)."[35] Lors de l'utilisation du mot *pôle* l'éditeur fait référence au texte déjà mentionné de Servois et rappele que dans celui-ci a été démontré que nous pouvons construire le pôle d'une droite en employant seulement une règle.

La "naissance" des mots *pôle* et *polaire* a été correctement rélatée par le géomètre/historien Michel Chasles.

> M. Servois a d'abord appelé *pôle* d'une droite, le point par où passent toutes les lignes de contact des angles circonscrites à une conique, et qui ont leur sommet sur le droite ; puis M. Gergonne a appelé cette droite la *polaire* du point ; et a étendu ces dénominations au cas de l'espace. Elles ont été adoptées par tous les géomètres qui ont écrit sur les surfaces du second degré.[36]

Un des géomètres qui a adopté les mots "pôle" et "polaire" au milieu de la décennie 1810 a été Brianchon lui même. En 1817, dix ans après ses deux articles précedents, il publie un travail plus long, le *Mémoire sur les lignes du second ordre* où il reprend le sujet.[37] Le texte, publié par l'éditeur Bachelier de Paris, a 67 pages et son sous-titre informe qu'il s'agit justement d'une continuation des recherches publiées dans les périodiques liés à l'École Polytechnique. Les définitions de pôle et polaire apparaissent, avec leurs propres noms, déjà dans la première page du travail. Quelques registres faits antérieurement, son répétés dans ce travail. Par exemple, nous y trouvons l'information que nous pouvons construire le pôle d'une polaire ou la polaire du pôle, en utilisant seulement une règle.[38] Nous y retrouvons également la suggestion de donner un nom à cette partie de la géométrie qui, cette fois ci, est appelée *géométrie de la règle*.[39] Et nous y sommes encore une fois confronté au théorème de Pascal et à sa version polaire réciproque.[40] Mais il y a une curieuse nouveauté

[34] Les deux énoncés se trouvent à la page 297 de [GERGONNE 1813 a].

[35] [GERGONNE 1813 a, p. 297].

[36] [CHASLES 1837, p. 371].

[37] Pour une étude du *Mémoire sur les lignes du second ordre* de Brianchon, publié en 1817, consultez [NABONNAND 2006, pp. 32-39].

[38] [BRIANCHON 1817, p. 5].

[39] [BRIANCHON 1817, p. 6].

[40] Le théorème de Pascal à la page 17 et sa réciproque à la page 34 de [BRIANCHON 1817].

dans le mémoire. Insérée dans les deux dernières pages il y a une liste de textes et de mathématiciens qui, dans la conception de Brianchon, ont fait l'*histoire de la géométrie de la règle*.[41] Sa liste inclut un mathématicien de l'Antiquité, Pappus ; quelques un modernes comme Desargues, Saint-Vincent, Pascal, La Hire et Maclaurin ; et ses contemporains Carnot et Servois.

Revenons en aux *Annales*. Une regarde retrospective sur le périodique montre que la théorie des pôles et polaires a réellement été un thème qui y est apparu abondament. L'éditeur des *Annales de Gergonne*, en avril 1827, commente l'importance de la théorie des pôles et polaires, en outre de pointer la fréquence avec laquelle ces théories sont recommendées par lui même aux lecteurs de son journal.

> On conviendra que des théories qui permettent d'atteindre sans effort à des questions aussi éminemment difficiles doivent être considérées comme fondamentales dans la géométrie et doivent mériter, à ce titre, toute l'attention des géomètres. Ces théories ne sont pourtant autres que celles de *centres, axes et plans de similitude*, celles des *axes, plans et centres radicaux*, celle enfin des *pôles, polaires et polaires cojuguées*, que nous avons si souvent recommandées à l'attention de nos lecteurs, et dont on a déjà tiré bon parti dans le présent recueil.[42]

Le docteur en sciences Frédéric Sarrus, lui aussi, en juin 1826, commente l'importance de ces notions, un peu plus d'une décennie après que les mots "pôle" et "polaire" soient insérés dans le vocabulaire des lecteurs des *Annales*. En particulier, nous observons comment Sarrus associe la théorie des pôles et polaires aux "géomètres de l'école de Monge".

> On a pu voir en divers endroits de ce recueil, de quelle importance sont aujour'hui dans la géométrie élémentaire, les propriétés des pôles, polaires et plans polaires, [etc]. Les géomètres de l'école de Monge, en recourant à la géométrie à trois dimensions, sont parvenus à démontrer fort simplement et sans calcul les propriétés fondamentales des pôles, polaires et plans polaires, [etc].[43]

Comme nous pouvons le voir, la réciprocité polaire a été beaucoup explorée durant la première moitié du 19ème siècle. En particulier, un des "géomètres de l'école de Monge" qui s'est le plus engagé dans les études de la réciprocité polaire a été le capitaine du génie Jean Victor Poncelet. Nous allons voir dans ce qui suit ses travaux.

3.1.3 Réciprocité polaire chez Poncelet (1817 à 1826).

Les textes de Poncelet ont commencé à être publiés dans les *Annales* à partir de 1817. Pour être plus exact, son premier article dans ce périodique est apparu en juillet de cette année.[44] Dans les articles qui sont publiés entre 1817 et 1822 – année

[41] [BRIANCHON 1817, pp. 66-67].
[42] (Commentaire de Gergonne pour un texte de Steiner) [STEINER 1827, p. 286].
[43] [SARRUS 1826, p. 378].
[44] [PONCELET 1817 a].

de publication de son important *Traité* – apparaissent les efforts de Poncelet pour contribuer au renouvellement des méthodes de la géométrie dite "pure", en opposition à la prétendu généralité de la géométrie qui utilisait des méthodes analytiques.

Les premiers moments d'une dispute amicale entre Poncelet e Gergonne.

Dans les premiers textes de Poncelet nous pouvons déjà noter avec clarté les divergences entre ce dernier et l'éditeur des *Annales* en ce qui concerne les méthodes en géométrie. Cependant, les textes qu'il a envoyés pour publication aux *Annales* maintenaient un ton cordial et respectueux, comme nous pouvons l'espérer lors d'un quelconque débat d'idées.

Fig. 3.9 – Jean Victor PONCELET.

Dans une lettre envoyée de Metz à Monpellier, datée du 18 octobre 1817,[45] Poncelet dit clairement à Gergonne ce qui suit :

> Si je ne me suis pas trompé sur les sens des réflexions qui précèdent ou qui terminent les articles [de Gergonne] rappelés ci-dessus, l'analise, ou, plutôt la *méthode des coordonnées*, employée d'une manière convenable, aurait l'avantage de conduire, pour la solution des problèmes de géométrie, à des constructions bien supérieures, pour l'élégance et la simplicité, à celles que fournit la *géométrie pure*. (...) Si, par géométrie pure, vous voulez entendre, en général, celle où l'on s'interdit simplement l'usage de la méthode des coordonnées, ou même de toute espèce de calcul quelconque qui permettrait de perdre momentanément de vue la figure dont on s'occupe ; si par là vous voulez désigner cette géométrie, cultivée par les modernes (...) ; je déclare franchement

[45] [PONCELET 1817 c].

> que je ne saurais admettre avec vous, Monsieur, que cette géométrie ne puisse donner, à la fois, des solutions aussi simples et aussi élégantes que celles qu'on déduit du calcul, J'avoue même que j'incline fortement à penser que, traitée à son tour d'une manière convenable, et moins restreinte qu'on ne l'a fait jusqu'ici, elle [la géométrie pure] peut fournir, par la voie d'intuition qui lui est propre, et pour certaines classes de problèmes, des solutions qui l'emportent de beaucoup sur celles qu'on déduit de la géométrie analitique, même dans l'état de perfection auquel elle [la géométrie analitique] est aujourd'hui parvenue.[46]

La "géométrie cultivée par les modernes" celle à laquelle Poncelet se réfère est la géométrie inventée par Monge, Carnot, Brianchon, Servois, etc, ou directement inspirée par ceux-ci. Poncelet lui-même participe de cette "géométrie pure moderne" reprenant ou introduisant dans ses travaux, des nouveaux concepts et des théories comme les propriétés projectives, les théories des transversales, les éléments idéaux (infinis ou imaginaires), la théorie des polaires réciproques, le principe de continuité, etc.

Les répliques de Gergonne, qui ne se privait pas de les publier très souvent, suivaient la tendance cordiale et respectueuse. Pour le discours de Poncelet consigné ci-dessus, Gergonne répond :

> Loin donc que je croie que l'on doive négliger la géométrie pure pour l'analise ; Je pense, au contraire, avec M. Poncelet qu'on ne saurait trop s'appliquer à les cultiver l'une et l'autre avec un soin égal ; mais je pense aussi que, s'il peut être souvent utile de s'aider dans l'analise des considérations que la géométrie peut fornir, et *vice versa* (...) Au surplus, la nature des problèmes semble devoir influer d'une manière notable sur le choix des méthodes. Il arrive souvent, en effect, que telle méthode qui triomphe sans efforts de certains problèmes, échoue, au contraire, contre d'autres qui cèdent à leur tour facilement à des méthodes différentes (...) Pour en venir présentement à l'objet particulier de la lettre de M. Poncelet, je m'empresse de reconnaître la supériorité de ses méthodes et de déclarer que, sans oser affirmer que la géométrie analitique ne puisse parvenir jusques-là, il me paraît au moins très-douteux qu'elle puisse y atteindre d'une manière facile. (...) De mon côte, je ne négligerai aucune des occasions que mes courts loisirs pourront m'offrir, pour multiplier les exemples du genre d'application de l'analise à la géométrie que je cherche à fair prévaloir ; et j'ose croire que la diversité de nos méthodes ne fera jamais naître d'autre rivalité entre nous que celle du zèle pour l'avancement de la science.[47]

Comme nous allons le voir plus tard,[48] dix ans après ces mots amicaux entre Gergonne et Poncelet, il y a la "naissance d'une autre rivalité" entre eux, qui sera plus profonde que le simple "zèle pour l'avancement de la science". Pour l'instant, nous allons continuer à suivre les textes de Poncelet dans l'élaboration de sa théorie des polaires réciproques.

[46] [PONCELET 1817 c, pp. 142-143].
[47] [GERGONNE 1817 d, pp. 160-161].
[48] Dans les sections 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3 et 3.3.4 de ce chapitre.

"Une théorie des polaires réciproques", en janvier 1818.

Un des premiers textes où la réciprocité polaire est abordée par Poncelet est apparu dans la livraison de janvier 1818 des *Annales* et se nomme *Solution du dernier des deux problèmes de géométrie proposé à la page 36 de ce volume ; suivi d'une théorie de pôlaires réciproques, et de reflexions sur l'élimination.*[49] Il s'agit d'un texte divisé en 20 extraits numérotés en chiffres romains et qui occupent 32 pages du journal. Comme le titre lui-même l'indique déjà, y sont traités divers sujets plus ou moins distincts, bien que, au fil du texte, l'auteur fasse la liaison entre eux.

De l'extrait I au III, Poncelet s'attaque au problème proposé duquel il parle dans le titre. Ce problème se divise en deux parties, où la première question est quel est le lieu géométrique du sommet d'un angle avec une ouverture constante, et qui se déplace dans le plan restant toujours circonscrit à une section conique donnée. La question suivante veut savoir quelle est la courbe envelop ee par la corde de contact (qui naturellement à une longeur variable) par rapport au mouvement de cet angle. Curieusement Poncelet suit la méthode analytique, et en 10 pages offre une esquisse de solution pour le problème, sans, cependant, le résoudre complètement. Il est intéressant d'observer également que, pour abrévier quelques calculs, Poncelet renvoie le lecteur justement à l'article *Théorie analytique des pôles*, que Gergonne avait publié cinq ans plus tôt.[50]

Dans l'extrait IV, Poncelet se plaint de la quantité d'équations, de variables et de param'etres accumulés jusque là dans la tentative de résoudre le problème proposé. Quelques une des équations en question en arrive à présenter le degré seize. Poncelet opine qu'il serait long et pénible de tenter "d'éliminer des lettres" (c'est-à-dire, manipuler et/ou résoudre) une équation telle que celle-ci, d'un degré aussi haut. Ensuite, en utilisant déjà les mots "pôles" et "polaire" il observe que la deuxième question du problème peut être substituée par une question plus intéressante : "quel est le degré de la courbe sur laquelle glisse le polaire d'une section conique quand le pôle parcourt une courbe de degré donné ?" Et il invite alors son lecteur à persister dans la lecture de l'article, avec les termes suivants : "J'ai été entrainé à faire les recherches suivants qui, j'espère, pourront dédommager en partie le lecteur de l'attention qu'il aura bien voulu donner l'ébauche infructueuse que je viens de lui offrir."[51]

A partir de ce point, des extraits V à XIII, Poncelet développe sa théorie de pôles et polaires. Cette fois ci il est à l'aise, utilisant ses méthodes préférées, car ses arguments ne sont plus analytiques. Au long des 10 pages suivantes du texte, Poncelet présente plusieurs résultats, à commencer par celui-ci :[52]

Proposition. *Si un certain point est situé sur une ligne droite, tracée dans le plan d'une section conique, sa polaire passera par le pôle de cette meme ligne droite.*

Cette proposition, illustrée dans la figure 3.10, bien qu'elle paraisse ingénue, elle a un rôle fondamental dans la théorie de la réciprocité polaire de Poncelet, car elle

[49] [PONCELET 1818]
[50] Il s'agit du texte [GERGONNE 1813 a], commenté dans la section antérieure de cette thèse.
[51] [PONCELET 1818, p. 211].
[52] Proposition énoncée en évidence dans le corps du texte, à la page 211 de [PONCELET 1818].

permet de définir, à partir d'une courbe dans le plan, sa courbe polaire réciproque.

Poncelet argumente à partir de l'idée intuitive de *continuité* d'une courbe algébrique plane (c'est-à-dire, une courbe donnée par des équations polynomiales). Mais je mets emphase sur le fait qu'à aucun moment Poncelet n'utilise les mots que j'ai utilisés ci-dessus : *continuité*, *équation* ou *polynome*. En outre, le langage de Poncelet n'est pas *compatible* avec le type de rigueur de l'analyse mathématique pratiquée de nos jours, une analyse faite avec des ε's et δ's. Mais ce n'est pas pour cela que ses arguments sont vides de significat. La forme intuitive avec laquelle il explique la *continuité de la fonction* qui associe un point à une droite (c'est-à-dire, la réciprocité polaire) est suffisante pour ses objectifs, pour la compréhension de ses lecteurs et pour le standard de rigueur de son époque.

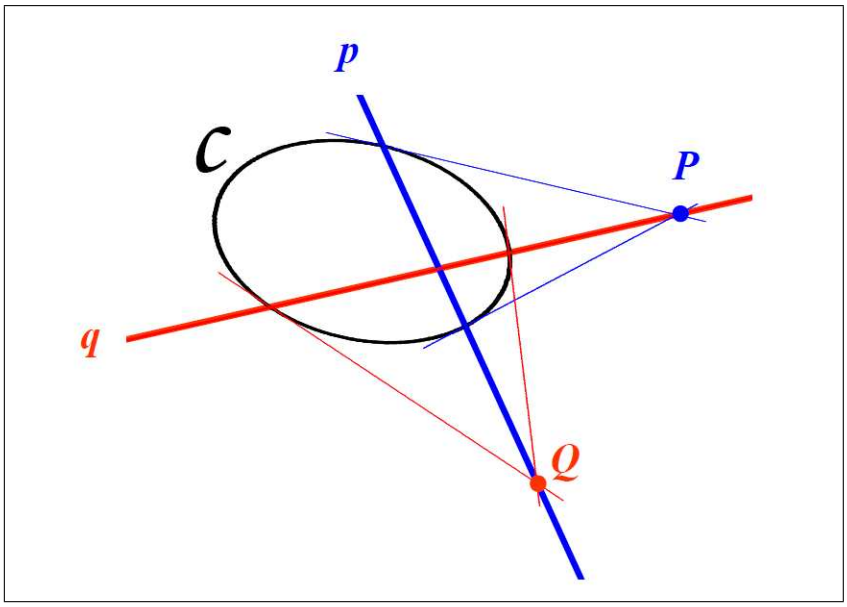


FIG. 3.10 – Un théorème fondamental dans la théorie des polaires réciproques.

Voici ses arguments.[53] Soit α un pôle d'une certaine droite et supposons que ce pôle ait à parcourir une courbe qui est dessinée dans le même plan qu'une conique qui sert d'intermédiaire à la réciprocité polaire. Quand le pôle α se déplace "infiniment peu" d'une position à une autre sur la courbe qu'il parcourt, alors il "ne sortira pas de la tangente" à la courbe à ce point. D'un autre côté, la droite polaire de α "ne sortira" pas non plus d'un point fixe, qui est le pôle de la même tangente en question. Maintenant, ce point est exactement où la polaire de α sera tangente à une nouvelle courbe, la "courbe enveloppe", car ce point est, par hypothèse, "l'intersection de deux tangentes consécutives" de cette courbe. Et réciproquement, chaque point de la courbe parcourue par α peut être considéré comme le pôle d'une certaine tangente de l'enveloppe.

Notons que pour cet argument, Poncelet peut étendre la correspondence entre les points et les droites, promue par la réciprocité polaire de la proposition ci-dessus, à une correspondance entre une courbe (parcourue par un pôle en mouvement) et une

[53] [PONCELET 1818, pp. 211-212].

autre courbe (enveloppée par les polaires correspondantes). Ainsi, Poncelet appelle les deux courbes en question *courbes polaires réciproques* l'une de l'autre. En résumé :

> La polaire réciproque d'une courbe donné, sur le plan d'une section conique, est, à la fois le lieu des pôles de toutes les tangentes à cette courbe, et l'enveloppe de l'espace parcouru par les polaires des points de cette même courbe.[54]

Dans la séquence, Poncelet étudie quelles propriétés nous pouvons déduire sur une courbe polaire réciproque d'une courbe donnée dans le plan d'une conique directrice. Un des résultats obtenus informe que si la courbe, lieu des pôles, est de degré m, alors la courbe enveloppée par les polaires admet au maximum $m(m-1)$ droites tangentes prises d'un point arbitraire du plan.[55] Et également, que si le degré d'une courbe est m, alors le degré de sa polaire réciproque est $m(m-1)$.[56]

En utilisant notre terminologie actuelle, le calcul qui conduit au numéro $m(m-1)$ est le suivant. Supposons qu'une courbe plane K de degré m est donnée par l'équation polynomiale $f(x,y)=0$. Cette courbe rencontre une droite $y=ax+b$ aux points tels que $f(x,ax+b)=0$. Pour mieux manipuler les équations qui suivent, nous écrivons $\varphi(x)=f(x,ax+b)$. Désormais, une droite $y=ax+b$ est tangente à une courbe K quand il vaut simultanément $\varphi(x)=0$ et $\varphi'(x)=0$. Notons que $\varphi'(x)=0$ correspond à l'équation $\dfrac{df}{dx}+a\dfrac{df}{dy}=0$. Soit K' la courbe algébrique décrite par l'équation ci-dessus. Etant $f(x,y)$ un polynôme du $m^{\text{ième}}$ degré, alors l'équation $\dfrac{df}{dx}+a\dfrac{df}{dy}=0$ a le degré $(m-1)$, qui est le degré de K'. D'où se déduit que, en général, les courbes K et K' ont $m(m-1)$ points en communs. La conclusion est que, donné un point quelconque $P\notin K$ dans le plan, il est possible de tracer $m(m-1)$ droites tangentes à la courbe K passant par P. Ainsi, quand une courbe K a le degré m, alors sa polaire réciproque $\widehat{K}$ a le degré $m(m-1)$.

En résumé, c'est le même raisonnement que Poncelet dans le texte que nous accompagnons. Nous observons $m=m(m-1)$ vaut si et seulement si $m=2$, c'est-à-dire, dans le cas $m=2$ nous avons le résultat :[57]

Proposition. *Si le pôle d'une section conique se meut, sans cesser d'appartenir à une autre section conique, sa polaire ne cessera pas non plus de toucher une troisième section conique différente de deux premières.*

Le résultat que nous venons d'énoncer, et qui concerne une configuration dans le plan, elle a son analogue dans l'espace. La proposition qui dit que la polaire réciproque d'une surface du second ordre, est une nouvelle surface, également du second ordre, a été démontrée par Brianchon dans le texte de 1806, dans le Cahier XIII du *Journal de l'école polytechnique*,[58] et Poncelet reconnait et consigne ce fait.[59]

[54] [PONCELET 1818, p. 212].
[55] [PONCELET 1818, p. 213].
[56] [PONCELET 1818, p. 215].
[57] C'est la première proposition énoncée en évidence dans le corps du texte, à la page 219 de [PONCELET 1818].
[58] Il s'agit du texte [BRIANCHON 1806], qui a été vu dans la section antérieure.
[59] [PONCELET 1818, p. 215].

Dans les dernières douze pages du texte, Poncelet détaille les résultats obtenus jusqu'alors dans quelques situations particulières dans lesquelles la conique lieu des pôles est une ellipse, une parabole ou une hyperbole. Ou encore, les investigations des conditions pour qu'une conique enveloppe des polaires vient à être une ellipse, une parabole ou une hyperbole. Nous consignons que dans la dernière partie du texte, Poncelet utilise éventuellement, parallèlement à ses arguments "purs", quelques manipulations d'équations polynomiales des éléments impliqués.

La "Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques", présenté à l'Académie des Sciences de Paris en avril 1824.

Dans un autre texte, rédigé entre 1823 et 1824, Poncelet développe plus systématiquement sa théorie de la réciprocité polaire. Il s'agit du *Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques*,[60] qui a été lu à l'Académie des Sciences de Paris le 12 avril 1824. L'Académie a pris environ quatre ans pour publier un rapport sur ce mémoire, et ceci a été, indirectement, le point de départ de la phase la plus aigüe de la polémique entre Gergonne et Poncelet. C'est seulement en 1829, après divers mal entendus, que le *Mémoire* de Poncelet va finalement être publiée dans le *Journal de Crelle*.

Ce long *Mémoire* possède 71 pages, contenant une introduction et le texte principal (de 1824) et un post-scriptum (de 1828). Le texte principal est composé des extraits numérotés de 55 à 142,[61] et est divisé en cinq parties. Dans l'introduction, Poncelet dit clairement que son intention dans ce texte est de développer une théorie de la réciprocité polaire de façon plus ample et systématique que ce qu'il avait fait jusqu'alors.

> Dans un précédent Mémoire, j'ai annoncé que la théorie des polaires réciproques était susceptible d'une extension telle, qu'au simple énoncé d'une proposition suffisamment générale de l'étendue, elle permet d'en assigner, sur le champ, une autre toute différente et toute aussi générale, à moins cependant que la proposée ne soit elle même sa réciproque, ce dont il y a des exemples. J'ai ajouté qu'à l'exception de quelques principes élémentaires, je n'avais donné jusqu'ici qu'une idée très imparfaite de cette théorie, soit dans le Traité des propriétés projectives des figures, soit dans le tomme VIII des Annales de mathématiques.[62]

Nous observons que ce discours initial de Poncelet suggère qu'il est clair pour lui que la théorie de la réciprocité polaire lui permet, à partir d'un théorème, d'énoncer un autre théorème qui lui correspond, sans la nécessité de nouvelles démonstrations.

La première partie du texte est intitulée *Des figures polaires réciproques dans la*

[60] [PONCELET 1829 b].

[61] Le soustitre de ce mémoire informe qu'il a été écrit pour faire suite à un texte appelé *Mémoire sur les centres moyennes harmoniques*, [PONCELET 1828 b]. Ce premier mémoire est organisé en parties numérotées de 1 à 54. C'est pour cela que le présent mémoire commence sa numérotation à 55.

[62] [PONCELET 1829 b, p. 1].

plan.[63] Là, dans les premières pages, Poncelet énonce nouvellement la propriété qui dit que quand un point est sur une droite, alors sa polaire passe par le pôle de cette droite. Dans ce mémoire, Poncelet ajoute un commentaire qui dit que ce résultat est à la base de toute la théorie qu'il prétend exposer.[64] Au long de la première partie du texte, l'auteur met l'accent sur les propriétés d'incidence entre les points et les droites : fixée une conique, en substituant chaque droite par ses pôles, et chaque point par sa polaire, nous obtenons une nouvelle figure dans laquelle des droites concourrant sont échangées par des points colinéaires et vice versa. Quand il y a une courbe faisant partie de la configuration initiale, sa courbe polaire réciproque est définie de la même manière qui a déjà été décrite dans l'article antérieurement commenté.[65] Poncelet reprend ces discutions dans ce mémoire, et s'étend sur des questions à propos de tangences, des enveloppes de tangentes et de le degré d'une courbe polaire réciproque calculé à partir du degré d'une courbe initialement donnée. Les questions référentes aux poins multiples et aux points d'inflexions apparaissent aussi dans cette première partie du texte.[66] Toutes ces propriétés sont ce que Poncelet appelle "propriétés de situation de lignes et de points tracés dans un plan commun", où s'établissent des relations qui ne font aucune considération sur les longueurs ou les grandeurs des lignes impliquées.[67] Pourtant, à la fin de la première partie, l'auteur annonce qu'il prétend utiliser sa théorie des polaires pour faire, encore dans ce texte, des considérations qui concernent les relations de grandeurs entre les lignes impliquées. Ces considérations sont celles que l'auteur appelle "métriques".

Dans la seconde partie du texte, dont le titre est *Des figures polaires réciproques dans l'espace*,[68] Poncelet étudie la réciprocité polaire dans l'espace tridimensionnel, par rapport à une surface d'ordre deux prise comme directrice. Dans cette partie, les considérations de Poncelet se limitent aussi aux propriétés de situation entre les points, les droites, les plans et les surfaces. Est consigné ici la propriété basique que quand un point est sur un plan, alors son plan polaire passe par le pôle de ce même plan.[69] Dans le cas d'une droite dans l'espace, sa polaire réciproque est une nouvelle droite, qui peut être vue comme le lieu des pôles des différents plans qui contiennent la première droite, ou également, simultanément, comme l'intersection commune de tous les plans polaires des différents points de la première droite.[70] Quand sont insérées d'autres surfaces dans les considérations de Poncelet, il déduit des résultats impliquant des courbes à double courbure, des surfaces développables, des surfaces gauches, etc.

Dans les trois dernières parties du texte de Poncelet, apparaissent les considérations métriques référentes à une courbe (ou une surface) et sa réciproque. Ces parties sont

[63] Les extraits 55 à 74, [PONCELET 1829 b, pp. 6-18].
[64] [PONCELET 1829 b, p. 7].
[65] [PONCELET 1829 b, pp. 10-11].
[66] Les points multiples et les points d'inflexions seront définis plus tard, dans la section 3.3.5, quand nous allons commenter le rôle fondamental de ces éléments dans la compréhension de la réciprocité polaire pour les courbes de degré supérieur à deux.
[67] [PONCELET 1829 b, p.18].
[68] Extraits 75 à 106, [PONCELET 1829 b, pp. 18-41].
[69] [PONCELET 1829 b, p. 20].
[70] [PONCELET 1829 b, p. 20].

intitulées *Des relations d'angles relatives aux figures polaires réciproques dans un plan ou dans l'espace*, *Des relations projectives entre les lignes trigonométriques et les distances de figures polaires réciproques dans un plan* et *Des relations projectives entre les lignes trigonométriques et les distances de figures polaires réciproques dans l'espace.*[71] Ensuite je décris en résumé l'idée centrale de Poncelet dans le cas de la réciprocité polaire dans le plan, vu que le cas tridimensionnel est analogue.

Pour son abordage métrique, Poncelet fixe le cercle comme étant la conique directrice dans le plan. L'auteur observe que cette particularité facilite l'analyse, car, comme conséquence directe de la définition de pôle et polaire, il y a la propriété suivante : la droite qui passe par un point et par le centre du cercle, est nécessairement perpendiculaire à la droite polaire de ce point. Cette configuration est illustrée dans la figure 3.11. Maintenant on considère un triangle quelconque dans le plan du cercle directeur. Pour commencer, ce triangle donné a son triangle polaire réciproque. En outre, les segments qui lient le centre du cercle directeur à chacun des six sommets, seront perpendiculaires à chacun des six côtés. Notons que les angles droits qui apparaissent aux pieds des perpendiculaires, permettent d'observer plusieurs triangles rectangles similaires, dans la configuration complète. Désormais, dans quelconque triangle il y a les raisons métriques "classiques" entre les longueurs de quelques un de ses segments. Ce sont des raisons obtenues de considérations venues des théories des transversales ou de propositions qui ont le même ordre d'idées du Théorème de Menelaus. Ce que Poncelet fait c'est de profiter des divers triangles rectangles disponibles pour passer quelques unes des raisons entre les longueurs dans un triangle initial pour des raisons analogues entres les sinus des divers angles dans le triangle polaire.[72]

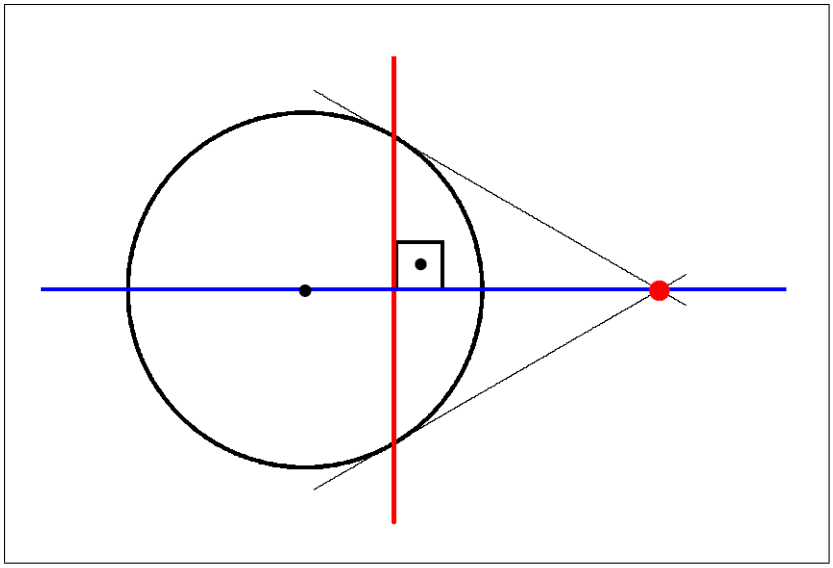


Fig. 3.11 – Un diamètre qui passe par un point quelconque est perpendiculaire à la droite polaire de ce point.

[71] Ce sont respectivement les extraits 107 à 119 (pages 41 à 51), les extraits 120 à 130 (pages 51 à 59) et les extraits 131 à 142 (pages 59 à 69) de [PONCELET 1829 b].

[72] Pour plus de détails sur comment Poncelet fait ceci, consultez [NABONNAND 2006, pp. 68-69].

Un résumé de la réciprocité polaire chez Poncelet.

Comme nous l'avons vu jusqu'ici la réciprocité polaire dans les travaux de Poncelet permet de déduire de nouveaux résultats à partir de résultats déjà démontrés, sans la nécessité de nouveaux calculs. Cependant l'intermédiation d'un résultat à un autre est nécessairement basée sur une conique directrice. Une autre caractéristique est que cette méthode géométrique de Poncelet lui permet de déduire tant les *propriétés de situation* que les *propriétés métriques*, en passant d'une figure vers sa figure réciproque correspondante.

Dans les prochaines sections nous nous occuperons de connaitre les conceptions de Gergonne sur le même thème de fond : la duplication d'énoncés de théorèmes sans la nécessité de nouveaux calculs.

3.2 La géométrie de situation et le principe de dualité de Gergonne.

La possibilité d'énoncer des théorèmes en paires, qui la réciprocité polaire offre, ne passe pas inaperçu par Gergonne. Toutefois, pour l'éditeur et géomètre – qui était aussi un professeur de philosophie à Montpellier – cette "géométrie aux théorèmes doubles" était beaucoup plus qu'une propriété basée sur des constructions géométriques, mais, en fait, une question de principe : le *principe de dualité*. Pour établir ce principe, Gergonne invente sa *géométrie de situation*, un mélange de discipline et de rubrique éditoriale, où les théorèmes sur l'incidence entre figures sont toujours répertoriés en paires (soi-disant "paires duales").

Dans les deux premières sections,[73] sont étudiés deux textes de l'éditeur des *Annales*. Le premier texte est de janvier 1826 et le second est de janvier/février 1827.[74] Les deux sont des textes qui traitent de géométrie de situation et ils se complètent. Les deux textes de Gergonne prétendent établir la géométrie de situation comme discipline fondée sur la dualité comme principe. Ils ont été écrits durant une période où l'auteur/éditeur élabore un *changement de status* de cette géométrie, où elle n'est plus l'*objet d'articles* mais devient une *rubrique* dans sa revue. Dans les deux textes, l'auteur offre quelques tentatives de définition, description et d'axiomatisation. Du à l'importance de ces articles dans le scénario du périodique de Gergonne, ceux-ci peuvent être considérés comme les *textes fondateurs* de la nouvelle rubrique.

Avant d'avancer dans cette étude, il convient d'enregistrer cette information préalable. Dans leurs tentatives pour expliquer ce qui est (et ce qui n'est pas) sa géométrie de situation, ou pour clarifier des aspects complexes de la théorie, Gergonne invente des mots et des concepts qui progressivement ont été incorporés dans le vocabulaire des géométries du 19ème siècle. En particulier, "dualité" est une de ces expressions qui sont apparues à l'époque, et cela fait partie de ce que les mathématiciens de nos jours appellent géométrie projective (ou, plus généralement, de géométrie algébrique).

[73] Sections 3.2.1 et 3.2.2.

[74] [GERGONNE 1826 a] et [GERGONNE 1827 a], respectivement.

En général, de ce que nous lisons dans les textes signés par Gergonne, Plücker, Bobillier, Chasles, Steiner, etc., et de ce qui est classé par l'éditeur des *Annales* sous la rubrique *géométrie de situation*, on peut comprendre qui cette géométrie embrasse des théorèmes que parlent des intersections, tangences, concurrence, alignements, parallélismes, etc. En particulier, le grand thème de la géométrie de situation dans le periodique de Gergonne seront les théories de pôles et polaires entre les courbes et les surfaces de tous les ordres, suivants les recherches de Poncelet.

FIG. 3.12 – Joseph Diaz GERGONNE.

Enfin un bref avertissement. Il faut dire que toutes ces questions mentionnées n'a rien à voir avec ce que les mathématiciens professionnels d'aujourd'hui appellent *topologie*, ni avec les théories de type *analysis situs* (dans le sens de Leibniz, Euler, Poincaré ou Veblen).

3.2.1 Gergonne et la "frappante géométrie des théorèmes doubles" (janvier 1826).

En janvier 1826, Gergonne publie un article dans son journal intitulé *Considérations philosophiques sur les élémens de la science de l'étendue.*[75] C'est un texte sous la rubrique principale "philosophie mathématique" (avec des rubriques alternatives

[75] [GERGONNE 1826 a].

"géométrie élémentaire" et "géométrie de la règle") et qui prétend établir un nouveau domaine d'études en géométrie.

L'auteur commence son article en essayant de définir une nouvelle géométrie, non pas pour dire ce qu'elle est, mais pour dire ce qu'elle *n'est pas*. Plus exactement, tout de suite dans sa première phrase, il sépare les diverses théories qui composent la géométrie en deux approches trés distinctes, à savoir, *les relations métriques* et *les relations de situation*; et la géométrie des relations de situation *n'est pas* la géométrie des relations métriques.

> Les diverses théories dont se compose le domaine de la science de l'étendue peuvent être rangées en deux classes très-disctintes. Il est, en effet, certaines de ces théories qui dépendent essentiellement des *relations métriques* qui se trouvent exister entre les diverses portions d'étendue que l'on compare, et qui conséquemment ne sauraient être établies qu'à l'aide des principes du calcul. D'autres, au contraire, sont tout-à-fait indépendentes de ces mêmes relations, et résultent uniquement de la *situation* que se trouvent avoir les uns par rapport aux autres, les êtres géométriques sur lequels on raisonne.[76]

Gergonne croit que pour créer de nouvelles catégories où mettre les géométries, il est nécessaire de démonter les vielles catégories. Il fait cela en critiquant la traditionelle division des géométries entre celle *plane* et celle dans l'*espace*, des catégories antiques, qui remontent au temps de la Grèce classique. Pour l'auteur, ces catégories ne sont pas naturelles, mais seulement une habitude fortement ancrée dans vingt siècles d'études. Pour renforcer ses arguments qu'il n'y a pas réellement de séparation entre la géométrie plane et la géométrie dans l'espace, il évoque la géométrie descriptive créée récemment, qui "passe tour à tour de la géométrie plane à celle de l'espace et de celle-ci à la première, comme Monge et les géomètres de son école l'ont si souvent pratiqué, et avec tant de succès."[77]

Dans le paragraphe suivant Gergonne pointe "un caractère extrêmement frappant de cette partie de la géométrie qui ne dépend aucunement des relations métriques entre les parties des figures."[78] Il s'agit du fait que "tous les théorèmes y sont doubles. (...) à chaque théorème il en répond toujours nécessairement un autre qui s'en déduit en y échangeant simplement entre eux [quelques mots]."[79] Gergonne lui même note les premiers mots qui se correspondent : *point* et *droite*, quand le théorème se réfère à des éléments dans un plan; et *point* et *plan*, dans le cas d'une configuration dans l'espace. On observe la croyance trés optimiste de Gergonne, par l'utilisation de mots forts comme, *tous*, *toujours*, *nécessairement*, etc. Après avoir pointé ce "caractère extrêmement frappant", apparaissent finalement, pour la première fois dans son texte, le mot *dualité* et l'expression *géométrie de situation.*[80] Gergonne ne justifie pas mathématiquement cette caractéristique de dualité. Il l'affirme simplement. Bien qu'il n'utilise pas le mot *principe*, c'est de cette manière que la dualité sera traitée

[76] [GERGONNE 1826 a, p. 209].
[77] [GERGONNE 1826 a, p. 209].
[78] [GERGONNE 1826 a, p. 210].
[79] [GERGONNE 1826 a, p. 210].
[80] [GERGONNE 1826 a, p. 210].

dans ses convictions et dans ses textes. Pour essayer de convaincre de la validité du principe affirmé, il indique des références à des théorèmes, déjà démontrés dans son périodique, où la dualité apparaît. Quelques uns des articles auxquels il se réfère sont signés par lui, et d'autres sont signés par d'autres auteurs (comme, par exemple, Coriolis, Sorlin, Vecten). Citer d'autres auteurs en plus de lui même, à fin de convaincre, semble être une bonne stratégie pour éviter qu'il ne semble biaisé. Après avoir cité des *personnes*, Gergonne cite des *théories*. Il en indique deux qui étaient à la mode à l'époque, et qui de temps en temps apparaissaient dans son journal. L'une d'elle est la théorie des polaires réciproques en relation à une conique ou une quadrique. L'autre est la trigonométrie sphérique en relation au triangle supplémentaire.

Ici l'auteur annonce clairement le projet d'établir la géométrie de situation. Il dit : "Voilá ce qui nous détermine à faire de cette sorte de géométrie *en partie doubles*, s'il est permis de s'exprimer ainsi, le sujet d'un écrit spécial dans lequel, après avoir rendu manifeste le fait philosophique dont il s'agit, dans l'exposé même des premières notions."[81] L'accent mis sur l'expression "en partie doubles" est du fait de l'auteur. De par ma lecture, je mettrais en évidence les mots *sujet* et *philosophique*. C'est ici qu'est le changement de *status* dont souffre la géométrie de situation : dans cet article, de 1826, la géométrie de situation est encore un *objet*, publié sous la rubrique de philosophie mathématique. Dans l'article qui sera étudié dans la section suivante, de janvier/février 1827, la géométrie de situation apparaîtra non plus comme objet, mais comme une rubrique.

Avant de se lancer dans l'execution de son projet, l'auteur invente encore une stratégie pour convaincre le lecteur de la validité du principe de dualité. Quand à l'instauration de cette géométrie, il prétend démontrer directement un groupe de théorèmes aussi bien que démontrer directement leurs duals. Il justifie ses motifs : premièrement, pour ne pas avoir besoin d'utiliser la théorie des polaires réciproques ; et deuxièmement, pour souligner que même entre les démonstrations des théorèmes il existe une correspondance, et pas seulement dans les énoncés.

Avant d'avancer à lire le texte, il est nécessaire de marquer la différence de vues entre Gergonne et Poncelet, qui apparaît déjà ici, dans ce texte fondateur. Si d'une part, la dualité de Poncelet découle d'une construction géométrique, par contre la dualité de Gergonne est admise comme principe ; même si ces deux dualités commencent de la même façon : un point et une droite se correspondent dans un plan ; et un point et un plan, dans l'espace. Le choix de Gergonne, de ne pas utiliser la théorie des polaires réciproques, paraît être une façon de revendiquer pour son principe une certaine sorte de généralité. L'autre théorie antérieurement citée (trigonométrie sphérique), aussi bien que la théorie de son rival, seraient, alors, de simples cas particuliers d'un principe général.

Revenons en à la lecture du texte. Gergonne annonce sa dernière stratégie pour convaincre. Cette fois il s'agit de quelque chose de purement éditorial, du point de vue de la présentation de la page, mais dans l'intention d'avoir un fort impact sur le lecteur. Il présente des théorèmes et des démonstrations duals en colonnes parallèles. Chaque page du journal devient, de fait, deux petites pages de textes qui sont mis

[81] [GERGONNE 1826 a, p. 211].

côté à côté "afin de rendre cette correspondence plus apparente (...) [et] de telle sorte que les démonstrations puissent se servir réciproquement de contrôle."[82] Cette idée n'est pas nouvelle dans son journal, comme l'auteur/éditeur lui même nous le rappelle et nous en donne la référence. Mais à partir d'ici, dans sa revue, cette présentation en colonnes doubles devient quelque chose de quotidien. En outre, c'est dans un texte signé par lui même, 14 mois auparavant, qu'il avait déjà utilisé cette astuce éditoriale.[83]

Deux détails curieux ferment l'introduction de cet article. Premièrement, l'auteur dit qu'il prétend exposer la nouvelle géométrie de façon à "rendre ce qu'on va livre accessible à ceux là-même qui ne connaissent pas les *Élémens d'Euclide*"[84], ce qui indique sa prétention de pourvoir la nouvelle discipline de tous ses aspects formels, ce qui inclut l'enseignement. L'autre détail est que "nous croyons superflu d'accompagner ce mémoire de figures"[85], encourageant le lecteur à faire ses propres figures si (et quand) il le trouve nécessaire.

L'article continue avec trois sections et une conclusion. Les trois sections sont dédiées au début de l'exécution de son projet annoncé. Ce projet qui commence à être décrit dans ce texte de 1826, sera étendu énormément dans le texte de l'année suivante. Venons en à la description succinte des trois sections.

La section I est intitulée *Notions préliminaires.*[86] Gergonne présente des propositions (qui sont des axiomes ou des définitions) en pairs duals numérotés de 1 à 15. De par une distraction éditoriale, il n'existe pas de paire de propositions numéro "8", bien que plus loin dans le texte il se réfère à cette paire. Les propositions de 1 à 3 sont des axiomes d'incidences entre des points, des droites et des plans. Par exemple, le premier axiome est "1. Deux points, distincts l'un de l'autre, donnés dans l'espace, déterminent une droite ; 1. Deux plans, non parallèles, donnés dans l'espace, déterminent une droite". En principe ces axiomes excluent des éléments à l'infini (points ou droites). Les propositions de 4 à 7 traitent de questions énumératives, comme par exemple "5. Donnés n points distincts dans l'espace, ils déterminent $n(n-1)/2$ droites distinctes. Ce n'est qu'acidentellement qu'ils en déterminent un moindre nombre". Les propositions de 9 à 15 définissent les éléments de polygones et polyèdres, tels qu'un sommet, un côté, une arrête, une face, etc. Ce sont aussi des propositions qui décrivent (en réalité définissent) comment les polygones et les polyèdres sont inscrits ou circonscrits les uns aux autres. C'est seulement dans la dernière phrase de la section I qu'il *ouvre les portes vers l'infini* en écrivant que "souvent à l'avenir, de ce que deux droites seront situées dans une même plan, il nous arrivera de conclure qu'elles concourent en un même point ; mais il faudra alors sous-entendre que ce point peut fort bien être infiniment éloigné."[87]

La section II a pour titre *Théorèmes sur les triangles, les quadrilatères, les angles*

[82] [GERGONNE 1826 a, pp. 211-212].
[83] [GERGONNE 1824].
[84] [GERGONNE 1826 a, p. 211].
[85] [GERGONNE 1826 a, p. 212].
[86] [GERGONNE 1826 a, pp. 212-217].
[87] [GERGONNE 1826 a, p. 217].

trièdres et les angles tétraèdres.[88] L'auteur énonce et démontre des théorèmes en pairs duals numérotés de 16 à 20, dont le contenu est suffisament bien expliqué par le titre de la section. Entre la paire 18 et la paire 19 il résout deux exercices de construction géométrique, comme application des résultats déjà démontrés. Je souligne les énoncès 16 (colonne à gauche), 17 (colonne à gauche) et 18 (colonne à droite), qui sont des versions légèrement distinctes les unes des autres pour le même théorème, le classique Théorème de Desargues. Seulement pour informer et/ou rappeler au lecteur, voici l'énonc d'une des versions du dit théorème, illustré par la figure 3.13.

Théorème de Desargues. *Si deux triangles, situés dans un même plan, sont tels que les droites que déterminent leurs sommets correspondans passent toutes trois par un même point ; les points que détermineront leurs côtés correspondans appartiendront tous trois à une même droite.*

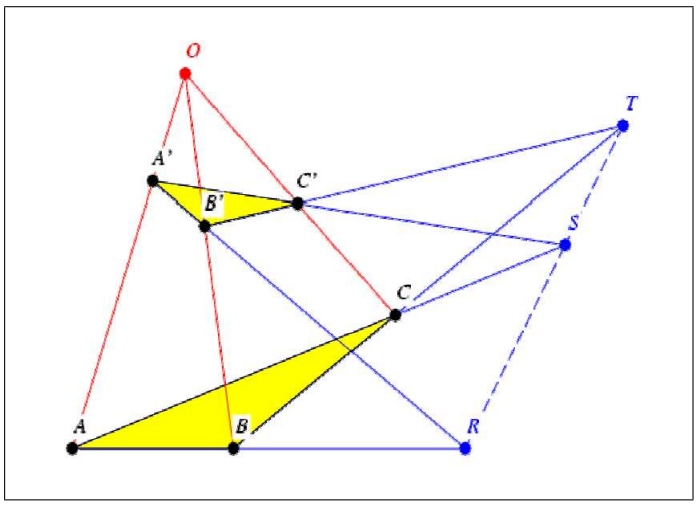


Fig. 3.13 – Teorema de Desargues.

La section III se nome *Théorèmes sur les polyèdres.*[89] Elle est composée de théorèmes et de démonstrations, en pairs duals numérotés de 21 à 28, qui parlent de diverses configurations sur des inscriptions ou des circonscritions de polyèdres entre eux. Certains de ces résultats en répètent d'autres que Gergonne lui même avait déjà présenté un peu plus d'un an auparavant, dans le texte déjà cit ici.[90] Je souligne les résultats 26 (colonne à droite) et 27 (colonne à gauche), qui bien qu'il ne soient pas exactement le Théorème de Pascal, traitent de la même configuration du dit théorème classique.

Dans la conclusion de l'article, Gergonne commente les possibles omissions qui pourraient être identifiées par le lecteur. Comme pour le manque de figures, il appelle ici aussi à la participation du lecteur, comme si il était un professeur qui incite ses élèves à faire des exercices. A ce qu'il appelle "minutieux détails" il s'ensuit une invitation, c'est-à-dire, "[les] minutieux détails que tout lecteur tant soit peu

[88] [GERGONNE 1826 a, pp. 217-223].
[89] [GERGONNE 1826 a, pp. 223-230].
[90] [GERGONNE 1824].

versé dans la géométrie pourra facilement suppléer."[91] Et finalement, il pointe deux *faits incontestables de philosophie mathématique*, qu'il décrit très brièvement sans approfondir. En ses propres mots : "nous croyons en avoir dit suffisamment pour mettre hors de toute contestation ces deux points de philosophie mathématique."[92] Voyons quelles sont ces conclusions.

La première, est qu'il croit que les théorèmes de situation et la notable propriété de dualité apparaissent "en vertu de la nature même de l'étendue."[93] L'auteur lui même n'approfondit pas cette question, mais il convient ici de se questionner le pourquoi de cette affirmation. Mon hypothèse est que la croyance de Gergonne, que les théorèmes de situation sont *intrinsèques à l'espace*, fait partie de la nécessité de s'opposer aux théorèmes métriques. En effet, pour que se produise une géométrie métrique, il faut imputer à l'espace un système de mesures, c'est-à-dire, une *arithmétique*. Par conséquent, la géométrie de situation serait une géométrie primaire, la plus pure, car elle ne dépend pas d'une arithmétique pour se présenter.

La seconde conclusion est que la géométrie de situation n'est pas seulement une géométrie de la règle. Gergonne doit bien éclaircir ce point, pour que sa nouvelle géométrie ne soit pas confondue avec un simple cas particulier de la géométrie euclidienne classique. Car les articles cités par l'auteur lui même, comme si ils étaient une sorte de precurseurs à *sa* dualité, sont publiés sous les rubriques géométrie élémentaire ou géométrie de la r'egle (ce n'est pas par hasard que ce sont les rubriques alternatives de cette article). Cet article aurait besoin d'aller plus loin, mais il ne le fait pas, car dans ce texte, Gergonne fait des considérations seulement sur les éléments *linéaires* : des points, des droites, des plans et des figures formées par cette triade. Pour convaincre que la géométrie de situation est *plus grande* que la géométrie de la règle, il serait nécessaire d'insérer des courbes et des surfaces non linéaires. Ainsi, Gergonne écrit une note de bas de page où il esquisse à peine une définition et énonce un théorème sur des figures d'ordre deux.

Cette note de bas de page finale va servir de *crochet* pour le texte de l'année suivante, qui aura trois caractéristiques importantes. Premi'erement, c'est un texte qui continue et qui étend le projet qu'il propose de faire ici. La deuxième caractéristique, le thème de l'article dépasse la *règle*, car y seront étudiées des courbes et des surfaces d'ordre deux. Troisièmement, c'est le première article complet qui apparaît dans le corps de sa revue ayant comme rubrique principale la géométrie de situation.[94]

[91] [GERGONNE 1826 a, p. 230].
[92] [GERGONNE 1826 a, p. 230].
[93] [GERGONNE 1826 a, p. 231].
[94] Nous observons, cependant, que l'expression *géométrie de situation* était déjà apparue une fois, quoique imprécise, comme rubrique alternative dans l'indice du volume antérieur. Ceci sera mieux exposé et commenté dans la section 3.5.2 de cette thèse.

3.2.2 Quand Gergonne veut "se placer sur les grands théorèmes pour embrasser d'un même coup d'oeil un grand nombre de vérités" (janvier et février 1827).

Le second des articles que je surnomme *textes fondateurs* de la géométrie de situation est apparu en janvier 1827, exactement un an après le texte que nous venons d'analyser. Cet article est intitulé *Recherches sur quelques lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres.*[95] C'est le texte significatif dans lequel la géométrie de situation n'est plus l'*objet* d'articles et devient une *rubrique* d'articles, ce qui peut être interprété comme son inauguration en tant que discipline.

L'auteur commence en argumentant que le dévelopement des mathématiques en est arrivé à un tel volume d'informations que "la mémoire la plus intrépide ne saurait même se flatter de conserver [par coeur] les énoncés."[96] Alors, donc, il n'y a rien de mieux que de retenir quelques théorèmes généraux à partir desquels nous pouvons atteindre plus facilement les résultats souhaités. La métaphore utilisée par l'auteur est significative et même poétique : il est nécessaire de *grimper* sur les grands théorèmes, pour voir d'en haut, d'un coup d'oeil, sa multitude de corollaires. Les routes d'un *grand théorème* jusqu'à ses corollaires, c'est-à-dire, les démonstrations de ces dernières, seront si simples et brèves qu'elles exigeront trés peu d'effort de l'esprit.

Ces considérations préliminaires faites, Gergonne informe qu'il prétend établir un petit nombre de théorèmes généraux, qui offrent une infinité de corollaires, dont il va présenter seulement les plus notables. Ces théorèmes parlent de points et tangentes communs à des courbes planes situées dans un même plan, de points et de lignes communs sur des surfaces courbes, sur des surfaces enveloppantes qui leur sont circonscrites et sur des plans tangents communs. Ceci est l'annonce du *contenu* de cet article de géométrie de situation, qui se montre bien plus *non-linéaire* que l'article précédent (qui traitait de droites, de plans, de polygones,de polyèdres, etc).

Voici un extrait du texte de Gergonne. Nous observons l'apparition des mots optimistes *grand nombre* et *infinité*, faisant référence à la quantité de résultats ; et *simples* et *brièves* faisant référence à ses démonstrations.

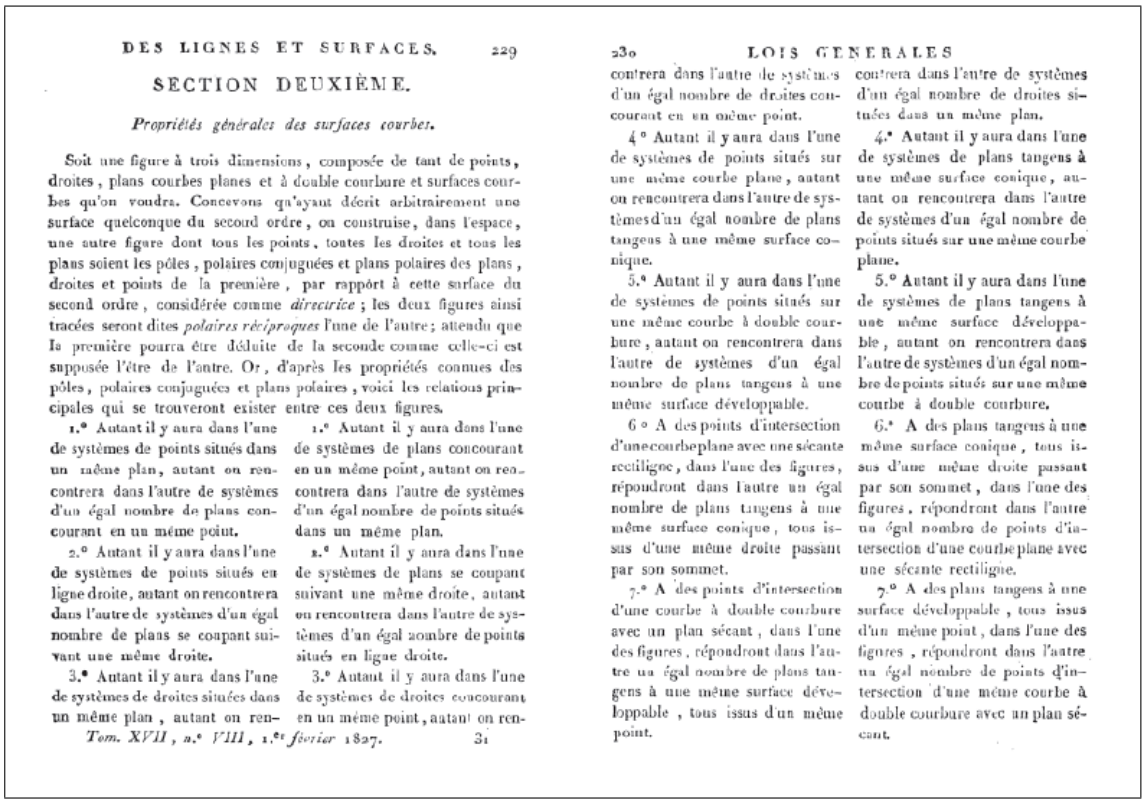
> Or, il est dans chaque science certains points de vue élevés où il suffit de se placer pour embrasser d'un même coup d'oeil un grand nombre de vérités. (...) C'est dans la vue de confirmer ces considérations par quelques exemples assez remarquables que nous nous proposons ici d'établir (...) un petit nombre de théorèmes généraux, offrant une infinité de corollaires, parmi lesquels nous nous bornerons à signaler les plus simples ou les plus dignes de remarque. Plusieurs de ces corollaires sont connues depuis longtemps ; mais nous ne pensons pas qu'on en rencontre autre part des démonstrations aussi simples et aussi brièves, et qui exigent aussi peu de contention d'esprit que celles qu'on trouvera ici des théorèmes généraux qui les renferment tous.[97]

L'introduction se termine avec cette ré-évocation : "comme il ne s'agira aucune-

[95] [GERGONNE 1827 a].
[96] [GERGONNE 1827 a, p. 214].
[97] [GERGONNE 1827 a, p. 215].

ment ici des relations métriques, tous nos théorèmes seront doubles."[98] Par consquent, Gergonne introduit encore une fois son astuce éditoriale de colonnes doubles pour convaincre le lecteur que la dualité vaut en tant que principe général. Cela ne coute rien de renouveller l'impacte que ce type présentation impose : le *design* en colonnes doubles fonctionne comme un argument plus psychologique que mathématique. L'image d'une page avec deux textes de structure identique, présentés côte à côte, et ayant quelques mots changés (comme une espèce de *traduction*) a un fort attrait affectif pour celui qui le voit.

L'article se poursuit avec deux longues sections contenant moins de *discours* et plus de *mathématiques*. La *Section Première* (de 13 pages) traite de géométrie de situation pour les courbes dans un même plan, alors que la *Section Seconde* (de 24 pages) présente la géométrie en question pour les surfaces algébriques dans l'espace. Chaque section en soi a sa propre introduction, contenant des conventions, des axiomes et des définitions, et ensuite viennent les paragraphes où sont démontrés les théorèmes. L'article complet est si grand que la *Section Seconde* et la conclusion générale sont publiées seulement dans la livraison du mois suivant, en février 1827. La figure 3.14 montre les deux pages d'ouverture de la *Section Seconde*. Nous observons comment après un premier paragraphe d'une demi page, le texte suit presenté entièrement en colonnes duals.



DES LIGNES ET SURFACES. 229

SECTION DEUXIÈME.

Propriétés générales des surfaces courbes.

Soit une figure à trois dimensions, composée de tant de points, droites, plans courbes planes et à double courbure et surfaces courbes qu'on voudra. Concevons qu'ayant décrit arbitrairement une surface quelconque du second ordre, on construise, dans l'espace, une autre figure dont tous les points, toutes les droites et tous les plans soient les pôles, polaires conjuguées et plans polaires des plans, droites et points de la première, par rapport à cette surface du second ordre, considérée comme *directrice*; les deux figures ainsi tracées seront dites *polaires réciproques* l'une de l'autre; attendu que la première pourra être déduite de la seconde comme celle-ci est supposée l'être de l'autre. Or, d'après les propriétés connues des pôles, polaires conjuguées et plans polaires, voici les relations principales qui se trouveront exister entre ces deux figures.

1.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de points situés dans un même plan, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de plans concourant en un même point.

2.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de points situés en ligne droite, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de plans se coupant suivant une même droite.

3.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de droites situées dans un même plan, autant on ren-

1.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de plans concourant en un même point, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de points situés dans un même plan.

2.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de plans se coupant suivant une même droite, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de points situés en ligne droite.

3.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de droites concourant en un même point, autant on ren-

Tom. XVII, n.° VIII, 1.er février 1827. 31

230 LOIS GENERALES

contrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de droites concourant en un même point.

4.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de points situés sur une même courbe plane, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de plans tangens à une même surface conique.

5.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de points situés sur une même courbe à double courbure, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de plans tangens à une même surface développable.

6.° A des points d'intersection d'une courbe plane avec une sécante rectiligne, dans l'une des figures, répondront dans l'autre un égal nombre de plans tangens à une même surface conique, tous issus d'une même droite passant par son sommet.

7.° A des points d'intersection d'une courbe à double courbure avec un plan sécant, dans l'une des figures, répondront dans l'autre un égal nombre de plans tangens à une même surface développable, tous issus d'un même point.

contrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de droites situées dans un même plan.

4.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de plans tangens à une même surface conique, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de points situés sur une même courbe plane.

5.° Autant il y aura dans l'une de systèmes de plans tangens à une même surface développable, autant on rencontrera dans l'autre de systèmes d'un égal nombre de points situés sur une même courbe à double courbure.

6.° A des plans tangens à une même surface conique, tous issus d'une même droite passant par son sommet, dans l'une des figures, répondront dans l'autre un égal nombre de points d'intersection d'une courbe plane avec une sécante rectiligne.

7.° A des plans tangens à une surface développable, tous issus d'un même point, dans l'une des figures, répondront dans l'autre un égal nombre de points d'intersection d'une même courbe à double courbure avec un plan sécant.

Fig. 3.14 – Deux pages de l'article [GERGONNE 1827 a].

[98] [GERGONNE 1827 a, p. 215].

Je ne vais pas exposer la *mathématique* maintenant, celle qui continue et remplit l'article de Gergonne, car elle sera commentée plus loin, dans des contextes plus spécifiques. Pour l'instant, quelques informations là dessus sont suffisantes. Premièrement, dans un des paragraphes de son article, l'auteur présente une démonstration originale pour le Théorème de Pascal en utilisant la *méthode de la notation abrégée*.[99] Et la seconde information est que cet article sera mentionné huit mois plus tard, dans un important travail de Bobillier.[100]

A la fin de l'article l'auteur écrit une petite conclusion générale en un paragraphe. Initialement Gergonne présente des excuses pour les possibles erreurs qu'il a pu commettre au long du texte. Ensuite, la réaffirmation de la croyance que la géométrie y présentée est une nouveauté sans doute fructueuse. Cette réaffirmation est accompagnée d'encore une éloge à "la correspondance entre les procédés de l'analyse et les spéculations de la géométrie."[101] Tout fait paraître que la géométrie de situation est une espèce d'*évolution* de la géométrie analytique, et qu'il, Gergonne, est un *héraut de la nouvelle ère*. Le texte se termine avec une lamentation (peut être une réclamation ? qui sait une critique ?) que le système d'enseignement et les livres didactiques demeurent malheureusement obsolètes et n'évoluent pas avec la recherche mathématique.

3.3 La réciprocité polaire de Poncelet *versus* le principe da la dualité de Gergonne.

Comme nous l'avons déjà vu dans les sections précédentes, plusieurs des développements de Poncelet sur la réciprocité polaire, des définitions basiques aux divers résultats, sont apparus dans des textes entre 1817 et 1822 (incluant son célèbre *Traité des propriétés projectives des figures*). Nous avons vu aussi que c'est entre 1823 et 1824 qu'il a rédigé un extensif mémoire où il reprend et approfondit le sujet. Le texte, intitulé *Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques*,[102] est le point de départ de la querelle publique la plus grave entre Poncelet et Gergonne, qui a eu lieu en 1827 et 1828, dans laquelle sont impliqués divers textes, épisodes et personnes.

Les textes de cette dispute publique apparaissent non seulement dans les *Annales de Gergonne*, mais aussi, en grande partie, dans le *Bulletin de Ferrusac*. Ce sont des articles complets ou résumés, publiés entièrement ou partiellement, certains ont été republiés d'une revue à l'autre, plusieurs de ceci ont généré des répliques et répliques sur répliques.

Cette folie de textes qui a agité les deux périodiques durant les années 1827 et 1828 a provoqué beaucoup de mal-entendus et de grossiertés, vu que les allées et venues

[99] Cette démonstration sera présentée et commentée en détail, lors de l'étude de la méthode de notation abrégée, dans la section 4.2.2 de cette thèse.

[100] Il s'agit du texte [BOBILLIER 11], qui sera étudié en détail dans la section 3.4.2 de cette thèse. Là, nous verrons la position clef que cet article occupe dans l'oeuvre de Bobillier, ce qui justifie de le qualifier d'*important*.

[101] [GERGONNE 1827 a, p. 252].

[102] Il s'agit de [PONCELET 1829 b], étudié dans la section 3.1.3 de cette thèse.

des textes d'un périodique à l'autre apparaissaient en tant que citations tronquées ou avec des interventions des éditeurs des deux périodiques en question, en outre de quelques retards et sans dates bien consignées. Enfin, ce sont des textes contenant des insinuations et de accusations avec différents degrés de gravité qui, au delà de Gergonne et Poncelet, ont impliqué également d'autres géomètres de l'époque, parmi lesquels Plücker et Bobillier.

Dans cette section je suis intéressé à pointer les principaux moments (les textes et les arguments) des disputes publiques entre Poncelet et Gergonne. En effet, beaucoup d'historiens ont déjà mentionné, commenté ou étudié le sujet. Mon intention en reprenant ce sujet est de montrer comment Bobillier, ou mieux, plus exactement ses travaux dans la séquence de textes sur la géométrie de situation, ont été insérés dans le feu croisé entre les deux géomètres rivaux.

Pour suivre le *va et vient* des textes complets ou partiels de cette dispute, ses dates de rédaction et de publication, et les principaux évènements autour de la polémique, il y a une annexe encartée à la fin de ce chapitre et qui résume cette section.[103]

3.3.1 Un débat d'idées dans un ton presque courtois (1826 à 1827).

Le 12 avril 1824, Poncelet lit à l'Académie des Sciences de Paris le *Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques*. Le jury est composé par Legendre, Poinsot et Cauchy, ce dernier dans la position de rapporteur. L'Académie va publier le rapport sur ce mémoire seulement presque quatre ans plus tard, exactement le 18 février 1828.[104] Entretemps, Poncelet a publié peu de textes. Pour avoir une idée, entre 1824 et 1827 il y a seulement un article de Poncelet dans les *Annales de Gergonne*.[105] Ce silence de Poncelet est probablement le résultat d'un ressentiment, non seulement à cause du retard de l'Académie, mais aussi à cause de l'apparemment pas très bonne réception de son *Traité* par les géomètres ses contemporains.[106]

Parallèlement Gergonne commence à observer la duplicité de plusieurs théorèmes de géométrie qui ne concernent pas directement la métrique. En en se frappant avec ce fait, il publit, en janvier 1826, ses *Considérations philosophiques sur les éléments de la science de l'étendue*.[107] Rappelons que c'est dans ce texte que Gergonne lance le *principe de dualité*. Rappelons également que pour Gergonne, la dualité était un principe mathématique et qu'il pourrait être évoqué pour établir de nouvelles théories et résultats, à chaque fois que la théorie et les résultats "duaux" qui leur correspondent ont déjà été établis. Enfin, c'est à partir de ce texte qu'il en vient à adopter

[103] C'est l'annexe "Chronologie et résumé de la controverse entre Poncelet et Gergonne".

[104] Les informations des dates de lecture et d'approbation, aussi bien que le noms que composent le jury, peuvent être trouvés dans la première page de [PONCELET 1829 b]. Le rapport signé par Cauchy, [CAUCHY 1828], a été publié dans le *Bulletin de Ferussac*.

[105] Qui apparaît en février 1825, à la page 245 du volume 15 des *Annales*.

[106] Sur l'influence de Bobillier entre les géomètres de la fin des années 1820 en faveur d'une meilleure compréhension de l'oeuvre de Poncelet, voir plus loin la section 3.4.4 de cette thèse.

[107] Qui est le texte [GERGONNE 1826 a], le premier des *textes fondateurs* de Gergonne, étudié dans la section précédente.

systématiquement dans son journal son astuce éditoriale des colonnes doubles.

Des lettres entre Gergonne et Poncelet en 1826.

Un premier rapprochement entre les conceptions de Gergonne et les recherches de Poncelet, a été suggéré par Gergonne lui-même dans une correspondance privée. Selon un registre que le vieux Poncelet à fait dans son livre *Applications de l'analyse et de géométrie*, tome 2, de 1864, l'éditeur des *Annales* lui a adréssé une lettre le 14 avril 1826, où il dit que le *principe de dualité* est une théorie qui appartient aux deux.

A cette époque, la rivalité entre les géomètres se restreignait aux débats d'idées sur les méthodes en géométrie, et il n'y avait encore aucune offense personnelle ni provocations grossières. Dans la lettre, à un moment donné, en mentionnant un théorème attribué au géomètre Theodore Olivier,[108] Gergonne en a profité pour énoncer la version réciproque du théorème. Nous observons le passage à suivre dans lequel celui qui utilise l'expression "polaire réciproque" est Poncelet, en décrivant la lettre de Gergonne. L'éditeur à son tour utilise l'expression "principe de dualité", en partageant les crédits avec Poncelet dans les termes suivants :

> *Lettre du 14 avril 1826.* – A propos d'un prétendu théorème, de feu le professeur Olivier, sur l'icosaèdre inscrit à une surface du second ordre, M. Gergonne, après en avoir énoncé tout au long la reciproque polaire, ajoute courtoisement : "Et cela en vertu de mon *principe de dualité*, qui est aussi le vôtre, Monsieur, et que pourtant beaucoup ont regardé comme une sorte de jeu d'esprit sans voir que c'est un principe qui va au coeur même de la Géométrie et qui tient essentiellement à la nature métaphysique de l'entendu".[109]

En 1826, de passage à Montpellier, le mathématicien et académicien François Arago a raconté à Gergonne sur la lecture du *Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques* que Poncelet a fait à l'Académie, ce qui "a piqué vivement la curiosité de Gergonne, sans, cependant, la satisfaire complètement". Arago a également raconté à Gergonne que, comme "ce type de spéculation [la réciprocité polaire] était presque complètement sortie de mode à l'Académie", il est alors probable que Poncelet ait abandonné le sujet et commencé à travailler sur d'autres sujets, comme par exemple, les machines.[110] Ainsi, en novembre de cette même année, dans une seconde correspondance privée, Gergonne encourage Poncelet à continuer ses recherches et

[108] Voici quelques brèves informations biographiques sur Theodore Olivier (1793-1853). Il était professeur de mathématique et administrateur scolaire. Il a étudié à l'École Polytechnique de Paris dans la classe de 1811. Dans sa carrière de gérent scolaire il a travaillé comme coordinateur de l'enseignement polytechnique à l'École Royale de Marienberg en Suède, invité par le prince-régent de ce pays. Il a aussi travaillé comme administrateur du Conservatoire National des Arts et Métiers. Entre 1830 et 1844, il a excercé la fonction d'enseignant à l'École Polytechnique en tant que répétiteur de géométrie descriptive.

[109] [PONCELET 1864, p. 528].

[110] A propos de Dominique François Jean Arago (1786-1853). Ce scientifique fait partie de l'histoire politique française durant la première moitié du 19ème siècle, en outre d'avoir été un mathématicien, astronome et physicien célèbre parmi les autres scientifiques ses contemporains. Il a été élève à l'École Polytechnique dans la promotion X1803. Plus tard il a fait carrière dans la même école en tant que professeur de géométrie descriptive (succédant à Monge) entre 1810 et 1816, professeur de géodésies,

demande qu'il lui envoie, pour publier dans les *Annales*, une analyse (une espèce de version résumée) du *Mémoire* en question.[111]

Rédaction d'une analyse du "Mémoire" et ses annexes.

Le 19 décembre 1826, en répondant à la demande de Gergonne, Poncelet rédige, et envoie è l'éditeur des *Annales*, l'analyse du *Mémoire*. Poncelet rédige également deux textes annexes à l'analyse. La première annexe est un *Préambule*, où il introduit le texte et la seconde est un *Post-Scriptum* contenant quelques commentaires sur des articles de Plücker publiés en août et septembre 1826.

Le fascicule de janvier 1827 des *Annales* était déjà imprimé, et celui de février était déjà transmis pour impression, quand la lettre de Poncelet arrive à Gergonne (le 26 décembre 1826).[112] De là, l'analyse de Poncelet est publiée seulement en mars, sous la rubrique *Philosophie mathématique*, et sous le titre d'*Analyse d'un mémoire présenté à l'Académie Royal des Sciences (extrait d'une lettre de l'Auteur au Redacteur)*. Dans la publication, cependant, l'éditeur omet les deux annexes et publie exclusivement l'analyse. Gergonne n'informe pas non plus que le mémoire qui sert de base pour ce texte avait été écrit plus ou moins entre 1823 et 1824. Cette omission d'information n'est pas un simple détail dans l'histoire de cette polémique, mais un point de plus pour provoquer plusieurs mal-entendus.

Quelques erreurs mathématiques dans les recheches de Gergonne.

Il est bon de rapeler que c'est dans les fascicules de janvier et février 1827 des *Annales* qu'apparaît le second des textes de Gergonne que j'ai appelés *textes fondateurs* de la géométrie de situation.[113] Même si j'ai déjà parlé des aspects généraux de ces textes auparavant, maintenant il convient de parler brièvement de quelques uns des aspects de la mathématique qui y est contenue.

Pour commencer, nous devons observer que Gergonne reprend le vocabulaire de Poncelet dans l'ouverture de l'article, quand il décrit la réciprocité polaire intermédiée par une conique. Ceci indique qu'au moment de la rédaction de ce texte (fin 1826), il y avait encore de la courtoisie, et même une possibilité de partenariat entre eux.

Cependant la réciprocité polaire est mentionnée, mais pas soigneusement observée. C'est que, quand Gergonne insiste sur l'utilisation de la dualité en tant que principe, il commet quelques erreurs mathématiques.[114] Deux de ces erreurs sont : **a)** l'affirmation

machines, topographie et arythmétique social entre 1816 et 1831 et commandant (directeur général) dans la gestion de 1830. Durant la Monarchie de Juillet, entre 1830 et 1848, il a fait carrière dans la politique. Il est devenu connu en étant un des premiers directeurs de l'Observatoire de Paris entre 1843 et 1853. Pour plus d'informations sur Arago, consultez, par exemple, [DHOMBRES 1987 a] et [DHOMBRES 1987 b], particulièrement à la page 144.

[111] [PONCELET 1864, p. 529].

[112] Information donnée par Gergonne dans une note de bas de page à la page 132 de [PONCELET 1827 c].

[113] [GERGONNE 1827 a].

[114] Quelques unes de ces erreurs apparaissent, par exemple, dans les pages 216, 218, 232, 234 de

que la dual d'une courbe d'ordre m a le même ordre m, **b)** l'affirmation que le nombre de tangentes communes aux deux courbes est, en général, le produit de leurs degrés.

Mais, Poncelet avait déjà prouvé, et c'était plus ou moins amplement connu, que la réciproque d'une courbe de degré m a pour degré $m(m-1)$. Il avait déjà montré aussi que si les courbes ont des degrés m et n, le numéro de tangentes communes aux deux est $mn(m-1)(n-1)$.[115]

Les affirmations que Gergonne fait si catégoriquement sont vraies uniquement pour les courbes de degré $m = 2$ (coniques), qui étaient, de loin, le cas connu le plus en détail et étudié par tous les géomètres jusqu'alors (incluant Gergonne lui-même, en outre de Poncelet, Plücker, Bobillier, etc). Dans le cas des coniques, nous savions déjà que "la réciproque de la réciproque" d'une configuraison initiale est cette même configuraison initiale, pourtant pour les courbes de degré $m > 3$ cette propriété échouait et personne ne savait encore vraiment comment ou pourquoi. Ces erreurs pointent vers un plus grand problème : l'incompatibilité de degrés qui empêche que la "dual de la dual" d'une configuraison en arrive à être cette même configuraison. Ce problme s'est fait connaitre comme le *paradoxe de la dualité*.[116]

L'analyse de Poncelet, publieé en mars 1827.

En revenant au texte de l'analyse de Poncelet, publié en mars 1827, ici l'auteur commente amicalement les *Considérations philosophiques* de Gergonne (janvier 1826).[117] L'historien Philippe Nabonnand observe que le caractère automatique de la dualité est affirmé par Poncelet aussi clairement dans cette analyse que dans ses textes précédents. Et que ceci peut être un indicatif que l'importance de cet aspect est apparu plus clairement pour Poncelet exactement après la lecture des *Considérations philosophiques* de Gergonne.[118]

> Le but principal que je me propose, dans ce mémoire, c'est d'examiner quelle espèce de modification éprouvent une figure donnée et les relations qui lui appartiennent, lorsque l'on passe à celle qui en est la polaire réciproque, et *vice versa*, et de réduire, en quelque sorte, à un pur mécanisme, à une simple substituition de noms et de lettres, écrites à la place les unes des autres, la traduction de toutes les affections, de toutes les propriétés tant soit peu générales qui appartiennent à une figure donnée et à sa réciproque ; enfin de montrer comment on peut, au simple énoncé d'une proposition (...), obtenir sur-le-champ et sans recourir à aucun calcul ou raisonnement, une, deux ou trois autres propositions, tout-à-fait distinctes de la première et néanmoins tout aussi générales.[119]

[GERGONNE 1827 a].

[115] Les deux résultats peuvent être consultés, par exemple, dans les pages 215 et 217 de [PONCELET 1818], qui a été étudié dans la section 3.1.3 de cette thèse.

[116] Nous reparlerons plus tard, dans section 3.3.5, du *paradoxe de la dualité* et de comment Plücker a résolu ce problème.

[117] [GERGONNE 1826 a].

[118] [NABONNAND 2006, p. 67].

[119] [PONCELET 1827 a, p. 266].

Même en reconnaissant qu'il y quelque proximité entre son point de vue et celui de Gergonne, Poncelet marque bien la différence entre les deux. Le ton de Poncelet est amène, car la phase la plus agressive de la polémique n'avait pas encore été déclenchée, malgré cela, il est catégorique en interprétant les considérations de Gergonne sur la dualité comme "une géométrie développée de manière très philosophique".[120] Ou soit, pour Poncelet, la dualité de Gergonne est une question de fondement. D'un autre côté, pour Poncelet il n'est pas du tout nécessaire d'établir la dualtié (ou aucune autre théorie) comme fondement des investigations géométriques qu'il avait déjà entreprises, une fois que l'application de sa théorie de la réciprocité polaire est suffisante pour obtenir et justifier les résultats.

Poncelet fait un court résumé du mémoire lu à l'Académie, qui est encore inconnu du grand publique. Il informe aussi que le mémoire inclut les aspects métriques que sa réciprocité polaire permet d'inférer. Nous rappelons que les aspects métriques qu'il obtient sont le résultat de la *reciprocisation* de quelques théorèmes de la *Théorie des transversales* de Carnot. Nous allons voir plus loin que, même s'il est court et résumé, ce texte à causé un impact tant sur Bobillier que sur Chasles, car les deux géomètres disent explicitement que c'est la lecture de cette analyse qui les a inspirés à publier quelques une de leurs recherches.[121]

Il est intéressant d'observer que tant Poncelet que Gergonne font une opposition entre des aspects métriques de la géométrie et quelques *autres choses*. Poncelet appelle cette autre chose *propriétés projectives des figures* et Gergonne l'appelle *géométrie de situation*. Notons encore que la réciprocité de Poncelet est applicable non seulement à la "géométrie de la règle" (qui est ce qu'il croyait être le domaine de la "géométrie de situation"), mais aussi la "théorie des transversales", ou soit, la réciprocité de Poncelet atteint les deux aspects opposés de la géométrie.[122]

Les annexes omis ("Préambule" et "Post Scriptum").

Comme cela a déjà été dit, initialement Gergonne n'a pas publié dans les *Annales* tout le texte que Poncelet avait envoyé. Avec l'article il y avait deux annexes (un *Préambule* et un *Post-Scriptum*), omis en mars 1827. Ces annexes contiennent plusieurs réclamations qui ne sont pas destinées directement à Gergonne, mais qui d'une certaine façon l'atteignaient.

Dans une des réclamations, Poncelet se plaint du résumé critique de les *Considérations philosophiques* de Gergonne, qui est apparu dans le *Bulletin de Ferussac* en février 1826.[123] De façon générale, les résumés critiques du *Bulletin* sont très enthousiasmés par les textes publiés dans les *Annales*. Dans ledit résumé critique, l'éditeur du *Bulletin de Ferussac* parle avec excitation de cette géométrie de situation de Gergonne, mais ne mentionne aucune fois les recherches de Poncelet. De là, dans l'annexe Préambule, Poncelet dit clairement qu'il pense que sa théorie est bien plus ample que

[120] [PONCELET 1827 a, p. 265].
[121] Les mentions sont dans [BOBILLIER 21, p. 187, 192, 202] et [CHASLES 1828 a, p. 270]. Ce point est repris dans la section 3.4.4 de ce chapitre de la thèse.
[122] [PONCELET 1827 a, p. 272].
[123] [BULLETIN de FERUSSAC 1826 a].

celle de Gergonne, car la réciprocité polaire atteint les aspects métriques et projectifs de la géométrie.[124] Il est sous-entendu dans ce discours que la dualité de Gergonne ne mérite peut être pas autant d'enthousiasme puisqu'elle atteint seulement la géométrie de situation.

Quant à l'annexe *Post-Scriptum*, Poncelet se plaint de deux textes de Plücker qui sont apparus publiés quelques mois auparavant dans les *Annales*.[125] Dans sa plainte, Poncelet consigne que l'auteur ne lui mentionne pas correctement dans les articles et revendique la priorité de quelques théorèmes qui y apparaissent. Toujours dans le même annexe, Poncelet se plaint du fait que Plücker ait imité Gergonne en "mettant en deux colonnes les propositions de la géométrie de la règle", quelque chose qu'il trouve ennuyeux et "peu motivant" pour le lecteur.[126]

Enfin, Poncelet informe qu'il aurait encore "plusieurs autres réclamations" pour adrésser à l'éditeur Gergonne, même si il pense qu'ici ne soit pas le moment adéquat de le faire.[127] Malgré tant de réclamations, le ton de Poncelet est respectueux envers Gergonne, car il n'est pas irrité.

Deux textes de Julius Plücker en 1826.

Mainenant il est nécessaire de mentionner brièvement quelques éléments dans les articles de Julius Plücker dont Poncelet s'est plaint. En effet, dans le premier, il y a des colonnes doubles tout le temps et Poncelet est mentionné nominalement deux fois. Et dans le second, le nom "Poncelet" est mentioné au passage et le *Traité des propriétés projectives des figures* est également mentionné indirectement.

C'est seulement bien plus tard (deux ans après la publication des textes et plus ou moins un an et demi après les réclamations de Poncelet), dans une lettre de Plücker envoyée au *Bulletin de Ferussac*, qu'il sera mis au clair que Gergonne est intervenu, peut être excessivement, dans les textes de Pücker.[128] L'intervention de l'éditeur dans les textes du géomètre allemand illustre l'obsession de Gergonne pour la rédaction des textes en colonnes doubles, et illustre encore mieux le caractère interventionniste de l'éditeur dans les articles publiés dans son journal. Ceux-ci sont les premiers travaux du jeune Plücker, professeur à l'Université de Bonn, a apparaître dans les *Annales*. Ils ont été envoyés à l'éditeur d'une manière et publiés, effectivement, d'une autre. Le changement le plus radical et apparent a été que Gergonne a réécrit complètement le texte de Plücker – le décomposant et le recomposant – justement pour qu'il rentre dans la mise en page des colonnes doubles. Quelques un des changements les plus subtils ont du être insérés, comme par exemple un résultat ou un autre, pour que les théorèmes apparaissent en paires. Lors de l'évocation des résultats qui *complètent* le texte de Plücker, ont été également insérées des références à Poncelet et son *Traité*. Dans la même lettre envoyée au *Bulletin*, Plücker se plaint de n'avoir même pas reconnu que le texte était le sien, quand la publication a vu le jour, en outre d'affirmer

[124] [PONCELET 1827 c, p. 143].
[125] Ces sont les articles [PLÜCKER 1826 a] et [PLÜCKER 1826 b].
[126] [PONCELET 1827 c, p. 148].
[127] [PONCELET 1827 c, p. 149].
[128] [PLUCKER 1828 d].

qu'il ne connaissait ni Poncelet ni son *Traité*, quand il a rédigé le texte en 1826.[129]

Une réplique ironique de Gergonne à Poncelet.

Dans le même fascicule dans lequel est sortie l'analyse du *Mémoire* de Poncelet (mars 1827), est venue en séquence une réplique de Gergonne. L'éditeur des *Annales* répond non seulement au texte principal (publié), mais aussi aux annexes omises. Il est étrange de lire une réponse publique à des textes qui sont restés réservés à une lecture particulière de l'éditeur. Le ton général du texte est ironique, comme nous pouvons le noter dès l'ouverture de la réplique.

> Les esprits superficiels, ceux qui n'étudient les sciences que comme on apprend un métier, et qui n'en comptent pour rien la philisophie, pourront ne voir dans le beau travail de M. Poncelet, que quelques théorèmes nouveaux ajoutés à ceux dont nous sommes déjà en possession, et une manière nouvelle de démontrer des théorèmes déjà connus.[130]

Nous observons que Gergonne valorise la méthode utilisée par Poncelet, plus que les résultats obtenus. Gergonne ajoute encore deux autres exemples dans lesquels la méthode a plus de valeur que les résultats (qui n'ont pas besoin d'être originaux) : l'un est le premier des textes de Plücker dont Poncelet se plaint, l'autre est le second de ses deux *textes fondateurs*.[131] Dans les deux exemples cités par Gergonne, l'utilisation de la théorie des polaires réciproques permet à l'auteur "d'économiser la moitié des démonstrations".[132] Et que pour les trois textes commentés, les questions de priorité ne doivent pas être essentielles, puisque dans ces derniers "le fond est de peu d'importance, et la forme est à peu près tout."[133]

Gergonne affirme que Poncelet fait partie d'un groupe qui est en train de révolutionner la géométrie après deux mille ans de mêmeté.[134] Mais comme dans toute révolution, les individus qui l'exécutent ont leurs adversaires. En ce point, Gergonne simule ce que les adversaires diraient pour attaquer Poncelet. Que on entend déjà aux alentours un "bourdonnement" comme qui les recherches de Poncelet ne sont plus à la mode. Que Poncelet lui même est coupable de ne pas bien les divulger. Que si le point central de ses recherches est la "dualité", alors ceci à echappé au grand publique. Et que si ceci est arrivé, c'est parce que ces résultats se "perdent" dans le volumineux traité. Plus encore, que ses résultats se "perdent" même dans le préface du *Traité*, long en lui méme, de trente pages. Et qu'un *Traité* aussi volumineux serait mieux assimilé s'il était divisé en plusieurs mémoires séparés.[135] Peut être qu'en lisant ce texte, Poncelet s'est aperçu que dans cette séquence d'attaques *simulées*, quelques un peuvent ne pas être inventées, et qu'elles correspondent peut être vraiment aux opinions de l'éditeur des *Annales*.

[129] Nous reparlerons de cette lettre plus loin dans la section 3.3.3.
[130] [GERGONNE 1827 b, pp. 272-273].
[131] [PLUCKER 1826 a] et [GERGONNE 1827 a].
[132] [GERGONNE 1827 b, p. 273].
[133] [GERGONNE 1827 b, pp. 273-274].
[134] [GERGONNE 1827 b, p. 273].
[135] [GERGONNE 1827 b, pp. 274-275].

Pour sa part, Gergonne dit que "loin de vouloir interrompre la révolution en cours", il y contribue également. Premièrement, il reconnait que son principe de dualité est réellement moins englobant que la théorie des polaires réciproques de Poncelet, mais que c'est exactement cette dualité qui va servir pour propager et populariser les doctrines de la réciprocité polaire.[136] Et enfin, sa contribution pour la "révolution de la géométrie" consiste à tenter d'établir un langage qui évite les periphrases et qui puisse exprimer plus clairement les résultats de la géométrie, "mais cette langue, nous en convenons, sera difficile à bien faire, et il sera peut-être plus difficile encore, lorsqu'elle sera faite, de lui obtenir un accueil favorable de la part des géomètres."[137]

3.3.2 Quand la dispute devient très agressive (1827 à 1828).

Après la réponse ironique de Gergonne, qui a certainement incomodé Poncelet, il se passe quelque chose qui va l'irriter davantage. Dans le *Bulletin de Ferussac* apparaît un résumé critique qui, parce qu'il ne connait pas la date de lecture du *Mémoire* de Poncelet à l'Académie, finit par affirmer que les travaux de Poncelet sont des continuations des recherches que Gergonne a commencées dans ses *Considérations philosophiques*.

> [Dans] notre *Bulletin* de février 1826, nous avons rendu compte d'un mémoire de M. Gergonne, ayant pour but de prouver que tous les théorèmes de la géométrie qui ne sont relatifs qu'à la *situation* respective des parties d'une figure et non à leur grandeur, doivent nécessairement être doubles. (...) Dans un mémoire présenté récemment à l'Académie royale des Sciences, M. Poncelet a repris ce sujet avec de plus amples développemens.[138]

La réaction Poncelet est cinglante. Dans le développement de la polémique, Poncelet va envoyer trois lettres au *Bulletin de Ferussac*.

La première lettre de Poncelet au *Bulletin de Ferussac*.

La première lettre de Poncelet est publiée en août 1827. Dans un premier temps, Poncelet répond ou éclaircit ponctuellement chaque élément qu'il juge important d'affirmer ou de corriger. Il commence en prenant soin de rétablir la date de la lecture du *Mémoire* à l'Académie, qui a été omise dans la publication de l'analyse. Par conséquent, il évoque les témoins du jury composé par Legendre, Poinsot et Cauchy.[139] Ensuite il y a la plainte principale, où il revendique la propriété de la *dualité* ou, plutôt, la *réciprocité*. Il réaffirme la différence radicale entre sa théorie et celle de Gergonne, vu que la sienne permet de faire "non seulement la réciprocité des relations descriptives ou de situation entre les figures, mais aussi des relations métriques

[136] [GERGONNE 1827 b, p. 275].
[137] [GERGONNE 1827 b, pp. 276].
[138] [BULLETIN de FERUSSAC 1827 b, pp. 274-275].
[139] [PONCELET 1827 b, p. 110].

de distances, des angles et des lignes trigonométriques."[140] Les autres réclamations de Poncelet sont par rapport à l'ironie de la réplique de Gergonne et par rapport à l'omission des annexes à l'analyse. Poncelet se montre entre indigné et perlexe que Gergonne qui a répondu en public aux réclamations qu'il a consignées dans les annexes, sans que les lecteurs en général aient eu accès à ces annexes.[141] Même si il était ennuyé par la réplique ironique de Gergonne, Poncelet serait resté calme si il n'y avait pas eu l'affirmation qui est apparue dans le résumé critique du *Bulletin de Ferussac.*[142]

Dans la continuation de la lettre, Poncelet tente de défendre son *Traité des propriétés projectives des figures.* Par rapport à l'accusation selon laquelle le préface est long et ne met pas en évidence la réciprocité polaire, il répond que ce n'était pas l'intention du préface. Selon Poncelet, le préface a été écrit pour donner une idée "de l'esprit général de l'oeuvre, et non de son contenu."[143] En effet, la lecture du dit préface montre que Poncelet se préoccupe plus de décrire l'*état de l'art* de la géométrie moderne jusqu'au début des années 1820. Le préface, alors, paraît avoir l'intention d'esquisser les succès atteints par d'autres géomètres jusqu'alors, et pas nécessairement d'anoncer ce qu'il va faire au long du livre et après.

