AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

UNIVERSITÉ DE LORRAINE
GÉORESSOURCES - RP2E

THÈSE

Présentée en vue d'obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LORRAINE
spécialité « Mécanique - Génie Civil »

par

Simon Raude

PRISE EN COMPTE DES SOLLICITATIONS THERMIQUES SUR LES COMPORTEMENTS INSTANTANÉ ET DIFFÉRÉ DES GÉOMATÉRIAUX

Thèse soutenue le 13 janvier 2015 devant le jury composé de :

M.	LEANDRO ALEJANO	Université de Vigo	(Rapporteur)
M.	DASHNOR HOXHA	Université d'Orléans	(Rapporteur)
M.	RICHARD GIOT	Université de Lorraine	(Directeur de thèse)
M.	ROBERT CHARLIER	Université de Liège	(Examinateur)
M.	LYESSE LALOUI	EPFL	(Examinateur)
M.	GILLES ARMAND	ANDRA	(Examinateur)
M.	FRANÇOIS LAIGLE	EDF - CIH	(Examinateur)
M.	ROMÉO FERNANDES	EDF - R&D	(Examinateur)

À mes parents et à mes frères

REMERCIEMENTS

Je tiens à débuter ces remerciements en exprimant ma sincère reconnaissance à **Richard Giot**, **François Laigle** et **Roméo Fernandes** qui ont constitué mon comité d'encadrement pendant ces trois ans de thèse. Ils ont su m'orienter et être à mon écoute, que ce soit dans mon activité professionnelle ou dans ma vie personnelle. Je tiens également à les remercier pour avoir supporter mes nombreuses incertitudes et questionnements parfois insistants pendant ces trois ans.

Mon regard se tourne ensuite vers les agents EDF et jeunes stagiaires du CIH qui ont subi mes hésitations, inquiétudes et indécisions. Ils ont su me motiver, être auprès de moi lorsque nécessaire et m'ont permis de m'évader lorsque mes travaux devenaient trop oppressants. Merci à **Amandine Viglino**, **Roland Plassart**, **Astrid Mondoloni**, **Pauline Boffety**, **Benjamin Videment**, **Florence Rech**, **Hela Maaloul**, **Alix Durand**, **Théophile Schouller**, **Romain Silve**, **Clara Arnault**, **Rémi Fortané**, **Cyprien Dromard**, **Pierre Kraemer**...

J'ai également une pensée particulière pour **Sam Cuvilliez** avec qui j'ai sincèrement apprécié travailler, **Jean-Noel Maillet**, **Jean Robert Courivaud**, **Sylvie Granet**, **Eric Lorentz**, **Patrick Massin**, **Sarah Levy**, **Sophia M'Jahad**, **Emricka Julan** et **Sarah Plessis** qui ont particulièrement été attentifs au bon déroulement de la fin de ces trois ans et dont les conseils ont été d'une très grande importance pour la préparation de ma soutenance. Merci également à tous les agents EDF du CIH et du département AMA.

Je remercie également les membres de mon jury d'avoir accepté d'évaluer et de critiquer mon travail. Je remercie chaleureusement **Robert Charlier** d'avoir endossé le rôle de président. Merci à **Dashnor Hoxha** et **Leandro Alejano** d'avoir accepté de juger mon travail en tant que rapporteurs. Merci enfin à **Gilles Armand**, et **Lyesse Laloui** qui m'ont fait le plaisir de compléter ce jury.

J'adresse enfin un profond remerciement à ma famille, à mon père pour m'avoir transmis un attrait particulier pour les sciences dès mon plus jeune âge et pour m'avoir aidé à relativiser pendant ces trois ans et conforté dans mes choix, à ma mère pour l'énergie qu'elle a dépensée pour ses trois garçons pendant ces nombreuses années et pour le soutien moral permanent qu'elle m'a particulièrement apporté pendant ces trois ans, à mes deux frères pour les appuis qu'ils constituent.

C'est un bonheur et une chance extraordinaires que d'avoir été entouré par toutes ces personnes dans cette aventure à la fois humaine et scientifique. C'est grâce à vous que cette thèse a été pour moi une aventure inoubliable.

Je n'oublie pas, non plus, que si cette expérience a pu voir le jour, c'est grâce aux structures de EDF-R&D et EDF-CIH et aux collaborations qu'elles entretiennent avec le laboratoire GéoRessources depuis maintenant plusieurs années. Je remercie ces différents acteurs pour l'opportunité qui m'a été

donnée et pour l'énergie dépensée pour me permettre de mener à bien ce projet.

Chambéry, le 20 avril 2015.

TABLE DES MATIÈRES

1 INTRODUCTION GÉNÉRALE 1
1.1 Contexte industriel 1
1.1.1 Les déchets radioactifs 1
1.1.1.1 Généralités et origine des déchets radioactifs 1
1.1.1.2 Les déchets à haute et moyenne activité 2
1.1.2 Le stockage géologique 3
1.1.2.1 Principes de base 3
1.1.2.2 Formations géologiques profondes 4
1.1.2.3 Projet de stockage géologique conduit par l'ANDRA 4
1.2 Que contient ce travail de thèse ? 6

2 COMPORTEMENT THERMOMÉCANIQUE DES GÉOMATÉRIAUX 9
2.1 Comportement instantané 10
2.1.1 Comportement volumique 10
2.1.1.1 Phénomène de dilatation thermique 11
2.1.1.2 Comportement volumique à pression moyenne constante 12
2.1.1.3 Compression isotrope à température constante 13
2.1.1.4 Effets de la température sur la pression de préconsolidation des matériaux argileux 15
2.1.1.5 Effets de surconsolidation 16
2.1.2 Comportement déviatorique 17
2.1.2.1 Effets de la température sur les paramètres élastiques 17
2.1.2.2 Effets de la température sur la résistance au cisaillement 20
2.1.2.3 Effets de la température sur la résistance résiduelle 24
2.1.2.4 Effets de la température sur le comportement post-pic 24
2.1.2.5 Effets de la température sur le comportement volumique 25
2.2 Comportement différé 27
2.2.1 Essais de fluage à température constante 27
2.2.2 Essais de fluage à température variable 28
2.2.3 Essais de relaxation à température constante 31

3 LA TEMPÉRATURE DANS LES MODÈLES DE COMPORTEMENT 33
3.1 Notion d'écrouissage thermique 34
3.1.1 Le domaine d'élasticité étendu à des chargements thermomécaniques 35
3.1.2 Écrouissage du domaine élastique 36
3.1.2.1 Écrouissage activé par un chargement mécanique 36
3.1.2.2 Écrouissage activé par un chargement thermique 36
3.1.2.3 Écrouissage thermique libre 37
3.1.2.4 Écrouissage thermique gêné par l'état de contrainte 38

3.1.2.5 Superposition des écrouissages mécanique et thermique . . . 39
3.1.3 Cas particulier d'un formalisme viscoplastique de type Perzyna . . . 39
3.2 Aspects thermodynamiques liés à l'écrouissage thermique . . . 40
3.2.1 Éléments de thermodynamique des milieux continus . . . 40
3.2.1.1 Notion de système thermodynamique et de Volume Élémentaire Représentatif . . . 40
3.2.1.2 Variables d'état thermodynamique . . . 40
3.2.1.3 Premier et second principes de la thermodynamique . . . 40
3.2.1.4 Dissipation . . . 41
3.2.2 Équations d'état dans un cadre couplant plasticité et viscoplasticité . . . 42
3.2.2.1 Domaine d'élasticité et variables internes d'écrouissage . . . 42
3.2.2.2 Énergie libre et équations d'état . . . 43
3.2.3 Couplages thermomécaniques associés à l'écrouissage thermique . . . 44
3.2.3.1 Entropie bloquée par écrouissage . . . 44
3.2.3.2 Chaleur latente de transformation de l'état d'écrouissage . . . 45
3.2.3.3 Coefficient d'écrouissage thermique . . . 46
3.2.4 Écoulements plastique et viscoplastique en présence d'écrouissage thermique . . . 46
3.2.4.1 Direction d'écoulement . . . 46
3.2.4.2 Module d'écrouissage . . . 47
3.3 Modèles de comportement thermomécaniques . . . 48
3.3.1 État de l'art . . . 48
3.3.2 Modèle de Hueckel and Borseto (1990) . . . 48
3.3.2.1 Thermo-élasticité . . . 48
3.3.2.2 Plasticité . . . 49
3.3.3 Modèle de Zhou et al. (2011) . . . 51
3.3.3.1 Cadre thermodynamique . . . 51
3.3.3.2 Mécanisme plastique . . . 51
3.3.3.3 Mécanisme viscoplastique . . . 52
3.3.3.4 Mécanisme d'endommagement . . . 53

4 EXTENSION THERMOMÉCANIQUE DU MODÈLE L&K . . . 55
4.1 Cadre physique et concepts du modèle L&K . . . 56
4.1.1 Mécanisme élastoplastique . . . 56
4.1.1.1 Comportement pré-pic . . . 57
4.1.1.2 Comportement post-pic . . . 58
4.1.2 Mécanisme viscoplastique . . . 59
4.1.3 Couplage entre les deux mécanismes . . . 61
4.1.4 Remarques sur le comportement isotrope . . . 62
4.2 Extension thermomécanique du modèle L&K . . . 62
4.2.1 Équations de couplage thermo-poro-élastique . . . 62
4.2.2 Partition du tenseur des déformations . . . 64
4.2.3 Mécanisme élastique . . . 64
4.2.4 Mécanisme plastique . . . 65
4.2.4.1 Expression du critère de plasticité . . . 65
4.2.4.2 Paramètres d'écrouissage . . . 65
4.2.5 Mécanisme viscoplastique . . . 73
4.2.5.1 Expression du critère de viscoplasticité . . . 73
4.2.5.2 Paramètres d'écrouissage . . . 73
4.2.6 Couplage entre les deux mécanismes . . . 75
4.2.7 Lois d'écoulement . . . 76

4.2.8 Lois de dilatance . . . 78
4.3 Intégration numérique . . . 82
4.3.1 Schéma d'intégration explicite . . . 82
4.3.1.1 Détermination de l'incrément du multiplicateur plastique $\Delta\lambda$ . . . 83
4.3.1.2 Opérateur tangent . . . 84
4.3.2 Schéma d'intégration implicite . . . 85
4.3.2.1 Phase de prédiction élastique . . . 85
4.3.2.2 Phase de correction : équations non linéaires à résoudre . . . 85

5 ÉVALUATION DES PERFORMANCES DU MODÈLE . . . 89
5.1 Modélisation du comportement instantané de l'argilite de Tournemire . . . 89
5.1.1 Généralités sur les essais réalisés par Masri (2010) . . . 89
5.1.2 Ajustement des paramètres matériau élastique et plastique . . . 90
5.1.2.1 Paramètres élastiques . . . 91
5.1.2.2 Paramètres plastiques . . . 91
5.1.3 Essais de fluage fictifs . . . 94
5.2 Essais de laboratoire spécifiques aux travaux de thèse . . . 95
5.2.1 Essais triaxiaux réalisés par le laboratoire GéoRessources à température ambiante . . . 96
5.2.1.1 Descriptif . . . 96
5.2.1.2 Résultats . . . 96
5.2.2 Essais triaxiaux réalisés par le CEA à température élevée . . . 96
5.2.2.1 Descriptif . . . 96
5.2.2.2 Résultats . . . 97
5.2.3 Perspectives . . . 97

6 CONCLUSION GÉNÉRALE . . . 99

7 ANNEXES . . . 101
7.1 Tableaux proposés par Hoek et al. (1998) . . . 101

NOTATIONS . . . 111

LISTE DES FIGURES

1.1 Puissance thermique émise par un fût de déchets vitrifiés de haute activité. Un fût provient du retraitement de 1,33 t d'uranium métal initial - Source : Picard (1994). . . . 3
1.2 Plan des galeries présentes en 2012 - Source : http://www.andra.fr. . . . 5
1.3 Schéma de ce que pourrait être le concept de stockage géologique dans l'argilite du COx étudié par l'ANDRA - Sources : http://www.cigéo.com & Rapport n° 8 de la CNE du 11 juin 2014. . . . 6

1.4 Schéma de l'architecture des alvéoles MAVL et HAVL - Source : http://www.cigéo.com . 6

2.1 Chemins de contrainte effective suivis lors d'essais de compression triaxiale non drainé à température ambiante et de fluage non drainé à température variable sur des échantillons saturés d'argile silteuse de Pontida - Source : Hueckel and Pellegrini (1989). 10

2.2 Courbes de dilatation thermique obtenues sur des éprouvettes d'argilite de Tournemire. Les valeurs $\alpha = 0°$ et $\alpha = 90°$ correspondent à des échantillons dont le plan de schistosité est respectivement horizontal et vertical. $\epsilon_{ax} \leftrightarrow$ déformations axiales, $\epsilon_{lat} \leftrightarrow$ déformations latérales, $\epsilon_V = \epsilon_{ax} + 2\epsilon_{lat} \leftrightarrow$ déformations volumiques. Une déformation positive correspond à une dilatation (augmentation de volume) - Source : Masri (2010). 12

2.3 Évolution des déformations volumiques d'échantillons de Kaolin saturés soumis à des cycles thermiques drainés entre 22°C et 90°C. La contrainte appliquée est de 600 kPa - Source : Cekerevac (2003). 12

2.4 Comportement volumique de l'argile de Boom soumise à des cycles thermiques entre 22°C et 100°C. $OCR = 6 \leftrightarrow p' = 1$ MPa, $OCR = 2 \leftrightarrow p' = 3$ MPa et $OCR = 1 \leftrightarrow p' = 6$ MPa - Source : Baldi et al. (1991) repris par Laloui (2001). 13

2.5 Courbes de compression isotrope obtenues à différentes températures sur des éprouvettes de Kaolin remaniées - Source : Laloui and Cekerevac (2003). 13

2.6 Courbes de compression isotrope obtenues à humidité relative contrôlée (75%) pour différentes températures sur des échantillons drainés d'argilite du Callovo-Oxfordien ($\alpha = 90°$) - Source : Zhang et al. (2014). 14

2.7 Courbes de compression isotrope obtenues à différentes températures sur des éprouvettes d'argilite de Tournemire ($\alpha = 0°$) - Source : Masri (2010). 15

2.8 Courbes de compression isotrope obtenues sur le granite de Remiremont (à gauche) et le granite de Senones (à droite) pour différentes températures de préfissuration, θ : déformations volumiques, $P \leftrightarrow$: contrainte isotrope - Sources : Homand-Étienne and Houpert (1989) et Homand-Étienne (1985). 15

2.9 Évolution de la pression de préconsolidation de plusieurs matériaux argileux (Eriksson 1989, Moritz 1995, Boudali et al. 1994, Tidfors and Sallfors 1989) en fonction de la température - Source : Laloui and Cekerevac (2008). 16

2.10 Évolution du domaine élastique en fonction de la température lorsque la pression de préconsolidation diminue avec la température - Source : Hueckel and Baldi (1990). 16

2.11 Effet de surconsolidation lors d'un test de chauffage et de refroidissement sur une argile illitique - Source : Plum and Esrig (1969) repris par Dizier (2011). 17

2.12 Modules de Young sécants pour une déformation axiale de 0,5% obtenus lors d'essais triaxiaux saturés drainés à 22°C et 90°C sur un matériau argileux de type Kaolin. (NC)-Normalement Consolidé, (OC)-Surconsolidé - Source : Cekerevac and Laloui (2004) repris par Laloui and Cekerevac (2008). 18

2.13 Essais triaxiaux déviatoriques réalisés par l'ISMES, à gauche à 20°C, à droite à 90°C (argile de Boom non remaniée, prof. -240 m) - Source : Picard (1994). 18

2.14 Évolution du module de Young de plusieurs types de roches en fonction de la température. Les quantités E et E_0 correspondent respectivement au module de Young mesuré à une température T et à température ambiante et confinement nul - Sources : Homand-Étienne (1985), Masri (2010) (Argilite de Tournemire), McLaren and Titchell (1981), Klett (1974), Swan (1978) et Zhang et al. (2009). 19

2.15 Évolution du module de Young de l'argilite du COx en fonction de l'humidité relative et de la température - Sources : Zhang et al. (2014). 19

2.16 Évolution du coefficient de Poisson en fonction de la température et du confinement pour l'argilite de Tournemire - Sources : Masri (2010). 20

2.17 Résultats d'essais triaxiaux drainés réalisés à des températures de 23°C, 95°C et 98°C et à des degrés de surconsolidation de 5 (σ_3 = 0.5MPa) et 12,5 (σ_3 = 0.2MPa) sur l'argile silteuse de Pontida - Source : Hueckel and Baldi (1990). 21

2.18 À gauche, résultats d'essais triaxiaux réalisés à des températures comprises entre 20°C et 250°C et à des pressions de confinement de 5 MPa et 20 MPa sur l'argilite de Tournemire (α = 90°). À droite, résultats d'essais triaxiaux réalisés à des températures de 20°C, 60°C et 95°C et à des pressions de confinement de 5 MPa et 15 MPa sur l'argilite du COx (humidité relative contrôlée de 74%) (α = 90°) - Sources : Masri (2010) et Zhang et al. (2014). 21