Enfin, Poncelet laisse son meilleur argument pour la fermeture de la lettre. C'est à ce moment là qu'il sort de la défensive et part à l'attaque, en pointant les erreurs mathématiques que Gergonne a commises dans son texte de janvier 1827.[144]

> Le savant rédacteur des *Annales de mathématiques*, qui ne paraît pas avoir été frappé, comme nous, de l'existence de la dualité des [relations métriques], et qui n'a eu jusqu'à prsent en vue que les propriétés de situation les plus simples, a donc tout-à-fait méconnu le but véritable de nos recherches ; peut-être même s'en est-il exagéré, à ses propres yeux, l'importance, quand il a prétendu soumettre indistinctement au principe de dualité toutes les propriétés descriptives des figures.[145]

Il est intéressant que Poncelet pointe l'erreur mathématique de Gergonne, mais pointe plus que cela : le motif *philosophique* de l'erreur. Gergonne a fait une erreur parce qu'il était trop optimiste et trop négligent dans l'application de son *principe de dualité.* Après ce discours, Poncelet corrige les erreurs pointées. Il rappelle que la propriété que la réciproque de la réciproque d'une configuration redevient la même configuration, est seulement valide pour les lignes de degré deux. Il avertit que pour les degrés supérieurs, cette propriété échoue, mais rappelle ce qui peut être fait pour les courbes de degrés supérieurs, et qu'il avait déjà montré dans le texte publié dans les *Annales de Gergonne* en 1818.[146]

[140] [PONCELET 1827 b, p. 110].
[141] [PONCELET 1827 b, p. 113].
[142] [PONCELET 1827 b, pp. 113-114].
[143] [PONCELET 1827 b, p. 114-115]
[144] [GERGONNE 1827 a].
[145] [PONCELET 1827 b, p. 117].
[146] C'est le texte [PONCELET 1818], commenté dans la section 3.1.3.

La lente évolution de la nouvelle rubrique : géométrie de situation.

Après le second *texte fondateur* de Gergonne, dans les fascicules de janvier et février 1827, la rubrique créée récemment, "géométrie de situation", reste *cachée* pour quelques mois dans les *Annales*. Après Gergonne, il n'y a plus aucun article dans les premiers mois de l'année publié sous la nouvelle rubrique principale.

A la fin du volume XVII de son périodique (en juin 1827), Gergonne consigne une note de bas de page dans le table des matières. Ceci est un rare registre d'une note de bas de page éditoriale *en dehors* des textes et des articles, ce qui fait d'elle quelque chose de réellement singulier. En classifiant quelques textes sous la nouvelle rubrique, l'éditeur sent la nécessité, une fois de plus, de définir la géométrie de situation. Et à nouveau la définition dit plutôt ce que la géométrie de situation *n'est pas*, en effet, ce qu'elle est. Ici, la *non-définition* de la géométrie de situation n'est pas seulement par *opposition* à une géométrie métrique, mais aussi par *dépassement* d'une géométrie non-métrique de l'époque, la nommée "géométrie de la règle".

> On comprend ici, sous le titre de *Géométrie de situation*, toute cette partie de la géométrie qui ne dépend ni des rapports d'angles ni des rapports de longueur et dont la *géométrie de la régle* n'est qu'une faible partie.[147]

Le volume XVIII du périodique commence (en juin 1827), les trois premiers fascicules passent, et il n'y a toujours aucun article publié sous cette rubrique principale. Les *non-définitions* que l'éditeur a tenté d'esquisser, cela est peut être un indice du fait que lui-même ne savait pas encore ce qu'était cette géométrie, et par conséquent il hésitait à classifier les textes qui lui parvenaient pour publication. Ce sera seulement en octobre 1827 que va apparaître le premier texte d'un auteur sous la nouvelle rubrique. L'article s'intitule *Démonstration de quelques théorèmes sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres*, et est signé par Étienne Bobillier.[148] La curiosité du premier texte d'auteur sous la nouvelle rubrique est que, malgré l'estime de Gergonne pour les colonnes doubles dans *sa* géométrie de situation, il n'y a aucun résultat énoncé sous cette forme dans l'article de Bobillier.

La dispute dépasse la frontière de l'élégance.

En novembre 1827, les provocations de Gergonne à Poncelet dépassent définitivement la frontière de l'élégance. L'éditeur publie dans le fascicule de ce mois, un paquet de textes de son rival : republication intégrale de la lettre de protestation qui était déjà apparue dans le *Bulletin de Ferussac* et les deux annexes à l'analyse du *Mémoire* qu'il avait omis l'autre fois. Mais ce n'est pas une publication sans intervention, bien au contraire. Gergonne insère au long de tout le texte une quantité énorme de notes de bas de pages, pratiquement de phrase en phrase du texte principal. Sans cesse, il se défend, mais attaque également, en utilisant des ironies, des grossièrtés, des moqueries, des provocations, des versets, etc.

[147] [GERGONNE 1827 c].

[148] L'article en question est [BOBILLIER 11], étudié en détail plus loin dans la section 3.4.2 de cette thèse.

À part tous les discours inélégants de Gergonne, il y a peu d'informations pertinentes dans les notes de bas de page. Dans l'une d'elles, l'éditeur va plus loin dans le passé, précisément en 1819, pour dire que ses idées sur la dualité ne sont pas récentes et ne sont pas plagiées des réflexions de Poncelet. Un texte mentionné par Gergonne, pour prouver son inspiration ancienne, est publié dans le volume XI des *Annales*, et contient des démonstrations de Gergonne pour quelques théorèmes qui lui ont été communiqus par Coriolis.[149] Les théorèmes qui y sont énoncés paraissent vraiment duaux entre eux, même si dans le texte il n'y a aucune mention du mot "dualité" et encore moins de la mise en page en colonnes doubles. Dans une autre note, Gergonne dit qu'il n'a pas publié les annexes de Poncelet parce qu'il les considérait comme sans importance à l'époque.[150] Quant à la date du *Mémoire* lu l'Académie, elle a simplement t omise par "distraction".[151]

Gergonne (ré)invente un vocabulaire pour la géométrie.

Toujours en novembre 1827, dans la séquence, Gergonne publie une réplique à ce paquet de textes de Poncelet. Cette réplique est intitulée *Rectification de quelques théorèmes énoncés dans les Annales.*[152] Maintenant le ton n'est plus ironique, car Gergonne s'applique à corriger les erreurs qu'il a commises dans son texte *Recherches sur quelques lois générales* de janvier/février 1827.

Dans ce petit texte, Gergonne introduit une nouveauté qui pour l'instant résoud plus ou moins bien les choses, à savoir, la (ré)invention d'un vocabulaire pour parler des concepts impliqués. Les mots *ordre* et *degré* étaient utilisés, jusqu'alors, indistinctement comme synonymes, signifiant la quantité de fois qu'une droite en position générale traverse une courbe. Pour les courbes coniques (c'est-à-dire, d'ordre deux), le nombre de fois qu'une droite en position générale la traverse est le même nombre de droites tangentes à la courbe qui peuvent être prises à partir d'un point en position générale. Cependant pour les courbes d'ordres plus hauts, les deux nombres décrits ci-dessus ne coincident pas toujours (pour être plus exact, ils sont même différents). Pour que on ne confonde plus un nombre avec l'autre, Gergonne élimine la synonymie existente entre *ordre* et *degré*, et plus radicalement élimine le mot *ordre* du vocabulaire (sauf quand les résultats se réfèrent exclusivement aux coniques). En outre il resignifie le mot *degré* de façon mathématiquement précise et introduit un nouveau mot, *classe*, également de façon mathématiquement précise. La perspicacité de l'éditeur est telle que les mots *degré* et *classe* eux mémes pourraient maintenant être incorporés dans un *dictionnaire des dualités*, comme mots correspondant l'un à l'autre. Voyons un peu plus en détail comment il à accompli ceci.

Selon Gergonne, la classification des courbes géométriques en *degrés* est une habitude que les géomètres ont prise depuis Descartes et l'avènement de la géométrie

[149] C'est la seconde note de bas de page à la page 127 de [PONCELET 1827 c].
[150] Dans le troisième paragraphe de la note de bas de page qui occupe la page 133 de [PONCELET 1827 c] presque entière.
[151] C'est la première note de bas de page à la page 135 de [PONCELET 1827 c].
[152] [GERGONNE 1827 e].

analytique.[153] La représentation des courbes utilisant des équations algébriques remonte à cette époque. Plus encore, la définition géométrique de degré comme le nombre de fois qu'une droite en position générale traverse une courbe est compatible avec la définition algébrique de degré comme le plus grand exposant entier du polynôme qui décrit la courbe.

Maintenant Gergonne fournit de nouvelles (tentatives de) descriptions/définitions pour la géométrie de situation, à fin de rejeter ou introduire des mots dans le nouveau contexte. Ainsi, il explique que "dans la *géométrie de situation* il n'y a [pas] ni axes ni coordonées ni equations (...) [et] tout ce qui n'est pas symétrique de soi-même doit inévitablement être double."[154] Comme il n'y a pas d'équations dans la géométrie de situation, le mot *degré* reste vide de sens, à moins qu'il soit resignifié. Et ensuite, en resignifiant ce mot, il est nécessaire d'en inventer un deuxième qui lui correponde en paire duale.

En ces termes, Gergonne propose les définitions suivantes pour sa géométrie :[155]

Définition I. Une courbe plane est dite du m^{ieme} degré, lorsqu'elle a avec une même droite m intersections réelles ou idéales.

Définition II. Une surface courbe est dite du m^{ieme} degré, lorsqu'elle a avec une même droite m intersections réelles ou idéales.

Définition I. Une courbe plane est dite de m^{ieme} classe, lorsqu'on peut lui mener d'un même point de son plan m tangentes réelles ou idéales.

Définition II. Une surface courbe est dite de m^{ieme} classe, lorsque par une meme droite on peut lui mener m plans tangens réels ou idéaux.

Après avoir écrit ces définitions, Gergonne informe que c'était cela qu'il voulait dire dans l'article de janvier 1827, mais qu'en utilisant le mot *ordre* à cet endroit, de manière complètement déplacée, il a été induit en erreur. Ensuite, l'éditeur "remercie sincèrement" Poncelet, qui à cause de ses doutes, "même s'ils sont exprimés de façon si vague", à fait qu'il en revienne à examiner son travail et découvre la nécessité de faire quelques rectifications.[156]

Nous observons que la solution de Gergonne privilégie bien plus une *dualité des énoncés* qu'une *réciprocit de figures*. Il paraît être plus intéressé à organiser symétriquement les propositions de sa géométrie plutôt qu'à obtenir de nouveaux théorèmes. Indirectement ceci renforce les arguments de Poncelet, c'est-à-dire que le principe de dualité paraît être quelque chose de plus philosophique que géométrique.

Gergonne lecteur de Bobillier & Bobillier lecteur de Gergonne.

C'est toujours dans ce même texte de Gergonne qui Bobillier entre *sans le vouloir* au millieu du *feu croisé* entre l'éditeur des *Annales* et Poncelet.

Pour illustrer son vocabulaire récemment inventé, Gergonne reprend quelques théorèmes de Bobillier prouvés en juillet et octobre 1827, et les énoncés en colonnes

[153] [GERGONNE 1827 e, p. 149].
[154] [GERGONNE 1827 e, p. 150].
[155] [GERGONNE 1827 e, p. 151].
[156] [GERGONNE 1827 e, p. 152].

duales, en substituant soigneusement le mot *ordre* d'autrefois par *classe* ou *degré*, conformément au cas.[157]

> Il faudra aussi faire subir les mêmes modifications aux théorèmes démontrés par M. Bobillier, pag 25 et 89 du présent volume. Mais, comme les derniers ne sont point disposés en colonnes, nous allons, par forme d'exemple et pour plus grande intelligence de la chose, les reproduire ici, tels qu'ils doivent être énoncés, suivant le langage que nous venons d'admettre.[158]

A partir de l, Gergonne réorganise dix résultats énoncés dans les textes de Bobillier, en deux paires de théorèmes duaux placés en colonnes doubles.[159]

Gergonne a lu Bobillier. En effet, je ne crois pas qu'il y ait eu quelques prédilections spéciales de l'éditeur polémiste pour les recherches de Bobillier (ou du moins pas à ce moment), quand il choisit d'utiliser quelques théorèmes de Bobillier comme exemples. Je pense que ceci est arrivé simplement par le fait que les deux textes soient publiés en fascicules consécutifs des *Annales*. Tandis que Gergonne imprime l'édition d'octobre, contenant l'article de Bobillier, il devait déjà être en train d'élaborer sa réponse à Poncelet, qui est sortie dans l'édition de novembre. Cependant, il est incontestable que Gergonne a été un lecteur attentif du texte de Bobillier, car il a su profiter des résultats qui s'y trouvent avec beaucoup de succès en faveur de sa cause.

Bobillier a lu Gergonne. Il a non seulement lu, mais a accépté les suggestions de nomenclature faites par l'éditeur dans le texte de novembre. Ceci est apparu consigné dans la première phrase d'un article que Bobillier a publié le mois suivant, en décembre 1827 :[160] "Dans tout ce qui va suivre, j'emploîrai les mots *degré* et *classe* comme les a entendus M. Gergonne."[161] Après ceci, suit une transcription presque mot pour mot des définitions qui se trouvent dans le texte de Gergonne.

Les interventions de Saigey et de Augoyat dans le *Bulletin de Ferussac*.

Tandis que la plupart de ces textes défilaient sur la *scène principale* (qui était les *Annales*), les rédacteurs de la section de mathématique du *Bulletin de Ferussac* commentaient tout dans leurs résumés critiques. De façon générale, les résumés critiques dans le *Bulletin de Ferussac* sont toujours très sympathiques envers les *Annales* et favorables aux positions de Gergonne dans sa querelle contre Poncelet.

Pour illustrer ce favoritisme, observons deux passages publiés en janvier 1828, dans un résumé critique du fascicule de novembre 1827 des *Annales*. Dans le premier

[157] Les exemples de Gergonne ont été extraits de [BOBILLIER 09], qui est étudié dans la section 4.2.3 et de [BOBILLIER 11] qui est étudié dans la section 3.4.2.

[158] [GERGONNE 1827 e, p. 152].

[159] Toujours dans ce chapitre, dans la section 3.4.2 la réorganisation de Gergonne pour les résultats de Bobillier sera présentée et commentée plus en détail.

[160] L'article en question est [BOBILLIER 14] et c'est le deuxième des six de Bobillier sous la rubrique principale "géométrie de situation". Ce texte est étudié plus loin, dans la section 3.4.2 de cette thèse.

[161] [BOBILLIER 14, p. 157].

passage Poncelet est montré comme "celui qui se plaint" en opposition à un Gergonne qui est un propagateur "zélé et constant" même des théories de ses rivaux.

> La majeure partie de cette livraison est occupée par la réclamation de M. Poncelet, insérée dans notre cahier d'août 1827, et que M. Gergonne a cru devoir reproduire dans son recueil (...) Mais, en la reproduisant, M. Gergonne a cru devoir l'accompagner de notes, tendant à montrer combien sont peu fondées les plaintes de M. Poncelet qui, depuis plus de 10 ans, a constamment trouvé dans le rédacteur des *Annales de mathématiques* un zélé propagateur de ses doctrines.[162]

Dans un deuxième passage du même résumé critique, en commentant les "petites inexactitudes" de Gergonne, le rédacteur du *Bulletin* attribue ceci au fait que les recherches soient nouvelles et avec un langage encore imparfait.

> Il avait signalé lui-même comme pouvant fort bien être entanché de quelques inexactitudes, à raison de la nouveauté des recherches, de celle des procédés d'investigations et de l'imperfection du langage.[163]

A la fin de ce résumé critique il y a une note de bas de page intéressante :[164] Dans une lettre de Gergonne au rédacteur du *Bulletin*, il demande de prévenir qu'il n'est pas l'éditeur de ce périodique, du *Bulletin de Ferussac*, il est seulement un lecteur, et qui n'a aucune responsabilité de ce qui y est publié. Cette note peut avoir éveillé en Poncelet un soupçon que derrière le rédacteur des résumés critiques du *Bulletin de Ferussac* se cache "l'inévitable" Gergonne sous le pseudonyme de "Saigey".

Quarante ans plus tard, Poncelet commente ces épisodes et réaffirme ses soupçons plusieurs fois. Voici l'un d'eux :

> Cependant, malgré la cruelle maladie que le chagrin d'un déni de justice aussi déloyal m'avait occasionnée, ja ne perdis pas entièrement courage, et, dès 1827, je m'emprressai d'adresser de très-vives protestations, soit au rédacteur même des *Annales*, soit au *Bulletin des Sciences mathématiques* qui avait précisement pour rédacteur de la partie géométrique l'inevitable M. Gergonne.[165]

Et encore un, cette fois en reproduisant une de ses lettres de 1827/1828 dans le tome II du *Traité des propriétés projectives des figures*, de 1866 :"[Lettre] extrait du *Bulletin*, publié, sous patronage du Baron de Ferussac, par M. Gergonne, sous le pseudonyme de M. Saigey."[166]

Si ceci était vrai, alors cela rendrait encore plus graves toutes les affirmations enthousiasmées et favorables à Gergonne qui apparaissent dans les résumés critiques du *Bulletin*. Et pourtant, sur ce point Poncelet s'est trompé : Saigey est réellement le nom d'un des rédacteurs du *Bulletin de Ferussac*. Voici quelques brèves informations biographiques sur Saigey, suffisantes pour savoir que Poncelet s'est trompé, et

[162] [BULLETIN de FERUSSAC 1828 b, p. 23].
[163] [BULLETIN de FERUSSAC 1828 b, p. 24].
[164] [BULLETIN de FERUSSAC 1828 b, p. 26].
[165] [PONCELET 1864, p. 529].
[166] [PONCELET 1866, p. 363].

que "Saigey" n'est pas un pseudonyme de "l'inévitable Gergonne". Jacques Frédéric Saigey est né à Montbéliard (dans le Doubs) le 17 janvier 1797 et est décédé à Paris le 22 mai 1871. Il a été élève à l'École Normale Supérieure dans la classe de 1819. Au *Bulletin de Ferussac* il a travaillé comme rédacteur principal de la Section I (Mathématique, Physique et Chimie) des volumes 5 à 10 et du volume 14 (c'est-à-dire, de 1824 au début de 1829, et après à la fin de 1830). Après cela, il a travaillé à la rédaction d'autres périodiques. Plus tard, et jusqu'à la fin de sa vie, il a été l'associé du libraire et éditeur Louis Hachette dans un magasin commercial de matériel scolaire (ne pas confondre Louis Hachete avec le géomètre Jean Nicolas Pierre Hachette, co-auteur de Monge).[167]

Poncelet, à son tour, avait aussi ses alliés dans les rangs du *Bulletin de Ferussac*. Dans ses livres écrits dans les années 1860, le vieux Poncelet révèle qu'il croit que ses textes de réclamation et ses lettres les plus agressives ont été publiés tardivement (ou parfois sans date) par morosité volontaire des éditeurs. Et que les publications – tant dans les *Annales* que dans le *Bulletin* – ont eu lieu seulement parce qu'un colonnel ingénieur, "excellent et honoré ami" de Poncelet a fait pression sur Gergonne (et Saigey).[168] Ce colonel, "modeste et érudit", se nomme Augoyat. En effet, en juin 1827, le colonnel Augoyat signe la note ci-dessous, insérée à la fin du cahier. Par la façon dont il écrit, il paraît qu'Augoyat est aussi un des rédacteurs du *Bulletin*.[169]

> On rappelle dans cet article que l'on a rendu compte en 1826 d'un mémoire de M. Gergonne, ayant pour but de prouver que tous les théorèmes de la géométrie qui ne sont relatifs qu'à la situation respective des parties d'une figure, et non à leur grandeur, doivent nécessairement être doubles, etc. On ajoute que dans un mémoire présenté récemment à l'Académie royale des sciences, M. Poncelet a repris ce sujet avec plus amples développemens. Cependant le mémoire de M. Gergonne n'a paru qu'en janvier 1826 dans les *Annales de mathématiques*, publiées par ce savant ; celui de M. Poncelet a été présenté à l'Académie en 1824. L'auteur lut, alors, à cette Société (le 12 avril), une notice étendu sur les résultats auxquels il était parvenu.[170]

3.3.3 Les dernières lettres de la polémique publique (1828).

Les derniers textes de la polémique sont des lettres, toutes publiées dans le *Bulletin de Ferussac* : la deuxième et troisième de Poncelet, et une de Plücker.

La deuxième lettre de Poncelet au *Bulletin de Ferussac*.

Poncelet rédige une deuxième lettre envoyée de Metz le 22 janvier 1828, adressée au *Bulletin de Ferussac*.[171] Cette lettre sera publiée seulement en mai 1828.

[167] Pour plus d'informations sur Saigey, consultez [BRU et MARTIN 2005, pp. 14, 39-41].
[168] [PONCELET 1864, p. 529].
[169] Je n'ai pas pu déterminer plus d'informations sur le colonnel Augoyat.
[170] [BULLETIN de FERUSSAC 1827 d, p. 383].
[171] [PONCELET 1828 a].

Dans l'espoir d'en finir une fois pour toute avec cette polémique, qui pourrait devenir interminable, Poncelet prétend donner à chaque géomètre moderne son crédit dans l'élaboration de la théorie de la réciprocité.[172] Ainsi, il esquisse dans cette lettre un historique résumé de la théorie des pôles et polaires durant les premiers vingt ans du 19ème siècle, en mentionnant rapidement les textes et les résultats de Monge, Livet, Brianchon et de lui-même.[173]

Il mentionne également des textes de Gergonne, tous datés d'entre 1818 et 1826. Cependant, les textes de Gergonne que Poncelet mentionne sont pour montrer que dans aucun d'eux apparaît le mot *dualité*. Et pour provoquer l'éditeur en disant que si il était tellement sûr du principe de dualité depuis la fin de la décennie 1810, il n'aurait pas attendu jusqu'en 1826 pour le divulger.[174] Poncelet encore une fois se récuse à accepter le principe de dualité comme un fondement de la géométrie – du moins de *sa* géométrie. Il se récuse également à "subordonner" sa théorie de la réciprocité polaire au principe de dualité de Gergonne. Au contraire, il réaffirme que sa théorie de la réciprocité est la vraie source d'inspiration (d'imitation ?) pour la "théorie vide de sens" inventée par l'éditeur.[175] Dans ses arguments, Poncelet affirme que "cette *dualité* n'est que la *reciprocité* telle que nous l'avons entendu dans nos propres recherches, déguisée sous un nom un peu plus séduisant peut-être."[176] Et que la tentative d'inventer une doctrine nouvelle, qui soit indépendante de la théorie de la réciprocité polaire, n'a pas vraiment réussi.[177]

Enfin, une fois de plus Poncelet insiste à pointer les erreurs que Gergonne a commises dans le texte de janvier de l'année précédente,[178] aussi bien qu'il insiste à corriger ces erreurs, en mentionnant les résultats corrects dans ses textes.[179] Cette fois ci, le petit ajout sur ce sujet, est que Poncelet dit a propos de son *Mémoire* de 1824 : "En traitant des mêmes matières, dans mon mémoire de 1824, je n'ai pas reculé devant la difficulté de conserver aux classifications des courbes et surfaces leur définition légitime et universellement admise."[180] Il est clair que Poncelet était en train de faire référence à la classification "légitime et universellement admise" des courbes en *degrés*. Ceci indique qu'il doit avoir considéré insatisfaisante la solution proposée par Gergonne, qui a été la (ré)invention d'un vocabulaire de classification des courbes et surfaces, qui serait adapté à sa théorie de dualité.

Bobillier, disciple de Gergonne ou ami de Poncelet ?

D'une certaine façon, nous pouvons considérer les deux *textes fondateurs* signés par Gergonne (en janvier 1826 et en janvier 1827), comme étant également une invitation aux chercheurs de s'engager dans l'élaboration de la nouvelle géométrie. En

[172] [PONCELET 1828 a, p. 292].
[173] [PONCELET 1828 a, p. 293].
[174] [PONCELET 1828 a, pp. 294-296].
[175] [PONCELET 1828 a, p. 296].
[176] [PONCELET 1828 a, p. 296].
[177] [PONCELET 1828 a, p. 297].
[178] Dans [Gergonne 1827 a].
[179] Encore une fois (et toujours) le texte mentionné est [PONCELET 1818].
[180] [PONCELET 1828 a, p. 302].

mars 1828 Bobillier avance dans ses recherches en géométrie de situation et écrit son principal article sous cette rubrique : *Recherches sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques.*[181] Cet article est une séquence bien réussie des deux premiers textes de Bobillier sur ce sujet.[182] Dans ce contexte, une question s'impose : finalement, Bobillier a adhéré au programme de Gergonne ou non ?

Le résumé critique qui apparaît dans le *Bulletin de Ferussac* pour ce texte de Bobillier est, comme toujours, enthousiaste. Et la première phrase de ce résumé critique indique que l'(es) éditeur(s) de la section mathématique pensai(ent) également que *oui*, que Bobillier en effet avait adhéré au programme de recherche proposé par Gergonne : "Dans un premier article de cette livraison, M. Bobillier poursuit les recherches commencées par M. Gergonne et par lui, dans plusieurs de livraisons précédentes."[183]

Poncelet paraît avoir cru à l'adhésion consignée dans les résumés critiques du *Bulletin*. Ce qui se lit dans ses *livres de vieillesse*, c'est que lui aussi a cru pour un temps que la réponse était *oui* jusqu'à ce qu'il en vienne à connaitre Bobillier personnellement. Après, selon Poncelet, ils se sont liés d'amitié, et à partir de là Poncelet, en changeant d'opinion, à fini par conclure que la réponse est *non*.[184]

Quant à Bobillier lui-même, il n'y a aucun registre plus clair ou direct de sa part sur ce sujet.

La manifestation de Plücker.

Après les deux lettres de Poncelet insérées dans le *Bulletin de Ferussac* et après la publication des annexes (autrefois omises), dans lesquelles le capitaine du génie critique les textes de Pücker, le professeur allemand se manifeste finalement, dans une lettre envoyée de Bonn le 24 juillet 1828.[185] Cette lettre à été publiée seulement en décembre de cette année, avec une note de l'éditeur demandant pardon pour le retard de la publication. L'éditeur informe aussi qu'il a délibéremment suprimé quelques "épithètes inutiles au succès de la discussion".

Plücker n'a pas lu ni les *Annales* ni le *Bulletin* depuis qu'il a envoyé ses textes pour publication dans les *Annales* en 1826, jusqu'à moitié 1828 (donc pendant environ deux ans).[186] A propos de Poncelet, le peu que Plücker connaissait c'était quelques un de ses articles publiés dans les anciens volumes des *Annales*. Il reconnait même l'importance des recherches de Poncelet en géométrie pure, mais affirme qu'elles n'ont rien à voir

[181] [BOBILLIER 24].

[182] Les six textes de Bobillier publiés sous la rubrique "géométrie de situation" sont [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] et [BOBILLIER 38], publiés entre octobre 1827 et avril 1829. Ils sont étudiés, tant individuellement qu'en tant qu'ensemble, dans les section 3.4.2 et 3.4.3 de cette thèse.

[183] [BULLETIN de FERUSSAC 1828 e, p. 302].

[184] Les impressions de Poncelet sur Bobillier et ses travaux en géométrie, ainsi que l'amitié entre les deux géomètres, sont commentés dans la section 3.4.4 plus loin.

[185] [PLÜCKER 1828 d].

[186] [PLÜCKER 1828 d, p. 331].

avec ses propres recherches, en géométrie analytique (du moins par les méthodes).[187] A propos du célèbre *Traité des propriétés projectives des figures*, Plücker en avait déjà entendu parler, mais ne l'avait pas encore lu.[188] Cet éloignement de deux ans a été volontaire, car cela a été la période où il s'est exclusivement dédié à la rédaction de son premier traité, les *Développements de la Géométrie Analytique*, publié en 1828.[189] Ainsi, il se montre surpris et ennuyé en prenant connaissance de la polémique, et plus, que son nom soit impliqué dans plusieurs de ces épisodes.

L'isolement de Plücker a été tellement grand qu'il n'a même pas lu ses propres articles publiés dans les *Annales* en 1826, qui sont un des sujets dont Poncelet se plaint. Le professeur allemand informe qu'après avoir livré les textes à Gergonne, il a volontairement autorisé l'éditeur des *Annales* à les modifier autant qu'il le voulait, pour qu'ils conviennent à la nouvelle doctrine de la *dualité*. En outre, en parlant de dualité, Plücker affirme qu'il ignorait complètement la signification de ce mot, jusqu'au moment où il a découvert la polémique et a commencé à lire les résumés critiques du *Bulletin* pour s'actualiser. Plücker confesse aussi que, en voyant finalement son texte écrit en colonnes doubles, il n'a presque pas reconnu ses recherches.[190]

A la fin de sa lettre, Plücker dit qu'il a découvert tout seul le "secret de la dualité" en utilisant une "méthode purement analytique".[191] Il anonce qu'il prétend bientôt rédiger un exposé sur ce sujet et que, si l'éditeur des *Annales* le veut, il espère que ces nouvelles recherches y soient publiées.

La troisième lettre de Poncelet au *Bulletin de Ferussac*.

Dans sa troisiéme correspondance au *Bulletin*,[192] Poncelet répond à la lettre de Plücker. La dernière intervention de Poncelet dans cette polémique apparaît en juillet 1829, six mois après la publication des plaintes de Plücker, même si sa rédaction a du être faite encore à la fin de l'année 1828. Cette correspondance finale consiste, essentiellement, en une rétractation, une réprimande et une annonce.

Dans un premier temps, il établit une distinction entre "la personne de Plücker" et "l'auteur des textes en deux colonnes qui sont apparus dans le volume XVII des *Annales*".[193] De là il dit que les plaintes consignées dans les annexes (autrefois omises et ensuite publiées), étaient dirigées à ce second personnage, et non à la personne de Plücker. Dans la séquence, Poncelet déduit que ce second personnage doit nécessairement être Gergonne : "le moyen de supposer qu'un homme du caractère de M. Gergonne, se soit complu à mutiler le travail d'un savant étranger

[187] [PLÜCKER 1828 d, p. 332].
[188] [PLÜCKER 1828 d, p. 331].
[189] Il s'agit du livre [PLÜCKER 1828 a]. Quelques commentaires sur la géométrie analytique de Plücker à la fin de la décennie 1820 apparaissent dans les sections 4.2.4 et 4.4.2 de cette thèse. En particulier, dans la section 4.4.2 il y a des commentaires plus spécifiques sur cet important traité, le premier de la carrière du jeune Plücker.
[190] [PLÜCKER 1828 d, p. 330-331].
[191] [PLÜCKER 1828 d, p. 332].
[192] [PONCELET 1829 a].
[193] [PONCELET 1829 a, p. 330].

pour lui faire honneur de théories que sciemment il n'a pas le premier inventées, et en dépouiller ainsi, sans aucune risque, le véritable auteur."[194] Il se lamente du fait que les éclaircissements faits par Plücker soient arrivé si tard.

Cependant, il ne se prive pas de réprimander Plücker. Poncelet pensait que le géomètre allemand, pour ne pas avoir été l'auteur de la rédaction qui a été critiquée, ne devrait pas s'être senti offensé. Et conséquemment n'aurait pas du entrer dans la polémique qui, par la volonté de Poncelet, se serait terminée avec sa lettre précédente.[195]

Enfin, Poncelet profite des dernières lignes de sa lettre pour annoncer bien content que le *Mémoire*, dont l'approbation a été si longtemps éspérée, a finalement été publié intégralement dans "l'estimé" *Journal de Crelle.*[196]

3.3.4 Ce qui est arrivé après la querelle ? (1828 et au-delà)

Finalement en février 1828 sort le rapport de l'Académie des Sciences de Paris sur le *Mémoire* de Poncelet lut en avril 1824. Notons que Gergonne avait déjà publié dans ses *Annales* deux rapports de l'Académie, tout les deux signés par Cauchy, sur des textes de Poncelet. L'un en septembre 1820 et l'autre en mai 1826. Mais cela était avant la phase aigüe de la rivalité entre eux. Le rapport de février 1828, le troisième de l'Académie sur les travaux de Poncelet, et à nouveau signé par Cauchy, ne sera pas publié dans les *Annales*, mais dans le fascicule d'avril 1828 du *Bulletin de Ferussac.*[197]

Gergonne va encore insister en répliquant ou en provoquant Poncelet au long du reste de l'année 1828. Dans le volume XIX des *Annales* (à partir de juillet 1828) il y a quelques références aux lettres et aux réclamations de Poncelet. Dans ces références, Gergonne n'économise pas les ironies contre son rival. Ces discours sont insérés non seulement dans ses textes, mais également dans des notes de bas de page dans de textes d'autres auteurs.[198] Ni Poncelet ni personne ne se motive pour répondre à ces provocations. Après 1829, Gergonne ne se manifeste plus sur le sujet dans son journal.

Quant à Poncelet, sa blessure contre Gergonne est énorme. A partir de 1828 il ne publie plus dans les *Annales*, comme une espèce de boycott. Le principal éditeur à véhiculer ses idées devient Leopold Crelle. Le texte qui ouvre le volume 4 du *Journal de Crelle*, en janvier 1829, est exactement le *Mémoire* qui a engendré la polémique entre le capitaine du génie l'éditeur des *Annales.* Dans ses livres de vieillesse – Poncelet a écrit trois livres volumineux durant la décennie 1860, lorsqu'il avait déjà dépassé ses soixant-dix ans – il insiste à revenir sur les épisodes de la dispute, en republiant les documents publics ou particuliers et en racontant sa version des faits. Même après plus de 30 ans, les mots de Poncelet maintiennent un ton entre dramatique, irrité et

[194] [PONCELET 1829 a, p. 331].
[195] [PONCELET 1829 a, p. 332].
[196] [PONCELET 1829 a, p. 332].
[197] [CAUCHY 1828].
[198] Consultez par exemple, les notes de bas de page de Gergonne, pour povoquer Poncelet, dans les textes de Bobillier : [BOBILLIER 27, p. 109] et [BOBILLIER 28, pp. 140-141]. Consultez également quelques répliques dans [GERGONNE 1828 b] et [GERGONNE 1828 c].

indigné.

Leopold Crelle, l'éditeur allemand qui en vient à recevoir les textes de Poncelet, publie le *Mémoire* controverse et informe même qu'il a été le début d'une polémique. Mais préfère ne pas prendre parti sur ce qui c'était déjà passé entre le nouvel auteur de son périodique et son collègue éditeur français. Voici sa note de bas de page sur la première page de l'artice de Poncelet :

> Il s'est élevé sur ce mémoire une discussion entre son Auteur et Mr Gergonne, redacteur des annales de mathématiques à Montpellier, qu'on trouve dans le tome XVIII de ces annales. Le redacteur du présent recueil est absolument étranger à cette discussion, et il déclare hautement qu'il n'a pas le but d'y entrer d'aucune manière par la publication du mémoire en question que son respectable auteur lui a bien voulu confier.[199]

Plücker a *laissé tomber* la polémique, mais a insisté sur la mathématique derrière cette polémique. En effet, il écrit beaucoup sur la dualité à partir des années 1830, mais ses recherches sur ce sujet ne vont plus apparaître dans les *Annales*, simplement parce qu'à ce moment le périodique de Gergonne n'éxiste plus. Le traitement analytique (par le moyen d'équations polynomiales) de la dualité, va apparaître dans le volume II de son livre *Développements de la Géométrie Analytique*, de 1831.[200] Le fait d'interpréter une même équation polynomiale de deux points de vue différents, où chaque groupe de "lettres" qui y apparaissent, soit considérées comme variables, soit comme coéfficients, permet à Plücker de dépasser l'impasse de la *réciprocité* versus la *dualité* et même de concilier les deux théories rivales. C'est dans ce contexte que sont établis des systèmes de coordonnées alternatifs au classique système cartésien. Un exemple est le *système de coordonnées tangentielles*, un système dans lequel les lieux géométriques sont référencés par les droites qu'ils touchent (et ne référencés plus par les points par lesquels ils passent). Ce système de coordonnées est adopté par plusieurs géomètres algébristes au long du 19ème siècle.[201]

Pour Plücker, le *paradoxe de la dualité* paraissait être un problème très attirant pendant la décennie 1830. C'est réellement intéressant que si une configuration implique des points, des droites et des coniques, alors la réciproque de la réciproque de cette configuration en revient à être elle-même. Mais le calcul du degré d'une courbe réciproque à partir du degré de la courbe initiale empêche apparemment que cette charmante propriété vaille pour des courbes supérieures. Ceci est un sujet qui se révèle si épineux, que Plücker dédie une bonne partie de ses deux traités suivants (le troisième et le quatrième de sa carrière) à éclaircir un peu cette question.[202]

[199] [PONCELET 1829 b, p. 1].

[200] C'est le livre [PLÜCKER 1831], dont l'analyse plus profonde sort du cadre de cette thèse.

[201] Pour un traitement mathématique classique des coordonnées tangentielles, une bonne référence est le livre *Un traité sur les courbes planes supérieures*, du révérent George Salmon. Dans l'édition [SALMON 1852], ce sujet est abordé dans le premier chapitre.

[202] Ce sont les livres *Systèmes de géométrie analytique* (*System der analytischen Geometrie*), publié en 1835, et *Théorie des courbes algébriques* (*Theorie der algebraischen Curven*), publié en 1839. Une étude de ces livres sort du cadre de cette thèse. Jusqu'où j'ai réussi à déterminer, il n'y a aucune étude historique ample et détaillée abordant les travaux de Plücker de la décennie 1830 (incluant lesdits traités), ses conditions de production et ses implications dans l'histoire des géométries durant

Dans un petit article de quatre pages publié dans le *Journal de Crelle* en 1834,[203] l'auteur ouvre le texte en affirmant sans hésiter : "La découverte du *principe de réciprocité* (théorie des polaires reciproques) ou ce qui est identiquement la même chose, celui de *dualité* a fait naître une foule de questions nouvelles."[204] Ici, Plücker commente qu'organiser la théorie des polaires réciproques et faire plusieurs applications de la même est novateur de la part de Poncelet. Mais il élogie aussi Gergonne pour avoir perçu le principe de dualité et élaboré une théorie autour de cela, en incluant l'introduction des colonnes doubles et d'un nouveau vocabulaire. Dans la séquence, Plücker décrit le problème du paradoxe de dualité (même s'il n'utilise pas cette expression), et annonce qu'il a quelques réponses partielles pour le cas de courbes cubiques et quartiques. Enfin, l'auteur invite les lecteurs à se pencher sur son troisème traité qui sera lancé bientôt.

Enfin, les deux terminologies – *réciprocité* et *dualité* – ont été adoptées plus ou moins indistinctement entre les géomètres du 19ème siècle (conformément à la préférence de chaque auteur, évidemment). Pourtant à partir du 20ème siècle, l'expression "dualité" à été plus communément utilisée dans les livres textes de géométrie projective.

Résumé des conceptions litigieuses de Gergonne et de Poncelet au long de la dispute.

Au delà des aspects disgracieux de la dispute, ce qui est en jeux est plus que seulement les questions de priorité ou de préférence des méthodes en géométrie. Ici la dispute entre les deux géomètres est basée sur une différence de conception de ce qu'est la dualité en géométrie projective.

En effet, si d'un côté Poncelet établit la réciprocité entre les figures par le biais de constructions géométriques justifiées ; d'un autre côté, la correspondance pour Gergonne est la conséquence d'un principe dont les fondements seraient dans la dualité entre les propres axiomes de la géométrie projective.

Pour Poncelet, la dualité était la conséquence de sa théorie des polaires réciproques. D'un côté, il avait une portée limitée des objets sur lesquels la théorie pouvait être appliquée : les configurations impliquant les points, les droites, les plans, les courbes et les surfaces d'ordre deux. Mais avait une plus grande amplitude de résultats, soit d'incidence, soit métriques.

Pour Gergonne, la dualité était une loi de symétrie et avait une portée bien plus ample que le contexte de la réciprocité polaire. Il croyait qu'il ne dépendait pas de la théorie des polaires réciproques et qu'elle pouvait s'exempter de la conique (et/ou quadrique) de référence pour avoir lieu. D'un autre côté, l'amplitude des résultats obtenus par ce principe restait restreinte aux propriétés de l'incidence entre les figures.

Nous observons que ces propriétés d'incidence sont celles que Poncelet nomme *propriétés projectives des figures* et que Gergonne nomme *propriétés de situation.*

le 19ème siècle.

[203] [PLÜCKER 1834].

[204] [PLÜCKER 1834, p. 105].

Poncelet a énoncé un *principe de dualité* qui est intermédié par une conique : fixée une conique, en substituant chaque droite par ses pôles, et chaque point par sa polaire, nous obtenons une nouvelle figure dans laquelle les droites concourrantes sont échangées par des points colinéaires et vice versa. Le théorème original fournit un nouveau théorème, substituant les mots "point" par "droite" et "colinéaire" par "concourrante". Mais c'est une chose de croire que dualiser les figures est un bon moyen d'obtenir de nouveaux théorèmes comme c'est la conception de Poncelet. Une chose complètement différente est de traiter les "points" et les "droites" comme des notions logiquement interchangeables, comme dans une loi ou un principe de symétrie, comme c'est la conception de Gergonne.

Résumé des mathématiques en jeu au long de la dispute.

Il existe deux points de vue selon lesquels nous pouvons étudier une courbe plane. Les deux sont également valides et les deux ont été amplement utilisés par les géomètres du 19ème siècle.

Le point de vue le plus commun, majoritairement adopté dans les mathèmatiques scolaires de nos jours, est celui d'interpréter une courbe comme un *lieu d'un point qui se déplace dans le plan.* Dans cette perspective, les courbes sont classifiées par leurs degré, qui peut être défini géométriquement ainsi : le *degré* d'une courbe est le numéro donné par la quantité de points d'intersection entre la dite courbe et une droite quelconque dans le plan prise en "position générale". Pour un traitement analytique des courbes, il est d'usage de définir une *courbe algébrique plane* de degré m comme le lieu des points du plan cartésien qui satisfont une équation polynomiale du $m^{\text{ième}}$ degré. La première définition, cependant, fait un plus grand appel à l'intuition géométrique. Dans un certain contexte, dont les détails techniques sortent du cadre de cette thèse, les deux définitions sont équivalentes.

D'un autre côté, un autre point de vue également valide à être adopté, mais peu commun dans les mathèmatiques scolaires de nos jours, est celui d'interpréter une courbe comme *le lieu impliqué par une droite qui se déplace dans un plan.* Dans cette façon d'organiser la théorie, les courbes sont classifiées par classes, qui peuvent être définies géométriquement ainsi : la *classe* d'une courbe est donnée par le nombre de droites tangentes à celle-ci, toutes passant par un point quelconque du plan, prisen dehors de la courbe et en "position générale".

De l'étude de la réciprocité polaire entreprise jusqu'ici dans cette thèse, nous savons que les coniques sont des courbes où le chiffre qui dénote le dégré est égal au chiffre qui dénote la classe (qui, dans ce cas, est $m = 2$). Celles-ci sont les uniques courbes avec cette propriété et pour une courbe de degré supérieur à deux, l'égalité des nombres *degré* et *classe* ne vaut plus nécessairement.

Rappelons que donnée une courbe plane C, il est possible de définir une nouvelle courbe dans ce plan qui soit sa *courbe duale*, dénotée par $\widehat{C}$. La définition part exactement de l'idée d'interpréter la courbe C comme un lieu de points et prendre la droite polaire de chacun des points de C. Conformément au pôle se déplaçant au long de C, la droite polaire de déplace dans le plan, se maintenant constamment tangente à une

nouvelle courbe, qui est exactement la duale $\widehat{C}$. En observant cette définition et la dualité entre les points et les droites, il est clair que le degré de la courbe $\widehat{C}$ n'est rien d'autre que la classe de C. Ce nombre, qui a été calculé par Poncelet, est $m(m-1)$.

Il est clair que $m = m(m-1)$ vaut seulement si $m = 2$, ou soit, la duale d'une conique est aussi une conique. Par conséquent, pour les coniques il paraît qu'*il y a une chance* que la duale de la duale soit vraiment la courbe initiale. Par contre, la duale d'une courbe cubique C ($m = 3$) serait une courbe $\widehat{C}$ de degré $3(3-1) = 6$. Et la duale de la courbe $\widehat{C}$ de degré 6 serait une courbe $\widehat{\widehat{C}}$ de degré $6(6-1) = 30$. Il est évident que ceci est incompatible avec la propriété que la duale de la duale soit à nouveau la courbe initiale, car en principe les degrés de C et $\widehat{\widehat{C}}$ ne coïncident même pas. Ce problème était déjà connu à la génération de Gergonne et Poncelet, et a été appelé plus tard *paradoxe de la dualité*.

3.3.5 Les formules de Plücker et la résolution du paradoxe de la dualité (décennie 1830).

Durant la décennie 1830, Plücker a esquissé une solution qui a résolu l'apparent paradoxe de la dualité dans ses traités *Systèmes de géométrie analytique* (publié en 1835) et *Théorie des courbes algébriques* (de 1839). Les solutions imaginées par Plücker ont été complétées par la suite par d'autres géomètres durant les années 1830 et 1840, parmis lesquels les allemands Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851) et Ludwig Otto Hesse (1811-1874).[205]

Pour résoudre la question, ont été observés et comptés d'autres éléments qui n'étaient pas considérés dans la discussion jusqu'à la génération de Gergonne et Poncelet.[206] Il s'agit des points singuliers et des points multiples. Un *point singulier* sur une courbe est un point dans lequel la droite tangente n'est pas uniquement déterminée. Et un *point multiple* est un point par lequel la courbe "passe" plus d'une fois.

En le disant d'une manière légèrement plus précise, mais en faisant plus appel à l'intuition qu'à une définition formelle, un point sur une courbe est appelé *point régulier* quand la droite tangente à la courbe en ce point est uniquement bien déterminée. Dans le cas contraire, le point est appelé singulier. Une des singularités possibles dans une courbe est appelé noeud, qui est un point multiple, dans lequel une courbe passe plusieurs fois, "se croisant". Dans un *noeud ordinaire* nous pouvons dessiner plusieurs droites tangentes de directions distinctes, et ce seront autant de droites que le nombre de fois où la courbe se traverse elle-même en ce point. Un noeud qui rappelle le tracé de la lettre "e" caligraphique, se nomme *noeud simple* et admet deux droites tangentes distinctes. Un second type de singularité qu'une courbe peut avoir est appelé *cuspide*, qui est un point multiple, où une courbe passe plusieurs fois, en "se touchant". Dans une cuspide nous aurons autant de droites tangentes

[205] Pour plus de détails consultez [GRAY 2007, pp. 157-159].

[206] Dans ce paragraphe et dans les suivants, je prétends être délibérément informel dans les définitions qui se suivent, dans l'intention de mettre en évidence les aspects les plus intuitifs des éléments à être introduits.

que le nombre de fois que la courbe passe par ce point en se touchant elle-même, cependant ces droites tangentes sont toutes coïncidentes. La cuspide qui rappelle le tracé d'une lettre "i" caligraphique, est appelée *cuspide ordinaire*. Cette cuspide est un point double par lequelle passent deux droites tangentes coïncidentes. Mais les "problèmes" d'une courbe ne se restreignent pas à leurs points singuliers. Un *point d'inflexion* est défini comme étant un point qui, même si régulier, est multiple. Dans le cas où le point est régulier et double, ce point d'inflexion est appelé *inflexion ordinaire*. Les points d'inflexion sont plus difficiles à être identifiés naïvement, en regardant simplement le dessin de la courbe. Après tout, ce sont des points où la courbe "passe" plus d'une fois, mais la droite tangente est unique et bien déterminée. Enfin, en complétant cette petite liste de phénomènes pathologiques des courbes planes, il peut y avoir pour une courbe algébrique quelques droites appelées bitangentes. Le nom est auto-explicatif : une droite *bitangente* à une courbe est celle qui la touche en deux positions distinctes.[207]

La figure 3.15 illustre quelques un des éléments mentionnés ci-dessus. Dans la figure (a) nous avons une courbe cubique singulière typique, donnée par l'équation $y^2 = x^2(x+1)$, avec un noeud simple au point P marqué. Nous observons que si nous "oublions" de regarder la courbe globalement et si nous concentrons notre attention sur une petite région autour du point P, l'apparence que nous avons est que la courbe a deux "morceaux" distincts qui se traversent en ce point. Le graphique (b) montre une autre courbe cubique singulière typique, donnée par l'équation $y^2 = x^3$, avec une cuspide ordinaire au point Q marqué. En faisant le même exercice "d'oublier" de regarder la courbe comme un tout et de concentrer l'attention sur une petite région autour de Q, il parait que ce que nous voyons est une courbe avec deux "morceaux" distincts qui se touchent et se "collent" en Q. La courbe dessinée en (c) est une cubique régulière et a pour équation $y = x^3$. Un de ses points d'inflexion ordinaire est localisé au point R marqué. L'apparence d'une petite région autour du point R

[207] Voici les définitions, mathématiquement plus précises, de quelques uns des éléments présentés dans le paragraphe ci-dessus. Soit C une courbe algébrique plane donnée par l'équation $f(x,y) = 0$ et soit un point $P = (a,b) \in C$. Ecrivont $f(x,y) = f_1(x,y) + f_2(x,y) + f_3(x,y) + f_4(x,y) + \cdots$, où $f_n(x,y)$ est un polynôme homogène de degré n en $(x-a)$ et $(y-b)$. Cette façon d'écrire le polynôme $f(x,y)$ fournit l'*équation locale* de la courbe C autour du point $P = (a,b)$. En particulier, il vaut que $f_1(x,y) = f_x(P)(x-a) + f_y(P)(y-b)$. Le point $P = (a,b)$ est *régulier* quand le polynôme de premier degré $f_1(x,y)$ n'est pas identiquement nul. Dans ce cas, l'unique tangente à C par P est donnée exactement par l'équation $f_1(x,y) = 0$. Quand un point est régulier, il peut arriver que le polynôme $f_1(x,y)$ soit un facteur du polynôme du second degré $f_2(x,y)$. Dans ce cas, ce point est appelé *point d'inflexion* de la courbe. Ce point est dit *point d'inflexion ordinaire* quand $f_1(x,y)$ ne divise pas $f_3(x,y)$. D'un autre côté, le point $P = (a,b)$ est appelé *singulier* quand le polynôme de premier degré $f_1(x,y)$ est identiquement nul, c'est-à-dire, quand $f_x(P) = f_y(P) = 0$. Nous observons que dans ce cas, le polynôme qui fournit l'équation locale de C autour du point P s'écrit $f(x,y) = f_2(x,y) + f_3(x,y) + f_4(x,y) + \cdots$. Maintenant nous allons concentrer notre attention sur le polynôme du second degré $f_2(x,y)$. Si ce polynôme se décompose en deux facteurs linéaires distincts, c'est-à-dire, $f_2(x,y) = \ell_1(x,y) \cdot \ell_2(x,y)$, et si ni $\ell_1(x,y)$ et ni $\ell_2(x,y)$ sont des facteurs de $f_3(x,y)$, alors la singularité est un *noeud simple*. Ici, les deux droites tangentes à C en P sont $\ell_1(x,y) = 0$ et $\ell_2(x,y) = 0$. Mais si le polynôme $f_2(x,y)$ s'écrit comme $f_2(x,y) = (\ell(x,y))^2$ pour certain polynôme linéaire $\ell(x,y)$, et si $\ell(x,y)$ n'est pas facteur de $f_3(x,y)$, alors la singularité est une *cuspide ordinaire*. Dans ce cas, la droite $\ell(x,y) = 0$ est la tangente double à C en P. Pour plus de détails sur ce sujet, consultez les chapitres 3 et 7 du livre [VAINSENCHER 1996] ou le cours [STOHR 2000].

ne montre pas plus qu'une courbe avec un seul "morceau". Cependant, nous pouvons acquérir une intuition de ce qu'est le point d'inflexion si nous faisons une comparaison avec l'exemple antérieur, où deux "morceaux" distincts se "collent". Mais cette fois un des "morceaux" est "tourné vers le bon côté" de façon à ce que le "collage" se produise de façon régulière. Enfin, le graphique (d) est aussi une cubique régulière, donnée par l'équation $y^2 = x(x+1)(x-1)$. Juste pour illustrer, quelques de ses points d'inflexion sont marqués en S et T.

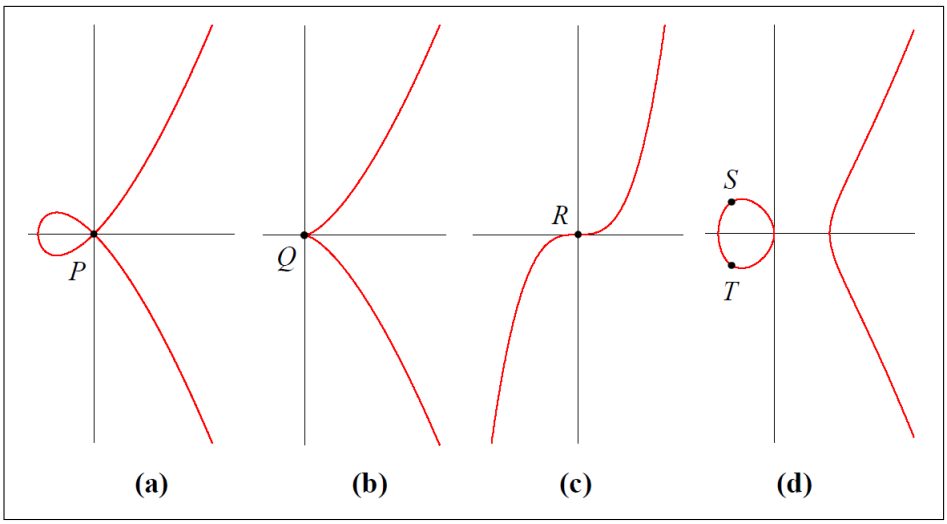


FIG. 3.15 – Courbes cubiques, singularités et points d'inflexion.

Plücker à montré que la réciproque d'une courbe avec un noeud simple est une courbe avec une bitangente (et vice versa), et que la réciproque d'une courbe avec une cuspide est une courbe avec un point d'inflexion (et vice versa). En outre, il a établi le résultat ci-dessous, qui plus tard a été appelé *Formules de Plücker*, et qui actuellement est un théorème classique dans des cours d'introduction à les courbes algébriques planes : [208]

Formules de Plücker. *Pour une courbe plane algébrique C de degré $m \geq 2$, dont les singularités, si elles existent, sont toutes du type noeuds simples ou cuspides, valent les formules suivantes :*

$$\textbf{a)} \begin{bmatrix} \textit{Degré de la courbe} \\ \textit{duale de } C \end{bmatrix} = m(m-1) - 2 \cdot \begin{bmatrix} \textit{quantité de} \\ \textit{noeuds simples} \end{bmatrix} - 3 \cdot \begin{bmatrix} \textit{quantité de} \\ \textit{cuspides} \end{bmatrix}$$

$$\textbf{b)} \begin{bmatrix} \textit{Quantité de} \\ \textit{points d'inflexion} \end{bmatrix} = 3m(m-2) - 6 \cdot \begin{bmatrix} \textit{quantité de} \\ \textit{noeuds simples} \end{bmatrix} - 8 \cdot \begin{bmatrix} \textit{quantité de} \\ \textit{cuspides} \end{bmatrix}$$

La paire de formules ci-dessus nous montre quelques choses d'intéressantes. Premièrement, qui dans le cas $m = 2$, la première formule récupère une information déjà amplement connue depuis la génération de Gergonne et Poncelet : que la duale d'une

[208] Pour un abordage plus détaillé sur les formules de Plücker, consultez les chapitres 14 à 16 de [GRAY 2007], plus spécifiquement le chapitre 15. Sur le même sujet, d'un point de vue mathématique moderne, consultez le chapitre 7 du livre [VAINSENCHER 1996] ou le cours [STOHR 2000].

conique régulière est également une conique régulière. En outre, la seconde formule montre qu'une conique régulière est exempte de points d'inflexion.

À propos du cas d'une courbe de degré $m = 3$, quand elle est régulire alors il n'y a ni noeuds simples ni cuspides. Ainsi le degré de sa duale est $3(3-1)-2\cdot 0-3\cdot 0 = 6$. Cette information était également déjà connue au début des années 1830. Cependant, la seconde formule nous informe que la quantité de points d'inflexion d'une cubique régulière est $3 \cdot 3(3-2) - 6 \cdot 0 - 8 \cdot 0 = 9$. Ainsi, la duale de cette cubique est une courbe singulière de degré 6 possédant 9 cuspides. Maintenant en appliquant la première formule à la duale de la cubique régulière, dans l'espoir de trouver le degré de la duale de la duale de la courbe initiale, nous avons $6(6-1)-2\cdot 0-3\cdot 9$, ce que le résultat en 3, est exactement le degré espéré.

Enfin, les formules nous indiquent que dans le cas de courbes cubiques avec des singularités, ou des courbes de degré $m > 3$, la théorie de la réciprocité polaire est bien moins naïve que ce qui était considéré jusqu'alors.

3.4 Géométrie de situation chez Bobillier (1827 à 1829).

Étienne Bobillier à publié six articles dans les *Annales de Gergonne* entre octobre 1827 et avril 1829 ayant la géométrie de situation comme rubrique principale. Dans le premier apparaît la notion de *polaires généralisées* et dans le second est esquissée la notion de *polaires successives*. Les théorèmes obtenus autour de ces nouveaux concepts seront reformulés, réécrits ou réélaborés, faisant l'acquisition d'un dégré croissant de sophistication à chaque nouvel article de Bobillier dans cette séquence de textes de géométrie de situation. Le contenu est bien présenté et bien enchainé, et nous avons une impression de grande cohésion interne de cet ensemble d'articles. Ceci est un des motifs pour lesquels la séquence peut être considérée comme *notable*.

Dans les sections qui suivent je montre la participation de Bobillier dans le contexte de la géométrie de situation dans les *Annales*. Pour commencer, nous étudierons une question résolue publiée en juin 1827,[209] qui même si elle n'est pas directement sous la rubrique géométrie de situation, est très illustrative des thèmes traités dans cette partie de la géométrie, en outre d'être un *essai* de Bobillier pour les articles suivants. Ensuite nous allons voir les textes publiés en octobre et décembre 1827, le premier et le deuxième de ladite séquence.[210] Nous allons également voir comment Gergonne a réorganisé quelques un des résultats de Bobillier et, d'une certaine façon, a influencé les articles suivants. En continuant, nous allons entrer dans les détails du troisième texte de séquence, le plus marquant des six, tant par le contenu que par les méthodes employées. Nous allons voir que dans ce texte, Bobillier présente une grande maturité mathématique dans son travail.[211] Nous allons également voir,

[209] Il s'agit de l'article [BOBILLIER 07] étudié dans la section 3.4.1 de cette thèse.

[210] Les textes en question sont [BOBILLIER 11] et [BOBILLIER 14], présentés et commentés dans la section 3.4.2.

[211] C'est le texte [BOBILLIER 24].

brièvement, les trois textes suivants et un excercice proposé par Bobillier dans le contexte de la géométrie de situation.[212] Enfin, nous montrerons l'impact immédiat de cette séquence de textes de Bobillier sur les travaux de ses contemporains Poncelet et Chasles.[213]

3.4.1 Essayer la géométrie de situation par la résolution d'une question proposé (juin 1827).

Dans le texte *Démonstration des deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 200 du présent volume*,[214] Bobillier se propose de démontrer deux théorèmes énoncés par l'éditeur Gergonne six mois plus tôt. Le premier affirme que toutes les surfaces du second ordre qui touchent sept plans donnés ont leurs centres sur un même plan. Le second affirme que toute les surfaces du second ordre qui touchent huit plans donnés ont leurs centres sur une même droite.[215] Les deux théorèmes traitent d'objets de la géométrie spaciale. La stratégie utilisée dans le texte est d'attaquer initialement les problèmes analogues en géométrie plane, en remplaçant dans les énoncés les termes "surfaces du second ordre" par "lignes du second ordre". Pour arriver aux résultats proposés, Bobillier déduit un total de neuf théorèmes, les résultats ci-dessus étant respectivement le théorème VI et le théorème IX du texte.

Dans l'article, les théorèmes sont numérotés de I à IX. L'auteur les présente en trois groupes avec trois théorèmes dans chaque groupe. Dans le premier groupe (théorèmes I, II et III) nous avons des versions préliminaires des résultats dans le plan. Dans le second groupe (théorèmes IV, V et VI) il passe les théorèmes I, II et III à l'espace par analogie. Enfin, dans le dernier groupe (théorèmes VII, VIII et IX) il obtient de nouveaux théorèmes dans l'espace comme application directe des théorèmes obtenus dans le groupe antérieur. Toujours à propos de la structure du texte, il est intéressant de noter que dans chaque groupe, le premier des trois théorèmes (théorèmes I, IV et VII) est obtenu par une argumentation détaillée, tandis que le second (théorèmes II, V et VIII) et le troisième (théorèmes III, VI et IX) sont énoncés sans nouveaux calculs. Dans les trois groupes de théorèmes, le second est obtenu du premier "par la théorie des polaires réciproques" et le troisième est obtenu du second en prenant quelques éléments de la configuration et "en l'éloignant à l'infini". Le tableau 3.1 est un cadre résumé de la structure du texte qui est présenté ici.

Cependant, effectivement, il y a seulement deux passages avec des *comptes* dans le texte. Le premier est exactement le passage dans lequel les manipulations d'équations polynomiales à deux variables (x et y) conduisent à la démonstration du Théorème I. Ces comptes sont répétés de façon complètement analogue pour les polynômes à trois variables (x, y et z) un peu plus loin dans la déduction du théorème IV. Quant

[212] Les trois textes sont [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] et [BOBILLIER 38]. L'excercice proposé est [BOBILLIER 29]. La section 3.4.3 de ce chapitre commence par [BOBILLIER 24] et passe par ces quatre autres textes.

[213] C'est la section 3.4.4

[214] [BOBILLIER 07].

[215] [QUESTIONS PROPOSÉES 1826 g].

à l'argumentation pour le théorème VII, celle-ci consiste seulement en l'observation d'un configuration initiale sur laquelle il applique deux fois le théorème IV.

		par la théorie des polaires réciproques		envoyer un élément à l'infini		
1er groupe :	I	$\longrightarrow$	II	$\longrightarrow$	III	théorèmes préliminaires dans le plan
	$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$	
		par la théorie des polaires réciproques		envoyer un élément à l'infini		théorèmes dans l'espace analogues
2eme groupe :	IV	$\longrightarrow$	V	$\longrightarrow$	VI	à celles du groupe précédent
	$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$	
		par la théorie des polaires réciproques		envoyer un élément à l'infini		théorèmes obtenus par l'application
3eme groupe :	VII	$\longrightarrow$	VIII	$\longrightarrow$	IX	de celles du groupe précédent

TAB. 3.1 – Les théorèmes et l'estructure du texte [BOBILLIER 07].

"Démonstration des deux théorèmes de géométrie..." : Premier groupe de théorèmes.

En accompagnant plus en détail la déduction du premier théorème de l'article, l'auteur commence en travaillant avec l'équation

$$Ax^2 + By^2 + 2Cxy + 2Dx + 2Ey + F = 0 \quad (1)$$

qui est l'équation générale d'une ligne d'ordre deux dans le plan. Donné un point dans la courbe, avec les coordonnées (x', y'), l'équation de la droite tangente à la courbe en ce point est donnée par

$$(Ax' + Cy' + D)x + (By' + Cx' + E)y + (Dx' + Ey' + F) = 0 \quad (2).$$

Pour que cette droite passe par l'origine du système de coordonnées, il est nécessaire que

$$Dx' + Ey' + F = 0 \quad (3).$$

Bobillier considère maintenant la "combinaison" de l'équation (3) avec une équation numérotée par (4) et qui est constituée de la même équation (1) appliquée au point (x', y'). Dans les mots que nous utilisons aujourd'hui, il s'agit de considérer le système d'équation

$$\begin{cases} Ax'^2 + By'^2 + 2Cx'y' + 2Dx' + 2Ey' + F = 0 \\ Dx' + Ey' + F = 0 \end{cases}$$

formé par une droite et une conique, dont l'intersection se passe en un point de tangence. Soit (3) l'équation d'une droite, cette droite contient les deux points de contact de droites qui partent de l'origine et sont tangents à la ligne d'ordre deux en question. Ou soit, l'équation (3) (en x et y) est la corde de contact d'un angle

circonscrit à la courbe et qui a son sommet à l'origine. Autrement dit, il est établi que la droite polaire de l'origine par rapport à la courbe (1) a pour équation

$$Dx + Ey + F = 0 \quad (5).$$

Bobillier poursuit l'argument, en prennant maintenant l'hypothèse que la courbe en question soit sujette à passer par quatre points fixés. Ses six coefficients A, B, C, D, E et F sont liées par quatre équations linéaires, d'où nous pouvons écrire quatre d'elles en fonction des deux autres. En choisissant D et E comme étant ces deux, il existe α e β, des constantes calculées à partir des quatre points donnés, tels que

$$F = \alpha D + \beta E,$$

ce qui en substituant dans (5) fournit $Dx + Ey + D\alpha + E\beta = 0$, ou soit,

$$D(x + \alpha) + E(y + \beta) = 0.$$

Enfin, l'auteur observe que cette dernière équation est réelle, pour n'importe quelles valeurs de D et E, dès que on a

$$x = -\alpha\ , \quad y = -\beta\ ;$$

et celles-ci sont, par conséquent les coordonnées d'un point fixe par lequel passent toutes les polaires de l'origine par rapport à quelconque que soient les courbes d'ordre deux passant par quatre points donnés. Nous arrivons enfin au résultat :

Théorème I. *Les polaires d'un même point d'un plan, relatives à toutes les lignes du second ordre qui passent par les quatre mêmes points de ce plan, concourent toutes en un même point.*

C'est l'auteur lui même qui observe que cette démonstration est suffisamment générale, car l'origine (c'est-à-dire, le point qui sera le pôle de toutes les polaires) peut être pris préalablement en tout point du plan.

Le théorème II est obtenu de I par la théorie des polaires réciproques et le théorème III est obtenu en supposant dans II que "la première droite s'éloigne à l'infini".

Théorème II. *Les poles d'une meme droite tracée sur un plan, relatifs à toutes les lignes du second ordre qui touchent les quatre mêmes droites tracées sur ce plan, appartiennent tous à une même droite.*

Théorème III. *Les centres de toutes les lignes du second ordre qui touchent les quatre mêmes droites appartiennent tous à une même droite.*

Au théorème III il y a une note de bas de page non signée informant que cette droite finale passe par les milieux des trois diagonales du quadrilatère complet formé par les quatre droites tangentes initiales. Ce résultat fait référence à deux textes publiés dans les *Annales* les années précedentes.[216] Cette note n'est probablement pas de Gergonne, puisqu'il était de l'habitude de l'éditeur de signer les notes qui étaient les siennes. Nous pouvons croire, par conséquent, que la note est de Bobillier

[216] [PONCELET 1821] et [DURRANDE 1824].

lui même. Ceci indique qu'il a eu accés aux volumes précédents des *Annales*, en outre du fascicule où se trouvait le problème en question. Cependant plus que ça, cela indique aussi qu'il était un lecteur/collaborateur qui cherchait, d'une certaine façon, à *dialoguer* avec l'éditeur et les autres lecteurs dudit journal.

"Démonstration des deux théorèmes de géométrie..." : Second et troisième groupes de théorèmes.

Dans le second groupe de théorèmes, Bobillier se rapproche plus du problème original, qui est spacial. Peut être pour renforcer l'analogie du raisonnement, la séquence d'équations qui apparait à partir de maintenant reçoit la même numérotation que la séquence qui conduit au théorème I. Quelques mots et expressions sont rpétés literallement quand ils ne sont pas adaptés. Voyons, par exemple, que la première équation

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Ezx + 2Fxy + 2Gx + 2Hy + 2Kz + L = 0 \quad (1)$$

est l'équation générale d'une surface d'ordre deux, et ainsi de suite. Les résultats obtenus sont des versions spaciales des théorèmes du premier groupe.

Théorème IV. *Les plans polaires d'un même point de l'espace, relatifs à toutes les surfaces du second ordre qui passent par les sept mêmes points, concourent tous en un même point de l'espace.*

Théorème V. *Les pôles d'un même plan, relatifs à toutes les surfaces du second ordre qui touchent les sept mêmes plans, sont tous compris dans un même plan.*

Théorème VI. *Les centres des surfaces du second ordre qui touchent à la fois les sept mêmes plans donnés sont tous compris dans un même plan.*

Au début du troisième groupe, Bobillier prend toutes les surfaces passant par huit points initiaux. Avec sept points quelconques de ces huit points, nous obtenons un point, celui de la conclusion du théorème IV. Avec d'autres sept points des mêmes huits points initiaux, nous obtenons un autre point, également comme conséquence du théorème IV. Ces deux derniers points déterminent la droite du résultat suivant :

Théorème VII. *Les plans polaires d'un même point de l'espace, relatifs à toutes les surfaces du second ordre qui passent par les huit mêmes points, se coupent tous suivant une même droite.*

Comme dans les cas précédents, le théorème VIII est obtenu du VII par la théorie des polaires réciproques et le théorème IX est obtenu en supposant que le premier plan de VIII "soit infiniment éloigné".

Théorème VIII. *Les pôles d'un même plan, relatifs à toutes les surfaces du second ordre qui touchent les huit mêmes plans, appartiennent tous à une même droite.*

Théorème IX. *Les centres de toutes les surfaces du second ordre qui touchent à la fois les huit mêmes plans appartiennent tous à une même droite.*

Les théorèmes VI et IX, maintenant correctement démontrés, sont exactement les deux théorèmes proposés comme question par l'éditeur à la page 200 de la même

revue. En note de bas de page pour chaque théorème (VI et IX), l'éditeur Gergonne ouvre de nouvelles questions : "il serait intéressant de savoir comment ce plan est situé par rapport aux sept plans donnés", en faisant référence au théorème VI et "il serait également curieux de savoir comment cette droite est située par rapport aux huit plans" en faisant référence au théorème IX. Il est intéressant d'observer le mot *située* apparaître deux fois dans les interventions de Gergonne. Que ce soit par hasard ou que ce soit volontaire, ils pointent vers la *géométrie de situation*, la discipline/rubrique dans laquelle les théorèmes de ce type vont déboucher.

3.4.2 Bobillier, le premier auteur dans les *Annales* sous la rubrique principale "géométrie de situation" (octobre et décembre 1827).

En octobre 1827 est apparu l'article *Démonstrations de quelques théorèmes sur les lignes et surfaces algébriques de tous les* .[217] Celui-ci est un texte qui peut être considéré comme un texte inaugural, au moins dans deux sens. Pour commencer, il s'agit du premier texte de Bobillier dans les *Annales de Gergonne* classé par l'éditeur comme un article de "géométrie de situation", bien que quelques théorèmes typiques de cette géométrie soient déjà apparus auparavant, dans l'oeuvre de Bobillier.[218]Ce travail est le premier d'une séquence de six textes de Bobillier publiés sous la même rubrique. Pourtant, plus que cela, ceci est le premier texte d'auteur (c'est-à-dire, non signé par l'éditeur Gergonne) qui apparaît dans les *Annales* sous la rubrique principale géométrie de situation. Entre la publication du second *texte fondateur* de l'éditeur Gergonne, (qui apparaît en janvier 1827) et l'apparition de ce travail de Bobillier, il y a un intervale de neuf mois durant lequel personne n'a pas écrit sous la rubrique récemment créée. Ainsi, nous pouvons considérer Bobillier comme le premier des auteurs du périodique à écrire un texte de géométrie de situation.

Dans cet article, Bobillier reprend un théorème qui avait été démontré quelques mois avant par François Vallès, et qui a son tour est un théorème énoncé longtemps avant, et sans démonstration par Monge. Conformément à ce que nous allons voir, la démonstration de Bobillier a une notation et une présentation bien plus simple que celle de Vallès, bien que l'idée de base soit la même. Egalement dans ce texte, Bobillier généralise le concept de *droite polaire* d'un point (le *pôle*) par rapport à une courbe de degré deux, introduisant la notion de *courbe polaire* de degré $n-1$ d'un point (le pôle) par rapport à une courbe de degré n. Ceci fait de cet article un des texte fondamentaux de l'oeuvre de Bobillier. Dans une perspective un peu plus ample, ce travail a aussi son importance parce qu'il est cité (et même approprié) par Gergonne dans un des textes de la polémique publique entre lui et Poncelet.

La structure générale de l'article suit une présentation que Bobillier a déjà utilisée dans des textes précédents, et qui est très *didactique*, pour ainsi dire. En parlant plus clairement, il commence par les cas les plus simples (par exemple, quand les

[217] [BOBILLIER 11].

[218] Par exemple, dans [BOBILLIER 07] étudié dans la section précedente et dans [BOBILLIER 09] étudié dans la section 4.2.3.

configurations sont planes, ou quand les points sont finis, etc) développant en détail l'argument et les calculs de la démonstration. Ensuite il va en généralisant petit à petit et dans plusieurs directions (par exemple, en passant aux configurations spaciales, ou encore, en enmenant les points à l'infini, etc) en répétant sommairement, et en adaptant quand nécessaire, l'argument et les calculs de la démonstration.

"Démonstration de quelques théorèmes sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres" : reprises de quelques théorèmes de Vallès.

Bobillier commence son texte "en désignant généralement par $f_n(x, y)$ une fonction rationnelle, entière et homogène de n dimensions en x et y."[219] Il s'agit de polynôme à deux variables composé exclusivement par des monômes de degré n.[220] Ainsi l'équation d'une quelconque ligne algébrique du $m^{\text{ème}}$ ordre peut être écrite comme

$$f_m(x, y) + f_{m-1}(x, y) + ... + f_2(x, y) + f_1(x, y) + 1 = 0 \qquad (1) \ .$$

Dans la séquence il passe l'équation (1) pour des coordonnées polaires en prennant le point d'origine des coordonnées cartésiennes comme le pôle, en utilisant les formules de passages suivantes.

$$x = tr \quad \text{et} \quad y = ur \qquad (2) \qquad \text{et} \qquad t^2 + u^2 = 1 \qquad (3) \ .$$

Notons que les formules ci-dessus relationent x, y, r, t et u de façon à ce que r soit le rayon vecteur et t et u soient respectivement le cosinus et le sinus de l'angle que le rayon vecteur fait avec l'âxe x. La nouvelle 'equation de la courbe devient

$$r^m \cdot f_m(t, u) + r^{m-1} \cdot f_{m-1}(t, u) + ... + r^2 \cdot f_2(t, u) + r \cdot f_1(t, u) + 1 = 0 \qquad (4) \ .$$

Dans une version *optimiste* de ce que nous appellerions aujourd'hui *Théorème Fondamental d'Algèbre*, mais sans y faire référence ainsi, Bobillier affirme que pour chaque direction nous aurons m rayons vecteurs partant de l'origine et passant par la courbe. Pour transformer un rayon vecteur qui *traverse* la courbe, en un rayon vecteur qui lui est *tangente*, il dérive l'équation (4) par rapport à r, obtenant une nouvelle équation

$$m \cdot r^{m-1} \cdot f_m(t, u) + (m-1) \cdot r^{m-2} \cdot f_{m-1}(t, u) + ... + 2r \cdot f_2(t, u) + f_1(t, u) = 0 \qquad (5) \ .$$

L'équation (5) est appelée par Bobillier "l'équation polaire d'une courbe que coupe la [courbe] proposée en ses points de contact."[221] Ensuite il veut observer ces points

[219] [BOBILLIER 11, p. 89].

[220] De tels polynômes sont qualifiés de *formes homogènes*. La préoccupation d'écrire les équations algébriques comme somme de formes homogènes avant de les manipuler, et qui apparaît ici dans le texte de Bobillier, est aussi récurrent dans divers textes didactiques utilisés de nos jours dans des cours d'introduction à la géométrie algébrique, comme par exemple [STOHR 2000] et [VAISENCHER 1996].

[221] [BOBILLIER 11, p. 90].

de contact, c'est-à-dire les points qui appartiennent à la courbe (et donc satisfont l'équation (4)), et qui sont aussi des points de tangence de droites passant par l'origine (et donc satisfont l'équation (5)). Mais au lieu de traiter directement le système d'équations {(4),(5)}, il va travailler avec le système {(4),(6)}, où (6) est donné par

$$r^{m-1}\cdot f_{m-1}(t,u)+2r^{m-2}\cdot f_{m-2}(t,u)+...+(m-2)r^2\cdot f_2(t,u)+(m-1)r\cdot f_1(t,u)+m=0 \quad (6)\ .$$

Nous observons que cette équation (6) est obtenue par un *échelonnage non-linéaire* en calculant $(6) = m \cdot (4) - r \cdot (5)$. La non-linéarité de cet échelonnage est dans le fait qu'il utilise la variable r pour multiplier une des équations impliquées. La justification de Bobillier est la suivante : "Quand un système de points est donné par deux courbes dont ces points sont les intersections, on peut toujours, dans la recherche de ces mêmes points, remplacer l'une d'elles par une autre courbe, dont l'équation serait une combinaison quelconques des leurs."[222]

En passant l'équation (6) de retour des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes, et en supposant que l'origine du système soit seulement un représentant d'un point quelconque du plan, il conclut le théorème ci-dessous.

Théorème I. *Les points de contact d'une ligne du m^{ieme} ordre avec les tangentes à cette courbe, issues d'une même point de son plan, sont tous situés sur une seule et même ligne du $(m-1)^{ieme}$ ordre au plus.*

Notons que le Théorème I revendique l'*existence* et l'*unicité* d'une courbe avec des *propriétés de situation* très spécifiques. Notons aussi que le Théorème I dans le cas particulier dans lequel $m = 2$ nous avons simplement la définition de la droite polaire d'un point (le pôle) par rapport à une conique, conformément à la théorie déjà connue et établie à l'époque. C'est peut être pour cela, que ce texte a été utilisé par Gergonne, comme si c'était un renforcement de ses arguments analytiques, dans un des textes de sa persistente dispute contre le synthétiste Poncelet. Ce théorème sera présenté à nouveau en diverses versions, en divers formats, en cas particuliers et en généralisations, encore dans cet article et dans d'autres articles plus loin, tant par Bobillier que par d'autres auteurs. Le fait que ce théorème étende la notion de pôle et polaire pour d'autres degrés supérieurs à 2, justifie la nomenclature qui sera adoptée postérieurement dans les diverses rediffusions de ce même théorème.

En analysant la démonstration du Théorème I, nous observons que les pas sont un changement de variables, une dérivation, un échelonnement et un autre changement de variables. Mais en fait, en dernière instance, tout ce que Bobillier voulait (ou plutôt, tout ce dont il avait seulement besoin) était de *dériver*, car d'une certaine manière, il suffisait qu'il *prenne* les points de tangences. Ainsi, je crois c'était pour éviter la fatigue d'utiliser des dérivées partielles dans les coordonnées cartésiennes qu'il a opté pour les coordonnées polaires dans ces calculs.[223]

Un point délicat dans la démonstration est l'*échelonnement* que Bobillier fait basé sur une justification étonnament crédule. Mais voilà la raison de changer (5) par (6) :

[222] [BOBILLIER 11, p. 90].

[223] Il ne va pas esquiver cette fatigue dans la déduction du Théorème I de [BOBILLIER 14] (la première reprise de ce Théorème I énoncé ici).

l'équation (5) est de degré $m-1$ par rapport à r, mais de degré m par rapport à t et u. Alors que l'équation (6) est de degré $m-1$ par rapport à les trois variables. Même si les points de contact ont déjà été *capturés* dans les systèmes d'équations simultanées $\{(4),(5)\}$, il avait besoin de revenir aux coordonnées dans lesquelles il a commencé la discussion, et ceci serait seulement possible dans une équation *symétriquement correcte* comme l'équation (6).

Enfin, il est encore intéressant d'observer, que les mots *pôle* et *polaire* apparaisent tant dans la théorie des polaires réciproques que dans le contexte du système de coordonnées polaires. Dans ce texte, dans l'argumentation pour le premier théorème, les deux concepts de *pôle* coincident sur le même point.

Dans la suite de l'article, Bobillier avance vers une version spaciale du théorème qui vient d'être énoncé. L'argumentation ici répète pas à pas exactement le même fait antérieurement. De même, il réinitie la numérotation des équations présentées maintenant, nouvellement de (1) à (6), qui sont les analogues à trois variables des équations présentées précédemment. L'énoncé de ce second théorème est :

Théorème II. *Les lignes de contact d'une surface du m^{ieme} ordre avec toute surface conique circonscrite sont toutes situées sur une seule et même surface du $(m-1)^{ieme}$ ordre au plus.*

A ce stade, Bobillier informe que les deux théorèmes présentés ci-dessus sont dûs à Vallès. A propos de François Vallès, il est bon d'informer que le jeune mathématicien qui, à cette époque avait 22 ans, est déjà co-auteur de Bobillier dans un texte,[224] et plus tard sera co-auteur d'un autre texte.[225] Bobillier fait correctement référence à l'article de Vallès, qui a été publié dans les *Annales* sous la rubrique *géométrie des surfaces courbes*, en avril 1826.[226] Le même article de Vallès sera cité encore deux autres fois par Bobillier : au Théorème III et au Théorème V. En effet, ces quatres théorèmes sont des reprises des quatre résultats que Vallès y démontre, dans l'ordre d'apparition suivant : II, V, I et III.

En lisant la démonstration de Vallès, et en la comparant à celle de Bobillier, nous pouvons observer qu'elle est presque *essentiellement* la même, et que la différence entre elles, se trouve presque seulement dans la *forme de la présentation*. Les deux auteurs dérivent l'équation de la courbe initiale et les deux font un échelonnage non linéaire. Mais Bobillier fait un changement de coordonnées cartésiennes pour des polaires et avec ceci les deux étapes de la démonstration (la dérivaion et l'échelonnage) sont plus simples. Bobillier lui même justifie la présentation de sa nouvelle démonstration par des raisons didactiques : "Nous avons eu uniquement en vue d'en donner une démonstration qui pût être introduite dans l'enseignement élémentaire."[227]

Dans l'approche de Bobillier pour le Théorème I il y a un détail significatif qui ne doit pas passer inaperçu. Il s'agit du fait que donnée une courbe plane initiale de degré m, la courbe de la conclusion, qui a un degré au maximum $m-1$, gagne

[224] L'excercice résolu [BOBILLIER 08], de juin 1827.
[225] L'excercice résolu [BOBILLIER 16], publié en décembre 1827
[226] C'est l'article [VALLÈS 1826 a].
[227] [BOBILLIER 11, p. 93].

un *nom*. Dit plus clairement, Bobillier nomme indirectemment cette courbe finale quand il apelle son équation "équation polaire d'une courbe qui coupe la courbe en ses points de contact". Nous allons voir plus loin que dans les prochains articles de Bobillier sous la rubrique géométrie de situation, la courbe résultante de ce premier théorème sera formellement définie comme la *courbe polaire* de degré $n-1$ d'un point (le *pôle*) par rapport à une courbe de degré n.

Dans la suite du texte, Bobillier argumente maintenant vers le le prochain résultat. Le troisième théorème est une version du Théorème I cette fois ci considérant le pôle à l'infini, car au lieu de prendre un point dans le plan à partir duquel tracer les tangentes à la courbe donnée, il fixe une direction dans le plan et admet des tangentes parallèles à cette direction.

L'argumentation est simple et directe. Soit $M = 0$ l'équation de la courbe d'ordre m donnée et fixe la direction de la droite $y = ax$. Les dérivées des éléments en question sont $\dfrac{dM}{dx} + \dfrac{dM}{dy} \cdot \dfrac{dy}{dx} = 0$ et $\dfrac{dy}{dx} = a$, d'où nous concluons facilement que

$$\frac{dM}{dx} + a\,\frac{dM}{dy} = 0 \qquad (\alpha)\ .$$

Cette dernière équation (indexée dans le texte par "(α)") est clairement de degré inférieur à m et est l'équation de la courbe requise. Ainsi, nous obtenons l'énoncé ci-dessous.

Théorème III. *Les points de contact d'une ligne du m^{ieme} ordre avec les tangentes menées à cette courbe, parallèlement à une droite donnée quelconque, appartiennent tous à une seule et même ligne du $(m-1)^{ieme}$ ordre au plus.*

"Démonstration de quelques théorèmes sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres" : divers théorèmes.

En ajoutant un peu plus à la démonstration du Théorème III, nous sommes conduits rapidement au premier théorème de ce texte qui n'est pas une reprise. L'argument de ce dernier est que si nous considérons $\dfrac{dM}{dx} = 0$ et $\dfrac{dM}{dy} = 0$ dans l'équation (α), elle sera satisfaite quel que soit le coefficient a. Nous observons que le coefficient a dans cette argumentation représente une direction, plus clairement, représente un point à l'infini. En faisant une affirmation qui vaut pour un point *quelconque* à l'infini, en réalité nous faisons une affirmation sur la *droite à l'infini*. Comme les dérivées de M par rapport à x et par rapport à y fournissent les équations de degrés $m-1$, le système formé par ces deux équations fournit $(m-1)^2$ points. Ceci conduit au résultat ci-dessous.

Théorème IV. *Les lignes du $(m-1)^{ieme}$ orders auxquelles appartiennent les diverses séries de points de contact d'une même ligne du m^{ieme} ordre, avec des systèmes de tangentes à cette courbe parallèles à des droites arbitraires, passent toutes par les mêmes $(m-1)^2$ points fixes.*

Il est bon d'observer que c'est la *même* équation (α) qui conduit tant au Théorème III qu'au Théorème IV. Ce qui différe, d'un théorème à l'autre, c'est la manière de *lire* ladite équation. Le coefficient a à la première lecture est clairement une constante fixée, tandis qu'à la seconde lecture il fonctionne comme une espèce de variable. Ce sera exactement ce même type de *truc* que Bobillier et Plücker vont appliquer, indépendemment et presque simultanément, quelques mois plus tard : Bobillier dans son article acclamé de mai 1828,[228] et Plücker dans la résolution du dit *paradoxe de dualité.*[229]

En poursuivant, Bobillier présente maintenant des versions spaciales des Théorèmes III et IV. L'argumentation est exactement la même faite pour le Théorème III, en l'adaptant pour trois variables. L'équation qui aura une *double lecture* cette fois ci contient trois dérivées partiales, deux constantes/variables et sera indéxé comme $(\alpha\alpha)$:

$$a\,\frac{dM}{dx} + b\,\frac{dM}{dy} + \frac{dM}{dz} = 0 \qquad (\alpha\alpha)\ .$$

Les théorèmes résultants de ce raisonnement sont :

Théorème V. *Les lignes de contact d'une surface du m^{ieme} ordre avec la surface cylindrique dont les génératrices sont parallèles à une droite donnée quelconque, appartiennent toutes à une seule et même surface du $(m-1)^{ieme}$ ordre au plus.*

Théorème VI. *Les surfaces du $(m-1)^{ieme}$ ordre auxquelles appartiennent les diverses séries des lignes de contact d'une même surface du m^{ieme} ordre avec des surfaces cylindriques circonscrites, ayant leurs génératrices parallèles à des droites arbitraires, passent toutes par les mêmes $(m-1)^3$ points fixes.*

Pour le théorème suivant, Bobillier se maintient toujours à observer l'équation $(\alpha\alpha)$, mais fixe une des constantes/variables. Géométriquement, ceci signifie fixer un plan dans l'espace et prendre les cylindres dont les génératrices sont parallèles à ce plan. Nous avons un autre théorème très original, généré par une situation géométrique un peu plus restrictive que celle présentée dans le Théorème V.

Théorème VII. *Les surfaces du $(m-1)^{ieme}$ ordre auxquelles appartiennent les diverses séries de lignes de contanct d'une même surface du m^{ieme} ordre, avec des surfaces cylindriques circonscrites, ayant leurs génératrices parallèles à des droites tracées arbitrairement dans un même plan quelconque, passent toutes par une seule et même courbe à double courbure.*

Bobillier termine l'article en énonçant huit nouveaux théorèmes, sans ajouter de nouveaux calculs :"Ces théorèmes ainsi démontrés, il sera facile, soit par la théorie des polaires réciproques, soit par celle des projection, d'en déduire les suivans, que nous nous contenterons d'énoncer."[230]

Théorème VIII. *Les tangentes menées à une ligne du m^{ieme} ordre, par ses in-*

[228] C'est [BOBILLIER 25], qui sera étudié en détail dans la section 4.3.1.
[229] Le truc de Plücker est commenté dans la section 3.3.5.
[230] [BOBILLIER 11, p. 97].

tersection avec une même droite, sont toutes tangentes à une seule et même ligne du $(m-1)^{ieme}$ *ordre au plus.*

Théorème IX. *Les surfaces développables circoncrites à une surface du* m^{ieme} *ordre, suivant ses intersections avec une même plan, sont toutes circonscrites à une seule et même surface du* $(m-1)^{ieme}$ *ordre au plus.*

Théorème X. *Les lignes du* $(m-1)^{ieme}$ *ordre auxquelles sont tangentes les tangentes menées à une ligne du* m^{ieme} *ordre, pas ses points d'intersection avec des droites parallèles, ou concourant en un même point, ont toutes les* $(m-1)^2$ *mêmes tangentes communes.*

Théorème XI. *Les surfaces du* $(m-1)^{ieme}$ *ordre auxquelles sont circonscrites les surfaces développables circonscrites à une même surface du* m^{ieme} *ordre, suivant ses intersections avec des plans parallèles à une même droite, ou concourant en un même point ont toutes les mêmes* $(m-1)^3$ *plans tangens communs.*

Théorème XII. *Les lignes du* $(m-1)^{ieme}$ *ordre auxquelles appartiennent les points de contact d'une même ligne du* m^{ieme} *ordre avec les systèmes de tangentes menées à cette courbe, par les différens points d'une même droite, passent toutes par les* $(m-1)^2$ *mêmes points.*

Théorème XIII. *Les surfaces du* $(m-1)^{ieme}$ *ordre auxquelles appartiennent les lignes de contact d'une même surface du* m^{ieme} *ordre avec des surfaces coniques circonscrites dont les sommets sont dans un même plan, passent toutes par les* $(m-1)^3$ *mêmes points.*

Théorème XIV. *Les surfaces du* $(m-1)^{ieme}$ *ordre auxquelles sont circonscrites les surfaces développables, circonscrites elles-mêmes à une même surface du* m^{ieme} *ordre, suivant ses intersections avec des plans parallèles, ou se coupant suivant la même droite, sont toutes inscriptibles à une seule et même surface développable.*

Théorème XV. *Les surfaces du* $(m-1)^{ieme}$ *ordre auxquelles appartiennent les lignes de contact d'une même surface du* m^{ieme} *ordre avec des surfaces coniques circonscrites dont les sommets appartiennent à une même droite, passent toutes par une seule et même courbe à double courbure.*

La dernière observation de Bobillier dans la clôture de cet article, est que les résultats VIII et IX sont déjà démontrés par Gergonne, dans le texte de janvier 1827.[231] Ces résultats, dans l'article de Gergonne apparaissent sous la numérotation "Corollaire VIII du Thèorème I" et "Corollaire X du Théorème III",[232] et les deux sont adressés à l'article de Vallès déjà commenté ici.

La réorganisation de Gergonne, en novembre 1827, du premier texte de Bobillier sous la rubrique géométrie de situation.

Pour commencer, voici un résumé de ce qui est essentiel dans le texte que nous venons d'étudier. Là, est faite la chose suivante : donné un point P et une courbe $\mathcal{C}$ de degré m, il est calculé et décrite la *courbe polaire* de P par rapport à la directrice

[231] Il s'agit encore une fois du texte que j'ai appelé *second texte fondateur* : [GERGONNE 1827 a].
[232] Respectivement dans les pages 225 et 241 de [GERGONNE 1827 a].

$\mathcal{C}$. Elle est une courbe de degré $m-1$ décrite comme étant celle qui passe par les points de contacts qui sont déterminés en $\mathcal{C}$ par les droites qui lui son tangentes prises à partir du pôle P.

Se fait également : donne une droite ℓ et une courbe $\mathcal{C}$ de degré m, ils sont calculés et décrites les *points polaires* de ℓ par rapport à la directrice $\mathcal{C}$. Ces pôles sont en quantité $(m-1)^2$ et peuvent être calculés ainsi : donnés deux points Q et R quelconque en ℓ, calculons ses courbes polaires q et r. Les $(m-1)^2$ pôles demandés sont les points de l'intersection $q \cap r$.

Enfin, toutes les considérations faites dans le plan pour un point P, une droite ℓ et une courbe directrice $\mathcal{C}$ ont leurs analogues dans l'espace, à partir d'un point P, un plan π et une surface directrice $\mathcal{S}$ de degré m.

Il est clair que ces résultats généralisent le cas classique dans lequel la direcrice $\mathcal{C}$ a le degré $m = 2$. La courbe polaire d'un point donné est simplement son pôle. Cette correspondance entre les droites et les points, intermédiée par une conique (et ajoutée aux autres propriétés et subtilités déjà discutées dans les sections précédentes), établit une dualité entre les figures dans le plan. Pour le cas, par exemple, dans lequel la directrice $\mathcal{C}$ est une courbe cubique, la courbe polaire d'un point est une conique, tandis qu'une droite a $(3-1)^2 = 4$ pôles par rapport à $\mathcal{C}$.

Quelques uns des théorèmes dans le texte de Bobillier qui étaient *éparpillés* et énoncés sans les indications claires de leurs versions réciproques, ont été groupés et présentés en colonnes duals par gergonne. Pour le premier Théorème I ci-dessous, Gergonne a fusionné les résultats I et XII du texte de Bobillier ; et pour le second Théorème I, l'éditeur a regroupé les théorèmes VIII et X. Pour le Théorème II de la colonne de gauche, ont été regroupés les résultats II, XIII et XV de Bobillier ; et le Théorème II de la colonne de droite a été composé par les théorèmes IX, XI et XIV du texte initial. Les énoncés sont devenus ains :[233]

Théorème I. *Si, de tant de points qu'on voudra, d'une droite tracée arbitrairement sur le plan d'une courbe du m^{ieme} degré, on mène à cette courbe toutes les tangentes possibles, les courbes qui contiendront les points de contact des divers faisceaux de tangentes, lesquelles ne seront que du $(m-1)^{ieme}$ degré seulement, se couperont toutes aux $(m-1)^2$ mêmes points.*

Théorème I. *Si, par um même point pris arbitrairement sur le plan d'une courbe de m^{ieme} classe, on mène à cette courbe tant de sécantes qu'on voudra, puis ensuite des tangentes, par ses points d'intersection avec chacune de ces sécantes, les courbes auxquelles seront circonscrites les tangentes des divers faisceaux, lequelles ne seront que de $(m-1)^{ieme}$ classe seulement, seront toutes inscrites aux $(m-1)^2$ memes droites.*

[233] Consultez [GERGONNE 1827 e, p. 153-154].

Théorème II. *Si tant de points qu'on voudra d'un plan, situé d'une manière quelconque dans l'espace, sont des sommets de surfaces coniques circonscrites à une même surface du m^{ieme} degré, les surfaces courbes qui contiendront les lignes de contact de ces diverses surfaces coniques, lesquelles ne seront que du $(m-1)^{ieme}$ degré seulement, se couperont toutes aux $(m-1)^3$ mêmes points. Si, de plus, les sommets des surfaces coniques sont tous situés sur une même droite, ces mêmes surfaces du $(m-1)^{ieme}$ degré se couperont toutes, suivant une même courbe à double courbure.*

Théorème II. *Si, par un même point quelconque de l'espace, on conduit à une même surface de m^{iemme} classe tant de plans sécans qu'on voudra et qu'ensuite on lui circonscrive des surfaces développables, suivant ses intersections avec ces différens plans, les surfaces courbes auxquelles ces diverses surfaces pourront être circonscrites, lesquelles ne seront que de $(m-1)^{ieme}$ classe seulement, auront toutes les $(m-1)^3$ mêmes plans tangens. Si, de plus, les plans sécans se coupent tous suivant une même droite, ces mêmes surfaces de $(m-1)^{ieme}$ classe seront toutes circonscriptibles à une seule et même surface développable.*

Le second texte de Bobillier, de décembre 1827.

Le second article de Bobillier sous la rubrique géométrie de situation apparaît en décembre 1827, avec le titre *Recherche sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres.*[234] Dans ce texte l'auteur regroupe aussi quelques un des résultats du texte précédent, probablement inspiré par la présentation faite par Gergonne. En outre, suivant la suggestion de Gergonne, Bobillier adopte la nomenclature de *degré* et *classe* au lieu d'*ordre*. Cependant, dans ce texte, les propositions ne sont pas encore énoncées en colonnes doubles.

Il y a un nouvel objet qui est introduit dans cet article. Donnée une courbe $\mathcal{C}$ de degré m, on peut définir une séquence de courbes polaires à partir d'un point P fixé. Bobillier utilise la notation C_{m-1}, C_{m-2}, C_{m-3}, ..., C_3, C_2, C_1 pour indiquer les courbes de degré $m-1$, $m-2$, $m-3$, ..., 3, 2 et 1 respectivement. La courbe polaire de P par rapport à $\mathcal{C}$ est C_{m-1}, la courbe polaire de P par rapport à C_{m-1} est C_{m-2}, la courbe polaire de P par rapport à C_{m-2} est C_{m-3} et ainsi de suite. Ce ne sera pas encore dans cet article de Bobillier, mais seulement dans le texte rédigé cinq mois plus tard (plus précisément avril 1828),[235] que cette séquence de courbes sera appelée *polaires sucessives de P par rapport à $\mathcal{C}$.*

Dans cet article il y a quatre théorèmes, deux pour des configurations dans le plan et deux pour des configurations dans l'espace. Le premier théorème a un énoncé long, parce qu'il décrit (dans l'énoncé) la définition de la séquence de courbes polaires, il regroupe et adapte dans ces contexte légèrement augmenté quelques un des résultats déjà démontrés antérieurement, et enfin il ajoute une (petite) conclusion nouvelle.

Dans les grandes lignes, la démonstration du premier théorème ici est une adaptation de la démonstration du premier théorème du texte précédent, mais maintenant en prenant m fois l'opération de dériver, au lieu d'une seule fois, comme il a été

[234] [BOBILLIER 14].
[235] Il s'agit de [BOBILLIER 38], le dernier de l'ensemble des six textes de géométrie de situation.

fait là. Avec ceci, Bobillier travaille en manipulant et en combinant m équations simultanément. Les calculs deviennent longs et fastidieux.

Voici l'énoncé de ce premier théorème, exactement comment il se présente dans le texte de Bobillier. Pour une meilleure compréhension de ce que le théorème dit, je vais le commenter ensuite, dans le cas particulier dans lequel la courbe directrice initiale a le degré $m = 3$.

Théorème I. *Soit C_m une courbe plane du m^{ieme} degré. Soient C_{m-1}, C_{m-2}, C_{m-3}, ..., C_3, C_2, C_1 une suite d'autres lignes des degrés respectifs $m-1$, $m-2$, $m-3$, ..., 3, 2, 1, telles que C_{m-1} passe par les points de contact de C_m avec ses tangentes issues d'un même point fixe P de son plan ; et que chacune des autres soit par rapport à celle qui la précède immédiatement et pour le même point P, ce qu'est C_{m-1} par rapport à C_m, la dernière C_1 des ces lignes, se réduira à une droite. Si, par différens ponts de la droite C_1, on mène à la courbe C_m toutes les tangentes possibles, les lignes du $(m-1)^{ieme}$ degré déterminées par les points de contact des tangentes issues des mêmes points de cette droite, lesquelles, comme l'on sait, auront les mêmes $(m-1)^2$ points communs, passeront toutes par le point P.*

L'énoncé prolongé ci-dessus, en l'observant dans le cas $m = 3$, nous montre ce qui suit. Nous considérons une courbe cubique plane $\mathcal{C}$ et un point P fixé dans le même plan. Soient $\mathcal{Q}$ et ℓ respectivement une conique et une droite positionnées dans le plan de manière à ce que la conique $\mathcal{Q}$ passe par les points de contact de $\mathcal{C}$ avec ses tangentes prises à partir de P, et la droite ℓ est la droite polaire de P par rapport à la conique $\mathcal{Q}$. Maintenant nous considérons un point L quelconque dans le plan. Nous savons qu'il existe une conique, disons, K_L, qui est la courbe polaire de L par rapport à $\mathcal{C}$. Et maintenant, ce qui arrive quand nous prenons les points L sur la droite ℓ ? Nous savons aussi que quand L parcourt la droite ℓ, toutes les coniques K_L passeront par $(3-1)^2 = 4$ points communs. Jusqu'ici il n'y a aucune nouveauté par rapport à l'article précédent de Bobillier. Ces deux résultats partiels aparaissent respectivement dans le premier et dans le deuxième théorème de l'article précédent. La dernière conclusion, qui est la nouveauté du théorème de cet article, est que le point P donné initialement appartient à toutes les coniques K_L en question.

Les autres trois théorèmes sont des versions analogues du premier. L'adaptation de la notation et de la nomenclature d'un cas à l'autre est faite minutieusement, ce qui rend le texte encore plus long et prolixe. Le deuxième théorème est la version dual du premier. Le troisième et quatrième théorèmes sont des versions spaciales du premier et du second respectivement.

3.4.3 Les contributions de Bobillier : la généralization de la notion de pôle et polaire pour des courbes ou surfaces de degré quelconque (mars 1828 à avril 1829)

Dans cette section, nous allons nous pencher sur le troisième texte de Bobillier sous la rubrique géométrie de situation.Toujours dans cette section nous allons voir

les autres trois textes sous la même rubrique et la question proposée par Bobillier dans ce contexte.

L'article "Recherche sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques", le mars 1828.

En mars 1828 apparaît dans les *Annales de Gergonne* le troisième article de Bobillier sous la rubrique géométrie de situation. Ce travail, intitulé *Recherches sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques*,[236] est central dans l'ensemble des six travaux de Bobillier autour de l'idée de pôles et polaires. Initialement, parce qu'il organise le contenu (plus specifiquement, les démonstrations de Bobillier) autour de la *théorie des polaires réciproques* et de la *théorie des projections*. Ceci rapproche l'argumentation de Bobillier des méthodes de Poncelet. Mais il est aussi du premier texte de Bobillier dans lequel s'organise la *forme* (plus spécifiquement la rédaction des définitions et des résultats) en colonnes duals. Dans ce cas, la géométrie de Bobillier se rapproche des conceptions géométriques de Gergonne.

Le texte a 17 pages et est très dense. En effet, en considérant tous les résultats préliminaires, les partiels des théorèmes, les partiels des corollaires, les versions duals et les corollaires supplémentaires dans le notes de bas de pages, le texte présente un peu plus de 60 résultats. Malgré cette densité, la rédaction est claire et élégante. Ceci rend le texte bien moins fatiguant que le texte précédent, qui curieusement n'a que 10 pages. L'impression que nous avons est que dans le texte précédent, Bobillier parle beaucoup, mais ne contribue que peu. Ici, au contraire, nous avons l'impression que Bobillier parle peu, mais contribue beaucoup.

Cet article est divisé en trois extraits clairement distincts, mais totalement analogues entre eux. La façon dont Bobillier argumente dans le premier passage est répétée (il y a même éventuellement quelques phrases qui se répètent) dans les autres deux passages. Avec ceci, une bonne compréhension du premier passage nous facilite la tâche pour accompagner le raisonnement et les calculs des deux passages suivants. Ceci montre une fois de plus la bonne didactique que Bobilllier avait dans ses expositions.

Les deux premiers passages ont le même structure. Ils commencent avec une liste de définitions, et se poursuivent avec l'argumentation et les calculs, où s'accumulent les énoncés de quelques résultats préliminaires.[237] Ils continuent avec l'énoncé compacte d'un grand théorème et se terminent avec une corollaire principale, qui est le théorème pris dans le cas de lignes (ou de surfaces) d'ordre deux. Eventuellement il y a les énoncés d'autres corollaires en notes de bas de page. Le troisième passage est similaire aux deux précédents à part le fait qu'il n'y ait pas de définitions établies au début.

Le premier passage travaille avec des courbes planes et se nomme "§ *I. Propriétés*

[236] [BOBILLIER 24].

[237] Ces résultats sont énoncés par Bobillier en évidence dans le corps du texte, mais sans leurs donner le nom de "lemme" ou de "théorème". Seulement quand il a besoin d'y faire référence, il les appelle "propositions".

des lignes courbes". Le second est une version spaciale du passage antérieur et se nomme "§ *II. Propriétés des surfaces courbes*". Finalement, le troisième passage est une autre version spaciale du premier et n'a pas de nom spécifique. Bobillier commence simplement en sautant une ligne après la fin du deuxième passage.

La section § *I. Propriétés des lignes courbes* occupe les cinq premières pages de l'article.[238] Dans ce passage apparaissent trois définitions, trois propositions préliminaires, le Théorème I composé de trois paires duals de résultats, la corollaire principale, avec également trois paires duals de résultats, et enfin quatre résultats d'autres géomètres énoncés en note de bas de page.

L'auteur ouvre § I en établissant (une fois de plus) les définitions qui doivent être adoptées au long du texte. Il s'agit de trois paires duals de défintions, référencées dans les deux articles antérieurs de Bobillier.[239]

1. Une courbe sera dit du m^{ieme} *degré*, lorsqu'elle pourra couper une même droite en m points.

2. La *courbe polaire d'un point* par rapport à une directrice du m^{ieme} degré, sera la courbe du $(m-1)^{\text{ieme}}$ degré qui contiendra les points de contact de toutes les tangentes à celle-là issues de ce point.

3. Les *points polaires d'une droite* seront les $(m-1)^2$ points communs aux courbes polaires de tous les points de cette droite.

1. Une courbe sera dit de m^{ieme} *classe*, lorsqu'on pourra lui mener m tangentes d'un même point.

2. La *courbe polaire d'une droite*, par rapport à une directrice de m^{ieme} classe, sera la courbe de $(m-1)^{\text{ieme}}$ classe que toucheront les tangentes menées à celle-là par tous ses points d'intersection avec cette droite.

3. Les *droites polaires d'un point* seront les $(m-1)^2$ tangentes communes aux courbes polaires de toutes les droites qui passent par ce point.

Maintenant, s'initie l'argument avec les deux courbes planes de degré m dont les équations sont données par $M = 0$ et $M' = 0$. Pour chaque constante α, l'équation

$$M + \alpha M' = 0 \quad (1)$$

représente une courbe du même degré m passant par les m^2 points d'intersection des deux premières.[240] En différenciant l'équation (1) et en écrivant $a = \dfrac{dy}{dx}$, nous avons

$$\left(\frac{dM}{dx} + a\,\frac{dM}{dy}\right) + \alpha\left(\frac{dM'}{dx} + a\,\frac{dM'}{dy}\right) = 0 \quad (2)\ .$$

[238] [BOBILLIER 24, pp. 253-257].

[239] Je parle toujours des articles [BOBILLIER 11] et [BOBILLIER 14]. A la page 253 de [BOBILLIER 24] il y a une petite erreur de référence. Le géomètre se rapporte au tome XVII des *Annales*, à la page 91, pour la définition de courbe polaire d'un point. La référence correcte est le tome XVIII, dont la page 91 tombe exactement sur l'article [BOBILLIER 11].

[240] Cette procédure est basée sur un principe qui sera connu plus tard comme le *principe de la notation abrégée*. Ce sujet sera étudié en détail dans le prochain chapitre, en se focalisant non seulement sur l'oeuvre de Bobillier, mais aussi sur celle de divers autres auteurs des *Annales de Gergonne*.

Notons que la courbe de l'équation (2), qui est du $(m-1)^{\text{ième}}$ degré, contient tous les points de contact entre la courbe (1) et les droites dans la même direction de $y = ax$ qui lui sont tangentes.

Quand la condition suivante s'impose

$$\frac{dM}{dx} + a\,\frac{dM}{dy} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{dM'}{dx} + a\,\frac{dM'}{dy} = 0 \quad (3)\ ,$$

l'équation (2) est satisfaite pour quelconque que soit la valeur choisie pour la constante α. En observant que la paire d'équations (3), les deux de degré $(m-1)$, déterminent $(m-1)^2$ points, s'en suit le résultat partiel :

Proposition A. ($1^{\text{ère}}$ proposition énoncée à la page 255) *Les courbes polaires d'un point situé à l'infini, relatives à tant de courbes qu'on voudra du m^{ieme} degré, passant par les m^2 mêmes points fixes, passent toutes par les $(m-1)^2$ mêmes points, également fixes.*

A suivre, Bobillier fait varier la direction de la droite $y = ax$, c'est-à-dire, le "point situé à l'infini" du lemme énoncé ci-dessus parcourt la "droite à l'infini". Algébriquement, il s'agit d'obtenir une nouvelle équation à partir du système (3), qui soit toujours satisfaite indépendamment de la valeur de a. Cette équation est obtenue exactement en éliminant la variable a :

$$\frac{dM}{dx}\cdot\frac{dM'}{dy} - \frac{dM}{dy}\cdot\frac{dM'}{dx} = 0 \quad (4)\ .$$

En observant que le degré de cette équation est $[2(m-1)]$, l'interprétation de (4) fournit un second résultat partiel :

Proposition B. (2eme proposition énoncée à la page 255) *Les $(m-1)^2$ points communs aux courbes polaires d'un point situé à l'infini relatives à tant de courbes qu'on voudra du m^{ieme} degré, passant par les m^2 mêmes points fixes, décrivent une courbe du $[2(m-1)]^{ieme}$ degré, lorsque ce point décrit une droite également située à l'infini.*

Ensuite, Bobillier reprend l'équation (2), mais en la réécrivant sous une autre forme pour l'interpréter d'une autre manière. Encore une fois nous observons ici l'application d'un des *trucs* préférs de Bobillier, qui est celui d'observer une même équation sous différents points de vue à fin d'obtenir des conclusions différentes. Ainsi, l'équation (2) s'écrit à présent ainsi

$$\left(\frac{dM}{dx} + \alpha\,\frac{dM'}{dx}\right) + a\,\left(\frac{dM}{dy} + \alpha\,\frac{dM'}{dy}\right) = 0 \quad (5)\ .$$

Cette équation permet de voir que les points polaires de la droite située à l'infini, par rapport à la courbe $M + \alpha M' = 0$ sont donnés par la système

$$\frac{dM}{dx} + \alpha\,\frac{dM'}{dx} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{dM}{dy} + \alpha\,\frac{dM'}{dy} = 0 \quad (6)\ .$$

En faisant varier la constante indéterminée α, nous obtenons toutes les courbes de $m^{\text{ième}}$ degré, qui passent par les m^2 points d'intersection entre $M = 0$ et $M' = 0$.

Algébriquement, pour que le système (6) soit valable pour quelconque valeurs de α, est suffisant d'éliminer cette variable du système. Ceci conduit une autre fois à l'équation (4). Le résultat partiel qui est présenté est :

Proposition C. (Proposition énoncée à la page 256) *Les points polaires d'une droite située à l'infini, relatifs à toutes les courbes du m^{ieme} degré qui passent par les m^2 mêmes points fixes, sont tous situés sur la même courbe du $[2(m-1)]^{ieme}$ degré dont il vient d'être question.*

En continuant l'article, Bobillier registre la phrase-clef du texte :"En généralisant ces trois propositions, à l'aide de la théorie des projections, et en déduisant en outre de chaque proposition, ainsi généralisée, sa correlative, au moyen de la théorie des polaires réciproques, on obtiendra les théorèmes suivans (...)."[241]

Théorème I. *Tant de courbes du m^{ieme} degré qu'on voudra, passant toutes par les m^2 mêmes points fixes ;*

1. *Les courbes polaires d'un point quelconque, relatives à toutes ces courbes, passeront toutes par les $(m-1)^2$ mêmes points également fixes ;*

2. *Si ce point parcourt une droite, ces $(m-1)^2$ mêmes points, décriront une courbe du $[2(m-1)]^{ieme}$ degré ;*

3. *Enfin, les points polaires de cette droite seront situés sur cette même courbe du $[2(m-1)]^{ieme}$ degré.*

Théorème I. *Tant de courbes de m^{ieme} classe qu'on voudra, ayant toutes les m^2 mêmes tangentes fixes ;*

1. *Les courbes polaires d'une droite quelconque, relatives à toutes ces courbes, auront toutes les $(m-1)^2$ mêmes tangentes fixes ;*

2. *Si cette droite tourne autour de l'un de ses points, ces $(m-1)^2$ tangentes envelopperont une courbe de $[2(m-1)]^{ieme}$ classse ;*

3. *Enfin, les droites polaires de ce point toucheront toutes cette même courbe de $[2(m-1)]^{ieme}$ classe.*

Avant de continuer, il est pertinent d'observer que dans son argumentation, Bobillier invoque des deux théories à la mode, la *théorie des projections* et la *théorie des polaires réciproques*. Notons que Bobilier les utilise sans la nécessité de les justifier ou de les référencer. En observant aussi que les deux sont fortement liées au nom (et au *Traité*) de Poncelet. La théorie des projections est celle qui permet de prendre des résultats d'incidences impliquant des éléments situés à l'infini (point ou droite) et faire la transposition pour un résultat analogue avec les mêmes éléments (point ou droite) situés dans le fini. L'inverse, passer par des éléments finis vers l'infini, est aussi permis. Cependant, dans le cas de cet article de Bobillier, le plus grand avantage est dans le fait de profiter de la particularité des positions parallèles des droites tangentes initialement considérées et la facilité qui vient de ceci, en ce qui concerne la manipulation des équations. En ce qui concerne la théorie des polaires réciproques, celle-ci a déjà été l'objet de l'analyse au long de tout ce chapitre, et est un des pilliers de la géométrie de situation des années 1820.

Il convient de mettre en évidence que cette phrase, résumé de l'argument principal, fonctionne comme une espèce de *refrain* dans le texte de Bobillier. Elle est répétée

[241] [BOBILLIER 24, p. 256].

(avec de petites variations) encore deux fois dans des contextes analogues, dans la même position de l'argumentation, antérieure au théorème principal du passage, après une accumulation de diverses propositions préliminaires. La seconde apparition de la phrase-clef est : "En généralisant ces diverses propositions, au moyen de la théorie des projections, et en leur joignant celles que la théorie des polaires réciproques permet ensuit d'en déduire, on obtiendra les théorèmes suivans (...)."[242] Et la troisième apparition est : "En généralisant ces resultats, par la théorie des projections, et en les doublant par la théorie des polaires réciproques, on obtiendra les théoremes suivans (...)."[243]

Toujours dans la même section § I, Bobillier énonce comme corollaire, la cas qui effectivement intéressait le plus les géomètres de l'époque, qui est quand les lignes en question ont l'*ordre* $m = 2$. Notons qu'ici il n'y a pas la préoccupation de faire la distinction entre *degré* et *classe*, car dans l'ordre deux ces numéros coincident.

Corollaire. (Théorème I dans le cas $m = 2$) *Tant de lignes du second ordre qu'on voudra étant circonscrites à une même quadrilatère ;*

1. *Les polaires d'un point quelconque, relatives à toutes ces courbes, se coupent toutes en un même point fixe ;*

2. *Si le pôle commun à toutes ces courbes parcourt une droite, le point de concours de toutes ses polaires parcourra une ligne du second ordre ;*

3. *Enfin, cette dernière courbe contiendra les pôles da la droite parcourue par le pôle commun.*

Corollaire. (Théorème I dans le cas $m = 2$) *Tant de lingnes du second ordre qu'on voudra étant inscrites à une même quadrilatère ;*

1. *Les pôles d'une droite quelconque relatifs à toutes ces courbes, appartiendront une même droite fixe ;*

2. *Si la polaire commune à toutes ces courbes tourne autour de l'un de ses points, la droite, lieu des pôles, enveloppera une ligne du second ordre ;*

3. *Enfin, cette dernière courbe sera touchée par toutes les polaires du point autour duquel la polaire aura tourné.*

Notons que ce corollaire de la manière dont il est consigné ici – qui est exactement comme il apparaît rédig dans le texte original – paraît imprécis vers l'introduction et l'indication des éléments impliqués. En observant avec plus d'attention l'énoncé de la colonne de gauche, je pointe les imprécisions suivantes.

a) Dans **(1.)** est introduit un point arbitraire. Les "polaires" de ce point sont des courbes de degré $(2-1) = 1$, ou soit, sont simplement droites. Le résultat **(1.)** informe que l'intersection de ces droites se fait en $(2-1)^2 = 1$ second point.

b) L'expression "toutes ces courbes" consignée dans **(2.)** fait référence aux droites polaires qui apparaissent dans **(1.)** et non aux coniques données dans l'entête de l'énoncé.

c) A partir de là, l'expression "le pôle commun à toutes ces courbes" consignée dans **(2.)** fait référence au premier point de **(1.)**, qui a été introduit arbitrairement. Dans **(2.)** est introduit une droite arbitraire, où ce point se déplace.

d) Le résultat **(2.)** informe quel est le lieu géométrique du second point qui apparaît

[242] [BOBILLIER 24, p. 262].
[243] [BOBILLIER 24, p. 267].

dans **(1.)**, lorsque se produit le déplacement du premier point. Il s'agit d'une courbe de degré $[2(2-1)] = 2$.

e) Enfin, dans **(3.)** ce n'est pas consigné explicitement, mais les pôles de la droite arbitraire qui apparaît dans **(2.)** sont, maintenant, relatifs aux coniques données dans l'entête de l'énoncé.

Ces observations faites, la corollaire ci-dessus (en réalité, sa première colonne) serait plus claire si elle était rédigée ainsi :

Proposition. (Version alternative de la première colonne du Théorème I dans le cas $m = 2$) *Dans un plan, sont donnés un quadrilatère fixé et un point P quelconque. Considrons encore une famille de coniques telles qu'elles passent toutes par les sommets du quadrilatre fix.* **1.** *Les droites polaires de P, relatives chacune de ces coniques, sont toutes concourrantes en un même point fixe (nous allons appeler ce point Q).* **2.** *Quand le point P parcourt une droite (nous allons l'appeler ℓ), alors le point Q parcourt une autre courbe conique (nous allons l'appeler K).* **3.** *Les ples de la droite ℓ, relatifs chacune des coniques de la famille initialement donne, sont situs sur la conique K.*

Placé sur cette corollaire il y a une note de bas de page énonçant et faisant référence à divers résultats publiés dans d'autres volumes des *Annales*. Cette note doit être de Bobillier lui- même et non de Gergonne, car l'éditeur était zélé et signait les notes qu'il écrivait dans les textes d'autres auteurs. Cette note est intéressante pour au moins deux motifs. Premièrement, parce qu'elle montre une fois de plus que Bobillier était un lecteur attentif des *Annales*, non seulement des volumes des années durant lesquelles il était un chercheur actif (entre 1826 et 1829), mais aussi des volumes plus anciens, de la décennie antérieure. En outre, le premier des théorèmes mentionnés est extrait du texte de Lamé considéré par plusieurs historiens comme le *point de départ* de la méthode de la notation abrégée.[244] Ceci montre que Bobillier connaissait ledit texte de Lamé et que, par conséquent, il peut avoir été influencé par cet auteur dans l'élaboration de sa propre manière d'utiliser ladite méthode.

Les propositions mentionées dans la note de bas de page sont des versions de la corollaire quand le point et/ou la droite initiale sont situés à l'infini. Cette réutilisation (bien qu'elle ne soit pas déclarée) de la *théorie des projections* est curieuse. Au delà du fait que l'argument se ferme élégament sur lui même, il permet encore que les recherches de Bobillier rencontrent les recherches de ses contemporains. Ainsi, en prenant dans l'infini le point arbitraire indiqué dans le résultat **(1.)** de la Corollaire ci-dessus (colonne de gauche), Bobillier obtient à nouveau ce théorème de Lamé :[245]

Proposition D. (1er proposition énoncée à la note de bas de page 257) *Les conjugues des diamètres parallèles dans les lignes du second ordre circonscrites à une même quadrilatère concourent en un même point.*

[244] La méthode de la notation abrégée est le thème du prochain chapitre. En particulier, le texte de Lamé mentionné ici est étudié dans la section 4.2.1 de cette thèse.

[245] L'énoncé de Lamé peut être consulté dans [LAME 1817, p. 233] ; Bobillier y fait dûment référence.

Maintenant, en prenant dans l'infini la droite indiquée dans le résultat *(2.)* de la Corollaire (colonne de gauche), Bobillier obtient ce théorème :[246]

Proposition E. (2eme proposition énoncée à la note de bas de page 257) *En faisant varier la direction commune des diamètres parallèles, leur point de concours décrire une nouvelle ligne du second ordre, lieu des centres de toutes les autres.*

Ensuite, Bobillier obtient à nouveau une partie d'un théorème que Poncelet, dans un article de 1821, a attribué à Isaac Newton. Pour ceci il enmène vers l'infini la droite indiquée dans le résultat *(1.)* de la Corollaire (colonne de droite).[247]

Proposition F. (3eme proposition énoncée à la note de bas de page 257) *Les centres de toutes les lignes du second ordre inscrites à une même quadrilatère appartiennent à une même droite.*

Le quatrième énoncé dans la note de bas de page est simplement une version du résultat **(2.)** de la Corollaire (colonne de droite) dans le même contexte dans lequel la droite indiquée dans **(1.)** est placé à l'infini.

Proposition G. (4eme proposition énoncée à la note de bas de page 257) *Les conjugués des diamètres parallèles de ces mêmes lignes, du second ordre, enveloppent une autre ligne du même ordre.*

Enfin, dans cette même note, Bobillier suggère une généralisation pour la définition du centre et du diamètre. Initialement, dans le cas d'éllipses et d'hyperboles, on défine le *centre* comme étant un point d'intersection de ses deux âxes de symétrie. Et le *diamètre* est une corde quelconque de la figure qui passe par son centre. Dans la note, Bobillier suggère de définir les *points centraux* d'une courbe de degré (ou classe) quelconque comme étant les pôles d'une droite située à l'infini. Simillairement, définir les *droites diamétrales* comme les polaires d'un point également situé à l'infini. En adoptant ces définitions, nous pouvons généraliser les résultats énoncés dans la note de bas de page pour les courbes de degré (ou classe) $m > 2$.

Comme indiqué ci-dessus, le deuxième extrait de l'article *Recherches sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques* est une version spaciale de l'extrait antérieur. Cette partie occupe les sept pages suivantes du texte,[248] et dans celle-ci apparaissent quatre définitions, trois conséquences des définitions, cinq propositions préalables, le Théorème II composé de cinq paires duals de résultats, la corollaire principale de ce théorème, et les corollaires dans les notes de bas pages, englobant plusieurs résultats. Quant au troisième passage, il est une autre version spaciale du premier et occupe les dernières six pages de l'article.[249] Dans ce passage final il n'y a pas de définitions, mais il y a cinq propositions préalables, le Théorème

[246] La référence que Bobillier a donnée (volume 18 des *Annales*, page 106) tombe sur un texte de Gergonne. Mais ce résultat n'apparaît pas là. Le résultat indiqué dans la référence de Bobillier est le même que celui de Lamé déjà présenté dans la proposition ci-dessus.

[247] L'énoncé de Poncelet pour le théorème de Newton peut être trouvé dans [PONCELET 1821, p. 109]. Une version de ce même théorème apparaît à nouveau dans les pages des *Annales*, dans un texte de Durrande, daté d'avril 1824 : [DURRANDE 1824, p. 309].

[248] [BOBILLIER 24, pp. 257-264].

[249] [BOBILLIER 24, pp. 264-269].

III composé de cinq paires duals de résultats, la corollaire principale de ce théorème, et d'autres corollaires dans les notes de bas de page, présentant plusieurs résultats.

Les trois derniers textes de géométrie de situation de Bobillier.

Il y a encore trois autres articles de Bobillier publiés sous la rubrique de la géométrie de situation. A la fin de l'année 1828 sont apparus deux de ceux-ci : *Recherches sur les lois générales qui régissent les courbes algébriques* dans le fascicule d'octobre,[250] et *Recherches sur les lois générales qui régissent les surfaces algébriques*, en novembre.[251] Ces deux articles sont des versions plus ou moins élargies du travail antérieur publié sous cette rubrique, en mars. En effet, nous avons vu que l'article de mars 1828 est très dense. Dans les deux articles publiés à la fin de l'année, la situation est différente : nous avons des textes qui présentent à nouveau de façon moins *concentrée*, quelques un des passages de l'article antérieur.

Les théorèmes énoncés ne sont pas nouveaux, ce qu'il y a de nouveaux ce sont quelques démonstrations qui leurs sont données. C'est-à-dire, l'intention déclarée de Bobillier est réellement celle de répéter les théorèmes en tentant de rendre encore meilleure leur exposition. Ceci devient manifeste dans la phrase avec laquelle Bobillier ouvre chaque texte, et qui est exactement la même, mot pour mot : "Nous nous proposons, dans ce qui va suivre, de revenir de nouveau sur des propositions déjà démontrées pour les établir d'une manière à la fois plus simple, plus directe et plus générale."[252]

Ce n'est pas une simple curiosité que la phrase d'ouverture soit la même. Les deux articles ont la même structure générale et les deux s'appuient (et font référence) à l'article de mars plusieurs fois.

La manière "plus simple, plus directe et plus générale" à laquelle Bobillier fait référence est celle de démontrer les résultats principaux de l'article antérieur en allant directement vers eux, sans passer par les résultats préliminaires. Ainsi, dans ces deux textes il n'a déjà plus besoin d'évoquer la *théorie des projections* (comme il l'a fait dans le cas précédent) pour *ramener de l'infini* quelques points ou droites qui y sont situés. La *théorie des polaires réciproques* dans le arguments, aussi bien que les colonnes doubles dans les énoncés, restent des marques dans ces textes.

Enfin, le dernier article de l'ensemble des six textes de la géométrie de situation de Bobillier, a été publié tardivement. Il s'agit de *Théorèmes sur les polaires successives*.[253] Cet article a été expédié de Châlons-sur-Marne, avec la date du 20 avril 1828, et a été publié par Gergonne dans les *Annales* seulement un an plus tard, dans le fasicule d'avril 1829.

Cependant la date de rédaction de ce sixième travail, seulement un mois après la

[250] [BOBILLIER 27]. Cet article sera repris et commenté brièvement dans le prochain chapitre, plus spécifiquement dans la section 4.4.1 de cette thèse.
[251] [BOBILLIER 28].
[252] [BOBILLIER 27, p. 106] ou [BOBILLIER 28, p. 138]
[253] [BOBILLIER 38].

publication de l'article significatif *Recherche sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques*, explique la cohérence de l'ensemble. L'impression que nous avons est qu'après le premier texte avec des résultats *éparpillés* et le second avec une rédaction prolixe, Bobillier réussit à s'organiser et a exposer avec éfficacité ses idées qui généralisent dans plusieurs directions la théorie initiale de pôles et polaires intermédiée par un conique.

Un détail apparement banal, mais pour le moins curieux, est que le mot *ordre* apparaît dans les titres des deux premiers travaux de cette séquence de six textes, mais est évité dans les titres des quatre derniers.

Le dernier texte, qui d'ailleurs est bien court (six pages), a seulement deux théorèmes et deux problèmes. Je me limite à énoncer le premier théorème parce qu'il généralise l'ancien résultat de Poncelet, fondamental dans sa théorie de la réciprocité polaire. Il s'agit de propriété que si la droite ℓ et le point P ont comme pôle et polaire intermédiée par une conique, respectivement, le point L et la droite p et si $P \in \ell$, alors il vaut que $L \in p$.[254]

Nous rappelons que l'idée des *polaires successives* d'un point P par rapport à une courbe $\mathcal{C}$, apparaît déjà dans le second des six textes de l'ensemble, mais c'est seulement ici que cette expression est consignée par Bobillier. Ainsi, donnée une courbe plane $\mathcal{C}$ de degré m et un point P, nous pouvons obtenir une séquence de courbes de degrés $m-1$, $m-2$, ..., 2 et 1, notées respectivement C_{m-1}, C_{m-2}, ..., C_2, C_1 et de sorte que la courbe polaire de P par rapport à $\mathcal{C}$ est C_{m-1}, la courbe polaire de P par rapport à C_{m-1} est C_{m-2} et ainsi de suite, jusqu'à ce que finalement la courbe polaire de P par rapport à la conique C_2 soit la droite C_1. Bobillier appelle ces courbes $1^{\text{ère}}$ polaire, $2^{\text{ème}}$ polaire, ... , $(m-2)^{\text{ème}}$ polaire et $(m-1)^{\text{ème}}$ polaire de P par rapport à $\mathcal{C}$, respectivement. Dans ces circonstances, Bobillier à montré que

Théorème I. *Si, par rapport à une même directrice du $(p+q)^{ieme}$ degré, on détermine la p^{ieme} polaire d'un point P et la q^{ieme} polaire d'un point Q, et que l'un quelconque de ces deux points ait été choisi sur la polaire de l'autre, ce dernier point se trouvera réciproquement su la polaire du premier.*

Théorème I. *Si, par rapport à une même directrice de $(p+q)^{ieme}$ classe, on détermine la p^{ieme} polaire d'une droite P, et la q^{ieme} polaire d'une droite Q et l'une quelconque de ces deux droites ait été choisi tangente à la polaire de l'autre, cette dernière droite se trouvera réciproquement tangente à la polaire de la première.*

Notons que le résultat symétrique et élégant de Poncelet peut être obtenu si facilement en faisant $p = q = 1$ dans l'également symétrique et élégant théorème de Bobillier ci-dessus. Le théoréme de Poncelet/Bobillier est illustré dans la figure 3.16 ci-dessous.

[254] Consultez dans [PONCELET 1818, p. 211] une des diverses fois ou Poncelet à énoncé ce théorème. L'importance de ce résultat, apparemment ingénu, est commentée dans la section 3.1.3 de cette thèse.

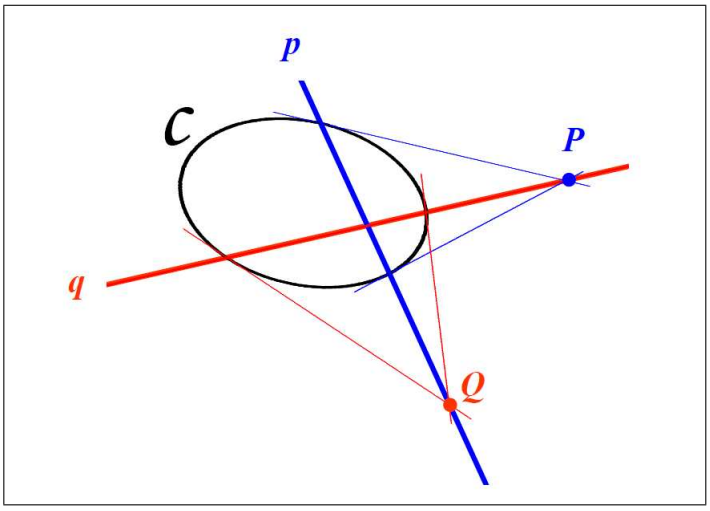


FIG. 3.16 – [BOBILLIER 38], Théorème I, dans le cas où $p = q = 1$.

Bobillier propose une question dans les *Annales de Gergonne*, le novembre 1828.

En novembre 1828, survient la première fois (des trois) ou Bobillier est présenté dans les *Annales* seulement par le nom, sans aucune référence à la provenance géographique, au lien institutionnel ou à la situation professionnelle. Ceci peut indiquer qu'à cette hauteur il était déjà un auteur connu (et reconnu) par l'éditeur (et qui sait également par les lecteurs) des *Annales*. Ceci est le seul excercice proposé sous la *signature* de Bobillier. Le contenu des résultats proposés montre clairement que ce sont des développements du troisième, quatrième et cinquième texte de géométrie de situation. Malheureusement, personne n'a envoyé aux *Annales de Gergonne* une solution pour ce problème proposé par Bobillier.

Dans un intervalle de sept mois à partir de la proposition du problème, et après une période de production fébrile et animée autour de la géométrie de situation, cette rubrique disparaît subitement et complètement.[255] Le silence autour du problème proposé par Bobillier peut être considéré comme symptome et illustration du déclin de la rubrique.

En observant aussi qu'après la fin de la rubrique, les *Annales* durent encore deux ans seulement, nous pourrions chercher les réponses pour les problèmes de Bobillier dans d'autres journaux. Cependant, je n'ai pas réussis à trouver dans les périodiques des décennies qui suivent (*Nouvelles Annales*, *Journal de Liouville*, *Journal de Crelle*, etc) aucune solution ni mention à ce problème que Bobillier à laissé à ses lecteurs.

Les problèmes proposés sont deux paires de théorèmes duals, chacun d'eux rédigé de façon très concise. Cet excès de concision dans le texte peut avoir géné la compréhension des résultats qu'il prétendait obtenir.[256] Voici ci-dessous les énoncés des problèmes proposés, sans plus de considérations à leurs propos.

[255] Nous allons voir ceci plus en détail dans la section 3.5.2 à suivre.

[256] C'est plus ou moins comme ce qui est arrivé dans le cas mentionné ci-dessus, dans une des corollaires consignées dans l'article [BOBILLIER 24].

I. *Si un tétraèdre et une surface conique du second ordre existent ensemble dans l'espace ; les sections de la surface conique par les plans des quatre faces du tétraèdre détermineront, deux à deux, six nouvelles surfaces coniques du second ordre, dont les sommets, situés dans une même plan, seront trois à trois aux intersections de quatre droites, tracées dans ce plan.*

II. *Le plan des sommets des six nouvelles surfaces coniques sera le plan polaire du sommet de la première, relativement à la surface du second ordre inscrite à cette même surface conique e touchant à la fois les plans des quatre faces du tétradre.*

I. *Si un tétraèdre et une ligne du second ordre existent ensemble dans l'espace ; les surfaces coniques que auront pour base commune cette ligne du second ordre et leurs sommets aux quatre sommets du tétraèdre détermineront, deux à deux, six nouvelles lignes du second ordre, dont les plans, concourant en une même point, se couperont trois à trois suivant quatre droites, passant par ce point.*

II. *Le point de concours des plans de six nouvelles lignes du second ordre sera le pôle du plan de la première, relativement à la surface du second ordre circonscrite à cette même ligne du second ordre et passant à la fois par les quatre sommets du tétraèdre.*

3.4.4 Comment la géométrie de situation de Bobillier a fait comprendre et apprécier Poncelet par les géomètres de sa génération & a ramené Chasles aux recherches mathématiques.

Bobillier a apporté à la théorie des pôles et polaires des généralisations de quelques définitions et théorèmes. En outre il a suggéré de nouveaux concepts et nomenclatures. Ces contributions ont été perçues par les géomètres, ses contemporains. En particulier, les vieux géomètres Poncelet et Chasles, dans leurs livres écrits plusieurs années après la fin des annès 1820, ont encore commenté avec enthousiasme ces contributions de Bobillier.[257]

Poncelet, ami de "[l']intelligent et singulièrement actif" Bobillier.

Au début de 1828, peut être à cause des commentaires tendancieux publiés dans le *Bulletin de Ferussac*, Poncelet croyait dans un premier temps que Bobillier (qu'il n'avait pas encore connu personnellement) avait adhéré au programme de Gergonne. Jusqu'à ce qu'à un moment, entre 1828 et 1829, Poncelet reçoive une *lettre d'excuses* de Bobillier. Nous ne savons pas exactement ce qui a motivé cette lettre d'excuses. Peut être quelques un des résultats que Bobillier avait démontrés et que Poncelet, dans une de ses explosions epistolaires, a réclamé de lui. Le fait est qu'après la lettre de Bobillier à Poncelet, un certain Monsieur Bardin, professeur à l'École régimentaire d'atillerie de Metz, a intermédié une "liaison sincère d'amitié" entre les

[257] Les livres de Poncelet rédigés dans les années 1860 et le *Rapport* écrit par Chasles en 1870 ont déjà été mentionnés dans la section 1.2.2 de cette thèse.

deux géomètres.

> Ces mêmes théories [géométrico-analytiques rédigés de 1815 à 1816] ont été reprises et développées avec succés, en 1827, par Bobillier, esprit intelligent et singulièrement actif, déjà cité dans le premier volume de ces *Applications*, et qui, après avoir épousé les idées de M. Gergonne, voulut bien enfin reconnaitre sa propre injustice à mon égard, dans une correspondance et des relations particulières datant de 1828 à 1829 ; époque où il se lia d'une amitié sincère avec moi par l'intermédiaire de M. Bardin, professeur à l'École régimentaire d'artillerie de Metz, et bien au fait de mes anciens travaux de Géométrie.[258]

Jusqu'où j'ai pu le déterminer, il n'y a plus de copie de cette lettre ou d'autres documents qui montrent l'amitié entre Bobillier et Poncelet. L'historien René Taton, auteur de l'entrée *Poncelet* pour le *Dictionnaire de Biographies Scientifiques*, informe que beaucoup de documents manuscrits de Poncelet ont été perdus durant les bombardements en France pendant la Première Grande Guerre (1914-1918).[259] Malheureusement, c'est peut être le cas des lettres envoyées de Châlons à Metz à partir de 1828.

En plusieurs autres occasions, Poncelet témoigne de l'admiration qu'il avait pour la "mathématique élégante" de Bobillier. Voyons deux de ces manifestations, extraites du Tome II du *Traité des propriétés projectives des figures*, de 1866.[260]

Dans un certain passage, Poncelet commente le résultat qui dit que "(a) les courbes planes de degré m ont, en général, et au maximum, $m(m-1)$ tangentes prises d'un point arbitrairement donné et (b) les points de contact se trouvent situés sur une ligne de degré $m-1$". La première partie du résultat se trouve dans un texte de Poncelet de 1818,[261] alors que la seconde partie se trouve dans le quatrième des six textes de Bobillier sous la rubrique géométrie de situation.[262] De l'avis de Poncelet, "M. Bobillier a démontré, depuis, ce théorème par une marche analytique générale et fort élégant, dans le tome XIX des *Annales*, d'octobre 1828."[263]

Un peu plus tard, après avoir énoncé plusieurs théorèmes sur les pôles et polaires, Poncelet donne son opinion, en disant :

> On reconnaît ici les théorèmes sur les *pôles*, *polaires* et *plans polaires* de courbes et des surfaces algébriques, que M. Bobillier a exposés par une voie analytique fort élégant et qui lui est propre, dans plusiers excelents Mémoires insérés aux tomes XVII et XIX des *Annales de Gergonne* (1827 à 1829).[264]

---

[258] [PONCELET 1864, p. 486].
[259] [TATON 1970, p. 2039].
[260] [PONCELET 1866].
[261] Vérifier [PONCELET 1818, p. 214]. Ce texte est étudié dans la session 3.1.3 de cette thèse.
[262] Résultats énoncés en [BOBILLIER 27, p. 109]. Ce texte a été commenté dans la session antérieure de cette thèse et sera repris dans la section 4.4.1 dans le prochain chapitre.
[263] [PONCELET 1866, p. 215].
[264] [PONCELET 1866, p. 290].

Un témoignage de Poncelet en 1866.

Bien plus qu'une simple admiration pour les travaux d'un ami, Poncelet a reconnu qu'une bonne partie de ses propres recherches ont seulement été comprises et appréciées après 1828, grâce à Bobillier.

Alors voyons. Dans une des sections du Tome II du *Traité des propriétés projectives des figures*, tandis qu'il commente quelques un de ses travaux anciens qui parlent de réciprocité polaire, Poncelet se plaint que ses textes n'ont pas été compris par les géomètres, ni par les "algébristes" ni par les "non algébristes". Quand il reconnait l'importance de Bobillier, il paraît que Poncelet devient émotif car il insère dans un texte mathématique un petit discours très intime, dans lequel se mélangent des souvenirs, des dénonciations, des lamentations, etc. Nous observons que dans la séquence du texte, tout de suite après les éloges à Bobillier, Poncelet insère une critique à Plücker.

> Ces articles, je le redis à regret, n'ont été compris, goûtés que longtemps après 1828 par les géomètres algébristes ou nom algébristes, si ce n'est par mon excellent ami Bobillier, lui aussi mort avant l'âge dans les angoisses d'une vie troublée par les dénis cruels de l'injustice et de bien légitimes espérances trompées. Si je ne fais pas la même exception en faveur du savant professeur de l'Université allemande de Bonn, c'est qu'en suivant les traces de Bobillier, il n'est arrivé, comme on la vu, que lentement et péniblement à la conception des idées philosophiques ou métaphysiques dont il s'agit, dans ses ouvres de 1828, 1831 et même de 1835 et 1839 (...).[265]

Il est intéressant de remarquer ici que Plücker est perçu par Poncelet comme étant un "suiveur" de Bobillier.[266] La lecture des textes de Plücker montre que ce dernier et Bobillier ont été de talentueux géomètres algébristes. De plus, tous les deux ont utilisé leurs talents en algèbre pour contribuer à la géométrie des théorèmes doubles. Bobillier, en faisant des extensions de la théorie des pôles et polaires. Quant à Plücker, dans la tentative de "sauver" ce qu'il y avait de plus charmant dans la dualité : que la dual de la dual revient à sa configuration initiale. En dépit de cela, Poncelet félicite la géométrie algèbrique de Bobillier, mais il ne concède pas la même faveur à la géométrie algébrique de Plücker. Pour Poncelet, Plücker va seulement atteindre les conceptions philosophiques et métaphysiques adéquates dans les traités des années 1830, mais d'une manière très "lente et pénible".

Quand "l'impatient mais intelligent" Bobillier sort Chasles d'un long silence.

Maintenant, on a un moment curieux où les souvenirs du vieux Poncelet, parfois admiratifs parfois irrités, se tournent vers Michel Chasles. Cette fois-ci, Poncelet se plaint d'un "regrettable silence [mathématique]" de Chasles qui a durée 14 ans.

[265] [PONCELET 1866, p. 441].

[266] Ce n'est pas la première fois que quelqu'un fait référence à Plücker comme étant un suiveur de Bobillier. Nous verrons dans le prochain chapitre, dans la section 4.5.1, qu'Orly Terquem rédige un commentaire similaire, dans un texte publié dans les *Nouvelles Annales* en 1844.

Dans l'introduction du *Traité des propriétés projectives des figures* de 1822, Poncelet liste le nom de Chasles, parmis divers autres géomètres, comme un des précurseurs de la théorie des projections (particulièrement pour cause de ses études sur projection stéréographique). En effet, Chasles a publié quelques articles dans la *Correspondances sur l'École Polytechnique*, à l'époque où il y a été élève.[267] Mais au début des années 1820, et depuis longtemps, Chasles ne publiait rien. Dans les *Annales de Gergonne*, par exemple, le premier texte de Chasles est apparu seulement en mars 1828.[268]

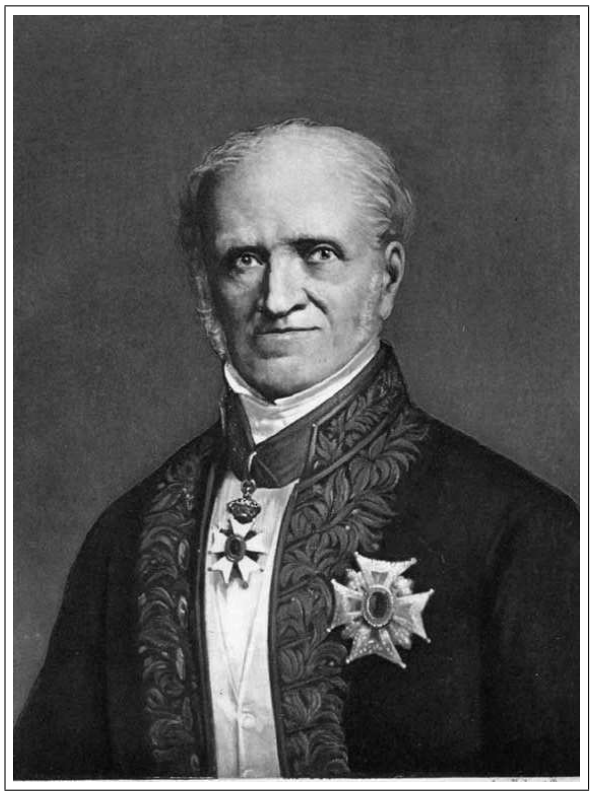


Fig. 3.17 – Michel CHASLES.

Ce texte a été "l'éveil" de Chasles, pour retourner à la recherche en géométrie. Chasles, lui-même, commente et confirme cet éveil, quand il dit que ses nouvelles idées pour la recherche ont été inspirées "par la lecture de l'analyse du mémoire présenté à l'institut par M. Poncelet en 1824". Après avoir fait référence au texte de Poncelet dans les *Annales*, Chasles complète en disant que "C'est cette lecture qui m'a fait reprendre des recherches géométriques interrompues depuis bien des années."[269] Observons que cette inspiration confessée par Chasles n'est rien d'autre que l'analyse du *Mémoire* lu à l'académie, que Gergonne a publié partiellement en mars 1827, au moment initial de la phase la plus aigüe de la polémique contre Poncelet.[270]

Pour Poncelet, cependant, Chasles est seulemet réapparu en mathématique après deux évènements : premièrement, la polémique publique entre lui et Gergonne (la

[267] Chasles a publié dans la *Correspondance* de Hachette en 1813. Il dit ceci dans [CHASLES 1828 b, p. 277]. Nous rappellons que Chasles était de la promotion X1812 de l'École Polytechnique.
[268] [CHASLES 1828 a].
[269] [CHASLES 1828 a, p. 270].
[270] [PONCELET 1827 a].

polémique comme un tout, et non seulement l'analyse du *Mémoire*), et deuxièmement, un article de Bobillier où aparraissent des résultats auxquels Chasles était déjà arrivé, mais qu'il n'avait pas encore publié. L'article de Bobillier mentionné par Poncelet à ce moment-là est *Démonstrations de divers théorèmes de géométrie*,[271] publié en janvier 1828.

Observons comment cette fois ci, Poncelet parle de Bobillier d'une manière légèrement reprochant. Premièrement, en l'appelant "impatient" et, ensuite, en insinuant l'intervention de la "plume irascible" de Gergonne dans certains passages de l'article de Bobillier, principalement, peut-être, dans la "conclusion peu amicale".

> En citant à plusieurs reprises, dans l'Introduction du *Traité des Propriétés Projectives* (tome 1er), avec les noms de Desargues, Pascal, Monge, Livet, Dupin, Brianchon, Servois ou autres, le nom de M. Chasles comme étant celui de l'un des précurseurs des méthodes de projection, de transformation des figures ; en négligeant maladroitement d'y faire valoir mes propres inventions, je ne m'attendais guère que, après quatorze années d'un silence regrettable, ce savant, réveillé enfin par le bruit de mes discussions avec Gergonne, surtout par les belles applications de la théorie des polaires réciproques publiées par l'impatient, mais intelligent Bobilier, dans le numéro de janvier 1828, je ne m'attendais pas, dis-je, que M. Chasles, à son tour, viendrait prendre pied sur mon propre terrain, encouragé par cette remarquable et peu amicale conclusion de Bobillier, où la plume de l'irascible Gergonne se laisse deviner, et où on lit entre autres les lignes suivantes : (...).[272]

Après ce long passage de Poncelet, il cite un passage de cette "conclusion peu amicale" de Bobillier. Voici alors, ce qui apparait dans l'article de Bobillier, en janvier 1828.

> Nous croyons devoir déclarer, en terminant, qu'il est fort loin de notre pensée de prétendre nous attribuer la propriété exclusive des divers théorèmes que nous venons de démontrer, et dont il nous eût été facile d'étendre indéfiniment la liste. Nous ne doutons pas que quelque-uns d'entre eux ne soient déjà connus, et il se pourrait même que tous eussent déjà été découverts par d'autres que par nous. Toute ce que nous pouvons affirmer avec certitude, c'est qu'en rédigeant l'article qu'on vient de lire, nous ne nous sommes uniquement aidés que du contenu de la lettre de M. Poncelet déjà citée. C'est sans doute un devoir, lorsqu'on s'aide du travail d'autre, de citer soigneusement les sources où l'on a puisé, mais on serait évidemment découragé de toutes recherches si, après être parvenu, par ses propres méditations, à quelque résultat que l'on croit nouveau, ou était tenu avant de rien mettre au jour, de lire tout ce qui aurait pu être écrit sur le même sujet.[273]

Si cette "conclusion peu amicale" est vraiment de Bobillier, alors c'est une réponse honnête et diplomatique en ce qui concerne sa position par rapport à la polémique de Poncelet versus Gergonne. Cela nous permet d'inférer sa tentative de rester neutre en terme de priorité. Il est fondamental d'observer la date : ce texte du professeur de

[271] [BOBILLIER 21].
[272] [PONCELET 1866, p. 418].
[273] [BOBILLIER 21, p. 202].

Châlons est apparu en janvier 1828, quand le feu croisé entre le capitaine ingénieur de Metz et l'éditeur de Montpellier était à son apogée. En dépit d'une prétendue neutralité de Bobillier, durant cette période aigüe de la polémique sa position semblait favoriser plutôt Gergonne que Poncelet.

Et à propos de l'adjectif utilisé par le vieux Poncelet en 1866, dans le passage de Bobillier cité, cela indique "[qu']impatient", pour Poncelet, peut signifier "précipité à publier quelque chose, même si les résultats ne sont pas nouveaux" ou encore "peu intéressé à découvrir tout ce qui a été déjà dit sur le sujet".

Juste pour constater, en tant que curiosité pour finir ce cycle de références, la "lettre de Poncelet" mentionnée par Bobillier est, encore une fois, l'analyse du *Mémoire*, publié en mars 1827, exactement le même texte cité par Chasles dans sa confession d'éveil.

Chasles en 1870 : "Bobillier, un géomètre distingué, qui donnait de grandes espérances aux sciences mathématiques".

Le *Rapport sur les progrès de la géométrie en France* est un livre de Michel Chasles écrit sur commande dans les années 1860 et publié à Paris en 1870.[274] Autrement dit, en 1846, le ministre de l'instruction publique a créé une chaise de géométrie supérieure à la Faculté des Sciences de Paris (Sorbonne) à partir de la sollicitation de plusieurs scientifiques, incluant le vétéran respecté Louis Poinsot. La chaise a été proposée à Chasles, qui à cette époque était déjà bien connu tant pour ses recherches que pour son livre *Aperçu Historique*.[275] En contrepartie, le professeur Chasles devait écrire un texte qui justifiait ce nouveau cours. Il a donc écrit deux livres-textes directement liés au contenu enseigné dans son cours : la *Géométrie Supérieure* en 1852 et le *Traité des Sections Coniques* en 1865 et, par la suite, il a publié un troisième livre intitulé *Rapport sur les progrès de la géométrie en France* en 1870. Ce livre a un caractère de révision des articles et des livres-textes publiés durant la première moitié du 19ème siècle, en plus d'inclure des esquisses biographiques de divers mathématiciens de cette période.

Une des esquisses biographiques, occupant 4 pages du *Rapport*, est dediée à Étienne Bobillier.[276] La phrase qui ouvre le texte de Chasles est celui-ci : "on doit des recherches fort remarquables à Bobillier, géomètre distingué, qui donnait de grandes espérances aux sciences mathématiques."[277]

A un certain point de l'esquisse, Chasles sélectionne quatre résultats tirés d'une "séquence de mémoires de Bobillier".[278] À partir de cela, il fait correctement référence dans les *Annales*, au tome et à la page de chacun des six textes qui nous venons d'étudier. Les résultats sélectionnés par Chasles font références aux configurations dans le plan et ont été extraits du premier, du troisième et du dernier article.[279]

[274] [CHASLES 1870].
[275] [CHASLES 1837].
[276] [CHASLES 1870, pp. 65-68].
[277] [CHASLES 1870, p. 65].
[278] [CHASLES 1870, pp. 66-67].
[279] Plus précisément, de [BOBILLIER 11] le théorème XII, de [BOBILLIER 24] le théorème I (1er

Après quelques commentaires aditionnels et l'information que cette théorie s'étend pour les surfaces dans l'espace, Chasles cloture en registrant que "cette theorie des polaires des courbes et surfaces, dont nous trouvons ici l'origine et un dévéloppement très-étendu, a été, depuis, le sujet des recherches de différents géomètres et s'est introduite dans plusieurs ouvrages."[280]

3.5 Géométrie de situation dans les *Annales* (1810 à 1830).

Dans les prochaines sections je prétends donner un panorama un peu plus ample de la géométrie de situation, en présentant et étudiant globalement un réseau de textes sur le sujet dans les *Annales de Gergonne*.

Un *réseau de textes* consiste en l'étude systématique d'un collectif de textes autour d'un thème spécifique. Il est nécessaire de souligner qu'un réseau de textes est un artefact qui ne peut pas être dissocié du thème qui lui a servi de *point de départ*. Cependant, un réseau de textes doit être vu plutôt comme une méthode heuristique dans l'histoire des mathématiques que comme un objet en lui même.[281]

Dans la section ci-dessous je présente et défends les critères utilisés pour construire et organiser ce réseau de textes. Ensuite, la section suivante montre une étude de ce réseau, dans l'espoir de mieux comprendre ce qu'est la *géométrie de situation*. Nous prétendons montrer que la géométrie de situation pratiquée dans les *Annales de Gergonne* durant les décennies 1810 et 1820 peut être comprise comme une *discipline*, car elle contient des éléments de la définition proposée par l'historienne Catherine Goldstein : "Une discipline est un système d'activités scientifiques orienté sur un objet. Qui inclut : les sujets étudiés, les concepts clefs, les problèmes principaux, les références basiques, les livres de textes, le système d'organisation et les valeurs pour une preuve ou une démonstration".[282]

3.5.1 Sélection et organisation d'un réseau de textes autour de la géométrie de la situation.

La première étape d'une étude basée sur un réseau de textes consiste exactement à selectionner les textes qui doivent composer le réseau.

Pour commencer, je suis parti de huit textes initiaux qui, indubitablement, devraient faire partie du réseau que je prétendais composer : les deux articles de Ger-

et 2ème résultats, colonne de gauche) et de [BOBILLIER 38] le théorème I (colonne de gauche).

[280] [CHASLES 1870, p. 67].

[281] Un bref commentaire sur le réseau de textes en tant que méthode heuristique dans l'histoire des mathématiques apparaît dans l'Introduction de cette thèse (Chapitre 1, précisément dans la section 1.3.2).

[282] Cette définition a été proposée par l'historienne dans son intervention du 26 novembre 2012 au *Colloque Poincaré 100 ans*, évènement réalisé à l'IMPA (Institut National de Mathématiques Pures et Appliquées), à Rio de Janeiro.

gonne que j'ai surnommés les *textes fondateurs* de la géométrie de situation et les six articles de Bobillier publiés sous cette rubrique principale.[283] Dans l'intention de créer des critères de selection des textes du réseau, j'ai cherché dans les huit textes initiaux, quelques caractéristiques qui leur sont communes à tous (ou du moins à presque tous) j'ai réussi à lister les quatre suivantes :

1. L'apparition du mot "géométrie de situation" : que ce soit dans la rubrique principale, ou dans l'alternative, ou dans le titre ou encore dans le corps du texte.

2. L'évocation explicite, de la part de l'auteur, dans le corps du texte, de la "théorie des polaires réciproques" ou du "principe de dualité" pour dupliquer les résultats obtenus.

3. La rédaction de passages du texte en paires de colonnes duals.

4. L'apparition des mots "pôle" ou "polaire" dans le titre ou dans le corps du texte.

Ces *caractéristiques* des huit textes initiaux ont été adoptées comme les *critères* pour sélectionner le collectif de textes du réseau. Notons que ces critères sont tous très objectifs pour être appliqués à un texte, ou pour observer son format éditorial. Cependant ces critères ne sont pas naïf. Malgré qu'il paraisse que ce ne sont que des aspects purement formels ou éditorials, les caractéristiques (qui sont devenues des critères de sélection) pointent vers les pratiques et les conceptions des géomètres qui ont *déssiné* cette discipline mathématique, appelée par (presque tous) eux mêmes de "géométrie de situation".

En effet, voyons ce que ces critères nous disent sur la géométrie de situation. La caractéristique **(1.)** a été remplie par les huit textes initiaux. En tant que critère, ceci tente de capturer *les conceptions* de l'éditeur et/ou des auteurs de ce qu'est la "géométrie de situation", car ce sont eux mêmes qui disent que nous sommes en présence d'un texte qui traite de cette géométrie. Sur la caract'eristique **(2.)**, elle a été remplie par les six textes de Bobillier et par le deuxième des deux de Gergonne. Cette caractéristique indique *la stratégie de démonstration* qui paraît être la plus adéquate (ou du moins la plus populaire) pour la géométrie qui est construite collectivement. J'observe que dans l'application de ce critère, l'évocation de quelconques expressions connexes à "théorie des polaires réciproques", comme "théorie des pôles" ou "théorie des polaires" a été considérée. La caractéristique **(3.)** a été remplie par les textes de Gergonne et par quatre des six de Bobillier. Elle montre *la façon d'organiser* la théorie en question. Notons que cette forme d'organisation se concentre sur les axiomes, démonstrations et résultats. Enfin la caractéristique **(4.)** a également été remplie par les six textes de Bobillier et par le second des deux textes de Gergonne. Cette caractéristique pointe vers *les sujets étudiés* dans le cadre de ce que les auteurs du réseau considèrent comme la "géométrie de situation".

Pour construire un collectif de textes, je me suis appuyé sur l'hypothèse initiale que le réseau autour de la géométrie de situation devrait être composé strictement d'*articles qui présentent au moins une des quatre caractéristiques* établies ci-dessus. Mon *ensemble universel*, où j'ai selectionné les textes pour composer mon réseau, a été

[283] Ces sont les textes [GERGONNE 1826 a], [GERGONNE 1827 a], [BOBILLIER 11], [BOBILLIER 14], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] et [BOBILLIER 38].

initialement le périodique *Annales de Gergonne* durant tout son temps de publication, à savoir, de 1810 à 1832 ; en ne me resteignant pas seulement aux textes publiés sous la rubrique principale *géométrie* dans ses diverses qualifications disciplinaires (analytique, de situation, transcendente, pure, élémentaire, etc...), mais en couvrant tout ce que le journal avait à offrir.

Initialement j'ai eu des doutes si je devais ou non considérer les autres journaux où Bobillir a publié ou les journaux qui circulaient à son époque. Même si je considérais d'autres périodiques, je ne prétendais pas aller au delà de 1832. Pourquoi cette date limite pour mon réseau de textes ? Premièrement, parce qu'à partir de cette année, Bobillier est déjà installé dans une carrière exclusivement enseignante à Châlons-sur-Marne, produisant des cours et des manuels didactiques, mais se tenant à l'écart de la recherche. Et en outre, 1832 est l'année durant laquelle le journal *Annales de Gergonne* prends fin ; provocant un vide de quatre ans en termes de périodiques de mathématiques en France (rappelons-nous que le journal significatif suivant sera le *Journal de Liouville*, publié à partir de 1836). De plus il y avait une restriction d'accès aux sources. Pour commencer je n'ai pas réussis à accéder régulièrement, ni par internet ni en personne aux bibliothèques de France, à tous les volumes de la *Correspondance* de Quetelet. Et pour le *Journal de Crelle*, ce périodique est accessible, mais la plupart des articles qui y sont publiés sont rédigés en allemand, dont je ne maitrise pas encore la lecture.

Enfin, seulement dans cette étape de selection, en parcourant soigneusement les *Annales*, j'avais déjà accumulé une quantité considérable de textes. Le réseau était formé initialement de 92 textes, étalés sur un intervalle de 20 ans, mais dont la plus grande concentration (62 des 92 textes, c'est-à-dire, deux tiers du total) a été circonscrite à l'intervalle final de quatre ans (1826 à 1829). Ainsi, j'ai décidé de maintenir le réseau de textes de géométrie de situation restreint aux *Annales de Gergonne*.

Les critères de selection ont été préparés à partir des huits textes cités au début de cette section. Mais déjà lors de la première étape de la selection j'ai réussis à capturer dans le réseau les deux textes d'*essais* de Bobillier (où il experimente, encore timidement, les méthodes qui plus tard feront sa consécration) et les deux textes les plus célèbres de sa carrière, tous les deux publiés sous la rubrique philosophie mathématique.[284]

Une tentative d'augmenter le réseau a constitué en ce qui suit : je suis parti des 92 textes que j'avais déjà obtenus dans la première liste, cherchant dans chacun d'eux (dans le corps du texte et dans les notes de bas de page) des citations explicites à d'autres textes antérieurs. Ces citations étaient faites par les auteurs eux mêmes des textes ou par l'éditeur. Normalement une citation de ce type informait qu'un certain résultat (ou un cas particulier de ce dernier, ou une généralisation, ou une version analytique, ou une version purement géométrique, etc) était déjà apparu antérieurement

[284] Les textes sont [BOBILLIER 07], [BOBILLIER 09], [BOBILLIER 25] et [BOBILLIER 26]. Tous sont les cibles de présentations et d'études détaillées, respectivement dans les sections 3.4.1, 4.2.3, 4.3.1 et 4.3.2, exclusivement dédiées à ces derniers dans cette thèse.

dans un article de telle personne, dans telle page, de tel volume des *Annales*, etc. Ou que le sujet de ce texte avait déjà été abordé avant par telle personne, dans telle page, de tel volume, etc. Avec cette seconde selection de texte, j'espérais rendre compte d'une manière plus effective des mathématiques contenues dans les textes du réseau. J'ai fait un troisième tour de la sélection en répétant le processus avec les textes obtenus du second tour. J'ai fait un quatrième tour à partir du troisième, et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de mouvements retroactifs de citations.

Cette nouvelle hypothèse de travail a un peu plus que doublé la quantité d'éléments de mon collectif de textes, mais n'a pas *amélioré* leurs distribution dans le temps. Cette fois-ci ont été réunis 191 textes, éparpillés sur le même intervalle de deux décennies. La concentration reste encore haute dans les quatres dernières années du réseau. Dans l'intervalle de 1826 à 1829 se trouvent 70 des 191 textes, c'est-à-dire, un peu plus d'un tiers du total. Il est bon de renforcer l'information pour qu'elle soit bien claire. Les 99 nouveaux textes incorporés au réseau par le passage à la seconde hypothèse de travail ne présentent *aucune* des caractéristiques formelles établies dans la première hypothèse de travail. Les nouveaux textes se lient aux premiers seulement par un *réseau de citations*.

A partir de maintenant, dans cette section et dans la prochaine, je vais appeler le réseau obtenu de la première hypoth'ese de travail, *réseau basique*. Le second réseau, où est ajouté au réseau basique le réseau de citations, je vais l'appeler *réseau augmenté*. Et maintenant, comment choisir avec quel réseau de textes travailler ?

Une des manières de traiter un réseau de textes est de le voir comme une étude prosopographique d'un collectif d'écrits. Ainsi, une fois établi le réseau de textes sur lequel travailler, l'étape suivante consiste à préparer une base de données, en catalogant systématiquement toutes les informations qui nous parraissent appropriées, extraites de chaque élément du réseau. Et ensuite de tenter de reconstruire un panorama à partir de la base de données.

Dans un article récent des chercheuses françaises Claire Lemercier et Emmanuelle Picard,[285] les auteurs indiquent une différence fondamentale entre la prosopographie tournée vers l'étude d'un épisode ancien ou celle tournée vers un épisode moderne, et cette différence est, essentiellement, la quantité d'informations à prendre en compte.

Pour l'étude d'épisodes anciens de l'histoire, une des difficultés est la limitation de la quantité et de la diversité des sources primaires. Ainsi, il serait nécessaire de lister le maximum d'informations sur tous les individus d'un groupe, dans l'intention de le décrire le mieux possible. En revanche, pour les épisodes de l'ère moderne ou contemporaine, généralement nous disposons d'un excès de sources. Ainsi, pour ne pas prendre le risque de recueillir une base de données improductive – de par la grande quantité de données listées et de par l'éventuelle incompatibilité entre les types de données – nous devons couper avec intelligence les éléments qui doivent être répertoriés.

Mais en situation d'abondance et d'hétérogénéité des sources, le regroupement des

[285] [LEMERCIER et PICARD 2012].

> informations ne peut se faire de façon féconde que s'il s'appuie sur des hypothèses de recherche fortes, qui orientent tant la définition du groupe à considérer que la nature des renseignements à obtenir : il s'agit d'abstraire au moins autant que de décrire. On pourrait en quelque sorte dire de la prosopographie appliquée à l'époque contemporaine qu'elle doit inverser la perspective en discriminant rigoureusement les informations à rechercher.[286]

Ainsi, "qui orientent tant par la définition du groupe à considérer" (textes des *Annales de Gergonne*), "que [par] la nature des renseignements à obtenir" (qu'est la géométrie de situation ?), j'ai décidé "d'abstraire" le réseau augmenté et de concentrer mon analyse sur le réseau basique. Avec cela, mon espoir est de mettre en valeur plus une étude qualitative d'un petit collectif de textes, plutôt que, proprement, une étude quantitative d'un plus grand collectif. J'ai également décidé "d'abstraire" un excès d'information que nous pouvons extraire de chaque texte. Pour cela, j'ai recueilli une base de donnés où a été a compté seulement l'apparition des éléments qui répondent aux critères de sélection, les rubriques (principales et alternatives) du texte, les auteurs et leurs présentations, les mentions à des textes en dehors du réseau et les mentions à des noms de personnes dans le corps du texte.

Quelques observations techniques sur la sélection de textes et le comptage des auteurs et des rubriques.

Une information préliminaire est que le premier des deux annexes insérés dans ce chapitre contient divers tableaux où sont organisées et présentées quelques données du réseau de textes.[287] Cela dit, voici quelques petites observations sur la sélection de textes et le compte des auteurs et des rubriques.

Une question qui doit être bien clarifiée sur le processus de sélection de textes, est que quelques une des *notes de bas de page* ont été comptabilisées comme textes indépendants. Dans les *Annales*, au long d'un article, il était commun qu'il apparaisse d'éventuelles notes de bas de page non signées et d'autres notes signées par les initiales *J.D.G.* du nom de l'éditeur. Considérant le zèle de l'éditeur en ce qui concerne les paternités des articles publiés dans son périodique, nous pouvons en conclure que les notes non signées, même si ce n'est pas dit explicitement, doivent vraiment être des notes de l'auteur du texte principal. Les autres notes, celles signées par J.D.G., elles apparaissaient fréquemment et toujours en quantité abondante.[288] Quant au contenu des diverses notes, une bonne partie concernait seulement des références à d'autres textes, que ce soient d'autres journaux, des traités ou des livres didactiques, ou que ce soient des tomes ou des fascicules antérieurs des *Annales*. Mais certaines notes faisaient interférence ou dialogue avec le texte principal : des débats, des questions proposées, des énoncés et des démonstrations de théorèmes connexes à ceux présentés dans le texte principal, des corrections, d'autres exemples, etc. Quelques une de ces notes prenaient une telle ampleure qu'elles en venaient à occuper quasiment la même

[286] [LEMERCIER et PICARD, p. 613]

[287] Il s'agit de l'annexe "Tableaux sur la géométrie de situation".

[288] Ce n'est pas en vain que le journal officiellement intitulé *Annales de mathématiques pures et appliquées* a gagné le surnom significatif *Annales de Gergonne*.

quantité d'espace que l'article principal duquel elles devraient être un ajout. Ces notes de bas de page avec un contenu qui n'est pas exclusivement de références, mais qui présentent des interventions, sont calculées comme des textes indépendents.

Le choix de considérer certaines notes de bas de page comme texte indépendant, à interféré dans mon comptage des textes, des auteurs et des rubriques. Dans le cas dans lequel il s'agit d'une note de l'auteur du texte principal, j'ai compté seulement le texte principal, son auteur et sa rubrique. Dans le cas où il s'agit d'une note signée par J.D.G., ceci a été compté comme un texte nouveau sous la rubrique "note de bas de page" et l'unique auteur compté pour ce texte – la note – est un personnage que je nomme désormais " Gergone (éditeur)".

Par exemple, nous considérons le texte de Magnus où il y a une note de bas de page de Gergonne.[289] Dans le texte principal de Magnus il n'y a rien qui le fasse répondre à un des critères de sĺection des textes pour le réseau, mais dans la note de Gergonne il y en a. Ainsi le texte est compté une seule fois, ainsi que la date "septembre 1825" qui est également comptée une seule fois dans les tableaux 3.2, 3.7 et 3.8. L'unique auteur de ce texte est identifié comme "Gergonne (éditeur)" dans les tableaux 3.5 et 3.6. Je vais considérer "Note de bas de page" comme la rubrique principale de ce texte et ceci est comptabilisé dans le tableau 3.3. Enfin, la rubrique de l'article de Magnus dans lequel Gergonne intervient, qui dans ce cas est "Géométrie transcendente", conjointement à la rubrique inventée "Note de bas de page", les deux sont comptées dans le tableau 3.4.

Un autre exemple. Considérons maintenant le texte furieux de Poncelet publié dans le *Bulletin de Ferussac*. En novembre 1827 le texte a été republié dans les *Annales* remplies de notes de bas de page de Gergonne.[290] Tant le texte principal de Poncelet, que les notes de l'éditeur apportent des contributions à la géométrie de situation. Ainsi tant le texte que la date "novembre 1827" ont été comptés deux fois dans les tableaux 3.2, 3.7 et 3.8. Chaque comptage est imputé à un auteur : "Poncelet" et "Gergonne (editor)" dans le tableau 3.5. Similairement, chaque comptage est associé à une rubrique, "Polémique mathématique" et "Note de bas de page", les deux insérées comme rubrique principale dans le tableau 3.3. Ces mémes rubriques épaisissent la tableau 3.4.

3.5.2 Un aperçu de la géométrie de situation dans les *Annales* entre 1810 et 1830 : des rubriques, des aspects formels, des auteurs, des textes et des personnes.

Le réseau de textes autour de la géométrie de situation dans les *Annales de Gergonne* réunit 92 textes, dont la liste complète est présentée dans le tableau 3.2, le premier dans l'annexe de ce chapitre. Ce réseau s'étend sur vingt ans et mobilise 20 auteurs identifiés (en outre de quelques anonymes). En dépit de parcourir deux décennies de production, la distribution de textes au long du temps est déséquilibrée, car deux tiers des travaux sont concentrés dans la dernière cinquième partie de l'in-

[289] La note est à la page 91 de [MAGNUS 1825 b].
[290] [PONCELET 1827 c].

tervalle de temps. Pour être plus exact, dans les dernières quatre années du réseau se trouvent 62 des 92 textes publiés. Le tableau 3.7 montre les dates des textes de ce collectif de textes. Nous observons, par la distribution dans le temps, que les années productives du réseau de textes sont de 1826 à 1829. Il est curieux que cet intervalle soit également exactement la période active d'Étienne Bobillier en tant que chercheur en mathématiques.

Ensuite nous allons considérer plus en détail les éléments qui composent ce réseau. Nous montrerons les rubriques impliquées et les aspects formels que les textes présentent et qui révèlent les pratiques géométriques des auteurs. Nous montrerons aussi les références internes et externes au réseau et les personnes impliquées directement ou indirectement dans cette construction collective. Avec cela nous espérons offrir un panorama qui permette de comprendre le phénomène de la géométrie de situation dans le journal *Annales de Gergonne* entre 1810 et 1830.

Le journal et les rubriques de la géométrie de situation.

Le réseau de texte nous informe que la géométrie de situation s'étend sur 18 rubriques éditoriales (comptant les rubriques principales et alternatives). Trois de ces rubriques sont de caractère, disons, *purement editorial* ("correspondance", "note de bas de page" et "polémique mathématique") et deux rubriques sont du type *questions & réponses* ("questions proposées" et "questions résolues"), restant alors 13 rubriques de caractère plus *disciplinaire* : 10 "géométries" et encore "philosophie mathématique", "statique" et "dynamique". Les tableaux 3.3 et 3.4 montrent ces rubriques et la quantité de textes comptabilisés dans chacune d'elles.

Entre les textes de caractère plus éditorial, je pointe que l'unique "polémique" est un texte de Poncelet publié dans le contexte de sa dispute publique avec Gergonne.[291] L'unique "correspondance" est également avec Poncelet, son premier texte dans ce réseau, rédigé en 1817, au temps où sa dispute avec Gergonne était encore modérée et respectueuse.[292] Les "notes de bas de page" sont nombreuses et sont toutes signées par Gergonne. Ceci réaffirme sa façon interventionniste de rédiger son périodique.

De plus, le fait que les rubriques "questions proposées" et "questions résolues" soient aussi nombreuses dans le réseau, pointe vers l'importance de cette activité éditoriale dans la configuration de cette discipline (et des pratiques mathématiques qui la constituent) qu'est la géométrie de situation. Nous rappelons que l'activité éditoriale du type *questions & réponses* marque un journal non seulement comme un véhicule d'idée prètes d'auteurs, mais comme un espace de débat et de construction collective des mathématiques. Dans le réseau de la géométrie de situation nous avons 13 questions résolues (sous cette rubriques) et 17 questions proposées. De manière générale, les questions proposées n'ont pas de signature d'auteur (laissant sous entendu que ce sont des questions formulées par l'éditeur), mais dans le réseau il y a deux question signées : une par Steiner en octobre 1828 et l'autre par Bobillier le mois suivant.[293] Pour le reste, j'informe que des 17 questions propposées dans le

[291] Il s'agit de [PONCELET 1827 c], déjà étudié dans la section 3.3.2 de cette thèse.
[292] [PONCELET 1817 b].
[293] Ces sont les textes [STEINER 1828 d] et [BOBILLIER 29].

réseau, 7 de celles-ci ont été résolues dans le cadre du réseau lui même (bien que ce ne soit pas exclusivement dans la rubrique "questions résolues") : une résolution par un anonyme, une de Poncelet, deux par Durrande et trois par Bobillier.

Sur les rubriques à caractère disciplinaire, nous notons que 10 d'entre elles sont "géométries" dans leurs plus différentes qualifications. La rubrique "géométrie de situation" est, bien évidemment, la plus nombreuse dans ce réseau, suivie de la "géométrie analytique" et de la "géométrie élémentaire".

J'attire l'attention sur l'évolution de la rubrique "géométrie de situation". Sa première apparition dans le périodique est dans la table de matières du volume 15. Elle apparaît comme rubrique alternative d'un texte de Tédenat, en octobre 1824, dont la rubrique principale est "question résolue".[294] Une autre rubrique alternative de ce même texte est "dynamique". Ce texte peut être considéré comme une *fausse piste* vers la géométrie de situation. En effet, l'article de Tédenat répond à trois questions : la première est sur le mouvement d'un point matériel sujet à des forces d'accélération dans différentes directions, la seconde est sur le mouvement d'un pendule en fonction de son angle d'ouverture en relation à la verticale et la troisième est la description de solides géométriques obtenus par l'intersection des polyèdres platoniques avec des plans coupant les milieux de leurs arêtes. Ce contenu est singulier à l'intérieur du réseau, sans aucune résonance avec aucun des autres textes capturés. Il est facile de voir qu'il est incompatible avec tous les contenus traités jusqu'alors et qui aboutiraient en une géométrie de situation plus proche de l'intuition de ses pratiquants : une géométrie de pôles et polaires, une géométrie de la règle et/ou une géométrie de l'incidence des figures.

Les deux apparitions suivantes sont aussi en tant que rubrique alternative. L'une d'elles est justement le premier texte de Plücker revendiqué par Poncelet (août 1826).[295] L'autre est dans un texte de novembre 1826 de Ferriot, doyen de la Faculté des Sciences de Grenoble, intitulé *Note sur la théorie des transversales*.[296] Ici il est significatif que dans les deux textes la rubrique principale est "géométrie de la règle". Après cela, les prochaines apparitions de la rubrique "géométrie de situation" sont dans les deux *textes fondateurs* de Gergonne.[297] Dans le texte de Gergonne de janvier 1826, elle apparaît encore comme rubrique alternative (dont la principale est "philosophie mathématique") et dans celui de janvier 1827, elle apparaît finalement comme rubrique principale. En poursuivant, comme il l'a déjà été dit à d'autres moments de ce travail, vient le premier texte d'auteur sous la rubrique principale de géométrie de situation, non signé par Gergonne : c'est le début de la séquence des six articles de Bobillier sous cette rubrique, en octobre 1827.[298] Dans la suite, ce que nous notons dans les *Annales* c'est un enthousiasme de la part de l'éditeur pour cette nouvelle rubrique. A partir de l'article de Bobillier et ensuite (en excluant les "questions proposées") le réseau contient 33 textes, 19 de ces derniers se trouvent dans la

[294] [TÉDENAT 1824].
[295] [PLÜCKER 1826 a].
[296] [FERRIOT 1826 b].
[297] [GERGONNE 1826 a] et [GERGONNE 1827 a].
[298] [BOBILLIER 11].

rubrique géométrie de situation. Cet enthousiasme (peut-être éxagéré ?) de l'éditeur justifie pourquoi le réseau basique de textes est concentré durant ces dernières quatre années.

Toujours à propos des rubriques, il est bon de rappeller que la clasification des textes est de la responsabilité de l'éditeur, et que ceci reflète beaucoup plus *sa vision particulière* de quelles pratiques mathématiques appartiennent à quel domaine de savoirs, plutôt que la perception des auteurs et des lecteurs d'un journal. Dans le cas des textes qui sont des "questions résolues", les rubriques alternatives de la table de matières fournissent quelques clarifications de ce qu'est le contenu d'un texte. Mais dans les textes qui ont déjà une rubrique principale *disciplinaire*, l'attribution d'une rubrique alternative peut indiquer un doute de l'éditeur sur comment classifier ce contenu qu'il a dans les mains à publier. Dans ce sens, et dans le cas de la géométrie de situation, les années 1828 et 1829 parraissent avoir été des années de *certitude* pour l'éditeur Gergonne, de ce qu'est cette géométrie. Des 19 textes dénombrés dans le paragraphe ci-dessus, un seul a une double rubrique, et les autres 18 sont sous une seule rubrique. Ou soit, depuis l'article de Bobillier, presque tout ce qui est apparu sous la rubrique principale "géométrie de situation" n'a pas de rubrique alternative. A l'exception d'un article de Chasles, publié en mai 1828, sous la rubrique principale "géométrie pure".[299] Complémentairement, la *certitude* de Gergonne s'étend aux autres classifications, car, dans le volume 19 du périodique (de juillet 1828 à juin 1829), tous les textes séléctionnés pour le réseau, sans exception, sont sous une seule rubrique. Cette *certitude* de l'éditeur en 1828 et 1829 contraste avec la *fausse piste* de 1824 (le texte de Tédenat) et les *non-définitions* qui apparraissent dans ses principaux textes sur le thème en 1826 et 1827.[300]

Enfin, il y a un fait étrange relié à cette rubrique, qui est son absence complète dans les volumes 20, 21 et 22 du périodique. Après un volume bourrè de beaucoup de productions présentées sous cette rubrique, nous en arrivons à un dernier texte, qui est de Gergonne.[301] Cet article est publié dans le fascicule de mai 1829. A la fin subite de la "géométrie de situation" en tant que rubrique, s'en suit sa fin en tant que *réseau de textes*. Non pas qu'il y ait ici une relation de cause à effet. Ce qu'il y a est seulement une contingence dans le fait que durant le mois suivant apparaît le dernier texte de ce réseau : le *Mémoire sur l'hyperbole équilatére* de Bobillier.[302]

Dans les volumes 20, 21 et 22 des *Annales* (de juillet 1829 à août 1831), les derniers de ce journal, il y a encore quelques articles de géométrie. Il y en a même quelques un traitant des courbes et des surfaces du second degré. Mais aucun d'eux ne remplit les aspects formels qui ont servi de critère pour la sélection des textes du réseau qui est analysé ici.