2.19 Évolution des résistances maximales obtenues lors d'essais triaxiaux réalisés sur l'argilite de Tournemire en fonction de la température. Ces essais ont été réalisés pour des pressions de confinement comprises entre 0 MPa et 20 MPa et pour des températures comprises entre 20°C et 250°C (α = 90°) - Source : Masri (2010). 22

2.20 Courbes triaxiales obtenues sur des échantillons secs de granite de Westerly pour des températures comprises entre 20°C et 668°C et des pressions de confinement de 80 MPa et 250 MPa - Sources : Wong (1982) et Wawersik and Brace (1971) (courbe à 80 MPa et à température ambiante). 22

2.21 Évolution des critères de rupture de plusieurs types de roches en fonction de la température. 23

2.22 À gauche, effets de la température sur la contrainte de transition entre comportements fragile et ductile sur des échantillons de calcaire de Solnhofen. À droite, effets de la température sur les modes de rupture obtenus sur des échantillons de granite de Westerly pour différentes températures - Source : Evans et al. (1990). 25

2.23 Courbes typiquement obtenues lors d'essais triaxiaux expliquant les concepts d'états critique et caractéristique. 26

2.24 Courbes contrainte-déformations volumiques obtenues lors d'essais tri-axiaux sur des échantillons d'argilite de Tournemire pour des pressions de confinement de 5 MPa et 20 MPa et des températures comprises entre 20°C et 250°C (α = 90°) - Source : Masri (2010). 26

2.25 Comportement de l'argile à Opalines sous chargement triaxial non drainé à température élevée - Source : Zhang et al. (2007). 27

2.26 Résultats d'essais de fluage réalisés sur des échantillons secs de granite de Senones à températures ambiante, à 500°C et à 600°C, à des déviateurs compris entre 30 MPa et 127 MPa et à confinement nul. σ_0 correspond à la valeur de la contrainte déviatorique appliquée - Source : Homand-Étienne (1985). 28

2.27 Évolution de la vitesse de fluage en fonction de la température et du niveau de contrainte appliqué à des échantillons saturés et drainés d'argilite du COx. $RT \leftrightarrow$ température ambiante. Les nombres entre parenthèses correspondent aux différents niveaux de déviateur successivement appliqués aux échantillons - Source : Gasc-Barbier et al. (2004). 29

2.28 Comportement à long terme de l'argilite du COx à température élevée. - Source : Zhang et al. (2007). 29

2.29 Essais de fluage drainés à température variable sur des échantillons d'argilite du COx de teneur en eau naturelle. La pression de confinement est de 6 MPa et le déviateur appliqué est de 14 MPa (α = 90°) - Source : Imbert (2014). 30

2.30 Résultats expérimentaux obtenus par Hueckel and Pellegrini (1989) sur l'argile silteuse de Pontida lors d'un essai de fluage à température variable et prédictions numériques obtenues par Laloui (2001). 31

2.31 Résultats d'essais de relaxation à différentes températures sur le granite de Remiremont, $T \leftrightarrow$ température ambiante - Source : Homand-Étienne (1985). 31

3.1 Évolution thermoélastique. 35
3.2 Évolution thermoplastique. 35
3.3 Domaine élastique initial. 36
3.4 Écrouissage au cours d'un chargement mécanique isotherme. 36
3.5 Évolution du domaine d'élasticité et du seuil de pic au cours d'un écrouissage mécanique. 37
3.6 Écrouissage thermique. 37
3.7 Évolutions du domaine d'élasticité et du seuil de pic au cours d'un écrouissage thermique. 37
3.8 Écrouissage thermique gêné par l'état de contrainte. 38
3.9 Évolution du domaine élastique et du seuil de pic au cours d'un écrouissage gêné par l'état de contrainte. 39
3.10 Limite d'élasticité initiale, seuil de résistance maximale, ou seuil de pic, potentiel plastique et droite de transition entre des comportements contractant et dilatant - Source : Zhou et al. (2011). 52
3.11 Évolution des surfaces plastique et viscoplastique en fonction de l'endommagement - Source : Zhou et al. (2011). 53

4.1 Essai de compression simple sur l'argilite du COx - Source : Hoxha (2005). 56
4.2 Phases caractérisant les évolutions mécanique et volumique d'un matériau au cours d'essais de compression simple ou triaxiale - Sources : Haïed (1995) repris par Kleine (2007). . 57
4.3 Seuils d'évolution en phase pré-pic. q représente la contrainte équivalente de von Mises (contrainte déviatorique) et p' représente la pression moyenne effective (confinement). . 58
4.4 Les différents modes de rupture en fonction du confinement - Source : Laigle (2004). . . . 59
4.5 Seuils d'évolution en phase post-pic. q est la contrainte équivalente de von Mises (contrainte déviatorique) et p' représente la pression moyenne effective (confinement) . . 60
4.6 Résultats d'essais de fluage réalisés sur l'argilite du COx - Sources : Zhang et al. (2010) repris par Armand et al. (2013) (à gauche), Hoxha (2003) repris par Kleine (2007) (à droite). 60
4.7 Seuils d'évolution pour le mécanisme viscoplastique. q est la contrainte équivalente de von Mises (contrainte déviatorique) et p' représente la pression moyenne effective (confinement) 61
4.8 Le milieu poreux saturé vu comme une superposition de deux milieux continus - Source : Coussy (2004). 62
4.9 Évolution du critère de plasticité dans le plan π pour $\beta \in \{0,5;1;1,5;2\}$ et $\gamma \in \{0;0,5;0,9;1\}$ (les valeurs sont notées sur les graphiques). 66
4.10 Évolution de la surface plastique entre le seuil d'endommagement, indicée $_{[0]}$, et le seuil de pic, indicé $_{[1]}$. 67
4.11 Influence de la température sur les paramètres $m_{[1]}$ et $s_{[1]}$ et sur le seuil de pic dans le plan des invariants du tenseur des contraintes $\{p', q\}$ - $m^0_{[1]} = 7$, $r^m = -5.10^{-5}$ K^{-2}, $r^s = -1.10^{-4}$ K^{-2}, $\sigma_c = 30$ MPa, $\theta = 0$, $\gamma = 0$. 67
4.12 Influence des paramètres $\xi^0_{[1]}$, $\xi^0_{[2]}$, ν_1 et ν_2 sur la position et la forme des courbes contrainte-déformation. Les lignes tiretées correspondent à un état de contrainte qui se trouve sur le seuil de pic. Les lignes en pointillés correspondent à un état de contrainte qui se trouve sur le seuil intermédiaire. 69

4.13 Évolution de la surface plastique entre le seuil de pic, indicé $_{[1]}$, et le seuil intermédiaire, indicé $_{[2]}$. 69
4.14 Localisation du point d'intersection entre les seuils de pic, intermédiaire et résiduel. . . . 69
4.15 Évolution des grandeurs p_i et q_i en fonction de la température. 70
4.16 Évolution de la surface plastique entre le seuil intermédiaire, indicé $_{[2]}$, et le seuil résiduel, indicé $_{[3]}$. 72
4.17 Évolution de la pente du seuil résiduel dans le plan $\{p', q\}$ en fonction de la température. $\sigma_c = 30$ MPa, $m^0_{[1]} = 7$, $r^q = 0,02$, $q^0_i = 150$ MPa, $r^m = -5.10^{-5}$ K^{-2} et $r^s = -10^{-4}$ K^{-2}. 72
4.18 Évolution de la surface viscoplastique entre la limite d'élasticité initiale, indicée par $_{[0]}$, et le seuil viscoplastique maximal, indicé par $_{[5]}$. 73
4.19 Évolution de $p'_{[5]}$ en fonction de f_p. 74
4.20 Évolution du seuil caractéristique, ou de manière équivalente du seuil viscoplastique maximal, en fonction de la température. 75
4.21 Influence des paramètres A^0_v [s^{-1}], n_v et $\xi^0_{[5]}$ sur les courbes obtenues lors d'essais de fluage dans le plan $\{t, \epsilon^{vp}_{ax}\}$. t est le temps et ϵ^{vp}_{ax} est la déformation axiale différée d'un échantillon soumis à des déviateurs de 19 MPa (fluage stable, déviateur appliqué en dessous du seuil viscoplastique maximal) et 26 MPa (fluage instable, déviateur appliqué au-dessus du seuil viscoplastique maximal). Ces courbes sont obtenues à température ambiante. 76
4.22 Influence des paramètres matériau ρ_2 et ρ_4 sur l'évolution de l'angle de dilatance et sur les courbes déformation volumique-déformation axiale typiquement obtenues lors d'essais de compression triaxiale. Les deux lignes en pointillés représentent les valeurs prises par ξ^p et ϵ_{ax} sur les seuils de pic et intermédiaire. Ces courbes sont obtenues en négligeant le couplage entre les deux mécanismes. 80
4.23 Influence du paramètre ρ_1 sur l'évolution de l'angle de dilatance au cours d'essais de compression triaxiale réalisés à différentes pressions de confinement, σ_3. 81
4.24 Évolution de l'angle de dilatance d'un granite (Blanco Mera), ψ, en fonction de la distorsion plastique, γ^p, pour plusieurs pressions de confinement - Source : Arzúa and Alejano (2013). 82

5.1 Évolutions du module de Young et du coefficient de Poisson en fonction de la température et de la pression de confinement - Source : Masri (2010) 91
5.2 Ajustement du paramètre $n_{élas}$. 91
5.3 Détermination des paramètres $m^0_{[1]}$, r^m et r^s en ajustant les seuils de pic à différentes températures. 92
5.4 Courbes contrainte-déformation volumique mesurées et modélisées à température ambiante. Les données expérimentales sont représentées en pointillés et les prédictions numériques en traits pleins - Source : Masri (2010). 92
5.5 Courbes contrainte-déformation axiale mesurées et modélisées à température ambiante pour plusieurs valeurs du paramètre q^0_i. Les données expérimentales sont représentées en pointillés et les prédictions numériques en traits pleins. Les valeurs du paramètre q^0_i correspondant aux angles de frottement résiduels, $\phi^0_{[3]}$, indiqués sur les figures sont renseignées dans la Table 5.3 - Source : Masri (2010). 93
5.6 Courbes déformation volumique-déformation axiale obtenues pour $\rho_4 = 1$, $\rho_1 = 0,57$ et $\rho_2 = 2,73$. 93

5.7 Courbes contrainte-déformation axiale mesurées et modélisées pour plusieurs températures et pressions de confinement. Les courbes en pointillés correspondent aux mesures expérimentales et les courbes en traits pleins correspondent aux prédictions numériques - Source : Masri (2010) 94

5.8 Évolution des seuils de pic et viscoplastique maximal en fonction de la température. La ligne verte illustre le chemin de contrainte suivi au cours des essais de fluage modélisés. Les seuils de pic sont représentés en traits pleins et les seuils viscoplastique maximaux en traits tiretés. 95

5.9 Évolution des déformations différées au cours d'un essai de fluage à 10 MPa de confinement, 33 MPa de déviateur et à des températures de 20°C, 100°C, 150°C, 200°C et 250°C. 95

5.10 Courbes contrainte-déformation axiale et déformations volumiques-déformation axiale obtenues par le laboratoire GéoRessources sur des échantillons drainés d'argilite du COx à teneur en eau naturelle, à température ambiante, et pour des pressions de confinement de 2 MPa, 6 MPa et 12 MPa ($\alpha = 90°$). 96

5.11 Courbes contrainte-déformation axiale obtenues par le CEA sur des échantillons drainés d'argilite du COx à teneur en eau naturelle, à 95°C, et pour des pressions de confinement de 6 MPa et 6,4 MPa ($\alpha = 90°$). 97

LISTE DES TABLEAUX

1.1 Classification des déchets - Sources : Loi n° 2006-739 du 28 juin 2006 & Guillaumont (2010a). 2

2.1 Évolution du coefficient de dilatation thermique de roches dures en fonction de la température - Source : Homand-Étienne (1985). 11

2.2 Évolution du coefficient de Poisson de quatre Granites en fonction de la température et de la pression de confinement - Sources : SP. Jr. (Editor) repris par Heuze (1983) et Dwivedi et al. (2008). 20

5.1 Composition minéralogique moyenne de l'argilite de Tournemire - Source : Masri (2010). 90

5.2 Porosité et densité de solide en fonction de la température de séchage - Source : Masri (2010). 90

5.3 Valeurs du paramètre q_i^0 correspondant à des angles de frottement résiduels de 15°, 20°, 25° et 30° et à des paramètres matériau $m_{[1]}^0 = 7$ et $\sigma_c = 45$ MPa (Éq. 4.36) - Source : Masri (2010). 93

7.1 Valeurs du paramètre m_i pour des roches intactes. Les valeurs entre parenthèses sont des estimations - Source : Hoek et al. (1998). 101

7.2 Estimation de la résistance à la compression simple de roches intactes - Source : Hoek et al. (1998). 102

INTRODUCTION GÉNÉRALE 1

Sommaire

1.1 Contexte industriel 1
1.1.1 Les déchets radioactifs 1
1.1.1.1 Généralités et origine des déchets radioactifs 1
1.1.1.2 Les déchets à haute et moyenne activité 2
1.1.2 Le stockage géologique 3
1.1.2.1 Principes de base 3
1.1.2.2 Formations géologiques profondes 4
1.1.2.3 Projet de stockage géologique conduit par l'ANDRA 4
1.2 Que contient ce travail de thèse ? 6

1.1 CONTEXTE INDUSTRIEL

1.1.1 Les déchets radioactifs

1.1.1.1 Généralités et origine des déchets radioactifs

Selon le code de l'environnement (Article L542-1-1) :

> Une substance radioactive est une substance qui contient des radionucléides, naturels ou artificiels, dont l'activité [1] ou la concentration justifie un contrôle de radioprotection. Les déchets radioactifs sont des substances radioactives pour lesquelles aucune utilisation ultérieure n'est prévue ou envisagée. Les déchets radioactifs ultimes sont des déchets radioactifs qui ne peuvent plus être traités dans les conditions techniques et économiques du moment, notamment par extraction de leur part valorisable ou par réduction de leur caractère polluant ou dangereux.

Les déchets radioactifs sont principalement issus de la production d'électricité d'origine nucléaire et des activités militaires. Une fraction faible provient également des activités de recherche, de la médecine et de l'industrie.

En France, la classification des déchets radioactifs et leurs filières d'élimination sont données par la Loi n° 2006-739 du 28 juin 2006 (Tab. 1.1). Le classement français est fondé sur l'activité des

1. L'activité d'une source radioactive est la vitesse de désintégration du matériau radioactif la constituant. Elle correspond au nombre de désintégrations d'atomes par unité de temps. L'activité se mesure en Becquerel (Bq). Un Becquerel correspond à une désintégration par seconde.

déchets : Très Faible Activité (TFA), Faible et Moyenne Activité (FMA), Haute Activité (HA), et sur leur durée de vie : Très Courte (VTC), Courte (VC) et Longue (VL), les coupures dans le temps étant à 5 et 30 ans. Il n'existe pas de déchet HAVC car une activité initiale élevée ne permet pas un retour à une radioactivité admissible en une durée inférieure à 30 ans.

TABLE 1.1 – *Classification des déchets - Sources : Loi n° 2006-739 du 28 juin 2006 & Guillaumont (2010a).*

Activité	Durée de vie			
	Vie courte VC (T < 30 ans)		Vie longue VL (T > 30 ans)	
Très Faible Activité TFA	Déchets TFAVC	Stockage de surface/Recyclage	Déchets TFAVL	Stockage de surface/Recyclage
Faible Activité FA	Déchets FAVC	Stockage au CSA*	Déchets FAVL	Stockage à l'étude†
Moyenne Activité MA	Déchets MAVC	À venir pour déchets tritiés	Déchets MAVL	Stockage à l'étude‡
Haute Activité HA	–	–	Déchets HA	Stockage à l'étude‡

* - Sauf pour certains déchets tritiés.
† - Radioéléments naturels, ^{226}Ra et descendants (déchets radium), ^{36}Cl, ^{14}C (déchets graphite).
‡ - Loi du 28 juin 2006 (article 3).

La gestion des déchets à vie courte ne pose pas de problème technique et ne soulève pas de question sociétale car elle s'inscrit dans des périodes de temps imaginables. En revanche, il en est autrement pour les déchets à moyenne et haute activité pour lesquels les périodes de temps à considérer excluent de confier leur gestion à la société. Pour ce type de déchet, la gestion par stockage en couche géologique profonde apparaît comme une solution (§ 1.1.2).

1.1.1.2 Les déchets à haute et moyenne activité

Les centrales nucléaires du parc français fonctionnent grâce à des combustibles composés, pour la plupart, d'uranium. Ces combustibles deviennent de moins en moins performants après quelques années passées dans les centrales et doivent donc être remplacés. Le combustible usé est envoyé à l'usine AREVA de La Hague pour retraitement. Les structures métalliques entourant le combustible (gaines, coques et embouts) sont découpées en petits tronçons. Ces débris constituent la majorité des déchets de type MAVL. Les déchets MAVL contiennent des quantités importantes de radionucléides[2] à vie longue. L'activité de ces déchets se situe en général entre 1 million et 1 milliard de Becquerels par gramme. En 2010, ils représentaient 3% du volume total des déchets radioactifs déjà produits en France et 4% de leur radioactivité.