[299] [CHASLES 1828 c].

[300] Les *non-définitions* que Gergonne donne pour la géométrie de situation, c'est-à-dire, les défintions de cette géométrie qui disent ce qu'elle *n'est pas*, apparaissent dans [GERGONNE 1826 a, p. 209], [GERGONNE 1827 c, p. 383] et [GERGONNE 1827 e, p. 150]. Ceci est pointé et commenté dans les sections 3.2.2 et 3.3.2 de cette thèse.

[301] [GERGONNE 1829 d].

[302] [BOBILLIER 40].

Les quatre critères de sélection de textes pour le réseau basique.

Les critères utilisés pour sélectionner les textes qui composent ce réseau, font référence aux aspects formels de ces textes. J'informe encore une fois que ces critères sont : **1.** L'apparition de l'expression "géométrie de situation" ; **2.** L'apparition de l'expression "théorie des polaires réciproques" (ou les connexes, comme "théorie des pôles", "théorie des polaires", etc) ou de l'expression "principe de dualité" ; **3.** L'apparition de passages rédigés en colonnes doubles ; **4.** La simple apparition des mots "pôle" ou "polaire" dans le texte.

Bien que les aspects formels utilisés comme critère pour sélectionner les textes qui le composent ont été pris à partir des écrits de Gergonne et de Bobillier, ils répondent également aux conceptions de Poncelet de ce que nous attendons que soit une "géométrie de situation". En effet, les critères d'apparition de mots comme "pôle", "polaire", "théorie des polaires réciproques", etc (critères **(2.)** et **(4.)**), sont adéquats aux pratiques géométriques de Poncelet. En revenche l'apparition du mot "dualité" (ou "principe de dualité"), au-delà de la mis en page en colonnes doubles (critères **(2.)** et **(3.)**), correspondent aux conceptions de Gergonne.

Quant au critère **(1.)**, de l'apparition de l'expression "géométrie de situation", celui-ci est le plus évident à être utilisé dans la sélection des dits textes. Initialement, j'ai pensé que cette expression apparaitrait majoritairement dans les pages initiales des articles (indiquant la rubrique inventée en janvier 1826), et qui quand il apparaît dans le corps d'un texte, serait à peine à partir de 1826. A ma surprise, l'occurence de ce mot (non seulement dans le réseau, mais dans tout le périodique *Annales de Gergonne*) est bien antérieure, et de façon inattendue dans un texte de Poncelet en novembre 1817.[303] Ce texte de Poncelet, sous la rubrique "philosophie mathématique", a le titre significatif *Réflexions sur l'usage de l'analyse algébrique dans la géométrie ; suivies de la solution de quelques problèmes dépendant de la géométrie de la règle.* Dans le passage dans lequel apparaît l'expression, la "géométrie de situation" est mise en opposition à ce que Poncelet appelait alors "géométrie ordinaire". Par la géométrie de situation, Poncelet comptait combien de solutions (configurations d'incidence) sont possibles, pour les données initiales du problème en position générale. Par la "géométrie ordinaire", Poncelet offrait des constructions géométriques pour certaines positions particulières entre les éléments initialement donnés dans le problème.

En comptant le texte de Poncelet, il y a un total de 24 textes contenant l'expression "géométrie de situation". Ceci inclut la *fausse piste* déjà mentionnée ci-dessus, l'article de thèmes mixtes signé par Tédenat en 1824.

Le second critère observe l'apparition des expressions "théorie des polaires réciproques", "théorie des pôles" ou "théorie des polaires", et ceci pointe vers une *pratique géométrique commune* par les auteurs de ce réseau : celui d'évoquer une "théorie" pour établir et énoncer des propositions, sans ajouts de nouveaux calculs ou d'arguments, à partir d'autres propositions déjà démontrées. Dans ce même sens, fait également partie du critère **(2.)** l'apparition de l'expression "principe de dualité",

[303] [PONCELET 1817 c].

dont l'évocation se prête à la même fin. Quarante-cinq textes ont été sélectionnés sur ce critère, mais seulement 7 font référence au "principe de dualité", alors que les 38 autres appelent la "théorie des polaires réciproques".

La pratique d'énoncer des théorèmes basés sur la théorie des polaires réciproques est bien éparpillée dans le réseau. Sa première apparition est en février 1816, dans un texte de Frégier,[304] et la dernière à lieu en juin 1829, dans le texte qui ferme le réseau, signé par Bobillier.[305] Même après le lancement du *programme de recherche* de Gergonne, et de son insistance initiale à faire valoir un *principe de dualité*, l'habitude d'évoquer la réciprocité polaire est encore forte dans le réseau, ce que nous remarquons en notant que ceci se produit dans 31 des 62 textes depuis janvier 1826 jusqu'à la fin. Au-delà de Poncelet, évidemment, les auteurs qui font appelle à la théorie des polaires réciproques sont Frégier, Durrande, Brianchon, Dandelin, Sturm, Chasles, Steiner, Gergonne lui même et Bobillier. En particulier, dans 11 des 16 textes de Bobillier sélectionnés par le réseau, cette pratique se manifeste.

L'évocation du principe de dualité a été une graine lancée par Gergonne, qui a germé timidement mais qui n'a pas fleuri. Des septs apparitions de l'expression "principe de dualité", quatre sont dans des textes de Poncelet ou Gergonne dans le contexte de la polémique. Dans ce cas il ne s'agit pas exactement de l'évocation d'un "principe" pour énoncer des propositions nouvelles à partir d'autres propositions déjà démontrées, mais d'un débat autour de l'expression "principe de dualité" en elle même. Des autres trois apparitions, maintenant en tant qu'argument pour dupliquer les énoncés de théorèmes, une est dans un texte de Gergonne, une dans celui de Plücker et une dans celui de Bobillier.[306] La seule fois où en effet le principe de dualité est appelé par Gergonne, il même confesse, dans une note de bas de page d'octobre 1828, son hésitation à utiliser cette expression : "Nous avons long-temps hesite à employer cette expression [le principe de dualité], tant à cause du mavais accueil que reçoivent d'ordinaire du public les locutions nouvelles, que parce que le mot *dualité* est un des termes d'une philosophie dont nous faisons assez peu de cas."[307]

Au contraire de l'expression "principe de dualité", qui paraît ne pas avoir été bien reçu par les géomètres des années 1820 (ce qui a fait hésiter Gergonne), la présentation de textes et d'énoncés en colonnes doubles a été un succés éditorial immédiat (et ceci a enthousiasmmé Gergonne). Ce type de mis en page a été une invention éditoriale marquante au 19ème siècle. Au-delà des *Annales*, cette marque apparaît aussi dans quelques livres importants de la recherche ou de l'enseignement de la géométrie de la seconde moitié du 19ème siècle, signés par des auteurs comme Salmon ou Cremona.[308]

L'apparition de textes en colonnes doubles est le critère **(3.)**, qui a sélectionné 30 textes du réseau. Nous devons rappeler que cette mise en page a été *inaugurée*

[304] [FRÉGIER 1816 a].
[305] [BOBILLIER 40].
[306] [GERGONNE 1828 b, p. 114], [PLÜCKER 1828 c, p. 133] et [BOBILLIER 38, p. 305].
[307] [GERGONNE 1828 b, p. 114].
[308] Consultez, par exemple, les classiques [SALMON 1852], [SALMON 1855] et [CREMONA 1873].

officiellement en janvier 1826 par Gergonne,[309] pour accentuer la caractéristique de dualité de la géométrie de situation. Pour cette raison, des 30 textes sélectionés pour ce critère, tous sauf un, apparaissent entre 1826 et 1829.

L'exception est un texte de Gergonne lui même, publié en novembre 1824.[310] Il s'agit d'un article sur les polyèdres réguliers, sous la rubrique "géométrie élémentaire". Dans ce contexte, donné un polyèdre régulier, son dual est un second polyèdre obtenu en prenant comme sommets les centres de chaque face du premier. Ainsi, en considérant seulement la forme et non nécessairement les mesures des figures, il vaut que l'héxaèdre (cube) et l'octaèdre sont duaux entre eux, le dodécaèdre et l'icosaèdre forment une autre paire duale, et le tetraèdre est le dual de lui-même. C'est cette dualité mise en évidence dans le texte de Gergonne. Ses considérations traitent du comptage des éléments de ces figures (sommets, arêtes et faces) et sur la formule connue comme *Relation de Euler*. Quelques années plus tard, Gergonne va revenir à ce sujet,[311] cette fois ci en faisant attention de le mettre sous la rubrique "géométrie de situation" son second article sur les polyèdres réguliers. Curieusement, comme s'il fermait un cycle, ce sera le dernier texte des *Annales* sous la rubrique "géométrie de situation".

En commentant encore les aspects formels du réseau de textes, le critère **(4.)** est le plus *ouvert*. En effet, les mots "pôle" et "polaire" surviennent dans des textes qui traitent d'un thème à la mode dans la géométrie pratiquée dans les *Annales*. Presque deux tiers des textes (60 des 92 textes) ont été sélectionnés sur ce critère.

Je rappele au lecteur de ce travail que pour être sélectionné pour le réseau, il suffisait à un texte de remplir au moins un des quatre critères établis. Cependant il y a sept textes dans lesquels tous les aspects formels sont observés. Dans un certain sens, ces textes pourraient être considérés comme les *vitrines* des pratiques géométriques partagées par les auteurs engagés dans l'invention collective de la géométrie de situation. De ces sept textes, l'un est de Gergonne, deux sont de Chasles et quatre de Bobillier. De Gergonne, nous avons la longue et controverse *Recherche sur quelques lois générales qui régissent les lignes et les surfaces algébriques de tous les ordres* publiée en janvier 1827.[312] De Chasles nous avons le *Mémoire sur les propriétés des systèmes de sections coniques, situées dans un même plan*, publié en avril 1828 et la *Démonstration de quelques propriétés du triangle, de l'angle trièdre, et du tétraèdre, considérés par rapport aux lignes et surfaces du second ordre*, en septembre de la même année.[313] Quant à Bobillier, les dits textes sont les quatre derniers des six textes sous la rubrique géométrie de situation.[314] L'absence notable de Poncelet dans

[309] [GERGONNE 1826 a].
[310] [GERGONNE 1824].
[311] [GERGONNE 1829 d].
[312] Il s'agit de [GERGONNE 1827 a], le second *texte fondateur* de la rubrique "géométrie de situation", présenté dans la section ? ? de cette thèse et mentionné plusieurs fois dans les sections 3.3.1 et 3.3.2. La mathématique qui y apparaît, et qui est aussi liées à la méthode de la notation abrégée, est traitée dans la section 4.2.2 de cette thèse.
[313] [CHASLES 1828 b] et [CHASLES 1828 f] respectivement.
[314] Ces sont [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28] et [BOBILLIER 38], étudiés dans la section 3.4.3 de ce travail.

cette liste de *textes dans la vitrine* est facilement justifiable quant on se rappelle que le capitaine ingénieur de Metz a toujours rejeté la rédaction des textes en colonnes doubles.

Les 20 auteurs de la géométrie de situation.

Le réseau basique de textes de géométrie de situation réunit 20 auteurs identifiés et deux auteurs anonymes. La liste de ces auteurs, leur présentation dans les *Annales* et la quantité de textes de chacun peut être consultés dans le tableau 3.5. Nous observons que l'auteur qui a le plus apporté de textes dans les réseau est Bobillier. Des 33 publications de Bobillier dans les *Annales*, 16 ont été sélectionnées pour composer le réseau basique de textes. Une curiosité, et cela n'est pas arrivé intentionnellement, mais aucun de ces 16 textes n'a de co-auteur. Après Bobillier, l(es) auteur(s) avec le plus de textes dans le réseau est Gergonne. Avec sa double facette d'auteur (interessé par la recherche) et d'éditeur (enthousiasmé par la rubrique), il occupe la seconde et la troisième position dans le classement des auteurs.

Il y a peu d'auteurs sans présentation. L'un d'eux est Joseph Diaz Gergonne (1771-1859), qui se dispensait de sa présentation sur chaque page initial des articles. Pour l'éditeur, il suffisait de se présenter une fois par an, sur la page de garde de chaque volume de son journal. Dans le volume trois, par exemple, réuni en juin 1813, et où apparaît le premier de ses textes dans le réseau, nous trouvons cette information : "*Annales de mathématiques* rédigées par J. D. Gergonne, ancien officier du 4ème régiment de l'artillerie à pied, professeur de mathématiques transcendentes au lycée de Nismes, secrétaire et professeur suppléant de philosophie à la faculté des lettres, membre de l'Académie du Gard et associé de celle de Nancy."[315] Treize ans plus tard, en juin 1827, en réunissant le volume seize de ses *Annales* (où apparaît son texte important *Considérations philosophiques sur les éléments de la science de l'étendue*), sa présentation est résume ainsi : "*Annales de mathématiques* rédigées par J. D. Gergonne, professeur à la faculté des sciences de Montpellier, membre de plusieurs sociétés savantes."[316] Gergonne a contribué avec 15 textes dont il est l'auteur et 11 textes d'intervention éditoriales (comme des notes de bas de page ou des rédactions d'extraits d'articles d'autres auteurs).

Les autres auteurs sans présentation sont les français Augustin Louis Cauchy (1789-1857) et Gaspard Gustave Coriolis (1792-1843). Cauchy a été un mathématicien illustre, ainsi reconnu de son vivant. Il a été élève à l'École Polytechnique dans la promotion X1805. En 1815 il est retourné à l'École Polytechnique en tant que répétiteur d'analyse et de mécanique, et déjà l'année suivante, jusqu'en 1830, professeur des mêmes disciplines. En outre d'enseigner à l'École Polytechnique, Cauchy a excercé des fonctions à l'Académie des Sciences de Paris, et son unique contribution à ce réseau est justement le premier de ses trois rapports sur le travail de Poncelet lus à l'Académie durant la décennie 1820.[317] Coriolis a également été élève à l'École Polytechnique (dans la promotion X1808). En 1816 il a commencé sa carrière d'enseignant

[315] Consultez les *Annales*, tome troisième, page de garde.
[316] Consultez les *Annales*, tome seizème, page de garde.
[317] [CAUCHY 1820].

à la même école en tant que répétiteur d'analyse et de mécanique sur l'invitation de Cauchy. La participation de Coriolis au réseau est petite, seulement un texte qui n'est même pas directement signé par ce dernier, mais par Gergonne.[318] C'est à Coriolis, présenté alors mystérieusement comme quelqu'un de "modeste" qui est "lié d'amitié à Poncelet", qu'il est revenu de délivrer à Gergonne quelques théorèmes, que l'éditeur a rédigés en article et a publiés. C'est seulement plus tard que nous avons appris qu'il s'agissait de Coriolis, dans l'échange d'une correspondance publique entre Gergonne et Poncelet.[319]

Toujours sans présentation, apparaissent deux auteurs étrangers : l'allemand Jakob Steiner (1796-1863) et le suisse Charles François Jacques Sturm (1803-1855). Steiner a été un géomètre qui a travaillé majoritairement avec des méthodes synthétiques en géométrie, rejetant autant qu'il le pouvait les méthodes analytiques, durant une période où, tant la coopération, que la compétition entre les méthodes provoquait de débats passionnés. Il a passé son doctorat à Berlin et a travaillé dans la même ville, initialement en tant que professeur dans une école technique et puis, pour un long moment, en tant que professeur à l'université. La plus grande partie de la vaste oeuvre géométrique de Steiner a été publiée dans le *Journal de Crelle*, mais quelques un de ses textes apparaissent aussi dans les *Annales de Gergonne*, surtout résolvant ou proposant des problèmes. Dans le réseau de textes de géométrie de situation, Steiner a contribué avec quatre travaux. Quant à Sturm, après avoir passé sa jeunesse à Genève, il s'est naturalisé français en 1833. Durant sa jeunesse, avant même de s'établir en France, il a écrit quelques articles de géométrie qui ont été publiés dans les *Annales*. Durant le developpement de sa carrière, il en est arrivé a être professeur d'analyse et de mécanique à l'École Polytechnique entre 1840 et 1855. Un fait interessant est qu'à la fin de la décennie 1820 Sturm a été éditeur de la section mathématique du *Bulletin de Ferussac*. Il y a deux contributions de Sturm au réseau de textes.

Il y a encore deux autres étrangers qui sont liés au réseau de textes, qui sont le belge Germinal Pierre Dandelin (1794-1847) et l'allemand Julius Plücker (1801-1868). Dandelin, bien qu'il soit d'origine belge, a été élève à l'École Polytechnique dans la classe de 1813. Plus tard, durant sa carrière d'enseignant, il a été professeur à la Faculté de Liège et membre de l'Académie Royale des Sciences de Bruxelles. Sa contribution à ce réseau apparaît seulement dans un seul texte.[320] Plücker a été professeur à l'Université de Bonn, mais au long se sa formation et de sa carrière il est passé par plusieurs endroits comme Marburg, Paris, Berlin et Halle. Il a publié plusieurs de ses articles dans les *Annales de Gergonne* et dans le *Journal de Crelle*, une énorme quantité de ces derniers traitant de géométrie, principalement en utilisant les méthodes analytiques. Il a également publié six traités volumineux de recherche en géométrie, les deux premiers en 1828 et 1831, et contenant des thèmes liés direcetment ou indirectement à la géométrie de situation. Dans ce réseau, Plücker a contribué avec quatre textes.

[318] [GERGONNE 1821 a].

[319] Consultez, par exemple, [GERGONNE 1826 a, p. 210] ou [GERGONNE 1828 b, p. 115].

[320] Il y a une esquisse biographique de Dandelin écrite par le scientifique et éditeur Adolph Quetelet, son ami, compatriote et contemporain. Consultez les pages 138 à 164 du livre *Sciences mathématiques et physiques au commecement du XIXe siècle* [QUETELET 1867].

Un grand contributeur de ce réseau, car il y a sept de ses textes qui y sont insérés a été Jean Victor Poncelet (1788-1867). Dans tous les textes signés par ce dernier dans lesquels il y a une présentation, il apparaît comme "capitaine du génie et ancien élève de l'École Polytechnique". Une fois, dans un texte en tant que co-auteur avec Brianchon, de janvier 1821, est rajoutée l'information additionnelle qu'il était aussi "employé à Metz".

Des 20 auteurs du réseau de textes, 13 sont (où ont déjà été) professeurs durant la période de 1810 à 1830. Deux de ces professeurs sont également comptés entre les grands contributeurs du réseau. Ce sont Jean Baptiste Durrande (né en 1796) et Étienne Bobillier (1798-1840), respectivement avec 4 et 16 textes dans le réseau. Durrande a été professeur de mathématiques spéciales et de physique. Il est passé par le Collège Royal de Cahors en 1820 et par le Collège Royal de Montpellier en 1824. Enthousiasmé par les innovations des travaux de Poncelet, il a été un des premiers à reconnaitre l'importance du *Traité des propriétés projectives des figures*, en les défendant publiquement (Poncelet, son *Traité* et ses méthodes) après les premières critiques de Cauchy.[321] Alors que Bobillier, dans toutes ses contributions au réseau (comme d'ailleurs, dans tous ses articles de recherches), est correctement présenté comme professeur à l'École Royale des Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne.

Les autres professeurs participant au réseau, chacun contribuant avec seulement un texte, sont : Charles Julien Brianchon (1783-1865), François Joseph Servois (1768-1847), Pierre Frédéric Sarrus (1798-1861), Ferriot, Rochat et Tédenat. Le géomètre Brianchon a été élève à l'École Polytechnique dans la classe de 1803. Après ceci il a suivi une carrière millitaire et enseignante, étant professeur à l'École d'Artillerie de la Garde Royale à Vincennes. Bien qu'il soit un personnage important de ce réseau, car il est beaucoup mentionné (comme nous allons le voir plus tard), son unique contribution en tant qu'auteur à ce réseau est un article sur l'hyperbole, publié en co-auteur avec Poncelet. A propos de Servois, il a été professeur de mathématiques à l'École d'Artillerie de Lafère. Au long de sa longue carrière d'enseignant, il est passé par les villes de Besançon, Châlons-sur-Marne et Metz (où il a connu et est devenu l'ami de Poncelet). Son unique texte dans le réseau amène l'importante marque de l'introduction du mot "pôle" dans la géométrie de situation. Sur Sarrus, il était docteur agrégé en sciences, et durant la décennie 1820 a habité à Montpellier, où il a connu Gergonne. Peut être que le manque de plus d'informations sur Sarrus dans les *Annales* vient du fait que l'éditeur pensait qu'il était suffisamment connu, et donc, que les quelques informations résumées serait suffisantes. Sur les autres auteurs professeurs je ne dispose pas de plus d'informations en outre de celles qui apparaissent consignées dans leurs présentations. Ferriot à été doyen à la Faculté des Sciences à Grenoble. Rochat, à son tour, a été professeur de navigation et de mathématiques dans une école à Saint Brieux. Et Tédenat était recteur honoraire et correspondant de l'Académie Royale des Sciences.

Comme nous pouvons déjà l'observer depuis les paragraphes antérieurs, beaucoup des auteurs de ce réseau sont directement liés à l'École Polytechnique de Paris, que

[321] Sur les critiques de Cauchy aux travaux innovateurs de Poncelet, consultez [NABONNAND 2006, p. 51-53] ou [GRAY 2007, p. 47-50]. Pour la défense de Durrande, consultez le texte [DURRANDE 1824 b, pp. 134-135] (qui fait partie de ce réseau).

ce soit en tant qu'élève, que professeur ou que répétiteur. Nous avons la moitié des 20 auteurs dans ce sous-groupe. Deux auteurs du réseau, Michel Chasles (1793-1880) et Paul Félix Bienvenu Frégier (né en 1793), sont présentés exclusivement comme "ancien élève de l'école polytechnique". Chasles à été un élève de la classe de 1812, et plus tard a suivi une carrière académique longue et pleine de succès. En outre d'avoir été professeur de machines et de géodésie dans la même École Polytechnique durant la période de 1841 à 1851, il a aussi été l'inaugurateur de la chaise de Géométrie Supérieure à la Faculté des Sciences de Paris en 1846. Cependant, durant la décennie 1820 il était encore, et seulement, "ancien élève de l'école polytechnique" qui après avoir publié des textes intéressants dans le journal de son ancienne école, à passé 14 années en silence jusqu'à "être réveillé" et recommencer à publier à nouveau (cette fois ci dans les *Annales*).[322] Quant à Frégier, il est passé par l'École Polytechnique dans la promotion X1813 et plus tard à suivi une carrière d'enseignant en donnant des cours de mathématiques au Collège Royal de Troye.

L'auteur le plus jeune du réseau est François de Paule François Xavier Hégesippe Vallès. Il est le plus jeune non seulement parce qu'il est né après tous les autres auteurs (Vallès est né en 1805), mais aussi parce qu'il était réellement un jeune homme de 21 ans quand il a contribué avec un texte au réseau de la géométrie de situation. Vallès a été élève à l'École Polytechnique dans la promotion X1823, bénéficié de deux années consécutives de la moitié d'une bourse d'études financée par le ministère de l'intérieur. Dans les *Annales*, il est présenté simplement ainsi : "élève de l'École Royale de Polytechnique".

En résumé, les auteurs des *Annales de Gergonne* engagés dans le réseau de texte de la géométrie de situation sont, pour la plus part, des personnes qui excèrcent une activité professionnelle d'enseignant et/ou des personnes avec un quelconque passage par l'École Polytechnique de Paris.

Les références à des textes dans les *Annales*.

Les 92 textes du *réseau basique* de la géométrie de situation mentionnent d'autres textes. Comme cela a déjà été dit avant, quand les textes mentionnés sont aussi des *Annales*, ils ont été comptés dans un collectif que j'ai nommé *réseau augmenté*. Le réseau augmenté réunit un total de 191 textes et a duré le même temps que le réseau basique : les décennies complètes de 1810 et 1820.

Ce réseau de textes augmenté a engagé 38 auteurs identifiés et six anonymes. Comme dans le réseau basique, la concentration des quatre dernières années est haute. Si dans le réseau basique apparaissent, entre 1826 et 1829, 62 des 92 textes publiés ; maintenant dans le réseau augmenté le taux est de 70 des 191 textes. Les tableaux 3.7 et 3.8 montrent les dates des textes du réseau basique et du réseau augmenté respectivement.

Même si dans le réseau augmenté il existe un peu plus que le double des textes du réseau basique, en observant comparativement les deux tableaux, nous percevons que dans l'intervalle de 1826 à 1829, l'augmentation de la quantité de textes du passage

[322] Cet épisode est relaté dans la section 3.4.4 de cette thèse.

du réseau basique à celui augmenté est très petite. En particulier, en se restreingnant à 1828 et 1829, les deux réseaux sont totalement coïncidents.

Le tableau 3.6 présente les auteurs du réseau de textes augmenté. Lors du passage du réseau basique à celui augmenté, la quantité d'auteurs passe de 20 identifiés et deux anonymes à 38 auteurs identifiés et six anonymes. Je ne vais pas entrer dans les détails avec des informations sur les auteurs du réseau augmenté, mais les deux tableaux des auteurs, lorsque nous les regardons en parallèle, révèlent un fait qui attire notre attention. Il s'agit du fait que, dans le classement des auteurs les plus productifs, les six premiers du réseau basique coïncident exactement avec les six premiers du réseau augmenté (même si ils n'apparaissent pas nécessairement dans le même ordre), à savoir, Chasles, Durrande, Poncelet, Gergonne avec ses deux facettes (auteur et éditeur) et Bobillier.

Le comptage des mentions d'un texte dans un autre (en nous maintenant encore dans l'univers des *Annales*) permet d'identifier quels sont les *textes les plus populaires*, disons, dans le réseau augmenté. En l'absence d'un critère plus objectif, la popularité d'un texte, ou soit, la quantité de fois qu'il est mentionné, sert pour indiquer l'importance que ce texte a à l'intérieur du réseau et conséquemment son importance dans le *dessin* de cette discipline mathématique, qui est la géométrie de situation.

Les deux textes les plus cités dans le réseau sont exactement ce que j'ai surnomé *textes fondateurs*, rédigés par Gergonne. Les *Considérations philosophiques...*, de janvier 1826, est mentionné dans dix textes de ce réseau. Cinq de ces dix sont des mentions survenant sur d'autres textes de Gergonne, deux dans des textes de Poncelet et une fois dans les textes de Vallès, Plücker et Sturm. Alors que les *Recherches sur quelques lois...*, de janvier 1827, est mentionné dans quatres textes de Gergonne, une fois par Poncelet (lorsqu'il pointe les erreurs qui s'y trouvent), une fois par Bobillier et une fois par Chasles et Gergonne.

En outre de ces deux, un texte qui est aussi populaire dans le réseau est la *Démonstration de la propriété des hexagones inscrits et circonscrits à une section conique*, signé par Gergonne en juin 1814. Ce travail est mentionné par Gergonne, Plücker, Poncelet, Brianchon, Sturm et Dandelin. Le contenu du texte, aussi bien que le titre lui-même donnent la piste, ce sont les théorèmes de Pascal et de Brianchon, la paire classique de théorèmes duaux.

Les références à divers textes en dehors des *Annales*.

En outre des textes dans les *Annales de Gergonne*, les textes du réseau basique de la géométrie de situation mentionnent des textes qui ne sont pas publiés dans les *Annales*. Ce sont des articles ou des mémoires, des rapports, des traités ou des livres didactiques, des republications ou des extraits d'autres journaux, des lettres ou des communications privées, etc.

Les références à des textes externes et leurs auteurs font que ce *jeu* devienne plus riche et ceci apporte de nouvelles compréhensions de ce qu'est la géométrie de situation. Car les acteurs capturés en dehors de la *scène principale* (qui est les *Annales de Gergonne*), ont aussi leurs pratiques géométriques, et ces pratiques alimentent et

légitiment les pratiques formatées dans le réseau de géométrie de situation.

Le texte le plus appelé dans le réseau de géométrie de situation est le *Traité des propriétés projectives des figures*, publié par Poncelet en 1822.[323] Il y a quatorze occurences. Gergonne mentionne le *Traité* quatre fois, toutes dans le contexte de la dispute publique avec Poncelet. Ces mentions de Gergonne ne sont pas nécessairement pour cause du contenu mathématique du *Traité*. Mais même si ces mentions étaient supprimées, le *Traité* resterait au sommet de la liste. L'importance de ce livre est commenté par les géomètres et les historiens au fil du temps,[324] mais on peut prendre d'un des auteurs du réseau, un témoignage en défense de l'originalité des méthodes introduites par ce livre. Durrande, dans un article d'août 1823, relate l'impacte du célèbre livre de Poncelet dans les discussions sur les méthodes en géométrie (et en ajoutant comme bonus une éloge à l'École Polytechnique).

> On me permettra sans doute de revenir de nouveau sur [la discussion sur des méthodes pour la géométrie], puisque les reproches [à la géométrie pure telle qu'elle a été cultivée par les anciens] viennent eux-mêmes d'être renouvelés, avec une sorte d'autorité, dans une ouvrage très remarquable, qui a paru il y a peu de temps, et qui place son auteur, M. Poncelet, au nombre des géomètres distingués qui honorent à la fois leur patrie et l'école célèbre qui les a formés.[325]

Et le même Jean Baptiste Durrande, en novembre 1824, registre en résumé en quoi consistent les nouvelles méthodes du *Traité* de Poncelet :

> Les considérations employées par M. Poncelet, et qui ne parraissent pas de nature à satisfaire pleinement les amateurs zélés de la géométrie Euclidienne, sont, d'une part, celles qu'il déduit de la loi da continuité, et d'une autre, celles qui se rapportent aux droites variables de situation considérés comme s'eloignant à l'infini de certains points ou de certaines autres droites.[326]

Dans la séquence, nous avons des auteurs qui, peut être pas par hasard, sont parmi les géomètres favoris de Poncelet. Brianchon a son *Mémoire sur les lignes du second ordre*, de 1817, apparaissant cinq fois, et l'article *Mémoire sur les surfaces courbes du second degré*, de 1806, mentionné quatre fois.[327] Nous trouvons aussi quatre occurences de la *Théorie des Transversales* de Lazare Carnot (1753-1823), publiée en 1806.[328]

Au-delà des auteurs du 19ème siècle, le texte le plus cité dans le réseau de la géométrie de situation, avec quatre occurences, sont les *Éléments* d'Euclide. Cependant les mentions à ce texte ont un caractère plus anecdotique que technique. Durrande, par exemple, argumente "[qu']il est impossible, en effet, qu'au milieu de tant

[323] [PONCELET 1822].

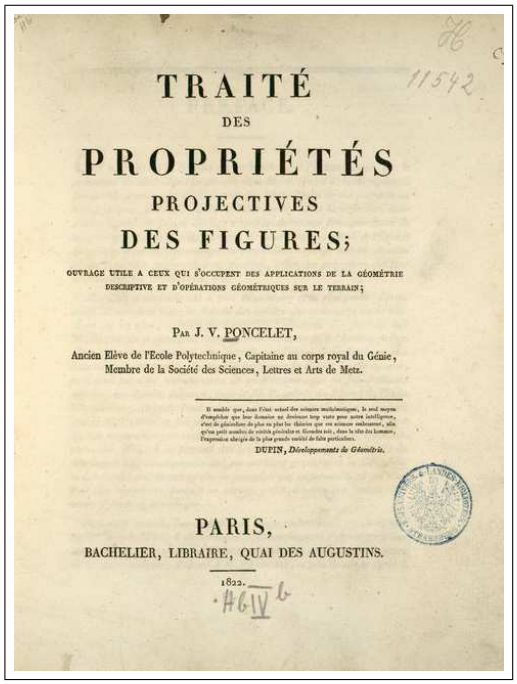
[324] Consultez, par exemple, un registre du 19ème siècle, fait par le géomètre Luigi Cremona en [CREMONA 1873, p. vi] et un registre du 20ème siècle, fait par l'historien René Taton en [TATON 1970, p. 2037].

[325] [DURRANDE 1823 b, p. 30].

[326] [DURRANDE 1824 b, p. 124].

[327] Ces sont les textes [BRIANCHON 1817] et [BRIANCHON 1806], déjà commentés dans la section 3.1.2 de cette thèse.

[328] [CARNOT 1806].



TRAITÉ
DES
PROPRIÉTÉS
PROJECTIVES
DES FIGURES;

OUVRAGE UTILE A CEUX QUI S'OCCUPENT DES APPLICATIONS DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE ET D'OPÉRATIONS GÉOMÉTRIQUES SUR LE TERRAIN;

PAR J. V. PONCELET,
Ancien Elève de l'Ecole Polytechnique, Capitaine au corps royal du Génie, Membre de la Société des Sciences, Lettres et Arts de Metz.

Il semble que, dans l'état actuel des sciences mathématiques, le seul moyen d'empêcher que leur domaine ne devienne trop vaste pour notre intelligence, n'est de généraliser de plus en plus les théories que ces sciences embrassent, afin qu'un petit nombre de vérités générales et fécondes suffisent, dans la tête des hommes, l'expression abrégée de la plus grande variété de faits particuliers.
DUPIN, *Développements de Géométrie.*

PARIS,
BACHELIER, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS.
1822.

FIG. 3.18 – Frontispice du *Traité des propriétés projectives des figures.*

d'acquisitions dont la géométrie s'est enrichie de nos jours, les élémens d'Euclide, cet antique monument de la méthode des anciens, et leurs sections coniques puissent suffire aux besoins actuels de la science."[329]

Les autres mentions aux *Éléments* se produisent dans le contexte de la polémique entre Poncelet et Gergonne. En 1822, Poncelet avait recommendé la lecture des *Éléments* d'Euclide, comme un prérequis pour l'étude de son *Traité*.[330] En 1827, au moment où la dispute entre lui et Gergonne commence a être aigüe, l'éditeur ironise cette recommendation de Poncelet.[331] L'ironie devient plus évidente si nous prenons en compte que l'année antérieure, dans son premier *texte fondateur*, Gergonne avait dit que *sa* géométrie de situation pourrait être accessible même "pour ceux qui ne connaissent pas les *Éléments* d'Euclide".[332] La dernière mention aux *Éléments* dans le réseau est dans la réplique de Poncelet à cette provocation, quand il tente d'expliquer que sa recommendation de lecture des *Éléments* est une métaphore pour indiquer la lecture de quelconque traité de géométrie élémentaire "où l'on emploie la synthèse pour établir l'enchaînement des propositions".[333]

Le tableau 3.9 présente la liste complète de tous les textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnées dans le réseau basique, et informe aussi combien de fois et par qui ces textes ont été mentionnés.

[329] [DURRANDE 1823 b, p. 34].
[330] [PONCELET 1822, p. xxv].
[331] [GERGONNE 1827 b, p. 275].
[332] [GERGONNE 1826 a, p. 211].
[333] [PONCELET 1827 c, p. 139].

Les personnes mentionnées dans le réseau basique de la géométrie de situation.

Comme nous l'avons vu jusqu'ici, dans les 92 textes du réseau basique sont mentionnés d'autres textes qui peuvent être dans ou en dehors des *Annales*. Ces textes ont leurs auteurs, dont les noms peuvent apparaître registrs ou non. En principe il n'est pas si important de lister ces noms vu que les textes liés à ces noms sont déjà listés.

Toutefois il y a d'autres noms propres qui apparaîssent dans les textes du réseau basique. Les auteurs qui les mentionnent, font cela pour les associer à des théories, des propositions ou des méthodes de mathématiques. Eventuellement ces noms apparaîssent en tant que références historiques ou en listes de mathématiciens qui travaillaient avec tel ou tel problème. Enfin, il y a les noms des personnes qui ont des liens professionnels, éditoriaux, personnels, etc, avec l'auteur qui le mentionne. La liste complète de ces noms, dans un total de 58, est présentée dans le tableau 3.10, qui informe également combien de fois et par qui ces noms ont été mentionnés. Ensuite, nous allons voir qui sont ces personnages mentionnés, en les groupant thématiquement, et en montrant comment ils sont cités (et, par conséquent, perçus) par les auteurs du réseau de textes.

Vingt cinq géomètres en activité durant le 19ème siècle sont mentionnés pour leur géométrie. Ces mentions concernent leurs travaux, certains théorèmes déjà connus d'eux, ou pour avoir établi de nouvelles nomenclatures ou de nouveaux concepts. Les onze les plus cités sont Poncelet, Monge, Brianchon, Hachette, Plücker, Cauchy, Steiner, Chasles, Bobillier, Carnot et Dupin. Il y en a quatorze de plus qui ne sont mentionnés qu'une seule fois chacun : Binet, Dandelin, Durrande, Garnier, Gaultier de Tours, Gergonne, Kramp, Lancret, Lhuillier, Maisonneuve, Meusnier, Puissant, Quetelet et Sturm. Entre les géomètres modernes (mathématiciens du 16ème au 18ème siècle) il y en a treize qui sont dénombrés dans le réseau de textes. Trois d'eux apparaîssent une seule fois, ce sont Halley, Mersenne et Viviani. Dix autres apparaîssent plus d'une fois, ce sont Pascal, Newton, Desargues, Descartes, Viète, Fermat, Euler, Lagrange, Malfatti et Mercator. Quelques géomètres de l'antiquité sont aussi mentionnés dans le réseau de géométrie de situation. Les trois premiers, en quantité d'apparition, sont Apollonius, Euclide et Ptolémée. Trois autres apparaîssent une fois chacun seulement, ce sont Pythagore, Archimède et Pappus.

De façon générale, la majorité des géomètres cités ci-dessus (tant les contemporains du réseau de textes, que les modernes ou les anciens) apparaîssent dans des révisions historiques qui listent les géomètres qui travaillent autour de l'un ou l'autre problème. Quelques exemples de ce type de listes et/ou de révisions historiques peuvent être trouvés dans des textes de Poncelet et Durrande.[334] Les apparitions des listes de ce type, qui mélangent les noms du passé avec les mathématiciens du présent, sont importantes pour les auteurs d'une création collective. La stratégie de lier les recherches mathématiques d'une certaine période à d'autres périodes et des noms

[334] Pour quelques listes, consultez [PONCELET 1817 c, p. 142] et [DURRANDE 1823 b, pp. 31, 33, 34, 38]. Pour une révision historique des méthodes en géométrie depuis les anciens jusqu'au 19ème siècle, passant par les modernes, consultez [DURRANDE 1820, pp. 1-5].

antérieurs qui jouissent déjà de prestige au sein de la communauté mathématique, elle contribue à légitimer de nouvelles techniques tout en étant insérés dans une tradition.

Parmi les cas spécifiques (c'est-à-dire, des citations individuelles, hors des listes), le nom qui apparaît le plus est celui de Jean Victor Poncelet, qui apparaît 14 fois dans des textes de Bobillier, Cauchy, Chasles, Durrande et Gergonne. Quand il est cité par Gergonne, c'est presque toujours dans le contexte de la polémique publique entre les deux géomètres. En deux fois, cependant, Poncelet est cité pour avoir introduit des discussions à propos de nouveaux concepts dans son *Traité* (les deux sont des citations de Chasles).[335]

Le second géomètre le plus mentionné est Gaspard Monge (1846-1818), et cette fois ci pour des motifs essentiellement géométriques. Ses 10 apparitions surviennent dans des textes de Durrande, Gergonne, Plücker, Poncelet et Sarrus. A deux reprises le nom de Monge est registré dans l'expression "l'école de Monge" et ceci n'est pas, nécessairement, une référence à l'École Polytechnique. Par le contexte nous notons que "l'école de Monge" signifie les géomètres qui pratiquent les méthodes que Monge a diffusées à partir de ses cours ou de ses textes. Ceci est bien mis en évidence dans l'apparition des expressions comme " Monge et ses nombreux disciples", "les géomètres de l'école de Monge", "la méthode de l'école de Monge", " à la manière de Monge", etc.[336]

Les troisièmes dans le classement sont Brianchon et Blaise Pascal (1623-1662), avec 7 mentions chacun. Toutes les mentions à Pascal, sans exception, se réfèrent à son théorème de l'hexagone inscrit à une conique. Ces mentions sont faites par Dandelin, Durrande, Gergonne, Poncelet et Sturm. Quant à Brianchon, nous avons vu que ses textes *en dehors des Annales* sont dans les bases de la géométrie de situation pratiquée *dans les Annales*. Mais au-delà de ceci, son nom (et pas nécessairment ses textes) apparaît cinq fois dans le réseau, associé au nom de Pascal, car leurs théorèmes sont duaux entre eux.

En outre de Pascal, un autre géomètre moderne qui survient beaucoup dans le réseau est Isaac Newton (1643-1727), apparaissant 4 fois dans des textes de Poncelet, Durrande, Bobillier et Chasles. Et, simillairement à Pascal, il y a beaucoup d'occurences, mais un seul motif : un théorème que Poncelet lui attribue. Après le texte de Poncelet, les autres apparitions du dit théorème, et principalement, son attribution à Newton, sont des informations simplement répétées par les autres auteurs, et faisant référence à la première mention de Poncelet. L'énoncé du théorème de Newton qui traverse le réseau de textes suit ci-dessous, dans sa version registrée par Bobillier en mars 1828 :[337]

Théorème de Newton. *Les centres de toutes les lignes du second ordre inscrites à une même quadrilatère appartiennent à une même droite.*

Le cas de Pascal et de Newton, dans lequel certains résultats sont attribués avec

[335] [CHASLES 1828 b, pp. 277-278] et [CHASLES 1828 e, pp. 26-27].

[336] Consultez, par exemple, [GERGONNE 1814 c, p. 383], [DURRANDE 1820, p. 1], [DURRANDE 1823 b, p. 33] et [SARRUS 1826, p. 378].

[337] [BOBILLIER 24, p. 257].

insistance à un mathématicien, montre deux aspects sociologiques intéressants de la construction collective d'une discipline. Premièrement, c'est que les répétitions d'informations sont importantes dans la promotion de l'apprentissage, de l'assimilation et finalement de l'incorporation de l'un ou l'autre élément à la discipline qui est construite collectivement. Deuxièmement, particulièrement la répétition de noms contribue à l'invention de *mythes fondateurs* ou de *héros*, quelque chose de très cher aux intérêts de qui prétend transformer en discipline, un ensemble de pratiques partagées autour de quelques problèmes et sujets.

Au total, il y a 14 géomètres de qui il est évoqué explicitement un théorème, avec des arguments du type "par le théorème de *tel personne*, qui dit *etc etc*, nous concluons que *etc etc*". Ces mathématiciens sont Poncelet, Monge, Brianchon, Pascal, Newton, Hachette, Cauchy, Desargues, Steiner, Euler, Dandelin, Durrande, Puissant et Quetelet. En outre des déjà mentionnés, voici quelques objets mathématiques (problèmes ou théories) de plus, dans le cadre du réseau et où apparaît le nom de certains mathématiciens : le problème d'Apollonius, le problème de Malfatti, la projection stréréographique de Mercator, la projection stéréographique de Ptolémée et le Théorème de Pythagore.

Enfin, il y a encore d'autres personnes, presque tous les contemporains au réseau, qui sont mentionnées dans les textes, mais non pas pour leurs productions mathématiques, même quand ce sont des mathématiciens. Quatre mathématiciens sont mentionnés exclusivement par leurs "liens d'amitiés" avec l'un ou l'autre auteur. Ce sont Servois, Français, Adrien Romain et Coriolis. Un autre mathématicien, Josef Hoené Wronski, est mentionné une seule fois, par Gergonne, et de manière ironique dans une provocation à Poncelet, dans la phase aigüe de la polémique. Quatre personnes sont mentionnées par leurs fonctions éditoriales, à savoir, Crelle, Hachette, Ferussac et Quetelet. Six scientifiques qui apparaissent quelques fois dans le réseau, toujours en fonction de leurs activités à l'Académie des Sciences (en tant que jury, rapporteur, secrétaire perpétuel, etc), ce sont Cauchy, Arago, Delambre, Legendre, Poinsot et Poisson. Enfin, il y a deux non-mathématiciens dans le réseau, il s'agit de Berruyer et Desfontaines, des hommes de lettres, mentionnés par Gergonne dans quelques un de ses commentaires ironiques destinés à Poncelet.

Les auteurs les plus " erudits" du réseau de textes.

Un coup d'oeil dans la troisième colonne des tableaux 3.9 et 3.10 révèle immédiatement que les deux grands *mentionneurs*, que ce soient de textes, ou de personnes, sont Gergonne et Poncelet. Ceci est espéré, après tout ils sont parmi les auteurs qui ont le plus de textes insérés dans le réseau. Mais ceci est aussi significatif quand nous pensons que ce sont deux géomètres en dispute permanente. Si dans la décennie 1810 la dispute (encore courtoise) a pour cause la préférence de méthodes, durant la décennie 1820 la dispute (maintenant féroce) a pour cause la théorie qui permet de dupliquer les énoncés de théorèmes. Ainsi, amener pour ses arguments les noms et les textes d'autres mathématiciens du présent ou du passé, est aussi une stratégie pour convaincre le lecteur de la légitimité de leurs positions.

Le plus grand citeur est Gergonne, qui nomme 45 personnes dans ses $26 = (15 +$

11) textes. Les noms qui surviennent le plus sont Poncelet neuf fois (évidemment à cause de la polémique), et Steiner, Plücker et Monge, quatre fois chacun. Bobillier est mentionné trois fois par Gergonne dans le réseau de textes. Ensuite, il apparaît que Poncelet mentionne 31 personnes dans 7 textes. Sont mentionnés favorit est Brianchon, avec quatre occurences, suivis de Gergonne, Frégier et Dupin, avec trois occurences chacun. Dans le cadre du réseau des textes, Poncelet ne mentionne pas une seule fois Bobillier.

Étienne Bobillier, protagoniste de cette thèse, mentionne 14 personnes dans 16 textes. Les favorits de Bobillier sont Poncelet, qui apparaît cinq fois et Vallès qui apparaît trois fois. Gergonne et Hachette sont mentionnés deux fois chacun dans les textes de Bobillier.

Le tabelau 3.11 informe les listes complètes des noms cités par Gergonne, Poncelet et Bobillier ainsi que la quantité de fois que le mentionné apparaît.

Deux absences notables dans ce réseau de textes.

Il est clair que le choix de travailler seulement avec le réseau basique et de ne pas analyser le réseau augmenté amène quelques pertes. Il y a quelques textes que je considère importants dans l'histoire de la géométrie de situation des années 1820, qui ont été atteints seulement par la seconde sélection et qui sont restés en dehors du réseau basique.

Entre les pertes comptabilisées il y a au moins deux textes déjà mentionnés ou commentés au long de ce chapitre de la thèse. L'un d'eux est l'article de Vallès, *Démonstration d'une propriété générale des lignes de contact des surfaces courbes avec les surfaces coniques circonscrites*,[338] qui a inspiré le premier texte autoral de la rubrique de géométrie de situation.[339] L'autre texte perdu est le second des deux articles de Plücker, objet de l'intervention de Gergonne et des réclamations de Poncelet.[340]

La géométrie de situation : considérations finales.

Pour tous les éléments qui ont été listés et observés (non seulement dans cette section, mais au long de tout le chapitre), nous pouvons en conclure que la géométrie de situation pratiquée dans les *Annales de Gergonne* entre les années 1810 et 1829 est une *discipline mathématique* dont le sujet principal est une théorie des pôles et des polaires pour les courbes et les surfaces de quelconque dégrés ou de classes. Ses concepts clefs sont la dualité des énoncés, et les pôles et les polaires réciproques en tant que *réalisateurs* de cette dualité. Cette discipline est guidée par les problèmes qui se reportent à la systématisation, la généralisation et aux applications de ce qui était autrefois appelé simplement "théorie des pôles et des polaires" et se restreint aux

[338] Il s'agit de [VALLÈS 1826 a], mentioné dans la section 3.4.2 de cette thèse.

[339] Ceci est l'article [BOBILLIER 11], étudié en détail dans la section 3.4.2 de ce travail.

[340] Ceci est le [PLÜCKER 1826 b]. Les détails de cet épisode ont été narrés et évalués dans les sections 3.3.1 et 3.3.3 de cette thèse.

courbes et aux surfaces d'ordre deux. En tant que discipline, la géométrie de situation des décennies de 1810 et 1820 a leurs *héros* du passé et du présent d'alors (comme par exemple, Newton, Pascal, Monge et Brianchon), ses *promoteurs* (Gergonne et Poncelet) et ses *réalisateurs* (comme par exemple, Bobillier et Chasles).

Cependant, plus que dire que la géométrie de situation est une discipline, nous pouvons noter qu'elle est une discipline éminement *ponceletienne*. En effet, bien que Gergonne tente de promouvoir une géométrie de théorèmes doubles à partir d'un *principe de dualité*, les éléments qui se démarquent le plus dans toutes les listes de données qui ont été évaluées ci-dessus sont les références, les préférences et les pratiques du géomètre de Metz, ce qui inclut son fameux *Traité des propriétés projectives des figures* de 1822, ainsi que son propre nom.

Annexe. Les tableaux qui sont complémentaires pour l'étude de la géométrie de situation.

Les 92 textes de la réseau basique de la géométrie de situaton (1811-1829)		
Date	Auteur	Référence
1811 mai	SERVOIS	*Annales* 1 pp. 337-341
1811 mai	ROCHAT	*Annales* 1 p. 342
1813 avril	GERGONNE	*Annales* 3 pp. 293-302
1813 décembre	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 4 p. 196
1814 juin	ANONYME	*Annales* 4 pp. 379-381
1814 juin	GERGONNE	*Annales* 4 pp. 381-384
1816 février	FRÉGIER	*Annales* 6 pp. 229-241
1816 mars	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 6 p. 280
1816 mai	FRÉGIER	*Annales* 6 pp. 321-326
1816 mai	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 6 pp. 347-348
1817 avril	GERGONNE	*Annales* 7 pp. 289-303
1817 août	PONCELET	*Annales* 8 pp. 68-71
1817 novembre	PONCELET	*Annales* 8 pp. 141-155

Les 92 textes de la réseau basique de la géométrie de situaton (1811-1829) (suite)		
Date	Auteur	Référence
1818 janvier	PONCELET	*Annales* 8 pp. 201-232
1820 juillet	DURRANDE	*Annales* 11 pp. 1-67
1820 août	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 11 p. 68
1820 septembre	CAUCHY	*Annales* 11 pp. 69-83
1821 janvier	BRIANCHON PONCELET	*Annales* 11 pp. 205-220
1821 avril	GERGONNE CORIOLIS	*Annales* 11 pp. 326-336 / le deuxième auteur est identifié dans [GERGONNE 1826 a, p. 210]
1821 mai	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 11 p. 372
1821 juillet	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 12 p. 40
1822 février	PONCELET	*Annales* 12 pp. 233-248
1822 février	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 12 p. 260
1822 décembre	ANONYME	*Annales* 13 pp. 193-200
1823 août	DURRANDE	*Annales* 14 pp. 29-62
1824 octobre	TÉDENAT	*Annales* 15 pp. 124-129
1824 novembre	DURRANDE	*Annales* 15 pp. 133-145
1824 novembre	GERGONNE	*Annales* 15 pp. 157-164
1825 septembre	GERGONNE	*Annales* 16 pp. 80-91 / note bas de page dans [MAGNUS 1825 b]
1825 octobre	DURRANDE	*Annales* 16 pp. 112-117
1826 janvier	GERGONNE	*Annales* 16 pp. 209-231
1826 janvier	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 16 p. 232

Les 92 textes de la réseau basique de la géométrie de situaton (1811-1829) (suite)		
Date	Auteur	Référence
1826 mars	STURM	*Annales* 16 pp. 265-293
1826 avril	DANDELIN GERGONNE	*Annales* 16 pp. 322-327
1826 juin	GERGONNE	*Annales* 16 pp. 361-372
1826 juin	SARRUS	*Annales* 16 pp. 378-380
1826 juin	VALLÉS	*Annales* 16 pp. 385-388
1826 août	PLÜCKER	*Annales* 17 pp. 37-59
1826 novembre	FERRIOT GERGONNE	*Annales* 17 pp. 141-148
1826 décembre	STURM	*Annales* 17 pp. 173-198
1827 janvier	GERGONNE	*Annales* 17 pp. 214-252
1827 février	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 17 pp. 255-256
1827 mars	PONCELET	*Annales* 17 pp. 265-272
1827 mars	GERGONNE	*Annales* 17 pp. 272-276
1827 avril	STEINER GERGONNE	*Annales* 17 pp. 285-315
1827 mai	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 17 p. 348
1827 juin	BOBILLIER	*Annales* 17 pp. 360-366 / c'est le texte [07]
1827 juin	GERGONNE	*Annales* 17 p. 383
1827 juillet	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 25-28 / c'est le texte [09]
1827 août	PLÜCKER	*Annales* 18 pp.29-47
1827 août	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 18 p. 56

Les 92 textes de la réseau basique de la géométrie de situaton (1811-1829) (suite)		
Date	Auteur	Référence
1827 septembre	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 18 pp. 87-88
1827 octobre	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 89-98 / c'est le texte [11]
1827 octobre	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 98-100 / c'est le texte [12]
1827 octobre	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 18 p. 124
1827 novembre	PONCELET	*Annales* 18 pp. 125-149
1827 novembre	GERGONNE	*Annales* 18 pp. 125-149 / note bas de page [PONCELET 1827 c]
1827 novembre	GERGONNE	*Annales* 18 pp. 149-154
1827 novembre	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 18 pp. 154-156
1827 décembre	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 157-166 / c'est le texte [14]
1827 décembre	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 172-174 / c'est le texte [15]
1827 décembre	QUESTIONS PROPOSÉES	*Annales* 18 p. 184
1828 janvier	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 185-202 / c'est le texte [21]
1828 mars	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 253-269 / c'est le texte [24]
1828 mars	CHASLES	*Annales* 18 pp. 269-276
1828 avril	CHASLES	*Annales* 18 pp. 277-301
1828 mai	CHASLES	*Annales* 18 pp. 305-320
1828 mai	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 320-339 / c'est le texte [25]
1828 juin	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 359-367 / c'est le texte [26]
1828 juillet	STEINER	*Annales* 19 pp. 1-8
1828 juillet	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 1-8 / note bas de page [STEINER 1828 a]
1828 juillet	CHASLES	*Annales* 19 pp. 26-32

Les 92 textes de la réseau basique de la géométrie de situaton (1811-1829) (suite)		
Date	Auteur	Référence
1828 juillet	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 32-35
1828 août	STEINER	*Annales* 19 pp. 37-64
1828 septembre	CHASLES	*Annales* 19 pp. 65-85
1828 octobre	PLÜCKER	*Annales* 19 pp. 97-106
1828 octobre	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 106-114 / c'est le texte [27]
1828 octobre	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 114-119
1828 octobre	GERGONNE CHASLES	*Annales* 19 pp. 120-123 / La rédaction du texte est de Gergonne, d'après une lettre de Chasles
1828 octobre	STEINER	*Annales* 19 p. 128
1828 novembre	PLÜCKER	*Annales* 19 pp. 129-137
1828 novembre	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 129-137 / note bas de page [PLÜCKER 1828 c]
1828 novembre	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 138-150 / c'est le texte [28]
1828 novembre	BOBILLIER	*Annales* 19 p. 156 / c'est le texte [29]
1828 décembre	CHASLES	*Annales* 19 pp. 157-175
1829 janvier	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 218-220
1829 février	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 241-245
1829 avril	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 302-307 / c'est le texte [38]
1829 mai	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 317-333 / c'est le texte [39]
1829 mai	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 317-333 / note bas de page [BOBILLIER 39]
1829 mai	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 333-339
1829 juin	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 349-359 / c'est le texte [40]

TAB. 3.2 – Les 92 textes de la réseau basique de la géométrie de situaton (1811-1829).

Rubrique principal de la géométrie de situation (textes de la réseau basique)	
Rubrique	Quantité de textes
Géométrie de situation	19
Questions proposées	17
Géométrie analytique	11
Questions résolues	13
Note de bas de page	6
Géométrie pure	6
Philosophie mathématique	6
Géométrie élémentaire	5
Géométrie de courbes	4
Géométrie de la règle	2
Géométrie	1
Polémique mathématique	1
Correspondance	1

Tab. 3.3 – Rubrique principal de la réseau basique de la géométrie de situation.

Toutes les rubriques de la géométrie de situation (textes da la réseau basique)	
Rubrique	Quantité de textes
Géométrie de situation	24
Questions proposées	17
Géométrie analytique	15
Géométrie élémentaire	12
Questions résolues	13
Géométrie de courbes	9
Note de bas de page	6
Philosophie mathématique	6
Géométrie de courbes et surfaces	6
Géométrie pure	6
Géométrie de la règle	5
Géométrie	3
Géométrie descriptive	2
Géométrie transcendante	1
Statique	1
Dynamique	1
Polémique mathématique	1
Correspondance	1

Tab. 3.4 – Toutes les rubriques de la réseau basique de la géométrie de situation.

Les auteurs de la réseau basique de la géométrie de situation		
Auteurs	Présentation	Quantité de textes
Bobillier	Professeur à l'Ecole Royale des Arts et métiers de Châlons-sur-Marne	16
Gergonne (auteur)	Sans présentation	15
Gergonne (éditeur)	Sans présentation	11
Poncelet	Capitaine du génie et ancien élève de l'Ecole Polytecnhique	7
Chasles	Ancien élève de l'Ecole Polytecnhique	7
Durrande	Professeur de mathématiques spéciales et de physique au Collége Royal de Cahors (1820) et professeur de physique au Collége Royal de Marseille (1824)	4
Plücker	Docteur et professeur de l'Université de Bonn	4
Steiner	Sans présentation	4
Frégier	Ancien élève de l'Ecole Polytecnhique	2
Sturm	Sans présentation	2

Les auteurs de la réseau basique de la géométrie de situation (suite)		
Auteurs	Présentation	Quantité de textes
Brianchon	Capitaine d'artillerie et professeur de mathématiques à l'École d'Artillerie de la Garde Royale	1
Cauchy	Sans présentation	1
Coriolis	Sans présentation	1
Dandelin	Officier du génie, professeur à Liège et membre de l'Académie Royale des Sciences de Bruxelles	1
Ferriot	Doyen de la Faculté des Sciences de Grenoble	1
Rochat	Professeur de mathématiques et de navegation à Saint-Brieux	1
Sarrus	Docteur agrégé ès sciences	1
Servois	Professeur des mathématiques à l'École d'Artillerie de Lafère	1
Tédenat	Recteur honoraire et correspondant da l'Académie Royale des Sciences	1
Vallès	Élève à l'Ecole Polytecnhique	1
Anonymes	" Un abonné " et " M. B. ⋆⋆⋆ "	2

TAB. 3.5 – Les auteurs de la géométrie de situation (réseau basique).

Les auteurs de la réseau augmenté de la géométrie de situation			
Auteurs	Quantité de textes	Auteurs	Quantité de textes
Gergonne (autor)	31	Coste	2
Bobillier	17	**Dandelin**	2
Gergonne (editor)	16	Encontre	2
Poncelet	10	Querret	2
Durrande	10	**Sarrus**	2
Chasles	7	**Vallès**	2
Anônimos	6	Amédée Morel	1
Bret	6	du Bourguet	1
Plücker	5	**Brianchon**	1
Bidone	4	**Coriolis**	1
Frégier	4	Fabry	1
Steiner	4	**Ferriot**	2
Lhuillier	3	Garbinski	1
Rochat	3	Garnier	1
Servois	3	Lamé	1
Sturm	3	Lechmutz	1
Tédenat	3	Magnus	1
Vecten	3	Sorlin	1
Bérard	2	Talbot	1
Cauchy	2		

TAB. 3.6 – Les auteurs de la géométrie de situation (réseau augmenté).

Remarque. Les auteurs du réseau basique sont **mis en évidence** dans ce tableau.

Quantité de textes	–	2	–	2	2	–	4
Année	1810	1811	1812	1813	1814	1815	1816

Quantité de textes	3	1	–	3	4	3	1
Année	1817	1818	1819	1820	1821	1822	1823

Quantité de textes	3	2	10	22	23	7	**92**
Année	1824	1825	1826	1827	1828	1829	**Total**

Tab. 3.7 – Dates des textes de la géométrie de situation (réseau basique).

Quantité de textes	6	11	5	10	9	9	7
Année	1810	1811	1812	1813	1814	1815	1816

Quantité de textes	11	6	5	6	11	5	8
Année	1817	1818	1819	1820	1821	1822	1823

Quantité de textes	6	6	15	25	23	7	**191**
Année	1824	1825	1826	1827	1828	1829	**Total**

Tab. 3.8 – Dates des textes de la géométrie de situation (réseau augmenté).

Textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation			
Texte mentionné	Auteur de ce texte	Quantité de fois que ce texte est mentionné	Qui mentionne ?
Traité des propriétés projectives des figures [PONCELET 1822]	Poncelet	14	Gergonne (4 fois) Bobillier (2 fois) Durrande (2 fois) Poncelet (2 fois) Sturm (2 fois) Chasles (1 fois) Plücker (1 fois)
Mémoire sur les lignes de second ordre [BRIANCHON 1817]	Brianchon	5	Poncelet (3 fois) Brianchon Plücker Sturm
Article dans le Cahier XIII du *Journal de l'École Polytechnique* [BRIANCHON 1806]	Brianchon	4	Servois Poncelet Sturm Durrande
Théorie des transversales [CARNOT 1806]	Carnot	4	Chasles Durrande Gergonne Poncelet

Textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)			
Texte mentionné	Auteur de ce texte	Quantité de fois que ce texte est mentionné	Qui mentionne ?
Les Éléments	Euclide	4	Gergonne (2 fois) Durrande (1 fois) Poncelet (1 fois)
Article dans le Cahier XVI du *Journal de l'École Polytechnique*	Gaultier de Tours	3	Cauchy Chasles Gergonne
Un article dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique*, n. 1, p. 237	Poisson	3	Bobillier Gergonne Poncelet
Dévéloppemens de géométrie	Dupin	2	Gergonne Poncelet
Un article dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique*, n. 3, p. 394 (1814)	Frégier	2	Frégier
Traité des surfaces du second ordre	Hachette	2	Chasles Gergonne
Un texte sur le problème d'Apollonius, publié dans les *Mémoires de Turim* (1814)	Gergonne	2	Durrande Gergonne

Textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)			
Texte mentionné	Auteur de ce texte	Quantité de fois que ce texte est mentionné	Qui mentionne ?
Application de l'analyse à la géométrie [MONGE 1807]	Monge	2	Gergonne
Appolonius Gallus	Viète	2	Chasles
Miscellaneae Analiticae	Waring	2	Gergonne
Principes Mathématiques	Newton	2	Brianchon Durrande Poncelet
Texte [BOBILLIER 32] publié dans la *Correspondance de Quetelet*, n. 4, p. 153	Bobillier	1	Chasles
Application de la théorie des tranversales	Brianchon	1	Gergonne
Élémens de géométrie	Camus	1	Durrande
Introduction à l'analyse des courbes algébriques	Cramer	1	Plücker
Un article dans la *Correspondance de Quetelet*	Dandelin	1	Chasles

Textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)			
Texte mentionné	Auteur de ce texte	Quantité de fois que ce texte est mentionné	Qui mentionne ?
Applications de géométrie	Dupin	1	Gergonne
Introduction au calcul différentiel	Euler	1	Gergonne
Un article dans le *Journal de Crelle*, n. 2, p. 367	Gruner	1	Gergonne
Géométrie à trois dimensions (1817)	Hachette	1	Chasles
Un article dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique*, n. 2, p. 71	Hachette e Binet	1	Poncelet
Une mémoire de La Hire, publié dans le volume de l'Académie Royale de Sciences de Paris pour 1704	La Hire	1	Poncelet
Mécanique analytique	Lagrange	1	Gergonne
Leçons à l'École Normale	Laplace	1	Gergonne
Élémens de géométrie [LEGENDRE 1794]	Legendre	1	Gergonne

Textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)			
Texte mentionné	Auteur de ce texte	Quantité de fois que ce texte est mentionné	Qui mentionne ?
Géométrie organique	Maclaurin	1	Poncelet
Géométrie descriptive [MONGE 1799]	Monge	1	Chasles
Histoire des mathématiques	Montucla	1	Gergonne
Arithmétique universelle	Newton	1	Durrande
Opuscule (mentioné particulierement le Tome I, p. 185, plan IV, figure 22)	Newton	1	Gergonne
Collections mathématiques (mentioné le Livre VII, Proposition CXVII, Problème XI)	Pappus	1	Gergonne
Mémoire sur la théorie des polaires réciproques [PONCELET 1829 b]	Poncelet	1	Poncelet
Mémoire sur la théorie des centres de moyennes harmoniques [PONCELET 1828 b]	Poncelet	1	Poncelet

Textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)			
Texte mentionné	Auteur de ce texte	Quantité de fois que ce texte est mentionné	Qui mentionne ?
Recueil de diverses propositions de géométrie	Puissant	1	Gergonne
Un article dans le *Journal de Crelle*, n. 2, p. 191	Steiner	1	Steiner
Un article dans le *Journal de Crelle*, n. 2, p. 287	Steiner	1	Steiner
Un article dans le *Journal de Crelle*, n. 2, p. 205	Steiner	1	Gergonne
Un article dans la *Correspondance de Quetelet*	Vaure	1	Bobillier
Un article dans le *Journal de Crelle*, n. 3, p. 200	?	1	Gergonne
Un article dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique*, n. 3, p. 339 (1814)	?	1	Chasles
Un article dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique*, n. 3, p. 16 (1814)	?	1	Chasles

TAB. 3.9 – Textes en dehors des *Annales* qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation.

Personnes qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation		
Personne mentionné	Quantité de textes où il est mentionné	Qui mentionne ?
Poncelet	14	Bobillier Cauchy Chasles Durrande Gergonne
Monge	10	Durrande Gergonne Plücker Poncelet Sarrus
Brianchon	7	Dandelin Durrande Gergonne Plücker Poncelet Sturm
Pascal	7	Dandelin Durrande Gergonne Poncelet Sturm
Hachette	6	Bobillier Chasles Gergonne
Newton	5	Bobillier Chasles Durrande Gergonne Poncelet
Plücker	5	Gergonne Poncelet

Personnes qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)		
Personne mentionné	Quantité de textes où il est mentionné	Qui mentionne ?
Cauchy	4	Durrande Gergonne Poncelet Sturm
Crelle	4	Gergonne Plücker Steiner
Desargues	4	Bobillier Gergonne Poncelet Sturm
Descartes	4	Durrande Gergonne Sturm
Steiner	4	Gergonne Plücker
Viète	4	Durrande Gergonne Poncelet
Apollonius	3	Durrande Gergonne Poncelet
Arago	3	Cauchy Poncelet
Chasles	3	Durrande Gergonne
Euclide	3	Durrande Poncelet

Personnes qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)		
Personne mentionné	Quantité de textes où il est mentionné	Qui mentionne ?
Fermat	3	Durrande Poncelet
Ptolémée	3	Dandelin Gergonne Plücker
Bobillier	2	Gergonne
Carnot	2	Durrande Gergonne
Dupin	2	Durrande
Euler	2	Gergonne
Ferussac	2	Poncelet
Lagrange	2	Durrande
Malfatti	2	Gergonne Plücker
Mercator	2	Gergonne Plücker
Servois	2	Poncelet Sturm
Adrien Romain	1	Durrande
Archimède	1	Durrande

Personnes qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)		
Personne mentionné	Quantité de textes où il est mentionné	Qui mentionne ?
Berruyer	1	Gergonne
Binet	1	Bobillier
Coriolis	1	Gergonne
Dandelin	1	Chasles
Delambre	1	Cauchy
Desfontaines	1	Gergonne
Durrande	1	Gergonne
Français	1	Poncelet
Garnier	1	Durrande
Gaultier de Tours	1	Durrande
Gergonne	1	Poncelet
Halley	1	Poncelet
Kramp	1	Durrande
Lancret	1	Durrande
Legendre	1	Poncelet

Personnes qui sont mentionnés dans le réseau basique de la gómétrie de la situation (suite)		
Personne mentionné	Quantité de textes où il est mentionné	Qui mentionne ?
Lhuillier	1	Durrande
Maisonneuve	1	Durrande
Mersenne	1	Gergonne
Meusnier	1	Durrande
Pappus	1	Durrande
Pythagore	1	Gergonne
Poinsot	1	Poncelet
Poisson	1	Cauchy
Puissant	1	Plücker
Quetelet	1	Chasles
Sturm	1	Gergonne
Viviani	1	Poncelet
Wronski	1	Gergonne

Tab. 3.10 – Personnes mentionnés dans le réseau de la gómétrie de la situation.

Personnes qui sont mentionnés dans des textes de Gergonne, Poncelet et Bobillier

45 personnes mentionnés en 15 + 11 textes de Gergonne

Poncelet (9)	Pascal (2)	**Desargues** (1)	Puissant (1)
Monge (4)	**Newton** (2)	Lagrange (1)	Mersenne (1)
Plücker (4)	Descartes (2)	Laplace (1)	Mercator (1)
Steiner (4)	Crelle (2)	Dupin (1)	Malfatti (1)
Bobillier (3)	Ferussac (1)	Ferriot (1)	Montucla (1)
Chasles (3)	Vallès (1)	Apollonius (1)	Ptolémée (1)
Brianchon (3)	Carnot (1)	Euclide (1)	Pythagore (1)
Sturm (3)	Cauchy (1)	Sarrus (1)	Gruner (1)
Euler (3)	Legendre (1)	**Hachette** (1)	Wronski (1)
Dandelin (3)	**Poisson** (1)	Gaultier de Tours (1)	Berruyer (1)
Coriolis (3)	Viète (1)	Sorlin (1)	Desfontaines (1)
Durrande (2)			

31 personnes mentionnés en 7 textes de Poncelet

Brianchon (4)	Servois (1)	**Hachette** (1)	Fermat (1)
Gergonne (3)	**Plücker** (1)	Sarrus (1)	Viète (1)
Frégier (3)	Cauchy (1)	Ferussac (1)	Halley (1)
Dupin (3)	Legendre (1)	Français (1)	Euclide (1)
Monge (2)	Poinsot (1)	Coste (1)	Apollonius (1)
Arago (2)	**Poisson** (1)	**Desargues** (1)	Viviani (1)
Pascal (2)	**Sturm** (1)	La Hire (1)	Waring (1)
Newton (2)	Binet (1)	Maclaurin (1)	

14 personnes mentionnés en 16 textes de Bobillier

Poncelet (5)	**Plücker** (1)	**Newton** (1)	Binet (1)
Vallès (3)	**Monge** (1)	**Desargues** (1)	Waring (1)
Gergonne (2)	Lamé (1)	**Poisson** (1)	Vaure (1)
Hachette (2)	**Sturm** (1)		

Tab. 3.11 – Personnes mentionnés dans des textes de Gergonne, Poncelet et Bobillier.

Remarque. Les noms **mis en évidence** sont mentionnés par les trois auteurs.

Remarque. Le nombre entre parenthèses à côté du nom indique le nombre de fois que la personne est mentionné.

Annexe. Chronologie et résumé de la controverse entre Poncelet et Gergonne.

	Date	**Événement**	**Texte e/ou référence**
[Pon 1]	1824 mois 04	Après la publication de son célèbre *Traité*, Poncelet écrit un mémoire détaillé sur la théorie de la réciprocité polaire. Cette mémoire est lu à l'Académie des Sciences de Paris le 12 avril 1824.	*Crelle* 04 pp. 1-71
[Ger 1]	1826 mois 01	Gergonne publie ses *Considérations philosophiques*, le premier des deux "textes fondateurs" de la géométrie de la situation. Il en lance son *principe de la dualité*.	*Annales* 16 pp. 209-231
[Ger 2]	1826 mois 04	Dans une lettre privée à Poncelet, Gergonne laisse entendre que le *principe de la dualité* et la *reciprocité polaire* sont les mêmes et que cette invention/découverte appartient à les deux à la fois.	[PONCELET 1864] pp. 528-529

	Date	Événement	Texte e/ou référence
[Plu 1]	1826 mois 08	Le premier de deux textes de Plücker dont l'éditeur Gergonne a grandement interféré, soit à la forme (mise le en colonnes doubles) soit au contenu (en mentionnant négligemment Poncelet).	*Annales* 17 pp. 37-59
[Plu 2]	1826 mois 09	Le deuxième de deux textes de Plücker dont l'éditeur Gergonne a interféré.	*Annales* 17 pp. 69-72
[Ger 3]	1826 mois 11	Gergonne, en correspondance avec Poncelet, lui demande d'envoyer pour pour publication dans les *Annales*, une analyse (une sorte de "version abrégée") de la mémoire [Pon 1] lu à l'Académie.	[PONCELET 1864] *Traité* II, pp. 528-529
[Pon 2]	1826 mois 12	Poncelet envoie aux *Annales* une analyse de la mémoire [Pon 1]. Dans cette analyse, Poncelet fait de bonnés commentaires sur le texte [Ger 1] de Gergonne, mais il marque bien la différence de points de vues entre eux.	*Annales* 17 pp. 265-272
[Pon 3]	1826 mois 12	Avec l'analyse [Pon 2], Poncelet envoie également deux annexes. Dans ces annexes, Poncelet se plaint que Plücker ne le mentionne pas correctement dans [Plu 1] et [Plu 2]. Il fait de revendications de priorité sur quelques résultats y démontrée. Il se plaint également de colonnes doubles dans le texte de Plücker. Malgré les plaintes, le ton de Poncelet est toujours respectueux.	Annexe *Préambule* : *Annales* 18 pp. 142-145 Annexe *Post-Scriptum* : *Annales* 18 pp. 145-149

	Date	Événement	Texte e/ou référence
[Ger 4]	1827 mois 01	Gergonne publie le deuxième “texte fondateur” de la géométrie de situation. Il insiste sur le *principe de la dualité*, mais il fait de quelques erreurs mathématiques.	*Annales* 17 pp. 214-252
[Pon 2]	1827 mois 03	Gergonne ne publie que l'analyse [Pon 2] dans le journal, et omet les annexes [Pon 3]. L'éditeur a également ne signale pas que le texte de la base pour l'analyse [Pon 2] avait été écrite entre 1823 et 1824.	*Annales* 17 pp. 265-272
[Ger 5]	1827 mois 03	Gergonne rédige une réponse au texte [Pon 2] de Poncelet. Le ton du texte est ironique.	*Annales* 17 pp. 272-276
[BuF 1]	1827 mois 05	Il apparaît dans le *Bulletin de Ferussac* une note qui suggère que Poncelet en [Pon 2] n'est qu'un suiveur des recherches de Gergonne en [Ger 1].	*Bulletin* 07 pp. 273-280
[Pon 4]	1827 mois 08	Poncelet publie une première lettre dans le *Bulletin de Ferussac*. Cette fois, le ton est très agressif. Poncelet est très en colère. Il se plaint de l'ironie de [Ger 5], de l'omission des annexes [Pon 3], de l'omission de la date de [Pon 2] et de la suggestion enregistrée en [BuF 1].	*Bulletin* 08 pp. 109-117 Républié en [PONCELET 1866] *Traité* II, pp. 363-368

	Date	Événement	Texte e/ou référence
[Bob 11]	1827 mois 10	Premier texte d'auteur publié dans les *Annales* sous la nouvelle rubrique "géométrie de situation".	[BOBILLIER 11] *Annales* 18 pp.89-98
[Pon 4] & [Pon 3]	1827 mois 11	Gergonne publie un faisceau de textes de Poncelet : la lettre de protestation [Pon 4] qui avait déjà paru dans le *Bulletin de Ferussac* et les deux annexes [Pon 3] qui avaient été omis d'autre fois.	*Annales* 18 pp 125-149
[Ger 6]	1827 mois 11	Cette réimpression n'est pas sans interventions, bien au contraire. Gergonne insère dans le texte une énorme quantité de notes de bas de page, presque chaque phrase du texte principal.	*Annales* 18 pp 125-149
[Ger 7]	1827 mois 11	Gergonne publie une réplique au texte [Pon 4 & Pon 3] de Poncelet. Ce texte est beaucoup moins ironique, parce que maintenant Gergonne invente une solution pour corriger les erreurs qu'il a commises en [Ger 4]. Pour illustrer son invention, Gergonne s'approprie de quelques résultats publiés par Bobillier en [Bob 11].	*Annales* 18 pp 149-154
[Bob 14]	1827 mois 12	Dans cet article, Bobillier accepte des corrections inventés par Gergonne en [Ger 7]. Il réécrit et améliore le texte [Bob 11] dans cette nouvelle perspective.	[BOBILLIER 14] *Annales* 18 pp. 157-166

	Date	Événement	Texte e/ou référence
[BuF 2]	1828 mois 01	Il est publié un rapport sur les textes [Pon 3 & Pon 4] et [Ger 7] dans le *Bulletin de Ferussac*.	*Bulletin* 09 pp. 23-26
[Ger 8]	1828 mois 01	Pour une petite lettre à l'éditeur du *Bulletin de Ferussac*, et inséré dans la dernière note de bas de page du rapport [BuF 2], Gergonne demande pour avertir qu'il n'a aucune responsabilité pour ce qu'y est publié.	Note de bas de page *Bulletin* 09 p. 26
[Pon 5]	1828	Poncelet croit que le rédacteur de la section de géométrie du *Bulletin de Ferussac* soit le "inevitable Gergonne", caché sous le pseudonyme "Saigey".	[PONCELET 1866] *Traité* II, p. 363
[Pon 6]	1828 mois 01	Poncelet envoie une deuxième lettre au *Bulletin de Ferussac*. Alors, il renforce les arguments que sa *réciprocité polaire* et le *principe de la dualité* de Gergonne, bien que similaires, sont tout à fait différent. Dans cette lettre, Poncelet se plaint beaucoup des publications [Ger 5], [Ger 6] e [Ger 7].	*Bulletin* 09 pp. 292-302
[ASc 1]	1828 mois 02	Le 18 février apparaît finalement le rapport de l'Académie des Sciences de Paris pour la mémoire [Pon 1], lu quatre ans plus tôt. Ce rapport est signé par Cauchy.	*Bulletin* 09 pp. 225-229

	Date	Événement	Texte e/ou référence
[Bob 24]	1828 mois 03	Bobillier avance dans des recherches en géométrie de situation et écrit son article principal sous cette rubrique. Cet article est la suite des textes [Bob 11] et [Bob 14].	[BOBILLIER 24] *Annales* 18 pp. 253-269
[BuF 3]	1828 mois 04	Le rapport [ASc 1] est publié dans le *Bulletin de Ferussac*.	*Bulletin* 09 pp. 225-229
[Pon 6]	1828 mois 05	La lettre [Pon 6] est publié dans le *Bulletin de Ferussac*.	*Bulletin* 09 pp. 292-302 Républié en [PONCELET 1866] *Traité* II, pp. 369-376
[BuF 4]	1828 mois 05	Il a paru dans le *Bulletin de Ferussac* un rapport que indique que Bobillier en [Bob 24] est un suiveur des idées de Gergonne en [Ger 4] et [Ger 7].	*Bulletin* 09 pp. 302-308
[Plu 3]	1828 mois 07	Plücker envoie une lettre au *Bulletin de Ferussac* où il répond agressivement aux plaintes [Pon 6] de Poncelet. Dans cette lettre, Plücker dit qu'il ne connaissait ni Poncelet ni le *Traité des propriétés des figures* quand il a écrit son livre *Développemens de géométrie analytique*. Il dit aussi qu'il n'a pas reconnu ses articles [Plu 1] et [Plu 2], parce que ils ont été tellement modifiés par l'éditeur des *Annales*.	*Bulletin* 10 pp. 330-332

	Date	Événement	Texte e/ou référence
[Pon 1]	1828 mois 08	Poncelet envoie la mémoire [Pon 1] à Crelle pour être publiée. Le changement d'éditeur est un boycotte de Poncelet aux *Annales de Gergonne*.	*Crelle* 04 pp. 1-71
[Plu 3]	1828 mois 12	La lettre [Plu 3] est publié dans le *Bulletin de Ferussac*. L'éditeur se excuse pour la publier en retard. Il informe qui a supprimé du texte "quelques épithètes inutiles au succés de la discussion".	*Bulletin* 10 pp. 330-332
[Pon 7]	1829	Troisième (et dernière) lettre de Poncelet envoyé au *Bulletin de Ferussac*. Cette fois, c'est une réplique pour la lettre [Plu 3] de Plücker. Poncelet en profite pour annoncer bientôt la publication de la mémoire [Pon 1].	*Bulletin* 11 pp. 330-333 Républié en [PONCELET 1866] *Traité* II, pp. 376-379
[Pon 1]	1829	Finalement, il est publié intégralement dans le *Journal de Crelle*, la mémoire [Pon 1] écrit cinq ans plus tôt.	*Crelle* 04 pp. 1-71 Républié en [PONCELET 1866] *Traité* II, pp. 57-121

Chapitre 4

La méthode da la notation abregée dans les années 1820.

Ce chapitre a pour objectif de présenter quelques stratégies de démonstrations communes à quelques auteurs des *Annales de Gergonne* entre 1814 et 1828 ; et qui plus tard, après la période considérée, seront réunies sous la nomenclature de *méthode de la notation abrégée*.

Résumée très brièvement, la méthode de la notation abrégée se prête à faire des calculs algébriques avec des figures entières (c'est-à-dire, avec les polinômes qui les représentent) au lieu de les faire avec les points qui constituent la figure (c'est-à-dire, avec les coordonées cartésiennes). L'adjectif *abrégée* découle du fait qu'en générale les polinômes en question sont présentés abrégés par une lettre uniquement. En dépit du fait que le nom de la méthode souligne la question de l'abréviation, ceci n'est pas le seul aspect impliqué. Cela fait partie du type de calculs utilisé dans cette mthode, une certaine habileté à combiner les polinômes et d'en extraire des résultats. Initialement je prétends expliquer avec plus de précisions la *mathématique* de la méthode avant de continuer dans les sections suivantes avec l'*histoire* de celle-ci. Dans la même section j'offre au lecteur deux exemples simples pour illustrer la méthode.[1]

Avant de continuer avec toute autre considération sur le sujet, il est bon de remarquer que dans les 22 volumes des *Annales* et dans les journaux scientifiques jusque dans les années 1830 (le *Bulletin de Ferussac* et la *Correspondance* de Quetelet), l'expression "méthode de la notation abrégée", ou autre semblable, n'apparaît jamais. Plus avant nous verrons que l'ensemble des pratiques analisées ici seront comprises comme une méthode et receveront le nom de *méthode de la notation abrégée*, non pas dans la génération des géomètres en activité jusque dans les années 1830 (et qui inclut, comme on le sait, Étienne Bobillier). Mais ceci restera à charge des générations suivantes.[2]

Ci dessous, nous accompagnerons l'occurrence de la manipulation des polinômes abrégés et la combination de polinômes comme stratégie d'argumentation dans les

[1] Il s'agit de la prochaine section, le 4.1.
[2] Nous verrons ceci dans la section 4.5.

recherches de quatre géomètres : Lamé (1817 e 1818),[3] Gergonne (1827),[4] Bobillier (1827 e 1828)[5] et Plücker (de 1826 jusqu'au début des années 1830).[6] Dans le travail de Bobillier, nous allons étudier les trois articles (datés de juillet 1827, mai 1828 et juin 1828) dans lesquels ces stratégies sont le mieux marquées.[7] En particulier, le texte de mai 1828, intitulé *Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue* – certainement le texte le plus célèbre de Bobillier – sera présenté et commenté minutieusement.[8] Pour composer un éventail un peu plus ample, sont listés et évalués l'ensemble des textes des *Annales* où apparaissent quelques unes des pratiques associées à la méthode examinée ici.[9] Après tout ce parcours, en guise de conclusion partielle, je commente brièvement quelques développements postérieurs sur la dite *méthode de la notation abrégée*.[10]

Il y a une section réservée aux tableaux contenant des informations qui complètent le texte principal.[11] Où se trouvent, entre autres, trois tableaux résumés des utilisations des combinaisons de polinômes et la manipulation de polinômes abrégés des quatre auteurs sélectionnés (tableaux 4.8, 4.9 et 4.10) ; et également les informations concernant le panorama général des notations abrégées dans les *Annales de Gergonne* au delà des auteurs mentionnés ci dessus (tableaux 4.5, 4.3, 4.4, 4.6 et 4.7).

4.1 Qu'est ce que la méthode de la notation abregée ?

Dans une première approche, abréger la notation (en géométrie analytique) consiste à substituer, par une seule lettre, une expression polynomiale explicitement écrite en variables x et y (ou x, y et z). Avec ceci, les calculs algébriques ne sont plus éxécutés avec les coordonnées cartesiennes d'un point (c'est-à-dire, avec les coordonnées des points) mais sont faits avec les équations abrégées (c'est-à-dire avec des figures entières, qu'elles soient droites, cercles, coniques, plans, sphéres, etc...). A cet expédient s'ajoute l'utilisation de quelque argumentation de la manière suivante : si $A = 0$ et $B = 0$ sont les équations abréviées de deux figures géométriques initiales alors une *combinaison* du type $u\,A + v\,B = 0$ fournit l'équation d'une nouvelle figure qui passe par tous les points communs entre les figures données.

On peut alors se demander comment se fait exactement cette combinaison d'équations. Les figures $A = 0$ et $B = 0$ doivent être de la même espèce, comme par exemple, droite et droite, cercle et cercle, etc... ? Ou peuvent-elles être des figures d'espèces distinctes, comme par exemple, une droite et un cercle ? Et que dire de u et v ? Serait-ce des constantes ou d'autres équations ?

[3] Dans la section 4.2.1.
[4] Section 4.2.2.
[5] Dans les sections 4.2.3, 4.3.1, 4.3.2 et 4.4.1.
[6] Sections 4.2.4 et 4.4.2.
[7] Sont les textes [BOBILLIER 09], [BOBILLIER 25] et [BOBILLIER 26], étudiés en détails, respectivement dans les sections 4.2.3, 4.3.1 et 4.3.2.
[8] Il s'agit du texte [BOBILLIER 25] étudié dans la section 4.3.1.
[9] Dans la section 4.4.3.
[10] Dans la section 4.5.
[11] Les tableaux référant à la méthode de la notation abrégée sont tous réunis dans la séction 4.5.1.

Ainsi, la manière de combiner les équations est directement associée au mode dont l'auteur prétend l'utiliser comme stratégie de démonstration, que ce soit dans un article de recherche ou dans un livre didactique. Cet auteur peut éventuellement énoncer comment il a l'intention de combiner ces équations, bien que cela n'arrive pas toujours. Ces énoncés, dans leurs diférentes versions, seront postérieurement apellés *principe de la notation abrégée* par les auteurs de livres d'enseignements ou d'histoire de la géométrie.

Ceci étant dit, nous pouvons décrire avec plus de soins la *méthode de la notation abrégée* comme étant l'exécution conjointe des procédures suivantes :

1. Abréger l'écriture des polynômes impliqués dans le problème, en substituant chacun d'eux par une simple lettre, pour manipuler ces symboles dans les calculs ;

2. Utiliser un *principe* qui indique comment combiner deux ou plusieurs équations algébriques (maintenant de simples lettres) des figures impliquées dans un problème géométrique pour obtenir de nouvelles équations.

Entre les principes de combinaison d'équations trouvées dans les textes des *Annales de Gergonne*, un des plus couramment utilisé (bien que, je répète, le principe n'est pas toujours énoncé), par exemple, est la version suivante que j'appelle *linéaire* :

Version linéaire du principe de la notation abrégée. *Si $A = 0$ et $B = 0$ sont les équations de deux lieux géométriques donnés, alors l'équation*

$$A + \lambda B = 0\,,$$

dans laquelle λ est une constante quelconque, représente un troisième lieu géométrique qui passe par tous les points d'intersections des deux lieux initiaux.

Le révérend George Salmon, auteur de l'un des plus populaires des manuels didactiques de géométrie analytique de la deuxième moitiè du 19ème siècle, commente que ce principe "est évident", car toutes les coordonnées qui satisfont l'équation $A = 0$ ainsi que l'équation $B = 0$ nécessairement satisfont l'équation $A + \lambda B = 0$.[12]

Notez que l'équation $A+\lambda B = 0$ n'est pas l'équation d'une figure unique, mais un *faisceau à l'un paramétre* de lieux géométriques avec une caractéristique commune. Dit plus clairement, on dispose d'une infinité de figures, autant que d'infinité de choix possible pour λ, toutes passant par les points d'intersections des figures initialement données.

Une fois que les deux étapes ci-dessus sont exécutées, l'argumentation continue conformément à l'objectif de l'auteur vers la solution du problème abordé. On peut, par exemple, en déduire une propriété qui vaut simultanément pour une infinité de figures (tous les lieux géométriques du faisceau). On peut également choisir ou calculer convenablement la (les) valeur(s) de(s) paramètre(s) pour obtenir une figure spécifique dans le faisceau. Cette figure, en plus de satisfaire la propriété générale du faisceau (qui est de passer par les points d'intersections) assume encore une position particulièrement appropriée au problème en question.

[12] Consultez [SALMON 1855, § 36, p. 28].

Ci-dessous je présente deux simples exercices de géométrie analytique qui peuvent être résolus en utilisant la version linéaire du principe de la notation abrégée.

Exercice 1. Considerez les ellipses $\begin{cases} 9x^2+25y^2+18x-150y+65=0 \\ x^2+16y^2+2x-96y+113=0 \end{cases}$.

Répondez aux questions suivantes : **(1 a)** Existe-t-il un cercle passant par les points d'intersections de ces ellipses ? Laquel ? **(1 b)** Determinez la section cônique qui passe par les quatre points d'intersections des ellipses données et qui passe aussi par l'origine du système cartésien.

Solution. Toute courbe qui passe par les quatre points d'intersections des ellipses considérées peut être écrite comme ceci

$$(9x^2+25y^2+18x-150y+65)+\lambda(x^2+16y^2+2x-96y+113)=0\ ,$$

en d'autres termes

$$(9+\lambda)x^2+(25+16\lambda)y^2+(18+2\lambda)x-(150+96\lambda)y+(65+113\lambda)=0\ ,$$

pour quelque nombre réel λ. Ainsi pour répondre à toutes les questions de l'exercice il suffit de trouver le coefficient adéquat à la situation.

Pour répondre à la question **(1 a)**, il faut trouver le paramètre λ qui fait que les coefficients x^2 et y^2 dans l'équation générale sont égaux. De $9+\lambda=25+16\lambda$ on a $\lambda=-\frac{16}{15}$. Substituant cette valeur dans l'équation générale et faisant les réductions nécessaires, on trouve le cercle $x^2+y^2+2x-6y-7=0$.

Pour la question **(1 b)**, la condition sur le paramètre est que le coefficient indépendent soit nul, c'est-à-dire $65+113\lambda=0$. De là $\lambda=-\frac{65}{113}$ et la conique requise est l'ellipse $8x^2+15y^2+16x-90y=0$.

La figure 4.1 offre des images de l'exercice proposé et des solutions calculées.

Exercice 2.[13] Trouver l'équation de la conique passant par ces cinq points $A=(1,2)$, $B=(3,5)$, $C=(-1,4)$, $D=(-3,-1)$ e $E=(-4,3)$.

Solution. En calculant les équations des droites des côtés du quadrilatère $ABCD$ on a la droite $AB: 3x-2y+1=0$, la droite $CD: 5x-2y+13=0$, la droite $BC: x-4y+17=0$ et la droite $AD: 3x-4y+5=0$. Ainsi la conique demandé peu être posé sous cette forme

$$(3x-2y+1)(5x-2y+13)=\lambda(x-4y+17)(3x-4y+5)\ .$$

En calculant λ de façon que cette équation satisfasse également les coordonnées du point E on trouve $\lambda=-\frac{221}{19}$; ce qui fournit, après avoir fait les réductions nécessaires $79x^2-320xy+301y^2+1101x-1665y+1586=0$.

La figure 4.2 montre le graphique de cet exercice.

[13] Cet exercice a été extrait du livre, susmentionné, de George Salmon ([SALMON 1855, p. 211]).

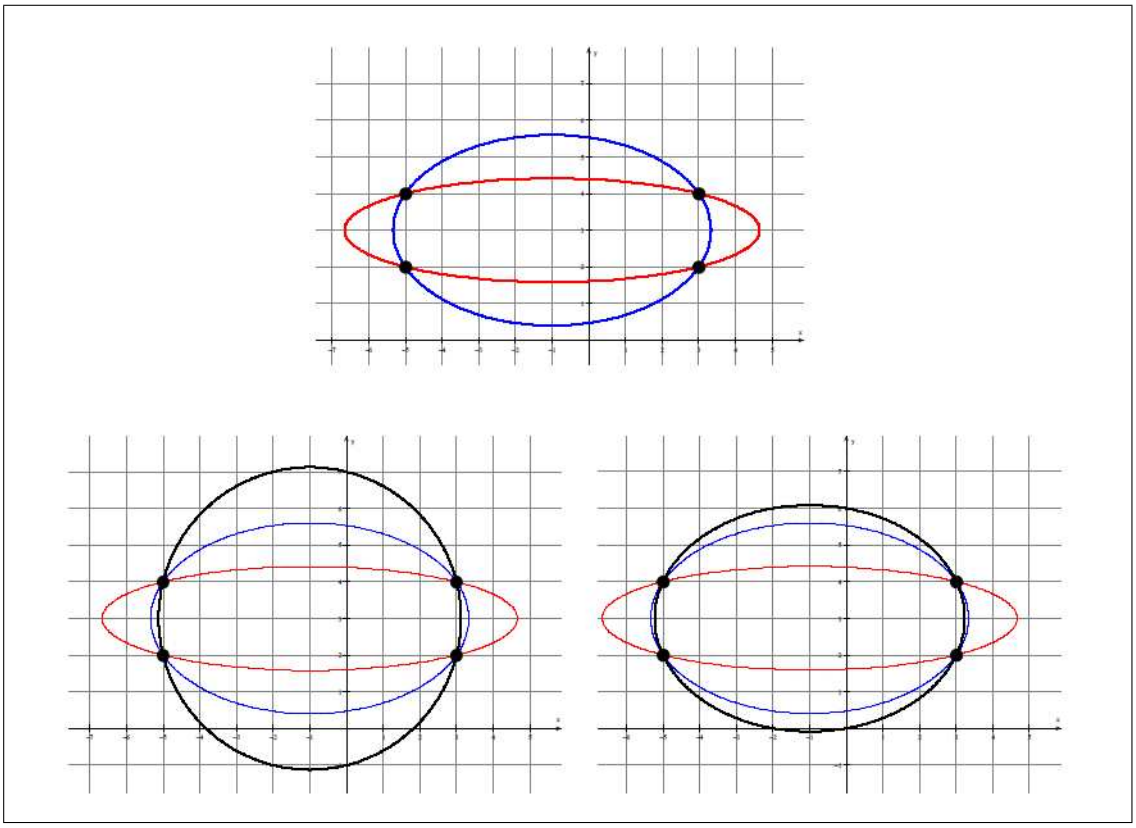


FIG. 4.1 – Un exercice de géométrie analytique.

4.2 Les premiers textes de quatre auteurs.

4.2.1 Lamé : *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie* (1817 et 1818).

En décembre 1816, quand il était encore étudiant à l'École de Mines, le jeune polytechnicien Gabriel Lamé, alors âgé de 21 ans, a soumis un travail l'Académie Royale des Sciences de Paris. Un extrait de ce travail, le premier de sa longue carrière académique, est apparu juste après, en février 1817, dans les *Annales de Gergonne*, publié sous le titre *Sur les intersections de lignes et surfaces.*[14] L'année suivante, Lamé publie un petit livre sous le titre intéressant : *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie.*[15] Il s'agit d'un livre divisé en 36 paragraphes avec un peu plus de 120 pages, où Lamé parle d'un sujet à la mode, la question des méthodes analytiques *versus* les méthodes synthétiques. Entre l'un ou l'autre commentaire dissertatif, il propose et résout divers problèmes de géométrie, résolus soit par des équations, soit en suivant la tradition des constructions graphiques (géométrie de la règle et du compas). L'article de 1817 est reproduit intégralement dans le livret de 1818 dans le paragraphe § 21 et dans une partie du paragraphe § 24. La figure 4.3 montre une page des *Annales* de février 1817 avec des dessins faits par

[14] [LAMÉ 1817].
[15] [LAMÉ 1818].

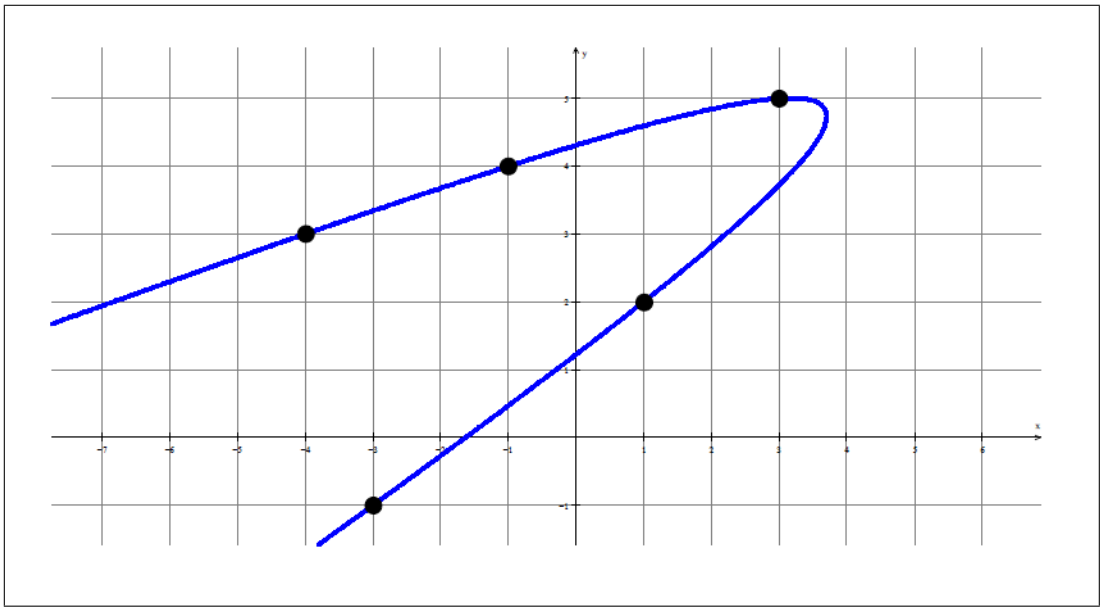


FIG. 4.2 – Autre exercice de géométrie analytique.

l'éditeur Gergonne. Les dessins 1 et 2 à gauche illustrent le texte de Lamé publié ici.

Dans la page d'*Avertissement* au début du livre, Lamé met en évidence trois sujets qui, selon lui, "paraissent mériter le plus d'attention." Un de ces trois est "l'expression analytique de la communauté d'intersection des lieux géométriques."[16] C'est à partir d'ici que je commence mon analyse des textes du jeune ingénieur, puisqu'un principe de combinaison d'équations de lieux géométriques apparaît pour la première fois dans son livre dans le paragraphe § 20 intitulé *Expression analytique de la communauté d'intersection des lieux géométriques.*[17] En parlant des possibles difficultés de mettre un problème géométrique en termes d'équations, il observe qu'une des premi'eres est exactement celle d'exprimer quand un troisième lieu géométrique passe par l'intersection de deux lieux précédemment donnés. Plus précisément

• exprimer quand un point donné ordinairement par l'intersection de deux lignes est sur une troisième ligne ;

• ou exprimer qu'une ligne déterminée par la rencontre de deux surfaces, soit commune à une troisième.

Donc, Lamé présente sa proposition en termes de combinaison des équations des lieux géométriques impliqués.

> J'essayerai de lever cette difficulté, en m'appuyant sur ce principe évident ; que si l'on combine les équations de deux lieux géométriques d'une manière quelconque, l'équation résultante exprime un troisième lieu géométrique, sur lequel se trouve l'intersection des deux premiers.[18]

Ce passage laisse très vague l'instruction *combiner d'une manière quelconque.* Mais

[16] [LAMÉ 1818, p. v].
[17] [LAMÉ 1818, p. 27].
[18] [LAMÉ 1818, p. 28].

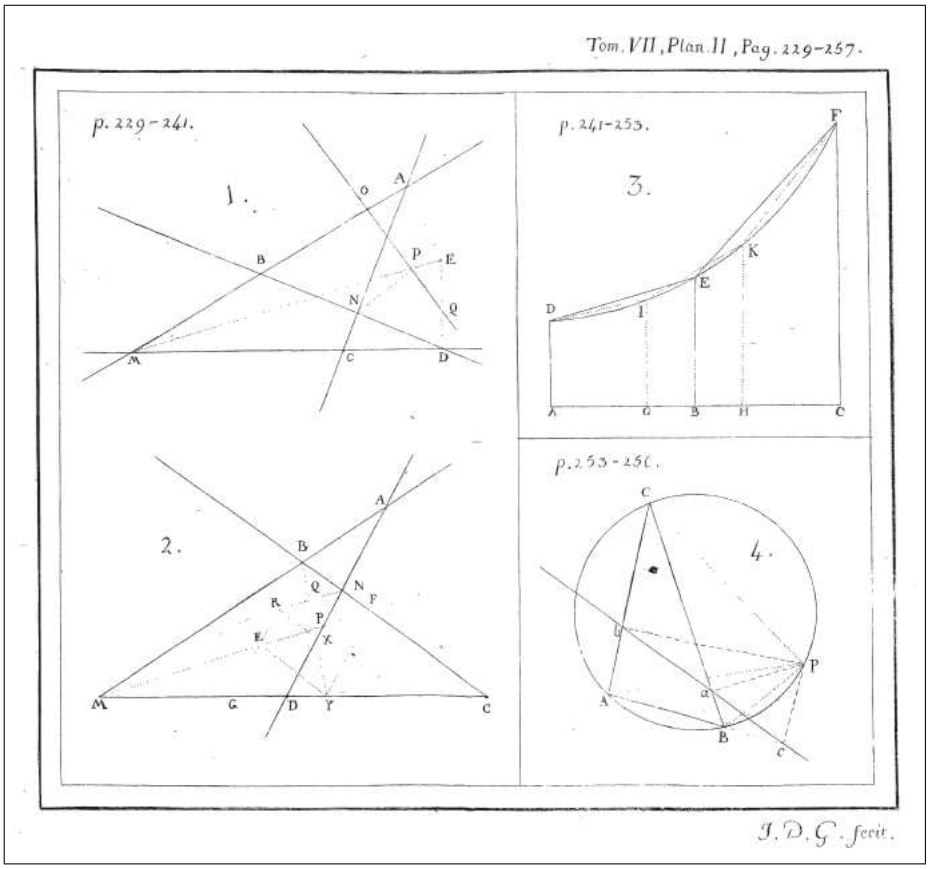


FIG. 4.3 – Dessins de Gergonne qui illustrent le texte de Lamé dans les *Annales*.

c'est l'auteur lui même qui explique de quelle façon il prétend utiliser ce principe. Pour commencer, les lieux géométriques impliqués dans la discussion (c'est-à-dire trois lignes ou trois surfaces) doivent être du même degré, que l'auteur appelle D. Ensuite il désigne les équations de ces lieux géométriques par $E = 0$, $E' = 0$ et $E'' = 0$. C'est la première fois dans le texte que les équations de lieux géométriques apparaissent notées en abrégées.[19] En multipliant la première et la deuxième équation respectivement par deux "indéterminées m et m', et qu'on les ajoute ensuite", nous obtenons l'équation

$$mE + m'E' = 0 \ .$$

Par conséquent la combinaison proposée par Lamé, antérieurement dite "quelconque", est en vérité une *combinaison linéaire* des équations par deux coefficients constants indéterminés.

Lamé observe que l'équation $mE+m'E' = 0$ pourra représenter tout lieu géométrique passant par les intersections des figures représentées par les équations $E = 0$ et $E' = 0$, en n'oubliant pas l'indétermination du quotient m/m'. Cette indétermination est ce qui donne le sens au mot *communauté* utilisé par Lamé dans le titre de la section. D'une infinité de choix de constantes m et m', nous avons une infinité de figures

[19] En réalité, à l'exception d'une équation d'élipse et une autre d'ellipsoide qui apparaissent dans l'*Avertissement* (une page avant le texte, antérieure a la *Table des matières*) ce sont les premières équations, indépendamment d'être abrégées ou non, qui apparaissent dans le livre.

passant par l'intersection des deux premières.

Quant au degré du polynôme $mE + m'E' = 0$, deux situations peuvent arriver. Premièrement, si ce degré est D, alors, en particulier, un des éléments de la communauté $mE + m'E' = 0$ sera le troisième lieu géométrique $E'' = 0$. Par l'indentification des polynômes $mE + m'E'$ et E'', nous pouvons extraire des relations impliquant m et m' et les coefficients de E, E' et E'' et à partir de ces relations nous pouvons obtenir des résultats qui traitent du concours de plus de deux lieux géométriques aux mêmes points. D'autre part, en fonction de la forme des lignes $E = 0$ et $E' = 0$ et de la position relative entre elles, certains éléments de la communauté $mE + m'E' = 0$ peuvent être des figures de degré inférieur à D. Algébriquement cela signifie qu'en fonction des coefficients de polynômes E et E' et des constantes m et m' choisis, le degré du polynôme $mE + m'E'$ peut être inférieur à D. Les deux cas seront explorés par Lamé dans les diverses applications de ce principe dans les deux sections suivantes de son *Examen des différentes méthodes.*

Voyons quelques résultats du paragraphe § 21 du livret, où Lamé résout les sept problèmes suivants :[20]

Problème I. *Trouver les conditions nécessaires pour que trois droites passent par un même point.*

Problème II. *Trouver les conditions nécessaires pour que trois lignes du second ordre se coupent suivant les mêmes points.*

Problème III. *Trouver les conditions nécessaires pour que trois plans se coupent suivant la même droite.*

Problème IV. *Trouver les conditions nécessaires pour que trois surfaces du second ordre se coupent suivant une même courbe.*

Problème V. *Trouver la condition nécessaire pour que quatre plans concourent en un même point.*

Problème VI. *Trouver les conditions nécessaires pour que quatre surfaces du second ordre aient les mêmes points d'intersection.*

Problème VII. *Exprimer que deux sections coniques ont leurs points d'intersection situés sur une même ligne droite.*

La résolution de tous les problèmes commence exactement de la même manière, en variant seulement la quantité d'équations manipulées (selon si le problème traite de trois ou quatre figures) et la quantité de coefficients (selon si l'équation générale de la figure en question est du premier ou du second degré, ou encore, si ce sont des équations à deux ou trois variables) : Lamé liste explicitement toutes les équations des figures données dans les problèmes en question, ensuite il utilise son principe de combinaison linéaire exposé dans la section antérieure et dans la séquence, il *raconte* la quantité de conditions impliquant les coefficients qui peut être établie à partir de la combinaison faite. Dans les problèmes du premier degré (I, III et V), il n'y a rien de plus, et ils servent presque exclusivement comme une préparation aux problèmes

[20] [LAMÉ 1818, pp.31 a 41].

du second degré (II, IV, VI et VII). Dans les problèmes du second degré, certaines considérations supplémentaires sont ajoutées et ceci conduit aux résultats. Dans le paragraphe § 21, quatre théorèmes sont énoncés au moyen de cette procédure.

Ensuite, nous allons accompagner plus en détail la solution des problèmes I et II et la déduction du premier théorème du paragraphe § 21. Dans le problème I, Lamé veut trouver les conditions pour que trois droites concourent en un même point. Ainsi, soit

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} a\,x & + & b\,y & + & c & = & 0 \\ a'\,x & + & b'\,y & + & c' & = & 0 \\ a''\,x & + & b''\,y & + & c'' & = & 0 \end{array}\right. \qquad (1)$$

les équations des trois droites en question. L'élimination de x et y entre elles, fournit immédiatement la condition

$$ab'c'' - ac'b'' + ca'b'' - ba'c'' + bc'a'' - cb'a'' \quad (2)\ .$$

Lamé informe que nous pouvons arriver au même résultat d'une autre façon, qui, dans ce cas n'est pas meilleure que la manière antérieure. Mais le fait qu'il résolve le problème encore une fois, maintenant en utilisant son principe de combinaison linéaire d'équations, ce qui lui sert comme première étape de la systématisation de ce type de solution pour les prochains problèmes. Ainsi, en multipliant les deux premières équations de (1) par m et m', nous avons

$$(am + a'm')x + (bm + b'm')y + (cm + c'm') = 0 \quad (3)\ .$$

Notons que cette équation, pour cause de son indétermination des multiplicateurs m et m', représente toutes les droites qui passent par l'intersection des deux premières droites de (1). Dans l'intention que les trois droites concourent en un même point, nous devons choisir m et m' de façon à ce que la troisième équation de (1) coincide avec l'équation (3), ce qui fournit :

$$am + a'm' = a''\ , \quad bm + b'm' = b''\ , \quad cm + c'm' = c'' \quad (4)\ .$$

Enfin, en éliminant m et m' entre ces trois équations, nous retombons encore une fois sur l'équation (2).

Dans le problème II, nous cherchons les conditions nécessaires pour que trois lignes du second ordre se rencontrent aux mêmes points. Cette fois ci, les équations sont

$$\left\{\begin{array}{ccccccccccccc} a\,x^2 & + & 2\,b\,xy & + & c\,y^2 & + & 2\,d\,x & + & 2\,e\,y & + & f & = & 0 \\ a'\,x^2 & + & 2\,b'\,xy & + & c'\,y^2 & + & 2\,d'\,x & + & 2\,e'\,y & + & f' & = & 0 \\ a''\,x^2 & + & 2\,b''\,xy & + & c''\,y^2 & + & 2\,d''\,x & + & 2\,e''\,y & + & f'' & = & 0 \end{array}\right. \qquad (1)\ .$$

En prenant la somme des produits des deux premières équations par les multiplicateurs m et m' on a l'équation

$$\begin{array}{c} (am + a'm')x^2 + 2(bm + b'm')xy + (cm + c'm')y^2 + \\ +2(dm + d'm')x + 2(em + e'm')y + (fm + f'm') = 0 \end{array} \qquad (2)\ .$$

qui représente toutes les lignes du second ordre qui passent par les intersections des deux premières lignes de (1). En particulier, pour qu'elle représente aussi la troisième courbe de (1), c'est-à-dire, que les trois courbes en (1) passent par les mêmes points, il est nécessaire d'avoir une seule fois

$$\begin{array}{lll} am + a'm' = a'' \ , & bm + b'm' = b'' \ , & cm + c'm' = c'' \ , \\ dm + d'm' = d'' \ , & em + e'm' = e'' \ , & fm + f'm' = f'' \ , \end{array} \qquad (3) \ .$$

L'élimination des variables m et m' dans ces six équations, fournit quatre conditions entre les dix-huit coefficients des trois lignes en question.

Parmi les considérations supplémentaires, Lamé analyse l'équation (2) pour inférer les conditions sur les coefficients des deux premières équations (1) de façon à obtenir des lignes de forme spécifique en passant par l'intersection des deux premières courbes. Par exemple, si

$$am + a'm' = cm + c'm' \quad \text{et} \quad bm + b'm' = 0 \quad ,$$

alors la ligne (2) est un cercle. En éliminant le quotient m et m' dans les équations ci-dessus nous obtenons la condition $b(a' - c') = b'(a - c)$ comme nécessaire et suffisante pour que le cercle passe par les points d'intersection des deux premières lignes de (1). D'autre part, si

$$(bm + b'm')^2 = (am + a'm') \cdot (cm + c'm')$$

alors la courbe (2) sera une parabole. Comme l'équation ci-dessus fournit, *en général*, deux valeurs pour le quotient m/m', alors nous aurons, en général, deux paraboles passant par l'intersection des deux premières courbes de (1).

Maintenant, une petite parenthèse dans la lecture du texte de Lamé pour introduire deux définitions. Fixée une direction, nous considérons l'ensemble de toutes les cordes d'une conique qui sont parallèles entre elles dans cette direction. La droite qui traverse toutes ces cordes exactement en leurs points centrals est appelée *diamètre* de la courbe. Naturellement, chaque conique a une infinité de diamètres. Pour les coniques qui ont un centre, c'est-à-dire, l'élipse et l'hyperbole, nous pouvons prouver que leurs diamètres passent toujours par les centres et ceci sert comme caractérisation alternative pour les diamètres. Dans cette situation, deux diamètres sont dits *conjugués* entre eux quand l'un d'eux passe par les points centraux des cordes parallèles dans la direction de l'autre ; et réciproquement. Dans le cas des paraboles qui n'ont pas de centre, il est montré que leurs diamètres sont tous parallèles entre eux et parallèles à leurs axe de symétrie ; et dans ce cas nous ne définissons pas de diamètre conjugué.

Revenons en à la lecture du paragraphe § 21 du livret *Examen des différentes méthodes*. Par le problème I nous savons que les conditions

$$am + a'm' = a'' \ , \quad bm + b'm' = b'' \ , \quad dm + d'm' = d'' \quad ,$$

expriment la condition de concours des droites

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} a\,x & + & b\,y & + & d & = & 0 \\ a'\,x & + & b'\,y & + & d' & = & 0 \\ a''\,x & + & b''\,y & + & d'' & = & 0 \end{array} \right. \quad .$$

Chacune des droites ci-dessus est le diamètre de la courbe correspondante, qui passe par les points centraux des cordes parallèles à l'axe des abscisses.[21] Comme la direction de cet axe est quelconque, nous pouvons en conclure le théorème déjà cité ci-dessus :[22]

Théorème. *Si plusieurs sections coniques ont quatre points communs ; dans quelque direction qu'on leur mène des diamètres parallèles. les conjuguès de ce diamètres concourront en un même point.*

Dit plus clairement, nous considérons une direction fixée et une *communauté* de coniques passant par quatre points fixés. Pour chaque conique de la communauté, nous prenons le diamètre qui est parallèle à cette direction. Ensuite, nous considérons dans chaque paire de *conique avec diamètre*, leur diamètre conjugué correspondant. Tous ces diamètres conjugués, autant que de coniques qui sont données initialement dans la communauté, concourent en un seul et même point.

Le paragraphe § 22 de l'*Examen des différentes méthodes* est aussi dédié aux applications d'un principe de combinaison linéaire d'équations. Selon les mots de Lamé, "cette manière de combiner les équations peut encore servir à exprimer la nature particulière de certains lieux géométriques."[23]. Dit plus clairement, il résout quatre problèmes qui décrivent les conditions entre les coefficients d'une équation générale du second degré de mode à avoir des surfaces de types différents dans l'espace.[24]

Problème I. *Exprimer qu'une surface du second ordre est cylindrique.*

Problème II. *Exprimer qu'une surface du second ordre est conique.*

Problème III. *Exprimer qu'une surface du second degré est l'ensemble de deux plans.*

Problème IV. *Exprimer qu'une surface du second ordre est de révolution.*

Lamé utilise son principe de combinaison d'équation seulement dans le premier et le dernier problème. Le deuxième et le troisième problème ne sont que des variations du premier. Dans la résolution des quatre problèmes, le jeune ingénieur part toujours de la même équation générale du second degré à trois variables

$$L = Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2Byz + 2B'xz + 2B''xy + 2Cx + 2C'y + 2C''z + D = 0 \ .$$

Il est intéressant de noter qu'il désigne le polynôme qui définit l'équation ci-dessus par la lettre L, mais à aucun moment il n'opère avec le symbole L ou avec l'équation $L = 0$. Il nomme le polynôme ci-dessus L dans l'intention de mieux présenter trois équations obtenues par le calcule de dérivées partielles

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{dx} = Ax + B''y + B'z + C = 0 \ ,$$

[21] Pour ce résultat analytique qui n'est pas trivial, Lamé ne donne pas de référence dans l'*Examen des différentes méthodes*. Dans l'article [LAMÉ 1817] qui précède la publication (et contient une partie) du livret, l'éditeur Gergonne fait référence au texte [BERARD 1815], où il y a une démonstration de ce fait.

[22] [LAMÉ 1818, p. 34].

[23] [LAMÉ 1818, p. 41].

[24] [LAMÉ 1818, pp.41 a 44].

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{dy} = B''x + A'y + Bz + C' = 0 \ ,$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{dz} = B'x + By + A''z + C'' = 0 \ .$$

Maintenant il est muni de quatre équations, à partir desquelles, soit par combinaison linéaire (explicite), soit par résolution directe des systèmes, il va "exprimer la nature" de lieux géométriques de formes spécifiques.

Fig. 4.4 – Gabriel LAMÉ.

Après avoir accompagné quelques applications du principe de combinaison d'équations de Lamé, il convient de noter ce fait curieux. Toutes les équations qui apparaissent dans les paragraphes § 21 e § 22 de son livre sont écrites explicitement, c'est-à-dire, *elles ne sont pas abrégées*. Ce fait devient d'autant plus curieux en considérant qu'il a dans son livre un paragraphe intitulé *Notations*, dont la phrase d'ouverture dit "dans le calcul, il faut toujours choisir les notations les plus avantageuses ; soit pour aider la mémoire, soit pour abréger les éliminations."[25] Le principe de combinaison linéaire d'équations, celui-ci est bien utilisé dans tous les arguments ; mais les abréviations ne sont jamais utilisées. Et même dans tout le livre, l'unique moment où apparaissent des équations abrégées dans le texte est dans le paragraphe § 20, exactement lorsqu'il détaille sa façon de combiner les équations. Selon les mots de Lamé, il s'agit "d'un principe qui n'est rien en lui-même."[26]

Contredisant le dédain (ou la modestie) du jeune ingénieur-mathématicien, son principe de combinaison d'équations s'est révélé être une méthode fructueuse autant

[25] [LAMÉ 1818, § 18, p. 26].
[26] [LAMÉ 1818, p. 31].

dans son travail que dans celui d'autres mathématiciens des générations postérieures.[27] Cependant il est discutable de le considérer comme l'*inventeur* d'une méthode qui sera plus tard appelée, justement, *méthode de la notation abrégée.*

4.2.2 Gergonne : *Recherches sur quelques lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres* (janvier 1827).

Le texte de Gergonne que j'ai sélectionné pour illustrer son usage de la méthode de la notation abrégée est un passage de l'article *Recherches sur quelques lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres.* Cet article long, de 39 pages, publié en deux parties (durant les mois de janvier et février 1827) a déjà été présenté.[28] Nous avons déjà vu que de par son importance dans le programme de recherche proposé par l'éditeur des *Annales*, cet article peut être considéré comme un des deux textes fondateurs de la géométrie de situation en tant que discipline et rubrique. Ici, nous allons nous concentrer sur les paragraphes § I et § II de la Section Première intitulée *Propriétés des courbes algébriques, situées dans un même plan*, c'est-à-dire, les deux théorèmes principaux qui apparaissent ici et quelques unes de ses corollaires, y compris le célèbre Théorème de Pascal.[29]

La Section Première du texte de Gergonne commence par *préparer* l'espace géométrique où les théorèmes vont valoir, aussi bien que les outils qui seront nécessaires pour son interprétation. Le premier paragraphe définit quand deux figures sont polaires réciproques l'une de l'autre dans le plan par rapport à une ligne d'ordre deux fixée au préalable, ce qui lui permettra, dans chaque calcul à faire, de déduire un seul résultat, mais d'établir deux théorèmes énoncés en pair dual. Ensuite il définit de manière ample ce qu'il considère dans ce texte comme une ligne du $m^{ième}$ ordre. Qui englobe les lignes du $m^{ième}$ ordre, c'est-à-dire, le lieu des points du plan qui satisfont une équation de degré m à deux variables, mais qui englobe également les systèmes de lignes d'ordre inférieur et dont la somme des ordres totalise m.[30] Ainsi, les lignes qui correspondent à deux équations de degré p et q, présentées simultanément, peut être considéré comme une ligne du $(p+q)^{ième}$ ordre. Similairement, le système de m droites peut étre considér comme une ligne du $m^{ième}$ ordre. Enfin, il est établit que lorsque nous parlons des intersections de deux courbes, seront comptées aussi bien les intersections *idéales* que les *réelles*, ainsi que les *infiniment distantes* et les accessibles. Ainsi, le numéro de points d'intersection entre deux courbes sera nécessairement égal au produit des degrés de ses équations.[31] Dans les mots de l'auteur, "ces conventions

[27] Nous observons, par exemple, que le principe de combinaison d'équations décrit dans le paragraphe § 20, sera encore utilisé ponctuellement dans les paragraphes § 23, § 27 et § 28 du même livre. Consultez [LAMÉ 1818, pp. 44-50 et 70-73].

[28] Consultez la section 3.2.2 de cette thèse.

[29] [GERGONNE 1827 a, pp. 218-228].

[30] De nos jours nous appellerions ceci une *union* de lignes, en s'appuyant sur le langage de la théorie des ensembles ; et nous réserverions le mot *système* pour les points contenus simultanément sur toutes les lignes considérées, c'est-à-dire, l'intersection.

[31] Gergonne évoque le théorème connu comme *Théorème de Bézout* et décrit le meilleur espace qui fait valoir le meilleur résultat, c'est-à-dire, l'espace appelé de nos jours *plan projectif.* Ce plan contient

sont nécessaires pour que nos théorèmes puissent avoir lieu sans aucune restriction."[32]

L'auteur commence la section § I en considérant deux courbes planes d'ordre m, rapportées aux mêmes axes et qui ont les équations en x et y données par

$$M = 0 \quad (1) \quad \text{et} \quad M' = 0 \quad (2)\,.$$

De par ce qui a été mis en place, ces deux courbes ont m^2 points en communs. Gergonne prend maintenant une "constante indéterminée" λ et met l'équation

$$\lambda M + M' = 0 \quad (3)\,.$$

Pour ces trois équations, nous avons ce qui suit. Premièrement que n'importe quelles deux d'entre, elles toujours "comportent" la troisiéme.[33] Deuxièmement, à cause de l'indétermination de λ, l'équation (3) représente une infinité de courbes dans le plan. Enfin, chaque courbe représentée par (3) passe par les m^2 points d'intersection des courbes représentées par (1) et (2). Réciproquement, une courbe quelconque qui coupe (1) ou (2) exactement aux même m^2 points en question, doit nécessairement être du $m^{ième}$ ordre, de plus, son équation doit être "comportée" par les équations (1) et (2). Ainsi, une courbe quelconque qui passe par les points d'intersection de (1) et (2) est une des courbes qui sont représentées par l'équation (3).

Supposons maintenant que $m = p+q$, où p et q sont des numéros entiers positifs ; et que pour une certaine valeur de λ nous puissions écrire l'équation (3) comme ceci

$$PQ = 0 \quad (4)\,,$$

où P et Q sont des facteurs de degré p et q respectivement. Alors l'équation (3) sera en effet l'équation d'un système de deux courbes où seront distribués les m^2 points d'intersection entre (1) et (2). De ces $(p+q)^2$ points, $p(p+q)$ seront sur une courbe $P = 0$ et les autres $q(p+q)$ seront sur $Q = 0$.

Réciproquement, supposons que les courbes (1) et (2) soient situées de tel manière qu'entre ses $(p+q)^2$ points d'intersection, nous ayons $p(p+q)$ sur une ligne du $p^{ième}$ ordre, disons, $P = 0$. L'intersection de $P = 0$ avec (1) ou avec (2) résulte sur les même $p(p+q)$ points. Comme l'une des courbes représentées par (3) contient la totalité de m^2 points en question ; contient aussi, en particulier, les $p(p+q)$ points de $P = 0$. Nous pouvons choisir convenablement la constante λ de façon à ce que la courbe $P = 0$ soit une composante de la courbe $\lambda M + M' = 0$. Plus exactement, nous pouvons choisir arbitrairement un point extra sur $P = 0$ et faire ses coordonnées

les points réels et imaginaires (que Gergonne, suivant la dénomination de l'époque, appelle *points idéaux*), aussi bien que les points finis ou à l'infini (ici appelés *accessibles* ou *infiniment distants*). Une subtilité qui a échappé à l'auteur au début de l'article est que les points d'intersection peuvent aussi être *simples* ou *multiples*, c'est cela qui doit être considéré dans le comptage. Ce dernier détail sera noté dans une observation faite trois pages plus tard, immédiatement après avoir démontré et énoncé le premier théorème.

[32] [GERGONNE 1827 a, p.218].

[33] Par le contexte de son utilisation par Gergonne, le mot *comporter* signifie que nous pouvons *obtenir* une des trois fonctions M, M' et $\lambda M + M'$ *à partir* des deux autres, en les combinant correctement. Dans ce cas précis, les combinaisons sont linéaires.

satisfassent l'équation $\lambda M + M' = 0$. Dans ce cas, le polynôme P est un facteur de $\lambda M + M'$, et conséquemment l'autre facteur sera un polynôme du $q^{ième}$ degré, disons Q. Ainsi, les points $q(p+q)$ restants seront dans la courbe $Q = 0$.

Le résultat obtenu par ce raisonnement peut être présenté, avec son dual, dans le paire de théorèmes à suivre.[34]

Théorème I. *Si, parmi les $(p+q)^2$ points d'intersection de deux lignes du $(p+q)^{ieme}$ ordre, situées dans un même plan, il s'en trouve $p(p+q)$ appartenant tous à une seule et même ligne du p^{ieme} ordre ; les $q(p+q)$ points d'intersection restans appartiendront tous à une seule et même ligne du de q^{ieme} ordre.*

Théorème I. *Si, parmi les $(p+q)^2$ tangentes communes à deux lignes du $(p+q)^{ieme}$ ordre, situées dans un même plan, il s'en trouve $p(p+q)$ touchant toutes une seule et même ligne du p^{ieme} ordre ; les $q(p+q)$ tangentes communes restantes toucheront toutes une seule et même ligne du de q^{ieme} ordre.*

Gergonne extrait huit pairs duals de corollaires de ce premier théorème, dont l'un est le pair de résultats ci-dessous, correctement crédités à Pascal et Brianchon par le zélé éditeur.

Corollaire IV. *Dans tout hexagone inscriptible à une ligne du second ordre, les points de concours des directions des cotês opposés appartiennent tous trois à une même droite et réciproquement.*

Corolaire IV. *Dans tout hexagone circonscriptible à une ligne du second ordre, les droites qui joignent les sommets opposés concourent toutes trois en un même point et réciproquement.*

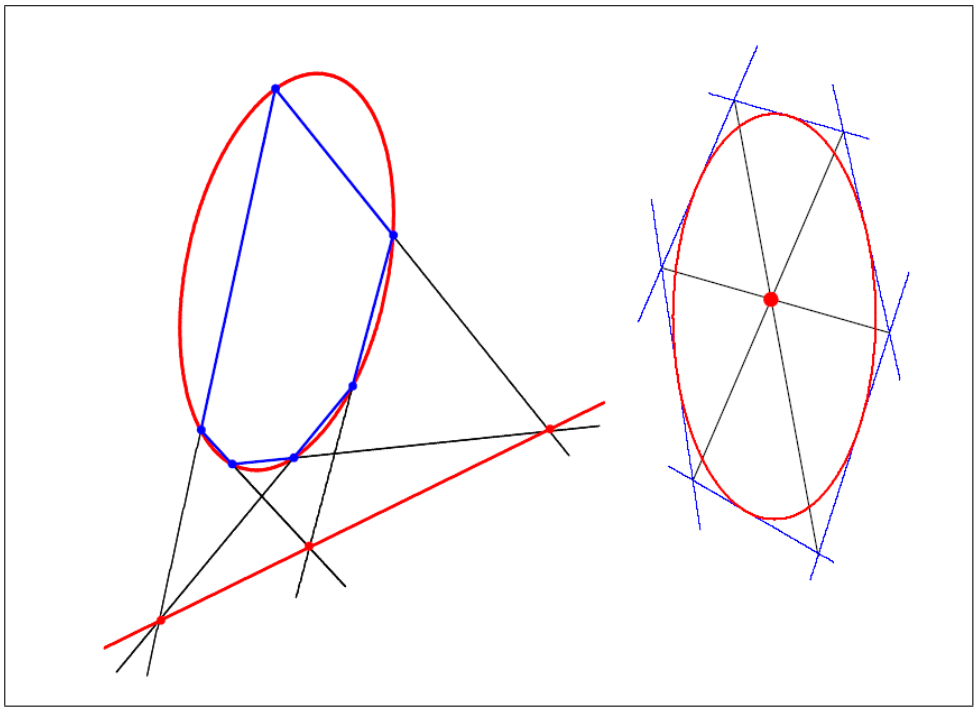


FIG. 4.5 – Théorème de Pascal et Théorème de Brianchon.

[34] Dans les cours modernes de géométrie des courbes algébriques planes, ce théorème est éventuellement présenté sous le nom de *Théorème des Restes*, et sa démonstration utilise le langage des diviseurs (somme formelle finie de points comptés avec multiplicités). Consultez [STÖHR 2000].

La justificative est la suivante. Nous considérons un hexagone inscrit à une conique, avec les côtés numérotés consécutivement de 1 à 6. Nous prenons les droites qui supportent les côtés 1, 3 et 5 comme un système d'ordre 3 et les droites qui supportent les côtés 2, 4 et 6 comme un second système d'ordre 3. Ces deux systémes se coupent en neuf points, desquels six (les sommets de l'hexagone), sont dans une courbe d'ordre deux. Les points restants (les trois points de concours des côtés opposés) sont, par conséquent, dans une courbe d'ordre $3 - 2 = 1$, c'est-à-dire, dans une ligne droite. Curieusement, pendant cette période, entre les années 1820 et 1830, le Théorème de Pascal sera l'objet de plusieurs démonstrations distinctes par la méthode de la notation abrégée.[35]

Pour le théorème suivant, dans la section § II, Gergonne considère maintenant trois courbes du $m^{ième}$ ordre, avec des équations en x et y données par

$$M = 0 \quad (1)\,, \qquad M' = 0 \quad (2)\,, \qquad M'' = 0 \quad (3)\,.$$

Elles ont deux à deux, m^2 points d'intersection. Supposons comme auparavant que $m = p+q$, et que les trois courbes passent par les mêmes $p(p+q)$ points appartenant tous à une courbe du $p^{ième}$ ordre, disons

$$P = 0\,.$$

Du théorème antérieur, les points restants de ces courbes prisent deux à deux, $q(q+p)$ pour chaque paire $\{\,(2)\,,\,(3)\,\}$, $\{\,(3)\,,\,(1)\,\}$ et $\{\,(1)\,,\,(2)\,\}$, appartiendront à trois lignes du $q^{ième}$ ordre, données respectivement par,

$$Q = 0 \quad (4)\,, \qquad Q' = 0 \quad (5)\,, \qquad Q'' = 0 \quad (6)\,.$$

L'auteur manipule ces polynômes abrégés, en utilisant des arguments analogues à ceux utilisés dans la déduction du théorème I, passant par des équations comme

$$\lambda M + M'' = PQ'\,, \qquad \lambda' M' + M'' = PQ\,, \qquad \mu M + M' = PQ''\,,$$

jusqu'à obtenir le résultat suivant :

Théorème II. *Si trois lignes du $(p+q)^{ieme}$ ordre, tracées sur un même plan, passent par $p(p+q)$ points appartenant tous à une seule et même ligne du p^{ieme} ordre ; les $q(p+q)$ points d'intersection restans de ces courbes, prises deux à deux, seront sur trois lignes du q^{ieme} ordre, se coupant tous aux mêmes q^2 points.*

Théorème II. *Si trois lignes du $(p+q)^{ieme}$ ordre, tracées sur un même plan, ont $p(p+q)$ tangentes communes, touchant toutes une seule et même ligne du p^{ieme} ordre ; les $q(p+q)$ tangentes communes, touchant toutes une seule et même ligne du p^{ieme} ordre ; les $q(p+q)$ tangentes communes restantes de ces courbes, prises deux à deux, toucheront trois lignes du q^{ieme} ordre, ayant toutes les mêmes q^2 tangentes communes.*

[35] Plus tard, dans les sections 4.3.2 et 4.4.2, nous allons voir la démonstration de Bobillier et celles de Plücker respectivement.

Et maintenant, "parmi les corollaires, en nombre infini, qui résultent de ce théorème",[36] Gergonne se limite à signaler quatre pairs de résultats duals. Je fini cette section en énonçant seulement le premier résultat du premier pair, qui s'obtient du théorème II en faisant $p = q = 1$.

Corollaire I. (Théorème II dans le cas $p = q = 1$) *Si trois lignes du second ordre, comprises dans un même plan et circonscrites à une même droite, sont deux à deux circonscrites à trois autres droites ; ce trois dernières concourront en une même point.*

Un cas particulier de ce résultat, dans lequel les trois lignes sont des cercles, sera traité directement et de façon très simplifiée par Plücker, quelques mois plus tard, en août 1827, en utilisant la stratégie de la notation abrégée.[37]

4.2.3 Bobillier : *Démonstration des quatre théorèmes de géométrie proposés à la page 255 du précédent volume* (juillet 1827).

Ce petit article,[38] qui est un exercice résolu, commence en énoncant directement les quatre théorèmes exactement comme ils ont été proposés dans la section des problèmes de février 1827.[39] Ils sont énoncés en pairs duals, la seconde paire étant une version spatiale de la première paire. Les théorèmes sont :

Théorème I. *Trois lignes du m^{ieme} ordre étant tracées dans un même plan ; on peut toujours, d'une infinité de manières différentes, en construire trois autres qui, ayant entre elles les mêmes m^2 points d'intersection, soient telles en outre que chacune d'elles passe par les m^2 points d'intersection de deux des trois premières.*

II. *Quatre surfaces du m^{ieme} ordre étant données dans l'espace ; on peut toujours, d'une infinité de manières différentes, en construire quatre autres, ayant entre elles les mêmes m^3 points communs, et telles en outre que chacune d'elles ait aussi les mêmes m^3 points communs avec trois des quatre premières.*

Théorème I. *Trois lignes du m^{ieme} ordre étant tracées sur un même plan ; on peut toujours, d'une infinité de manières différentes, en construire trois autres qui, ayant entre elles les mêmes m^2 tangentes communes, soient telles en outre que chacune d'elles ait les m^2 mêmes tangentes communes avec deux des trois premières.*

II. *Quatres surfaces du m^{ieme} ordre étant données dans l'espace ; on peut toujours, d'une infinité de manières différentes, en construire quatre autres, ayant entre elles les mêmes m^3 plans tangentes communs, et telles en outre que chacune d'elles ait aussi les mêmes m^3 plans tangens communs avec trois des quatre premières.*

Dans le texte, Bobillier démontre seulement les premiers théorèmes I et II et, après chaque démonstration, il argumente simplement que "[l']on [peut] dédui[re] son [résultat] corrélatif, par la théorie des polaires réciproques". Dans l'énoncé de ces théorèmes nous ne sommes pas informés explicitement si les lignes (ou surfaces)

[36] [GERGONNE 1827 a, p.227].
[37] Consultez la section 4.2.4 de cette thèse.
[38] [BOBILLIER 09].
[39] [ANNALES de GERGONNE 1827a].

données doivent être distinctes, ni que les lignes (ou surfaces) obtenues sont du même degré que les premières.3 Ces conditions apparaissent seulement indirectement dans l'énoncé ou dans l'argumentation de la démonstration.

Dans le cas particulier où $m = 1$ (illustré dans la figure 4.6), ce que dit le premier résultat est que fixées trois droites coplanaires $\{A, B, C\}$, nous pouvons construire une infinité de trio de droites $\{A', B', C'\}$ telles que ces trois dernières concourent en un même point et qu'en outre les trio de droites concourent également $\{A', B, C\}$, $\{A, B', C\}$ e $\{A, B, C'\}$. L'argument qui fournit les droites A', B' et C' est trés simple. Nous pouvons choisir à notre guise une droite C' passant par le point de concours de A et B. Similairement, nous pouvons choisir une droite quelconque B' qui passe par l'intersection de A et C. Enfin, la droite A' est déterminée en reliant le point d'intersection de B' avec C' et le point d'intersection de B avec C. L'"infinité de manières différentes" d'obtenir les droites prévues dans le théorème se manifeste exactement dans la liberté de choix des deux premières droites.

La démonstration que Bobillier présente pour le premier résultat I n'est, essentiellement, en rien différente de l'argumentation exposée ci-dessus.[40] Pour commencer, considérons les trois courbes planes du même degré m tracées dans un plan et représentées par les équations

$$A = 0 \quad (1)\ ; \qquad B = 0 \quad (2)\ ; \qquad C = 0 \quad (3)\ .$$

Maintenant nous considérons les équations

$$A + \lambda B = 0 \quad (4) \qquad \text{et} \qquad A + \mu C = 0 \quad (5)\ .$$

Les équations (4) et (5) sont de nouvelles courbes de degré m. Quelle que soit la constante λ, la courbe (4) passe par les m^2 points d'intersection de (1) et (2). Similairement, quelle que soit la constante μ, la courbe (5) passe par les m^2 points d'intersection entre (1) et (3). Notons que les équations (4) et (5) représentent déjà les deux premières courbes prévues par le théorème ; ou, plus exactement, les deux faisceaux de courbes où nous pouvons choisir, une de chacun, les deux premières prévues.

Pour calculer la dernière courbe, Bobillier combine les équations (4) et (5), en écrivant

$$(A + \lambda B) + \nu(A + \mu C) = 0\ ,$$

c'est-à-dire,

$$(1 + \nu)A + \lambda B + \nu\mu C = 0 \quad (6)\ .$$

Cette équation représente le faisceau (paramétré par ν) de courbes qui passe par les points communs de (4) et (5). De plus, la courbe de ce faisceau qui passe aussi par les points communs de (2) et (3) est celle qui satisfait la paire d'équations $B = 0$ et $C = 0$. Cette condition peut être satisfaite sans imposer aucune restriction sur le choix de λ et μ, mais en imposant seulement que $1 + \nu = 0$, c'est-à-dire, $\nu = -1$. Avec ceci l'équation (6) se réduit à

$$\lambda B - \mu C = 0\ .$$

[40] Seulement pour maintenir la continuité de mon exposition, je prends la liberté de substituer les abréviations employées par Bobillier, M, M', M'', etc, par A, B, C, etc.

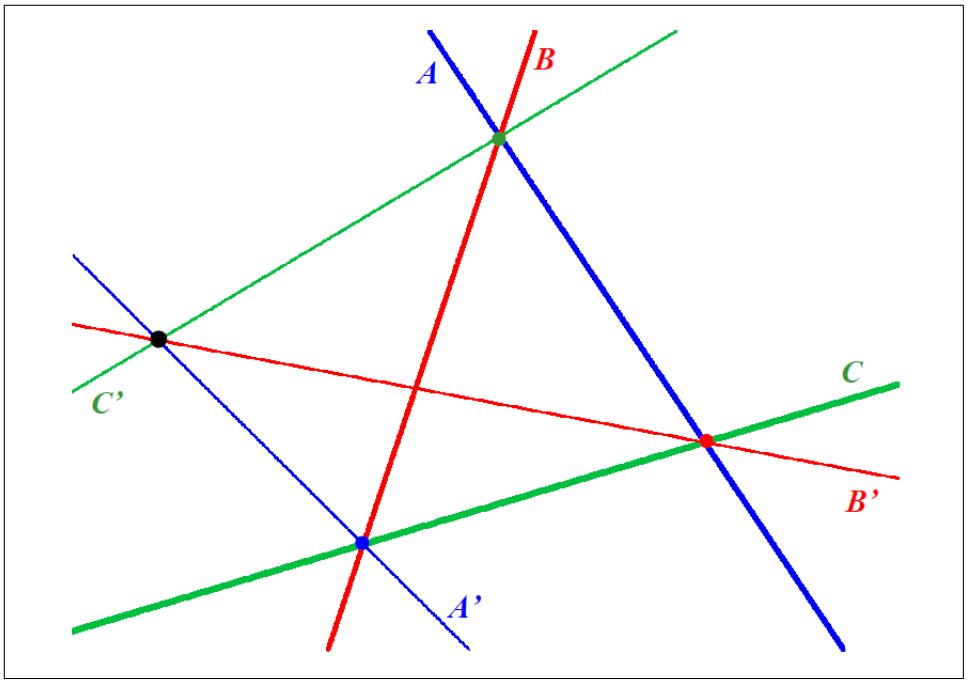


FIG. 4.6 – [BOBILLIER 09], premier Théorème I, dans le cas où $m = 1$.

La démonstration de Bobillier se termine ici. Nous pouvons la résumer de la manière suivante, données les courbes planes du même degré $A = 0$, $B = 0$ et $C = 0$, nous obtenons les courbes $A' = 0$, $B' = 0$ et $C' = 0$ définies par

$$A' = \lambda B - \mu C\,, \quad B' = A + \mu C\,, \quad C' = A + \lambda B\,,$$

et chacun des quatre trio de courbes $\{A', B', C'\}$, $\{A', B, C\}$, $\{A, B', C\}$ et $\{A, B, C'\}$ concoure en un ensemble de m^2 points. Notons que dans cette démonstration courte et simple, Bobillier manipule exclusivement des polynômes abrégés, et les combine toujours linéairement. Nous observons également qu'il profite de l'indétermination des coefficients de la combinaison impliqués (λ, μ et ν), que ce soit pour inférer "[l']infinité de manières différentes" de situer les éléments de la solution quand il laisse λ et μ libres dans (4) et (5) ; ou pour sélectionner une courbe dans une position spécifique dans un faisceau, quand il calcule $\nu = -1$ dans la combinaison linéaire en (6).

La démonstration de Bobillier pour le premier théorème II est complétement analogue. Il commence avec quatre surfaces données par $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ et $D = 0$. Trois des quatre surfaces du résultat sont données par les équations $D + \lambda_1 C + \mu_1 B = 0$, $D + \lambda_2 A + \mu_2 C = 0$ et $D + \lambda_3 B + \mu_3 A = 0$, où les coefficients λ_1, λ_2, λ_3, μ_1, μ_2 et μ_3 resteront libres. Enfin, la dernière surface est sélectionnée, en termes des paramètres ν_1 et ν_2, dans le faisceau donné par $(D + \lambda_3 B + \mu_3 A) + \nu_1(D + \lambda_1 C + \mu_1 B) + \nu_2(D + \lambda_2 A + \mu_2 C)$.

4.2.4 Plücker : Quatre textes dans les *Annales* (entre 1826 et 1828).

En 1828 et 1831, le jeune professeur Julius Plücker a publié les deux volumes de son premier traité intitulé *Développements de la géométrie analytique* (*Analytisch-Geometrisch Entwicklungen*).[41] Ces livres sont significatifs dans l'historiographie de la géométrie du siècle XIX, entre autre, pour contenir ce qui plus tard sera connu comme la méthode de la notation abrégée et la résolution de la querelle autour de la question de la dualité qui a oposé Gergonne et Poncelet. Parallèlement à l'écriture de ces volumes, Plücker appliquait ses méthodes dans des articles publiés dans les *Annales de Gergonne* ou le *Journal de Crelle*. Dans cette sous partie, je présente quelques extraits de quatre de ses articles publiés dans les *Annales* entre 1826 et 1828. Dans les articles, tous publiés sous la rubrique géométrie analytique, je veux montrer comment Plücker a utilisé les combinaisons d'équations algébriques, abrégées ou non, pour obtenir des théorèmes en géométrie. Plus loin, avant la fin de ce chapitre, je prétends présenter quelques passages sélectionnés du travail de Plücker dans la décennie de 1830, cette fois j'expose deux de ses démonstrations pour le Théorème de Pascal en pointant quelques passages de ses traités et d'un mémoire publiés dans le *Journal de Crelle*, et je compte aussi souligner dans ces écrits la méthode de la notation abrégée.

"Recherche graphique du cercle osculateur, pour les lignes du second ordre".

On dit que deux courbes distinctes ont une *intersection simple* en un point quand les droites tangentes à ces courbes, au point d'intersection, sont distincts. Si les deux droites tangentes coincident, on dit que les courbes sont en *contact*. On sait que deux courbes de second degré se coupent toujours en quatre points.[42] Si deux de ces points coincident, on a un *contact du premier ordre*, et les courbes sont dites *tangentes* entres elles en ce point. Si trois de ces points coincident, on a un *contact du second ordre* et les courbes sont dites *osculatrices* l'une de l'autre. Si les quatre points coincident, le contact est appelé *de troisième ordre*. Deux coniques ont un *double contact* quand elles sont tangentes en deux points distincts (c'est-à-dire, il y a deux contacts distincts du premier ordre). Les concepts d'intersection simple, contact, tangence, osculation, etc, entre deux courbes de degré quelconque, peuvent être étendus de manière analogue. La figure 4.7 illustre les différentes intersections possibles entre deux sections coniques : en (a) on a une tangence et deux intersections transversales ; en (b) on a une osculation et une intersection transversale ; en (c) un contact du troisièmme ordre et en (d) un double contact.

Le premier texte de Plücker que nous allons analyser est une recherche, publiée en

[41] [PLÜCKER 1828 a] et [PLÜCKER 1831].

[42] On rapelle que c'est le fameux *Théorème de Bézout*. Dans le comptage des points d'intersections, on doit faire attention au fait que certains de ces points peuvent être réels ou imaginaires, peuvent être ou non dans l'infini, ou encore peuvent être distincts ou multiples.

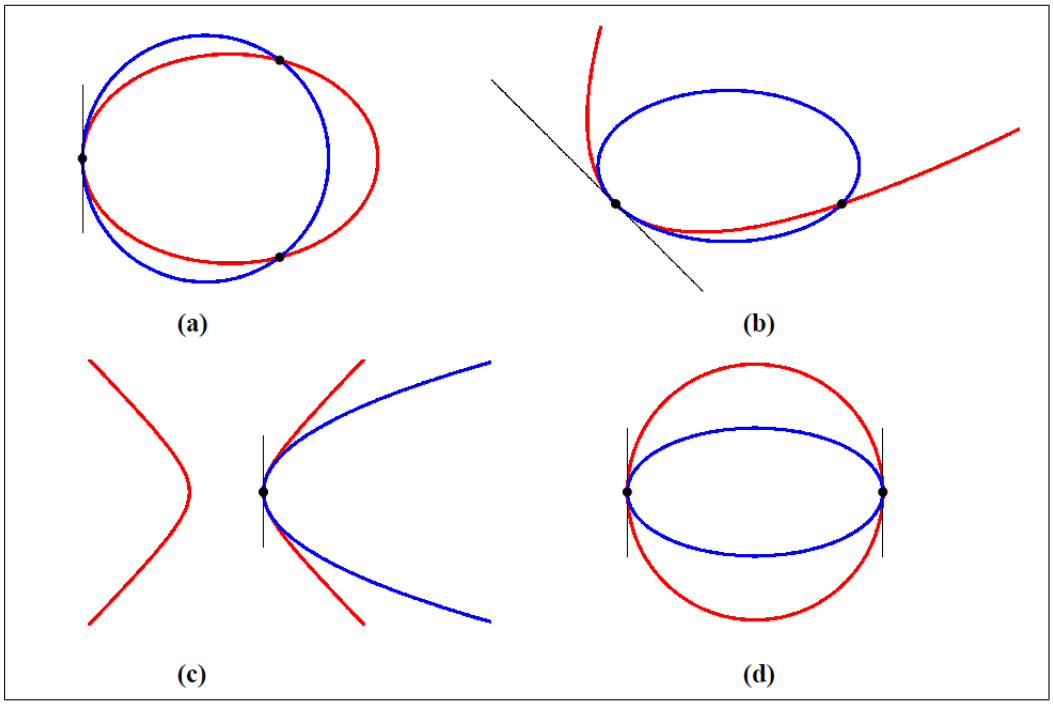


FIG. 4.7 – Intersections possibles entre deux lignes du second ordre.

septembre 1826,[43] qui traite des intersections (et plus spécifiquement des contacts) entre lignes du second ordre et cercles. Le petit texte amène trois résultats, tous énoncés dans une seule page, mis en évidence dans le corps du texte, mais sans titre.

Au début de l'article, Plücker offre les équations de deux lignes du second ordre,

$$y^2 + 2axy + bx^2 + 2cx = 0 \quad (1) \ ,$$

$$y^2 + 2Axy + Bx^2 + 2Cx = 0 \quad (2) \ ,$$

les deux passant par l'origine du système cartésien et ayant comme tangente commune l'axe y. La première ligne est fixée, ainsi les coéfficients a, b et c sont déterminés. La ligne (2) est "générale" dans le sens que les coéfficients A, B et C doivent fonctioner comme trois *paramètres libres*. Les infinies courbes représentées par l'équation (2), sont toutes en relation à la première fixée ayant, avec celle-ci, un contact en un point lui aussi fixe. Au cours du texte, seront faits des calculs et/ou aditionnées des hypothèses sur ces derniers coéfficients de façon à conclure des résultats relatifs aux contacts entre les lignes du second ordre.

Le premier calcul que l'auteur fait est la soustraction entre deux équations, obtenant ainsi

$$x \cdot [\, 2(A-a)y + (B-b)x + 2(C-c)\,] = 0 \quad .$$

Son objectif est de calculer l'équation de la corde commune aux deux coniques, c'est-à-dire, la droite qui lie les autres deux points d'intersections des deux courbes (qui ont déjà un point de contact commun à l'origine du système). Sa justification est faite par le biais d'un principe de combinaison explicitement énoncé, même si cela est

[43] [PLÜCKER 1826 b].

encore un peu vague comme dans le texte de Lamé : "Il est connu que, si l'on combine ensemble, d'une manière quelconque, les équations de deux lieux géométriques, l'équation résultante sera celle d'un troisième lieu géométrique, contenant les points communs aux deux premiers."[44] On observe que l'équation ci-dessus (non numéré dans le texte), fournit deux facteurs linéaires, c'est-à-dire, deux équations de droites. La première est $x = 0$, est la tangente passant par le point de contact commun. La seconde,

$$2(A - a)y + (B - b)x + 2(C - c) = 0 \quad (3) \ ,$$

est la corde commune aux deux courbes par les autres deux points d'intersections. L'auteur informe que la corde (3) existe toujours, même quand les deux autres points d'intersections sont imaginaires. Dans ce cas, la corde se nomme *corde idéale*, suivant la nomenclature courante à l'époque.[45] Il est important de souligner que c'est l'unique moment de tout le texte ou un principe de combinaison d'équation comme celui énoncé est effectivement utilisé.

Ensuite, Plücker tire avantage du fait que les coéfficients A, B et C ne sont pas définis pour inférer des résultats. Par exemple, si on impose que $C = c$, l'équation (3) n'a plus un terme indépendent et devient une droite passant par l'origine. L'équation (2) devient,

$$y^2 + 2Axy + Bx^2 + 2cx = 0 \quad (4) \ ,$$

qui est encore une équation "générale" (maintenant avec deux paramètres libres A et B) des courbes qui sont en contact du second ordre avec (1) à l'origine. Ceci est exactement le cas où les deux courbes sont osculatrices entre elles à l'origine. Une autre situation est d'imposer que $A = a$ et $C = c$, d'où l'équation (3) coincide avec l'axe y et les quatre points d'intersections coincident tous à l'origine. L'équation générale (avec un paramètre libre B) de la courbe qui a un contact de troisième ordre avec (1) à l'origine est

$$y^2 + 2axy + Bx^2 + 2cx = 0 \quad (5) \ .$$

La cas que l'auteur souligne effectivement est celui où la seconde courbe est un cercle. L'équation (4) représente un cercle quand on choisit $A = 0$ et $B = 1$. Notez qu'à partir d'une conique donnée et un point fixé dans celle-ci, le cercle osculateur à la conique en ce point est bien déterminé. Mais l'équation (5) peut devenir un cercle seulement si $a = 0$ et en choisissant $B = 1$. La ligne (1) aurait alors, dans ce cas, l'équation $y^2 + bx^2 + 2cx = 0$. D'où, l'unique possibilité qu'une conique et un cercle aient un contact de troisième ordre (quand les quatres points d'intersections coincident) est que ce point soit un sommet de la conique en question. Nous avons, donc, les théorèmes suivants.[46]

Théorème. *Il y a, pour chaque point d'une ligne du second ordre, un cercle qui a avec la courbe, en ce point, un contact du second ordre.*

[44] [PLÜCKER 1827, p. 70].

[45] Il est indiqué dans le texte que cette corde a été nommée idéale par Poncelet. On peut rencontrer cette terminologie, par exemple, dans le *Traité des Propriétés Projectives des Figures* (Consultez [PONCELET 1822 § 70 e §71, p. 40]).

[46] Premier et second resultats énoncés mis en évidence dans le corps du texte dans [PLÜCKER 1826 b, p. 71]. On rapelle que dans ce texte, Plücker ne les appelle pas théorème.

Théorème. *Un cercle ne saurait avoir avec une ligne du second ordre, en l'un de ses points, un contact du troisième ordre qu'autant que ce point est un des sommets de la courbe.*

Enfin, on observe qu'en variant la courbe (2), avec les valeurs possibles pour les paramtres A, B et C, la corde commune (3) varie aussi. On peut se demander sous quelles conditions toutes ces cordes sont parallèles, et cette condition est que la raison qui donne l'inclinaison à ces droites (3), $\dfrac{B-b}{A-a}$, reste constante. Le choix, en particulier, de $A = 0$ et $B = 1$ en plus de transformer la courbe (2) en cercle, permet encore que la raison mentionnée ci-dessus soit constante. Le résultat de ce raisonnement est le théorème suivant.[47]

Théorème. *Tant de cercles qu'on voudra, tangents en un même point à une ligne du second ordre, la coupent [la ligne de second ordre en deux autres points] de manière que les cordes qui joignent les points d'intersection sont toutes parallèles.*

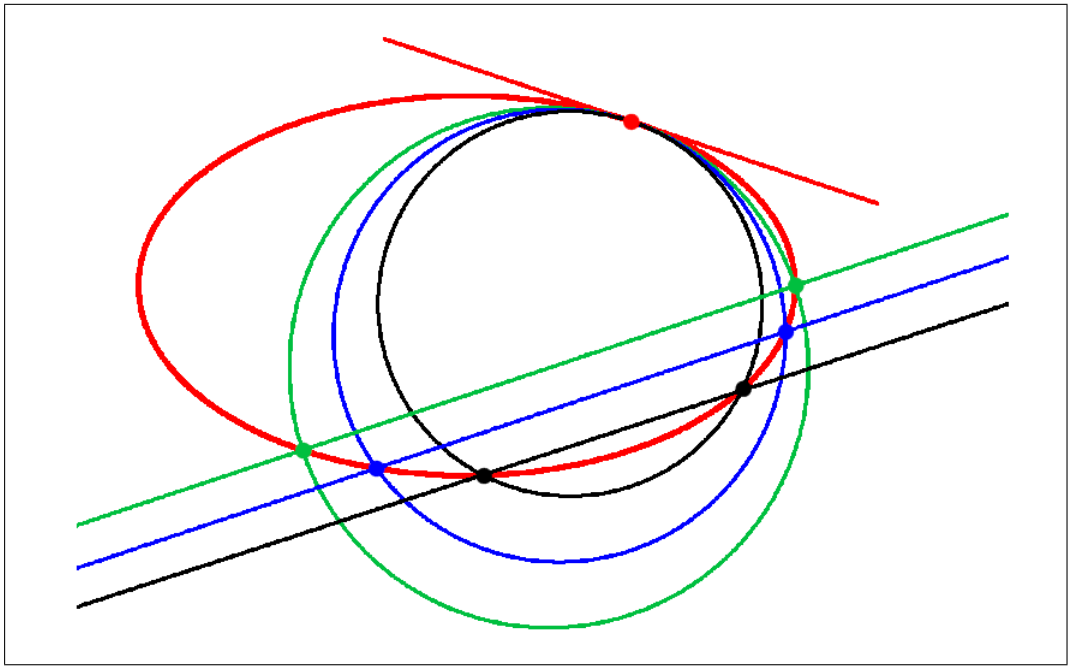


FIG. 4.8 – Troisième théorème énoncé dans [PLÜCKER 1826 b, p. 71].

Ce dernier résultat sera redémontré par Bobillier presque deux ans plus tard, en utilisant "une nouvelle méthode", dans un de ses articles sous la rubrique *philosophie mathématique*, qui va être examinée dans ce chapitre sur la notation abrégée.[48]

[47] Troisième resultat énoncé et mis en évidence dans le corps du texte dans [PLÜCKER 1826 b, p. 71].

[48] Consultez [BOBILLIER 26, p. 361] ou la section 4.3.2 de cette thèse.

"Mémoire sur les contacts et sur les intersections des cercles".

Ce long texte, d'août 1827,[49] présente une petite nouveauté par rapport au texte précédent dans ce qu'il dit à propos de la méthode de combinaison d'équations. Dans le premier théorème, Plücker utilise à nouveau une stratégie de soustraction de deux équations de courbes de second ordre (dans ce cas, cercles) pour obtenir une ligne de premier ordre, à savoir, la corde commune entre les deux figures. Mais ici, dans la déduction du résultat, les équations des cercles impliquées sont écrites abrégées. L'objectif général de cet article est de résoudre le *Problème d'Apollonius* c'est-à-dire trouver un cercle qui soit tangent à trois autres cercles donnés. Le mémoire est divisé en parties numérotées de 1 à 19 et contient un total de sept théorèmes démontrés, deux problèmes résolus et trois solutions pour le problème d'Apollonius. De cet article je ne vais présenter que le premier résultat, car c'est le seul dans le texte entier où apparait une combinaison – plus exactement une soustraction – d'équations abréviées. Voici le résultat :[50]

Théorème. *Les axes radicaux de trois cercles quelconques, tracés sur un même plan, et pris tour à tour deux à deux, concourent tous trois en un même point.*

Avant d'accompagner le bref passage du mémoire qui présente la démonstration, nous allons voir quelques définitions. Quand deux cercles ont une sécante ou une tangente en commun, cette droite est aussi le lieu géomtrique des points du plan de telle sorte que pour chaque point du lieu, les tangentes prises à deux cercles ont la même longueur. En général, pour deux cercles quelconques donnés, ce lieux géométrique est bien défini et il s'agit d'une droite perpendiculaire au segment qui lie les centres dont la position peut être obtenue à partir de la propriété qui définit le lieu géométrique. À l'époque de cet article de Plücker, cette droite était connue comme *sécante idéale*, dans le cas où les deux cercles ne se coupent pas, suivant une terminologie utilisée par Poncelet dans son *Traité des Propriétés Projectives des Figures*. Une autre nomenclature plus courante, déjà largement répandue à l'époque et utilisée jusqu'à aujourd'hui, nomme cette droite *axe radicale*.[51] Et finallement, le point de concurrence des trois axes (et qui apparait dans la conclusion du résultat ci-dessus) est appelé *centre radical* des trois cercles.

Pour la démonstration du théorème, Plücker débute son texte en présentant les équations

$$c = 0 \ , \quad c' = 0 \ , \quad c'' = 0 \ ,$$

représentant trois cercles tracés sur un même plan et référencés dans un même système de coordonnées. Les équations

$$c' - c'' = 0 \ , \quad c'' - c = 0 \ , \quad c - c' = 0 \ ,$$

étant linéaires en x et y, et supportées, chacunes d'elles, sur une paire de cercles ; seront exactement les équations des axes radicaux des cercles pris deux à deux. La

[49] [PLÜCKER 1827].

[50] Resultat énoncé mis en évidence dans le corps du texte dans [PLÜCKER 1827, p. 30].

[51] Selon le livre de George Salmon ([SALMON 1855], p. 104), cette dénomination est due au mathématicien Gaultier de Tours et apparait déjà en 1813 registré dans le cahier XVI du *Journal de l'École Polytechnique*.

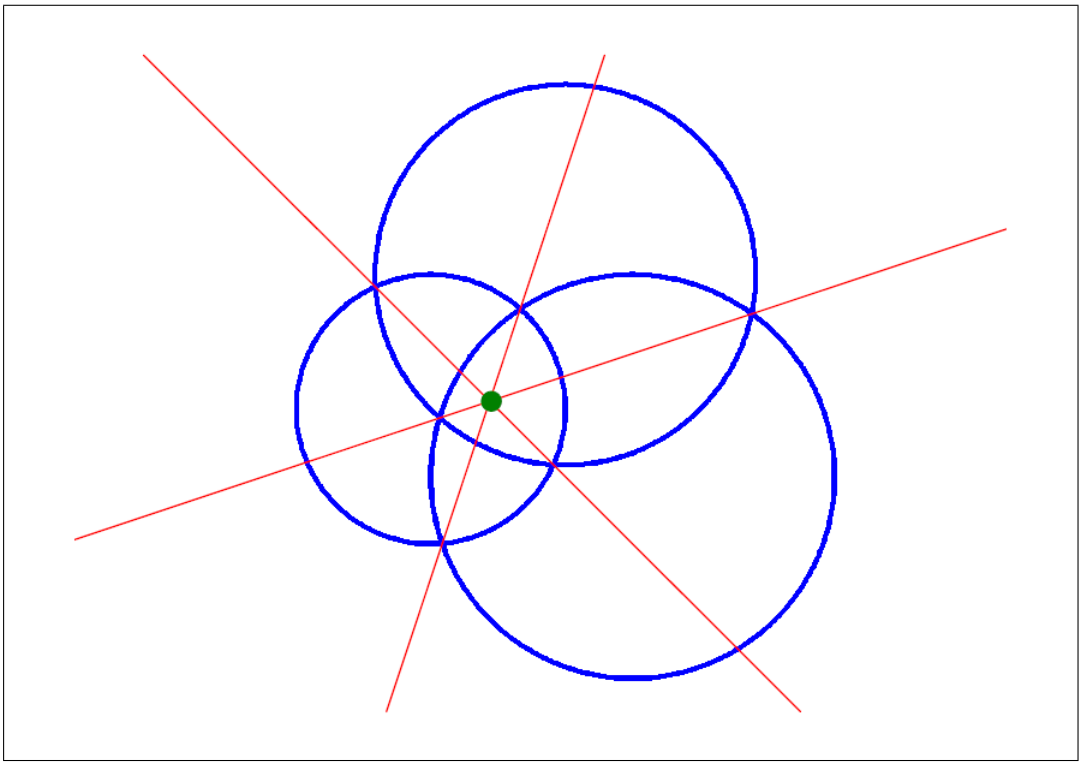


FIG. 4.9 – La concurrence des axes radicaux de trois cercles.

somme de ces trois équations s'annule, ce qui équivaut à dire que chacune d'elles peut être écrite comme une combinaison linéaire des deux autres. Géométriquement cela signifie que chaque droite passe par le point d'intersection des deux autres, c'est-à-dire, que les trois droites concourent en un même point.

"Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés" et "Recherches sur les surfaces algébriques de tous les degrés".

Le *Paradoxe de Cramer* est un problème impliquant le nombre de points necéssaires pour déterminer une courbe et le nombre de points d'intersection entre deux (ou plusieurs) courbes. Ce problème est la motivation pour un travail de Plücker écrit en juin 1828 et publié en deux articles dans les fasicules d'octobre et novembre de cette même année.[52]

Le premier article est divisé en trois sections et, comme le nom l'indique, contient des resultats sur des courbes planes données par des équations algébriques. Dans la première partie, l'auteur présente le problème à traiter ; dans la seconde partie, il démontre le théorème principal et fournit un énoncé alternatif pour ce théorème ; et dans la troisième partie, il présente pas moins de onze resultats qui sont des applications et/ou des corollaire du théorème principal. Le second article est divisé en deux sections et contient la présentation du problème, un théorème principal, en plus d'autres resultats et stratégies de dmonstration, le tout en complète analogie

[52] [PLÜCKER 1828 b] et [PLÜCKER 1828 c].

par rapport au premier article, mais en version à l'espace.

Dans les deux textes, Plücker énonce avec beaucoup de précision un principe de combinaison d'équations qu'il utilise pour démontrer le théorème principal. Dans cet énoncé, les équations initiales apparaissent abrégées. Après avoir établi ce principe, il n'y a plus de manipulation d'équations et le théorème principal suit à partir de considérations faites sur la combinaison des deux premières équations.

Ensuite, je présente le texte *Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés* : le problème (section I), le principe de combinaison d'équations, le théorème principal et son énoncé alternatif (section II) et quelques unes des applications de ce théorème (passages de la sections III). Puis, je présente seulement le passage du second article dans lequel apparait l'énoncé du principe de combinaison d'équations et le théorème principal.

Le texte commence par exposer le problème qui sera traité. En observant le cas des lignes de second degré, on sait que cinq points distincts sont suffisants pour determiner une conique. Ainsi, on choisit quatre points distincts, par lesquels passe une infinité de coniques. Ce n'est pas, donc, une surprise que deux coniques distinctes doivent avoir quatre points d'intersections. Cependant, le cas de ligne d'ordre trois amène un problème. On sait que neuf points distincts sont necessaires pour déterminer une cubique. Si on a deux cubiques distinctes données, en sachant qu'elles se coupent en neuf points, ces neuf points déterminent-ils la première ou la seconde d'entre elles ? L'auteur montre aussi le cas de lignes d'ordre quatre, et plus généralement, de lignes de degré m. L'équation générale d'une courbe de $m^{iéme}$ degré a $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2}$ coefficients, et par conséquent pour déterminer une de ces courbes, il est suffisant d'avoir comme quantité de points distincts, la quantité de coéfficients moins un. Alors, pour quelconque nombre entier $m > 2$, c'est vrai que m^2, la quantité de points d'intersections entre deux courbes distinctes de degré m, est plus grande ou égale à $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 1$.

L'auteur informe lui même que, "cette espèce de paradoxe" a été signalé par Cramer dans son livre *Introduction à l'analyse des courbes algébriques*.[53] Et encore : "Cette espèce de paradoxe qui s'explique aisément en remarquant que (...) on sous-entend toujours que ces points sont pris au hasard, et ne sont liés entre eux par aucune relation particulière."[54]

Au cours du texte, l'auteur prétend montrer qu'il y a des liaisons de dépendences entre les m^2 points d'intersections de deux courbes distinctes de degré m. Particulièrement dans le cas $m = 3$, les neufs points d'intersections entre deux cubiques ne sont pas simplement des points *pris au hasard*, mais qu'il y a une liaison de dépendence entre eux. Dans la démonstration du théorème principal, Plücker commence avec deux courbes de degré m et utilise un principe de combinaison d'équations bien énoncé. Dans le passage ,cité ci-dessous, on distingue, au delà du principe, un argument qui montre comment choisir correctement le "coéfficient indeterminé" utilisé dans la combinaison des équations. Cet argument du choix du coéfficient n'est pas utilisé dans

[53] Il s'agit du mathématicien français du 18ème siècle, Gabriel Cramer (1704-1752) dont le livre *Introduction à l'analyse des courbes algébriques* à été publié en 1750.

[54] [PLÜCKER 1828 b, p. 98].

cette démonstration, mais est une des bases de la célèbre démonstration de Plücker pour le, tout aussi célèbre, Théorème de Pascal.[55]

> Si, en effet, on représent par $M = 0$, $M' = 0$ les équations de ces deux courbes, l'équation du même degré $\mu M + M' = 0$ dans laquelle μ est supposé un coefficient constant indeterminé, exprimera une infinité d'autres courbes du $m^{iéme}$ degré, passant par les m^2 points d'intersection de deux premières ; mais si l'on se donne arbitrairement un nouveau point de l'une d'elles, outre ceux-là il en résultera une équation linéaire pour le détermination de μ ; de sorte qu'alors la courbe sera complètement déterminée.[56]

Ainsi, on considère l'infinité de courbes de degré m qui passent par $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ points distincts donnés dans un plan. On met en évidence deux d'entre elles (qui auraient les équations, $M = 0$ et $M' = 0$), leurs intersections sont en m^2 points, partagés en deux groups : les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ points donnés et les autres nouveaux $m^2 - \left(\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2\right)$ points. Par le principe de combinaison linéaire, peuvent passer, par ces m^2 points, une infinité de courbes de degré m contenant ces points (ce sont les courbes d'équation $\mu M + M' = 0$). Toutes ces courbes sont exactement les premières courbes mentionnes, puisqu'elles passent toutes par les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ points initiaux. L'énoncé du resultat que vient d'être obtenu, est présenté, comme d'habitude, dans une paire dual.

Théorème I. *Toutes les courbes du m^{ieme} degré qui passent par les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ mêmes points fixes, se coupent en autre aux $m^2 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} + 2$, autres mêmes points fixes.*

Théorème I. *Toutes les courbes de m^{ieme} classe qui touchent les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2$ mêmes droites fixes, touchent en outre les $m^2 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} + 2$ autres mêmes droites fixes.*

Après avoir enregistrée le théorème I, l'auteur énonce tout de suite les resultats pour les cas particuliers $m = 3$ et $m = 4$. Ces phrases apparaissent sans se démarquer du reste dans le corps du texte. Bien que l'auteur ne l'ait pas fait, je prends la liberté de souligner le cas $m = 3$, de lui appeler lemme et de lui donner un nom.

Lemme des Neuf Points. (Théorème I dans le cas $m = 3$) *Toutes les courbes du troisième degré qui passent par les huit mêmes points fixes, se coupent, en outre, en un même neuvième point fixe.*

Ce resultat est à la base d'une seconde démonstration du géomètre allemand pour le Théorème de Pascal.[57] Plücker lui même reconnait, en 1847, vingt ans après avoir obtenu celui-ci, qu'il s'agit d'un resultat fondamental.[58]

> Ce théorème, ou plutôt celui qui correspond à l'intersection de deux courbes d'un ordre quelconque, me parait le théorème le plus important de la géométrie des courbes. Je l'ai donné pour la première fois en 1827 dans une note de mon ouvrage intitulé : *Analytisch-*

[55] Consultez ci-dessous la section 4.4.2 de cette thèse.

[56] [PLÜCKER 1828 b, p. 99].

[57] Consultez la section 4.4.2 de cette thèse.

[58] Cette Lemme des Neuf Points apparait aussi dans la démonstration d'un autre célèbre théorème dans les études de courbes algébriques, à savoir, ce qui impute une structure de groupe abélien dans courbes cubiques non singuliaires. Consultez [STÖHR 2000] ou [HARTSHORNE 1977, pp.400 et 407]. Dans le manuel de Hartshorne on rencontre une information curieuse, le registre de combien *par hasard* il doit y avoir les huit points qui déterminent un neuvième : quatre à quatre non colinéaires et sept à sept non contenus dans une même conique.

geometrische Entwicklungen, Tome I. p. 228.[59]

Le théorème I ci-dessus peut être légèrement modifié pour le cas où au lieu d'argumenter sur les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2}$ coéfficients d'une équation générale du m^{ieme} degré à deux variables, on argumente sur l'hypothèse que quelques uns de ces coéfficients sont déjà donnés ou qu'il existe des relations algébriques entre certains d'entre eux. Ainsi, soit n le nombre de coéfficients donnés dans l'équation générale (qui devient, donc, *modifiée*, c'est-à-dire, *semigénérale*) ou encore, le nombre de conditions (relations nécessairement linéaires) entre ces coéfficients, le théorème I devient :

Théorème II. *Étant dones n coefficiens de l'équation générale du m^{ieme} degré à deux indéterminées, ou encore, étant données n équations linéaires entre tous ou partie de ces coefficiens ; toutes les courbes représentées par l'équation générale, ainsi modifiée et passant par les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - (n+2)$ mêmes points fixes donnés, se couperont en outre aux $m^2 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} + (n+2)$ autres mêmes poits fixes.*

La troisième section de cet article contient onze resultats qui sont des applications et/ou conséquences du resultat principal. On a autant de resultats avec des énoncés simples, comme par exemple, que les trois hauteurs d'un triangle quelconque concourrent en un même point, que de théorèmes plus sophistiqués. Pour être plus exact, les applications qui apparaissent ici resultent toutes d'une version du théorème II, dont l'énoncé est mis en évidence dans le corps du texte, qui traite du cas des lignes du second degré, ce qui est toujours le plus intéressant pour les géomètres à l'époque.[60]

Théorème. (Théorème II dans le cas $m = 2$) *Étant dones n coefficiens de l'équation générale du second degré à deux indéterminées, ou encore, étant données n équations linéaires entre tous ou partie de ces coefficiens ; toutes les courbes représentées par l'équation générale, ainsi modifiée et passant par les $4 - n$ mêmes points fixes donnés, se coupent en outre aux n autres mêmes poits fixes.*

Notez que le théorème II, ainsi que dans sa version $m = 2$, fait référence à l'éxistence de relations (ou même ses quantités) entre les coéfficients de trois ou plus courbes sujettes à concourir aux mêmes points. Dans ce sens, le théorème de Plücker s'inscrit dans des resultats similaires à certains obtenus par Lamé en 1817/1818. Il n'est donc pas étonnant qu'un des resultats conséquents présenté dans cette section du texte du géomètre allemand est un théorème que nous avont déjà rencontré dans notre étude.[61]

Théorème. *Si tant de coniques qu'on voudra passent toutes par les quatre mêmes poits, les conjugués de leurs diamètres parallèles à une même droite fixe concourront tous en un même point fixe.*

[59] [PLÜCKER 1847, p. 339].

[60] Premier resultat énoncé mis en évidence dans le corps du texte dans [PLÜCKER 1828 b, p. 102].

[61] Second resultat énoncé mis en évidence dans le corps du texte dans [PLÜCKER 1828 b, p. 104]. Ce théorème est correctement référencé et attribué à Lamé par Plücker. Consultez la démonstration de Lamé dans la section 4.2.1 de cette thèse.

Finalement l'article suivant, *Recherches sur les surfaces algébriques de tous les degrés*, conformément à ce que j'ai déjà dit avant, celui-ci présente les versions à l'espace, pour le principe, la méthode, les théorèmes et les applications, en analogie avec le texte que nous venons de parcourir. Ainsi, il est suffisant de pointer les théorèmes principaux du texte et la façon dont Plücker combine les équations à trois variables pour les obtenir.

Théorème I. *Toutes les surfaces du m^{ieme} degré qui passent par les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - 2$ mêmes points, se coupent, en général, suivant une même courbe à double courbure.*

Théorème II. *Toutes les surfaces du m^{ieme} degré assujéties à passer par $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - 3$ points donnés, passent en outre par les $m^3 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} + 3$ mêmes points fixes.*

Théorème I. *Toutes les surfaces de m^{ieme} classe qui touchent les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - 2$ mêmes plans, sont, en général, circonscrites à une même surface développable.*

Théorème II. *Toutes les surfaces de m^{ieme} classe assujéties à toucher $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - 3$ plans donnés, touchent en outre les $m^3 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} + 3$ mêmes plans fixes.*

Théorème III. *Étant donnés n coefficiens de l'équation générale du m^{ieme} degré, à trois indéterminées, ou encore, étant données n équations linéaires entre tous ou partie de ces coefficiens, toutes les surfaces représentées par l'équation générale ainsi modifiée, et passant par les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - (n+2)$ mêmes points fixes, se couperont suivant une seule et même courbe à double courbure.*

Théorème IV. *Étant donnés n coefficiens de l'équation générale du m^{ieme} degré, à trois indéterminées, ou encore, étant données n équations linéaires entre tous ou partie de ces coefficiens, toutes les surfaces représentées par l'équation générale ainsi modifiée, et passant par les $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} - (n+3)$ mêmes points fixes donnés, se couperont, en outre, aux $m^3 - \frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} \cdot \frac{m+3}{3} + (n+3)$, autres mêmes points fixes.*

On observe que les théorèmes I et II ici, sont analogues au théorème I du texte antérieur, tandis que les théorèmes III et IV correspondent au numéro II du texte précédant. Pour les démonstrations, Plücker combine les équations de trois surfaces de degré m

$$M = 0 \ , \quad M' = 0 \ , \quad M'' = 0 \ ;$$

soit travaillant avec l'équation

$$\mu M + \mu' M' + M'' = 0 \ ,$$

qui représente toutes les surfaces de m^{ieme} degré passant par les m^3 points d'intersections des trois premières ; soit travaillant avec les équations

$$\mu M + M'' = 0 \ , \quad \mu' M' + M'' = 0 \ , \quad \mu M + \mu' M' = 0 \ ,$$

qui représentent respectivement toutes les surfaces de m^{ieme} degré passant par les courbes à double courbure, intersections deux à deux des surfaces proposées.

4.3 Les deux textes de Bobillier publiés sous la rubrique *philosophie mathématique* (1828).

4.3.1 *Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue* (mai 1828).

En mai et juin 1828 ont été publiés dans le tome XVIII des *Annales de Gergonne* deux textes de Bobillier sous la rubrique philosophie mathématique. Le premier est intitulé *Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue*,[62] tandis que le deuxième est intitulé *Démonstration nouvelle de quelques propriétés des lignes du second ordre*.[63] Ce sont les uniques textes de Bobillier publiés sous cette rubrique. Une piste du contenu mathématique de ces textes peut être trouvée dans la table des matières des *Annales*, où l'éditeur (re)cadre les deux textes sous la rubrique alternative *géométrie analytique*.

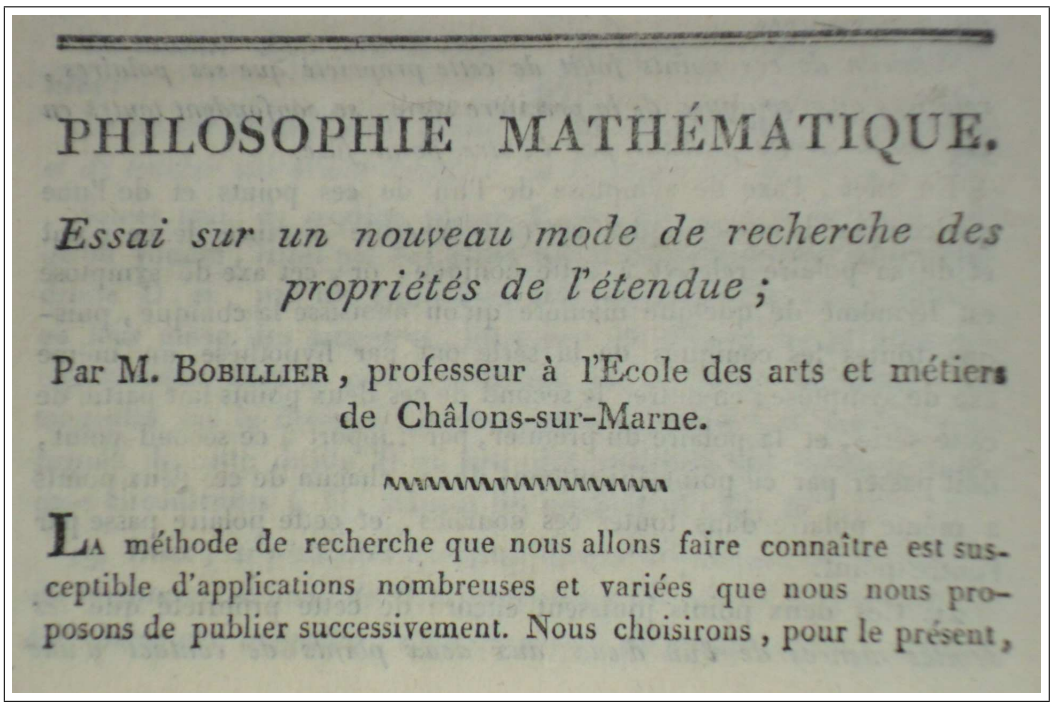
Tout de suite après sa publication, toujours en 1828, et jusqu'à nos jours, ces deux articles sont les plus cités ou commentés, par ceux qui s'intéressent à la géométrie ou son enseignement ou encore son histoire, quand nous parlons de Bobillier. Une liste non exhaustive inclut des personnages de sa génération (Ferry, Gergonne et Chasles), des professeurs du 19ème siècle (Salmon et Darboux), des historiens de mathématique du 20ème siècle (Loria, Coolidge, Boyer et Itard), en plus des historiens de mathématique contemporains (Barbin et Voelke). L'impact immédiat de ces textes entre les lecteurs des *Annales* est justifiable : lignes et surfaces du second ordre, utilisation et manipulation d'équations apliquées à la géométrie, théorie des polaires réciproques, géométrie de situation, etc, sont des sujets qui apparaissent dans ces textes et qui sont à l'ordre du jour. En outre, l'insistance de Bobillier à souligner la *méthode d'argumentation* plutôt que les *résultats obtenus* ne passe pas inaperçue du public qui a lu ces textes. La célébrité postérieure de ces deux mémoires est également justifiable. En effet, dans les quelques apparitions de Bobillier dans l'historiographie mathématique, il est connu, tantôt vaguement pour avoir contribué au *développement de la géométrie analytique*, tantôt plus spécifiquement pour avoir appliqué de manière originale la *méthode de la notation abrégée* ou encore pour avoir contribué à l'invention d'un type de *coordonnées homogènes*. Tous ces aspects sont bien illustrés dans les deux textes en question.