Les déchets HA sont issus du retraitement du combustible usé (ils représentent environ 4% du combustible usé). Ils sont composés de produits de fission (^{134}Cs, ^{137}Cs et ^{90}Sr), de produits d'activation (^{60}Co) et d'actinides mineurs (^{244}Cm et ^{241}Am). Ces déchets concentrent 96% de la radioactivité totale des déchets radioactifs français dans seulement 0,2% de leur volume. Leur activité est de plusieurs milliards à plusieurs dizaines de milliards de Becquerels par gramme. Tous les radioéléments contenus dans les déchets à haute activité ne sont pas égaux du point de vue de leur toxicité. À long terme, un intérêt particulier est accordé aux transuraniens (aussi appelés actinides) issus de la capture de neutrons par les noyaux d'uranium. Ces radioéléments, le neptunium, le plutonium, l'américium et le curium n'existent pas à l'état naturel et sont généralement des émetteurs de particules alpha à durée de vie longue et parfois même très longue (environ 2 millions d'années pour le ^{237}Np).

Le procédé de retraitement permet de récupérer l'uranium et le plutonium à respectivement 99,93% et 99,88%. Ces derniers peuvent ensuite être recyclés comme combustible électronucléaire. Les résidus bruts de retraitement sont incorporés dans une matrice de verre et constituent les déchets vitrifiés de haute activité. Ces déchets sont fortement exothermiques (Fig. 1.1). Les colis primaires de déchets HA de retraitement (colis de déchets vitrifiés) doivent être entreposés des décennies avant

2. Les radionucléides sont des atomes dont le noyau est instable et donc rayonneur. Cette instabilité peut être due à un excès de protons, de neutrons ou les deux.

que leur puissance thermique n'atteigne un seuil compatible avec le concept de stockage géologique (§ 1.1.2).

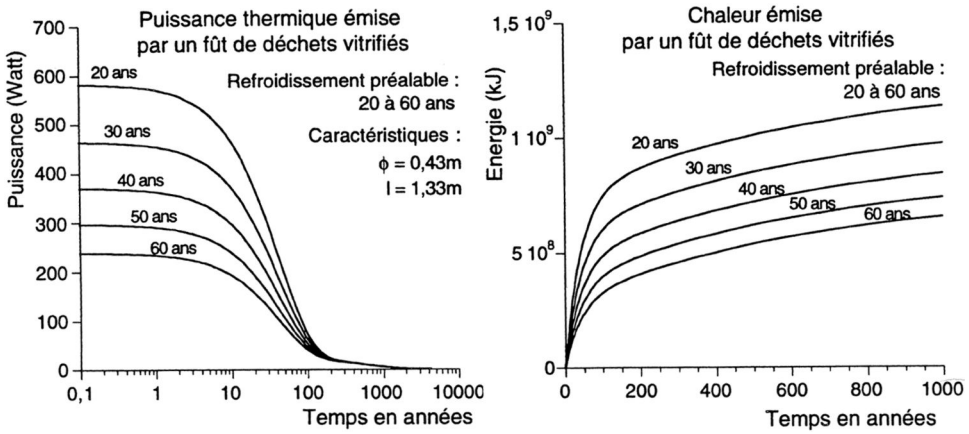


FIGURE 1.1 – *Puissance thermique émise par un fût de déchets vitrifiés de haute activité. Un fût provient du retraitement de 1,33 t d'uranium métal initial - Source : Picard (1994).*

1.1.2 Le stockage géologique

Le stockage géologique correspond à la mise en pratique de la stratégie de gestion CCG : conditionnement, confinement dans la géosphère pour les déchets à vie longue (FAVL [3], MAVL, HA). Il vise à placer des colis de déchets radioactifs hors de portée de toute activité humaine classique dans une couche géologique. Cette barrière géologique assurera la fonction de confinement lorsque les radionucléides quitteront les colis dégradés par le temps. La plupart des pays producteurs de déchets MAVL et HAVL se préparent (ou du moins envisagent) au stockage géologique. Actuellement, un seul pays exploite un centre de stockage de déchets MAVL (WIPP (Waste Isolation Pilot Plant), désert du Chihuahua, Nouveau Mexique, États-Unis).

1.1.2.1 Principes de base

L'objectif est d'appliquer le concept de stockage géologique aux déchets MAVL et HA qui ne peuvent être entreposés en surface à long terme. La problématique du stockage géologique est très complexe car elle ne repose pas uniquement sur des aspects techniques mais également sur la probabilité d'occurrence de phénomènes naturels et/ou liés à l'activité humaine. La conception doit donc s'inspirer de quelques principes généraux (Guillaumont 2010b) :

- Le principe de **complémentarité** qui repose sur l'idée qu'une même fonction physique puisse être partiellement remplie par plusieurs unités indépendantes les unes des autres. Par exemple, le colis [4] et la roche hôte contribuent au confinement.
- Le second est la **robustesse** : le stockage doit être insensible aux perturbations extérieures comme l'érosion (d'où la profondeur importante), les sollicitations sismiques,....
- Le troisième est la **prudence** qui consiste à prendre des marges dans les hypothèses de construction et à être raisonnablement pessimiste dans les modélisations de dimensionnement (l'épaisseur des matériaux doit être raisonnablement surdimensionnée). Des scénarios de sollicitations extrêmes doivent être envisagés.
- Le quatrième est la **simplicité** (choix d'architecture et de colis de stockage standards).

3. Les déchets ou les colis de déchets FAVL ne renferment pas de radionucléides émetteurs alpha et ne relèvent donc pas obligatoirement d'une gestion par stockage géologique profond. Ils renferment tout de même des radionucléides particuliers à vie longue nécessitant *a minima* un stockage de subsurface.

4. Les colis qui seront déposés dans un stockage diffèrent des colis primaires vitrifiés. Ce sont des colis particuliers de stockage fabriqués à partir des colis primaires (addition d'enveloppes métalliques ou autres renforçant l'isolation).

– Le dernier est la **flexibilité** ou **réversibilité**. La notion de réversibilité est la mise en œuvre du principe de précaution selon lequel "l'absence de certitudes, compte tenu des connaissances scientifiques et techniques du moment, ne doit pas retarder l'adoption de mesures effectives et proportionnées visant à prévenir un risque de dommages graves et irréversibles à l'environnement à un coût économiquement acceptable" (Loi n° 95-101 du 2 février 1995). La réversibilité entraîne des contraintes techniques dans les dispositions constructives à prendre pour la création du centre de stockage.

1.1.2.2 Formations géologiques profondes

Certaines formations géologiques sont stables depuis des millions d'années et le seront probablement encore pendant le temps de décroissance des radionucléides contenus dans les déchets à vie longue. Pour qu'une formation géologique soit retenue comme potentiellement hôte, elle doit satisfaire les critères suivants (Picard 1994) :

– **Stabilité géologique** : stabilité géodynamique (pas de séisme notable), pas de grands accidents géologiques (failles), une hydrogéologie connue pour s'assurer que les transferts seront aussi faibles que possibles au sein de la formation hôte.
– **Faible perméabilité et faible gradient hydraulique** : le transport des radionucléides et leur remontée en surface est favorisée par les circulations d'eau souterraine.
– **Profondeur** : suffisante pour se mettre à l'abri des événements dus à l'évolution climatique, de l'érosion et des intrusions humaines (forages, tunnels,...).
– **Propriétés physiques** : propriétés mécanique, thermique et de confinement des radionucléides permettant la construction du site de stockage (galeries de manutention, de liaison et alvéoles de stockage).
– **Absence de ressources minières** : les formations du site ne doivent pas présenter d'intérêt économique actuel et futur.

1.1.2.3 Projet de stockage géologique conduit par l'ANDRA

Laboratoire Souterrain de Meuse/Haute-Marne (LSMHM)

En janvier 1994, conformément à la loi Bataille de 1991 (Loi n° 91-1381 du 30 décembre 1991), le gouvernement français a autorisé l'ANDRA [5] à conduire des reconnaissances sur trois sites : dans le Gard, dans la Vienne et à la frontière entre Meuse et Haute-Marne. Les objectifs de ces investigations étaient de déterminer si les formations géologiques en place permettaient l'installation d'un laboratoire de recherche souterrain et d'en proposer une architecture.

En août 1999, après avis de la CNE [6] (Commission Nationale d'Évaluation) et de l'ASN [7], le gouvernement a autorisé la construction d'un laboratoire souterrain sur la commune de Bure.

Le niveau principal d'investigation du LSMHM est situé à 490 m de profondeur dans l'horizon le plus argileux du Callovo-Oxfordien (COx). Cette situation permet à la fois de justifier la faisabilité des ouvrages souterrains dans un horizon à caractéristiques mécaniques plutôt faibles et d'étudier des structures argileuses de minéralogies différentes (plus ou moins riches en carbonates).

Depuis 2005, les expérimentations ayant lieu dans le laboratoire permettent de recueillir des données de nature géomécanique, géochimique et thermique. Plus de 600 forages ont été réalisés et plus de 3200 capteurs on été mis en place (au 11/11/2012) (Figure 1.2). Jusqu'en 2006, les expérimentations *in situ* portaient sur :

– la caractérisation de l'eau contenue dans la roche ;

5. L'Agence Nationale pour la gestion des Déchets RAdioactifs (ANDRA) est un établissement public à caractère industriel et commercial (EPIC) chargé de la gestion des déchets radioactifs en France - http://www.andra.fr.

6. http://www.cne2.fr

7. L'Autorité de Sûreté Nucléaire (ASN) est une Autorité Administrative Indépendante française (AAI) qui assure les missions, au nom de l'État, de contrôle de la sûreté nucléaire, de la radioprotection en France et de l'information des citoyens pour protéger les travailleurs, les patients, le public et l'environnement des risques liés aux activités nucléaires - http://www.asn.fr.

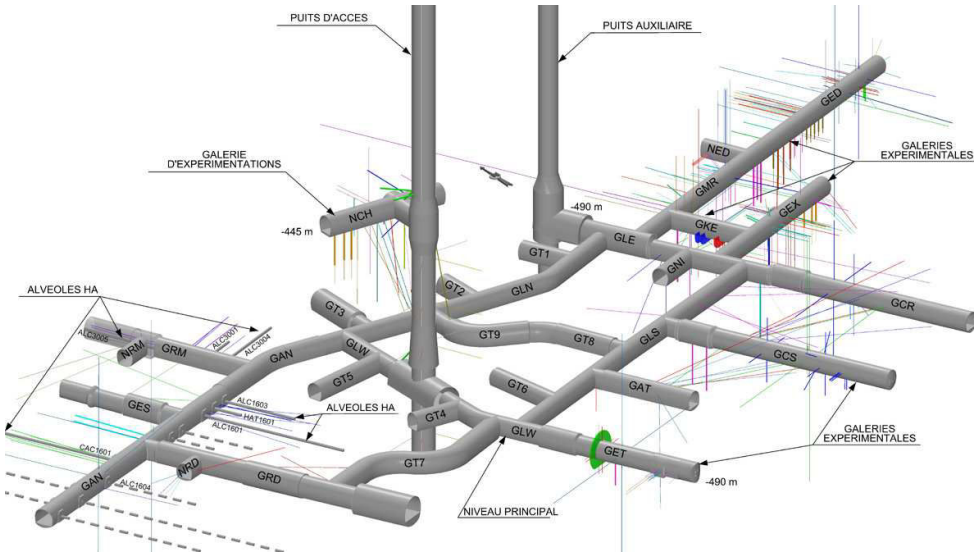


FIGURE 1.2 – *Plan des galeries présentes en 2012 - Source : http://www.andra.fr.*

- le comportement de la roche après creusement ;
- le comportement thermique de la roche suite à un échauffement (échauffement lié au caractère exothermique des déchets HA, Fig. 1.1) ;
- les propriétés de diffusion et de rétention des radionucléides.

Suite à la Loi n° 2006-739 du 28 juin 2006, les expérimentations se sont orientées vers :

- l'étude du comportement de l'argilite après creusement ;
- le test de nouvelles techniques de creusement (machine à attaque ponctuelle depuis 2009, puis tunnelier en 2013) ;
- les essais de creusement d'alvéoles de stockage pour les déchets HA ;
- le comportement des matériaux dans la roche (interactions argilite - verre, - acier, - béton).

Ce laboratoire est un outil pour la démonstration de la faisabilité du projet Cigéo (acronyme de centre industriel de stockage géologique). Il permet de recueillir les données expérimentales nécessaires au design du site final. Cigéo ne sera pas une extension du laboratoire qui reste essentiellement à but expérimental.

Le projet Cigéo

Conformément à la Loi n° 2006-739 du 28 juin 2006, le projet Cigéo a pour objectif la construction d'un centre de stockage géologique pour les déchets MAVL et HA dans la Zone d'Intérêt pour une Reconnaissance Approfondie (ZIRA) identifiée par l'ANDRA à proximité de Bure à la frontière entre Meuse et Haute-Marne. La zone de stockage se situe à 560 m de profondeur dans l'argilite du COx épaisse de 130 m (Fig. 1.3). Ce centre serait exploité entre 2025 et 2140, délai nécessaire au stockage des colis de déchets du Programme Industriel de Gestion des Déchets (PIGD).

Dans son dossier "Argile 2005", complété en 2009, l'ANDRA a démontré l'aptitude de la formation géologique du COx à assurer sa fonction de confinement (§ 1.1.2.2). L'objectif pour l'ANDRA est désormais d'obtenir l'autorisation de construction du site.

Les grandes lignes de l'architecture du projet Cigéo sont présentées sur la Figure 1.3. Le projet comprend cinq zones principales :

- une zone pour les déchets MAVL ;
- une zone pour les déchets HA fortement exothermiques ;
- une zone pour les déchets de type HA0 (déchets de haute activité vitrifiés faiblement exothermiques) se situant entre les deux premières zones ;
- une zone donnant accès aux deux descenderies, dédiée à la réception des colis de déchets et desservie par des rails ;

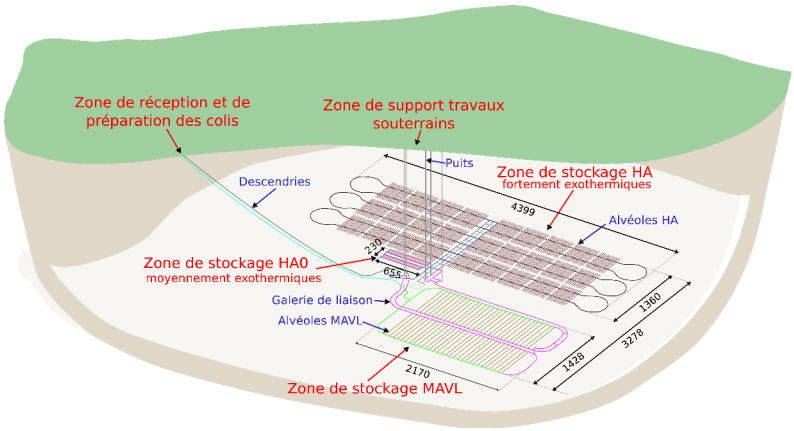


FIGURE 1.3 – *Schéma de ce que pourrait être le concept de stockage géologique dans l'argilite du COx étudié par l'ANDRA - Sources :* `http://www.cigeo.com` *&* *Rapport n° 8 de la CNE du 11 juin 2014.*

– une zone comprenant 5 puits, dédiée aux travaux de creusement et de maintenance des ouvrages souterrains.

Dans la configuration retenue dans le Rapport n° 8 de la CNE du 11 juin 2014, les installations souterraines comptent 85 km de galeries d'accès, 30 km d'alvéoles de stockage MAVL (Fig. 1.4) et 150 km d'alvéoles de stockage HA (Fig. 1.4). Ce schéma prévoit des alvéoles HA de 100 m de long et de 85 cm de diamètre excavé et des alvéoles MA de 500 m de long et de 8 à 12 m de diamètre excavé. Les déchets HA ne devraient être stockés qu'à partir de 2075, les zones MAVL et HA0 seront donc construites en priorité.

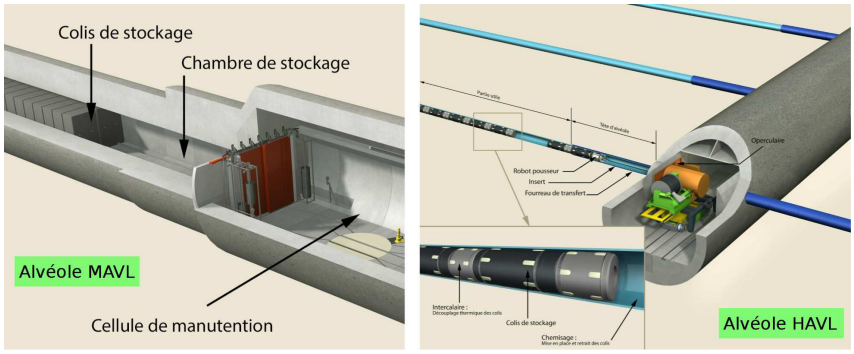


FIGURE 1.4 – *Schéma de l'architecture des alvéoles MAVL et HAVL - Source :* `http://www.cigéo.com`

1.2 QUE CONTIENT CE TRAVAIL DE THÈSE ?

En tant qu'agence nationale mandatée par l'État français, l'ANDRA procède aux études nécessaires à la réalisation et à la construction de Cigéo. Pour cela, elle dispose de ses ingénieurs, de ses chercheurs et de l'appui de son maître d'œuvre Gaiya. Elle s'entoure également d'universitaires, de laboratoires de recherche, tel que GéoRessources, et travaille à leurs côtés au sein de Groupements de Laboratoires (GL).