Dans ce qui suit, je prétends traiter ces textes de la manière suivante. Dans cette section, je présente minutieusement le premier de ceux-ci et dans la section suivante je présente le deuxième. Postérieurement je prétends commenter ces textes par rapport aux autres textes de Bobillier qui parlent de la notation abrégée.[64] Les débats de l'époque autour de ces deux textes seront traités dans le prochain chapitre.

[62] [BOBILLIER 25].
[63] [BOBILLIER 26].
[64] Consultez le section 4.4.1 de cette thèse.

"Essai sur un nouveau mode de recherche..." : Présentation générale et introduction.

Pour commencer, la simple lecture du titre indique déjà que l'auteur et l'éditeur sont conscients de la nouveauté que présente le texte. Le titre, probablement choisi par l'auteur est clair : "Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue". La participation de l'éditeur est dans le choix de la rubrique dans laquelle le texte est publié : philosophie mathématique. La figure 4.10 montre la fin de la page 320 des *Annales* de mai 1828, exactement où se trouvent la rubrique, le titre et les premières phrases du texte en question.



PHILOSOPHIE MATHÉMATIQUE.

Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue ;

Par M. Bobillier, professeur à l'Ecole des arts et métiers de Châlons-sur-Marne.

La méthode de recherche que nous allons faire connaître est susceptible d'applications nombreuses et variées que nous nous proposons de publier successivement. Nous choisirons, pour le présent,

Fig. 4.10 – Détail de la page des *Annales* où commence le texte [BOBILLIER 25].

La structure générale du texte est composée d'un court paragraphe d'introduction suivi de trois sections. Dans le paragraphe d'introduction c'est l'auteur lui-même qui annonce que l'objet de l'article est la méthode et non les résultats. Dans la section I il travaille dans le plan et le théorème de la section parle de deux triangles, l'un inscrit et l'autre circonscrit à une même conique, dans une configuration telle que les sommets du triangle inscrit soient les points de tangence de celui circonscrit. Dans la section II il travaille dans l'étendue et argumente exactement comme dans la section antérieure. Le théorème de cette section est une version spatiale du premier théorème, parlant de deux trièdres, l'un inscrit et l'autre circonscrit à un même cône, de telle manière que les arêtes de celui inscrit soient les lignes de contact de celui circonscrit. Enfin, dans la section III il travaille encore dans l'espace et cette fois-ci l'argumentation, bien qu'elle paraisse comme celles des deux sections antérieures, est différente, un peu plus longue et plus détaillée. Le théorème de cette section est aussi une généralisation moins évidente du théorème de la section I, mais cette fois-ci il parle de deux tétraèdres, l'un inscrit et l'autre circonscrit à une même quadrique, dans

une telle configuration que les sommets de celui inscrit soient les points de tangence des faces de celui circonscrit.

Le court paragraphe d'introduction dit ce qui suit :

> La méthode de recherche que nous allons faire connaître est susceptible d'applications nombreuses et variées que nous nous proposons de publier successivement. Nous choisirons, pour le présent, celles de ces applications qui, par leur simplicité, nous semblent les plus propres à en bien faire saisir l'esprit.[65]

Dans ces deux phrases il y a plusieurs indications intéressantes. Premièrement, apparemment l'auteur ne revendique pas directement la méthode comme sienne, mais prétend seulement la faire connaître. En parlant des applications, Bobillier semble avoir suffisamment conscience de l'ensemble des thèmes et des modes avec lesquels la méthode peut être utilisée. En commentant la prétention de publier les applications successivement, l'auteur paraît avoir un projet systématique de recherche en tête. Et enfin, en montrant encore une fois son côté didactique, les résultats choisis pour exposer la méthode seront les plus adéquats pour conquérir des lecteurs et, sans doute, des adeptes.

"Essai sur un nouveau mode de recherche..." : Section I.

Bobillier commence en fournissant les équations algébriques (abrégées) qu'il prétend manipuler et en décrivant le significat géométrique de chacune d'elles. Ces éléments sont trois équations de droites dans le plan. Ensuite il introduit les coefficients indéterminés qui permettent de combiner les équations données. Puis il manipule les équations, et à chaque nouvelle équation obtenue il décrit l'interprétation géométrique correspondante (qui peut être une figure, une configuration ou une construction).

Elément par élément, il construit une configuration géométrique qui engage deux triangles, l'un inscrit et l'autre circonscrit à une même conique, de tel mode que les sommets de celui inscrit soient les points de tangence de celui circonscrit. Il y a beaucoup d'éléments géométriques qui composent la figure complète : les trois sommets et les trois côtés de chaque triangle, d'autres points et droites pertinentes qui apparaîtront dans le théorème final, au-delá de la propre conique. Tous ces éléments sont décrits algébriquement par les trois premières équations abrégées données. La combinaison d'équation n'est pas toujours faite de mode linéaire. En réalit, dans la majorité des cas, les combinaisons qui surgissent sont non-linéaires. Tirer avantage de la symétrie des termes tels qu'ils apparaissent dans les équations fait aussi partie de la méthode. Enfin, il en conclut le théorème suivant (en pair dual).

Théorème (de la section I). *Deux triangles étant l'un inscrit et l'autre circonscrit à une même ligne du second ordre, de telle sorte que les sommets de l'inscrit soient les points de contact du circonscrit ;*

Les points de concours des côtes de l'inscrit avec leurs opposés respectifs dans le circonscrit appartiennent tous trois à une même droite.

Les droites que joignent les sommets du circonscrit avec leurs opposés respectifs dans l'inscrit concourent toutes trois en un même point.

[65] [BOBILLIER 25, pp. 320-321].

Nous allons alors suivre la démonstration de Bobillier. Il ouvre la section I avec la phrase directe suivante : "Soient A, B, C trois fonctions linéaires indépendantes quelconques, en x et y ; l'équation $ABC = 0$ sera celle d'un triangle dont les cotês, les angles et les sommets respectivement opposés à ces côtés auront pour équations(...)."[66] Suivent alors trois groupes d'équations qui décrivent algébriquement les éléments cités.

Notons que l'équation $ABC = 0$ est une équation non linéaire formée par le produit de trois polynômes linéaires abrégés. Bien que ce ne soit pas dit explicitement par l'auteur, il ressort clairement du contexte de cette première étape de démonstration que l'adjectif *indépendantes* veut dire que les droites sont distinctes et deux à deux non parallèles. Voici alors les premiers éléments cités et numérotés exactement comme dans le mémoire.

$$ABC = 0 \quad \text{un triangle } (1)\,;$$

$$A = 0\,, \quad B = 0\,, \quad C = 0 \quad \text{ses côtés } (2)\,;$$

$$BC = 0\,, \quad AC = 0\,, \quad AB = 0 \quad \text{ses angles } (3)\,;$$

$$\left\{\begin{array}{l} B = 0 \\ C = 0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A = 0 \\ C = 0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A = 0 \\ B = 0 \end{array}\right. \quad \text{ses sommets } (4).$$

En poursuivant, il introduit les coefficients a, b et c, lesquels sont appelés "constantes indéterminées" et considère l'équation suivante

$$aBC + bCA + cAB = 0 \quad (5)\,.$$

Cette équation en outre d'être du second ordre, passe certainement par les sommets du triangle (1). Par conséquent elle sera l'équation commune de toutes les lignes du second ordre circonscrites à ce triangle. Maintenant il considère les équations

$$bC + cB = 0\,, \qquad cA + aC = 0\,, \qquad aB + bA = 0 \quad (6)\,.$$

Ces équations sont celles des faisceaux de droites passant par chacun des sommets (4).

Dans la séquence, Bobillier considère les systèmes formés par le faisceau de lignes du second ordre (5) et chacun des faisceaux de droites (6).[67] Il affirme que la solution de chaque système est chacun des angles (3), qui à son tour détermine bien chacun des sommets (4). En effet, en montrant explicitement les comptes qu'il omet, nous allons considérer le (premier) système

$$\left\{\begin{array}{l} aBC + bCA + cAB = 0 \\ bC + cB = 0 \end{array}\right. .$$

En écrivant la première équation comme ceci $aBC + A(bC + cB) = 0$ et annulant le terme entre parenthèse conformément à ce qui est déterminé par la seconde équation, il reste $aBC = 0$, c'est-à-dire, $aBC = 0$ qui est l'angle attendu. En poursuivant son

[66] [BOBILLIER 25, p. 321].

[67] Dans le texte il y a une petite erreur de référence, car Bobillier dit qu'il va utiliser l'équation (4) et les équations (6), alors qu'il utilise (5) et (6).

argumentation, Bobillier affirme que chaque droite (6) en coupant la ligne du second ordre (5), le fait tangentiellement en chaque point (4). Il est implicite dans cette affirmation qu'il doit y avoir deux points d'intersections entre une droite et une ligne du second ordre et que chaque sommet (4) est un seul point. Ainsi, l'auteur présente un nouvel élément dans la configuration : le triangle circonscrit donné par

$$(bC + cB)(cA + aC)(aB + bA) = 0 \quad (7) \ .$$

Les intersections entre les côtés opposés respectifs des triangles (1) et (7) sont données par les systèmes d'équations : [68]

$$\begin{cases} bC + cB = 0 \\ A = 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} cA + aC = 0 \\ B = 0 \end{cases} , \quad \begin{cases} aB + bA = 0 \\ C = 0 \end{cases} \quad (8) \ .$$

Notons que depuis le début, Bobillier manipule déjà des polynômes abrégés, aussi bien qu'il les combine non linéairement. Mais ici il utilise un *principe de combinaison linéaire d'équations* pour affirmer que toute droite qui passe par le point solution du premier système (8) aura une équation de la forme

$$m(bC + cB) + nA = 0 \ , \text{ soit } nA + mcB + mbC = 0 \ .$$

Nous observons que l'équation ci-dessus représente *un faisceau de droites* passant par le premier point (8). En choisissant une valeur spécifique pour m et n, l'équation sera celle d'*une droite spécifique* passant par ledit point. Le choix de Bobillier est de faire $m = a$ et $n = bc$. Avec ceci, l'équation ci-dessus devient

$$bcA + caB + abC = 0 \quad (9) \ .$$

Qu'est-ce-que l'équation (9) a d'intéressant ? C'est Bobillier lui-même qui y répond : elle est *symétrique* par rapport aux termes a, b, c, A, B et C. Si nous refaisons ce même raisonnement pour le second et le troisième point de (8), nous obtiendrons deux autres faisceaux (peut être distincts), mais les deux contiendront une même droite, qui est la droite (9). C'est *la droite* qui apparaît dans la conclusion du théorème (de la colonne à gauche) de la section I.

Bien que l'autre résultat de la section I (soit, le théorème de la colonne à droite) soit le pair dual du premier, Bobillier opte pour le démontrer directement, sans évoquer la théorie des polaires réciproques : prenant deux à deux les droites de (6) nous aurons trois systèmes, chacun d'eux déterminant un sommet du triangle (7). Mais en manipulant la paire d'équations de chacun de ces systèmes, plus exactement, en éliminant dans cette paire la lettre qui est commune, nous en arrivons aux trois équations suivantes :

$$cB - bC = 0 \ , \qquad aC - cA = 0 \ , \qquad bA - aB = 0 \quad (10) \ .$$

Chaque droite en (10) est *une droite* passant par un sommet de (7). Nous observons qu'en combinant linéairement et adéquatement chacune des deux équations de (10)

[68] Il y a une petite erreur d'impression dans le texte, où apparaît l'équation $cA+bA = 0$, incorrecte, à la place de l'équation $cA + aC = 0$, correcte.

nous obtenons l'équation de la troisième, nous pouvons en conclure que chaque droite passe par l'intersection des deux autres ; c'est-à-dire, que ces trois droites concourrent en un point commun. Pour que ce soit *le point* qui apparaît dans la conclusion du théorème (de la colonne à droite) de la section I, il reste à observer que les trois droites de (10) passent aussi, chacune d'elles, par chaque sommet de (1). En effet, il ressort de l'inspection immédiate que chaque sommet (4) satisfait, respectivement, chaque droite en (10).

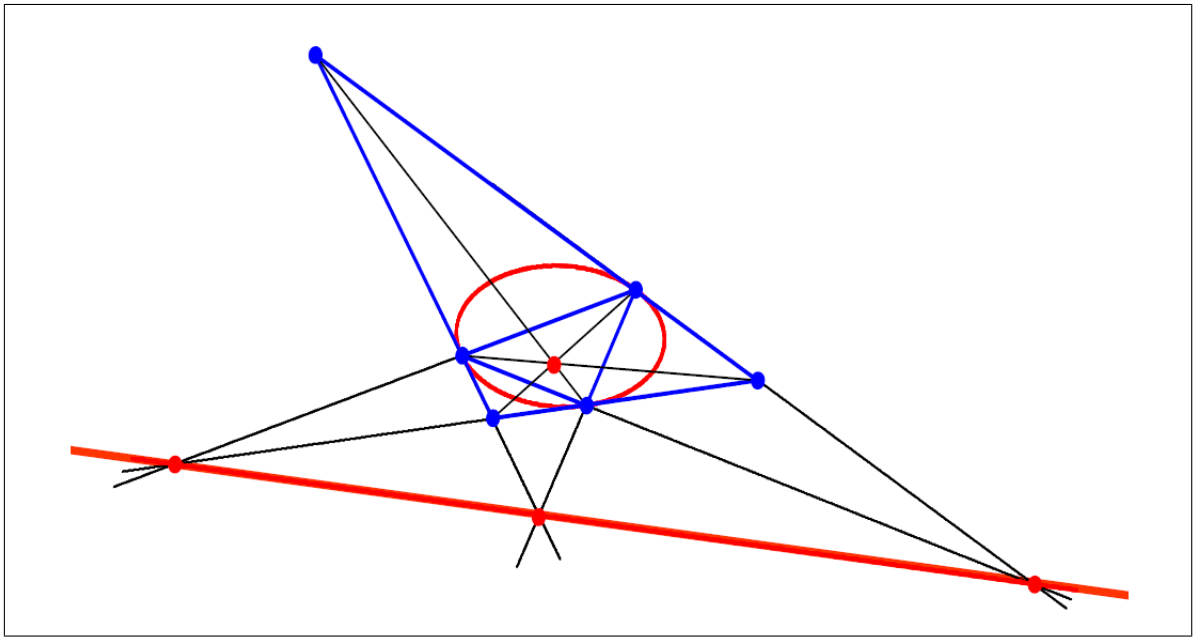


Fig. 4.11 – [BOBILLIER 25], Théorème de la Section I.

C'est seulement après avoir fait la démonstration et avoir énoncé le théorème de manière concluante, que Bobillier pointe la dualité : "Il est presque superflu d'observer que ce point et cette droite sont pôle et polaire l'un de l'autre, par rapport à la courbe dont il s'agit, considérée comme directrice."[69]

Maintenant l'auteur reprend les éléments dans une version résumée. Plus exactement, il met en évidence les équations des principales figures impliquées et les réécrit de façon à mettre l'accent sur la symétrie. Sa justification pour faire ce résumé et ces adaptations est didactique : "En modifiant un peu la forme des résultats que nous venons d'obtenir, on peut en présenter le résumé de la manière suivante qui les rend très-facile à retenir."[70]

La paragraphe suivant est la transcription intégrale du résumé de Bobillier (dans mes notes de bas de pages, j'ajoute la numérotation des équations adaptées, ce qui n'apparaît pas dans le texte original). J'observe, cependant, une unique et subtile différence entre le début de ce résumé et le début de la section ; les fonctions, A, B et C ne sont plus linéaires et *indépendantes* et deviennent des linéaires *quelconques*.

[69] [BOBILLIER 25, p. 323].
[70] [BOBILLIER 25, p. 323].

Bien qu'il ne le déclare pas explicitement, il est en train d'admettre que certains des sommets impliqués dans la configuration du théorème peuvent être à l'infini.

"Un triangle étant donné par l'équation[71]

$$ABC = 0 \ ,$$

dans laquelle A, B e C sont des fonctions linéaires quelconques en x et y, l'équation[72] commune à toutes les lignes du second ordre circonscrites est

$$\frac{a}{A} + \frac{b}{B} + \frac{c}{C} = 0 \ ,$$

dans laquelle a, b et c sont des constantes indéterminées ; le triangle circonscrit à cette courbe, ayant ses points de contact aux sommets de l'inscrit, a pour équation[73]

$$\left(\frac{B}{b} + \frac{C}{c}\right)\left(\frac{C}{c} + \frac{A}{a}\right)\left(\frac{A}{a} + \frac{B}{b}\right) = 0 \ ,$$

les points de concours des côtés de l'inscrit avec leurs opposés respectifs dans le circonscrit appartiennent tous trois à une même droite, donnée par l'équation [74]

$$\frac{A}{a} + \frac{B}{b} + \frac{C}{c} = 0 \ ,$$

enfin, les droites qui joignent les sommets du circonscrit à leurs opposés respectifs dans l'inscrit concourent toutes trois en un même point donné par la double équation[75]

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} \ ."$$

Ayant fini ce résumé, Bobillier offre un second résumé avant de mettre fin à la section. Voyons : la construction de la configuration géométrique du théorème de la section I est faite, disons, *de l'intérieur vers l'extérieur*. Par cela je veux dire que les droites $A = 0$, $B = 0$ et $C = 0$ données initialement sont les côtés du triangle inscrit. Maintenant il fait une autre construction de la configuration, mais cette fois-ci, disons, *de l'extérieur vers l'intérieur*. Plus exactement, il considère les droites $A = 0$, $B = 0$ et $C = 0$ cette fois-ci comme les côtés du triangle circonscrit. La procédure adoptée par Bobillier est celle d'un *changement de coordonnées*, définissant

$$A' = bC + cB \ , \qquad B' = cA + aC \ , \qquad C' = aB + bA \ .$$

Nous observons que les nouvelles fonctions A', B' et C' sont données exactement par les expressions de (6). En réécrivant les fonctions avec les nouveaux termes, nous avons :

$$A = \frac{bB' + cC' - aA'}{2bc} \ , \qquad B = \frac{cC' + aA' - bB'}{2ca} \ , \qquad C = \frac{aA' + bB' - cC'}{2ab} \ .$$

[71] Équation (1).
[72] Équation (5) adaptée.
[73] Équation (7) adaptée.
[74] Équation (9) adaptée.
[75] Équation (10) adaptée.

Bobillier lui-même annonce son entreprise après ce changement de coordonnées :[76] il prétend substituer les expressions de A, B et C en fonctions de A', B' et C' dans les équations (1), (5), (7), (9) et (10), et "supprimer ensuite les accents devenus pour lors inutiles". Avec ceci il obtient un nouveau résumé – présentation ordonnée des éléments et de leurs équations respectives – pour atteindre le même thérème. Je transcris ensuite, intégralement, ce passage du texte. Il est intéressant d'observer les petites adaptations dans le texte et dans l'ordre d'apparition des éléments lors de la construction géométrique *de l'intérieur vers l'extérieur.*

"Un triangle étant donné par l'équation[77]

$$ABC = 0 \ ,$$

l'équation[78] commune à toutes les lignes du second ordre inscrites est

$$a^2A^2 + b^2B^2 + c^2C^2 - 2bcBC - 2caCA - 2abAB = 0 \ ;$$

le triangle inscrit ayant ses sommets aux points de contact du circonscrit a pour équation[79]

$$(bB + cC - aA)(cC + aA - bB)(aA + bB - cC) = 0 \ ;$$

la droite qui contiendra les trois points d'intersection des côtés du circonscrit avec leurs opposés respectifs dans l'inscrit a pour équation[80]

$$aA + bB + cC = 0 \ ;$$

enfin le point de concours des trois droites qui joignent les sommets de l'inscrit à leurs opposés respectifs dans le circonscrit est donné par la double équation[81]

$$aA = bB = cC \ ."$$

Dans le paragraphe qui conclut la section I, Bobillier conjecture des généralisations pour des courbes de degré quelconque, invente des termes, fait des analogies et il se plaint du manque de vocabulaire suffisant pour décrire des théorèmes très généraux.

> Supposons présentement que les trois fonctions A, B, C de x et y, au lieu d'être linéaires soient d'un même degré ou d'une même classe, et convenons d'appeler triangle du m^{ieme}

[76] Je prends la liberté de réécrire, dans la notation de notre algèbre linéaire actuelle, les transformations (linéaires) de coordonnées utilisées par Bobillier pour *changer le cours* de la construction géométrique. Je fais ceci pour mettre en évidence la symétrie des matrices de passage, en rappelant que la symétrie des équations dans ce mémoire est une préoccupation constante de son auteur.

$$\begin{pmatrix} A' \\ B' \\ C' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}, \text{ soit, } \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \frac{1}{2abc} \cdot \begin{pmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A' \\ B' \\ C' \end{pmatrix}$$

[77] Équation (7) après le changement de coordonnées.
[78] Équation (5) après le changement de coordonnées.
[79] Équation (1) après le changement de coordonnées.
[80] Équation (9) après le changement de coordonnées.
[81] Équation (10) après le changement de coordonnées.

degré ou de m^{ieme} classe le système de trois courbes de ce degré ou de cette classe ; dès lors le théorème que nous venons d'établir, combiné avec le principe des polaires réciproques, en fournira deux autres, très-généraux, sur les systèmes de trois courbes de même degré ou de memê classe que l'indigence de la langue, qui n'a pas été créée pour des considérations si générales, se refuse, pour ainsi dire, à énoncer.[82]

"Essai sur un nouveau mode de recherche..." : Section II.

Cette section est très succincte et ne présente pas de grande différence par rapport à la section antérieure. L'objectif de Bobillier est d'étendre le théorème antérieur pour avoir une configuration spatiale d'un *cône*, ayant la figure du théorème de la section I comme *base* et un point externe au plan de cette figure comme sommet. Une autre image, qui à vrai dire est la même, est que la figure du théorème de la section I soit une section plane transversale quelconque (en dehors du sommet) de la figure du théorème de la section II. Cette image est significative, car après l'énoncé du théorème de la section II, Bobillier lui-même commente la possibilité d'obtenir un théorème analogue en mettant le sommet du cône au centre d'une sphère et en *observant* la figure du théorème de la section I conçu sur la surface de la sphère. L'énoncé du théorème de cette section est le suivant :

Théorème (de la section II). *Deux angles trièdres étant l'un inscrit et l'autre circonscrit à une même surface conique du second ordre, de telle sorte que les arêtes de l'inscrit soient les lignes de contact du circonscrit ;*

Les droites suivant laquelles les faces de l'inscrit coupent leurs opposées respectives dans le circonscrit sont toutes trois dans un même plan.

Les plans conduits par les arêtes du circonscrit et par leurs opposées respectives dans l'inscrit passent tous trois par la même droite.

Pour la démonstration (qui est faite avant l'énoncé du théorème) Bobillier travaille à nouveau avec trois fonctions linéaires (quelconques) A, B et C, mais cette fois-ci dans les variables x, y et z. Dans ce cas, les éléments géométriques impliqués dans le problème sont

$$ABC = 0 \quad \text{un trièdre ;}$$

$$A = 0\,, \quad B = 0\,, \quad C = 0 \quad \text{ses faces ;}$$

$$BC = 0\,, \quad AC = 0\,, \quad AB = 0 \quad \text{ses dièdres ;}$$

$$\begin{cases} B = 0 \\ C = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A = 0 \\ C = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad \text{ses arêtes.}$$

Cependant les équations initiales sont exactement les mêmes que celles de la section antérieure. Ainsi, l'auteur ne refait pas la démonstration en détail, car ce n'est pas nécessaire. Il adapte seulement ligne par ligne le texte (qui est presque le même) et déduit les équations (qui sont les mêmes) du résumé de la section antérieure.

Il y a un détail intéressant et significatif dans la section II. Dans le dernier paragraphe, Bobilllier fait des considérations sur les généralisations possibles pour les

[82] [BOBILLIER 25, p. 325].

résultats, à supposer que les fonctions A, B et C soient du même degré supérieur à un. Dans ce cas, il affirme que nous pouvons obtenir des nouveaux théorèmes très généraux "sans aucun nouveau calcul". Ceci est un des grands avantages d'utiliser la méthode de la notation abrégée comme méthode formelle de manipulation d'équations. Ce petit commentaire indique que Bobillier semble être tout à fait conscient de cet avantage en le disant explicitement.

"Essai sur un nouveau mode de recherche..." : Section III.

La troisième section suit partiellement la structure et l'argumentation de la première. Le résultat démontré est une autre généralisation possible pour le théorème de la section I. Cette fois la configuration traite de deux tétraèdres, l'un inscrit et l'autre circonscrit à une même surface du second ordre, tels que les sommets de l'inscrit soient les points de tangence des faces du circonscrit. Considérant les intersections des plans des faces opposées respectives dans les deux tétraèdres, surgissent quatre droites et considérant aussi les liaisons entre les sommets respectifs opposés, surgissent quatre droites en plus. L'étude des diverses positions relatives de ces huit droites dans l'espace conduit à plusieurs déroulements possibles sur la même configuration initiale. Ainsi, le théorème de cette section est plus grand que les précédents, il généralise le théorème de la section I d'une façon moins évidente, et la démonstration est plus chargée en détails. Voici son énoncé :

Théorème (de la section III). *Si deux tétraèdres sont l'un inscrit et l'autre circonscrit à une même surface quelconque du second ordre, de telle sorte que les sommets de l'inscrit soient les points de contact des faces du circonscrit, les faces respectivement opposées des deux tétraèdres se couperont suivant quatre droites, et leurs sommets respectivement opposés détermineront quatre autres droites. Or,* **1.** *Les droites de chaque groupe appartiendront généralement, toutes quatre, à une seule et même surface gauche de second ordre ;* **2.** *Si la surface gauche du second ordre qui contient les quatre premières droites se réduit au système de deux plans, l'un de ces plans contiendra deux de ces droites, tandis que l'autre contiendra les deux restantes, et alors deux de quatre dernières droites concourront en une même point, et le deux autres en un autre point ;* **3.** *Si enfin la surface gauche du second ordre qui contient les quatre premières droites se réduit à un plan unique, la surface gauche du second ordre qui contiendra les quatre dernières se réduira à une surface conique, au sommet de laquelle elles concourront toutes.*

Bobillier commence la démonstration comme, précédemment, en prenant quatre fonctions linéaires indépendantes quelconques A, B, C et D dans les variables x, y et z et présentant les équations des éléments géométriques initiaux impliqués dans la question :

$$ABCD = 0 \quad (1)\,;$$

$$A = 0\,, \quad B = 0\,, \quad C = 0\,, \quad D = 0 \quad (2)\,;$$

$$BCD = 0\,, \quad ACD = 0\,, \quad ABD = 0\,, \quad ABC = 0 \quad (3)\,;$$

$$\left\{\begin{array}{l} B=0 \\ C=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ C=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \\ C=0 \end{array}\right. \quad (4)\,;$$

$$\left\{\begin{array}{l} BC=0 \\ AD=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} CA=0 \\ BD=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} AB=0 \\ CD=0 \end{array}\right. \quad (5)\,;$$

$$\left\{\begin{array}{l} B=0 \\ C=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} C=0 \\ A=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} B=0 \\ D=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{l} C=0 \\ D=0 \end{array}\right. \quad (6)\,;$$

où (1) est un tétraèdre, (2) sont ses quatre faces, (3) sont ses quatre trièdres, (4) sont ses quatre sommets, (5) sont ses trois paires de dièdres opposés et (6) sont ses six arêtes.

Toujours comme, précédemment, il introduit des coefficients, cette fois six, a, b, c, α, β et γ, qu'il nomme "constantes arbitraires" et considère l'équation suivante

$$aBC + bCA + cAB + \alpha AD + \beta BD + \gamma CD = 0 \quad (7)\ .$$

Celle-ci "sera visiblement l'équation commune à toutes les surfaces du second ordre circonscrites au tétraèdre (1) ; car son premier membre est la seule fonction du second degré en x, y, z qui puisse s'évanouir en y supposant nulles, trois quelconques des quantités A, B, C, D."[83]

Maintenant il introduit les quatre équations

$$\begin{array}{c} bC + cB + \alpha D = 0 \\ cA + aC + \beta D = 0 \\ aB + bA + \gamma D = 0 \\ \alpha A + \beta B + \gamma C = 0 \end{array} \qquad (8).$$

Ces équations (8) sont des faisceaux de plans passant par chacun des sommets (4). Pour maintenir encore l'analogie avec la section I, Bobillier introduit de manière indirecte le tétraèdre circonscrit. Il combine (en systèmes) l'équation (7) avec chacune des équations (8) et obtient les quatre nouvelles équations (9) ci-dessous. Ces équations (9) sont interprétées comme les cônes (pas nécessairement droits) qui *enveloppent* chaque trièdre (3) du tétraèdre (1), et ces cônes déterminent bien chacun des sommets (4).

$$\begin{array}{c} aBC + \beta BD + \gamma CD = 0 \\ bCA + \gamma CD + \alpha AD = 0 \\ cAB + \alpha AD + \beta BD = 0 \\ aBC + bCA + cAB = 0 \end{array} \qquad (9).$$

Ensuite il utilise un raisonnement qui est complètement analogue à celui utilisé dans la section I pour conclure que chaque plan (8) en coupant la surface (7), le fait tangentiellement en chaque point (4). Ainsi un nouvel élément de la configuration est présenté : le tétraèdre circonscrit donné par

$$(bC + cB + \alpha D)(cA + aC + \beta D)(aB + bA + \gamma D)(\alpha A + \beta B + \gamma C) = 0 \quad (10)\ .$$

[83] [BOBILLIER 25, p. 329].

Et enfin, pour compléter la construction géométrique du théorème, il présente les (presque) derniers éléments de la configuration finale, à savoir, les quatre droites qui sont, chacune d'elles, l'intersection de chacune des faces du tétraèdre inscrit avec les opposées respectives dans le tétraèdre circonscrit :

$$\begin{cases} bC + cB + \alpha D = 0 \\ A = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} cA + aC + \beta D = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} aB + bA + \gamma D = 0 \\ C = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha A + \beta B + \gamma C = 0 \\ D = 0 \end{cases} \qquad (11).$$

Jusqu'à présent, la construction des configurations du théorème suit en complète analogie ce que Bobillier fait dans la section I. A partir de ce moment l'argument est plein de subtilités. Nous avons l'impression (seulement apparente) que l'auteur s'éloigne du cours qui conduit à la conclusion du théorème principal. Nous avons également l'impression qu'il *expérimente* les multiples possibilités que la configuration déjà construite lui offre. Mais le fait est que ces discussions conduisent à diverses conclusions partiales qui comprennent les détails de l'énoncé final du théorème, même si cela n'apparaît pas clairement au long de la démonstration.

Ainsi, l'auteur commence à discuter les positions relatives des quatre droites (11) entre elles et aussi les autres nouvelles figures qui seront introduites. De quelle manière et combien d'entre elles appartiennent à un même plan ou non ? Combien et comment seront-elles contenues dans une même surface de second ordre ou non ? Bobillier commence cette étape du raisonnement, en obtenant les conditions sur les coefficients a, b, c, α, β et γ pour que les droites (11) soient deux à deux coplanaires. Il indique comment le calcul doit être fait et informe les conditions, qui sont données par les trois relations ci-dessous :

$$\beta b = \gamma c \ , \quad \gamma c = \alpha a \ , \quad \alpha a = \beta b \quad (12) \ .$$

Ici, j'ouvre une parenthèse dans la lecture du texte pour montrer les calculs que Bobillier a seulement indiqués. Je vais appeler provisoirement, de mon propre chef, les quatre droites (11) par r_A, r_B, r_C et r_D respectivement. Nous allons supposer que les droites r_A et r_B sont coplanaires. Cela signifie que le système formé par les quatre équations

$$bC + cB + \alpha D = 0 \ , \quad A = 0 \ , \quad cA + aC + \beta D = 0 \ , \quad B = 0 \ ,$$

qui est équivalent au système

$$A = 0 \ , \quad B = 0 \ , \quad bC + \alpha D = 0 \ , \quad aC + \beta D = 0 \ ,$$

doit être compatible. Nous observons maintenant, par les deux dernières équations, que le système sera possible (et indéterminé) si et seulement si $\alpha a = \beta b$, qui est exactement la troisième relation (12). Le raisonnement est analogue pour les autres cinq paires de droites prises deux à deux entre les quatre (11). Le résumé de ce raisonnement est le suivant :

- les droites r_A et r_B sont coplanaires si et seulement si $\alpha a = \beta b$;
- les droites r_A et r_C sont coplanaires si et seulement si $\gamma c = \alpha a$;
- les droites r_A et r_D sont coplanaires si et seulement si $\beta b = \gamma c$;
- les droites r_B et r_C sont coplanaires si et seulement si $\beta b = \gamma c$;
- les droites r_B et r_D sont coplanaires si et seulement si $\gamma c = \alpha a$ et
- les droites r_C et r_D sont coplanaires si et seulement si $\alpha a = \beta b$.

Je ferme ma parenthèse, et recommence la lecture du texte. En observant sous divers angles les relations (12) ci-dessus déduites, Bobillier tire trois conclusions. Premièrement, notons que rien ne garanti que les trois relations (12) soient toujours vrais. Donc, si même pour lesdites deux droites il n'est pas garanti qu'elles soient dans un même plan, encore moins pour quatre. Ceci répond (négativement) à un théorème proposé comme exercice par l'éditeur des *Annales* en août de l'année précédente : [84] "Si à une même surface du second ordre on inscrit et on circonscrit deux tétraèdres, de telle sorte que les sommets de l'inscrit soient les points de contact du circonscrit (...) [alors] les intersections des plans des faces opposées dans les deux tétraèdres seront toutes les quatre dans un même plan". Deuxièmement, nous observons que supposant valide deux quelconques de ces relations, alors nous pouvons déduire immédiatement la troisième. Géométriquement cela signifie que, fixée une des quatre droites, si elle est coplanaire avec deux autres, alors elle sera coplanaire avec la troisième. (Sur ce point, l'auteur commente que, de mode général, pour quatre droites dans l'espace tel qu'une d'elles soit coplanaire avec chacune des trois autres ; les trois plans où se produisent les coplanarités ne sont pas nécessairement les mêmes). Troisièmement, nous observons que les relations (12), chacune d'elles, sert exactement à deux paires *disjointes* de droites. Avec ceci "nous sommes autorisé à conclure que" lorsque deux des quatre droites sont coplanaires, les deux autres le seront aussi (encore une fois, pas nécessairement dans un même plan).

En regardant de plus près l'hypothèse que deux des relations (12) soient valables (et par conséquent les trois) nous avons la double égalité

$$\alpha a = \beta b = \gamma c \quad (13) \ .$$

Maintenant nous avons quatre droites dans l'espace telles que chacune d'elles est coplanaire avec les autres trois. Simultanément, pour valoir individuellement chacune des relations (12), les droites en question sont coplanaires deux à deux. Ainsi, l'interprétation géométrique de (13) est que les quatre droites (11) sont toutes coplanaires en un unique et même plan. Bobillier propose d'informer l'équation de ce plan . Pour maintenir la symétrie des équations dans le texte, il introduit un nouveau coefficient k, dont la définition est

$$k^2 = \alpha a = \beta b = \gamma c \ .$$

Mais avant le plan, il informe la nouvelle équation de la surface du second ordre (7), dans la situation spécifique dans laquelle les quatre droites (11) sont toutes

[84] [ANNALES de GERGONNE, 1827 e]. Bobillier donne comme référence la page 18, ce qui est, évidemment, du à une petite distraction de sa part, puisque ce théorème est proposé à la page 56.

coplanaires dans un seul et même plan. Il suffit simplement de substituer les relations ci-dessus dans l'équation (7) pour obtenir la surface du second ordre donnée par

$$ABC\left(\frac{a}{A}+\frac{b}{B}+\frac{c}{C}\right)+k^2D\left(\frac{A}{a}+\frac{B}{b}+\frac{C}{c}\right)=0 \quad (14)\ .$$

Quant à l'équation dudit plan, "qui peut être trouvé facilement", elle est donnée par

$$bcA+caB+abC+k^2D=0 \quad (15)\ .$$

Une simple inspection est suffisante pour convaincre que les quatre droites (11) satisfont effectivement l'équation (15).

Mettant fin à cette brève digression, Bobillier prend une autre direction. Il évoque le résultat déjà connu à son époque, pour trois droites distinctes dans l'espace il passe toujours une surface d'ordre deux et ensuite informe quelle est cette surface gauche passant par les trois premières droites (11). Il s'agit de la surface d'équation

$$\begin{aligned}\alpha\beta\gamma D^2+[\,\alpha(\,\beta b+\gamma c\,)A+\beta(\,\gamma c+\alpha a\,)B+\gamma(\,\alpha a+\beta b\,)C\,]\,D+\\ +(\,\alpha A+\beta B+\gamma C\,)\,(\,bcA+caB+abC\,)=0\end{aligned} \quad (16)\ .$$

Après avoir exposé l'équation (16), Bobillier conclut que "il est manifeste [que la surface gauche d'ordre deux](...) [passe] aussi par la quatrième [droite] ; donc, la surface gauche du second ordre déterminée par trois quelconques des quatre droites (11), contient aussi la quatrième".[85]A ce point de l'exposition il se rapporte à un autre problème proposé par l'éditeur des *Annales*.[86] L'éditeur l'a classé comme étant un problème de géométrie descriptive et Bobillier lui-même l'a résolu cinq mois avant.[87] Aussi bien là, en utilisant les méthodes synthétiques, qu'ici, en utilisant les méthodes analytiques, il conclut que le problème, comme il à été proposé par l'éditeur, a été mal posé.

Avant de continuer, je veux commenter brièvement cette dernière équation, aussi bien que le résultat évoqué par Bobillier. Pour commencer, par la simple lecture du texte nous ne pouvons pas savoir exactement quel a été le mode d'obtention de l'équation (16), car il n'y a pas de calculs explicites. La seule indication du mode d'obtention est le résultat évoqué. Ici, ce résultat apparaît sous la forme générale : pour trois droites distinctes dans l'espace il passe toujours une surface du second ordre. Dans [BOBILLIER 17] le même résultat apparaît dans une version plus spécifique qui informe que si les droites sont deux à deux droites gauches (c'est-à-dire, que les droites ne sont pas contenues deux à deux dans un même plan), la surface sera un paraboloïde hyperbolique. Notons que pour déterminer une surface du second ordre il est nécessaire d'avoir neuf points distincts ; cela est suffisant pour calculer les dix coefficients dans une équation du second degré homogène à quatre variables (A^2, B^2, C^2, D^2, AB, AC, AD, BC, BD et CD). Nous observons qu'une droite coupe une surface d'ordre deux au maximum en deux points, à moins qu'elle soit contenue dans la surface. Donc pour déterminer une surface qui contient trois droites données, nous

[85] [BOBILLIER 25, p. 333].
[86] [ANNALES de GERGONNE, 1826 d].
[87] [BOBILLIER 17].

pouvons prendre trois points distincts dans chaque droite. Il est bon de souligner le fait que la surface (16) *n'est pas* la surface (14), car les deux apparaissent dans des blocs thématiques distincts dans la démonstration.

Le tableau 1 résume les résultats obtenus par Bobillier jusqu'ici, par l'étude des positions relatives des droites (11), par rapport à la validité des relations (12).

Hypothèses sur les relations (12)	**Positions relatives des droites (11)**	**Résultats obtenus**
Aucune des trois n'est vaut.	Il n'y a aucune garantie de coplanarité entre les quatre droites (11), mais toutes sont comprises dans la surface quadrique (16).	Le 1er théorème proposé comme exercice dans les *Annales* tome 18 page 56 est, en générale, faux. Nous avons partiellement le résultat (**1.**) du théorème de la section.
Seule une des trois relations vaut.	La surface (16) se réduit à une paire de plans, chacun d'eux contenant deux des droites (11).	Nous avons partiellement le résultat (**2.**) du théorème de la section.
Deux (et par conséquent trois) des relations valent.	Les quatre droites (11) se trouvent toutes dans un même plan.	Le plan en question est donné par l'équation (15).

Tab. 4.1 – Les premiers résultats de la section III.

La démonstration de Bobillier continue. Sa prochaine étape est d'ajouter à la configuration les quatre droites qui lient les sommets opposés respectifs des deux tétraèdres. Initialement il décrit ses équations puis, similairement à ce qu'il a fait avec les droites (11), il étudie les positions relatives de ces nouvelles droites entre elles et également en relation à d'autres figures. L'argument qui introduit les équations de ces nouvelles droites est le suivant. Dans (8) nous avons les quatre équations des faces du tétraèdre circonscrit (10). En les prenant trois à trois, nous aurons quatre groupes d'équations qui représentent les sommets de (10). Dans chaque groupe de trois équations, en éliminant la lettre qui leurs est commune, nous obtenons une équation double qui représente une droite passant par chaque sommet de (10). Les quatre équations doubles sont présentées :

- droite par le sommet opposé à la face BCD : $\dfrac{\beta B+\gamma C}{\alpha}=\dfrac{aB+\gamma D}{b}=\dfrac{aC+\beta D}{c}$
- droite par le sommet opposé à la face CAD : $\dfrac{\gamma C+\alpha A}{\beta}=\dfrac{bC+\alpha D}{c}=\dfrac{bA+\gamma D}{a}$
- droite par le sommet opposé à la face ABD : $\dfrac{\alpha A+\beta B}{\gamma}=\dfrac{cA+\beta D}{a}=\dfrac{cB+\alpha D}{b}$
- droite par le sommet opposé à la face ABC : $\dfrac{bC+cB}{\alpha}=\dfrac{cA+aC}{\beta}=\dfrac{aB+bA}{\gamma}$ (17).

Il est nécessaire de vérifier que les droites sont vraiment les droites qui lient les sommets opposés respectifs des deux tétraèdres. Pour autant, il suffit de prendre les équations des sommets (4) dans l'ordre dans lequel elles apparaissent là et de vérifier par une simple inspection qu'elles satisfont les équations (17) dans l'ordre dans lequel elles apparaissent ici.

Dans la séquence, Bobillier propose pour les droites (17) des questions analogues à celles proposées pour les droites (11). En se demandant sous quelles conditions deux quelconques d'elles sont concourantes entre elles, il en arrive aux mêmes relations entre les coefficients a, b, c, α, β et γ déjà obtenues avant :

$$\beta b = \gamma c \ , \quad \gamma c = \alpha a \ , \quad \alpha a = \beta b \quad (12) \ .$$

Les relations entre les coefficients étant exactement les mêmes, il peut déduire pour les droites (17) des résultats partiels analogues à ceux déjà obtenus pour les droites (11). Premièrement, que nous ne pouvons pas garantir que ces quatre droites soient toutes concourantes en un seul et même point. Ceci répond (négativement) à la seconde partie d'un théorème déjà mentionné, proposé comme exercice par l'éditeur Gergonne :[88] "Si à une même surface du second ordre on inscrit et on circonscrit deux tétraèdres de telle sorte que les sommets de l'inscrit soient les points de contact du circonscrit (...) [alors] les droites qui joindront les sommets opposés des deux tétraèdres passeront toutes les quatre par un même point". Deuxièmement, que fixée une des quatre droites, si elle est concourante avec deux autres, alors elle sera concourante avec la troisième. (A ce stade, l'auteur commente que, de mode général, pour quatre droites dans l'espace tels qu'une d'elles soit concourante avec une des trois autres ; les trois points de concours ne coincident pas nécessairement). Troisièmement, à chaque fois que deux des quatre droites sont concourantes, les autres deux le seront aussi (pas nécessairement en un même point). Nous observons que de la validité (ou non) de quelques une des relations (12) nous aurons la coplanarité (ou non) de quelques une des droites (11) et de manière correspondante (pour être plus exact, duellement) nous aurons le concours (ou non) de quelques une des droites (17).

Quant à l'hypothèse de faire valoir la double égalité $\alpha a = \beta b = \gamma c$, son interprétation géométrique est que les quatre droites (17) sont toutes concourantes en un unique et même point. En reprenant le coefficient k, dfinit par $k^2 = \alpha a = \beta b = \gamma c$, il informe que ce point est donné par la triple équation

$$bcA = caB = abC = k^2 D \quad (18) \ .$$

Les dernières considérations avant de finalement énoncer le théorème, concernant la pertinence des quatre droites (17) à un même surface d'ordre deux. Il évoque à nouveau le fait que pour trois droites distinctes dans l'espace, il passe toujours une surface du second ordre et informe, sans montrer explicitement les calculs, quelle est cette "surface gauche d'ordre deux" passant par les trois premières droites (17). Il

[88] [ANNALES de GERGONNE, 1827 e]. Bobillier donne comme référence la page 18, mais la référence correcte est la page 56 des *Annales*, tome 18.

s'agit de la figure de l'équation (19) ci-dessous.

$$\begin{aligned} &(\,\beta b-\gamma c\,)\,(\,\beta b+\gamma c-\alpha a\,)\,(\,aBC+\alpha AD\,)\,+\\ +&(\,\gamma c-\alpha a\,)\,(\,\gamma c+\alpha a-\beta b\,)\,(\,bCA+\beta BD\,)\,+\\ +&(\,\alpha a-\beta b\,)\,(\,\alpha a+\beta b-\gamma c\,)\,(\,cAB+\gamma CD\,)\,=\,0 \end{aligned} \qquad (19)\,.$$

Comme cette équation est satisfaite par la quatrième droite (17), il conclut que les quatre droites appartiendront toutes à une même surface gauche d'ordre deux. Notons enfin que dans le cas dans lequel les quatre droites sont concourantes, la surface (19) se réduit nécessairement à un cône et le point (18), où concourent toutes les droites (17), est son sommet.

Le tableau 4.2 résume les résultats ajoutés par Bobillier dans l'étude des positions relatives des droites (17), en liaison avec la validité des relations (12).

Hypothèses sur les relations (12)	**Positions relatives des droites (17)**	**Résultats obtenus**
Aucune des trois n'est vaut.	Il n'y a aucune garantie de concours entre les quatre droites (17), mais elles sont toutes contenues dans la surface quadrique (19).	Le 2ème théorème proposé comme exercice dans les *Annales* tome 18 page 56 est, en général, faux. Nous avons la continuation du résultat (**1.**) du théorème de la section.
Seule une des trois relations vaut.	Les droites (17) sont deux paires disjointes de droites concourantes.	Nous avons la continuation du résultat (**2.**) du théorème de la section.
Deux (et par conséquent trois) des relations valent.	Les quatre droites (17) sont toutes concourantes en un seul et même point. La surface (19) se réduit à un cône.	Nous avons le résultat (**3.**) du théorème de la section. Le point en question est le (18) et est le sommet du cône (19).

Tab. 4.2 – Les autres résultats de la section III.

Après avoir énoncé le long théorème de la section III, vient la fin de la section (et de l'article) composé par quatre parties : trois brèves observations de Bobillier et une très longue note de bas de page de l'éditeur Gergonne.

La première observation de Bobillier concerne la dualité des éléments impliqués dans la configuration et dans les résultats du théorme. En considérant comme directrice la surface d'ordre deux qui est inscrite et circonscrite aux deux tétraèdres, il informe les dualités suivantes : 1ère, les droites (11) sont "polaires réciproques" des droites (17) ; 2ème, les deux plans et les deux points du résultat (**2.**) du théorème sont aussi duals entres eux ; 3ème, sont aussi duals le plan et le point du résultat (**3.**) du théorème.

Sa seconde observation concerne la possibilité de construire la configuration géométrique *de l'extérieur vers l'intérieur*, en analogie à ce qui a été fait dans la première

section. Bobillier indique quel est le changement de variables, en définissant A', B', C' et D' respectivement comme le premier membre de chacune des équations (8) ; il écrit même les anciennes variables en fonction des nouvelles, mais il s'arrête lá. Peut être pour avoir obtenu des expressions algébriques très longues, il a décidé de ne pas continuer les calculs.

La dernière observation de Bobillier, dans le dernier paragraphe du texte, est encore une analogie avec ce qu'il a fait dans la première section. Il montre à nouveau sa confiance en la méthode en pointant (sans développer) des généralisations possibles pour les résultats de la section en supposant que les fonctions A, B, C et D soient de même degré supérieur à un. Je souligne ici, comme je l'ai déjà fait auparavant, le registre qu'il fait de la significative prétention d'obtenir des théorèmes très généraux "sans aucun nouveau calcul".

4.3.2 *Démonstration nouvelle de quelques propriétés des lignes du second ordre* (juin 1828).

Le second article de Bobillier sous la rubrique philosophie mathématique[89] a été publié le mois suivant l'article antérieur et il est clairement déstiné à être la continuation de celui-ci, ou plutôt, ce texte est déstiné à être une *application* de la méthode developpée dans l'article antérieur. Ci-dessous la reproduction textuelle du paragraphe d'introduction :

> Nous nous proposons, dans ce qu'on va lire, d'appliquer la méthode de recherche dont nous avons déjà fait l'essai dans un précédent article, à la démonstration de quelques propriétés connues des lignes du second ordre. C'est en examinant, en effet, comment cette méthode conduit à la découverte des vérités déjà connues, qu'on pourra juger de ce qu'on peut en espérer dans la recherche des vérités bien plus nombreuses et plus importantes qui restent encore à découvrir.[90]

Parmi les "vérités déjà connues" que Bobillier montre dans cet article apparaissent deux théorèmes du XVIIème siècle, des résultats déjà classiques en géométrie projective (re)naissante : le Théorème de Desargues des six points en involution[91] et le Théorème de l'Hexagone de Pascal. Apparaissent aussi des résultats publiés deux ans avant dans les *Annales de Gergonne* : un de Sturm,[92] évoqué par l'éditeur dans une note de bas de page, et un autre de Plücker,[93] cité directement dans le texte par Bobillier. Ces résultats, tant les classiques que les modernes, sont certainement de bons atouts dans "l'évaluation de ce qu'on peut attendre" d'une méthode qui est assimilée et explorée petit à petit.

[89] [BOBILLIER 26].
[90] [BOBILLIER 26, p. 359].
[91] A propos du Théorème de Desargues des six points en involutions ; commentaires, études, traduction du texte original, son importance en mathématique, etc, consultez l'édition critique [FIELD & GRAY, 1987], chapitres IV et V.
[92] [STURM 1826 b].
[93] [PLÜCKER 1826 b].

Après l'introduction, le texte est divisé en petites sections numérotées de (**1.**) à (**14.**). Trois sujets sont traités : dans la première partie, paragraphes (**1.**) à (**5.**), le sujet est les coniques avec des points fixes marqués et leurs intersections avec des familles de cercles ; les paragraphes (**6.**) à (**10.**) présentent plusieurs versions du théorème de Desargues ; la troisième partie sont les paragraphes (**11.**) et (**12.**) et montre le théorème de Pascal et quelques une des ses variations. A la fin de l'article, paragraphes (**13.**) et (**14.**), Bobillier reprend, comme il l'avait fait dans l'article antérieur, quelques considérations et/ou indications de généralisations possibles pour les résultats présentés.

Curieusement tous les résultats dans l'article, pour plus divers qu'ils puissent paraître, sont obtenus à partir de la même équation

$$aAA' + bBB' = 0 \ ,$$

où A, A', B et B' sont des abréviations de polynômes linéaires en x et y. Cette équation apparaît dans le texte pour la première fois au début du paragraphe (**1.**), numérotée "(1)", et réapparaît ensuite au début de chaque nouveau sujet, les paragraphes (**6.**) et (**11.**). En effet, les premières phrases de ces paragraphes sont, respectivement, "Retournons à notre équation (1), dans laquelle nous supposerons présentement... " et "Reprenons l'équation $aAA'+bBB' = 0$ que l'on peut considérer généralement comme...".

Les calculs et les arguments qui conduisent aux résultats apparaissent seulement dans les paragraphes (**1.**), (**2.**), (**6.**) et (**11.**). Tous les autres paragraphes, à l'exception des deux derniers, sont constitués presque exclusivement des énoncś des théorèmes qui découlent des calculs faits. Dans la première partie, la stratégie de démonstration de Bobillier consiste à manipuler les combinaisons d'équations abrégées et, un peu avant d'énoncer le théorème, à choisir les âxes cartesiens orthogonaux de manière adéquate. Il y a une argumentation qui, même si elle n'est pas explicite, est faite non pas sur les équations abrégées mais avec les variables x et y. Alors que dans (**6.**) le paragraphe le plus long et avec le plus de calculs, les équations abrégées sont substituées par des équations explicites (quelque chose qui rappelle Lamé), mais il utilise encore un principe de combinaison (non linéaire) d'équations. Enfin, dans (**11.**), la stratégie de manipuler les systèmes d'équations abrégées et leurs combinaisons est suffisante, de la même manière qu'il l'a fait dans le texte antérieur.

"Démonstration nouvelle de quelques propriétés..." : Intersections de cercles et coniques (paragraphes 1 à 5).

Le premier théorème qui apparaît dans l'article est le suivant : [94]

3. Théorème. *Un cercle tracé sur le plan d'une conique coupant cette courbe en quatre points ; si l'on joint ces quatre points deux à deux par deux cordes, les droites qui diviseront en deux parties égales les quatre angles formés par ces deux cordes, seront respectivement parallèles aux diamètres principaux de la courbe.*

[94] Ce théorème apparaît dans le texte avec le numéro "3" parce que le résultat (et pratiquement tout le contenu) est inscrit dans le paragraphe (**3.**) du texte. La même observation vaut pour les prochains théorèmes énoncés jusqu'à la fin de cette 4.3.2.

Nous allons accompagner le raisonnement fait par Bobillier dans les paragraphes (**1.**) et (**2.**), qui conduisent au théorème. Les quatre points de l'énoncé seront les sommets d'un quadrilatère dont les côtés consécutifs ont pour équations (abrégées)

$$A = 0\ , \quad B = 0\ , \quad A' = 0\ , \quad B' = 0\ ,$$

où A, B, A' e B' sont des fonctions linéaires en x et y. Eventuellement, dans le texte, l'auteur va se référer aux côtés du quadrilatère simplement en les appelant A, B, A' et B' ; et aux sommets, en les appelant (A, B), (B, A'), (A', B') e (B', A). En introduisant deux "constantes indéterminées" a et b, l'équation du second ordre

$$aAA' + bBB' = 0 \quad (1)$$

sera l'équation commune à toutes les lignes du second ordre circonscrites au quadrilatère, puisque, quels que soient a et b, l'équation (1) est satisfaite par les quatre sommets en question.

Supposons maintenant que ce quadrilatère soit circonscrit dans un cercle. Alors, ils y ont α e β tels que l'équation de ce cercle soit

$$\alpha AA' + \beta BB' = 0 \quad (2)\ .$$

Voici alors le *truc* de Bobillier : un choix pratique d'axes de coordonnées orthogonaux. Ces axes sont choisis de façon à être les bissectrices des droites $A = 0$ et $A' = 0$. De cette façon, dans le polynôme $A \cdot A'$ le terme en xy ne va pas apparaître. Une simple observation justifie l'argument, que Bobillier n'écrit pas explicitement dans le texte. En effet, quand une droite passe par l'origine du système cartésien, elle a pour équation $y - mx = 0$ où m est son coefficient angulaire. Dans le cas de deux droites ayant les axes orthogonaux comme bissectrices, ses coefficients angulaires diffrent seulement par le signe. Ainsi, nous pouvons prendre A et A' respectivement comme $y - mx$ et $y + mx$ et le produit $A \cdot A'$ sera donn par $(y - mx)(y + mx)$, c'est-à-dire, $y^2 - m^2x^2$, un polynôme sans le terme en xy.

Maintenant, comme l'équation d'un cercle en coordonnées cartésiennes ne présente jamais de terme en xy, alors ce terme n'apparaît pas dans (2). Du choix adéquat des axes, ce terme n'apparaît pas non plus dans $A \cdot A'$. Donc, pour l'équation (2), ce terme ne peut pas apparaître dans $B \cdot B'$. Par conséquent le terme xy n'apparaît pas non plus dans l'équation (1). La conclusion est que les axes de symétrie des coniques représentées par (1) seront tous parallèles aux axes de coordonnées.

En résumé, ce qui a été démontré, et qui apparaît dans le théorème 3, est que donnés une conique et un cercle qui la traverse en quatre points distincts, en prennant deux groupes de deux points distincts nous obtenons deux droites distinctes qui déterminent des angles entre elles. Les bissectrices de ces angles (qui seront des droites perpendiculaires entre elles) sont parallèles aux axes de symétrie de la conique en question.

Dans la séquence, Bobillier évoque le résultat qui dit que si deux droites parallèles sont coupées par une transversale alors les angles correspondants sont égaux et réciproquement. En argumentant brièvement à partir de ce résultat et du théorème antérieur il énonce :

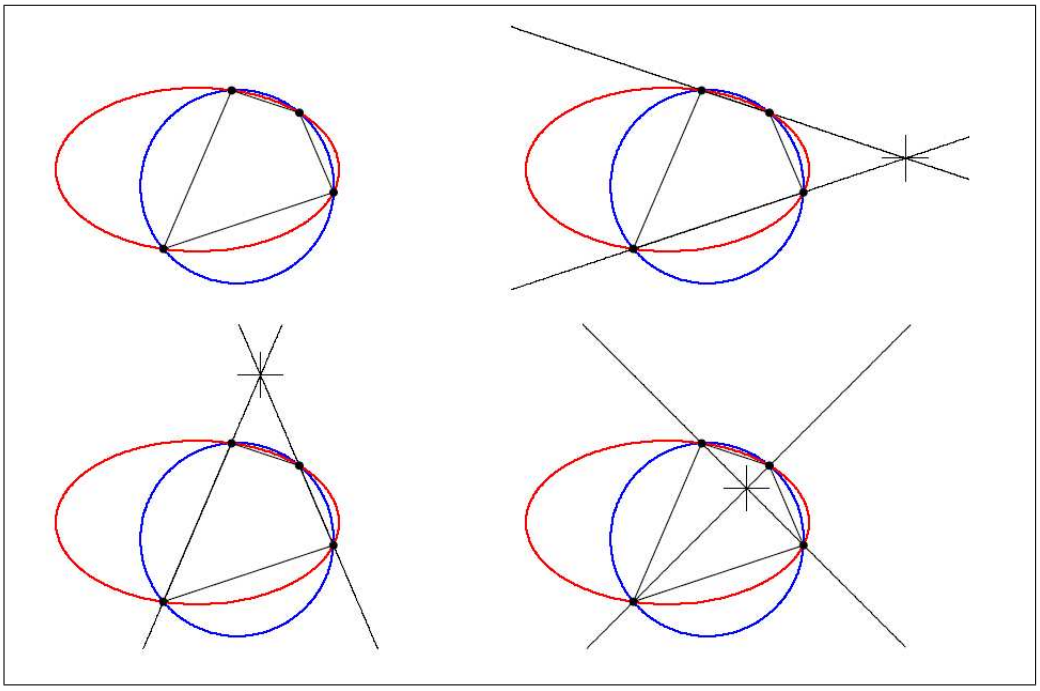


Fig. 4.12 – [BOBILLIER 26], Théorème 3.

4. Théorème. *Si tant de cercles qu'on voudra, coupant une même conique aux deux mêmes points, la coupent en outre en deux autres points, les cordes qui, dans ces différens cercles, joindront ces deux autres points d'intersection seront toutes parallèles entre elles.*

Le raisonnement de Bobillier peut être détaillé, pour étre plus clair, comme suit : supposons qu'un cercle coupe certaines coniques aux points 1, 2, 3 et 4 et un deuxième cercle coupe la même conique en 1, 2, 5 et 6. Les angles formés par les paires de droites { 12, 34 } et { 12, 56 } ont des bissectrices parallèles entre elles, car elles sont, d'après le théorème 3, parallèles aux axes de symétrie de la conique en question. En outre ces angles ont le côté 12 en commun. Par l'égalité des angles correspondants en droites parallèles (dans le cas, les bissectrices) coupées par une transversale (la droite 12), nous en concluons que les droites 34 et 56 doivent être parallèles entre elles.

En passant du théorème 4 au théorème 5, Bobillier conçoit que les deux points communs à tous les cercles et à la conique "se rapprochent continuellement". La sécante commune à toutes les figures devient, alors, une tangente commune, c'est de là que vient le théorème ci-dessous.

5. Théorème. *Si tant de cercles qu'on voudra, touchent tous une même conique au même point et la coupent en outre en deux autres points ; les cordes qui, dans ces différens cercles, joindront les deux intersections avec la courbe, seront toutes parallèles entre elles.*

Bobillier informe que c'est à partir de ce dernier théorème que Plücker décrit une méthode pour construire un cercle osculateur d'une conique en un de ses points ; et donne la référence qui est dans le journal de Gergonne, dans le livraison de september

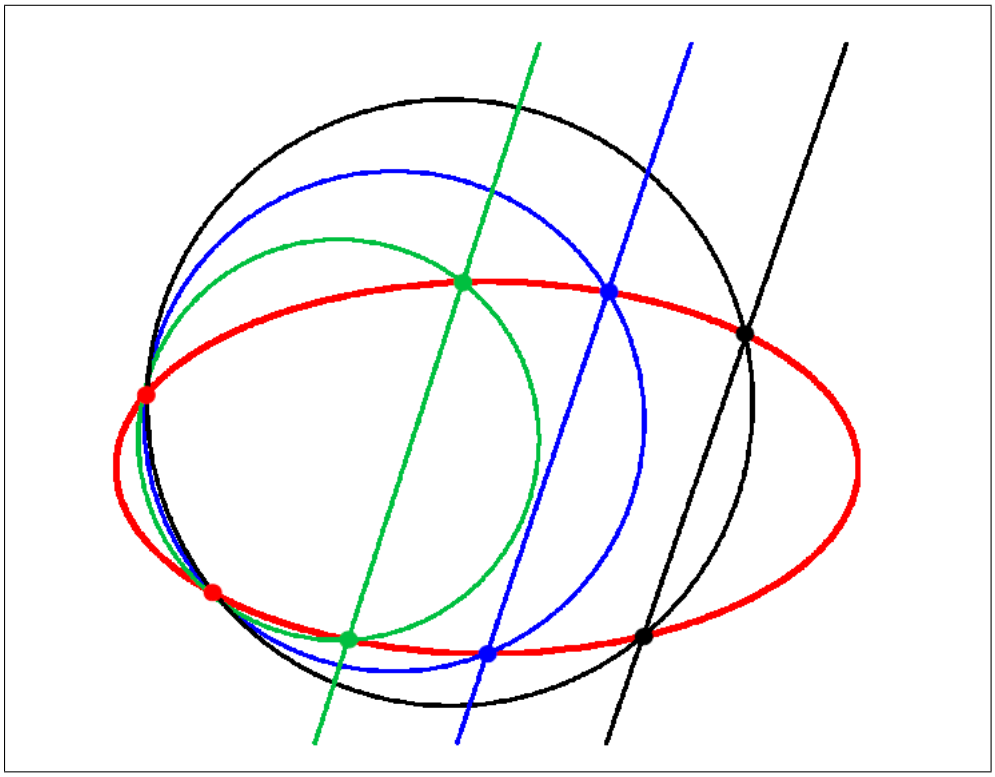


FIG. 4.13 – [BOBILLIER 26], Théorème 4.

1826.[95] Curieusement, c'est la seule fois dans toute l'oeuvre de Bobillier, qu'il cite explicitement le nom de Plücker.

"Démonstration nouvelle de quelques propriétés..." : Involutions (paragraphes 6 à 10).

Dans la seconde partie du texte, Bobillier énonce quatre théorèmes en paire duals, qui parlent tous de points en involutions. Avant de montrer l'argumentation de Bobillier, voyons la définition de l'involution. Nous disons que trois paires de points R_1, S_1 ; R_2, S_2 ; R_3, S_3 dans une même droite ℓ sont en *involution* quand

$$\frac{R_2R_1 \cdot R_2S_1}{S_2R_1 \cdot S_2S_1} = \frac{R_2R_3 \cdot R_2S_3}{S_2R_3 \cdot S_2S_3} ,$$

où R_2R_1 (et de manière analogue les autres facteurs) est la *longueur* du segment qui va de R_1 à R_2, *signalisé* par $+$ ou par $-$ selon le sens préalablement imputé et fixé dans la droite ℓ. L'involution de six points est une propriété préservée par projections. Dit plus clairement, en prenant dans la droite ℓ six points R_1, S_1 ; R_2, S_2 ; R_3, S_3 en involution, et en prenant un point O en dehors de cette droite ; le faisceau de droites OR_1, OS_1 ; OR_2, OS_2 ; OR_3, OS_3 en coupant quelconque autre droite ℓ' transversale au faisceau, va déterminer sur cette dernière droite six points R'_1, S'_1 ; R'_2, S'_2 ; R'_3,

[95] Il s'agit du même théorème démontré dans [PLÜCKER 1826 b, p. 71] et que nous avons vu dans cette thèse dans la section 4.2.4, figure 4.8.

S'_3 respectivement, qui sont aussi en involution. En coordonnées dans la droite ℓ, supposons que r_1, s_1 ; r_2, s_2 ; r_3, s_3 soient les distances des points R_1, S_1 ; R_2, S_2 ; R_3, S_3 à une origine choisie et fixée. Dans ce cas, la définition de l'involution en termes d'égalit de quotients de produits de grandeurs signalisées peut être substitué par la formule

$$(r_1 + s_1)(r_2s_2 - r_3s_3) + (r_2 + s_2)(r_3s_3 - r_1s_1) + (r_3 + s_3)(r_1s_1 - r_2s_2) = 0 \ .$$

Reprenons la lecture de l'article de Bobillier, au début de la section (**6.**), il revient à l'équation

$$aAA' + bBB' = 0 \quad (1)$$

qui, rappelons le, est l'équation commune de coniques passant par quatre points fixés. Avec l'intention d'examiner les intersections de ces coniques avec une droite, il choisit l'axe x, dont l'équation (explicite) est $y = 0$, pour être cette droite. Ensuite il argumente à partir de polynômes non abrégés, en substituant A, B, A' et B' dans l'équation (1) respectivement par $px + g$, $qx + h$, $p'x + g'$ et $q'x + h'$. En manipulant les équations, Bobillier calcule les distances entre les points d'intersections de $aAA' + bBB' = 0$ avec l'axe x et l'origine du système de coordonnées. Il nomme ces distances m et μ et ces deux derniers numéros sont donnés en fonction de a, b, p, g, q, h, p', g', q' e h'. De façon analogue, en partant des équations de deux autres coniques

$$a'AA' + b'BB' = 0 \ , \qquad a''AA' + b''BB' = 0 \ ,$$

il obtient les numéros m' et μ' en fonction de a', b', p, g, q, h, p', g', q' e h' ; et m'' et μ'' en fonction de a'', b'', p, g, q, h, p', g', q' e h'. Enfin, en manipulant encore un peu tout ce monceau de coefficients, il termine les calculs avec l'équation

$$(m + \mu)(m'\mu' - m''\mu'') + (m' + \mu')(m''\mu'' - m\mu) + (m'' + \mu'')(m\mu - m'\mu') = 0 \ ,$$

qui est identique (en dehors des lettres utilisées) à l'équation qui définit l'involution en termes de coordonnées dans la droite.

A partir de cette même et unique démonstration, et en évoquant "le principe des polaires réciproques" Bobillier énonce quatre théorèmes en pairs duals. Le théorème 7 ne précise pas quelles sont les trois coniques, il dit seulement qu'elles sont fixées dans les quatre mêmes sommets d'un quadrilatère. Il ne le dit pas clairement, mais c'est implicite par le contexte de l'énoncé et de la démonstration que les coniques considérées sont distinctes entre elles.

7. Théorème. *Trois coniques circonscrites à une même quadrilatère coupent toute droite en six points qui forment une involution.*

7. Théorème. *Les six tangentes menées d'un même point quelconque à trois coniques inscrites à un même quadrilatère forment un faisceau en involution.*

Avant d'énoncer les prochains résultats du texte de Bobillier, je veux commenter brièvement certains passages de l'article de Chasles Sturm qui est cité par Bobillier et par l'éditeur Gergonne, autour de ce dernier théorème.[96] Ce travail du jeune Sturm,

[96] [STURM 1826 b].

qui à l'époque a 25 ans et débute sa carrière, a été publié en deux grandes parties dans les *Annnales*, tomes XVI et XVII, en mars et décembre 1826. Bobillier, après avoir déduit l'équation en m's et μ's, fait référence à une page des *Annales* qui, en dépit d'être dans le mémoire de Sturm, est presque totalement remplie par une note de bas de page de l'éditeur ; en effet c'est une note tellement longue qu'elle commence sur la page antérieure et continue sur deux autres pages. La note est une démonstration du théorème, lequel est qualifié "[d]'élégant" par Gergonne qui en donne le crédit à Sturm ; tandis que dans l'article de Sturm, Gergonne le qualifie "d'importante propriété" et offre une alternative, à la démonstration du jeune mathématicien, une autre "démonstration analytique directe et simple". La démonstration de Gergonne et celle de Bobillier sont trés similaires dans les détails des manipulations algébriques de coefficients et toutes les deux conduisent exactement à la même relation entre m's et μ's.[97] Mais il y a une différence formelle. Tandis que l'éditeur fait une combinaison linéaire de trois équations non abrégées du second degré, Bobillier fait une combinaison non linéaire de quatre équations non abrégées du premier degré. Quant à la relation entre m's et μ's, il est probable que le fait qu'il s'agit d'une équation, disons, *en coordonnées*, est ce qui a du inspirer les deux géomètres-algébristes à la déduire aussi *en coordonnées*, à savoir, en utilisant des équations non abrégées en x et y. Enfin, il convient de noter que la démonstration de Sturm commence aussi avec une combinaison linéaire de trois équations non abrégées du second degré et contient des ingrédients dans la manipulation algébrique qui ressemblent à certains éléments de la démonstration de Gergonne (et, bien sûr, à celle de Bobillier). Mais sa démonstration se poursuit ainsi pour peu de temps, seulement jusqu'à avoir la déduction de certaines formules,[98] qui sont aussitôt interprétées en termes de quotients de produits des grandeurs signalisées impliquées dans le problème. Après ceci, la démonstration de Sturm suit *à la manière de Desargues* jusqu'à la fin.

En revenant à l'article de Bobillier, et en terminant l'analyse de cette partie du texte, dans les autres théorèmes l'ensemble de trois coniques est substitué par deux coniques et une paire de côtés opposés du quadrilatère (théorème 8) ; ou une conique et les deux paires de côtés opposés (théorème 9) ; ou encore les deux paires de côtés opposés et la paire de diagonales du quadrilatère (théorème 10).

8. Théorème. *Toute droite est coupée par deux coniques qui se coupent en quatre points et par les deux cordes qui joignent ces quatre points deux à deux en six points qui forment une involution.*

8. Théorème. *Les quatre tangentes menées d'une même point quelconque à deux coniques et les deux droites menées du même point aux points de concours de leurs deux paires de tangentes communes, forment un faisceau en involution.*

[97] Qui apparaît écrit en p's et q's dans la note de Gergonne.

[98] Aucune de celles-ci ne ressemble à la relation en coordonnées de Gergonne ou de Bobillier.

9. Théorème. *Les six points d'intersection des quatre côtés d'un quadrilatère et d'une conique qui lui est circonscrite avec une droite quelconque, forment une involution.*

10. Théorème. *Les six droites que déterminent quatre points d'un même plan coupent toute transversale en six points qui forment une involution.*

9. Théorème. *Les droites menées d'une même point quelconque aux quatre sommets d'un quadrilatère et les deux tangentes menées du même point à une conique inscrite, forment un faisceau en involution.*

10. Théorème. *Les droites menées d'un même point quelconque d'un plan aux six points que déterminent quatre droites tracées sur ce plan, forment un faisceau en involution.*

"Démonstration nouvelle de quelques propriétés..." : Théorème de Pascal (paragraphes 11 et 12).

Dans la troisième partie de l'article, Bobillier fournit une démonstration pour "deux théorèmes si connus et si féconds en belles conséquences". Il s'agit du Théorème de Pascal et son dual, le Théorème de Brianchon, bien que Bobillier ne les appelle par ces noms. La démonstration consiste en la manipulation de systèmes d'équations abrégées et leurs combinaisons, comme il le fait déjà presque toujours depuis l'article antérieur. Je présente ensuite l'énoncé de ces théorèmes comme Bobillier les a écrits dans le paragraphe (**12.**) et tout de suite après je présente sa démonstration. Dans le texte original seule l'équation "1" apparaît numérotée. Pour mieux exposer l'argument, je prends la liberté de numéroter les autres équations dans la séquence dans laquelle elles apparaissent. Plusieurs petites erreurs de signe sont commises par Bobillier dans les pages 365 et 366 de l'article. Dans le texte qui suit ci-dessous, je présente les équations corrigées, mais les erreurs de signe seront indiquées dans les notes de bas de pages. La figure 4.5 offre une image pour les théorèmes de Pascal et de Brianchon.

12. Théorème. *Dans tout hexagone inscrit à une conique, les points de concours des directions des côtés opposés appartiennent tous trois à une même droite.*

12. Théorème. *Dans tout hexagone circonscrit à une conique, les droites qui joignent les sommets opposés concourent toutes trois en un même point.*

Pour commencer, Bobillier prend encore une fois l'équation

$$aAA' + bBB' = 0 \quad (1)$$

de toutes les coniques qui passent par quatre points fixés, donnés par les systèmes d'équations

$$\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A' = 0 \\ B' = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A = 0 \\ B' = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} A' = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad (2)\ .$$

Fixés a et b, c'est-à-dire, fixée une des coniques du faisceau (1), nous pouvons

construire deux systèmes de paires de droites[99]

$$\begin{cases} \gamma A + bB \\ \gamma B - aA' = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \gamma' A + bB' = 0 \\ \gamma' B - aA' = 0 \end{cases} \quad (3)\ ,$$

de façon à ce que dans chaque système, l'intersection des droites en question se passe exactement sur la conique fixée. Pour cela, il suffit de vérifier que dans le premier système (3) en éliminant le paramètre γ et dans le second système, en éliminant γ', nous arrivons à l'équation (1). Notons aussi que le point qui surgit à l'intersection des droites du premier système (3) est l'extrémité commune de deux cordes de la conique, chacune d'elles ayant dans l'autre extrémité les points (A, B) et (A', B').[100] Similairement, le point qui surgit dans l'intersection des droites du second système (3) est dans l'extrémité commune de deux cordes distinctes, chacune d'elles ayant dans l'autre extrémité les points (A, B') et (A', B).

Ces quatre cordes, aussi bien que les droites $A = 0$ et $A' = 0$, peuvent être considérées comme les côtés d'un hexagone inscrit dans la conique fixée (1). Ou encore, similairement, les points

$$\begin{cases} A = 0 \\ \gamma A + bB = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma A + bB = 0 \\ aA' - \gamma B' = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} aA' - \gamma B' = 0 \\ A' = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A' = 0 \\ aA' - \gamma' B = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} aA' - \gamma' B = 0 \\ \gamma A + bB' = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma A + bB' = 0 \\ A = 0 \end{cases}$$

dans cet ordre, ce sont les sommets consécutifs d'un hexagone inscrit. Les côtés opposés correspondants dans cet hexagone sont donnés par[101]

$$\begin{cases} A = 0 \\ A' = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \gamma A + bB = 0 \\ aA' - \gamma' B = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} aA' - \gamma B' = 0 \\ \gamma' A + bB' = 0 \end{cases} \quad (4)\ .$$

Par inspection directe, nous pouvons vérifier que les trois paires de côtés (4), chacun d'eux, concourent en des points situés exactement sur la droite[102]

$$\gamma\gamma' A + abA' = 0 \quad (5)\ ,$$

qui est la droite de la conclusion du Théorème de Pascal.

Les derniers résultats de l'article sont une paire de corollaires[103] qui sont des variations des Théorèmes de Pascal et de Brianchon obtenues par des permutations

[99] La deuxième équation de chaque système apparaît par erreur dans le texte comme $\gamma B + aA' = 0$ et $\gamma' B + aA' = 0$.

[100] Rappellons que Bobillier utilise dans cet article la convention, qu'il a créée, d'écrire (A, B) pour indiquer le point d'intersection de $A = 0$ avec $B = 0$.

[101] La deuxième équation du second système et la première du troisième système, apparaissent par erreur dans le texte comme $aA' + \gamma' B = 0$ et $aA' + \gamma B' = 0$ respectivement. De plus, la dernière équation apparaît comme $\lambda' A + bB' = 0$, ce qui est évidemment une erreur d'impression.

[102] Cette équation apparaît par erreur dans le texte comme $\gamma\gamma' A - abA' = 0$.

[103] Il s'agit de deux énoncés présentés en pair dual, mis en évidence dans le texte de la page 367, et sans titre défini par Bobillier, et que, de par le contexte dans lequel ils apparaissent, j'ai pris la liberté d'appeler "corollaire".

de sommets. En effet, avec six points sur une conique, en les considérant dans leurs 60 permutations circulaires possibles, nous pouvons obtenir 60 hexagones inscrits, pour lesquels "les deux théorèmes que nous venons de démontrer ont lieu également pour tous". Nous pouvons, donc, "prendre pour théorème nouveau, relatif à l'un de ces hexagones, (...) par exemple, ces deux-ci".

Corollaire. *Dans tout hexagone inscrit à une conique, le point de concours de deux côtés qui ne sont ni consécutifs ni opposés, le point de concours de leur opposés respectifs et le point de concours des droites qui joignent les deux couples de sommets opposés qui déterminent les deux côtés restans, appartiennent tous trois à une même droite.*

Corollaire. *Dans tout hexagone circonscrite à une conique, la droite qui joint deux sommets qui ne sont ni consécutifs ni opposés, la droite qui joint leurs opposés respectifs et la droite qui joint les points de concours des deux couples de côtés opposés, qui déterminent les deux sommets restans, concourent toutes trois en un même point.*

"Démonstration nouvelle de quelques propriétés..." : conclusion (paragraphes 13 et 14).

Dans les deux derniers paragraphes, Bobillier indique seulement les généralisations possibles, pour les résultats présentés dans l'article. En assumant que les fonctions A, A', B et B' soient linéaires en x, y et z, alors chaque résultat obtenu ici peut être passé à l'espace, pour une "surface réglée du second ordre", qui dans ce cas est comme un *cône* ayant pour base la configuration plane décrite dans le théorème et ayant pour sommet un autre point quelconque de l'espace en dehors de ce plan. Notons que cette généralisation est du méme genre que celle que Bobillier a faite lors du passage de la section I pour la section II de l'article antérieur. Enfin, en maintenant l'analogie avec l'article antérieur, en assumant que A, A', B et B' soient en fonction de x et y ou de x, y et z, et qu'ils soient de degrés égaux et supérieurs à 1, nous pouvons obtenir des théorèmes généraux impliquant des systèmes de courbes ou de surfaces de même degré, dans le plan ou l'espace.

4.4 Abréviation de polynômes e combinaison des équations.

4.4.1 Abréviation de polynômes e combinaison des équations chez Bobillier.

En plus des trois textes déjà analysés en détails dans les sections antérieures, il y a cinq autres textes de Bobillier, tous de 1828, où apparaissent des combinaisons d'équations, qu'elles soient avec ou sans polynômes abrégés. Trois de ces textes sont publiés sous la rubrique géométrie de situation dans les *Annales de Gergonne* et les deux autres sous la rubrique géométrie analytique dans la *Correspondance mathématique et physique* de Quetelet. Dans cette section nous pointerons *quelques*

unes des caractéristiques de ces cinq textes en relation à la méthode que nous étudions. A la fin de cette section je montre un résumé des utilisations de cette dite *méthode de la notation abrégée* dans les huit textes de Bobillier, en soulignant dans un tableau les principales caractéristiques étudiées.

Trois textes de géométrie de situation dans les *Annales*.

Les dit textes, publiés en mars, octobre et novembre de 1828, sont *Recherche sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques*,[104] *Recherche sur les lois générales qui régissent les courbes algébriques*[105] et *Recherche sur les lois générales qui régissent les surfaces algébriques.*[106] Comme nous l'avons vu, ils sont insérés dans la séquence des six textes de Bobillier sous la rubrique *géométrie de situation* et traitent de pôles et polaires généralisés. Nous avons également vu que les trois textes ont une structure similaire, les deux derniers (un pour la géométrie des courbes et l'autre pour la géométrie des surfaces) étant une sorte de réécritures du premier.[107] Ainsi, la façon dont la méthode apparaît et comment elle est utilisée est complétement analogue dans les trois textes. Cette apparition est courte et n'est pas un des points saillants du corps du texte.

Je présente ensuite l'argument de Bobillier dans un passage d'un des articles,[108] adaptant l'exposition, seulement pour simplifier les énoncés, dans le cas où les figures initialement considerées sont des lignes du second ordre.[109]

Pour commencer, si $M = 0$ est une courbe plane de degré deux, on peut calculer sans difficulté la droite polaire d'un point (a, b) en relation à cette courbe.[110] Cette droite est donnée par l'équation

$$\frac{dM}{dx} \cdot (x - a) + \frac{dM}{dy} \cdot (y - b) = 2M \quad (6)\,.$$

D'autre part, soit μ une "constante indéterminée" et $M' = 0$ et $M'' = 0$ les équations de deux courbes du second degré, "l'équation générale des courbes de même degré passant par ses points d'intersections sera, comme on le sait",

$$M' + \mu M'' = 0\,.$$

Ainsi, une fois fixé un point (a, b) du plan, Bobillier s'est intéressé à calculer toutes les droites polaires de ce point en relation à chaque courbe de la famille des coniques $M' + \mu M'' = 0$ paramétré par μ. Il écrit alors $M = M' + \mu M''$, calcule les dérivées

[104] [BOBILLIER 24].
[105] [BOBILLIER 27].
[106] [BOBILLIER 28].
[107] Voir la section 3.4.3 de cette thèse.
[108] Dans [BOBILLIER 27, pp. 111-112], le passage qui conduit au théorème IV énoncé dans ce texte.
[109] Les légendes (6) et (10) pour les équations mises en évidence dans le paragraphe à suivre répètent la numération des équations correspondantes dans le texte de Bobillier qui sont adaptées.
[110] Ce calcul peut être rencontré dans un cas particulier dans [BOBILLIER 07, pp. 360-361], ou, plus généralement, dans [BOBILLIER 27, pp. 106-108].

partielles du polynôme M en relation à x et à y et les substitue dans l'équation (6), obtenant

$$\left(\frac{dM'}{dx}+\mu\frac{dM''}{dx}\right)\cdot(x-a)+\left(\frac{dM'}{dy}+\mu\frac{dM''}{dy}\right)\cdot(y-b)=2(M'+\mu M'')\,,$$

ce qui, tout en mettant en évidence la "constante arbitraire" μ, fournit

$$\left(\frac{dM'}{dx}\cdot(x-a)+\frac{dM'}{dy}\cdot(y-b)-2M'\right)+\mu\left(\frac{dM''}{dx}\cdot(x-a)+\frac{dM''}{dy}\cdot(y-b)-2M''\right)=0 \quad (10)\,.$$

Maintenant, quand

$$\frac{dM'}{dx}\cdot(x-a)+\frac{dM'}{dy}\cdot(y-b)=2M' \quad \text{et} \quad \frac{dM''}{dx}\cdot(x-a)+\frac{dM''}{dy}\cdot(y-b)=2M''\ ,$$

l'équation (10) est toujours satisfaite, indépendamment de la valeur choisie par μ. Avec ceci, Bobillier conclut le résultat suivant :[111]

Théorème. *Données tant de courbes du second degré que l'on voudra, toutes passant par les mêmes [quatre] points fixes ; et donné un point dans le plan de cette famille de courbes ; les droites polaires de ce point en relation à chacune des courbes de cette famille concourent toutes en un point.*

Ledit point dans la conclusion du résultat est, évidement, l'intersection de la droite $\frac{dM'}{dx}\cdot(x-a)+\frac{dM'}{dy}\cdot(y-b)=2M'$ avec la droite $\frac{dM''}{dx}\cdot(x-a)+\frac{dM''}{dy}\cdot(y-b)=2M''$.

Il est bon de souligner que le point clé de cette démonstration est dans l'avantage que l'on tire de l'indétermination de la constante de combinaison linaire des équations initiales. De fait, c'est cela qui permet d'écrire en une seule équation une infinité de courbes concourantes initialement données, mais aussi de conclure à la convergence d'une autre infinité de courbes – en relation avec les premières à partir d'une manipulation formelle de l'équation unique.

Deux textes de géométrie analytique dans le *Correspondance*.

Les deux textes que je présente maintenant sont publiés dans le volume 4 de la *Correspondance mathématique et physique*, de 1828 ; le premier de ceux-ci a été envoyé à l'éditeur Quetelet comme lettre datée du 3 janvier de cette même année. Il s'agit des articles *Sur les foyers dans les surfaces du second ordre*[112] et *Détermination des axes principaux dans les lignes et surfaces du second ordre, rapportées à des axes obliques*,[113] les deux classés sous la rubrique géométrie analytique par l'éditeur du périodique de Bruxelles.

[111] Deux commentaires sur ce théorème. Premièrement, on a énoncé ici seulement le premier résultat, dans le cas particulier $m=2$, de la paire qui dans le texte [BOBILLIER 27] est le théorème IV. Deuxièmement, ce théorème tel qu'il est énoncé ici est la reprise d'un théorème déjà vu dans cette thèse (voir le théorème I dans la section 3.4.1). Ainsi, le théorème IV dans [BOBILLIER 27, p.112] est une généralisation du théorème I dans [BOBILLIER 07, p. 362].

[112] [BOBILLIER 34].

[113] [BOBILLIER 36].

Bien que le titre ne l'indique pas directement, dans le premier texte Bobillier a pour objectif de déterminer le lieu des sommets des surfaces coniques de révolution circonscrites à une même surface du second ordre. Le second texte, également en dissonance avec son titre, concerne les sommets d'angles droits dont les côtés restent constamment tangents à une ligne du second ordre, et les problèmes liés à l'espace. Le second texte, en particulier, est plein de formules de relations métriques pour la longueur des axes et des rayons des coniques, cercles, quadriques et sphères qui apparaissent dans les résultats.

Dans les deux articles, les calculs qui conduisent aux résultats sont longs. Toutes les équations polynomiales des courbes et surfaces impliquées sont écrites explicitement. Il n'y a aucune manipulation de polynômes abrégés. En ce qui concerne la méthode que nous étudions dans cette section, ce qu'il y a dans les deux textes, dans des passages très spécifiques, est l'utilisation du principe que la combinaison linéaire des équations de deux lieux géométriques de même degré fournit l'équation d'un troisième lieu géométrique encore du même degré et passant par l'intersection des deux premières. Cependant, ce principe est explicitement présenté seulement dans le premier texte.

> En représentant généralement par $s = 0$ l'équation d'une surface quelconque, et par $p = 0$, $q = 0$ celles de deux plans, la suivante $\pi s - pq = 0$ appartient, n'importe la valeur attribuée à l'indéterminée π, à une autre surface que renferme les sections faites dans la première par ces deux plans ; car elle est satisfaite par $s = 0$ et $p = 0$ et aussi par $s = 0$, $q = 0$; si l'on pose $q = p$, l'équation résultante $\pi s - p^2 = 0$, représentera donc une troisième surface, qui touchera la surface $s = 0$ sur tout le périmètre de la section faite par le plan $p = 0$.[114]

Dans ce texte, c'est la seule fois où apparaissent des équations avec des polynômes abrégés ($\pi s - pq = 0$ et $\pi s - p^2 = 0$). Comme dans le cas du livre *Examen des différentes méthodes* de Lamé, ici les abréviations servent seulement pour écrire l'énoncé d'un principe de combinaison, tandis que les calculs sont effectivement faits avec des polynômes explicites. Dans la suite de ce texte, Bobillier combine deux équations à trois variables, une du second degré (jouant le rôle de s) et le carré d'une équation de premier degré (jouant le rôle de p^2), toutes les deux provenant de comptes antérieurs et avec certaines particularités (comme, par exemple, des termes manquants et quelques coefficients égaux entre eux). Pour se diriger vers le résultat, Bobillier détermine simplement une valeur pour la constante π suffisamment adéquate pour permettre des factorisations et des nouvelles manipulations.