En tant que bénéficiaire principal de ce centre de stockage, EDF développe ses propres outils d'analyse pour accompagner et/ou contre-expertiser les propositions faites par l'ANDRA. Ce mémoire peut être considéré comme une contribution à ces développements.

L'objectif principal des travaux présentés dans ce rapport est l'étude du comportement thermo-mécanique d'une roche hôte, telle que l'argilite du COx, en réponse aux sollicitations thermiques envisagées dans le cadre d'un projet de stockage de déchets HA (§ 1.1.1.2), tel que le projet Cigéo. Outre cet objectif principal, ces travaux aspirent également à définir un cadre général pour la prise en compte des effets de la température sur le comportement mécanique des ouvrages souterrains. Le

discours ne se limite donc pas uniquement aux cas du projet Cigéo mais se veut plus général.

Ce travail de thèse s'inscrit dans la continuité des travaux initiés il y a dix ans au Centre d'Ingénierie Hydraulique (CIH) d'EDF par Laigle (2004), Kleine (2007) et Plassart (2011). Les travaux de Laigle (2004) et Kleine (2007) ont permis le développement d'un modèle de comportement mécanique à deux mécanismes (plastique et viscoplastique) baptisé *L&K*. Les travaux de Plassart (2011) ont contribué à l'intégration numérique de ce modèle dans le logiciel de calcul Code_Aster et à sa validation sur des études hydromécaniques à l'échelle de l'ouvrage.

Les travaux de cette thèse se sont articulés autour de deux axes principaux : (1) la simplification du modèle de comportement *L&K* en vue de (2) l'intégration des effets de la température. L'objectif n'était donc pas de développer un nouveau modèle de comportement mais plutôt d'adapter le modèle *L&K* à la théorie de la thermo-plasticité/viscoplasticité.

La restitution de ce travail se décompose en cinq chapitres :

- Le chapitre 2 fait état des connaissances existantes concernant les effets de la température sur les comportements mécaniques instantané et différé des géomatériaux. Cette partie permet, sur la base d'une étude bibliographique, de définir les effets principaux de la température à prendre en compte dans l'extension thermomécanique du modèle *L&K*.
- Le chapitre 3 définit un cadre d'étude général adapté à la modélisation des phénomènes mis en évidence dans le chapitre 2. Ces phénomènes physiques proviennent de l'existence d'un écrouissage thermique des géomatériaux qui repose sur des concepts thermodynamiques rigoureux. Un cadre thermodynamique adapté à la formulation thermomécanique de la plasticité et de la viscoplasticité est alors présenté. Une brève revue des modèles thermomécaniques existants dans la littérature est également proposée.
- Le chapitre 4 constitue la partie centrale de cet exposé. Il se décompose en trois parties. Les principes physiques et concepts du modèle *L&K* sont brièvement rappelés dans le premier paragraphe. L'extension thermomécanique du modèle *L&K* est présentée dans un deuxième paragraphe. Le troisième paragraphe revient brièvement sur les grandes lignes de l'intégration numérique du modèle dans le logiciel de calcul Code_Aster.
- Ces développements sont validés dans le chapitre 5 sur des applications expérimentales réalisées en support à ce travail de thèse.
- Le chapitre 6 conclut ce mémoire et propose des perspectives de travail pour de futurs axes de recherche.

COMPORTEMENT THERMOMÉCANIQUE DES GÉOMATÉRIAUX

2

Sommaire

2.1 Comportement instantané 10
2.1.1 Comportement volumique 10
2.1.1.1 Phénomène de dilatation thermique 11
2.1.1.2 Comportement volumique à pression moyenne constante 12
2.1.1.3 Compression isotrope à température constante 13
2.1.1.4 Effets de la température sur la pression de préconsolidation des matériaux argileux . . 15
2.1.1.5 Effets de surconsolidation 16
2.1.2 Comportement déviatorique 17
2.1.2.1 Effets de la température sur les paramètres élastiques 17
2.1.2.2 Effets de la température sur la résistance au cisaillement 20
2.1.2.3 Effets de la température sur la résistance résiduelle 24
2.1.2.4 Effets de la température sur le comportement post-pic 24
2.1.2.5 Effets de la température sur le comportement volumique 25
2.2 Comportement différé 27
2.2.1 Essais de fluage à température constante 27
2.2.2 Essais de fluage à température variable 28
2.2.3 Essais de relaxation à température constante 31

L'étude du comportement thermomécanique des géomatériaux est un sujet qui touche un nombre important de domaines d'application : l'étude des mécanismes à l'origine des tremblements de terre (Hueckel et al. 1994), l'étude du comportement saisonnier des matériaux asphaltiques (Darabi et al. 2012), le stockage de chaleur (Burger et al. 1985), l'étude du comportement des matériaux à proximité des structures géothermiques (Laloui et al. 2006, Dupray et al. 2014), l'enfouissement des câbles à haute tension (Mitchell et al. 1982), le stockage des déchets radioactifs en couche géologique profonde (Laloui and Modaressi 2002, Gens and Olivella 2001, Hueckel and Peano 1987, Delage et al. 2010), l'impact des cycles de gel-dégel sur la capacité portante des sols argileux dans les zones de climat froid (Ghazavi and Roustaie 2010), etc…

Dans le contexte du stockage géologique des déchets radioactifs, un intérêt particulier a récemment été accordé au comportement thermomécanique de l'argile de Boom (Baldi et al. 1988, Hueckel and Baldi 1990, Sultan et al. 2002, François et al. 2009, Dizier 2011), de l'argile à Opalines (Tsang et al. 2012, Jobmann and Polster 2007, Zhang et al. 2007), de la diorite d'Äspö (Pan and Feng 2013, Koyama et al. 2013) et de l'argilite du Callovo-Oxfordien (Zhang et al. 2007, Gasc-Barbier et al. 2004, Jia et al. 2009, Zhang et al. 2014).

L'ensemble de ces études montre qu'une exposition à des températures élevées peut altérer les propriétés physiques et mécaniques des géomatériaux : l'angle de frottement (Hicher 1974, Heuze 1983), la cohésion (Heuze 1983), la perméabilité-porosité (Dwivedi et al. 2008, Lion et al. 2005, Chen et al. 2009), les modules élastiques (Cekerevac and Laloui 2004, Homand-Étienne 1985), la résistance (Baldi et al. 1990, Wong 1982, Homand-Étienne and Houpert 1989), le comportement volumique (Fisher and Paterson 1989), le comportement post-pic (Wong 1982, Evans et al. 1990, Byerlee 1968), le comportement à long terme (Gasc-Barbier et al. 2004, Zhang et al. 2007), etc...

Ce chapitre s'attache à présenter un certain nombre de résultats expérimentaux issus de la littérature. Les objectifs sont (1) de déterminer les phénomènes prépondérants à prendre en compte dans la modélisation des effets de la température sur le comportement mécanique des géomatériaux et (2) de montrer qu'il existe des similarités de comportement entre sols argileux, roches tendres et roches dures. L'objectif n'est pas de présenter l'ensemble des phénomènes thermomécaniques observés sur les géomatériaux mais plutôt de revenir sur ceux qui sont couramment modélisés. Ce chapitre se veut volontairement concis. Nous ne revenons pas sur les notions de base de mécanique des sols et des roches. Notre démarche se limite également à l'étude de chemins de compression.

Le modèle de comportement L&K est un modèle à deux mécanismes irréversibles : plastique (instantané) et viscoplastique (différé). Le contenu de ce chapitre est donc naturellement scindé en deux paragraphes distincts, l'un concernant le comportement instantané, l'autre concernant le comportement différé.

Les effets de l'eau interstitielle sur le comportement thermomécanique des matériaux peuvent être d'origine mécanique (eau libre), chimique (eau adsorbée) ou les deux. Depuis une quarantaine d'années, les effets mécaniques liés à la dilatation thermique de l'eau libre sont bien connus : une augmentation de température se traduit par une augmentation de pression interstitielle et par une diminution de contrainte effective si le matériau est saturé et non drainé. Cette diminution de contrainte effective génère des déformations irréversibles pouvant éventuellement mener à la rupture (Fig. 2.1). Les effets mécaniques liés à l'eau libre sont couramment modélisés par la théorie de la thermo-poro-élasticité (Coussy 2004, Biot 1973). Les effets liés à l'eau adsorbée impliquent des phénomènes physico-chimiques plus difficiles à caractériser et fortement dépendants de la structure interne du matériau. La modélisation de ces phénomènes fait appel à d'autres cadres théoriques tel que la théorie des mélanges (Wilmański 2005). Seuls les effets mécaniques liés à l'eau libre sont considérés dans ce mémoire. Par ailleurs, l'objectif de ce chapitre est de caractériser les effets de la température sur le comportement mécanique des géomatériaux, indépendamment des effets induits par l'eau qu'ils contiennent éventuellement. Nous ferons donc essentiellement référence à des résultats d'essais sur échantillons drainés ou secs afin de différencier les effets thermiques liés à la présence d'eau et les phénomènes thermomécaniques.

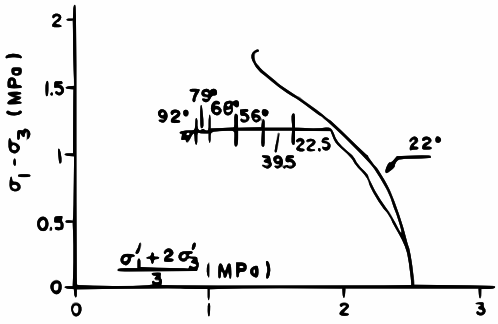


FIGURE 2.1 – *Chemins de contrainte effective suivis lors d'essais de compression triaxiale non drainé à température ambiante et de fluage non drainé à température variable sur des échantillons saturés d'argile silteuse de Pontida - Source : Hueckel and Pellegrini (1989).*

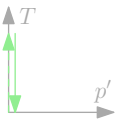
2.1 COMPORTEMENT INSTANTANÉ

Les essais de laboratoire permettant de caractériser le comportement thermomécanique instantané sont classiquement de deux sortes. Il s'agit soit d'essais triaxiaux à température contrôlée, soit d'essais œdométriques ou de compression isotrope à température contrôlée. Les chemins de chargement thermiques et/ou mécaniques sont généralement découplés de manière à pouvoir dissocier leur influence respective. Ces essais sont donc réalisés à température constante et chargement mécanique variable ou à chargement mécanique constant et température variable. Le contenu de cette partie est scindé en deux paragraphes distincts traitant (1) du comportement volumique et (2) du comportement déviatorique.

2.1.1 Comportement volumique

Le comportement volumique est essentiellement caractérisé par trois types de chemins de chargement : (1) des cycles thermiques à chargement mécanique nul, (2) des cycles thermiques à chargement mécanique isotrope constant et non nul et (3) des essais œdométriques ou de compression isotrope à température constante.

2.1.1.1 Phénomène de dilatation thermique



Le comportement d'un matériau soumis à des variations de température à chargement mécanique nul se caractérise essentiellement par des changements de volume. L'allongement ou le rétrécissement d'une éprouvette ($\Delta l/l$) suite à une variation de température suivant une direction donnée est appelé "dilatation linéaire". Le coefficient de dilatation thermique volumique, ou plus simplement coefficient de dilatation thermique, est obtenu par sommation des dilatations linéaires selon trois directions orthogonales :

$$\alpha_V = \alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33} \tag{2.1}$$

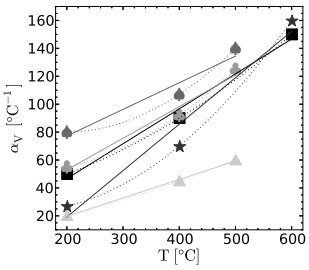
La variation de volume d'un échantillon en fonction de la température n'est généralement pas linéaire (Fig. 2.2). Le coefficient de dilatation thermique, correspondant à la pente de cette courbe, évolue donc en fonction de la température. La Table 2.1 présente l'évolution du coefficient de dilatation thermique de roches dures en fonction de la température (Homand-Étienne 1985). Pour les matériaux argileux, dont le comportement mécanique est fortement dépendant de leur "histoire", α_V est également sensible au degré de surconsolidation [1]. Laloui (1993) propose la relation linéaire suivante :

$$\alpha_V(T, OCR) = \left(\alpha_V^0 + \alpha^\star T\right) OCR \tag{2.2}$$

α_V^0 est le coefficient de dilatation thermique à une température de référence, $\alpha^\star$ est un paramètre traduisant la dépendance de α_V à la température et OCR est le degré de surconsolidation du matériau.

TABLE 2.1 – *Évolution du coefficient de dilatation thermique de roches dures en fonction de la température - Source : Homand-Étienne (1985).*

	α_V (200°C) $[10^{-6}°C^{-1}]$	α_V (400°C) $[10^{-6}°C^{-1}]$	α_V (500°C) $[10^{-6}°C^{-1}]$	α_V (600°C) $[10^{-6}°C^{-1}]$
Granite de Senones (■)	50	90	-	150
Granite de Remiremont (★)	27	70	-	160
Marbre de Carrare (♠)	80	107	140	-
Calcaire d'Euville (♣)	55	92	125	-
Grès à Voltzia (▲)	20	45	60	-



La Figure 2.2 présente les résultats obtenus par Masri (2010) sur des échantillons d'argilite [2] de Tournemire soumis à une augmentation de température de 20°C à 250°C. Ces chargements thermiques à contrainte nulle constituent la première étape d'essais de compression triaxiale à température élevée (§ 2.1.2). Une augmentation de température se traduit par une augmentation de volume. Notons également que les échantillons se déforment préférentiellement dans la direction perpendiculaire au plan de schistosité du matériau. Une augmentation de température à chargement mécanique nul a donc pour effet d'ouvrir la structure en feuillets de l'argilite de Tournemire.

Les déformations volumiques apparaissant lors de cycles thermiques d'amplitude modérée à contrainte nulle sont couramment considérées comme réversibles (élastiques) et obéissant à la loi

1. Le degré de surconsolidation est le rapport entre la pression de pré-consolidation à température ambiante et la pression moyenne effective. La pression de préconsolidation est la contrainte moyenne maximale qu'un matériau ait déjà subi.

2. L'argilite est une roche sédimentaire argileuse indurée résultant de la consolidation de couches parallèles de microfeuillets d'argile ou de boue argileuse fine. De part cet empilement de feuillets, la structure des argilites est naturellement anisotrope.

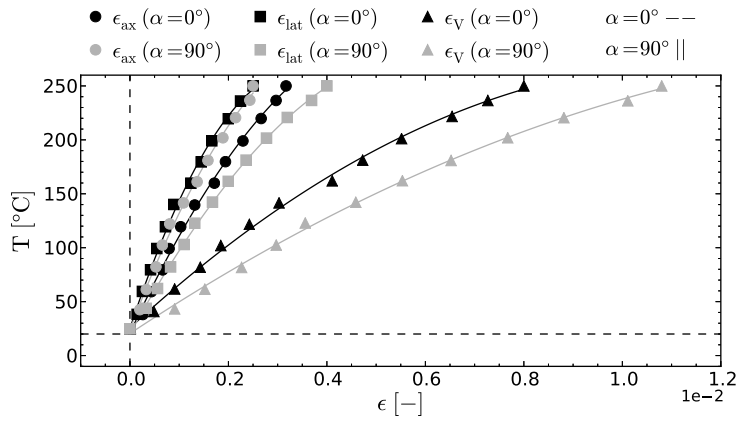


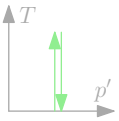
FIGURE 2.2 – *Courbes de dilatation thermique obtenues sur des éprouvettes d'argilite de Tournemire. Les valeurs $\alpha = 0°$ et $\alpha = 90°$ correspondent à des échantillons dont le plan de schistosité est respectivement horizontal et vertical. $\epsilon_{ax} \leftrightarrow$ déformations axiales, $\epsilon_{lat} \leftrightarrow$ déformations latérales, $\epsilon_V = \epsilon_{ax} + 2\epsilon_{lat} \leftrightarrow$ déformations volumiques. Une déformation positive correspond à une dilatation (augmentation de volume) - Source : Masri (2010).*

scalaire suivante :

$$\epsilon_V^{T,e} = \alpha_V (T - T_0) \tag{2.3}$$

$\epsilon_V^{T,e}$ est la déformation volumique d'un échantillon résultant d'un écart à une température de référence $T - T_0$; T est la température à un instant t et T_0 est une température de référence pour laquelle le milieu considéré ne se déforme pas ; α_V est le coefficient de dilatation thermique. Si α_V dépend de la température, la relation (2.3) est non linéaire (Fig. 2.2).

2.1.1.2 Comportement volumique à pression moyenne constante



Les essais présentés dans ce paragraphe correspondent à des cycles thermiques réalisés à contrainte isotrope constante et non nulle. Le comportement thermomécanique à chargement mécanique isotrope constant a principalement été étudié dans le but de caractériser le phénomène de contraction thermique observé sur différents types de sols. Une augmentation de température à pression moyenne constante peut se traduire par des déformations dilatantes réversibles, des déformations contractantes irréversibles ou les deux en fonction de l'état de surconsolidation du matériau (Baldi et al. 1988, Sultan 1997). Des sols très fortement surconsolidés vont essentiellement se dilater de manière réversible tandis que des sols normalement consolidés vont avoir tendance à se contracter de manière irréversible. La Figure 2.3 présente les résultats obtenus par Cekerevac (2003) sur un matériau argileux soumis à des cycles thermiques entre 20°C et 90°C à une contrainte isotrope de 600kPa.

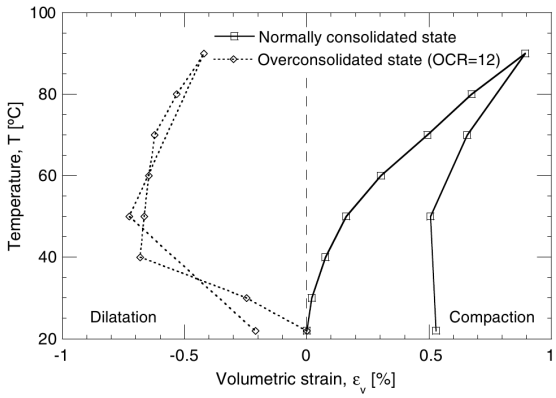


FIGURE 2.3 – *Évolution des déformations volumiques d'échantillons de Kaolin saturés soumis à des cycles thermiques drainés entre 22°C et 90°C. La contrainte appliquée est de 600 kPa - Source : Cekerevac (2003).*

L'échantillon surconsolidé se dilate entre 22°C et 40°C puis se contracte de manière à peu près réversible entre 40°C et 90°C. L'éprouvette normalement consolidée se contracte de manière irréversible entre 22°C et 90°C. Des résultats similaires sont obtenus par Baldi et al. (1991) sur l'argile de Boom (Fig. 2.4) et par de nombreux auteurs sur différents types de sols (Sultan et al. 2002, Baldi et al. 1988, Cekerevac and Laloui 2004, Laloui and Cekerevac 2003).

Les tentatives d'explication de ce phénomène de contraction thermique sont nombreuses. Campanella and Mitchell (1968) et Baldi et al. (1988) décrivent ce phénomène comme résultant d'une densification irréversible des feuillets argileux suite à l'affaiblissement des liaisons entre les différentes particules d'argile (agrégat de cristallites). Pour Tidfors and Sällfors (1986), il n'existe pas de liaisons grains à grains proprement dites dans les matériaux argileux, mais plutôt des interactions entre les différentes couches d'eau adsorbée. Une augmentation de température diminue l'épaisseur de ces couches par départ de l'eau, ce qui, sous contrainte extérieure, a pour effet de densifier le milieu. Inversement, Plum and Esrig (1969) pensent qu'une augmentation de température accroît l'épaisseur de ces couches d'eau adsorbée, ce qui augmente les forces de répulsion entre feuillets argileux et affaiblit les liaisons covalentes (liaisons entre feuillets argileux par mise en commun d'électrons). La rupture par cisaillement de ces liaisons entraîne une diminution de volume et donc une contraction irréversible sous contrainte extérieure.

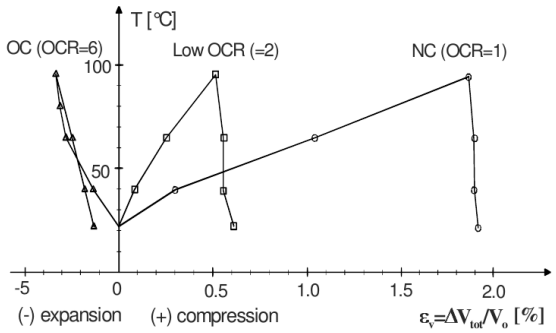
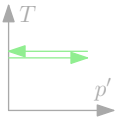


FIGURE 2.4 – *Comportement volumique de l'argile de Boom soumise à des cycles thermiques entre 22°C et 100°C. OCR* = 6 ↔ p' = 1 *MPa, OCR* = 2 ↔ p' = 3 *MPa et OCR* = 1 ↔ p' = 6 *MPa - Source : Baldi et al. (1991) repris par Laloui (2001).*

Les tentatives d'explication du phénomène de contraction thermique font apparaître de nombreuses contradictions, notamment sur le rôle des couches d'eau adsorbée dans les matériaux argileux (Dizier 2011).

2.1.1.3 Compression isotrope à température constante

Un chargement isotrope à température constante constitue souvent la deuxième étape d'un essai triaxial à température élevée (faisant suite à un chargement thermique permettant d'atteindre la température souhaitée). La réponse d'un matériau à une sollicitation isotrope se décompose en deux phases. Pour des matériaux sableux ou argileux, la réponse est, dans un premier temps, élastique jusqu'à une valeur "limite" de pression moyenne. Cette pression "limite", assimilable à la pression de préconsolidation du matériau, marque la transition vers un comportement irréversible (Fig. 2.5). Pour des matériaux plus compétents, la première phase est une phase de serrage (fermeture des fissures préexistantes au sein de l'éprouvette) et la seconde phase correspond à un comportement élastique. Il est rare d'atteindre des valeurs de pression moyenne amenant une roche dure à plastifier (Homand-Étienne 1985).



L'effet de la température sur la compressibilité des sols argileux a notamment été étudié par Laloui and Cekerevac (2003). Les résultats obtenus par ces auteurs sur des éprouvettes de Kaolin remaniées sont présentés sur la Figure 2.5. Les tests 1, 2 et 3 ont été réalisés à des températures de 22°C, 60°C et 90°C. L'indice des vides initial des éprouvettes ayant subi un chargement thermique est plus faible que celui de l'échantillon sollicité à température ambiante (contraction thermique, § 2.1.1.2). Les pentes des courbes de compressibilité semblent peu affectées par la température (Laloui and Ce-

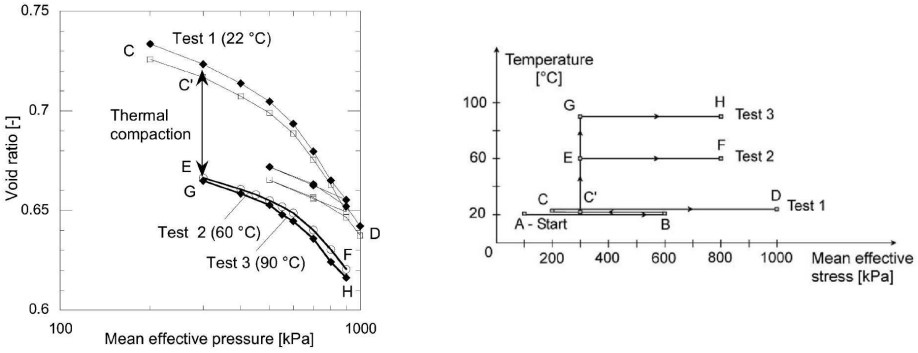


FIGURE 2.5 – *Courbes de compression isotrope obtenues à différentes températures sur des éprouvettes de Kaolin remaniées - Source : Laloui and Cekerevac (2003).*

kerevac 2003). Des résultats similaires ont été obtenus par Campanella and Mitchell (1968) et Lingnau et al. (1995). En revanche, des variations de compressibilité ont été observées sur une argile illitique et sur l'argile de Newfield par Plum and Esrig (1969).

L'effet de la température sur la compressibilité des roches tendres et dures a notamment été étudié par Masri (2010), Zhang et al. (2014) et Homand-Étienne (1985). Les résultats obtenus par Zhang et al. (2014) et Masri (2010) sur l'argilite du Callovo-Oxfordien (COx) et l'argilite de Tournemire sont présentés sur les Figures 2.6 et 2.7. Ces chargements isotropes constituent la deuxième étape d'essais de compression triaxiale (§ 2.1.2). La phase de chargement mécanique est précédée d'une phase de montée en température (Fig. 2.2 pour l'argilite de Tournemire). La température est maintenue constante pendant la phase de compression isotrope.

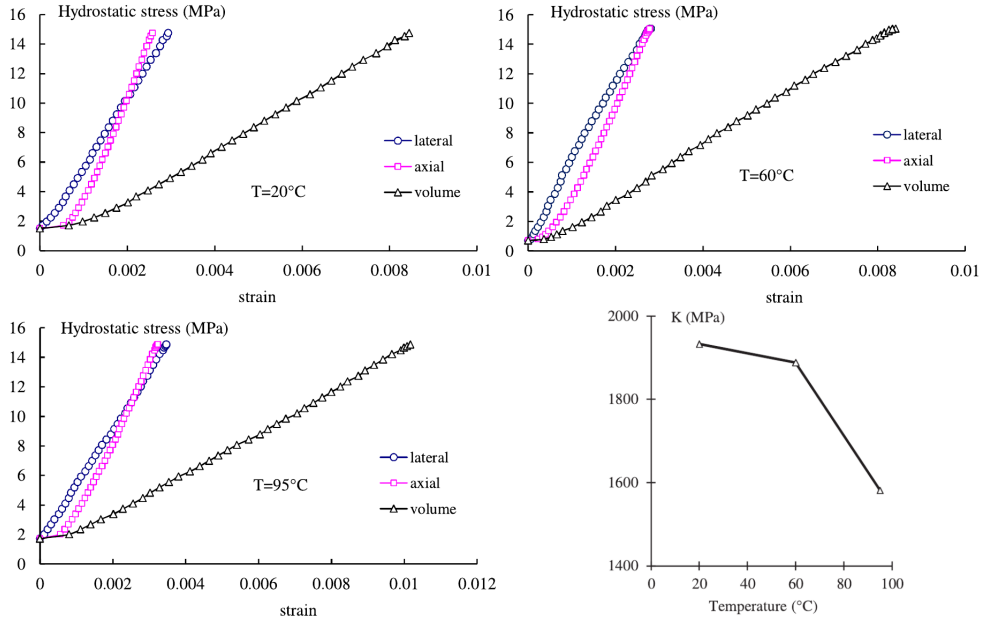


FIGURE 2.6 – *Courbes de compression isotrope obtenues à humidité relative contrôlée (75%) pour différentes températures sur des échantillons drainés d'argilite du Callovo-Oxfordien (α = 90°) - Source : Zhang et al. (2014).*

Quelques commentaires peuvent être formulés concernant ces résultats :

1. Les courbes obtenues pour l'argilite de Tournemire restent non linéaires jusqu'à une contrainte de 20 MPa. Ce résultat indique que la phase de serrage n'est pas terminée ou que le module de compressibilité de l'argilite de Tournemire dépend significativement de la pression moyenne. Des modules que nous qualifierons de tangents ont été déterminés pour une contrainte de 20 MPa. La quantité K/K_0 (Fig. 2.7) représente le rapport entre les modules mesurés à une température T et à température ambiante. Ce rapport diminue significativement avec la température.

Les courbes obtenues pour l'argilite du COx (Fig. 2.6) redeviennent rapidement linéaires. Les modules de compressibilité peuvent être déterminés de manière précise. Ces modules diminuent également avec la température (Fig. 2.6).

Pour ces deux matériaux, le rapport K/K_0 chute entre 0,7 et 0,8 pour une température proche de 100°C.

2. Pour l'argilite de Tournemire, les déformations axiales sont plus importantes que les déformations latérales (anisotropie de structure). Pour l'argilite du COx, cette différence est moins marquée.
3. Pour l'argilite de Tournemire, l'effet de la température est plus marqué sur les déformations axiales que sur les déformations latérales. La phase de chargement thermique précédant la phase de chargement mécanique altère la structure des éprouvettes dans une direction perpendiculaire au plan de schistosité (ouverture des feuillets, § 2.1.1.1), les rendant plus compressibles selon cet axe.

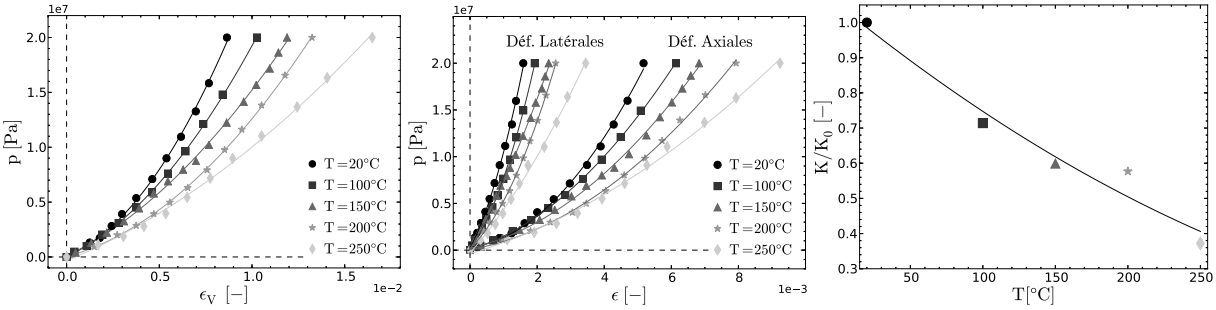


FIGURE 2.7 – *Courbes de compression isotrope obtenues à différentes températures sur des éprouvettes d'argilite de Tournemire ($\alpha = 0°$) - Source : Masri (2010).*

La Figure 2.8 présente les résultats obtenus par Homand-Étienne (1985) sur des échantillons de granite thermiquement préfissurés. Ces échantillons ont subi un chargement thermique à une vitesse de 50°C/h jusque 300°C puis 100°C/h au-delà. La température maximale a été maintenue constante pendant 5h. Le four a ensuite été arrêté et le chargement mécanique a été appliqué à température ambiante.

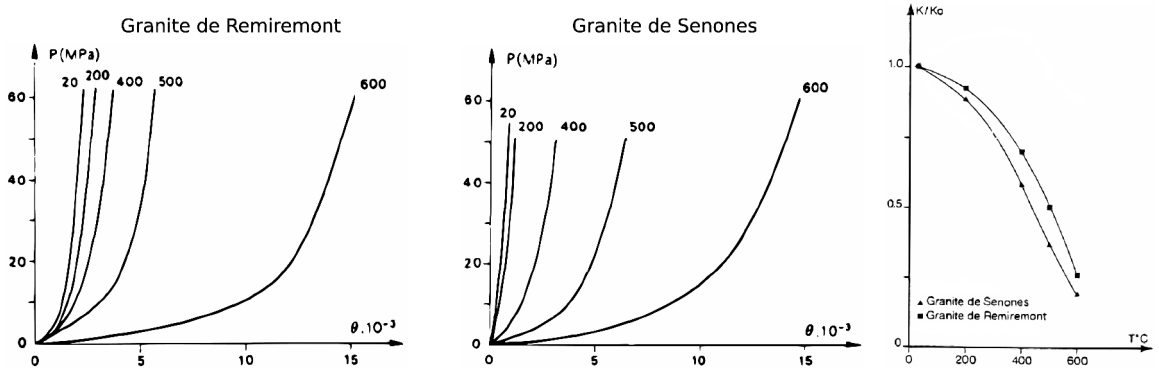


FIGURE 2.8 – *Courbes de compression isotrope obtenues sur le granite de Remiremont (à gauche) et le granite de Senones (à droite) pour différentes températures de préfissuration, θ : déformations volumiques, $P \leftrightarrow$: contrainte isotrope - Sources : Homand-Étienne and Houpert (1989) et Homand-Étienne (1985).*

À température de préfissuration élevée, la phase de serrage est plus importante que pour les résultats d'essais présentés par Masri (2010) et Zhang et al. (2014). Ce phénomène peut provenir des gammes de températures utilisées et du type de matériau testé. Selon Homand-Étienne (1985), le changement brutal de comportement entre 500°C et 600°C est d'origine minéralogique. Les granites contiennent une proportion importante de quartz. Le quartz est un minéral qui change de phase à 573°C. Ce changement de phase s'accompagne d'un saut important dans l'évolution de son coefficient de dilatation thermique en fonction de la température (§ 2.1.1.1). Ce saut brutal crée des dilatations thermiques

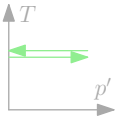
différentielles au sein des échantillons qui sont la cause du développement de fissures d'origine thermique. Cette accentuation de la fissuration entre 500°C et 600°C explique que les phases de serrage soient plus importantes à 600°C.

Les modules de compressibilité diminuent avec la température de préfissuration (Fig. 2.8). Cependant, pour obtenir des rapports K/K_0 compris entre 0,7 et 0,8 (obtenus pour les argilites à 100°C), il est nécessaire d'atteindre des températures comprises entre 300°C et 400°C.

Les réponses de roches tendres et dures à des sollicitations mécaniques isotropes à température constante semblent similaires mais dans des gammes de températures différentes.

2.1.1.4 Effets de la température sur la pression de préconsolidation des matériaux argileux

La pression de préconsolidation, qui définit la limite entre des domaines élastique et plastique lors de compressions isotropes sur des matériaux argileux, diminue avec la température comme illustré sur la Figure 2.9. Ce phénomène est l'un des plus commenté dans la littérature car la pression de préconsolidation intervient comme paramètre d'écrouissage dans de nombreux modèles de comportement dérivés des modèles à chapeau de type Cam Clay (Schofield and Wroth 1968, Roscoe and Burland 1968, Dizier 2011, Laloui 2001, Laloui and Cekerevac 2003; 2008, Sultan 1997, Sultan et al. 2002, Hueckel et al. 1994). Une diminution de ce paramètre avec la température entraîne une contraction du domaine élastique (Fig. 2.10).