L'article suivant est encore plus aride que le précédent en termes d'établissement d'une *méthode*. Il y a deux occurrences occasionnelles de combinaisons d'équations ouvrant des arguments. Dans la première page, Bobillier commence directement avec deux polynômes du second degré et deux variables avec certaines particularités (encore une fois ce sont des termes manquants ou quelques coefficients égaux ou opposés) et écrit la combinaison linéaire entre eux, informant simplement que la nouvelle équation "pourra représenter toutes les lignes du second ordre qui contiennent les quatre points d'intersection des deux premières."[115] Le texte continue avec le

[114] [BOBILLIER 34, p. 159].
[115] [BOBILLIER 36, p. 216].

choix d'une constante de combinaison linéaire de façon à permettre que l'équation du troisième lieu soit homogène et permette les manipulations à partir de là. Cinq pages après il y a une seconde occurrence qui est totalement analogue à la première, adaptant seulement les polynômes de deux à trois variables , pour parler de quadriques au lieu de coniques.

Les huit textes : tableau récapitulatif.

Au total il y a huit articles de Bobillier[116] où apparaissent l'une ou l'autre (ou les deux) des caractéristiques de ce qui plus tard sera appelé *méthode de notation abrégée* : combinaison d'équations polynomiales et manipulation de polynômes abrégés.

En terme de rubriques, sans faire la distinction entre principale ou alternatif, nous en avons quatre, distribuées comme suis : questions résolus (1 fois), philosophie mathématique (2 fois), géométrie de situation (4 fois) et géométrie analytique (4 fois). On observe que six de ces huit textes (les six qui son dans les *Annales*) sont inclus dans le réseau de géométrie de situation, étant tous sélectionnés depuis le premier triage.[117] Ceci permet de conclure que pour Bobillier, plus qu'une méthode pour faire de la géométrie analytique en général, la combinaison d'équation et la manipulation de polynômes abrégés est une méthode pour faire de la géométrie de situation.

Effectivement l'occurrence conjointe des deux caractéristiques de la méthode de notation abrégée se rencontre seulement dans les textes [09], [25] et [26]. Et bien que l'*exercice résolut* [09] soit un essai élégant, la grande *innovation* apportée par Bobillier est dans les textes [25] et [26]. C'est dans ces textes que nous rencontrons : a) plusieurs des combinaisons de polynômes sont non linéaires ; b) la manipulation de polynômes est faite, depuis le début jusqu'à la fin de chaque texte, avec des symboles qui les abrègent ; et c) les constantes arbitraires sont introduites et distribuées de façon à souligner l'homogénéité et la symétrie des symboles dans les équations. Il vaut la peine de mettre en évidence que, particulièrement dans [25], *toutes les équations*, sans exception, sont homogènes dans l'ensemble des polynômes abrégés $\{ A, B, C, D \}$ et dans l'ensemble des coefficients indéterminés $\{ a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma \}$ (éventuellement avec des degrés d'homogénéité différents). En outre, elles sont toutes symétriques dans chaque ensemble. Dans [25] on distingue aussi la prétention – volontaire ou involontaire de l'auteur du texte ? – d'écrire tous les éléments géométriques de la configuration des théorèmes en terme de polynômes abrégés fixés initialement.

D'autre part, peut-être à cause de l'innovation apportée par ces textes, ni dans [25] ni dans [26] on ne rencontre aucun type d'énoncé sur comment faire la combinaison des polynômes, encore moins quelles sont les caractéristiques du nouveau lieu géométrique obtenue après la combinaison. Dans tous les autres textes, que ce soit de manière explicite ou indirecte, un tel énoncé est toujours là.

[116] Qui sont les suivants : [BOBILLIER 09], [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 25], [BOBILLIER 26], [BOBILLIER 27], [BOBILLIER 28], [BOBILLIER 34] et [BOBILLIER 36].

[117] Voire le processus de sélection et l'analyse des textes autour de la géométrie de situation dans les sections 3.5.1 et 3.5.2 de cette thèse.

Le tableau 4.8 présente un résumé des caractéristiques de combinaison d'équations ou de manipulation de polynômes dans les huit textes de Bobillier où ces stratégies de démonstration apparaissent.

4.4.2 Plücker, le Théorème de Pascal et les *Développemens de Géométrie Analytique* (des années 1830).

Le théorème auquel nous nous intéresserons dans le début de cette section est un joli résultat attribué au mathématicien français du XVIIème siècle, Blaise Pascal. Pendant la première moitié du XIXème siècle, période à laquelle nous nous intéressons dans cette thèse, le théorème de Pascal était déjà un résultat célèbre au sein de la communauté des mathématiciens, plein de corollaires considérés intéressants, qualques appellations pompeuses (comme par exemple, théorème de l'*hexagrammum mysticum*), quelques controverses autour de son histoire et plusieurs anecdotes curieuses autour de ce théorème.[118] Nous allons voir ici les deux démonstrations de Plücker pour ce théorème. Ensuite, je présente brièvement le traité *Développements de géométrie analytique*, de 1828 et 1831, où je souligne la première apparition de certaines expressions qui composent la méthode d'abréviation et de combinaisons d'équations de lieux géométriques. Enfin, je tire d'un texte de 1829, publié dans le *Journal de Crelle*, un énoncé de Plücker qui d'une certaine manière peut être considéré comme une généralisation de la méthode que nous analysons dans cette section. L'objectif de cette petite sélection est de mettre en évidence certains aspects de ladite notation abrégée chez Plücker au-delà des *Annales de Gergonne*. A la fin de cette section, dans le tableau 4.9, nous trouverons un résumé des apparitions de combinaisons de polynômes et de manipulation de polynômes abrégés dans les textes de Plücker commentés dans cette thèse.

Deux démonstrations de Plücker pour le Théorème de Pascal.

A la fin des années 1820, comme Gergonne et Bobillier, Plücker offre également une démonstration, alias, deux, pour le Théorème de Pascal en utilisant la notation abrégée.[119] A propos de celles-ci nous trouvons une déclaration significative de Plücker lui-même, dans une note de bas de page d'un petit texte de mars de 1847, publié dans le *Journal de Crelle* et intitulé *Note sur le théorème de Pascal* :

> Les deux démonstrations analytiques, que j'ai données [du théorème de Pascal] me paraissent remarquables pour leur extrême simplicité. C'est cette simplicité inattendue qui m'a suggéré l'idée de traiter d'une manière analogue et uniforme tous les théorèmes de la géométrie linéaire de situation, et j'y ai réussi en donnant les méthodes générales pour les

[118] Par exemple, Gergonne raconte, dans une note de bas de page, que Pascal a déduit 400 corollaires de ce théorème dans un livre qu'il a écrit et a demandé à Descartes de lire, celui-ci ayant laissé le livre de côté, a été la cible de dures critiques de la part de l'historien Montucla, dans son traité de l'Histoire des Mathématiques de la fin du 18ème siècle. ([GERGONNE 1827 a, pp. 222-223]).

[119] Il y a, encore, une cinquième démonstration par notation abrégée, aussi élégante que les quatre déjè évoquées ici. Celle-ci est du révérend George Salmon (années 1850), et peut être trouvée dans son manuel didactique [SALMON 1855, § 268, p. 221].

démontrer au moyen de symboles, représentant des expressions linéaires, et des coefficients indéterminés.[120]

À cause de l'importance du théorème en lui-même, mais surtout pour avoir inspiré Plücker à développer systématiquement la méthode que nous étudions dans cette section, nous présenterons ci-dessous les deux démonstrations. Mais avant cela, je enregistre une fois de plus l'énoncé du résultat qui va être démontré.

Théorème de Pascal. *Dans tout hexagone inscrit à une conique, les points de concours des directions des paires des côtés opposés sont tous trois sur une même droite.*

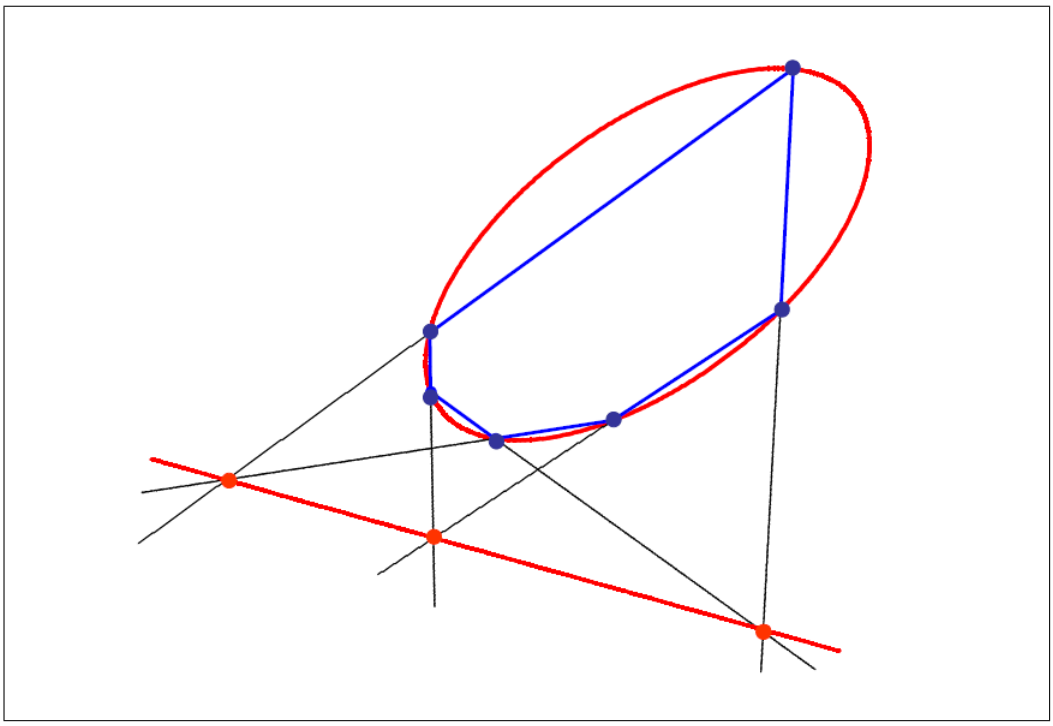


FIG. 4.14 – Théorème d'Hexagone de Pascal.

L'"extrême simplicité" à laquelle se réfère Plücker a fait de sa première démonstration une des plus populaires quand il s'agit du Théorème de Pascal. En effet, dans une dizaine de manuels, traités, livres d'histoire de mathématique, textes d'introductions aux courbes algébriques, sites internet, etc, on peut trouver cette preuve répétée plusieurs fois.

En supposant que les côtés consécutifs de l'hexagone soient donnés par les équations linéaires abrégées

$$A = 0\,,\ \ B = 0\,,\ \ C = 0\,,\ \ A' = 0\,,\ \ B' = 0\,,\ \ C' = 0\,,$$

on considère la cubique donnée par l'équation

$$AB'C + \mu A'BC' = 0\,.$$

[120] [PLÜCKER 1847, pp. 338-339].

Cette courbe contient les neufs points mentionnés dans l'énoncé du théorème, c'est-à-dire, les trois points de concours des côtés opposés et les six sommets sur la conique. On choisit un septième point quelconque de la conique distinct des six sommets de l'hexagone et ensuite on calcule le paramètre μ adéquat de sorte que ce septième point soit également sur la cubique. L'intersection d'une conique avec une cubique est au maximum de six points, à moins que la conique soit une composante de la cubique. Alors c'est le cas. L'autre composant de la cubique sera, par conséquent, une droite, exactement celle qui contient les trois derniers points de l'énoncé de Pascal.

J'ouvre une parenthèse pour reprendre le commentaire du célèbre mathématicien Felix Klein (1849-1925) à propos de cette démonstration. Klein, pendant sa jeunesse, a travaillé avec Plücker, lorsque celui-ci était proche de la fin de sa vie. Il a été son élève et son assistant pour deux ans, en outre d'être l'éditeur du dernier livre de son professeur (publié à titre posthume l'année suivant sa mort). Dans un passage de son livre *Développement des mathématiques au XIXe siècle*, un mélange de leçons de mathématiques et mémoires personnels, Klein commente de manière enthousiaste le succès de cette démonstration, qui montre "les deux caractéristiques les plus importantes de la géométrie de Plücker. L'une est 'la méthode de la notation abrégée', qui consiste á nommer l'équation sans l'écrire explicitement. La seconde est le coefficient indéterminé, le 'μ de Plücker', qu'il utilisait à toutes occasions"[121]

De retour au Théorème de Pascal, la seconde démonstration est la conséquence du Lemme des Neuf Points : *Trois ou plus courbes du troisième degré qui passent par les huit mêmes points fixes, se coupent, en outre, en un neuvième point fixe.*[122]

Soit 1, 2 et 3 les points de concours des paires de côtés opposés et on observe , pour commencer, que ces points n'appartiennent pas à la conique. En effet, chacun de ces points appartient à un système de degré deux formé par une paire de droites qui coupent déjà la conique en quatre points (les quatre sommets des deux côtés opposés en question) et c'est pourquoi elles ne peuvent pas couper la conique en un cinquième point. Maintenant supposons encore une fois que les côtés consécutifs de l'hexagone soient donnés par les équations

$$A = 0\,,\ \ B = 0\,,\ \ C = 0\,,\ \ A' = 0\,,\ \ B' = 0\,,\ \ C' = 0\,.$$

Soit également

$$\ell = 0 \text{ et } \mathcal{C} = 0$$

les équations de degré un et deux respectivement représentant la droite qui lie les points 1 et 2 et la conique circonscrite à l'hexagone. Les deux premiéres des trois cubiques

$$AB'C = 0\,, \quad A'BC' = 0\,, \quad \ell\mathcal{C} = 0$$

passent par les neuf points mentionnés dans le théorème tandis que la troisième contient les six sommets et les points 1 et 2. De par le lemme des neuf points, cette troisième cubique devra également contenir le point 3, et celui-ci, comme il ne peut pas être sur la conique, peut seulement être sur la droite $\ell = 0$.

[121] [KLEIN 1928, p. 111].

[122] Pour les démonstrations par notation abrégée de ce résultat consultez [PLÜCKER 1828 b, § II] ou la section 4.2.4 de cette thèse.

Le traité *Développemens de Géométrie Analytique* **en deux volumes (1828 et 1831).**

Le livre *Développements de géométrie analytique* (*Analytisch-Geometrisch Entwicklungen*), publié en deux volumes, fut le premier des cinq traités de géométrie publié par Plücker pendant sa carrière. De manière générale, ces deux volumes reprennent, réorganisent et re-présentent divers résultats, méthodes et essais, déjà publiés par l'auteur en articles dispersés dans les *Annales de Gergonne* ou dans le *Journal de Crelle* entre 1826 et 1830. Seulement pour illustrer les résultats déjà montrés antérieurement dans cette thèse, comme la concours des trois axes radicaux de trois cercles, ou le traitement du paradoxe de Cramer, qui réapparaissent, respectivement, dans le tome I, paragraphe 94 du chapitre 2 et dans le tome II, seconde partie, paragraphe 683 de la section § 1. Voici le témoignage de l'auteur sur la composition de son livre, dans une lettre écrite milieu1828 à l'éditeur du *Bulletin de Ferussac*, et publié la même année quelques mois plus tard.

> Je vous adresse ci-joint le premier volume de mes *Développemens de géométrie analytique*, qui a paru au commencement de l'année. Je pense que vous y apercevrez des méthodes qui ont dû *nécessairement* me conduire à beaucoup de résultats nouveaux. Depuis l'impression de ce volume, qui a duré très-long-temps, j'ai perfectionné et étendu de beaucoup les méthodes qui y sont exposées. J'ai devant moi les matériaux pour un second volume, mais je n'en peux garantir la publication prochaine.[123]

Les deux volumes traitent de géométrie analytique plane : droites, cercles et sections coniques. Le principal système de coordonnées utilisé dans les deux tomes est le système de coordonnées ponctuelles, c'est-à-dire, le systéme cartésien orthogonal classique. Le tome I (de 1828) est divisé en trois chapitres ; les deux premiers traitant respectivement de droites et de cercles, tandis que le troisième, qui occupe plus de la moitié du volume, traite des lignes de second ordre. Ce chapitre est encore divisé en 10 sections abordant les coniques en thèmes divers comme les équations en coordonnées ponctuelles, intersection entre lieux géométriques, contacts et osculation, faisceaux harmoniques de droites ou de points, etc. Dans le deuxième volume apparaît un système de coordonnées extra qui fournit "une nouvelle manière de représenter les courbes par des équations".[124] Il s'agit du système de coordonnées qui plus tard est venu à être connu comme *coordonnées tangentielles* et qui est utilisé dans le traitement de coniques considerées comme des courbes enveloppées par des droites. Ce volume (de 1831) est divisé en deux grandes parties. La première traite de la *nouvelle manière* citée ci-dessus, abordant la localisation de points à partir des coordonnées tangentielles et les lieux de seconde classe, ainsi que de leurs équations. Les thèmes travaillés sont similaires à ceux du tome I : intersections, osculation, contacts, coniques confocales, etc. Enfin, dans la seconde partie du tome II, l'auteur présente une étude détaillée sur le principe de réciprocité polaire, divisé en quatre sections.

La première apparition d'équations abrégées est dans le tome I, paragraphe 34 du chapitre 1, où les expressions $\pm(y-ax-b)\ \cos\alpha$, $\pm(y-a'x-b')\ \cos\alpha'$ et $\pm(y-a''x-$

[123] [PLÜCKER 1828 d, pp. 331-332].

[124] Ueber eine neue art, curven durch gleichungen darzustellen. [PLÜCKER 1831, p.1].

b'') cosα'', sont "notés en abrégé" par $\pm A$, $\pm A'$ et $\pm A''$.[125] A partir de là, tout le reste de l'argumente dans ce paragraphe et dans le prochain est fait avec des équations qui manipulent ces symboles abrégés. Dans le paragraphe 36 apparaît pour la première fois une équation contenant le μ *de Plücker*, $(y-ax-b)$ cos$\alpha = \pm\mu(y'-a'x-b')$ cosα', qui, depuis la page suivante, sera réécrite et manipulée, ainsi $A = \pm\mu A'$. Depuis cette apparition, en feuilletant chacun des volumes et en observant la présentation des pages, on note une quantité abondante de symboles comme A, A', A'', etc, ainsi que d'équations du type $A = \pm A'$, $A + \mu A' = 0$, $A + \mu A' + \nu A'' = 0$, etc. On note aussi que la combinaison d'équations est linéaire, dans la plupart des cas où les polynômes apparaissent abrégés.

Fig. 4.15 – Julius PLÜCKER.

Il est de consensus entre les spécialistes de l'oeuvre de Plücker que dans ce premier livre, surtout dans le volume I, la méthode par excellence pour le traitement des théorèmes de situation est celle de l'abréviation de polynômes et de la manipulation de symboles. Je vais me concentrer sur deux commentateurs uniquement, j'évoque à nouveau son ancien élève Felix Klein et un des collaborateurs d'une volumineuse encyclopédie biographique du 20ème siècle. Dans le livre de Klein, déjà cité, sur le développement des mathématiques durant le 19ème siècle, on lit que dans la

[125] Bezeichnen wir ferner, der kürze halber $\pm(y - ax - b)$ cosα durch $\pm A$. [PLÜCKER 1828 a, p. 14].

géométrie analytique de Plücker "on évite le calcul autant que possible."[126] Dans le même ordre d'idées, l'historien Werner Burau, dans son entrée *Plücker* publié dans le *Dictionnaire de Biographie Scientifique*, commente les aspects significatifs suivants de sons oeuvre en générale et du traité *Développements de géométrie analytique* en particulier : "les caractéristiques propres de la géométrie analytique de Plücker étaient déjà présentes dans ce travail, autrement dit, les opérations élégantes avec des symboles algébriques qui apparaissent dans les équations des sections coniques et leurs faisceaux. Sa compréhension de la soit-disant lecture des formules, lui a permis d'atteindre des résultats géométriques, évitant des processus d'élimination."[127]

Je termine cette section en montrant un énoncé de quelque chose qui pourrait être considéré comme une *généralisation* d'un principe de combinaison d'équations abrégées. Cet énoncé est apparu entre la publication du premier et du second tome de *Développements de géométrie analytique*, dans un texte du *Journal de Crelle* en août 1829 significativement intitulé *Sur un nouveau principe de géométrie et l'utilisation de symboles généraux et coefficients indeterminés.*[128] Il s'agit d'un texte avec deux grandes sections contenant dix-huit parties numérotées, la partie 1 sert d'introduction, aux parties 2 à 9 composant la section § 1 et les parties 10 à 18 composant la section § 2. Les sections § 1 et § 2 contiennent respectivement les "exemples d'utilisation de symboles généraux et coefficients indéterminés" et les "nouveaux principes de la géométrie de situation".[129] Dans les parties (2), (4) et (5) on observe que Plücker présente des équations du type $a + a' = d$ ou $a + a' = b + b' = c + c'$, dans le corps du texte pour déduire divers corollaires du Théorème de Pascal. Eventuellement il montre dans les notes de bas de pages d'autres équations comme $\mu a + \mu' a' = d$ et d'autres similaires. Dans la partie (10) on trouve l'énoncé en question.

> La stratégie de preuve appliquée dans les numéros (2) et (5), s'étend sur les intersections de lignes droites, que l'on peut décrire plus en détail de la manière suivante. On représente toutes les lignes droites par des équations comme celles-ci : $a = 0$, $b = 0$, etc. Alors on obtient les conditions, sur lesquels un tel théorème se fonde, exprimé par des équations de la forme suivante : $F(a, b, \ldots, \mu, \nu, \ldots) = 0$, dans lesquels μ, ν, ... désignent des coefficients indéterminés, ou, plus correctement, de tels coefficients, que l'on n' a pas besoin de déterminer. Dans les cas des deux numéros cités ci-dessus, on pourrait dispenser de tels coefficients, et les équations correspondantes seraient : $a + a' = b + b' = c + c'$. Alors les relations entre les lignes droites données sont totalement exprimées, et on peut alors exprimer toutes les autres lignes droites, qui sont définies par les intersections des droites données, par des équations de cette forme : $F(a, b, \ldots, \mu, \nu, \ldots) = 0$, où μ, ν, ... désignent les mêmes coefficients que ceux cités ci-dessus. On obtient de cette manière directement les équations des lignes droites, auxquelles l'énoncé du théorème se réfère, et l'on peut alors immédiatement les reconnaître depuis la forme de ces équations. Ceci est rendu suffisamment clair par les exemples exécutés numéros (2) et (4).[130]

[126] [KLEIN 1928, p. 110].
[127] [BURAU 1970, p. 2011].
[128] [PLÜCKER 1829 b].
[129] § 1. Neues Princip der Situations-Geometrie e § 2. Beispiele des Gebrauchs allgemeiner Symbole und unbestimmter Coëfficienten. [PLÜCKER 1829 b, p. 270 e p. 280].
[130] Die in der 2 und 5 Nummer angewendete Beweis-Art, die sich auf alle Sätze über den Durchschnitt von geraden Linien audehnen läfst, können wir allgemein auf folgende Weise näher bezeichnen.

4.4.3 Abréviation de polynômes e combinaison des équations chez les *Annales de Gergonne* (1814 à 1828).

Au long de cette section nous avons déjà étudié les travaux de quatre auteurs (Lamé, Gergonne, Plücker et Bobillier), en montrant dans certains de leurs textes l'occurrence et l'utilisation d'abréviation de polynômes et de combinaison d'équations comme stratégies de démonstration. Le tableau 4.10 résume (partiellement) la discussion présentée jusqu'ici par rapport à ces auteurs . Notez que dans la composition de ce tableau, seuls les textes publiés dans les *Annales de Gergonne* ont été considérés.[131]

Pour obtenir un cadre un peu plus ample, je me suis lancé à la recherche de textes où apparaissent quelques-unes des pratiques associées à la dite *méthode de la notation abrégée*. La principale restriction que j'ai imputé à cette sélection est que les textes listés doivent être tous publiés dans les *Annales de Gergonne*. Ceci élimine de la liste deux textes de Bobillier déjà étudiés antérieurement, et qui furent publiés dans la *Correspondance* de Quetelet,[132] en plus de quelques textes de Plücker.[133] Une fois ces textes listés, nous pouvons en connaître les auteurs, les rubriques éditoriales et la date à laquelle ils ont été publiés et comment les pratiques relatives à la méthode de la notation abrégée apparaissent dans chacun d'eux ; et avec ceci nous pouvons acquérir une meilleure compréhension de l'émergence de l'utilisation de cette méthode pour faire de la géométrie.

Pour saisir ces textes j'ai parcouru toutes les pages du périodique de Gergonne au long de ses 22 années d'existence, ce qui totalise un peu plus de 8100 pages. Dans chaque page j'ai cherché des *traces de la méthode* qui aient des connexions avec les textes déjà étudiés en détail dans les sections antérieures, comme,

a) abréviation de polynômes par des symboles et leur utilisation pour effectuer des

---

Wir stellen alle gegebenen geraden Linien durch Gleichungen wie folgende dar : $a = 0$, $b = 0$, etc. Alsdann erhalten wir die Bedingungen, auf welchen ein solcher Satz beruht, durch Gleichungen von folgender Form ausgedrückt : $F(a\,,\,b\,,\,...\,,\,\mu\,,\,\nu\,,\,...) = 0$, in denen μ, ν, ... unbestimmte Coëfficienten bedeuten, oder, richtiger ausgedrückt, solche Coëfficienten, die wir nicht zu bestimmen brauchen. In den Fällen der beiden angezogenen Nummern könnten wir solche Coëfficienten ganz entbehren, und die entsprechenden Gleichungen wären : $a + a' = b + b' = c + c'$. Alsdann sind also die Beziehungen der gegebenen geraden Linien zu einander vollkommen ausgedrückt, und wir können alle andern geraden Linien, die durch die Durchschnitte der gegebenen bestimmt sind, durch Gleichungen von der Form : $F(a\,,\,b\,,\,...\,,\,\mu\,,\,\nu\,,\,...) = 0$, ausdrücken, in welchen μ, ν, ... dieselben oben vorkommenden Coëfficienten bedeuten. Wir erhalten also auf diese Weise direct die Gleichungen der-jenigen geraden Linien, auf welche sich die Aussage des Satzes bezieht, welche wir alsdann unmittelbar aus der Form dieser Gleichungen erkennen. Die in der 2 und 4 Nummer ausgeführten Beispiele machen dies hinlänglich klar. [PLÜCKER 1829 b, pp. 280-281]. (Passage gentillement traduit de l'allemand pour le français par Julie Litzahn).

[131] Dans le tableau 4.10 n'apparaissent ni les textes [BOBILLIER 24], [BOBILLIER 27] et [BOBILLIER 28] (bien qu'ils aient été publiés dans les *Annales*), ni [BOBILLIER 34], [BOBILLIER 36], [PLÜCKER 1828 a], [PLÜCKER 1829], [PLÜCKER 1831] et [PLÜCKER 1847], analysés dans les sections antérieures. Il est bon de rappeler que ces textes sont vus dans les tableaux 4.8 et 4.9, spécifiquement ciblés sur les travaux de Bobillier et Plücker.

[132] Il s'agit des articles [BOBILLIER 34] et [BOBILLIER 36] commentés dans la section 4.4.1 de cette thèse.

[133] Déjà indiqués dans la note de bas de page antérieure.

calculs,[134]

b) abréviation de polynõmes par des symboles, tout simplement pour énoncer un principe,[135]

c) énoncés de quelques principes de combinaison d'équations et/ou de lieux géométriques,[136]

d) combinaison linéaire avec des coefficients constants d'équations algébriques explicites.[137]

Le résultat de ce processus sélectif peut être consulté dans le tableau 4.5 qui liste en ordre chronologique les textes des *Annales de Gergonne* qui apportent des contributions aux pratiques qui convergent vers la méthode de la notation abrégée. En principe l'échantillon obtenu parait décevant car très petit : seulement 23 interventions ont été trouvées (incluant les textes déjà étudiés et commentés dans les sections antérieures). Malgré cela, un regard global sur l'ensemble des textes permet de conclure des choses intéressantes. A partir du comptage de fréquences de certaines données collectées il est possible d'identifier *quand* la notation abrégée a été établie, *qui* l'a fait, et à quelle *rubrique éditoriale* sert cette stratégie de démonstration. Les dates de publication, la présentation des auteurs et les rubriques sous lesquelles les 23 textes apparaissent sont présentés dans les tableaux 4.3, 4.4, 4.6 et 4.7.

Occurrence de la notation abrégée dans chacun des textes sélectionnés.

Avant d'analyser globalement l'ensemble des 23 textes listés dans le tableau 4.5, je veux souligner les apparitions qui ont été trouvées dans chacun d'eux (à part, bien entendu, ceux qui ont déjà été mentionnés ou étudiés en détails dans les sections antérieures).

La référence la plus ancienne dans les *Annales de Gergonne*, à un principe de combinaison d'équations de lieux géométriques, apparaît dans un article de septembre de 1814.[138] Il s'agit d'un texte de cinq pages, écrit par quelqu'un identifié seulement comme "un abonné". Le travail offre la démonstration de 2 théorèmes (chacun avec un corollaire), les deux étant proposés dans le livraison de trois mois auparavant comme exercice à résoudre. Dans la première page, après avoir présenté deux équations polynomiales de second degré à deux variables, l'auteur anonyme informe qu'"il est connu que, lorsque deux courbes sont rapportées aux mêmes axes, toute combinaison de leurs équations appartient à une troisième courbe qui coupe chacune d'elles aux mêmes points où elles se coupent elles-mêmes."[139] Ensuite, il exécute un processus d'élimination typique :[140] il multiplie chacune des équations présentées antérieurement par des constantes bien choisies, de manière qu'en les additionnant,

[134] Comme par exemple, dans [BOBILLIER 09], voir section 4.2.3.
[135] Comme dans [BOBILLIER 34], voir section 4.4.1.
[136] Comme dans [LAMÉ 1818], voir section 4.2.1.
[137] Comme dans [LAMÉ 1818], voir section 4.2.1.
[138] [ANONYME 1814].
[139] [ANONYME 1814, pp. 88-89].
[140] De nos jours nos livres didactiques d'algèbre linéaire ou de géométrie analytique appelleraient ceci *échelonner*.

apparaisse une nouvelle équation avec des coefficients adéquats au problème qui a été discuté.

Les références suivantes sont trois notes de Gergonne : une d'avril 1817 dans un texte de Vecten, la seconde en septembre de 1820 dans un texte de Cauchy et la troisième en septembre 1824, complétant un texte de Querret.[141] Dans les trois participations, Gergonne donne le même argument que : si trois droites sont telles que les équations de deux d'entre elles *comportent* toujours l'équation de la troisième, alors les trois droites sont concourantes en un même point. Nous rappellons que la curieuse expression *comporter*, dans le vocabulaire de Gergonne, signifie que nous pouvons obtenir la troisième équation à partir d'une combinaison (généralement linéaire) des deux autres équations. Particulièrement dans la première de ces trois notes, Gergonne donne exactement le même argument et déduit le même résultat que Plücker va reprendre dix ans plus tard, dans l'ouverture d'un de ses textes ;[142] mais ici cet argument va servir comme une apologie à la géométrie analytique en contraste avec une géométrie dite "pure". Nous voyons dans le déroulement de son texte, que Vecten énonce le résultat connu suivant : *les trois cordes communes de trois cercles qui se coupent deux à deux concourent en un même point* ; mais il se plaint que la démonstration de ce théorème ne soit pas vraiment satisfaisante, sauf dans le cas dans lequel les trois cercles sont réellement sécants entre eux. A cette plainte, Gergonne répond que

> M. Vecten veut sans doute parler ici de la démonstration *géométrique* du théorème ; car, pour sa démonstration analitique, elle se réduit simplement à remarquer que, si $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ sont les équations de trois cercles, $A - B = 0$, $B - C = 0$, $C - A = 0$ seront les équations de leurs cordes communes deux à deux, et que chacune de ces trois dernières équations est comportée par les deux autres. Cette démonstration, qui ne souffre aucune exception, s'étend même au cas où les cercles ne se coupent pas. Elle s'applique avec une égale facilité à trois cercles d'une sphère et à quatre sphères dans l'espace.[143]

Notez que la méthode analytique réduit une démonstration "non satisfaisante" (selon les critères de Vecten) à une "simple observation" (selon les critères de Gergonne). Cette démonstration en particulier – simple manipulation de polynômes abrégés – est suffisante pour couvrir tous les cas en question (car elle "ne souffre aucune exception"), en plus d'être facilement extensible à des situations analogues.

Entrant dans la période de plus grande évidence des pratiques liées à la méthode de notation abrégée, apparaît en 1826 le *Mémoire sur les lignes de second ordre* de Sturm, publié en deux parties, en mars et décembre de cette année.[144] Dans son travail, Sturm étudie les propriétés des systèmes de coniques fixées en quatre points communs. Il fournit une théorie purement analytique pour les pôles et polaires, déduit certaines versions du Théorème de l'Involution de Desargues et développe des propriétés de faisceaux linéaires de coniques, entre autres choses. Il est bon de rappeler que les

[141] [VECTEN 1817], [CAUCHY 1820] et [QUERRET et GERGONNE 1824].
[142] Il s'agit de l'article [PLÜCKER 1827], déjè étudié dans la section 4.2.4 de cette thèse.
[143] [VECTEN 1817, p. 322].
[144] [STURM 1826 a] et [STURM 1826 b].

systèmes de coniques fixées en quatre points sont également un sujet d'étude du second texte de Bobillier sous la rubrique philosophie mathématique.[145] C'est dans le contexte de la démonstration de Bobillier pour le Théorème de l'Involution de Desargues que nous trouvons les références de Gergonne aux textes de Sturm et à ses propres notes de bas de pages. Les similarités aussi bien que les légères différences entre les démonstrations de Bobillier, Gergonne et Sturm ont déjà été soulignées dans ce travail.[146]

L'apparition suivante de la méthode de notation abrégée survient dans le *Mémoire sur les propriétés de systèmes de sections coniques, situées dans un même plan*, un texte de Chasles d'avril 1828.[147] Le mémoire n'est pas très long, il occupe presque vingt-cinq pages, il est divisé en 46 paragraphes numérotés et regroupés en cinq sections. Ce texte, classé sous la rubrique géométrie de situation par l'éditeur, traite des propriétés de paires de coniques qui sont *homothétiques*, c'est-à-dire, qui sont semblables et semblablement situées dans un plan. Deux coniques (éllipses ou hyperboles) sont *semblables* quand elles admettent un système de diamètres conjugués similaires. Nous disons aussi que deux coniques semblables sont *semblablement situées* quand ces systèmes de diamètres conjugués sont parallèles entre eux. Chasles généralise certaines notions relatives aux paires de cercles, comme les axes radicaux, centres de similitude, etc. pour le cas de paire de coniques, qu'elles soient homothétiques ou pas. Dans cet article, en particulier, on definit les *axes de symptose* comme le concept qui généralise les axes radicaux quand on passe d'une paire de cercles à une paire de coniques quelconques. Dans le texte, l'auteur cite plusieurs fois Poncelet, ses travaux, et plus particulièrement le *Traité des propriétés projectives des figures*.

Dans ce mémoire de Chasles, qui est principalement synthétique, il y a seulement un paragraphe dans lequel l'argument est présenté de façon analytique : il s'agit du paragraphe 25, qui commence de manière significative par l'expression "algébriquement parlant , etc". L'auteur prétend montrer l'existence de trois paires d'axes de symptose pour chaque système de deux coniques homothétiques. C'est ici que Chasles non seulement énonce un principe de combinaison d'équations, mais le fait également en utilisant des polynômes abrégés :

> Soient $M = 0$, $M' = 0$ les équations des deux courbes [sections coniques] ; l'équation commune à toutes coniques passant par les quatre mêmes points sera $M + \lambda M' = 0$; et s'agira de déterminer λ de telle sorte que le premier membre de cette dernière équation se décompose en deux facteurs rationnels du premier dégré ce qui conduira à une équation du troisième degré en λ.[148]

Bien que la *recette analytique*, montrée par le géomètre, paraisse simple, du point de vue d'une géométrie, disons, pure, il n'est pas toujours simple de construire graphiquement ces paires d'axes de symptose, en considérant que quelques éléments imaginaires et/ou infinis surgissent toujours dans ces configurations.[149]

[145] [BOBILLIER 26].
[146] Consultez la section 4.3.2 de cette thèse.
[147] [CHASLES 1828 b].
[148] [CHASLES 1828 b, pp. 288-289].
[149] On peut montrer qu'un système d'hyperboles homothétiques admet toujours une droite sécante

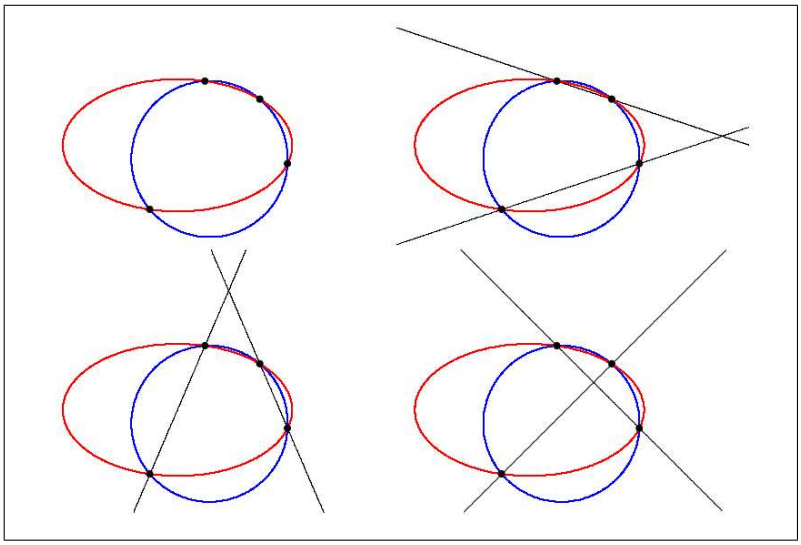


FIG. 4.16 – Deux coniques (non-homothétiques) et leurs paires d'axes de symptose.

La prochaine intervention est un *complément* au texte le plus célèbre de Bobillier que Gergonne a inséré comme une note de bas de page très longue (d'une *longueur* de trois "demi-pages") dans un article de Chasles intitulé *Démonstration de quelques propriétés du triangle, de l'angle trièdre et du tétraèdre, considérés par rapport aux lignes et surfaces de second ordre.*[150] Soit dit en passant, que le mot "complément" est utilisé par l'éditeur lui même dans la première phrase de sa note. Cette intervention est apparue en septembre 1828, quatre mois après que Bobillier ait démontré des résultats impliquant une paire de tétraèdres, l'un inscrit et l'autre circonscrit à une surface de second degré, ainsi que les conditions pour que quatre droites appartiennent à une quadrique.[151] Comme cela a déjà été indiqué, ce théorème a été l'objet de contestation de la part de Gergonne dans une longue note de bas de page publiée en annexe au texte de Bobillier, en mai 1828.[152] Dans un petit article de juillet, Gergonne reconnaît avoir eu tort par rapport à ces contestations et tente de se corriger. Il informe aussi avoir été corrigé par Bobillier, Steiner et Chasles entre temps.[153] Malgré ceci, l'éditeur zélé parait ne pas être totalement convaincu que l'énoncé de Bobillier soit le meilleur résultat que l'on puisse obtenir dans le cadre des hypothèses proposées. En septembre, dans son article, Chasles reprend ledit théorème avec un énoncé légèrement modifié. Il est bon de noter qu'en général dans l'article de Chasles, et pour ce théorème en particulier, la stratégie de notation abrégée n'apparaît pas une seule fois. Mais l'énoncé de Chasles inspire la note de bas de page de Gergonne.

commune à l'infini ; tandis qu'un systme d'éllipses homothétiques possède toujours au moins une paire de points communs qui sont imaginaires et sont dans l'infini. Ceci empêche le tracé d'un dessin *réel* pour tous les axes de symptose de deux coniques homothétiques. De tels résultats sont discutés et connus par Poncelet depuis son traité de 1822. Pour plus de détails, consultez [NABONNAND 2006, p.66].

[150] [CHASLES 1828 f].

[151] Il s'agit du théorème de la Section III de [BOBILLIER 25], qui a été étudié en détail dans la section 4.3.1 de cette thèse.

[152] [BOBILLIER 25, pp. 336-338].

[153] [GERGONNE 1828 a].

Celle-ci, au contraire, est pleine de notations abrégées. Plus que cela, l'éditeur des *Annales* reprend, significativement, exactement la même notation que Bobillier, il répète quelques équations qui sont apparues dans l'édition de mai, et *complète* l'essai de Bobillier, en offrant les nouvelles équations qui décrivent les éléments soulevés dans l'énoncé de Chasles.

Le dernier des textes du tableau 4.5, dont nous allons parler maintenant, est encore une intervention de Gergonne dans une note de bas de page. Cette fois ci il s'agit d'un commentaire sur l'article *Recherches sur les surfaces algébriques de tous les degrés* de Plücker publié en novembre 1828.[154] Pour un des corollaires du texte principal du géomètre allemand, l'éditeur met en évidence une version "fort analogue" à ce résultat, publié dans le *Journal de Crelle* : *toutes les surfaces du second ordre qui passent par sept des huit sommets d'un hexaèdre, passent aussi par le huitième et lui sont conséquemment circonscrites.* Malgré le fait qu'il y a déjà une démonstration plus générale dans le texte de Plücker, et deux autres démonstrations dans le *Journal de Crelle* (une de Steiner et une autre d'un anonyme), Gergonne offre une quatrième démonstration car il considère qu'elle soit "assez simplement établie".[155] En effet, la démonstration est vraiment simple. Soit les six plans qui composent l'hexaèdre en trois paires de côtés opposés, chaque paire ayant une équation (du second degré) $M = 0$, $M' = 0$ et $M'' = 0$. Alors l'équation $\mu M + \mu' M' + M'' = 0$ représente toutes les surfaces du second degré contenant les huit sommets de la figure. En observant que sept des sommets d'un hexaèdre déterminent le huitième, le résultat s'en suit.

Vision globale de l'ensemble des textes sélectionnés.

Maintenant je prétends analyser globalement l'ensemble des 23 textes listés dans le tableau 4.5. Dans l'analyse globale de cet échantillon de textes, je mets l'"année de publication" en évidence comme le premier élément. Consultez le tableau 4.3, qui compte la quantité de textes au long des années, la première chose qui saute aux yeux est que dix des vingt-trois textes sont publiés durant l'année 1828. Et si nous concentrons notre attention sur les années 1826 à 1828, nous voyons qu'un peu plus des trois quarts de l'échantillon se trouvent dans cette fourchette, qui (peut être pas par hasard) coïncide avec la période productive des recherches mathématiques de Bobillier. Nous rappellons que 1828 est la date de publication du volume 1 du premier traité de Plücker, les *Développements de g'eométrie analytique*, ce qui, en plus de la déduction faite dans le tableau 4.3, permet d'établir l'année 1828 comme l'année de *la floraison* de la méthode de la notation abrégée.

Le tableau 4.4 présente les auteurs qui ont contribué à l'établissement de cette méthode. La petite liste comptabilise seulement sept géomètres dans les *Annales de Gergonne*. Nous observons que l'auteur avec la plus grande quantité d'interventions est "Gergonne (éditeur)", c'est-à-dire, le personage Gergonne qui écrit des notes de bas de pages.[156] Si nous ignorions cet auteur et prenions en compte seulement les

[154] Il s'agit de [PLÜCKER 1828 c] déjà commenté dans la section 4.2.4 de cette thèse.
[155] [PLÜCKER 1828 c, p. 133].
[156] Ce "personage" est presenté dans la section 3.5.1 de cette thèse.

textes principaux, nous verrions alors que Bobillier a fait la plus grande quantité de contributions à la méthode, ce dernier a rédigé six des vingt-trois articles de la liste. Nous ne pouvons pas oublier de mentionner le fait que le troisième auteur de cette liste soit Plücker. Par conséquent, nous pouvons conclure que la méthode de la notation abrégée, à ses début, est effectivement une méthode de Gergonne, Bobillier et Plücker.

Quant aux rubriques éditoriales, le tableau 4.6 comptabilise seulement la rubrique principale de chaque texte de l'ensemble analysé, tandis que le tableau 4.7 comptabilise les mêmes rubriques et les alternatives. Nous rappellons que je considère comme *rubrique principale* celle qui apparaît sur la première page de l'article, alors que les rubriques alternatives, lorsqu'elles existent, sont les autres rubriques que l'éditeur impute au même texte et qui apparaissent normalement dans les *tables de matières* des périodiques. De plus, particulièrement dans la liste que nous étudions, j'ai moi-même classé les "notes de bas de pages" comme une rubrique en soi-même. Tandis que je compte comme alternatives les rubriques imputées par l'éditeur, au texte duquel la note est tirée.[157] Bien que nous ayons deux tableaux, le résultat est le même, à savoir, que la méthode de la notation abrégée est une méthode insérée dans les disciplines de géométrie analytique ou de géométrie de situation, ce à quoi nous pouvions nous attendre.

Avant de continuer, il est bon de souligner encore une fois la sophistication du premier des deux textes de Bobillier sous la rubrique philosophie mathématique.[158] Lorsque j'ai analysé l'ensemble des huit textes de Bobillier, qui contiennent des notations abrégées,[159] j'avais déjà mis en évidence les principales qualités de cet article dans cet ensemble : l'insistance à faire référence à tous les éléments de la configuration géométrique par rapport à trois droites initialement données, et la symétrie dans l'écriture de chaque équation représentant ces éléments. Maintenant nous considèrons ce même article dans un ensemble contenant 22 autres textes, mais il reste le seul et l'unique à avoir cette caractéristique innovatrice. D'après l'historien Jean Daniel Voelke,[160] Plücker aurait cité le texte [BOBILLIER 25] dans un de ses premiers travaux sur les coordonnées homogènes, et par conséquent, il est raisonnable de supposer que Plücker ait été inspiré par l'essai de Bobillier pour inventer son système de coordonnées, outil qui a ensuite été amplement utilisé en géométrie analytique durant le 19ème siècle. Ainsi, en réutilisant la métaphore de la *floraison* que j'ai utilisée il y a quelques paragraphes, il ne serait pas du tout déraisonnable de dire que Lamé a apporté les graines (en 1817/1818) de la méthode de la notation abrégée, que Gergonne a préparé le terrain et Bobiller les a fait fleurir (1826/1828), mais ce fut Plücker qui en cueillit les meilleurs fruits (à partir de 1828).

[157] Sur la façon de compter des notes de bas de pages parmi les rubriques, consultez la section 3.5.1 de cette thèse.

[158] Il s'agit encore une fois du texte [BOBILLIER 25] toujours commenté. Consultez dans la section 4.3.1 une étude minutieuse de cette article.

[159] Consultez la section 4.4.1 de cette thèse.

[160] [VOELKE 2010, p. 223].

Les différentes versions d'un *Principe de la Notation Abregée*.

Il y a une caractéristique commune entre les sept auteurs listés dans le tableau 4.4 et qui mérite d'être soulignée : chacun d'eux, dans certaines de leurs interventions, a énoncé un principe de combinaison d'équations de lieux géométriques. Voici ci-dessous quelques-uns de ces énoncés, un de chaque auteur. Bien que certains aient déjà été cités dans d'autres passages de ce travail, les énoncer ici à nouveau, tous ensembles, nous permet de mieux comprendre le significat de ces principes, leurs utilisations et leurs évolutions.

Version anonyme (1814). Il est connu que, lorsque deux courbes sont rapportées aux mêmes axes, toute combinaison de leurs équations appartient à une troisième courbe qui coupe chacune d'elles aux mêmes points où elles se coupent elles-mêmes.[161]

Version de Lamé (1818). Si l'on combine les équations de deux lieux géométriques d'une manière quelconque, l'équation résultante exprime un troisième lieu géométrique, sur lequel se trouve l'intersection des deux premiers.[162]

Version de Sturm (1826). Supposons qu'une troisième ligne (c''), d'un ordre quelconque, tracée sur le plan de deux premières (c), (c'), et rapportée aux mêmes axes, soit exprimée par une équation à laquelle satisfassent les coordonnées, soit réelles soit imaginaires, de chacun des points d'intersection des courbes (c), (c') ; nous dirons alors que cette courbe (c'') passe par les points d'intersection des deux premières (c), (c'). Il est visible que toute équation qu'on peut former par une combinaison des équations (c), (c') exprime une telle courbe.[163]

Version de Gergonne (1827). Considérons deux lignes du $m^{iéme}$ ordre, situées dans un même plan, rapportées aux mêmes axes quelconques, et ayant respectivement pour équations rationnelles, en x e y, $M = 0$ et $M' = 0$. (...) Soit représentée par λ une constante indéterminée, et soit posée l'équation $\lambda M + M' = 0$; chacune de nos trois équations sera évidemment comportée par les deux autres, quel que soit λ ; de sorte que, de quelque manière qu'on les combine deux à deux, elles donneront exactement les mêmes systèmes de valeurs pour x et y. (...) Réciproquement, toute ligne qui coupera une quelconque des deux proposées précisément en tous et seuls points où elle est coupée par l'autre, ne pourra être qu'une ligne du $m^{iéme}$ ordre dont l'équation soit comportée par les équations $M = 0$ et $M' = 0$; cette équation devra donc être un cas particulier de l'équation $\lambda M + M' = 0$ (...) par une détermination convenable de la constante arbitraire λ.[164]

Version de Chasles (1828). Soient $M = 0$, $M' = 0$ les équations des deux [sections coniques] ; l'équation commune à toutes coniques passant par les quatre mêmes points sera $M + \lambda M' = 0$.[165]

[161] [ANONYME 1814, pp. 88-89].
[162] [LAMÉ 1818, p. 28].
[163] [STURM 1826 a, p. 266].
[164] [GERGONNE 1827 a, pp. 218-219].
[165] [CHASLES 1828 b, p. 288].

Version de Plücker (1828). Si, en effet, on représent par $M = 0$, $M' = 0$, les équations de ces deux courbes, l'équation du même degré $\mu M + M' = 0$, dans laquelle μ est supposé un coefficient constant indeterminé, exprimera une infinité d'autres courbes du $m^{iéme}$ degré, passant par les m^2 points d'intersection de deux premières.[166]

Version de Bobillier (1828). Soit μ une constante indeterminée, et soient deux courbes du $m^{iéme}$ données par les equations $M' = 0$, $M'' = 0$; l'équation gémérale des courbes de ce degré passant par leurs intersections sera, comme l'on sait, $M' + \mu M'' = 0$.[167]

Un coup d'oeil sur l'ensemble de *principes* énoncés ci-dessus est plus que suffisant pour convaincre que la méthode de la notation abrégée est la méthode par excellence pour faire de la géométrie de situation. Il suffit d'observer que tous les principes énoncés s'inscrivent dans un des résultats typiques de cette géométrie : le concours de "nombreuses" courbes sur "peu" de points. Cette observation corrobore ce que nous avons déjà obtenu au paravent, lors du comptage des rubriques listées dans les tableaux 4.6 et 4.7.

Tant dans l'aspect de l'*abréviation* que dans la *combinaison* de polynômes, les énoncés de 1814 et 1817 (respectivement celui d'un anonyme et celui de Lamé) sont des énoncés, nous dirons, encore naïfs, comparés aux autres. L'énoncé de Sturm de 1826 progresse déjà dans l'abréviation, mais pas en ce qui concerne la combinaison. Alors que les quatre derniers énoncés se présentent de forrme plus précise dans les deux aspects. Voyons mieux cela. En faisant attention à l'aspect de l'*abréviation* des notations, nous observons initialement que les énoncés de Lamé et de son prédécesseur anonyme sont complètement discursifs, sans utiliser aucun symbole, alors que dans les autres énoncés, des symboles apparaissent dans le corps du texte. Chez Sturm, les symboles utilisés ne dénotent pas directement de polynômes, mais les lieux géométriques en question. Chez Gergonne, Chasles, Plücker et Bobillier, les symboles utilisés représentent déjà des polynômes abrégés. Curieusement, dans ces quatre derniers énoncés, les symboles sont presque exactement les mêmes : des lettres M's (avec d'éventuels ajouts de prime) abrégeant les polynômes et les lettres grecques (λ ou μ) pour les constantes indéterminées. Quant à l'aspect de *combinaison* d'équations, les énoncés de Sturm, de Lamé et de son prédécesseur ne précisent pas clairement comment cela devrait être. Notez que dans les trois extraits, les auteurs utilisent l'instruction de "combinaison quelconque". D'autre part, dans les quatre énoncés de 1827/1828, les auteurs n'utilisent pas le mot "combinaison", mais écrivent directement les équations avec des polynômes combinés linéairement ($\lambda M + M' = 0$, $M' + \mu M'' = 0$, etc...). L'imprécision d'une "combinaison quelconque" est éliminée dans ces extraits en faveur d'un énoncé plus directe. Il est bon de rappeler que dans 20 des 23 textes de la liste 4.5, l'unique type de combinaison qui est utilisé, est effectivement linéaire (ceci incluant même les textes de l'anonyme, celui de Lamé et celui de Sturm). Les rares textes où nous trouvons des combinaisons linéaires et non linéaires sont [GERGONNE 1827 a], [BOBILLIER 25] et [BOBILLIER 26].

Nous verrons dans la section suivante, qui conclut cette étude de la notation abrégée, l'énoncé du théorème de Max Noether (1873), un théorème classique de la

[166] [PLÜCKER 1828 b, p. 99].
[167] [BOBILLIER 27, p. 111].

géométrie algébrique moderne et qui en quelque sorte peut être considéré comme un *héritier* des principes de notation abrégée ici discutés.

4.5 Pour conclure ce chapitre.

4.5.1 Quelques aspects de la méthode de la notation abregée après les années 1830.

Dans cette section je commente brièvement quelques développements postérieurs de ladite *méthode de la notation abrégée*. Je prétends montrer un article de 1844, peut être un des premiers, dans lequel les pratiques autour de la notation abrégée sont effectivement comprises comme une *méthode* de démonstration et de recherche. C'est aussi dans cet article de 1844 que l'on associe pour la première fois – dans la mesure où j'ai pu le vérifier – les noms des géomètres Lamé, Bobillier et Plücker à ces pratiques. Bien que la méthode en 1844 ait déjà ses *paternités*, ce n'est pas encore à ce moment qu'elle gagne son nom. L'apparition la plus ancienne que j'ai pu trouver pour la nomenclature *méthode de la notation abrégée* est de 1855, dans un livre de George Salmon. Je présente une hypothèse qui peut expliquer la possible apparition et la raison de ce nom. Enfin, je présente l'énoncé d'un théorème considéré comme un des piliers de la géométrie algébrique au 20ème siècle. Il s'agit du Théorème Fondamental de Max Noether, de 1873, qui, comme nous allons le voir, peut être compris comme un *héritier* des énoncés des *principes de la notation abrégée*, listés et analysés dans la section antérieure.

1844 : "La méthode dont M. Plücker, à l'instar de MM Bobillier, Lamé, etc, fait usage, consiste à..."

Les deux articles examinés ici sont publiés dans le journal *Nouvelles Annales*. Ce périodique a été créé en 1842 par les professeurs Orly Terquem (1782-1862) et Camille Christophe Gerono (1799-1891) ; et avait pour cible un public bien définit (conformément à ce qu'on lit dans le sous-titre des fascicules) "Nouvelles Annales de Mathématiques, journal des candidats aux écoles Polytechnique et Normale".

En 1844, Finck a publié dans les *Nouvelles Annales* un article intitulé *Note sur une nouvelle méthode de géométrie analytique*.[168] Dans ce petit article de huit pages, l'auteur se pose ouvertement comme promoteur enthousiaste des nouvelles méthodes de géométrie analytique développées par Plücker au début des années 1830. En outre, l'expression *nouvelle méthode* apparaît plusieurs fois tout au long de l'article, à commencer par le titre. Finck n'est pas avare en éloges sur ces méthodes en comparaison aux anciennes, qu'il qualifie de prolixes. Il en arrive à se lamenter que de telles nouvelles méthodes ne soient pas déjà insérées dans les salles de classe et dans les livres scolaires. Pour le reste, il parait vraiment que Finck est un admirateur

[168] L'article en question est [FINCK 1844 a]. Souvenons-nous que Finck est co-auteur de [BOBILLIER 02].

inconditionnel de Plücker, car dans divers passages il aligne le mathématicien allemand à d'autres noms, comme dans une généalogie, dans laquelle sont cités des mathématiciens consacrés des siècles antérieurs comme Descartes, Euler et Newton.

Du point de vue de la notation abrégée, dans son argumentation Finck utilise des lettres p, q, a, b, etc, pour représenter des fonctions linéaires à deux variables du type $Ax+By+C$ et ensuite manipule ces lettres en combinaisons (non linéaires) qui fournissent des équations (de courbes) de 2ème et 3ème degrés. Enfin il met l'accent sur le fait que cette "analyse à peu près sans calcul" est le grand avantage de cette méthode.[169]

Cependant, cet avantage célébré par Finck ne reçoit pas l'adhésion immédiate d'Orly Terquem, éditeur des *Nouvelles Annales*. Dans une discrète, mais provocante, note de bas de page insérée dans une des équations manipulées par Finck, Terquem note qu'"en admettant ce genre d'équations à priori sans demonstration, il me semble qu'on esquive les calculs : on ne les evite pas. Les resultats sont connus d'avance et on s'arrange de manière a les obtenir."[170] On observe que ce commentaire de Terquem met en doute la généralité alléguée des méthodes de Plücker desquelles Finck se fait le défenseur.

La provocation de Terquem a fait son effet, car quelques mois plus tard, toujours en 1844, Finck publie sa *Réponse aux notes des pages 148, 149*.[171] Dans le nouveau texte, Finck commence en argumentant que la généralité questionnée par Terquem ne se perd pas dans les nouvelles méthodes. Pour ceci, il répète une démonstration faite dans l'article antérieur, cette fois ci sans abréger les polynômes de 1er degré, de plus il les combine encore en équations de 2ème et 3ème degrés conformément au cas. Dans la séquence il exhibe deux démonstrations analytiques pour un même résultat géométrique. La première est longue et les calculs sont faits avec tous les polynômes impliqués écrits explicitement. La seconde est courte et les calculs sont faits avec des manipulations de polynômes abrégés. La dernière phrase de l'article est coquine : "En faut-il davantage pour convaincre ?"[172]

La réponse de Terquem apparaît dans une note (cette fois ci un peu plus longue) insérée dans le même article, immédiatement après la question finale de Finck.

> Oui, Il faut davantage. La méthode dont M. Plücker, à l'instar de MM Bobillier, Lamé, etc, fait usage, consiste à identifier une équation donnée avec une équation de même degré, mais d'une autre forme, à l'aide d'un certain nombre de constantes arbitraires ; pourvu qu'on ait autant d'équations que de constantes arbitraires, cette identification est possible, analytiquement parlant.[173]

Et il poursuit la note, en insistant que la méthode défendue par Finck n'est pas si simplificatrice, qu'il y a certaines subtilités qui doivent être établies avant d'appliquer la méthode, et que la résolution de ces subtilités serait "assez épineuse" au point de "faire disparaître l'avantage de la simplicité [de cette méthode]".[174]

[169] [FINCK 1844 a, p. 149].
[170] [FINCK 1844 a, p. 149].
[171] [FINCK 1844 b].
[172] [FINCK 1844 b, p. 403].
[173] [FINCK 1844 b, p. 403].
[174] [FINCK 1844 b, p. 404].

Indépendamment de ce qui est *mathématiquement* correcte, et en laissant de côté l'espièglerie de Finck et les "épines" de Terquem ; ce qui importe pour notre étude est la suite des trois noms que l'éditeur des *Nouvelles Annales* énonce dans l'ouverture de sa réponse : Lamé, Bobillier et Plücker, dans cet ordre. Si d'un côté la question autour de la mathématique de la méthode est une discussion qui devra encore être entreprise ; d'un autre côté, les responsables pour l'élaboration de la méthode est quelque chose d'indubitable pour Terquem. Comme ceci, la méthode de la notation abrégée (qui n'est pas encore appelée ainsi dans l'article) ne doit pas être imputée seulement à Plücker (comme souligné par Finck), mais aussi à Bobillier et à Lamé.

Paternité, nom et usages de la méthode de la notation abregée.

A ce stade de l'analyse des faits, une question s'impose. Pourquoi évoquer les noms de Plücker, Bobillier et Lamé ? Plus exactement, pourquoi évoquer Lamé comme un des créateurs de la notation abrégée ? Nous avons vu dans la section antérieure, en listant les auteurs des *Annales de Gergonne* qui ont contribué à l'élaboration de la méthode, les noms qui surviennent les plus fréquemment étaient, par ordre de quantité d'interventions, Gergonne, Bobillier et Plücker. Donc il y a un accord sur deux des trois noms entre l'évocation de Terquem et mon comptage.

Il ne nous reste plus qu'à nous demander : pourquoi oublier Gergonne et se souvenir de Lamé ? Voici mon hypothèse. L'oubli du nom de Gergonne associé à la méthode de notation abrégée c'est justement parce que la plupart de ses contributions directes sur le sujet apparaissent *derrière la scène*, c'est-à-dire, dans les notes de bas de pages insérées dans des textes d'autres auteurs. Ainsi, il devient difficile de repérer, d'évaluer et de se souvenir de cette contribution. Quant au rappel du nom de Lamé, mon hypothèse passe par une explication moins mathématique, mais plus institutionnelle. Depuis 1832, et pour plus de 30 ans, Lamé a été professeur dans la prestigieuse École Polytechnique de Paris. Notez que c'est Orly Terquem qui se souvient de Lamé, qui est quelqu'un qui s'intéresse pour les thèmes autour de l'École Polytechnique. Premièrement en tant qu'ancien élève (il est de la promotion de X1801). Et deuxièmement, en tant qu'éditeur d'un journal ayant exactement pour cible un public d'étudiants intéressés aux mathématiques à un niveau préparatoire pour les *grandes écoles* (l'EP étant une d'elles) .

Quant à la dénomination de la méthode, il est bon de rappeler une fois de plus que les expressions *méthode de la notation abrégée* ou *principe de la notation abrégée* n'apparaissent pas dans les textes de Lamé, ni dans ceux de Bobillier, Gergonne ou Plücker. Elles n'apparaissent pas non plus dans aucune des plus de huit mille pages des *Annales de Gergonne*, à l'exception d'une "fausse piste". Plus clairement, la seule fois où l'expression *notation abrégée* apparaît dans toutes les *Annales*, est dans la première page d'un article contenant trois exercices résolus par Lenthéric.[175] L'occurrence de l'expression arrive dans un contexte qui ne se réfère absolument en rien aux pratiques examinées dans cette thèse.

[175] Le texte est [LENTHERIC 1825]. Nous rappelons que Lenthéric est co-auteur de Bobillier dans les textes [BOBILLIER 06], [BOBILLIER 08] et [BOBILLIER 41].

Pour l'expression *notation abrégée* signifiant ce qui nous intéresse, l'apparition la plus ancienne que j'ai pu retracer est de 1855, dans la troisième édition du *Traité des Sections Coniques* de Salmon.[176] La première édition du livre est de 1848, mais comme je n'ai pas réussi à y accéder, je n'ai pas pu la comparer avec la troisième, présentée comme "revue et augmentée". En tout cas, dans l'édition datée de 1855 il n'y a pas moins de trois chapitres entiers dédiés à la méthode de la notation abrégée, maintenant dûment nommée : les chapitres IV, VIII et XIV, tous les trois intitulés *Notation abrégée*, traitent de la méthode appliquée respectivement à l'étude des droites, des cercles et des sections coniques.

Si nous prenons en compte la date à laquelle cette dénomination pour la méthode a surgit (fin des années 1840 et début des années 1850) et le prestige du professeur Lamé à cette époque ; nous pouvons supposer que ce nom est apparu inspiré d'un paragraphe intitulé *Notations* de son ancien livre juvénile, *Examen des différentes méthodes* de 1818, dont la phrase d'ouverture suggère : "Dans le calcul, il faut toujours choisir les notations les plus avantageuses ; soit pour aider la mémoire, soit pour abréger les éliminations."[177]

Le Théorème Fondamental de Max Noether (1873).

Je conclus ces considérations sur la méthode de notation abrégée en montrant un théorème considéré comme important pour la géométrie algébrique moderne. Il s'agit du célèbre *Théorème Fondamental de Max Noether*, de 1873. Ce théorème a sa place dans cette discussion que nous avons suivie jusqu'ici, car d'une certaine forme il est l'*héritier* des principes de notation abrégée. Dit plus clairement, ce que les énoncés listés dans la section antérieure ont en commun avec le TFMN, est que toutes les propositions traitent des courbes qui passent exactement par les points d'intersection de deux autres courbes déjà données.

Max Noether (1844-1921) est un géomètre allemand spécialisé en géométrie algébrique, et il est considéré comme un des fondateurs (à la fin du 19ème siècle) de cette discipline telle qu'elle est présentée au 20ème siècle.[178] Durant sa carrière il était lié aux universités de Heidelberg et de Erlangen. La plus grande partie de son travail traite de recherches qui décrivent et classifient les courbes algébriques dans le plan et dans l'espace. Pour sa production sur ce sujet, il a été remercié avec le *Prix Steiner* en 1882.[179] Selon l'historien Julian Coolidge, dans son livre *Histoire des méthodes*

[176] Il s'agit de [SALMON 1855]. Ce livre, aussi bien qu'une version du principe de la notation abrégée que nous pouvons trouver dans celui-ci, ont déjà été mentionnés, dans cette thèse dans la section 4.1.

[177] [LAMÉ 1818, § 18, p. 26].

[178] Bien que Max Noether ait été, lui-même, un mathématicien de grande réputation, le nom "Noether" qui apparaît abondamment dans la littérature mathématique du 20ème siècle (en géométrie algébrique, et plus encore en algèbre commutative), est du à sa fille Emmy Noether (1882-1935). Emmy a été une des premières femmes à atteindre un poste de professeur et chercheuse dans une université allemande. Elle est de la même génération que David Hilbert, qui avait beaucoup d'admiration (publiquement déclarée) pour les mathématiques qu'Emmy Noether produisait. Pour plus d'informations sur Noether et Noether, père et fille, consultez l'article [GRAY 1997].

[179] L'édition de 1882 du *Prix Steiner*, concédée par l'Académie des Sciences de Prusse a été partagée

géométriques,[180] cela a été exactement pour sauver un principe aussi fertile que celui de la notation abrégée, en y ajoutant des améliorations et des généralisations, que Max Noether en est arrivé au théorème qui dans les livres didactiques de géométrie algébrique actuels est nommé Théorème Fondamental.[181]

Une première approche, disons, *naïf*, du TFMN est la suivante : *Soient* $F = 0$ *et* $G = 0$ *deux courbes planes algébriques projectives de degré* m *et* n *respectivement et soit* $p > m, n$ *un numéro entier positif. Si* A *et* B *sont deux polynômes homogènes de degré* $p - m$ *et* $p - n$ *respectivement, alors l'équation* $AF + BG = 0$ *est d'une courbe de degré* p *qui passe par les points d'intersection de* $F = 0$ *et* $G = 0$. Le TFMN afirme en plus que, si deux courbes se coupent transversalement, la réciproque est également vrai.

Il convient de noter qu'il existe des versions plus sophistiquées (et conséquemment plus techniques) du TFMN qui prennent en considération des courbes avec de possibles points d'intersection non transversaux. Bien que cette discussion soit intéressante, c'est au-delà du cadre de nos considérations ici. Ainsi, l'énoncé ci-dessus est suffisant pour montrer le lien entre le TFMN et ses *ancêtres*, les principes de notation abrégées.

entre Noether et le géomètre français George Henri Halphen (1844 - 1889).

[180] [COOLIDGE 1940, pp. 142, 205].

[181] Les étudiants des premiers cours de géométrie algébrique moderne apprennent que le TFMN a d'importants liens avec les résultats connus comme *Hilbert's Nullstellensatz*, qui à son tour devient un pilier de cette théorie. Pour plus de détails consultez [STOHR 2001].

Annexe. Les tableaux qui sont complémentaires pour l'étude de la méthode da notation abregée.

Quantité de textes	10	3	5	1	1	2	1
Année	1828	1827	1826	1824	1820	1817	1814

Tab. 4.3 – Dates des textes autour da la notation abregée.

Auteurs	Présentation	Quantité de textes
Gergonne (co-auteur)	Sans présentation	7
Bobillier	Professeur à l'Ecole Royale des Arts et métiers de Châlons-sur-Marne	6
Plücker	Docteur de l'Université de Bonn	4
Sturm	Sans présentation	2
Chasles	ancien élève de l'Ecole Polytecnhique	2
Lamé	ancien élève de l'Ecole Polytecnhique	1
Gergonne	Sans présentation	1
Anonyme	Un abonné	1

Tab. 4.4 – Auteurs des textes autour de la notation abregée.

Date	Auteur	Référence
1814 septembre	ANONYME	*Annales* 5 pp. 88-92
1817 février	LAMÉ	*Annales* 7 pp. 229-240
1817 avril	GERGONNE	*Annales* 7 p. 322 / note de bas de page dans [VECTEN 1817]
1820 septembre	GERGONNE	*Annales* 11 p. 81 / note de bas de page dans [CAUCHY 1820]
1824 septembre	GERGONNE	*Annales* 15 pp. 88-89 / 2eme partie de [QUERRET e GERGONNE 1824]
1826 mars	STURM	*Annales* 16 pp. 265-293
1826 mars	GERGONNE	*Annales* 16 pp. 268-269 / note de bas de page dans [STURM 1826 a]
1826 septembre	PLÜCKER	*Annales* 17 pp. 69-72
1826 decembre	STURM	*Annales* 17 pp. 173-198
1826 decembre	GERGONNE	*Annales* 17 pp. 182-184 / note de bas de page dans [STURM 1826 b]
1827 janvier	GERGONNE	*Annales* 17 pp. 214-252
1827 juillet	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 25-28 / c'est le texte [09]
1827 août	PLÜCKER	*Annales* 18 pp. 29-47
1828 mars	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 253-269 / c'est le texte [24]
1828 avril	CHASLES	*Annales* 18 pp. 277-301
1828 mai	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 320-339 / c'est le texte [25]
1828 juin	BOBILLIER	*Annales* 18 pp. 359-367 / c'est le texte [26]
1828 septembre	GERGONNE	*Annales* 19 pp. 67-69 / note de bas de page dans [CHASLES 1828 f]
1828 octobre	PLÜCKER	*Annales* 19 pp. 97-106
1828 octobre	BOBILLIER	*Annales* 19 pp. 106-114 / c'est le texte [27]
1828 novembre	PLÜCKER	*Annales* 19 pp. 129-137
1828 novembre	GERGONNE	*Annales*, 19 pp. 133-134 / note de bas de page dans [PLÜCKER 1828 c]
1828 novembre	BOBILLIER	*Annales*, 19 pp. 138-150 / c'est le texte [28]

TAB. 4.5 – Textes dans les *Annales* autour de la méthode da la notation abregée.

Rubrique principale	Quantité de textes
Géométrie analytique	7
Note de bas de page	6
Géométrie de situation	5
Questions résolues	2
Philosophie mathématique	2
Géométrie élémentaire	1

TAB. 4.6 – Rubrique principale des textes autour de la notation abregée.

Toutes les rubriques	Quantidade de textos
Géométrie analytique	11
Géométrie de situation	7
Note de bas de page	6
Questions résolues	2
Géométrie élémentaire	2
Géométrie de courbes	2
Géométrie de courbes et surfaces	2
Philosophie matématique	2

TAB. 4.7 – Toutes les rubriques des textes autour de la notation abregée.

	Rubriques dans laquelle le texte est publié	Selection de quelques équations qui sont dans le texte	Comme les polynômes sont traiteés dans le texte ?	La combinaison de polynômes est linéaire ou non linéaire ?
BOBILLIER [09] juillet 1827 *Annales* 18 p. 25	questions résolues & géométrie de situation	$M'' + \lambda M = 0$ $M''' + \lambda M'' + \mu M' = 0$	polynômes abregés	combinaison linéaire
BOBILLIER Textes [24] , [27] e [28] dans les *Annales* en 1828	géométrie de situation	$M + \alpha M' = 0$ $M + \alpha M' + \beta M'' = 0$	polynômes abregés	combinaison linéaire
BOBILLIER [25] mai 1828 *Annales* 18 p. 320	philosophie mathématique & géométrie analytique	$ABC = 0$ $aBC + bCA + cAB = 0$	polynômes abregés	combinaison linéaire et non linéaire
BOBILLIER [26] juin 1828 *Annales* 18 p. 359	philosophie mathématique & géométrie analytique	$aAA' + bBB' = 0$	polynômes abregés	combinaison non linéaire
BOBILLIER [34] janvier 1828 *Correspondance* 4 p. 157	géométrie analytique	$\pi s - pq = 0$ $\pi s - p^2 = 0$	polynômes explicites	combinaison non linéaire
BOBILLIER [36] 1828 *Correspondance* 4 p. 216	géométrie analytique	il n'y a pas dans le texte aucune équation avec polynômes abregés	polynômes explicites	combinaison linéaire

TAB. 4.8 – Combinaison d'Équations & Notation Abregée chez BOBILLIER

	Rubriques dans laquelle le texte est publié	Selection de quelques équations qui sont dans le texte	Comme les polynômes sont traiteés dans le texte ?	La combinaison de polynômes est linéaire ou non linéaire ?
PLÜCKER septembre 1826 *Annales* 17 p. 69	géométrie analytique & géométrie de courbes et surfaces	il n'y a pas dans le texte aucune équation avec polynômes abregés	polynômes explicites	combinaison linéaire
PLÜCKER août 1827 *Annales* 18 p. 29	géométrie analytique	$c - c' = 0$	polynômes abregés	combinaison linéaire
PLÜCKER octobro 1828 *Annales* 19 p.97 e p.129	géométrie analytique	$\mu M + M' = 0$ $\mu M + \mu' M' + M'' = 0$	polynômes abregés	combinaison linéaire
PLÜCKER août 1829 *Crelle* 5 p. 268	géométrie	$F(a\,,\,b\,,\,...\,,\,\mu\,,\,\nu\,,\,...) = 0$ $\mu a + \mu' a' = d$	polynômes abregés	combinaison linéaire
Développemens de géométrie analytique	(traité en deux tomes de 1828 et 1831)	$A = \pm\mu A'$ $A + \mu A' + \nu A'' = 0$	polynômes explicites et abregés	combinaison linéaire et non linéaire
Théorème de Pascal [Klein 1928 p. 110] & *Crelle* 34 p. 337	géométrie	$A'BC' + \mu A'BC' = 0$	polynômes abregés	combinaison non linéaire

Tab. 4.9 – Combinaison d'Équations & Notation Abregée chez PLÜCKER

	Rubriques dans laquelle le texte est publié	Selection de quelques équations qui sont dans le texte	Comme les polynômes sont traiteés dans le texte ?	La combinaison de polynômes est linéaire ou non linéaire ?
LAMÉ 1817 et 1818 *Annales* 7 p. 229	géométrie analytique	$mE + m'E' = 0$ (dans le livre *Examen...*)	polynômes explicites et	combinaison linéaire
GERGONNE janvier 1827 *Annales* 17 p. 214	géométrie de situation & géométrie de courbes et surfaces	$\lambda M + M' = 0$ $\lambda M + M' = PQ$	polynômes abregés	combinaison linéaire et non linéaire
BOBILLIER [09] juillet 1827 *Annales* 18 p. 25	questions résolues & géométrie de situation	$M'' + \lambda M = 0$ $M''' + \lambda M'' + \mu M' = 0$	polynômes abregés	combinaison linéaire
PLÜCKER Textes dans les *Annales* de 1826 à 1828	géométrie analytiques	$c - c' = 0$ $\mu M + M' = 0$	polynômes explicites et abregés	combinaison linéaire
BOBILLIER [25] mai 1828 *Annales* 18 p. 320	philosophie mathématique & géométrie analytique	$ABC = 0$ $aBC + bCA + cAB = 0$	polynômes abregés	combinaison linéaire et non linéaire
BOBILLIER [26] juin 1828 *Annales* 18 p. 359	philosophie mathématique & géométrie analytique	$aAA' + bBB' = 0$	polynômes abregés	combinaison non linéaire

TAB. 4.10 – Combinaison d'Équations & Notation Abregée chez QUATRE AUTEURS des *Annales de Gergonne*

Annexe A

Bibliographie générale de la thèse.

A.1 Manuscrits et documents d'archives.

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE serie 1 T (Fonds de l'école)

[1/T/2043] Pièces diverses intéressant l'école. 1806-1839.

[1/T/2044], [1/T/2045], [1/T/2046] Ordres publiés par le directeur de l'école [d'arts et métiers]. 1830-1858.

[1/T/2052] Correspondance ministérielle reçue. 1809-1857.

[1/T/2081], [1/T/2083], [1/T/2084], [1/T/2085], [1/T/2089], [1/T/2090] Correspondance ministérielle. 1828-1839.

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE (Registres d'état civil)

[2E119/284] Châlons-en-Champagne. Mariages (1837). Bobillier (Étienne), registre n. 63 le 03 août 1837.

[2E119/407] Châlons-en-Champagne. Décès (1840). Bobillier (Étienne), registre n. 110 le 23 mars 1840.

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DE LA MARNE (Bibliothèque)

[H/BIB/10711] BOBILLIER (Étienne). *Cours de géométrie à l'usage des élèves de l'École royale d'arts et métiers d'Angers*. Angers, édition manuscrite (1832).

[H/BIB/2249] BOBILLIER (Étienne). *Theorie de la Chaleur*. Châlons-sur-Marne, édition manuscrite (1835).

[SA/BIB/15083] GASCHEAU (Jules). *Cours de géométrie descriptive*. Châlons-sur-Marne, édition manuscrite (1844).

[H/BIB/10702] GICQUEL (O. M.). *Cours de Géométrie*. Châlons-sur-Marne, édition manuscrite (1834).

ARCHIVES DÉPARTEMENTALES DU JURA (Registres d'état civil)

[5Mi599] Registre le 16 Frimaire an IV, c'est-à-dire, le 07 décembre 1795, naissance de Bobillier (André Marie).

[5Mi600], [3/E/4663] Registre le 29 Germinal an VI, c'est-à-dire, le 18 avril 1798, naissance de Bobillier (Étienne).

[5Mi616] Registre le 1ème avril 1807, décès de Bobillier (Ignace).

ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE cote BB (Ministère de la Justice)

[BB/25/45] Pensions et secours. Dossiers de pensions accordées. 1814-1822.

ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE cote F 12 (Commerce et industrie)

[F/12/1084] Écoles d'arts et métiers (personnel, contrôle, discipline, demandes de places non accueillies, documents communs aux différentes écoles) An XII-1826.

[F/12/1085] Écoles d'arts et métiers (personnel, contrôle, discipline, demandes de places non accueillies, documents communs aux différentes écoles) An XII-1826.

[F/12/1133], [F/12/1134], [F/12/1167], [F/12/1168] Écoles d'arts et métiers : École de Châlons, d'abord à Compiègne. An X-1841.

[F/12/4867], [F/12/4869], [F/12/4871], [F/12/4875], [F/12/4877], [F/12/4878], [F/12/4879] Écoles d'arts et métiers. Aix, Angers, Chalons. Personnel, inspection, discipline. 1806-1881.

[F/12/5092] Légion d'honneur accordée à des négociants, à des industriels, à des inventeurs, à des médecins (services d'hygiène rattachés à l'Intérieur), dossiers individuels (Bo... - Bom...) 1815-1916.

[F/12/5778], [F/12/5779], [F/12/5781] Écoles d'arts et métiers, personnel. 1820-1850.

ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE cote F 14 (Travaux publics)

[F/14/2334/1] Ingénieurs des Ponts et Chaussées : dossiers individuels. XVIIIe - XIXe siècles (Vallès à Vallot).

[F/14/3069] Liquidation des pensions du personnel des Ponts et Chaussées, de la Navigation, des Mines et des commissaires à la surveillance des chemins de fer : dossiers individuels. XIXe siècle (Troude à Vallet).

ARCHIVES NATIONALES DE FRANCE cote F 17 (Instruction publique)

[F/17/1143], [F/17/1144], [F/17/1381] Arrêtés du Ministre de l'instruction publique : originaux et répertoires. 1827-1901.

[F/17/14317] Écoles d'arts et métiers. Géneralités : origines, réorganisation de 1817, notices historiques. 1814-1894.

[F/17/14318] Écoles d'arts et métiers. Réorganisation de 1827 (Angers et Châlons). 1826-1827.

[F/17/14327] École nationale d'arts et métiers de Châlons. École de Compiègne, transfert à Châlons, aménagement, réglement. An XII-1812.

[F/17/14328] École nationale d'arts et métiers de Chalons. Bàtiments. 1810-1895.

[F/17/14333] École nationale d'arts et métiers de Beaupréau puis d'Angers. Transfert à Angers, bâtiments et travaux. 1815-1851.

[F/17/20800] Anciens fonctionnaires des enseignements primaire, secondaire et supérieur. XIXe siècle.

ARCHIVES MUNICIPALES À CHALONS-EN-CHAMPAGNE

[E/1/146] Mariages à Châlons (1837). Bobillier (Etienne), registre n. 63 le 03 août 1837.

[E/1/156] Décès à Châlons (1840). Bobillier (Etienne), registre n. 110 le 23 mars 1840.

[2/1/R/25] École des Arts et Métiers. Transfert de Compiègne à Chalôns-sur-Marne. An XII.

BIBLIOTHÈQUE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

[1813] Cours de calcul différentiel et integral par Ampère (André Marie), 1811, 1812 et 1813. Notes prises par l'éléve Olivier (Théodore), promotion 1811.

[1816] Projets de programmes d'enseignement scientifique. Proposés au Conseil d'Instruction en décembre et adoptés pour l'année scolaire 1816/1817.

[1816] Conseil de perfectionement da l'école polytechnique le 12 décembre. Quelques reflexions sur la Géométrie Déscriptive et sur le professorat de cette partie.

[1816] A propos de l'établissement d'une Chaire de Technologie, avril à juin.

[1818] Liste des élèves admissibles pour la deuxiṁe division à la fin de l'année scolaire. Évaluation par discipline, application et conduite.

BIBLIOTHÈQUE DE L'ENSAM (CHALONS-EN-CHAMPAGNE)

Registre du personnels. XIXe siècle.

A.2 Sources primaires : les textes imprimés de Bobillier.

BOBILLIER (Étienne)

[01] Note sur les puits à bascule. *Séance Publique de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne*, (1826), pp. 67-78.

[03] Questions résolues. Note sur le problème de géométrie résolu à la page 166 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 254-255.

[04] Questions résolues. Solution d'un cas particulier du premier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 172 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 277-282.

[05] Questions résolues. Solution de l'un des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 232 du XVI.e volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 335-338.

[07] Questions résolues. Démonstration des deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 200 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 360-366.

[09] Questions résolues. Démonstration des quatre théorèmes de géométrie proposés à la page 255 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 25-28.

[10] Géométrie transcendante. Recherches sur les courbes à double courbure dont les développantes sont sphériques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 57-67.

[11] Géométrie de situation. Démonstration de quelques théorèmes sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 89-98.

[12] Questions résolues. Solution du dernier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 232 du XVI.e volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 98-100.

[14] Géométrie de situation. Recherches sur les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 157-166.

[15] Questions résolues. Solution des deux problèmes de géométrie énoncés à la pag. 348 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 172-174.

[18] Mathématiques élémentaires. Géométrie. Tout plan qui passe par la droite que déterminent les milieux des arêtes opposées d'un tétraèdre, le divise en deux parties équivalentes. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 181-182.

[19] Géométrie analitique. Extrait d'une lettre (...) concernant des propriétés des sections coniques, considérées dans le solide. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 270-274.

[20] Analise appliquée a la géométrie. Sur les propriétés des foyers dans les surfaces du second ordre. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 281-285.

[21] Géométrie pure. Démonstration de divers théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 185-202.

[22] Géométrie analytique. Recherche de quelques lieux géométriques, dans l'espace. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 230-248.

[23] Questions résolues. Note sur le problème de géométrie proposé à la pag. 87 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 249.

[24] Géométrie de situation. Recherche sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 253-269.

[25] Philosophie mathématique. Essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 320-339.

[26] Philosophie mathématique. Démonstration nouvelle de quelques propriétés des lignes du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 359-367.

[27] Géométrie de situation. Recherches sur les lois générales qui régissent les courbes algébriques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 106-114.

[28] Géométrie de situation. Recherches sur les lois générales qui régissent les surfaces algébriques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 138-150.

[29] Questions proposées. Théorèmes de géométrie proposés à démontrer. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), p. 156.

[30] On donne dans un plan un angle et un point, et l'on demande de faire passer par le point une droite qui coupe les côtés de l'angle, de manière que l'aire interceptée soit de grandeur donnée. Problème proposé page 180 du IIIe volume. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 2-3.

[31] Recherches sur les surfaces de second degreé. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 27-37.

[32] Sur les propriétés projectives dans les surfaces du second ordre. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 152-153.

[33] Sur la question II de la page 315. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 154-155.

[34] Mathématiques transcendantes. Géométrie analitique. Sur les foyers dans les surfaces du second ordre. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 157-163.

[36] Géométrie Analitique. Détermination des axes principaux dans les lignes et les surfaces du second ordre, rapportées à des axes obliques. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 216-225.

[37] Géométrie. Note sur deux théorèmes de géométrie démontrés dans le XVIII.me volume du présent recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 249-251.

[38] Géométrie de situation. Théorèmes sur les polaires successives. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 302-307.

[39] Géométrie analytique. Démonstration de deux théorèmes sur les lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 317-333.

[40] Géométrie des courbes. Mémoire sur l'hyperbole équilatère. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 349-359.

[42] Arithmétique. Abréviation de l'extraction des racines numériques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 125-127.

[43] Statique. De l'équilibre de la chaînette sur une surface courbe. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp.153-175.

[44] Statique. Démonstration du principe des vitesses virtuelles dans les machines en équilibre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 285-287.

[45] Note sur une description mécanique de la Chaînette. *Mémoires de la Société d'Agriculture, Sciences et Arts d'Angers*, (1831), pp. 41-45.

[46] Note sur le principe de Roberval. *Séance Publique de la Société d'Agriculture, Commerce, Sciences et Arts du Département de la Marne*, (1834), pp. 75-87.

[A] *Principes d'Algèbre*, 5ª edição. Paris : Hachette (1861).

[G] *Cours de Géométrie*, 14ª edição. Paris : Hachette et Gauthier-Villars (1870).

BOBILLIER et FINCK

[02] Questions résolues. Solution des deux problèmes de statique proposés à la page 296 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 59-68.

BOBILLIER et GARBINSKI

[17] Solution du problème de géométrie descriptive énoncé à la pag. 83 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 182-184.

BOBILLIER et LENTHÉRIC

[06] Démonstration du théorème de statique énoncé à la page 199 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 338-347.

[41] Solution d'un problème de géométrie énoncé à la pag. 87 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 34-36.

BOBILLIER ; LENTHÉRIC et VALLÈS

[08] Démonstration du dernier des deux théorèmes de géométrie énoncé à la page 283 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 377-380.

BOBILLIER et LOBATTO

[35] Si n nombres ne sont pas tous égaux entre eux, la puissance $m^{\text{ième}}$ de leur moyenne arithmétique, sera plus petite que la moyenne arithmétique des puissances $m^{\text{ième}}$ des mêmes nombres ; 2° Si n nombres ne sont pas tous égaux entre eux, la moyenne arithmétique de leur puissances $m^{\text{ième}}$ sera plus grande que la moyenne géométrique de ces mêmes puissances. Problème proposé à la page 76 de ce volume. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 169-173.

BOBILLIER ; ROCHE et REYNARD

[13] Démonstration du théorème de géométrie énoncé à la page 28 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 111-113.

BOBILLIER ; ROCHE et VALLÈS

[16] Solution des quatre problèmes de géométrie énoncés à la pag. 56 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 175-182.

A.3 Sources primaires : des textes imprimés d'autres auteurs.

ALASIA (Cristofora)

[1902] Réponse 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 9, (1902), p. 163.

AMÉDÉE MOREL.

[1823] Géométrie élémentaire. Démonstration d'un théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), pp. 267-269.

ANONYME (textes d'auteurs qui ne signent pas ou qui signe par un pseudonyme.)

[1814 a] M.B.***, abonné. Questions résolues. Démonstration du premier des deux théorèmes énoncés à la page 196 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 379-381.

[1814 b] un ABONNÉ. Questions résolues. Démonstration des deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 384 du 4.e volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 88-92.

[1816] un ABONNÉ. Questions résolues. Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 60 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 221-228.

[1819 a] un ABONNÉ. Géométrie élémentaire. Démonstration de quelques propriétés de l'angle plan, du triangle, de l'angle trièdre et du tétraèdre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 271-276.

[1819 b] un ABONNÉ. Géométrie élémentaire. Recherches sur les polyèdres, renfermant em particulier un commencement de solution du problème proposé à la page 256 du VIIe volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 321-344.

[1822] un ABONNÉ. Géométrie élémentaire. Sur la construction du cercle tangent à trois cercles donnés. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), pp. 193-200.

[1823] M.C.G. Solution de deux des problèmes de géométrie, proposés à la page 304 du XIIIe volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), pp. 24-27.

[1826] un ABONNÉ. Solution du dexième problème. [Questions résolues. Solutions des deux premiers problémes de géométrie proposés à la page 327 du précedent volume.] *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 166-171.

[1828] un ABONNÉ. Géométrie des lignes et surfaces courbes. Démonstration de deux théorèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 368-371.

[1829] M. L. P. F. R. Géométrie élémentaire. Sur les quatre cercles qui touchent les trois côtés d'un même triangle, et sur les huit sphères qui touchent les quatre faces d'un même tétraèdre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 211-218.