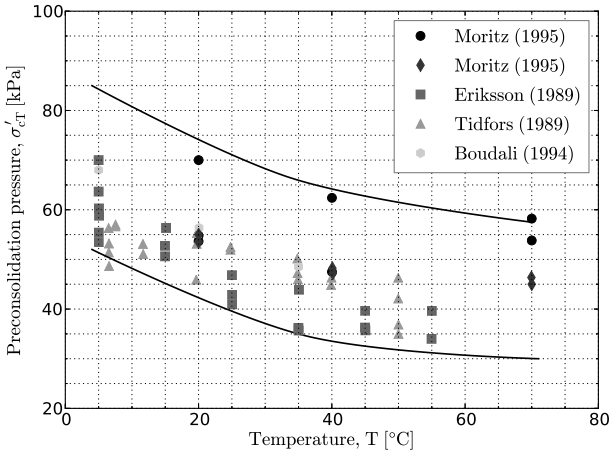


FIGURE 2.9 – *Évolution de la pression de préconsolidation de plusieurs matériaux argileux (Eriksson 1989, Moritz 1995, Boudali et al. 1994, Tidfors and Sallfors 1989) en fonction de la température - Source : Laloui and Cekerevac (2008).*

Plusieurs relations non linéaires sont proposées dans la littérature pour décrire l'évolution de la pression de préconsolidation en fonction de la température :

$$p'_c = p'_{c0}\left(1 - \gamma_T \log\left(\frac{T}{T_0}\right)\right) \quad \text{(François 2008, Laloui and Cekerevac 2008)} \tag{2.4}$$

$$p'_c = p'_{c0} e^{-\alpha_0 \Delta T} \quad \text{(Cui et al. 2000)} \tag{2.5}$$

$$p'_c = p'_{c0} + 2\left(a_1 \Delta T + a_2 \Delta T^2\right) \quad \text{(Baldi et al. 1991)} \tag{2.6}$$

p'_{c0} est la pression de préconsolidation à une température de référence T_0, T est la température actuelle, $\Delta T = T - T_0$ est l'écart à la température de référence et γ_T, α_0, a_1 et a_2 sont des paramètres traduisant la dépendance de p'_c à la température.

2.1.1.5 Effets de surconsolidation

Lors de cycles thermiques à contrainte isotrope constante réalisés sur des matériaux normalement consolidés, Sultan (1997), Plum and Esrig (1969) et Campanella and Mitchell (1968) mettent en évi-

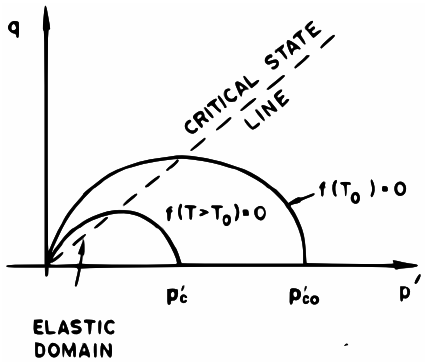


FIGURE 2.10 – *Évolution du domaine élastique en fonction de la température lorsque la pression de préconsolidation diminue avec la température - Source : Hueckel and Baldi (1990).*

dence une augmentation de la pression de préconsolidation après retour à température ambiante (Fig. 2.11). Ce phénomène peut se comprendre en reprenant brièvement les commentaires formulés dans le paragraphe 2.1.1.2. Des matériaux normalement consolidés soumis à des cycles thermiques vont se contracter de manière irréversible. Cette contraction peut être vue comme une densification du matériau qui, après retour à température ambiante, apparaît plus raide. De même que les matériaux argileux gardent en mémoire la contrainte maximale connue au cours de leur histoire (pression de préconsolidation), ils semblent également mémoriser la température maximale atteinte. Ce phénomène sera détaillé dans le paragraphe 3.1.

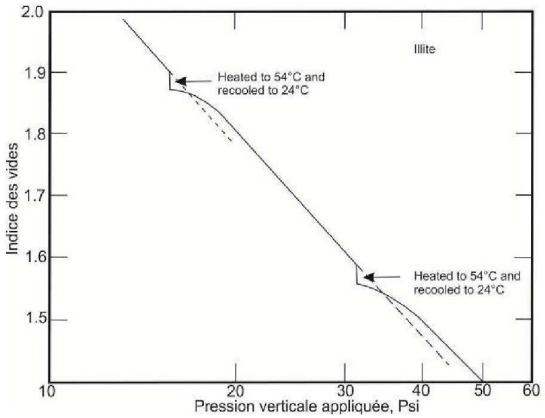
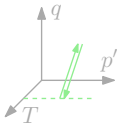


FIGURE 2.11 – *Effet de surconsolidation lors d'un test de chauffage et de refroidissement sur une argile illitique - Source : Plum and Esrig (1969) repris par Dizier (2011).*

Concernant le comportement thermomécanique volumique, nous retiendrons que :

1. *les courbes de dilatation thermique sont non linéaires et que le coefficient de dilatation thermique augmente avec la température ;*
2. *des cycles thermiques à contrainte isotrope non nulle sur des matériaux argileux normalement consolidés à faiblement surconsolidés entraînent une contraction thermique irréversible ;*
3. *la compressibilité des sols est peu sensible à la température ;*
4. *le module de compressibilité des roches tendres et dures diminue avec la température ;*
5. *la pression de préconsolidation des matériaux argileux diminue avec la température ;*
6. *des cycles thermiques sur des matériaux normalement consolidés peuvent avoir un effet de surconsolidation.*

2.1.2 Comportement déviatorique



Le comportement déviatorique est essentiellement caractérisé par des essais de compression triaxiale à différentes températures et différents confinements. Ces essais mettent en évidence les effets de la température sur les modules élastiques, la résistance au cisaillement, le comportement post-pic et le comportement volumique.

2.1.2.1 Effets de la température sur les paramètres élastiques

Module de Young

Les effets de la température sur le module de Young des matériaux argileux sont peu documentés et souvent contradictoires, concluant à une augmentation ou à une diminution de ce paramètre avec la température. Les résultats obtenus par Cekerevac and Laloui (2004) sur des éprouvettes de Kaolin sont présentés sur la Figure 2.12. Ces résultats concluent à une légère augmentation du module de

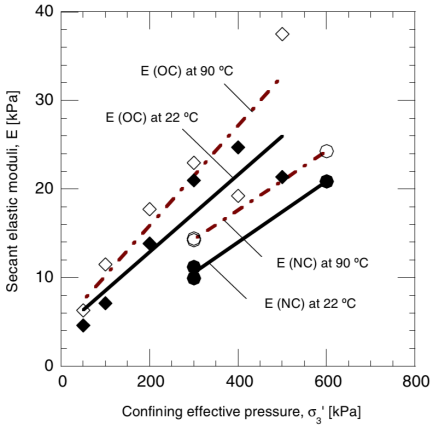


FIGURE 2.12 – *Modules de Young sécants pour une déformation axiale de 0,5% obtenus lors d'essais triaxiaux saturés drainés à 22°C et 90°C sur un matériau argileux de type Kaolin. (NC)-Normalement Consolidé, (OC)-Surconsolidé - Source : Cekerevac and Laloui (2004) repris par Laloui and Cekerevac (2008).*

Young avec la température. Cependant, selon Laloui and Cekerevac (2008), ces variations sont négligeables par rapport aux effets de la pression moyenne. Rappelons que les modules de compressibilité et de cisaillement se déduisent du module de Young et du coefficient de Poisson par les relations suivantes :

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2.7}$$

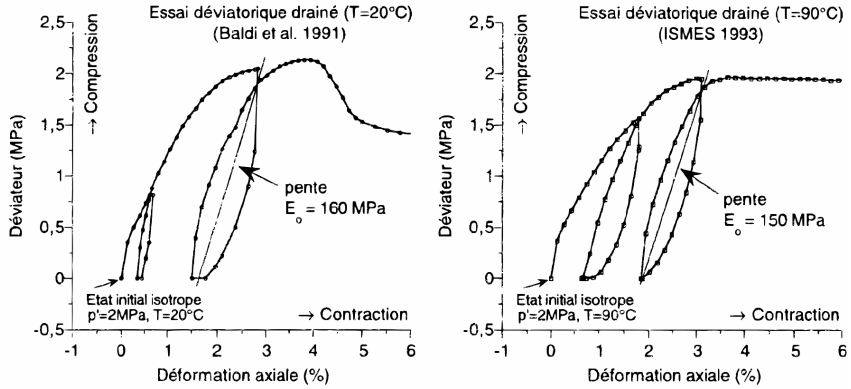


FIGURE 2.13 – *Essais triaxiaux déviatoriques réalisés par l'ISMES, à gauche à 20°C, à droite à 90°C (argile de Boom non remaniée, prof. -240 m) - Source : Picard (1994).*

Laloui and Cekerevac (2008) proposent de faire évoluer K et G uniquement en fonction de la pression

moyenne effective :

$$G = G_{ref}\left(\frac{p'}{p_{ref}}\right)^n, \qquad K = K_{ref}\left(\frac{p'}{p_{ref}}\right)^n \quad \text{(Laloui and Cekerevac 2008)} \tag{2.8}$$

Nous remarquerons que ces lois de type puissance sont cohérentes avec les résultats obtenus par Masri (2010) sur l'argilite de Tournemire (Fig. 2.14). Baldi et al. (1991) et l'ISMES obtiennent des résultats contraires sur l'argile de Boom (Fig. 2.13). Le module de Young, calculé sur des cycles de décharge, diminue très légèrement avec la température.

Les résultats obtenus sur des roches tendres et dures concluent généralement à une diminution du module de Young avec la température. La Figure 2.14 présente les résultats obtenus par Homand-Étienne (1985), Masri (2010), McLaren and Titchell (1981), Klett (1974), Swan (1978) et Zhang et al. (2009) sur des granites, des calcaires, des grès et l'argilite de Tournemire. Les modules mesurés sont issus d'essais de compression simple ou triaxiale.

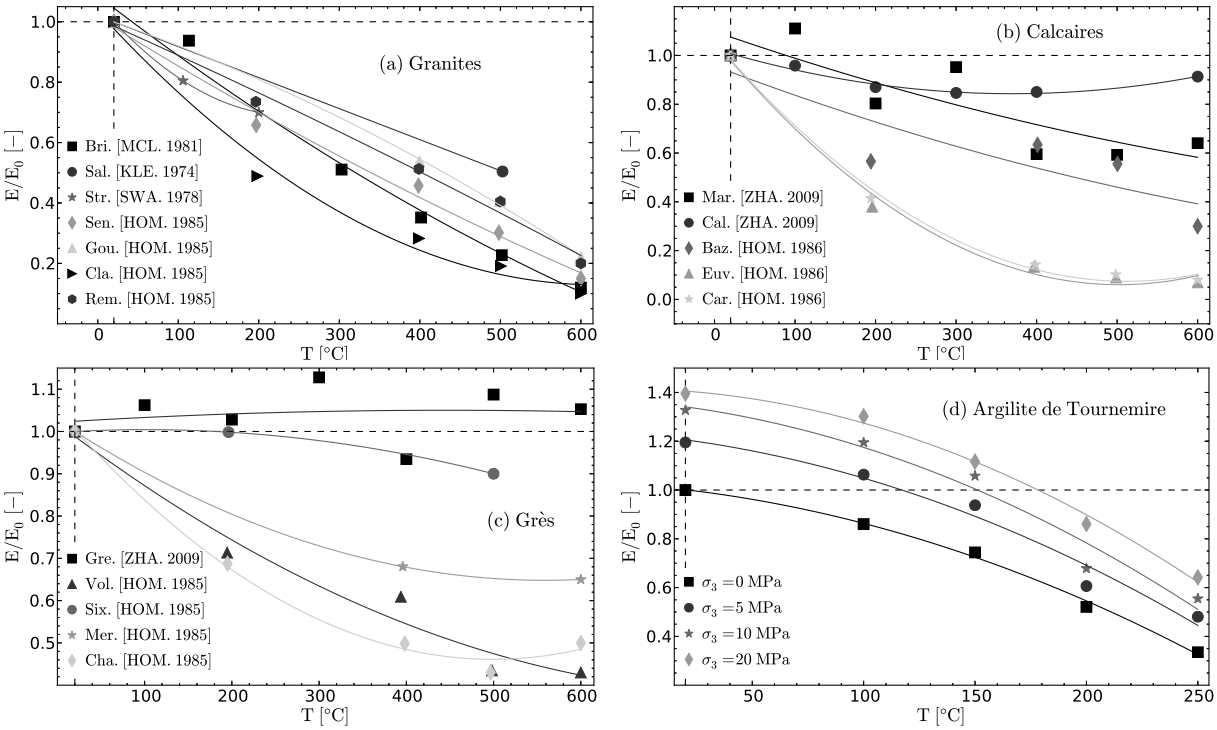


FIGURE 2.14 – *Évolution du module de Young de plusieurs types de roches en fonction de la température. Les quantités E et E_0 correspondent respectivement au module de Young mesuré à une température T et à température ambiante et confinement nul - Sources : Homand-Étienne (1985), Masri (2010) (Argilite de Tournemire), McLaren and Titchell (1981), Klett (1974), Swan (1978) et Zhang et al. (2009).*

La Figure 2.15 présente les résultats obtenus par Zhang et al. (2014) sur l'argilite du COx. Ces résultats sont issus d'essais de nano-indentation et de mini-compression simple drainés réalisés à différentes températures et humidités relatives. Pour des humidités relatives faibles, les modules de Young sont plus élevés à température élevée qu'à température ambiante. Cette tendance s'inverse pour des valeurs d'humidité relative supérieures à 60-70%. La vitesse de décroissance du module de Young avec l'humidité relative est accentuée par l'effet de la température.

Que ce soit pour des matériaux argileux, des roches tendres ou des roches dures, nous voyons qu'il est difficile de conclure à une augmentation ou une diminution du module de Young avec la température. Les résultats récemment obtenus par Zhang et al. (2014) indiquent en plus que les effets de la température sont fortement couplés à d'autres paramètres tels que l'humidité relative.

Coefficient de Poisson

Peu de données existent concernant l'évolution du coefficient de Poisson en fonction de la température. Les résultats obtenus par Masri (2010) sur l'argilite de Tournemire sont présentés sur la Fi-

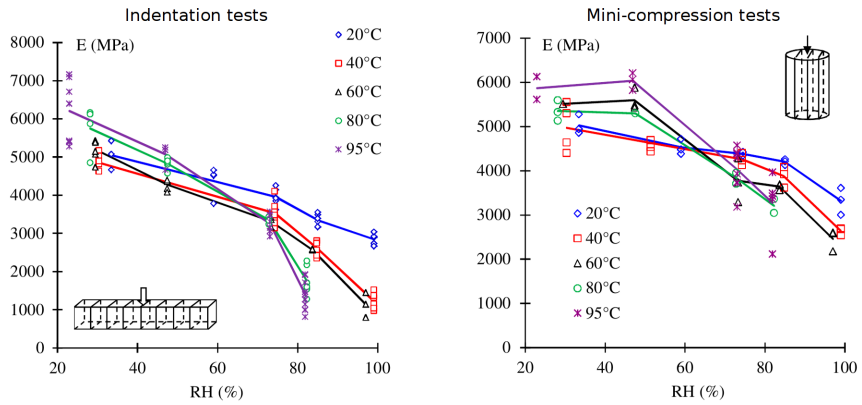


FIGURE 2.15 – *Évolution du module de Young de l'argilite du COx en fonction de l'humidité relative et de la température - Sources : Zhang et al. (2014).*

gure 2.16. Le coefficient de Poisson augmente légèrement avec la température.

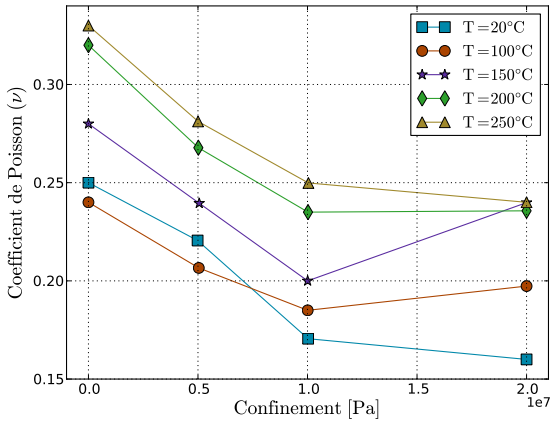


FIGURE 2.16 – *Évolution du coefficient de Poisson en fonction de la température et du confinement pour l'argilite de Tournemire - Sources : Masri (2010).*

La Table 2.2 regroupe quelques valeurs issues de SP. Jr. (Editor) et Dwivedi et al. (2008) pour des granites. Le coefficient de Poisson évolue peu, que ce soit avec la température ou avec la pression de confinement.

TABLE 2.2 – *Évolution du coefficient de Poisson de quatre Granites en fonction de la température et de la pression de confinement - Sources : SP. Jr. (Editor) repris par Heuze (1983) et Dwivedi et al. (2008).*

	$T = 25$°C		$T = 200$°C	
	$\sigma_3 = 50$ MPa	$\sigma_3 = 500$ MPa	$\sigma_3 = 50$ MPa	$\sigma_3 = 500$ MPa
Granite de Woodbury	0,257	0,242	0,260	0,237
Granite de Llano (rose)	0,306	0,317	0,302	0,312
Granite de Llano (gris)	0,225	0,253	0,236	0,240
	$T = 30$°C	$T = 100$°C	$T = 125$°C	$T = 160$°C
Granite "Indien"	0,252	0,258	0,257	0,257

2.1.2.2 Effets de la température sur la résistance au cisaillement

La résistance maximale atteinte lors d'un essai de compression triaxiale à confinement nul est appelée résistance à la compression simple (σ_c). Les résistances maximales obtenues lors d'essais triaxiaux à différentes pressions de confinement permettent de définir le critère de rupture, ou critère de résistance, d'un matériau. Ce critère, généralement non linéaire, est couramment représenté dans le plan des contraintes principales $\{\sigma'_3, \sigma'_1\}$ ou dans le plan des invariants du tenseur des contraintes $\{p', q\}$.

Qualifier et quantifier les effets de la température sur ce critère maximal constitue une étape clé dans l'extension du modèle *L&K* à des sollicitations thermomécaniques.

Les essais de compression triaxiale à température élevée se décomposent en trois phases. Les deux premières phases correspondent à une montée en température suivie (ou précédée) d'un chargement mécanique isotrope (§ 2.1.1). La troisième étape correspond au chargement déviatorique proprement dit.

L'influence de la température sur la résistance maximale des matériaux argileux a notamment été étudiée par Hueckel and Baldi (1990) et Baldi et al. (1991) sur respectivement l'argile silteuse de Pontida et l'argile de Boom (Fig. 2.13). La Figure 2.17 présente les résultats obtenus par Hueckel and Baldi (1990) sur l'argile silteuse de Pontida pour des températures comprises entre 23°C et 98°C et des degrés de surconsolidation de 5 et 12,5. Il est précisé que la phase de montée en température est

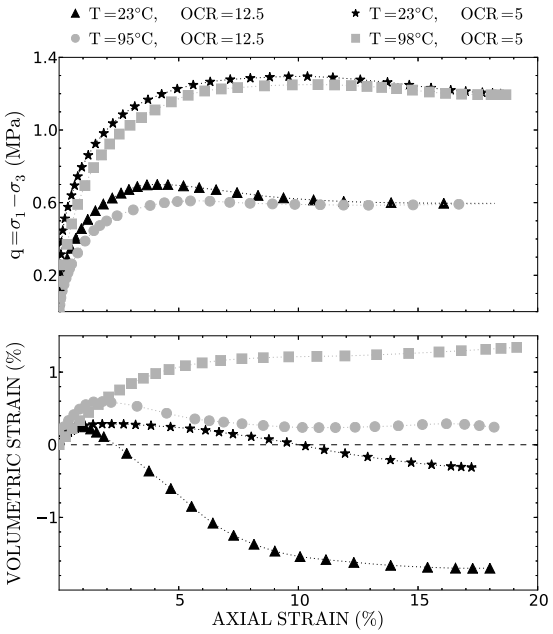


FIGURE 2.17 – *Résultats d'essais triaxiaux drainés réalisés à des températures de 23°C, 95°C et 98°C et à des degrés de surconsolidation de 5 (σ_3 = 0.5MPa) et 12,5 (σ_3 = 0.2MPa) sur l'argile silteuse de Pontida - Source : Hueckel and Baldi (1990).*

réalisée à OCR élevé afin de limiter les phénomènes de contraction thermique (§ 2.1.1.2). À partir des données de cycles thermiques réalisés sur l'argile de Pontida, il peut être calculé que la pression de préconsolidation apparente diminue de 2,5 MPa à environ 1,52 MPa entre 20°C et 95°C (Hueckel et al. 2009) (§ 2.1.1.4). Les essais présentés sur la Figure 2.17 étant réalisés à 0,2 MPa et 0,5 MPa de pression de confinement, l'état de contrainte se situe bien à l'intérieur du domaine élastique initial au début de la phase de chargement déviatorique.

Pour ces deux matériaux argileux, la résistance maximale diminue légèrement avec la température. Cette diminution est plus marquée à faible confinement pour l'argile silteuse de Pontida. Le pic de résistance semble également se décaler vers la droite du plan {déformation axiale - déviateur}.

La Figure 2.18 présente les résultats obtenus par Masri (2010) et Zhang et al. (2014) sur l'argilite de Tournemire et l'argilite du COx. La phase de montée en température (Fig. 2.2) est réalisée avant la phase de compression isotrope (Figs. 2.6 et 2.7).

Une augmentation de température se traduit par une diminution de résistance. Comme pour l'argile de Pontida, cette diminution est légèrement plus marquée à faible confinement pour des températures inférieures à 100°C. Selon Zhang et al. (2014), cette différence de sensibilité en fonction du confinement s'expliquerait par la présence de fissures d'origine thermique. Ces fissures apparaîtraient pendant la phase de montée en température et ne se refermeraient que partiellement sous confinement faible.

La Figure 2.19 présente l'évolution des résistances obtenues pour l'ensemble des essais réalisés

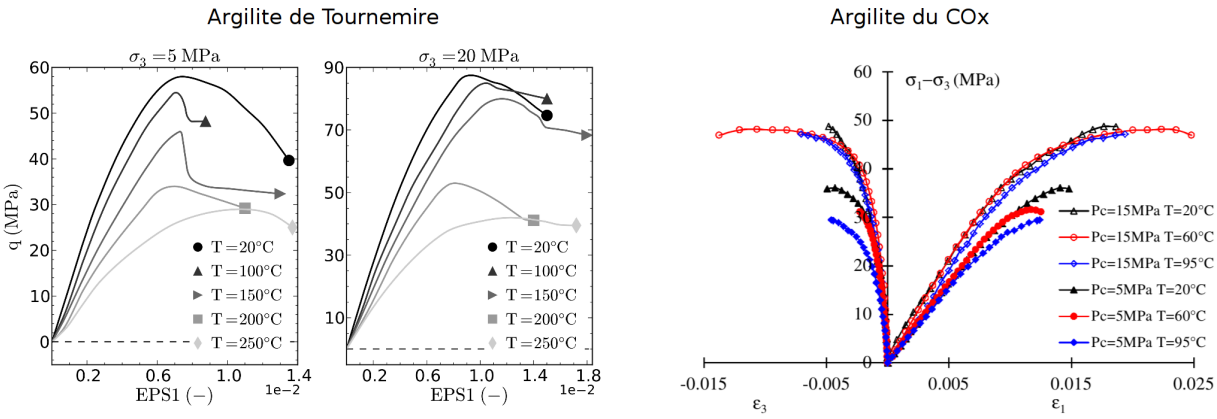


FIGURE 2.18 – *À gauche, résultats d'essais triaxiaux réalisés à des températures comprises entre 20°C et 250°C et à des pressions de confinement de 5 MPa et 20 MPa sur l'argilite de Tournemire* ($\alpha = 90°$). *À droite, résultats d'essais triaxiaux réalisés à des températures de 20°C, 60°C et 95°C et à des pressions de confinement de 5 MPa et 15 MPa sur l'argilite du COx (humidité relative contrôlée de 74%)* ($\alpha = 90°$) - *Sources :* Masri (2010) *et* Zhang et al. (2014).

par Masri (2010) en fonction de la température. À confinement élevé, cette évolution est clairement non linéaire avec une chute brutale de résistance entre 150°C et 200°C. À faible confinement, la perte de résistance est plus linéaire. Contrairement à l'argile de Pontida (Fig. 2.17), la position (selon l'axe des déformations axiales) du pic de résistance de ces deux argilites semble peu affectée par la température (excepté pour $T = 250°C$ à 5 MPa de confinement pour l'argilite de Tournemire).

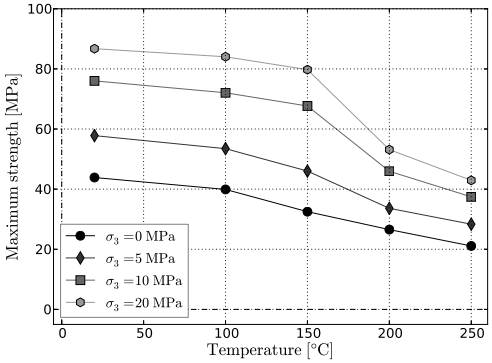


FIGURE 2.19 – *Évolution des résistances maximales obtenues lors d'essais triaxiaux réalisés sur l'argilite de Tournemire en fonction de la température. Ces essais ont été réalisés pour des pressions de confinement comprises entre 0 MPa et 20 MPa et pour des températures comprises entre 20°C et 250°C* ($\alpha = 90°$) - *Source :* Masri (2010).

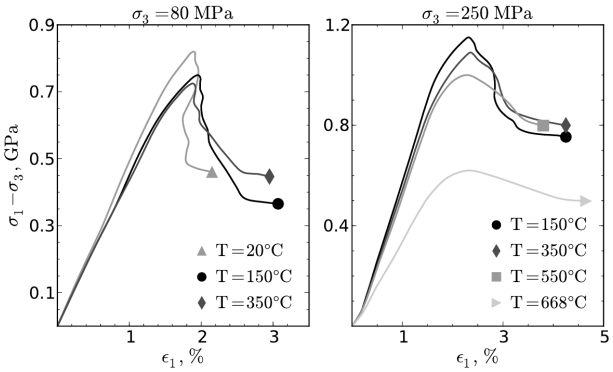


FIGURE 2.20 – *Courbes triaxiales obtenues sur des échantillons secs de granite de Westerly pour des températures comprises entre 20°C et 668°C et des pressions de confinement de 80 MPa et 250 MPa - Sources :* Wong (1982) *et* Wawersik and Brace (1971) *(courbe à 80 MPa et à température ambiante).*

La Figure 2.20 présente les résultats obtenus par Wong (1982) sur des échantillons de granite de Westerly pour des températures comprises entre 20°C et 668°C est des pressions de confinement de 80 MPa et 250 MPa. Une augmentation de température se traduit à nouveau par une diminution de résistance. Comme pour l'argilite de Tournemire, cette diminution apparaît non linéaire à confinement élevé. La résistance chute brutalement entre 550°C et 668°C. Ce changement de comportement entre 550°C et 668°C est cohérent avec les résultats obtenus par Homand-Étienne (1985) sur les granites de Remiremont et de Senones (Fig. 2.8). La position du pic de résistance ne semble pas affectée par la température.

La Figure 2.21 présente l'évolution des critères de rupture de plusieurs types de roches en fonction de la température. Des variations de cohésion et angle de frottement équivalents sont déduites des critères de rupture par Heuze (1983) pour le granite de Westerly.

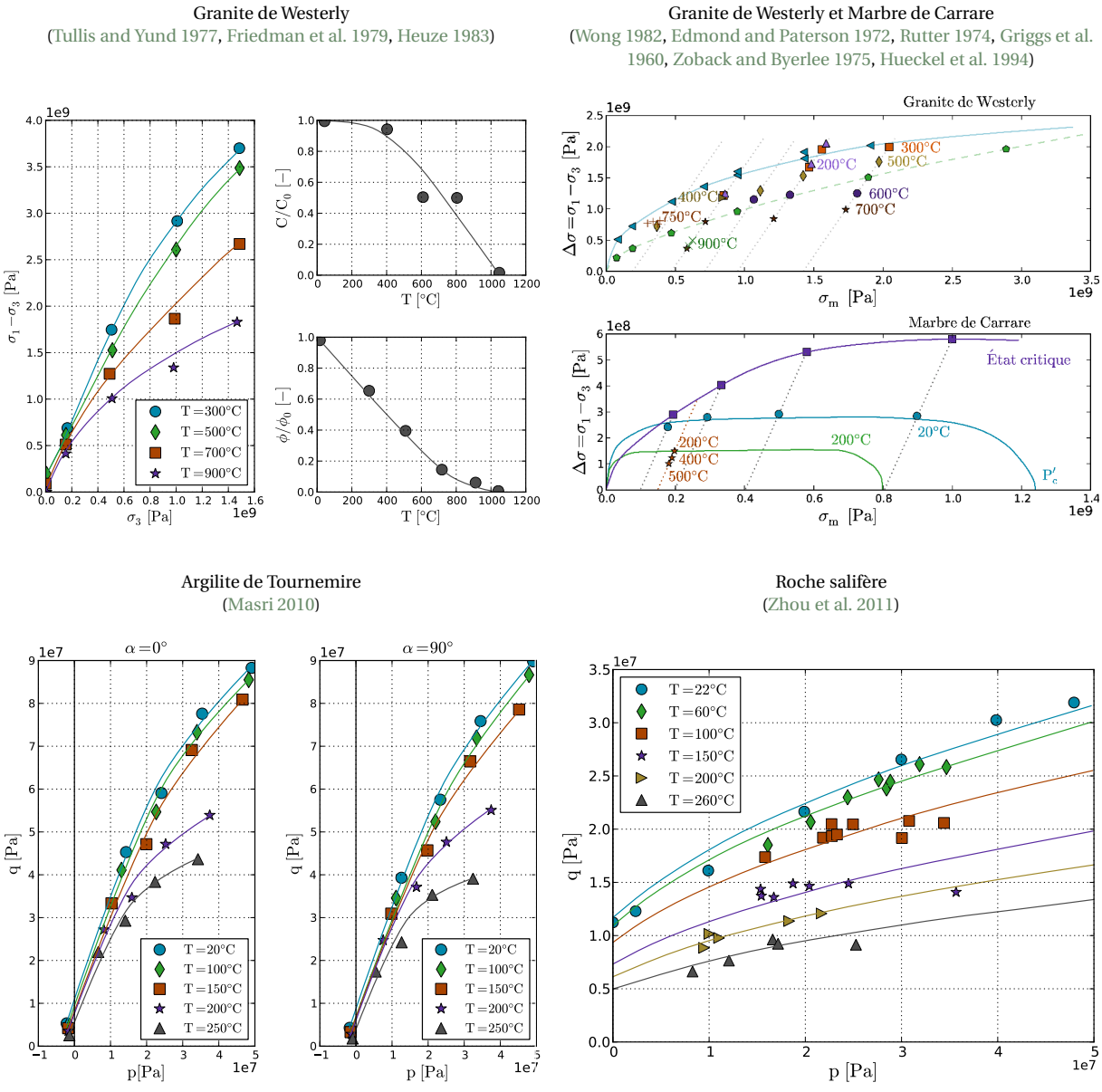


FIGURE 2.21 – *Évolution des critères de rupture de plusieurs types de roches en fonction de la température.*

L'ensemble de ces résultats montre que la résistance maximale des roches tendres et dures décroît non linéairement avec la température à confinement élevé :

- Pour le granite de Westerly, la chute de résistance s'accélère au-delà de 500°C, en accord avec les résultats obtenus par Wong (1982) et Homand-Étienne (1985).
- Pour l'argilite de Tournemire, la chute de résistance s'accélère entre 150°C et 200°C, puis ralentit

entre 200°C et 250°C. Le comportement est similaire dans les deux directions de chargement ($\alpha = 0°$) et ($\alpha = 90°$).

– Pour la roche salifère, la chute de résistance s'accélère entre 60°C et 150°C, puis ralentit entre 150°C et 260°C.

Que ce soit pour les sols argileux, les roches tendres ou les roches dures, nous pouvons affirmer qu'une augmentation de température entraîne une diminution de résistance. Pour les roches tendres et les roches dures, cette diminution est non linéaire.

2.1.2.3 Effets de la température sur la résistance résiduelle

Lorsqu'un essai de compression triaxiale est poursuivi au-delà du pic de résistance, la courbe contrainte-déformation atteint un plateau résiduel (Fig. 2.23). L'état de contrainte correspondant à ce plateau définit la résistance résiduelle d'un matériau. Les résistances résiduelles obtenues lors d'essais de compression triaxiale à différentes pressions de confinement permettent de définir le critère résiduel, également appelé droite d'état critique (Fig. 2.23). Ce critère est couramment représenté par une droite dans le plan des contraintes principales $\{\sigma'_3, \sigma'_1\}$ ou dans le plan des invariants du tenseur des contraintes $\{p', q\}$ (Fig. 2.10).

Les résultats concernant l'influence de la température sur la résistance résiduelle des sols argileux sont souvent contradictoires (Laloui and Cekerevac 2003, Hueckel and Baldi 1990, Lingnau et al. 1995) et semblent fortement dépendre de la structure interne et de la composition minéralogique des matériaux testés.

La résistance résiduelle de l'argile silteuse de Pontida ne semble pas influencée par la température (Fig. 2.17). En revanche, Hueckel and Pellegrini (1989) montrent que la résistance résiduelle de l'argile de Boom augmente de 20% à température élevée (voir aussi Fig. 2.13). Cette différence de comportement est attribuée à des écarts de composition minéralogique. L'argile de Boom est composée de 20% de smectite[3], 20% de kaolinite[4] et 20% d'illite[5] tandis que l'argile de Pontida contient uniquement 30% de kaolinite. Les smectites contiennent des quantités importantes d'eau adsorbée qui s'intercale entre leurs couches élémentaires. La structure des couches d'eau adsorbée s'altère à partir de 70°C, ce qui pourrait, selon Hueckel and Baldi (1990), expliquer une augmentation de la pente de la droite d'état critique avec la température.