[1830] un ABONNÉ. Géométrie analytique. Sur les nombres des conditions nécessaires pour déterminer une ligne ou une surface du seconde ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 185-195.

BARTET (G.)

[1862] Solution des questions 622, 621. *Nouvelles annales de mathématiques*, 2e série, tome 1 (1862), pp. 312-315.

BÉRARD

[1812] Géométrie analitique. Application de la méthode de maximis et minimis à la recherche des grandeur et direction des diamètres principaux, dans les lignes et surfaces du second ordre qui ont un centre ; ces lignes et surfaces etánt rapportées à des axes de directions quelconques, passant par ce centre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 105-113.

[1815] Géométrie analitique. Construction géométrique des équations du deuxième degré à deux et à trois variables. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 157-169.

BERTRAND (Joseph)

[1899] Compte rendus de "La Vie d'Evariste Galois", par Dupuy. *Journal des Savants*, juillet de 1899, pp. 389-400.

BOURDON (Louis Pierre Marie)

[1825] *Application de l'algèbre à la géométrie.* Paris : Bachelier (1825).

du BOURGUET

[1815] Géométrie transcendante. Théorie géométrique de la cycloide. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 29-45.

BRET (Jean Jacques)

[1811 a] Géométrie analitique. Détermination de la longueur des axes principaux dans les surfaces du second ordre qui ont un centre. *Annales de mathémati-ques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 33-37.

[1811 b] Géométrie analitique. Recherche de la position des axes principaux dans les surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 144-152.

[1813] Géométrie analitique. Mémoire sur les surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 93-114.

[1815 a] Géométrie analitique. Théorie analitique de la ligne droite et du plan. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 329-341.

[1815 b] Géométrie des courbes. Essai sur la recherches des grandeur et direction des diamètres principaux, dans les lignes et surfaces du second ordre qui ont un centre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 357-362.

[1818] Géométrie analytique. Sur une méthode analitique pour la recherche des foyers des sections coniques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 317-321.

BRIANCHON (Charles Julien)

[1806] Mémoire sur les surfaces courbes du second degré. *Journal de l'École Polytechnique*, Cahier XIII, Tome 6, pp. 297-311 (avril 1806).

[1807] Des courbes du second degré (Lettre de M. Brianchon, officier d'artillerie, ancien élève de l'École Impériale Polytechnique). *Correspondance sur l'École Impériale Polytechnique (rédigée par M. Hachette)*, n. 7 pp. 307-310 (janvier 1807).

[1817] *Mémoire sur les lignes du second ordre.* Paris : Bachelier (1817).

BRIANCHON (Charles Julien) et PONCELET (Jean Victor)

[1821] Géométrie de courbes. Recherches sur la détermination d'une hyperbole équilatère, au moyen de quatre conditions données. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 205-220.

BROCARD (Henri)

[1885] Question 1500. Note de M. H. Brocard. *Nouvelles annales de mathématiques*, 3e série, tome 4 (1885), pp. 524-525.

[1901] Réponse 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 8, (1901), pp. 329-330.

[1902] Réponse 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 9, (1902), pp. 163-164.

BULLETIN de FERUSSAC (textes d'éditeurs et rédacteurs)

[1826 a] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par Gergonne. Tom. XVI, n°s 6 et 7, déc. 1825 et janv. 1826. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 5 (1826), pp. 108-115.

[1826 b] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVI, n° 10, avril 1826. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 6 (1826), pp. 25-28.

[1826 c] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. 17, n°s 2 et 3 ; août et septemb. 1826. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 6 (1826), pp. 271-274.

[1827 a] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVII, n° 8 ; fév 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 7 (1827), pp. 221-223.

[1827 b] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVII, n°s 9 et 10 ; mars et avril 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 7 (1827), pp. 273-280.

[1827 c] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVII, n° 11 ; mai 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 7 (1827), pp. 355-357.

[1827 d] Observation sur un passage de l'article 216 du *Bulletin* de mai 1827 (par Augoyat). *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 7 (1827), p. 383.

[1827 e] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVII, n° 12, juin 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 104-106.

[1827 f] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n°s 1 et 2, juill. et août 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 172-174.

[1827 g] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n° 3 ; septembre 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 237-239.

[1827 h] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n° 4 ; octobre 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 303-306.

[1828 a] Principes d'Algèbre par M. Bobilier. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), p. 7.

[1828 b] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVIII, cah. 5 ; novembre 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 23-26.

[1828 c] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tome XVIII, n° 6 ; décembre 1827. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 80-83.

[1828 d] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne ; Tom. XVIII, n° 7 ; janvier 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 229-232.

[1828 e] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne ; Tom. XVIII, n° 9 et 10 ; mars et avril 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 302-308.

[1828 f] Correspondance mathématique et physique ; par M. Quetelet. Tom III, n° 6. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 1-2.

[1828 g] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tome XVIII, n° 11, mai 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 14-17.

[1828 h] Correspondance mathématique et physique ; par M. Quetelet ; To. IV, n°s 1 et 2. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 108-110.

[1828 i] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n° 8 ; février 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 120-122.

[1828 j] Analytisch Geometrische Entwicklungen. – Développements de Géométrie analytique ; par le Dr J. Plüker. Tome Ier. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 178-179.

[1828 k] Journal für die reine und angewandte mathematik. – Journal de mathématiques pures et appliquées ; publié par M. Crelle. Tom. III, cah. 2e. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 180-183.

[1828 l] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XVIII, n° 12, juin 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 185-187.

[1828 m] Correspondance mathématique et physique ; Tom IV, n°s 3, 4 et 5 ; par M. Quetelet. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 233-235.

[1828 n] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XIX, n° 3 et 4 ; sept. Et oct. 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 281-286.

[1828 o] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne ; Tom. XIX, n°s 5 et 6. Nov. Et déc. 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 325-330.

[1829 a] Traité des surfaces réglées ; par G. Gascheau. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 89.

[1829 b] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XIX, n° 7, janvier 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physi-ques et chimiques*, 11 (1829), pp. 90-92.

[1829 c] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XIX, n°s 8 et 9 ; février et mars 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 157-162.

[1829 d] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XIX, n° 10 ; avril 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 253-256.

[1829 e] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne ; Tom. XIX, n° 11, mai 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 321-324.

[1829 f] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. T. XIX, n° 12, juin 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 12 (1829), pp. 1-3.

[1829 g] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XX, n^{o} Ier, juillet 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 12 (1829), pp. 3-8.

[1829 h] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XX, n° 5 ; novembre 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 12 (1829), pp. 380-381.

[1830 a] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XX, n° 6, décembre 1829. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 13 (1830), pp. 4-7.

[1830 b] Annales de mathématiques pures et appliquées ; par M. Gergonne. Tom. XX, n°s 10 et 11, avril et mai 1830. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 13 (1830), pp. 241-246.

CARNOT (Lazare Nicolas Marguerite)

[1806] *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace ; suivi d'un essai sur la théorie des tranversales.* Paris : Courcier (1806).

CATALAN (Eugène Charles)

[1858] Extraction abrégée de la racine carrée. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 17 (1858), pp. 232-233.

CAUCHY (Augustin Louis)

[1820] Géométrie des courbes. Rapport à l'académie royale des sciences ; par Cauchy ; Sur un mémoire relatif aux propriétés projectives des sections coniques ; par Poncelet. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 69-83.

[1826] Rapport à l'Académie royale des sciences, par Cauchy ; sur un mémoire relatif aux propriétés des centres de moyennes hamoniques ; par Poncelet. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 349-360.

[1828] Rapport sur un mémoire de M. Poncelet, relatif à la théorie des polaires réciproques, présenté à l'Académie des sciences, le 8 février 1828. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 225-229.

CHARBONIER (Dr)

[1910] Réponse 1104. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 17, (1910), pp. 125-126.

CHASLES (Michel)

[1828 a] Géométrie pure. Théorèmes sur les sections coniques confocales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 269-276.

[1828 b] Géométrie de situation. Mémoire sur les propriétés des systèmes de sections coniques, situées dans um même plan. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 277-301.

[1828 c] Géométrie pure. Mémoire sur les projections stéréographiques, et sur les coniques homothétiques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 305-320.

[1828 d] Mathématiques transcendantes. Géométrie. Extrait d'une lettre de M. Chasles, sur les surfaces du second degré. *Correspondance mathématique et physique*, 4 (1828), pp. 294-295.

[1828 e] Géométrie de situation. Additions et corrections au mémoire sur les propriétés des systèmes de coniques, inséré à la pag. 277 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 26-32.

[1828 f] Géométrie de situation. Démontration de quelques propriétés du triangle, de l'angle trièdre et du tétraèdre, considérés par rapport aux lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 65-85.

[1828 g] Géométrie de situation. Recherches sur les projections stéréographiques, et sur diverses propriétés générales des surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 157-175.

[1829] Propriété générales des coniques. *Correspondance mathématique et physique*, 5 (1829), pp. 6-22.

[1830] Propriétés générales des surfaces du second degré. *Correspondance mathématique et physique*, 6 (1830), pp. 312-315.

[1837 a] *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent a la géométrie moderne.* Primeira edição, Bruxelles : Hayez Imprimeur de l'Académie Royale (1837). Segunda edição conforme a primeira, Paris : Gauthier-Villars (1875).

[1837 b] *La dualité et l'homographie (memoire faisant suite à l'Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie).* Primeira edição, Bruxelles : Hayez Imprimeur de l'Académie Royale (1837). Reimpressão integral, Paris : Éditions Jacques Gabay (1993).

[1852] *Traité de géométrie supérieure.* Primeira edição (1852). Segunda edição, Paris : Gauthier-Villars (1880).

[1870] *Rapport sur les progrès de la géométrie.* Paris : Imprimierie Nationale (1870). Reimpressão integral, Paris : Éditions Jacques Gabay (2007).

[1871] Propriétés de diamètres des courbes géométriques. *Nouvelles annales de mathématiques*, 2e série, tome 10 (1871), pp. 529-537.

CORRESPONDANCE MATHÉMATIQUE et PHYSIQUE (textes d'éditeurs)

[1826] Revue Scientifique. Géométrie et Mécanique des arts et métiers et des beaux arts ; par Dupin. *Correspondance mathématique et physique*, 02 (1826), pp. 62 ; 302-304.

[1827 a] Questions. *Correspondance mathématique et physique*, 03 (1827), p. 180.

[1827 b] Revue Scientifique. Principes d'Algèbre ; par E. E. Bobillier. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 257-259.

[1827 c] Questions *Correspondance mathématique et physique*, 03 (1827), p. 315.

[1828] Questions. *Correspondance mathématique et physique*, 04 (1828), pp. 76-77.

COSTE

[1817] Géométrie descriptive. Application de la méthode des projections à la resolution de quelques problèmes de géométrie plane. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 304-310.

[1818] Géométrie des courbes. Propriétés peu connues de la parabole, et construction de cette courbe, au moyen de quatre conditions données. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 261-284.

CREMONA (Luigi)

[1873] *Elements of Projective Geometry.* Tradução de *Elementi di geometria projettiva*, de 1873, para o inglês por Charles Leudesdorf. Oxford : Claredon Press (1885).

DANDELIN (Germinal Pierre)

[1825] Géométrie pure. Recherches nouvelles sur les sections du cone et sur les hexagones inscrits et circonscrites à ces sections. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 387-396.

[1826] Géométrie pure. Usages de la projection stéréographique en géométrie (extrait ; par Gergonne). *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 322-327.

[1827] Géométrie. Propriétés projectives des courbes du second degré. *Correspondance mathématique et physique*, 3 (1827), pp. 9-12.

DARBOUX (Gaston)

[1904] The development of geometrical methods. *The mathematical gazette*, vol. 3 ; n. 48 (Dec 1904), pp. 100-106 ; n. 49 (Jan 1905), pp. 121-128 ; n. 50 (Mar 1905), pp. 157-161 and n. 51 (May 1905), pp. 169-173.

[1917] *Principes de Géométrie Analytique.* Paris : Gauthier-Villars (1917).

DEWULF (Eugène Edouard Désiré)

[1859] Mémoire sur les polaires inclinées. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tomo 18 (1859), pp. 322-333 ; tome 19 (1860), pp. 175-180.

[1878] Essai d'une théorie géométrique des polaires inclinées. *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, 2e série, tome 2, n.1 (1878), pp. 41-48.

DUPIN (Pierre Charles)

[1828] *Géométrie et méchanique des arts et métiers et des beaux arts. Tome I : Géométrie.* Segunda edição, Paris : Bachelier (1828).

DURRANDE (Jean Baptiste)

[1815] Questions résolues. Démonstration du théorème de géométrie énoncé à la page 384 du Ve volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 49-54.

[1816] Géométrie descriptive. Recherche de la ligne de second ordre qui en touche trois autres données, sur une surface du même ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 27-30.

[1817] Questions résolues. Observations sur les deux théorèmes de géométrie énoncés aux pages 250 et 320 du IVe volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 253-255.

[1820] Géométrie élémentaire. Théorie élémentaire des contacts des cercles, des sphères, des cylindres et des cônes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 1-67.

[1823 a] Questions résolues. Démonstration du théorème de géomé-trie énoncé à la page 260 du XIIe volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), pp. 305-313.

[1823 b] Géométrie. Démonstration élémentaire des principales propriétés des hexagones inscrits et circonscrites au cercle, suivi de la solution de divers problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), pp. 29-62.

[1824 a] Géométrie élémentaire. Démonstration d'un théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), pp. 309-313.

[1824 b] Géométrie élémentaire. Démonstration des propriétés des quadrilatères à la fois inscriptible et circonscriptible au cercle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 133-145.

[1825] Questions résolues. Solution de deux des quatre problè-mes de géométrie proposés à la page 68 du XIe volume des Annales, et de deux autres problèmes analogues. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 112-117.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

[1895] *Livre du Centenaire, 1794-1894, tome 1. L'École et la Science.* Paris : Gauthier-Villars (1895).

ENCONTRE (D.)

[1810] Questions résolues. Solution du problème I da la page 17 de ce volume, pris dans son énoncé le plus général. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 122-124.

ENCONTRE (fils)

[1814] Démonstration du théorème énoncé à la page 160 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 294-295.

ESTIENNE (Jean Baptiste Eugène)

[1885] Quelques réflexions sur l'étude géométrique des courbes géométriques et théorèmes pouvant y etre utiles. *Nouvelles annales de mathématiques*, 3e série, tome 4 (1885), pp. 87-98, 131-138, 297-315.

EUVRARD (F.)

[1895] *Historique de l'école nationale des arts & métiers de Châlons-sur-Marne depuis sa fondation jusque'à nos jours (1780-1895).* Châlons-sur-Marne. Imprimerie de l'Union Républicaine (1895).

FANO (Gino)

[1915] Exposé parallèle du développement de la géométrie synthétique et de la géométrie analytique pendant le 19ième siècle ; tradução e notas de Carrus ; em Molk (Jules), ed., *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées. Tome III (premier volume), Fondements de la géométrie*, pp. 185-259.

FERRIOT

[1812] Géométrie. Application de la doctrine des projections à la recherche des principales propriétés de l'ellipse. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 240-248.

[1826 a] Géométrie des courbes. Théorèmes sur l'ellipse. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 373-376.

[1826 b] Géométrie de la règle. Note sur la théorie des transversales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 141-148.

FERRY (Claude Joseph)

[1828] Ouvrages périodiques. Rapport sur les Annales de mathématiques pures et appliquées, tome 18. *Revue encyclopédique*, 31 (1828), pp. 233-235.

FINCK (Pierre Joseph Étienne)

[1844 a] Note sur une nouvelle méthode de géométrie analytique. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 3 (1844), pp. 147-154.

[1844 b] Réponse aux notes des pages 148, 149. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 3 (1844), pp. 401-404.

FOURCY (Ambroise)

[1828] *Histoire de L'École Polytechnique.* Paris (1828). Reimpressão integral na coleção "Bicentenaire de la révolution", com apresentação de Dhombres (Jean), Paris : Belin (1987).

FRÉGIER (Paul Félix)

[1816 a] Géométrie analitique. Théorèmes nouveuax sur les lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 229-241.

[1816 b] Géométrie analitique. Théorèmes nouveuax sur les lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 321-326.

[1816 c] Géométrie analitique. Théorèmes nouveaux, sur les lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 95-98.

FRICKER (M.)

[1901] Question 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 8, (1901), p. 189.

GARNIER

[1813] Géométrie. Recherche de la distance entre les centres des cercles inscrit et circonscrite à un même triangle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 346-347.

GASCHEAU (Gabriel)

[1828] *Géométrie Descriptive. Traité des surfaces réglées.* Paris : Bachelier (1828).

[1841] Remarques sur la théorie géométrique des axes permanents de rotation. *Journal de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1841), pp. 241-266.

GARBINSKI (H.)

[1829] Quelques observations sur les quatre droites données dans l'espace et non comprises deus à deux dans un même plan. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 5 (1829), pp. 174-180.

GERGONNE (Joseph Diaz)

[1811 a] Solution du dernier des deux problèmes proposés à la page 196 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 343-348.

[1811 b] Géométrie. Note sur le problème de l'inscription de trois cercles à un triangle, traité à la page 343 du premier volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 60-64.

[1812] Addition au précédent mémoire. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 335-338.

[1813 a] Géométrie analitique. Théorie analitique des pôles des lignes et des surfaces du second ordre.*Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 293-302.

[1813 b] Trigonométrie. Démonstration de quelques formules de trigonométrie rectiligne et de trigonométrie sphérique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 348-352.

[1813 c] Géométrie transcendante. Recherche des lignes et surfaces qui em touchent une infinité d'autres, se succédant suivant une loi uniforme. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 361-368.

[1813 d] Géométrie de la règle. Application de la doctrine des projections à la démonstration des propriétés des hexagones inscrits et circonscrites aux sections coniques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 78-84.

[1814 a] Géométrie. Recherche du cercle qui en touche trois autres sur une sphère. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 349-359.

[1814 b] Géométrie transcendante. Démonstration des principaux théorèmes de M. Dupin sur la courbure des surfaces. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 368-378.

[1814 c] Démonstration de la propriéte des hexagones inscrits et circonscrits à une section conique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 381-384.

[1814 d] Géométrie des courbes. Description des sections coniques, par les intersections continuelles de leurs tangentes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 49-51.

[1814 e] Géométrie analitique. Essai d'un nouveau mode de discussion de l'équation générale des lignes et de celles des surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), pp. 61-87.

[1817 a] Géométrie analitique. Recherche du cercle qui en touche trois autres sur un plan. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 289-303.

[1817 b] Géométrie de la règle. Solution et construction, par la géométrie analitique, de deux problèmes dependant de la géométrie de la règle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 325-334.

[1817 c] Philosophie mathématique. De l'analise et de la synthèse, dans les sciences mathématiques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 345-372.

[1817 d] Réflexions sur l'article précédent. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 156-161.

[1818] Géométrie analitique. Théorie élémentaire de la courbure des lignes et des surfaces courbes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 127-195.

[1820] Géométrie analitique. Solutions analitiques des mêmes problèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 153-162.

[1821 a] Questions résolues. Démonstration des deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 289 du IXe volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 326-336.

[1821 b] Questions résolues. Solution du premier des problèmes de géométrie proposés à la page 228 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 379-400.

[1821 c] Géométrie analitique. Recherches sur le nombre, la grandeur et la situation des systèmes de diamètres conjugués égaux, dans l'ellipsoïde. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), pp. 157-167.

[1824] Géométrie élémentaire. Recherche de quelques-unes des lois générales qui régissent les polyèdres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 157-164.

[1826 a] Philosophie mathématique. Considérations philosophiques sur les élémens de la science de l'étendu. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 209-231.

[1826 b] Géométrie analitique. De la nature et des propriétés principales des sections planes de toute surface conique du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 361-372.

[1827 a] Géométrie de situation. Recherches sur quelques lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 214-252.

[1827 b] Réflexion sur le précédent article. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 272-276.

[1827 c] [Nota de rodapé]. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), p. 383.

[1827 d] Questions resolues. Démonstrations d'un théorème relatif aux lignes du second ordre circonscrite à une même quadrilatère, renfermant la solution du premier des trois problèmes de géométrie énoncés à la page 284 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 100-110.

[1827 e] Géométrie de situation. Rectification de quelques théorèmes énoncés dans les Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 149-154.

[1828 a] Géométrie de situation. Notes sur une inadvertance grave, commise à la pag 336 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 32-35.

[1828 b] Géométrie de situation. Double théorème de géométrie à trois dimensions. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 114-119.

[1828 c] Géométrie de situation. Rectifications de divers propositions énoncées dans les Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 120-123.

[1829 a] Géométrie de situation. Sur le degré de la polaire réciproque d'une courbe proposée. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 218-220.

[1829 b] Géométrie analytique. Note sur un article de la Revue Encyclopédique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 220-223.

[1829 c] Géométrie de situation. Note sur le nombre des conditions nécessaires pour que quatre droites appartiennent à une même surface de second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 241-245.

[1829 d] Géométrie de situation. Sur le théorème d'Euler relatif aux polyèdres. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 333-339.

LACROIX (Sylvestre François)

[1805] *Ensaios sobre o ensino em geral e o de matemática em particular*. Tradução de Karina Rodrigues. Revisão, posfácio e notas de Antonio Vicente Marafioti Garnica e Maria Laura Magalhães Gomes. São Paulo : Editora UNESP (2013).

LAMÉ (Gabriel)

[1817] Géométrie analitique. Sur les intersections des lignes et des surfaces. Extrait d'un mémoire présenté à l'académie royale des sciences, en décembre 1816. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 229-240.

[1818] *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie*. Paris : Courcier (1818). Reimpresso integral, Paris : ditions Jacques Gabay (2008).

LECHMUTZ

[1820] Géométrie mixte. Solution du problème où il s'agit d'inscrire à un triangle donne quelconque trois cercles tels que chacun d'eux touche les deux autres et deux côtes du triangle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 10 (1819-1820), pp. 289-298.

LEGENDRE (Adrien Marie)

[1794] *Éléments de Géométrie, avec des notes*. 11ª edição. Paris : Firmin Didot (1817).

LEMOINE (Émile)

[1892] Application d'une méthode d'evaluation de la simplicité des constructions à la comparaison de quelques solutions du probléme d'Apollonius. *Nouvelles annales de mathématiques*, 3e série, tome 11 (1892), pp. 453-474.

LENTHÉRIC

[1825] Démonstration des deux théorèmes d'analise et de géométrie énoncés à la page 64 du present volume, et du théorème de géométrie énoncé à la page 344 du volume précédent. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 120-132.

LHUILLIER

[1810] Théorèmes sur les triangles, relatifs à la page 64 de ces Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 149-158.

[1812] Géométrie. Mémoire sur la polyédrométrie ; contenant une démonstration directe du Théorème d'Euler sur les polyèdres, et une examen des diverses exceptions auxquelles ce théorème est assujetti ; extrait par Gergonne. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 169-189.

[1813] Géométrie. Mémoire sur les solides réguliers. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 233-237.

LOBATTO

[1828] Addition à la solution du probleme sur les valeurs moyennes des nombres, donnée dans le numéro précédent. *Correspondance mathématique et physique*, 04 (1828), pp. 233-234.

MAGNUS (L. F.)

[1825 a] Géométrie des surfaces courbes. Théorèmes sur l'hyperboloide à une nappe et sur la surface conique du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 33-39.

[1825 b] Géométrie transcendante. Démonstration de quelques théorèmes sur les enveloppes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 80-91.

MANNHEIM (Amédée)

[1901] Réponse 2138. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 8, (1901), p. 330.

MANSION (Paul)

[1873] Notice sur les travaux de Jules Plücker. *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, tome 5 (1873), pp. 313-319.

MEHMKE (R.)

[1897] Question 1104. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 4, (1897), p. 169.

[1907] Question 1104. *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, 14, (1897), p. 265.

MENTION (Jules Alexandre)

[1865] Sur l'hyperbole équilatère. *Nouvelles annales de mathématiques*, 2e série, tome 4 (1865), pp. 30-39.

MERCADIER (Ernest Jules Pierre)

[1894] Histoire de l'enseignement de l'École Polytechnique ; em École Polytechnique, *Livre du Centenaire, 1794-1894, tome 1. L'École et la Science*, pp. 1-88.

MOLK (Jules), ed.

[1916] *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées. Tome III (premier volume), Fondements de la géométrie.* Primeira edição, Paris : Gauthier-Villars (1904-1916). Reimpressão integral, Paris : Éditions Jacques Gabay (1991).

MONGE (Gaspard)

[1799] *Géométrie Descriptive.* Leçnos données aux Écoles Normales, l'An 3 de la République. Paris : Baudouin (An VII, isto é, 1799).

[1801] *Application de l'Analyse à la Géométrie. Première partie : Des surfaces du premier et second degré.* Originalmente publicada em co-autoria com Hachette no *Journal de l'École Polytechnique* (1801).

[1801] *Application de l'Analyse à la Géométrie. Second partie : Théorie des surfaces courbes et des courbes a double courbure.* Originalmente publicada sob o título *Feuilles d'Analyse appliquée à la Géométrie* (1795 e 1801).

[1807] *Application de l'Analyse à la Géométrie.* Edição aumentada, definitiva, reunindo as duas partes e editada por Hachette, Paris : Bernard (1807). Reimpressão integral desta edição na coleção "Les cours historiques de l'École Polytecnique", Paris : Ellipses (1994).

NOEL

[1829] De quelques propriétés résultantes des cercles qui touchent les directions des côtés d'un triangle. *Correspondance mathématique et physique*, 5 (1829), pp. 22-30.

NOUVELLES ANNALES de MATHÉMATIQUES

(textes d'éditeurs et rédacteurs)

[1859] Bulletin de bibliographie, d'histoire et de biographie mathématiques. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 18 (1859), pp. 1-96.

[1862] Questions. *Nouvelles annales de mathématiques*, 2re série, tome 1 (1862), p. 169-172.

OLIVIER (Théodore)

[1829] Mémoire sur les propriétés des hyperboles et des paraboles, considérées comme le lieu des pôles d'un cercle mobile et variable de rayon, assujetti à passer par un point fixe, et dont le centre se meut en ligne droite. *Correspondance mathématique et physique*, 5 (1829), pp. 51-57.

PLÜCKER (Julius)

[1826 a] Géométrie de la règle. Théorèmes et problèmes, sur les contacts des sections coniques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 37-59.

[1826 b] Géométrie analytique. Recherche graphique du cercle osculateur, pour les lignes du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 69-72.

[1827] Géométrie analytique. Mémoire sur les contacts et sur les intersections des cercles. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 29-47.

[1828 a] *Analytisch Geometrisch Entwicklungen*, vol 1. Essen : Baedeker (1828).

[1828 b] Géométrie analytique. Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 97-106.

[1828 c] Géométrie analytique. Recherches sur les surfaces algébriques de tous les degrés. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 129-137.

[1828 d] Réclamation. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 10 (1828), pp. 330-332.

[1829] Übe rein neues Princip der Geometrie und den Gebrauch allgemeiner Symbole und unbestimmter Coëfficienten. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 5 (1829), pp. 268-286.

[1831] *Analytisch Geometrisch Entwicklungen*, vol 2. Essen : Baedeker (1831).

[1834] Solution d'une question fondamentale concernant la théorie générale des courbes. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 12 (1834), pp. 105-108.

[1836] Théorèmes généraux concernant les équations d'un degré quelconque entre un nombre quelconque d'inconnues. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 16 (1837), pp. 47-57.

[1847] Note sur le théorème de Pascal. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 34 (1847), pp. 337-340.

PONCELET (Jean Victor)

[1817 a] Géométrie des courbes. Théorèmes nouveaux sur les lignes du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 1-13.

[1817 b] Correspondance. Lettre de Poncelet, capitaine du génie, ancien élève de l'école polytechnique au Redacteur des Annales. *Annales de mathéma-tiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 68-71.

[1817 c] Philosophie mathématique. Reflexions sur l'usage de l'analise algèbrique dans la géométrie ; suivies de la solution de quelques problèmes dépendant de la géométrie de la règle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 141-155.

[1818] Questions résolues. Solution du dernier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 36 de ce volume ; Suivi d'une théorie des *pôlaires réciproques*, et de réflexions sur l'élimination. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), pp. 201-232.

[1821 a] Géométrie élémentaire. Construction géométrique d'un cercle qui en touche trois autres donnes sur un plan ou sur une sphère, d'un cône droit qui en touche trois autres de même sommet, et d'une sphère qui en touche quatre autres dans l'espace. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 317-322.

[1821 b] Géométrie des courbes. Démonstration du théorème de Newton, sur les quadrilatères circonscrits à une même section conique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), pp. 109-112.

[1822 a] *Traité des propriétés projectives des figures.* Paris : Bachelier (1822).

[1822 b] Géométrie des courbes. Recherches diverses sur le lieu des centres des sections coniques, assujeties à moins de conditions que n'en exige leur détermination complète ; renfermant, en particulier, la solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 372 du XIe volume de ce recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), pp. 233-248.

[1827 a] Philosophie mathématique. Analyse d'un memoire présenté à l'Academie Royale des Sciences (extrait d'une lettre de l'Auteur au Redateur des Annales). *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 265-272.

[1827 b] Note sur divers articles du *Bulletin des sciences* de 1826 et de 1827, relatifs à la théorie des polaires réciproques, à la dualité des proprietes de situation de l'étendu, etc. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 8 (1827), pp. 109-117.

[1827 c] Polémique mathématique. Reclamation de M. le Capitaine Poncelet avec des notes par Gergonne. Note sur divers articles du Bulletin des sciences de 1826 et de 1827, relatifs à la théorie des polaires réciproques, à la dualité des propriétés de situation de l'étendue, etc. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 125-149.

[1828 a] Sur la dualité de situation et sur la théorie des polaires réciproques, 2e article en réponse aux observations de M. Gergonne, mentionnes pag. 23, cahier de janvier du présent *Bulletin des Sciences*, et insérées dans le tome XVIII des *Annales de Mathématiques*, p. 125 et suiv. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 9 (1828), pp. 292-302.

[1828 b] Mémoire sur les centres moyennes harmoniques ; pour faire suite au traité des propriétés projectives des figures, et servir d'introduction à la Théorie générale des propriétés projectives de courbes et surfaces géométriques. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 3 (1828), pp. 213-272.

[1829 a] Réponse de M. Poncelet aux réclamations de M. Plücker. *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, 11 (1829), pp. 330-333.

[1829 b] Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques ; pour faire suite au Mémoire sur les centres moyennes harmoniques. *Journal für die reine und angewandte mathematik*, 4 (1829), pp. 1-71.

[1862] *Applications d'analyse et de géométrie qui ont servi de principal fondement au traité des propriétés projectives des figures*, tome I. Paris : Mallet-Bachelier (1862).

[1864] *Applications d'analyse et de géométrie qui ont servi de principal fondement au traité des propriétés projectives des figures*, tome II. Paris : Gauthier-Villars (1864).

[1866] *Traité des propriétés projectives des figures*, tome II. Segunda edição revista e aumentada pelo autor. Paris : Gauthier-Villars (1866).

QUERRET

[1823] [Démonstrations diverses du théorème de géométrie énoncé à la page 212 du présent volume]. Démonstration de M.Querret. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), pp. 321-328.

QUERRET et GERGONNE

[1824] Géométrie élémentaire. Démonstration de deux théorèmes de géométrie, desquels on peut déduire, comme cas particulier, le théorème de M. Hamett, mentionné aux pages 334 et 374 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 84-89.

QUESTIONS PROPOSÉES (textes non signés dans les *Annales de Gergonne*)

[1810 a] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), p. 17.

[1810 b] Questions proposées. Théorème de géométrie. Porismes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 62-64.

[1810 c] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 126-128.

[1810 d] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), p. 196.

[1811] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 259-260.

[1812] Questions proposées. Problème de géométrie. Probléme d'Alliage. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), p. 287.

[1813 a] Questions proposées. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), p. 160.

[1813 b] Questions proposées. Théorèmes appartenant à la géométrie de la règle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), p. 195.

[1814] Questions proposées. Problème de dynamique. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), p. 320.

[1815 a] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), p. 356.

[1815 b] Questions proposées. Problème de géométrie. Théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 5 (1814-1815), p. 384.

[1815 c] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), p. 60.

[1816 a] Questions proposées. Problème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), p. 280.

[1816 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 347-348.

[1817 a] Questions proposées. Polyèdrographie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), p. 256.

[1817 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), p. 36.

[1818 a] Questions proposées. Problèmes de dynamique. Problème de situation. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 8 (1817-1818), p. 380.

[1818 b] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), p. 116.

[1819 a] Questions proposées. Théorèmes appartenant à la géométrie de la règle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 289-291.

[1819 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), p. 396.

[1820] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), p. 68.

[1821 a] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), p. 228.

[1821 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), p. 372.

[1821 c] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), p. 40.

[1822 a] Questions proposées. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), p. 260.

[1822 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. Théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), p. 232.

[1822 c] Questions proposées. Problème d'Acoustique. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), p. 212.

[1823 a] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), p. 304.

[1823 b] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 13 (1822-1823), p. 360.

[1824] Questions proposées. Théorèmes sur l'hyperbole. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), p. 268.

[1825] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), p. 32.

[1826 a] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), p. 232.

[1826 b] Questions proposées. Problèmes de statique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), p. 296.

[1826 c] Questions proposées. Problème de dynamique. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 327-328.

[1826 d] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 35-36.

[1826 e] Questions proposées. Problème de géométrie descriptive. Problème de statique. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), p. 83.

[1826 f] Questions proposées. Problème d'analyse. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), p. 172.

[1826 g] Questions proposées. Théorème de statique. Théorèmes de géométrie. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 199-200.

[1827 a] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. Problèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 255-256.

[1827 b] Questions proposées. Théorèmes de géométrie. Problème de statique. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 283-284.

[1827 c] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), p. 348.

[1827 d] Questions proposées. Problème d'optique. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 28.

[1827 e] Questions proposées. Problèmes de géométrie. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 56.

[1827 f] Questions proposées. Problèmes de statique. Problèmes de géométrie. Théorème de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 87-88.

[1827 g] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 124.

[1827 h] Questions proposées. Problèmes de géométrie. Autres problèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), pp. 154-156.

[1827 i] Questions proposées. Problèmes de géométrie. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 18 (1827-1828), p. 184.

QUETELET (Lambert Adolphe Jacques)

[1867] *Sciences mathématiques et physiques au commecement du XIX*^{e} *siècle*. Bruxelles : Librairie européenne de Muquardt (1867).

RICHARD (Charles)

[1863] Second solution de la question (Bobillier). *Nouvelles annales de mathématiques*, 2re série, tome 2 (1863), pp. 325-326.

ROCHAT

[1811 a] Autre solution du même problème. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 336-337.

[1811 b] Autre solution du même problème. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), p. 342.

[1813] Géométrie analitique. Démonstration de quelques propriétés des pôles des lignes et surfaces du second ordre. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 3 (1812-1813), pp. 302-307.

SALMON (George)

[1852] *A treatise on the higher plane curves : intended as a sequel to a treatise on conic sections*. Dublin : Hodges and Smith, Grafton Street (1852).

[1855] *A treatise on conic sections : containing an account of some of most important modern algebraic and geometric methods*. 3ª edição, revisada e aumentada. London : Longman, Brown, Green and Longmans (1855).

[1862] *A treatise on the analytic geometry of three dimensions*. Dublin : Hodges, Smith and Co, Grafton Street (1862).

[1897] *Traité de géométrie analytique a deux dimensions (sections coniques). Contenant un exposé des méthodes les plus importantes de la géométrie et de l'algèbre moderne*. Terceira edição francesa conforme a segunda. Tradução francesa por Resal e Vaucheret a partir da 6ª edição em inglês. Paris : Gauthier-Villars (1897).

SARRUS (Frédéric)

[1821] Trigonométrie. Exposition des principes fondamentaux de la théorie des fonctions circulaires. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 11 (1820-1821), pp. 323-325.

[1826] Géométrie élémentaire. Note sur les axes, plans et centres radicaux. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 378-380.

SCHNÉE (Abraham)

[1862] Solution de la question 623 (Bobillier). *Nouvelles annales de mathématiques*, 2re série, tome 1 (1862), pp. 318-320.

SÉANCE PUBLIQUE da la MARNE (textes d'éditeurs et rédacteurs)

[1840 a] [Trechos que referem-se à Bobillier]. *Séance publique de la société d'agriculture, commerce, sciences et arts du Département de la Marne* (1840), pp. 61-62 ; 104-106.

[1840 b] Membres Décédés. M. Bobillier. *Séance publique de la société d'agriculture, commerce, sciences et arts du Département de la Marne* (1840), pp. 118-123.

[1840 c] Ouvrages publiés par M. Bobillier. *Séance publique de la société d'agriculture, commerce, sciences et arts du Département de la Marne* (1840), pp. 148-150.

SERRET (Paul)

[1869] *Géométrie de direction.* Paris : Gauthier-Villars (1869).

SERVOIS (François Joseph)

[1811 a] Questions résolues. Solution, avec la règle seulement, du dernier des deux problèmes proposés à la page 259 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 332-335.

[1811 b] Solution du premier des deux problèmes proposés à la page 259 de ce volume, et du problème proposé à la page 126 du même volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 1 (1810-1811), pp. 337-341.

[1814] Géométrie pratique. Problème. Prolonger une droite accessible au-dela d'un obstacle qui borne la vue, en n'employant que l'équerre d'arpenteur, et sans faire aucun chaînage. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 4 (1813-1814), pp. 250-253.

SORLIN

[1825] Trigonométrie. Recherches de trigonométrie sphérique ; par Sorlin ; extrait ; par Gergonne. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 273-304.

STEINER (Jakob)

[1827] Géométrie pure. Théorie générale des contacts et des intersections des cercles. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 285-315.

[1828 a] Géométrie de situation. Démonstration de quelques théorèmes. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 1-8.

[1828 b] Géométrie pure. Développement d'une série de théorèmes relatifs aux sections coniques. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 37-64.

[1828 c] Géométrie élémentaire. Recherche des relations entre les rayons des cercles qui touchent trois droites données sur un plan et entre les rayons des sphères qui touchent quatre plans donnés dans l'espace. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 85-96.

[1828 d] Questions proposées. Théorèmes de géométrie proposées à démontrer. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), p. 128.

STURM (Charles François Jacques)

[1826 a] Géométrie analytique. Mémoire sur les lignes du seconde ordre (première partie). *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 265-293.

[1826 b] Géométrie analytique. Mémoire sur les lignes du seconde ordre (deuxième partie). *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 173-198.

STURM ; VECTEN et QUERRET

[1824]. Démonstration des quatre théorèmes sur l'hyperbole énoncés à la page 268 du précédent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 100-104.

TALBOT (W. H.)

[1823] [Questions résolues. Solutions du premier des deux problèmes de géométrie énoncés à la page 366 du XIIIe volume des Annales]. Seconde solution, présentant la démonstration d'un théorème. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 14 (1823-1824), pp. 123-128.

TÉDENAT

[1811] Lettre aux rédacteurs des Annales, renfermant quelques remarques sur le problème de l'inscription de trois cercles à un triangle. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 2 (1811-1812), pp. 165-170.

[1815] Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 356 du Ve volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 6 (1815-1816), pp. 129-132.

[1824] Solution des deux problèmes de dynamique, et réflexions sur le problème de situation proposés à la page 380 du VIIIe volume des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 15 (1824-1825), pp. 124-129.

TRÉBERT (Arcas)

[1844] De la sphère tangente à quatre sphères données. *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 3 (1844), pp. 101-111.

VALLÈS (François de Paule François Xavier Hégesippe)

[1826 a] Géométrie des surfaces courbes. Démonstration d'une propriété générale des lignes de contact des surfaces courbes avec les surfaces coniques circonscrites. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 315-322.

[1826 b] Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 31 du present volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 16 (1825-1826), pp. 385-388.

[1827] Géométrie des courbes. Recherches sur les développantes des courbes tracées sur la surface d'un cone droit. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 17 (1826-1827), pp. 349-356.

[1829 a] Questions résolues. Solution du problème de géométrie énoncé à la page 96 du présent volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 19 (1828-1829), pp. 252-255.

[1829 b] Questions résolues. Démonstration du théorème de géométrie énoncé à la pag 315 du précédent volume, et d'un autre théorème analogue. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 20 (1829-1830), pp. 128-133.

VECTEN

[1817] Géométrie élémentaire. Extrait d'une lettre au Rédacteur des Annales. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 7 (1816-1817), pp. 321-324.

[1821] Géométrie de la règle. Lettre au Redacteur des Annales, sur la démonstration, donnée à la page 326 du XIe volume de ce recueil, des deux théorèmes énoncés à la page 289 du IXe volume du même recueil. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 12 (1821-1822), pp. 69-72.

VECTEN ; DURRANDE ; FRÉGIER ; FABRY et GERGONNE

[1819] Questions résolues. Démonstration de deux théorèmes de géométrie énoncés à la page 116 de ce volume. *Annales de mathématiques pures et appliqueés*, 9 (1818-1819), pp. 277-284.

VERHULST

[1827] Géométrie. On donne dans un plan un angle et un point, et l'on demande de faire passer par le point une droite qui coupe les côtés de l'angle, de manière que l'aire interceptée soit de grandeur donée. Question proposée la page 180 du IIIe vol. *Correspondance mathématique et physique*, 04 (1827), pp. 269-270.

A.4 Études et références.

AEBISCHER (Anne Marie) et LANGUEREAU (Hombeline)

[2013] Géométrie et artillerie au debut du XIXe siècle : François Joseph Servois dans son temps ; em Barbin e Moyon, eds. *Les ouvrages de mathématiques dans l'Histoire. Entre recherche, enseignement et culture*, pp. 305-317.

ALFONSI (Liliane)

[2012] Un “savant” du siècle des Lumières : Étienne Bézout (1730-1783), mathématicien, académicien et enseignant ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 29-48.

AMADO (Janaína) et FERREIRA (Marieta de Moraes), eds.

[1996] *Usos & abusos da história oral.* 2ª edição. Rio de Janeiro : Editora da Fundação Getúlio Vargas (1998).

ARBOLEYA (Arilda)

[2013] Agência e estrutura em Bourdieu e Giddens pela superação da antinomia “objetivismo-subjetivismo”. *Sociologias Plurais* (Revista Discente do Programa de Pós-graduação em Sociologia da UFPR), v. 1 n. 1 (2013), pp. 6-27.

AUSEJO (Elena) et HORMIGON (Mariano), eds.

[1993] *Messengers of mathematics : European mathematical journals (1800-1946).* Madrid : Siglo XXI de España Editores (1993).

AUVINET (Jérôme)

[2011] *Charles-Ange Laisant. Itinéraires et engagements d'un mathématicien, d'un siècle à l'autre (1841-1920).* Tese de doutorado, EDSCE. Université de Nantes, Nantes, 2011.

[2013] *Charles-Ange Laisant. Itinéraires et engagements d'un mathématicien de la Troisième République.* Collection “Histoires de sciences”. Paris : Hermann Éditeurs (2013).

BARBIN (Évelyne)

[2008] Voir des figures, des raisonnements et des équations : une approche sémiotique de la démonstration ; em Barbin (Evelyne) e Lombard (Philippe), eds., *La Figure et la Lettre (Actes du 17eme Colloque organisé les 23 et 24 mai 2008)*, pp. 189-211.

[2009] L'association créatrice de l'analyse et de la géométrie selon Gabriel Lamé. *Bulletin de la Sabix*, 44 (2009), pp. 101-111.

BARBIN (Évelyne) et LOMBARD (Philippe), eds.

[2008] *La Figure et la Lettre (Actes du 17eme Colloque organisé les 23 et 24 mai 2008).* Collection “Histoires de Géométries”. Nancy : Presses Universitaires de Nancy (2011).

BARBIN (Évelyne) et MOYON (Marc), eds.

[2013] *Les ouvrages de mathématiques dans l'Histoire. Entre recherche, enseignement et culture.* Collection "Savoirs scientifiques & Pratiques d'enseignement". Limoges : Presses Universitaires de Limoges (2013).

BEAUD (Michel)

[2006] *L'art de la thèse. Comment préparer et rédiger un mémoire de master, une thèse de doctorat ou tout autre travail universitaire à l'ère du Net.* Nouvelle Édition. Collection Grands Repères Guides. Paris : La Découverte (2006).

BELHOSTE (Bruno)

[1989] Les caractères généraux de l'enseignement secondaire scientifique de la fin de l'Ancien Régime à la Première Guerre mondiale. *Histoire de l'Education*, n. 41 (janvier 1989), pp. 3-45.

[1995] *Les sciences dans l'enseignement secondaire français. Textes officiels. (Tome 1 : 1789-1914).* Réunis et présentés par Bruno Belhoste avec la collaboration de Claudette Balpe et de Thierry Laporte. Paris : Institut national de recherche pédagogique. Éditions Économica (1995).

[1998] Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 4, n. 2 (1998), pp. 289-304.

[2002] *La formation d'une technocratie. L'École Polytechnique et sés élèves de la Revolution au Second Empire.* Collection "Histoire de l'Éducation". Paris : Belin (2002).

BIOESMAT MARTAGON (Lise), ed.

[2010] *Eléments d'une biographie de l'Espace projectif.* Collection "Histoires de Géométries". Nancy : Presses Universitaires de Nancy (2010).

BOURBAKI (Nicolas)

[1960] *Elements of the History of Mathematics.* Traduction de John Meldrum de l'édition française de 1984. 2^a reimpression. Springer Verlag (1999).

BOURDIEU (Pierre)

[1984] *Questões de sociologia.* Traduction portugaise de Miguel Serras Pereira pour le livre *Questions de sociologie.* Lisboa : Editora Fim de Século (2003).

[1986] L'illusion biographique. *Actes de la recherche en sciences sociales*, n. 62/63 (1986), pp. 69-72.

[1987] *Coisas ditas.* Traduction brésilienne de Cássia da Silveira et Denise Pegorim pour le livre *Choses dites.* São Paulo : Brasiliense (2004).

[1994] *Razões práticas. Sobre a teoria da ação.* Traduction brésilienne de Marisa Corrêa pour le livre *Raisons pratiques. Sur la théorie de l'action.* 9ª edição. Campinas : Papirus Editora (2008).

[2001] *Para uma sociologia da ciência.* Traduction portugaise de Pedro Elói Duarte pour le livre *Science de la science et réflexivité. Cours au Collège de France 2000-2001.* Lisboa : Edições 70 (2004).

[2009] *A economia das trocas simbólicas.* Recueil de textes de Bourdieu, choisis et traduits par l'organisateur Sergio Miceli. 2ª reimpressão da 6ª edição (2005). São Paulo : Perspectiva (2009).

BOYÉ (Anne)

[2008] Autour de la géométrie analytique ; em Barbin (Évelyne) e Lombard (Philippe), eds., *La Figure et la Lettre (Actes du 17eme Colloque organisé les 23 et 24 mai 2008)*, pp. 279-297.

BOYER (Carl B.)

[1956] *History of Analytic Geometry.* New York : Scripta Mathematica Studies (1956). Reimpressão integral, New York : Dover (2004).

[1996] *História da Matemática.* 2ª edição. Traduzido por Elza Gomide. São Paulo : Editora Edgar Blucher (1996).

BRECHENMACHER (Frédéric)

[2007] La controverse de 1874 entre Camille Jordan et Leopold Kronecker. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 13, n. 2 (2007), pp. 187-257.

[2010] Une histoire de l'universatilé des matrices mathématiques. *Revue de synthèse*, tome 131, 6e série, n. 4 (2010), pp. 569-603.

[2013] *Constructing networks of texts : a heuristical method for discovering some collective dimensions of mathematics.* Intervention à l'École du GDR 3398 "Histoire de mathématiques"/*Des sources en histoire des mathématiques.* Luminy, Marselha (le 05 novembre 2013).

BRU (B.) et MARTIN (Th.)

[2005] Le Baron de Ferussac, la couleur de la statistique et la topologie des sciences. *Journ@l éléctronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique*, vol.1, n. 2, pp. 1-43 (novembre 2005).

BRUNEAU (Olivier)

[2011] *Colin Maclaurin ou l'obstination mathématicienne d'un newtonien.* Collection "Histoires de Géométries". Nancy : Presses Universitaires de Nancy (2011).

BURAU (Werner)

[1970] Plücker ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2011-2013.

BURCKHARDT (Johann Jakob)

[1970] Steiner ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2318-2327.

CALLOT (Jean Pierre)

[1957] *Histoire de L'École Polytechnique. Ses légendes, ses traditions, sa gloire.* Paris : Les presses modernes (1957).

CHARMASSON (Thérèse) ; LELORRAIN (Anne Marie) ; RIPA (Yannick) ; eds.

[1987] *L'enseignement technique de la Révolution à nos jours. Textes officiels avec introduction, notes et annexes. (Tome 1 : De la Révolution 1926).* Paris : Institut national de recherche pédagogique. Éditions Économica (1987).

CHEMLA (Karine)

[1998] Lazare Carnot et la génératité en géométrie. Variations sur le théorème dit de Menelaus. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 4, n. 2 (1998), pp. 163-190.

COLLINOT (Anne)

[2012] L'enquête biographique pour comprendre l'émergence d'une discipline universitaire ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 411-425.

CONDETTE (Jean François)

[2006] *Les recteurs d'académie en France de 1808 à 1940. (Tome II : Dictionnaire biographique).* Collection "Histoire biographique de l'enseignement". Lyon : Institut national de recherche pédagogique. (2006).

COOLIDGE (Julian Lowell)

[1934] The Rise and Fall of Projective Geometry. *The American Mathematical Monthly*, vol. 41, n. 4 (april 1934), pp. 217-228.

[1940] *A history of geometrical methods.* Oxford : Claredon Press (1940). Reimpressão integral, New York : Dover (2003).

[1945] *A history of the conic sections and quadric surfaces.* Oxford : Oxford University Press (1945). Reimpressão integral, New York : Dover (1968).

CORBIN (Alain)

[1998] *Le monde retrouvé de Louis François Pinagot : Sur les traces d'un inconnu (1798-1876)*. Collection "Champs (Histoire)". Paris : Flammarion (1998).

DAY (Charles R.)

[1991] *Les écoles d'arts et métiers. L'enseignement technique en France : XIXe-XXe siècle*. Paris : Belin (1991).

[2001] *Schools and work. Technical and vocational education in France since the Third Republic*. Québec : McGill Queen's University Press (2001).

DHOMBRES (Jean)

[1987 a] L'École polytechnique et ses historiens ; em Fourcy (Ambroise), *Histoire de L'École Polytechnique* (Réimpression intégrale fac-similaire du livre de 1828 pour la collection "Bicentenaire de la révolution"), pp.7-69.

[1987 b] Anexxes ; em Fourcy (Ambroise), *Histoire de L'École Polytechnique* (Réimpression intégrale fac-similaire du livre de 1828 pour la collection "Bicentenaire de la révolution"), pp.71-198.

DHOMBRES (Jean) et OTERO (Mario)

[1993] Les *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées* : le journal d'un homme seul au profite d'une communauté enseignante ; em Ausejo e Hormigon , eds., *Messengers of mathematics : European mathematical journals (1800-1946)*, pp. 3-70.

DOSSE (François)

[2005] *O desafio biográfico : Escrever uma vida*. Traduction brésilienne de Gilson César Cardoso de Souza pour le livre *Le pari biographique : écrire une vie*. São Paulo : Editora da Universidade de São Paulo (2009).

EHRHARDT (Caroline)

[2008] Évariste Galois, un candidat à l'École préparatoire en 1829. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 14, n. 2 (2008), pp. 289-328.

[2010] Histoire sociale des mathématiques (Présentation). *Revue de synthèse*, tome 131, 6e serie, n. 4 (2010), pp. 489-493.

[2011 a] Évariste Galois and the Social Time of Mathematics. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 17, n. 2 (2011), pp. 175-210.

[2011 b] How mathematicians remember. *International Social Science Journal*, n. 203/204 (2011), pp. 104-120.

[2012] Approche biographique et biographie en histoire des mathématiques : le cas d'Évariste Galois ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 95-117.

ELIAS (Norbert)

[1991] *Mozart : Sociologia de um gênio.* Organisation par por Michael Schröter. Traduction de Sergio Goes de Paula. Rio de Janeiro : Zahar (1995).

ELKHADEM (Hossam)

[1978] Histoire de la *Correspondance mathématique et physique* d'après les lettres de Jean Guillaume Garnier et Adolphe Quetelet. *Bulletin de la Classe des Lettres et des Sciences Morales et Politiques de l'Académie royale de Belgique*, tome 64 (1978), pp. 316-366.

d'ENFERT (Renaud)

[2003] Inventer une géométrie pour l'école primaire au XIXe siècle. Tréma, Revue de l'UFM de Montpellier, n. 22 (septembre 2003), pp 41-49.

[2004] Uma nova forma de ensino de desenho na França no início do século XIX : o desenho linear. Traduction de Maria Helena Camara Bastos. *História da Educação* (Revista da Faculdade de Educação da UFPel, Pelotas), n. 22 (maio a agosto de 2007), pp. 31-60.

[2012 a] Pour une histoire "par en bas" de l'enseignement des sciences (XIXe-XXe siècles) : le cas des mathématiques. Memória para a habilitação para dirigir pesquisas, Paris Sud, 2012.

[2012 b] Mathematics teaching in French *écoles normales primaries*, 1830-1848 : social and cultural challenges to the training of primary school teachers. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. The International Journal on Mathematics Education*, vol. 44, n. 4 (2012), pp. 513-524.

EVES (Howard)

[2004] *Introdução à História da Matemática.* Traduzido por Higyno Domingues. 2ª edição. Campinas : Editora Unicamp (2004).

FAUQUE (Danielle) ; ILIC (Myriana) ; HALLEUX (Robert) ; eds.

[2000] *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire.* Turnhout, Belgiun : Brepols Publishers (2000).

FIELD (Judith) e GRAY (Jeremy)

[1987] *The geometrical work of Girard Desargues.* New York : Springer-Verlag (1987).

FIGUEIRÔA (Silvia F. de M.)

[2007] A propósito dos estudos biográficos na história das ciências e das tecnologias. *Fênix. Revista de história e estudos culturais*, vol. 4, ano IV, n. 3 (julho/agosto/setembro de 2007).

FLAMENT (Dominique) e NABONNAND (Philippe), eds.

[2011] *Justifier en mathématiques.* Paris : Éditions de la Maison des sciences de l'homme (2011).

FOX (Robert)

[2012] *The Savant and the State. Science and cultural politics in nineteenth-century France.* Baltimore : The Johns Hopkins University Press (2012).

FREUDENTHAL (Hans)

[1970] Quetelet ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2084-2086.

FRIEDELMEYER (Jean Pierre)

[2010] L'impulsion originelle de Poncelet dans l'invention de la géométrie projective ; em Bioesmat Martagon, ed. *Eléments d'une biographie de l'Espace projectif*, pp. 55-158.

GANDILHON (René)

[1972] Introduction. *Archives départementales de la Marne. Repertoire numerique detaillé de la série T (enseignement, affaires culturelles, sports)*, dressé par René Gandilhon, conservateur en chef, directeur des services d'archives du département de la Marne (1972), pp. vii-lxi.

GARNICA (Antonio Vicente Marafioti) et GOMES (Maria Laura Magalhães)

[2013] Lacroix, sua obra e a instrução pública na França revolucionária ; Posfácio em Lacroix, *Ensaios sobre o ensino em geral e o de matemática em particular*, pp. 291-326.

GAUTHIER (Sebástien)

[2009] La géométrie dans la géométrie des nombres : histoire de discipline ou histoire de pratiques à partir des exemples de Minkowski, Mordell et Davenport. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 15, n. 2 (2009), pp. 183-230.

GERINI (Christian)

[2000] *Les "Annales" de Gergonne : apport scientifique et epistemologique dans l'histoire des mathématiques.* Tese de doutorado, UFR Lettres. Université Aix-Marseille I. Université de Provance, 2000.

GILLISPIE (Charles Coulston), ed.

[1970] *Biographical Dictionary of Mathematicians* ; Reference Biographies from the Dictionary of Scientific Biography. New York : Charles Scribner's Sons. Primeira edição (1970). Edição atualizada (1991).

GISPERT (Hélène)

[1999] Les débuts de l'histoire des mathématiques sur les scènes internationales et le cas de l'entreprise encyclopédique de Felix Klein et Jules Molk. *Historia Mathematica*, vol. 26, n. 4 (1999), pp. 344-360.

[2012] L'enterprise biographique à l'épreuve : écueils, défis, atouts du cas d'Émile Borel ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 139-175.

GOLDSTEIN (Catherine)

[1999] Sur la question des méthodes quantitatives en histoire des mathématiques : le cas de la théorie des nombres em France (1870-1914). *Acta historiae rerum naturalium technicarum*, new series, vol 3 (1999), pp. 187-214.

[2012] Les autres de l'un : deux enquêtes prosopographiques sur Charles Hermite ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 509-540.

GOLDSTEIN (Catherine) et SCHAPPACHER (Norbert)

[2007 a] A book in search of a discipline (1801-1860) ; em Goldstein (Catherine) et al. eds., *The shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's* Disquisitiones Arithmeticae, pp. 3-65.

[2007 b] Several disciplines and a book (1860-1901) ; em Goldstein (Catherine) et al. eds., *The shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's* Disquisitiones Arithmeticae, pp. 67-103.

GOLDSTEIN (C.) ; SCHAPPACHER (N.) ; SCHWERMER (J.) ; eds.

[2007] *The shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's* Disquisitiones Arithmeticae. Berlin : Springer (2007).

GRATTAN-GUINESS (Ivor)

[1990] *Convolutions in French Mathematics, 1800-1840. From the calculus and mechanics to mathematical analysis and mathematical physics* (em 3 volumes). Berlin : Birkhäuser Verlarg (1990).

[2005] The "École Polytechnique", 1794-1850 : differences over educational purpose and teaching practice. *The American Mathematical Monthly*, vol. 112, n. 3 (2005), pp. 233-250.

GRAY (Jeremy J.)

[1997] Algebraic geometry between Noether and Noether : a forgotten chapter in the history of algebraic geometry. *Revue d'histoire des mathématiques*, 3 (1997), pp. 1-48.

[2007] *Worlds Out of Nothing. A Course in the History of Geometry in the 19th Century*. London : Springer (2007).

[2013] *Henri Poincaré : A scientific biography*. Princeton University Press (2013).

GREITZER (Samuel L.)

[1970] Lamé ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume III (1970), pp. 1328-1330.

HANKINS (Thomas L.)

[1979] In defence of biography : the use of biography in the history of science. *History of Science*, 17 (1979), pp.1-16.

HARTSHORNE (Robin)

[1977] *Algebraic Geometry*. New York : Springer (1977).

ITARD (Jean)

[1970] Bobillier ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume I (1970), pp. 278-281.

JULAUD (Jean Joseph)

[2005] *L'histoire de France de 1789 à nos jours*. Paris : Éditions First Gründ (2005).

KAESER (Marc Antoine)

[2003] La science vécue. Les potentialités de la biographie en histoire des sciences. *Revue d'histoire des sciences humaines*, 13 (2003), pp. 139-160.

KLEIN (Felix Christian)

[1928] *Development of mathematics in the 19th century*. Berlin (1928). Reimpressão na coleção "Lie groups : history, frontiers and applications", vol IX, editada por Robert Hermann. Tradução de Michel Ackerman. Brookline, Massachusetts : Math Sci Press (1979).

KNITTEL (Fabien)

[2012] L'écriture biographique en histoire des sciences et des techniques : réflexions à partir du cas de l'agronome Mathieu de Dombasle (1777-1843) ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 177-188.

KOPPELMAN (Elaine)

[1970] Chasles ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume I (1970), pp. 466-468.

LÊ (François)

[2013] The "geometrical equations" : forgotten premises of Felix Klein's *Erlanger Programm.* (Por aparecer).

LEBÉDEL (Claude)

[2003] *Histoire de la France. La construction et l'evolution d'une nation.* Rennes : Éditions Ouest-France (2003).

LELOUP (Juliette)

[2009] *L'entre-deux-guerres mathématiques à travers les thèses soutenues en France.* Tese de doutorado, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2009.

LEMERCIER (Claire) et PICARD (Emmanuelle)

[2012] Quelle approche prosopographique ? ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 605-630.

LEVI (Giovanni)

[1989] Les usages de la biographie. *Annales. Économies, Sociétés, Civilisations.*, 44e année, n. 6 (1989), pp. 1325-1336.

LORIA (Gino)

[1948] Perfectionnements, évolutions, métamorphoses du concept de "coordonées" : contribuition à l'histoire de la géométrie analytique. *Osíris*, 8 (1948), pp. 218-288.

LORIGA (Sabrina)

[1996] A biografia como problema ; em Revel (Jacques), ed., *Jogos de Escala. A experiência da microanálise*, pp. 225-249.

[2011] Entretien avec Sabina Loriga : la biographie comme un problème. *História da historiografia (Ouro Preto)*, n. 9 (agosto de 2012), pp. 14-25.

LUTZEN (Jesper)

[1990] *Joseph Liouville (1809-1882) : Master of pure and applied mathematics.* New York : Springer-Verlag (1990).

MANSO de ALMEIDA (Regina Cassia)

[2010] Éléments de Géométrie, avec Notes, par Adrien Marie Legendre. O que afirma o próprio autor sobre sua obra ? *Bolema* (Boletim de Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, SP), vol. 23 n. 35B (abril de 2010), pp 425-434.

McCONNELL (A. J.)

[1970] Salmon ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2201-2202.

NABONNAND (Philippe)

[2006] *Contributions à l'histoire da la géométrie projective au 19e siècle.* (por aparecer).

[2008] Une géométrie sans figure ? ; em Barbin (Evelyne) e Lombard (Philippe), eds., *La Figure et la Lettre (Actes du 17eme Colloque organisé les 23 et 24 mai 2008)*, pp. 99-119.

[2010] "Deux droites coplanaires sont sécantes" ; em Bioesmat Martagon, ed. *Eléments d'une biographie de l'Espace projectif*, pp. 159-195.

[2011] L'argument de la generalité chez Carnot, Poncelet et Chasles ; em Flament e Nabonnand, eds. *Justifier en mathématiques*, pp. 17-47.

PARSHALL (Karen Hunger)

[1999] Telling the life of a mathematician : The case of J.J. Sylvester. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 5, n. 2 (1999), pp. 285-302.

PEDOE (Dan)

[1975] Notes on the history of geometrical ideas I. Homogeneous coordinates. *Mathematics magazine*, vol. 48, n.4 (1975), pp. 215-217.

REVEL (Jacques)

[1996] Introdução ; em Revel (Jacques), ed., *Jogos de Escala. A experiência da microanálise*, pp. 7-14.

[2010] Micro-história, macro-história : o que as variações de escala ajudam a pensar em um mundo globalizado. Tradução de Anne Marie Milon de Oliveira. Revisão técnica de José Gondra. *Revista Brasileira de Educação*, v. 15, n. 45 (setembro a dezembro de 2010), pp. 434-444.

REVEL (Jacques), ed.

[1996] *Jogos de Escala. A experiência da microanálise.* Traduction de Dora Rocha pour le livre *Jeux d'échelles. La micro-analyse à l'expérience.* 1ª edição. Rio de Janeiro : Editora Fundação Getúlio Vargas (1998).

ROLLET (Laurent) et NABONNAND (Philippe)

[2012 a] Pour une biographie d'Henri Poincaré. Le problème des sources. *Gazette des mathématiciens*, n.133 (juillet 2012), pp. 78-93.

[2012 b] Définir, classer, compter : biographie et prosopographie en histoire des sciences ; em Rollet e Nabonnand, eds. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en historie des sciences*, pp. 11-25.

ROLLET (Laurent) et NABONNAND (Philippe), eds.

[2012] *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en histoire des sciences.* Collection "Histoire des Institutions Scientifiques". Nancy : Presses Universitaires de Nancy. Éditions Universitaires de Lorraine (2012).

ROQUE (Tatiana)

[2011] Stability of trajectories from Poincaré to Birkhoff : approaching a qualitative definition. *Archive for History of Exact Sciences*, n. 65 (2011), pp. 295-342.

[2012] *História da matemática : Uma visão crítica desfazendo mitos e lendas.* Rio de Janeiro : Zahar (2012).

SCARTEZINI (Natalia)

[2012] Introdução ao método de Pierre Bourdieu. *Cadernos de Campo* (UNESP), v. 14/15 (2012), pp. 25-37.

SCHUBRING (Gert)

[1985] Essais sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques, particulièrement en France et en Prusse. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol. 5, n. 3, pp. 343-385.

[2001] Production mathématique, enseignement et communication. Remarques sur la note de Bruno Belhoste, 'Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques' parue dans la RHM 4 (1998) : 289-304. *Revue d'histoire des mathématiques*, tome 7, n. 2 (2001), pp. 295-305.

[2003] *Análise histórica de livros de matemática. Notas de aula.* Tradução de Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas, SP : Editora Autores Associados (2003).

[2005] *Conflicts between Generalization, Rigor and Intuition. Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17-19th Century France and Germany.* Springer (2005).

[2010] How to relate regional history to general patterns of history ? The case of mathematics teaching in Westphalia. *Bolema* (Boletim de Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, SP), vol. 23 n. 35A (abril de 2010), pp 101-122.

STÖHR (Karl Otto)

[2000] *Curvas algébricas.* Notas de aula do curso ministrado no IMPA, Rio de Janeiro, 1° semestre de 2000 (não publicado).

STILLWELL (John)

[1989] *Mathematics and Its History.* New York : Springer-Verlag (1989).

[2005] *The four pillars of geometry.* New York : Springer (2005).

STRUIK (Dirk J.)

[1970] Gergonne ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume II (1970), pp. 887-889.

SWINDEN (B.)

[1950] Geometry and Girard Desargues. *The mathematical gazette*, vol. 34, n. 310 (1950), pp. 253-260.

TATON (René)

[1952] Monge créateur des coordonnées axiales de la droite, dites de Plücker ; em Fauque (Danielle) et al. eds., *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire*, pp. 335-339.

[1953] Laplace et Sylvester Franois Lacroix ; em Fauque (Danielle) et al. eds., *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire*, pp. 341-350.

[1959] Book review : Carl B. Boyer, History of Analytic Geometry. *Isis*, 50 (1959), pp. 489-492.

[1964] L'École Polytechnique et le renouveau de la géométrie analytique ; em Fauque (Danielle) et al. eds., *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire*, pp. 351-360.

[1970] Poncelet ; em Gillispie (Charles Coulston), ed., *Biographical Dictionary of Mathematicians*, volume IV (1970), pp. 2036-2042.

[1982] Les biographies scientifiques et leur importance pour l'histoire des sciences ; em Fauque (Danielle) et al. eds., *René Taton. Études d'histoire des sciences. Recueillies pour son 85e anniversaire*, pp. 521-535.

VAINSENCHER (Israel)

[1996] *Introdução às Curvas Algébricas Planas*. Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro : IMPA (1996).

VALENTE (Wagner Rodrigues)

[2008] Livro didático e educação matemática : uma história inseparável. *Zetetiké* (Revista do CEMPEM : Centro de estudos, memória e pesquisa em educação matemática da Unicamp, Campinas), vol. 16, n. 30 (julho a dezembro de 2008), pp. 139-161.

VERNUS (Michel) et LEROY (Bernard)

[1995] *Lons-le-Saunier au coeur du Jura*. Lons-le-Saunier : Centre Jurassien du patrimoine (1995).

VOELKE (Jean Daniel)

[2010] Le développement historique du concept d'espace projectif ; em Bioesmat Martagon, ed. *Eléments d'une biographie de l'Espace projectif*, pp. 207-286.

A.5 Websites et base de données *en ligne*.

Archives Départementales de la Marne

`http://archives.marne.fr`

Archives Nationales de France

`http://www.archivesnationales.culture.gouv.fr`

BiblioSHS

`http://biblioshs.inist.fr`

Bibliothèque Centrale de l'École Polytechnique

`https://bibli-aleph.polytechnique.fr`

Gallica. Bibliothèque Numérique. BnF (Bibliothèque Nacional de France)

`http://gallica.bnf.fr`

GDZ. Göttinger Digitalisierungszentrum

`http://gdz.sub.uni-goettingen.de`

Leonore (Légion d'Honneur)
http://www.culture.gouv.fr/documentation/leonore/pres.htm

Nouveles Annales de Mathématiques / Les Auteurs
http://nouvelles-annales-poincare.univ-nancy2.fr

NUMDAM. Recherche et téléchargement de revues mathématiques numérisées
http://www.numdam.org

The MacTutor History of Mathematics Archive
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bobillier.html

Index

Abel (Niels Henrik), 18
Adrien Romain, 224, 246
Aimé Martin, 78
Amédée Morel, 236
Ampère (André Marie), 78
Apollonius, 222, 224, 245, 249, 282
Arago (François), 78, 148, 224, 245, 249
Archimède, 8, 222, 246
Aristote, 8
Augoyat, 161
Auvinet (Jérôme), 8

Balzac (Honoré de), 55
Barbin (Evelyne), 288
Bardin, 197, 198
Beethoven (Ludwig van), 50
Belhoste (Bruno), 29, 30
Bérard, 236
Berruyer, 224, 247, 249
Bézout (Étienne), 271, 278
Bidone, 236
Binet (Jacques), 78, 103, 222, 241, 247, 249
Bobillier (André Ignace), 65
Bobillier (Ignace), 14, 46, 65, 70
Bobillier (Marie André), 44, 47, 65
Bolyai (Janos), 55
Bonaparte (Louis Napoléon), 60, 61, 63
Bonaparte (Napoléon), 45–49, 84, 85, 114
Bouchu (François Louis), 78
Bourbaki, 25
Bourdieu (Pierre), 3, 7, 9–11, 16, 36
Bourdon (Louis Pierre Marie), 103, 104
Bourguet (du), 236
Boyer (Carl), 24, 25, 288
Brechenmacher (Frédéric), 37
Bret (Jean Jacques), 236
Brianchon (Charles Julien), 17, 27, 118, 125, 127, 130, 133, 162, 201, 213, 217, 219, 220, 222–226, 228, 235, 236, 238, 240, 244, 249, 273, 312, 313
Bruneau (Olivier), 8
Burau (Werner), 324

Camus, 240
Carnot (Lazare), 23, 27, 32, 46, 125, 128, 130, 151, 220, 222, 238, 246, 249
Carrus, 24
Cassini (Giovanni Domenico), 103
Cauchy (Augustin Louis), 18, 25, 49, 78, 147, 154, 165, 215–217, 222–224, 228, 235, 236, 239, 244, 245, 247–249, 255, 327, 340
Cayley (Arthur), 28
Charles X, 50, 52, 53
Chasles (Michel), 17–19, 21, 23–27, 32, 44, 57, 59, 61, 63, 64, 113, 124–127, 138, 151, 173, 197, 199–202, 211, 213, 214, 218, 219, 222, 223, 226, 230, 231, 234, 236, 238–245, 247–249, 288, 328–330, 332, 333, 339, 340
Clebsch (Alfred), 26
Comte (Auguste), 52
Coolidge (Julian L.), 24, 288, 337
Coriolis (Gustave), 78, 140, 157, 215, 216, 224, 228, 235, 236, 247, 249
Coste, 236, 249
Cramer (Gabriel), 240, 283, 322
Crelle (Leopold), 50, 134, 165, 166, 205, 224, 245, 249, 257
Cremona (Luigi), 19, 213, 220

Dandelin (Germinal), 103, 213, 216, 219, 222–224, 229, 235, 236, 240, 244, 246, 247, 249

Darboux (Gaston), 23, 24, 288
Darwin (Charles), 61
Day (Charles), 30
De Prony (Gaspard), 78
Delacroix (Eugène), 53
Delambre (Jean Baptiste), 224, 247
Desargues (Girard), 103, 128, 142, 201, 222, 224, 245, 249, 305, 311, 327, 328
Descartes (René), 27, 28, 157, 222, 245, 249, 319, 335
Desfontaine, 224, 247, 249
Desor (Édouard), 11
Dinet (Charles Louis), 78
Dombasle (Mathieu de), 4
Dosse (François), 3, 6
Dostoiévski (Fiodor), 62
Duhays, 78
Dulong (Pierre Louis), 78
Dupin (Charles), 103, 201, 222, 225, 239, 241, 246, 249
Durand, 78
Durrande (Jean Baptiste), 210, 213, 217, 219, 220, 222–224, 228, 234, 236, 238–240, 242, 244–249

Ehrhardt (Caroline), 30
Einstein (Albert), 8
Encontre (D.), 126, 236
Enfert (Renaud d'), 30
Engels (Friedrich), 60
Euclide, 27, 221, 222, 239, 245, 249
Eugénie (Louise Suzanne), 65
Euler (Leonhard), 27, 138, 222, 224, 241, 246, 249, 335
Eves (Howard), 25

Fabry, 236
Fano (Gino), 24
Fermat (Pierre), 27, 222, 246, 249
Ferriot, 103, 210, 217, 229, 235, 236, 249
Ferry (Claude Joseph), 288
Ferussac (Baron de), 49, 160, 224, 246, 249
Feuerbach (Karl W.), 26
Figueirôa (Silvia), 7, 20
Finck (Pierre J. E.), 88, 103, 334–336
Flaubert (Gustave), 61
Français (Jacques Frédéric), 224, 247, 249
Frégier (Paul Félix), 103, 213, 218, 225, 227, 234, 236, 239, 249

Galois (Évariste), 18, 31, 54
Garbinski, 89, 103, 236
Garnier (Jean Guillaume), 222, 236, 247
Gaultier de Tours (Louis), 222, 239, 247, 249, 282
Gauss (Carl Friedrich), 45
Gauthier (Pierre), 70
Gay Lussac (Louis Joseph), 78
Gergonne (Joseph Diaz), 17, 22, 26, 28, 32, 43, 47, 54, 61, 88, 103, 104, 113, 118, 121, 126–131, 134, 137–169, 171–173, 175, 177, 179, 183–185, 187, 192–194, 197, 198, 200–202, 204, 208–217, 219–231, 234, 236, 238–249, 251–256, 260, 264, 269, 271–275, 278, 288, 303, 304, 310, 319, 325, 327–333, 336, 339, 340, 344
Gerono (Camille), 334
Gillispie (Charles), 8
Gispert (Hélène), 13
Goldstein (Catherine), 10, 12
Gonçalves (Carlos), 16
Gray (Jeremy), 8
Grimberg (Gérard), 19
Gruner (J. A.), 241, 249

Hachette (Jean Nicolas Pierre), 46, 103, 161, 200, 222, 224, 225, 239, 241, 244, 249
Hachette (Louis), 161
Halley (Edmond), 222, 247, 249
Halphen (Georges H.), 26, 338
Hankins (Thomas), 6, 12
Hermite (Charles), 64
Hesse (Ludwig Otto), 26, 169
Hilbert (David), 337
Hugo (Victor), 54

Itard (Jean), 21–23, 26, 63, 288

Jacobi (Carl Gustav Jacob), 169

Kaeser (Marc Antoine), 11
Kant (Immanuel), 43
Klein (Felix), 24, 64, 321, 323, 343
Knittel (Fabien), 4, 7
Kramp (Christian), 222, 247

La Hire (Philippe de), 128, 241, 249
Lacroix (Sylvester François), 27, 28, 30
Lagrange (Joseph Louis), 43, 103, 104, 222, 241, 246, 249
Laisant (Charles Ange), 8
Lamé (Gabriel), 25, 26, 28, 44, 47, 48, 64, 103, 192, 193, 236, 249, 260, 263–270, 280, 286, 317, 325, 326, 331–336, 339, 340, 344
Lancret, 222, 247
Laplace (Pierre Simon de), 45, 241, 249
Lechmutz, 236
Lefébure de Fourcy (Louis), 78
Legendre (Adrien Marie), 26, 30, 38, 147, 154, 224, 241, 247, 249
Leibniz (Friedrich), 138
Lemercier (Claire), 206
Lenthéric, 88, 89, 91, 103, 336
Leroy (Charles Félix Augustin), 78
Levi (Giovanni), 3
Lhuillier, 222, 236, 248
Liouville (Joseph), 18, 56, 205
Livet (Jean Joachim), 162, 201
Lobachewsky (Nikolai Ivanovitch), 52, 59
Lobatto, 91, 103
Loria (Gino), 24, 288
Loriga (Sabina), 7, 20
Louis Philippe, 53, 60
Louis XVI, 44, 47
Louis XVIII, 47, 48, 50

Maclaurin (Colin), 8, 128, 242, 249
Magnus (L.F.), 208, 228, 236
Maisonneuve, 222, 248
Malfatti (Gianfrancesco), 222, 224, 246, 249
Marx (Karl), 60
Mathieu (Claude Louis), 78
Mendeleiev (Dmitri), 63
Menelaus, 136
Mention (Jules Alexandre), 17
Mercator (Gerardus), 222, 224, 246, 249
Mersenne (Marin), 222, 248, 249
Meusnier (Jean Baptiste), 222, 248
Moebius (August F.), 25, 26, 28
Molk (Jules), 24
Monferrand, 103
Monge (Gaspard), 23, 27, 32, 44, 46, 48, 103, 104, 124, 125, 128, 130, 161, 162, 177, 201, 222–226, 240, 242, 244, 249
Montucla (Jean Étienne), 45, 46, 103, 104, 242, 249, 319

Nabonnand (Philippe), 3, 150
Newton (Isaac), 103, 222–224, 226, 240, 242, 244, 249, 335
Noether (Emmy), 337
Noether (Max), 333, 334, 337

Olivier (Theodore), 103, 148

Pappus, 125, 128, 222, 242, 248
Parshall (Karen), 12, 13
Pascal (Blaise), 103, 118, 125, 127, 128, 142, 146, 201, 219, 222–224, 226, 244, 249, 271, 273, 274, 285, 305, 312, 313, 319, 320, 324
Pavier (Pome Idalie), 15, 57, 65, 70
Petit (Alexis Thérèse), 78, 103
Picard (Emmanuelle), 206
Plücker (Julius), 17–19, 25, 26, 28, 32, 45, 51, 54, 63, 103, 121, 138, 147, 149, 150, 152, 153, 161, 163–167, 169, 171, 182, 199, 210, 213, 216, 219, 222, 223, 225, 229, 231, 234, 236, 238, 240, 244–246, 248, 249, 252, 256, 257, 260, 274, 275, 278–287, 305, 308, 319–323, 325, 327, 330, 331, 333–336, 339, 340, 343, 344
Poincaré (Henri), 8, 138
Poinsot (Louis), 78, 147, 154, 202, 224, 248, 249
Poiries (Joseph), 70

Poisson (Siméon Denis), 52, 78, 103, 224, 239, 248, 249
Poncelet (Jean Victor), 17–19, 22, 27, 28, 32, 43, 46, 47, 49, 62, 63, 103, 104, 113, 114, 121, 128–138, 140, 146–169, 171, 173, 177, 179, 187, 190, 195, 197–202, 208–210, 212–214, 216, 217, 219–230, 234, 236, 238–242, 244–249, 251–257, 278, 280, 328, 329
Ptolémée, 222, 224, 246, 249
Puissant (Louis), 222, 224, 243, 248, 249
Pythagore, 222, 224, 248, 249

Querret, 236, 327, 340
Quetelet (Adolphe), 31, 50, 88, 103, 104, 205, 216, 222, 224, 248, 259, 314, 316, 325

Regnault, 78
Revel (Jacques), 3, 5, 9, 36
Reynard, 89, 103
Reynaud (Antoine André Louis), 78
Riemann (Bernhard), 61
Roberval (Gilles Personne), 103, 104
Rochat, 217, 227, 235, 236
Roche (Jean Pierre L. A.), 89, 103
Rochefoucauld (Duc de la), 84
Rollet (Laurent), 3, 68
Rollet (Marie), 14, 65, 70
Roque (Tatiana), 4

Saigey (Jacques Frédéric), 160, 161
Saint-Vincent (Grégoire), 128
Salmon (George), 28, 166, 213, 261, 262, 282, 288, 319, 334, 337
Sarrus (Frédéric), 128, 217, 223, 229, 235, 236, 244, 249
Servois (François Joseph), 125, 127, 201
Servois (François Joseph), 30, 32, 125–128, 130, 217, 224, 227, 235, 236, 238, 246, 249
Sorlin, 140, 236, 249
Stainville (Nicolas Janot de), 126
Steiner (Jakob), 44, 62, 113, 128, 138, 209, 213, 216, 222, 224, 225, 229–231, 234, 236, 243, 245, 249, 329, 330, 337
Sturm (Charles), 103, 213, 216, 219, 222, 223, 229, 234, 236, 238, 244–246, 248, 249, 305, 310, 327, 332, 333, 339, 340
Sylvester (James Joseph), 12

Talbot (W. H.), 236
Taton (René), 19, 28, 198, 220
Tédenat, 210–212, 217, 228, 235, 236
Terquem (Orly), 199, 334–336
Thénard (Louis Jacques), 78
Tolstoi (Léon), 62

Vallès (François), 89, 103, 177, 180, 183, 218, 219, 225, 229, 235, 236, 249
Vaure, 103, 243, 249
Veblen (Oswald), 138
Vecten, 140, 236, 327, 340
Viète (François), 222, 240, 245, 249
Vincent (Jean Antoine Aza), 86
Viviani (Vicenzo), 222, 248, 249
Voelke (Jean Daniel), 288, 331
Von Neumann (John), 8

Wantzel (Pierre Laurent), 47, 51, 60
Waring (Edward), 103, 104, 240, 249
Wronski (Josef Hoené), 224, 248, 249

Remerciments personnelles.

Alessandra Gontijo Faro

Alexander Andrey Lopes

Alexandre Guilbaud

Aline Caetano Bernardes

Ana Maria do curso CEI

Andrea Motta

Angela Maria da Costa e Silva Coutinho

Anny Begard

Antônio Augusto Passos Videira

Antônio Ladeira

Armelle Le Goff

Carlos Henrique Barbosa Gonçalves

Carlos Koehler

Caroline Ehrhardt

Caroline Jullien

Catherine Goldstein

Cécile Bertrand Dagenbach

Céline Perez

Charles Braverman

Christian Gerini

Christine Muller

Christophe Bouriau

Christophe Chappon

Cindy Neves

Clémentine Le Monnier

Cyone Haubrichs dos Santos

Dario Tavares

David Thomasette

Denise Leal de Castro

Dominique Flament

Edson Barros de Menezes

Edilma Haubrichs dos Santos

Edith Pirio

Eduardo Esteves

Elenir Haubrichs

Elodie Tréhet

Elzy Haubrichs dos Santos

Fabienne Dumont

Florian Forster

Frédéric Brechenmacher

Gabriela Evangelista

Geneviève Schwartz

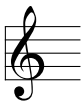
Gérard Grimberg

Gerhard Heinzmann

Gert Schubring
Gregory Joublin
Guillaume Schuppert
Harold Rosenberg
Hilário Alencar da Silva
Isabelle de Moraes
Isabelle Thibaud
Jansley Chaves
Jarbas Antônio dos Santos
Jean Delcourt
Jean Pierre Frieldelmeyer
Jeanine Souquières
Jeferson Fernandes Rodrigues
Jesper Lutzen
João Bosco Pitombeira
Jorge Caê Pinto Rodrigues
José Heleno Faro
Joseli Haubrichs
Joselita Maria dos Santos
Jules Henri Greber
Julia Schaetzle Wrobel
Juliana Coelho Chaves
Julie Litzahn
Juscelino Bezerra dos Santos
Karine François
Karl Otto Stöhr
Karla Gomes de Alencar Pinto
Kelling Cabral Souto
Laurent Rollet
Leandro da Silva Dias
Léna Soler
Lisa Giombini
Lydie Mariani
Manuel Rebuschi
Marc Henry
Marcello Santos Amadeo
Marco Aurélio Passos Louzada
Margarida do Espírito Santo
Mariah Martins
Marie Christine Thooris
Marie Courouve
Marie L'Etang
Martina Schiavon
Martine Clochette
Mércio Pereira Gomes
Mikael Santa Rita
Myllena Martins Medeiros
Nadja Paraense
Natsouu Faustine Mogadji
Nicole Dubois
Norbert Verdier
Olivier Bruneau

Pascal Denis
Pascaline Watier
Patricia Guyard
Philippe Nabonnand
Pierre Couchet
Pierre Edouard Bour
Príscila Marques de Siqueira
Rafael Haubrichs dos Santos
Regina Celi Neri Gonalves
Regina Dantas
Regina Manso
Ricardo Kubrusly
Roger Pouivet
Rogério Monteiro de Siqueira
Rossana Tazzioli
Sandrine Avril
Scott Walter
Sheila Presentin Cardoso
Sylvie Albenque
Tatiana Roque
Teresa Piva
Thomas Preveraud
Tiago Giannerini da Costa
Vanda Haubrichs
Véronique Losseroy
Vitor Luiz Bastos de Jesus

Merci beaucoup !
Muito obrigado !
Cleber Haubrichs dos Santos



En passant par la Lorraine avec mes sabots
En passant par la Lorraine avec mes sabots
Rencontrai trois capitaines avec mes sabots Dondaine
Oh oh oh, avec mes sabots

(Une très ancienne chanson populaire française pour les enfants)

Abra um parêntesis
Não esqueça
Que independente disso
Eu não passo
De um malandro
De um moleque do Brasil

(Uma canção dos Novos Baianos)

Resumé trilingue.

Resumé

Ce travail est un étude biographique centré sur Étienne BOBILLIER (1798-1840), un géomètre français de la première moitié du dix-neuvième siècle et enseingnant à une école d'arts et métiers française provinciale de niveau secondaire. Tout d'abord, nous présentons des considérations sur l'usage de la *biographie en histoire des sciences* et sur son importance pour la compréhension du caractère collective de la production scientifique. Puis, nous defendons la necessité d'une biographie de Bobillier qu'apporte de nouvelles contributions pour l'historiographie de la géométrie à la 1ere moitié du 19ème siècle (notament la géométrie analytique projective) ; bien aussi pour l'historiographie de l'éducation mathématique dans la même période. À la suite, nous présentons d'un façon panoramique, quelques *informations biographiques* qui permettent une premier aproche des oeuvres, des contextes et de la personne de Bobillier. En particulier, nous montrons une esquisse du *parcours mathématique, enseignant et professionnel* du protagoniste de cet étude, encadré par un chronograme dans un lapse de 110 ans d'histoire. Le travail avance avec deux études detaillés autour des recherches géométriques de Bobillier. Le premier étude est sur la *géométrie de situation*, où nous jetons un regard sur les conceptions divergents de Gergonne et Poncelet, aussi bien sur les contributions originales de Bobillier. Nous regardons, également, la fabrication collective de la géométrie de situation dans le périodique *Annales de Gergonne* entre 1810 et 1830, par le bies de la méthode heuristique de la réseau de textes. Le deuxième étude s'agit de l'évolution de la méthode dit de la *notation abregée*, utilisé comme stratégie de demontration en géométrie analytique. Nous montrons comment cette méthode apparaît le longe des décennies 1810 et 1820 dans les recherches de quatre auteurs, à savoir, Lamé, Gergonne, Plücker et Bobillier.

Resumo

Este trabalho é um estudo biográfico centrado em Étienne BOBILLIER (1798-1840), um geômetra francês da primeira metade do século dezenove e professor numa escola de artes e ofícios francesa provincial de nível secundário. Inicialmente apresentam-se considerações sobre o uso das *biografias em história das ciências* e sobre a sua importância para compreensão do caráter coletivo da produção científica. Na sequência, defende-se a necessidade de uma biografia de Bobillier que traga novas contribuições à historiografia das geometrias no 1º meio século 19 (especialmente a geometria analítica projetiva) ; bem como à historiografia da educação matemática neste mesmo período. A seguir apresenta-se de um modo panorâmico, algumas *informações biográficas* que permitem uma primeira aproximação das obras, dos contextos e da pessoa de Bobillier. Em particular, mostra-se um esboço do *percurso matemático, docente e profissional* do protagonista deste estudo, enquadrado por um cronograma num intervalo de 110 anos de história. O trabalho prossegue com dois detalhados estudos de casos tomados das pesquisas geométricas de Bobillier. O primeiro estudo é sobre a *geometria de situação*, onde são contempladas as concepções divergentes entre Gergonne e Poncelet em torno desse tema e as contribuições originais de Bobillier. Contempla-se também a fabricação coletiva da geometria de situação no periódico *Annales de Gergonne* entre 1810 e 1830, por meio do método heurístico da rede de textos. O segundo estudo trata da evolução do dito *método da notação abreviada*, usado como estratégia de demonstração em geometria analítica. Mostra-se como o referido método aparece ao longo das décadas de 1810 e 1820 nas pesquisas de quatro autores, a saber, Lamé, Gergonne, Plücker e Bobillier.

Abstract

This work is a biographical study centered on Étienne BOBILLIER (1798-1840), a French geometer of the first half of the nineteenth century and a teacher in a school of arts and crafts, a secondary school in a provincial town in France. First, we present some considerations on the use of *biography in history of science* and its importance for understanding the collective nature of scientific production. Then, we defend the necessity of a Bobillier's biography that brings new contributions to the historiography of the geometry to the first half of the 19th century (especially projective analytic geometry) ; and the history of mathematics education in the same period. Following, we present, like a panoramic view, some *biographical information* that allow a first aproach to Bobillier's works, contexts and person. In particular, we show an outline of the *mathematical and teaching career* of the protagonist of this study, framed by a period of 110 years of history. This work continues with two detailed studies around the geometrics research of Bobillier. The first study is about the *geometry of situation*, where we take a look at the divergent conceptions of Gergonne and Poncelet, although also on the original contributions of Bobillier. It also includes the collective fabrication of the geometry of situation in the periodic *Annales de Gergonne* between 1810 and 1830 through the heuristic method of network of texts. The second study is about the evolution of the method said *method of abridge notation*, used as a demonstration strategy in analytic geometry. We show how this method appears along the decades 1810 and 1820 in the research of four authors, namely, Lamé, Gergonne, Plücker and Bobillier.