Les résultats concernant les roches tendres et dures concluent généralement à une diminution de la résistance résiduelle avec la température (Figs 2.18 et 2.20).

2.1.2.4 Effets de la température sur le comportement post-pic

Nous désignons par "comportement post-pic" toute évolution de l'état d'un matériau entre ses résistances maximale et résiduelle. De manière analogue aux effets induits par une augmentation de pression de confinement, il est communément admis qu'une augmentation de température a un effet stabilisateur sur le comportement post-pic des géomatériaux. À pression de confinement donnée, une réponse fragile (cassante) à température ambiante évoluera progressivement vers une réponse plus ductile (plastique) à température élevée.

Les Figures 2.13, 2.17, 2.18 et 2.20 illustrent ces propos pour respectivement l'argile de Boom, l'argile silteuse de Pontida, l'argilite de Tournemire et le granite de Westerly :

3. Les smectites (montmorillonite, nontronite, talc, pyrophyllite,...) : la couche élémentaire est similaire à celle des illites, mais les liens entre deux couches sont plus lâches. La forme des particules est aplatie, d'une longueur n'excédant pas 1 μm et d'une épaisseur de 1/100 de cette taille. Plusieurs couches d'eau viennent s'intercaler entre deux couches (Picard 1994).

4. Les kaolinites (kaolinite, halloysite, endeilite,...) : la couche élémentaire est formée d'un feuillet de silice et d'un feuillet d'alumine. Les liens entre deux couches sont très forts, et les empilements peuvent comporter plusieurs milliers de feuillets élémentaires. La forme des particules est aplatie, d'une longueur de 0.3 à 3 μm et d'une épaisseur comprise entre 1/3 à 1/10 de cette taille. L'eau ne peut pénétrer entre deux couches (Picard 1994).

5. Les illites (illite, muscovite...) : la couche élémentaire est un sandwich de deux feuillets de silice et d'un feuillet d'alumine. Des ions potassium placés entre deux couches assurent la neutralité électrique et renforcent la liaison entre deux couches successives (liaison ionique). La forme des particules est aplatie, d'une longueur de 0.3 à 3 μm et d'une épaisseur de 1/10 de cette taille. L'eau ne peut pénétrer entre deux couches (Picard 1994).

– Pour l'argile de Boom et l'argile de Pontida, le comportement post-pic est cassant à 20°C et parfaitement plastique à 90-95-98°C (Figs. 2.13 et 2.17).
– Pour l'argilite de Tournemire, la transition entre comportements fragile et ductile n'est pas très franche à confinement élevé (Fig. 2.18). En revanche, excepté pour la réponse obtenue à température ambiante, une tendance assez claire se dessine à faible confinement.
– Pour le granite de Westerly à température ambiante et à 80 MPa de pression de confinement, la rupture se propage de manière instable. Ce mode de rupture est qualifié de "type II" par Wawersik and Brace (1971) : une fois la résistance maximale atteinte, l'énergie emmagasinée dans l'échantillon est en excès et doit être extraite afin de contrôler la rupture (Laigle 2004, Kleine 2007). Pour des températures de 150°C et 350°C, la rupture se propage de manière plus stable. Ce mode de rupture est qualifié de "type I" par Wawersik and Brace (1971) : la progression de la rupture requiert un apport d'énergie à l'échantillon et la rupture peut être contrôlée (Laigle 2004, Kleine 2007). La limite entre ruptures de type I et II correspond à un comportement parfaitement fragile. À confinement élevé, le comportement post-pic est plus stable y compris pour des températures relativement peu élevées. Une augmentation de température a pour effet de réduire l'écart entre résistances maximale et résiduelle. Cet écart peut être considéré comme étant un indicateur de fragilité/ductilité.

L'identification et la caractérisation de la pression moyenne (ou pression de confinement) de transition entre comportements fragile et ductile a notamment été étudiée par Byerlee (1968), Evans et al. (1990) et Wong and Baud (2012). Cette "contrainte de transition" (Laigle 2004) est expérimentalement déterminée en réalisant plusieurs essais de compression triaxiale à différentes pressions de confinement et en notant la contrainte pour laquelle le comportement post-pic passe de radoucissant à durcissant. Au vu des commentaires faits ci-dessus, cette contrainte de transition diminue avec la température.

La Figure 2.22 présente les résultats obtenus pas Evans et al. (1990) sur le calcaire de Solnhofen et le granite de Westerly. Un parallèle peut être fait entre l'évolution de ces pressions de transition et celle des pressions de préconsolidation illustrée sur la Figure 2.9. Les évolutions en fonction de la température ont des allures très similaires.

Dans les modèles de type Cam-Clay, la pression de préconsolidation correspond non seulement à la pression moyenne limite entre comportements élastique et plastique (Fig. 2.10) mais également à une limite entre comportements fragile et ductile puisque l'abscisse de l'intersection entre le domaine élastique initial et la droite d'état critique est égale à $p'_{c0}/2$. Ainsi, la pression de préconsolidation peut également être interprétée comme une contrainte de transition entre comportements fragile et ductile.

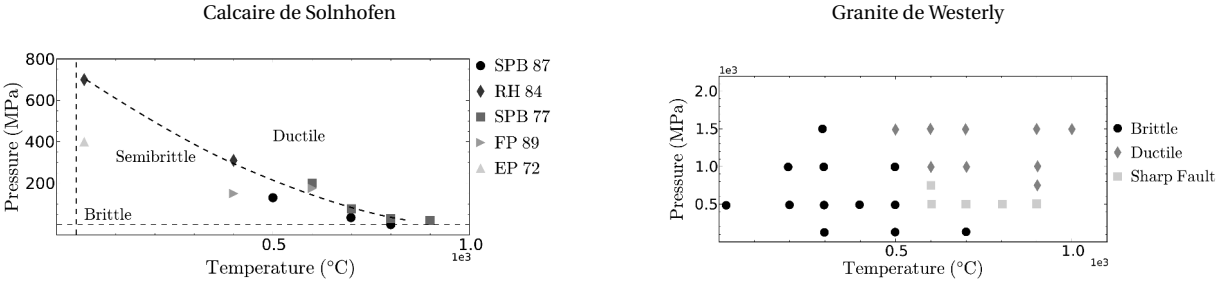


FIGURE 2.22 – *À gauche, effets de la température sur la contrainte de transition entre comportements fragile et ductile sur des échantillons de calcaire de Solnhofen. À droite, effets de la température sur les modes de rupture obtenus sur des échantillons de granite de Westerly pour différentes températures - Source : Evans et al. (1990).*

2.1.2.5 Effets de la température sur le comportement volumique

Lors d'essais de compression triaxiale réalisés sur des matériaux cohérents, ou denses, les changements de volumes d'un échantillon sont généralement contractants à faibles déformations axiales puis dilatants à déformations plus élevées (Laigle 2004, Kleine 2007, Alejano and Alonso 2005, Zhao

and Cai 2010, Arzúa and Alejano 2013, Vermeer and de Borst 1984). La transition entre déformations volumiques contractantes et dilatantes s'opère à un état de contrainte appelé état caractéristique, pour lequel les déformations volumiques plastiques atteignent un minimum $d\epsilon_V^p = 0$ (Luong 1980, Ibsen and Lade 1999) (Fig. 2.23). L'ensemble des état caractéristiques obtenus lors d'essais triaxiaux à différentes pressions de confinement définissent un seuil dans le plan des contraintes principales $\{\sigma_3', \sigma_1'\}$ ou dans le plan des invariants du tenseur des contraintes $\{p', q\}$. Ce seuil, ou cette surface, est appelé(e) seuil/surface caractéristique (Fig. 2.23).

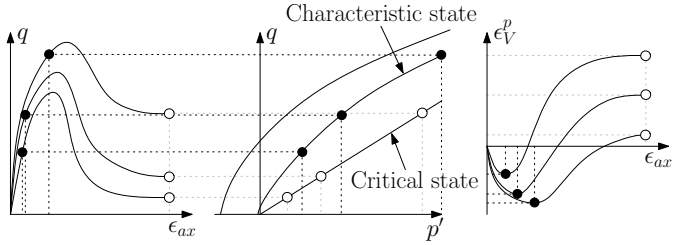


FIGURE 2.23 – *Courbes typiquement obtenues lors d'essais triaxiaux expliquant les concepts d'états critique et caractéristique.*

Les effets de la température sur l'amplitude des déformations volumiques et sur la position et la forme du seuil caractéristique sont peu documentés.

Les résultats obtenus par Hueckel and Baldi (1990) sur l'argile silteuse de Pontida (Fig. 2.17) indiquent que les déformations dilatantes sont d'amplitude plus restreinte à température élevée pour un OCR de 12,5. Pour un OCR de 5, les déformations volumiques dilatantes disparaissent totalement à température élevée, laissant place à un comportement purement contractant. Des comportements contractant et dilatant font généralement référence à des comportements ductile et fragile. À OCR donné, ou pression de confinement donnée, la transition d'un comportement dilatant à température ambiante à un comportement contractant à température élevée correspond à une diminution de la contrainte de transition fragile/ductile avec la température. Ce résultat confirme donc les remarques faites dans le paragraphe 2.1.2.4.

La Figure 2.24 présente les résultats obtenus par Masri (2010) sur l'argilite de Tournemire pour des pressions de confinement de 5 MPa et 20 MPa et des températures comprises entre 20°C et 250°C. Ces résultats correspondent aux courbes contrainte-déformation axiale présentées sur la Figure 2.18. Malgré l'hétérogénéité des résultats, quelques commentaires peuvent être formulés :

1. Pour un confinement de 5 MPa, le niveau de déviateur correspondant à l'initiation d'un comportement dilatant diminue avec la température. Les déformations volumiques contractantes sont d'amplitude plus élevée à 250°C mais aucune tendance claire ne se dégage pour des températures plus faibles.
2. Pour un confinement de 20 MPa, le niveau de déviateur correspondant à l'initiation d'un comportement dilatant diminue également avec la température mais l'amplitude des déformations volumiques contractantes n'est pas significativement plus élevée à température élevée.
3. Que ce soit à température ambiante ou à température élevée, l'amplitude des déformations volumiques contractantes est plus faible à faible confinement (excepté pour une température de 250°C). Cependant, cette différence d'amplitude entre confinements faible et élevé tend à diminuer avec la température.

Ces résultats indiquent :

1. que le seuil caractéristique évolue vers des déviateurs plus faibles lors d'une augmentation de température (le niveau de déviateur correspondant à l'initiation d'un comportement dilatant diminue avec la température).
2. que le seuil caractéristique tend à "s'aplatir" avec la température (l'amplitude des déformations contractantes tend à devenir indépendante du confinement).

La Figure 2.25 présente les résultats obtenus par Zhang et al. (2007) sur l'argile à Opalines pour des températures comprises entre 20°C et 116°C et des pressions de confinement de 2 MPa, 3,1 MPa et

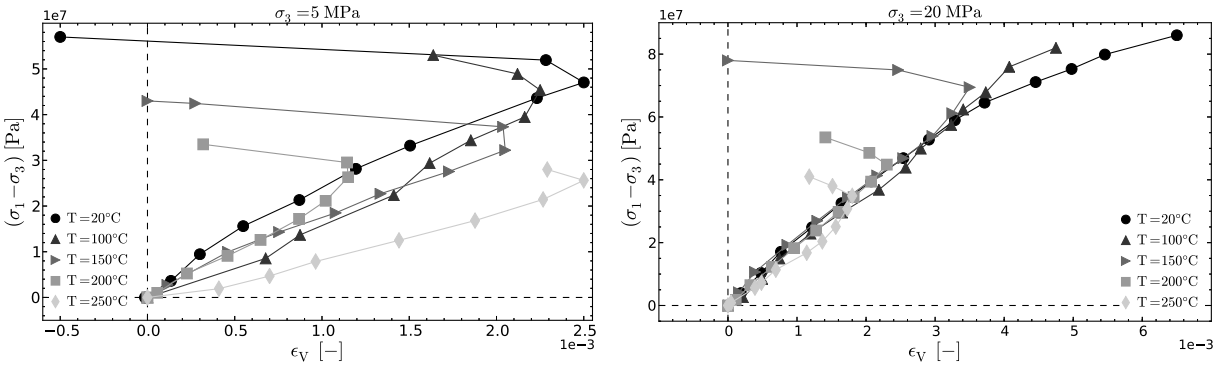


FIGURE 2.24 – *Courbes contrainte-déformations volumiques obtenues lors d'essais tri-axiaux sur des échantillons d'argilite de Tournemire pour des pressions de confinement de 5 MPa et 20 MPa et des températures comprises entre 20°C et 250°C* ($\alpha = 90°$) - *Source : Masri (2010).*

3,3 MPa. Ces résultats sont issus d'essais non drainés sur des échantillons saturés. La phase de compression isotrope précède la montée en température et la vitesse de chargement thermique est de 2°C/h ou 5°C/h. Aucune information concernant l'évolution des pressions d'eau pendant la phase de chargement déviatorique n'est disponible. Il n'est donc pas évident de conclure sur les phénomènes mis en évidence ci-dessus. Notons néanmoins que les déformations volumiques contractantes sont d'amplitude légèrement plus élevée pour une température de 69°C à confinement de 3,1 MPa (par rapport aux déformations volumiques observées pour le même confinement et une température de 41°C) et que le niveau de déviateur correspondant à l'initiation d'un comportement dilatant est plus faible pour les mêmes conditions.

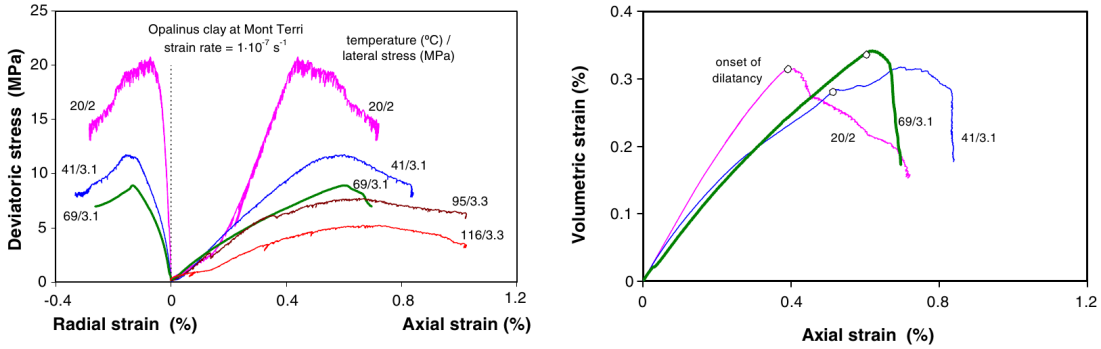


FIGURE 2.25 – *Comportement de l'argile à Opalines sous chargement triaxial non drainé à température élevée - Source : Zhang et al. (2007).*

Concernant le comportement thermomécanique déviatorique, nous retiendrons que :

1. *l'effet de la température sur le module de Young des matériaux argileux, des roches tendres et des roches dures est négligeable par rapport aux effets de la pression moyenne ;*
2. *la résistance maximale des matériaux argileux, des roches tendres et des roches dures décroît non linéairement avec la température ;*
3. *la résistance résiduelle des matériaux argileux n'est pas influencée par la température tandis que celle des roches tendres et dures décroît avec la température ;*
4. *une augmentation de température a pour effet de stabiliser le comportement post-pic des matériaux argileux, des roches tendres et des roches dures. Cet effet stabilisateur se traduit par une diminution de la contrainte de transition entre comportements fragile et ductile avec la température ;*
5. *une augmentation de température a pour effet de diminuer les niveaux de déviateur correspondant à l'initiation de la dilatance (diminution du seuil caractéristique) et de diminuer la sensibilité au confinement du seuil caractéristique (aplatissement du seuil caractéristique).*

2.2 COMPORTEMENT DIFFÉRÉ

Les essais de laboratoire permettant de caractériser le comportement thermomécanique à long terme sont classiquement de trois sortes. Il s'agit soit d'essais de fluage à température constante, soit d'essais de fluage à température variable ou soit d'essais de relaxation à température constante.

2.2.1 Essais de fluage à température constante

Un essai de fluage à température constante se décompose en trois phases. Les deux premières phases sont identiques à celles d'un essai de compression triaxiale à température constante (§ 2.1.2). La troisième phase consiste à appliquer un niveau de déviateur constant et à observer les déformations axiales et latérales des échantillons pendant un temps t.

Les essais de fluage à température constante mettent en évidence les effets de la température sur le(la) taux(vitesse) de fluage, l'amplitude des déformations différées et le niveau de déviateur correspondant à l'initiation d'un fluage instable (fluage secondaire).

La Figure 2.26 présente les résultats obtenus par Homand-Étienne (1985) sur des échantillons secs de granite de Senones à température ambiante, à 500°C et à 600°C et pour des déviateurs compris entre 30 MPa et 127 MPa. Ces essais ont été réalisés à pression de confinement nulle. σ_0 correspond à la valeur de la contrainte déviatorique appliquée.

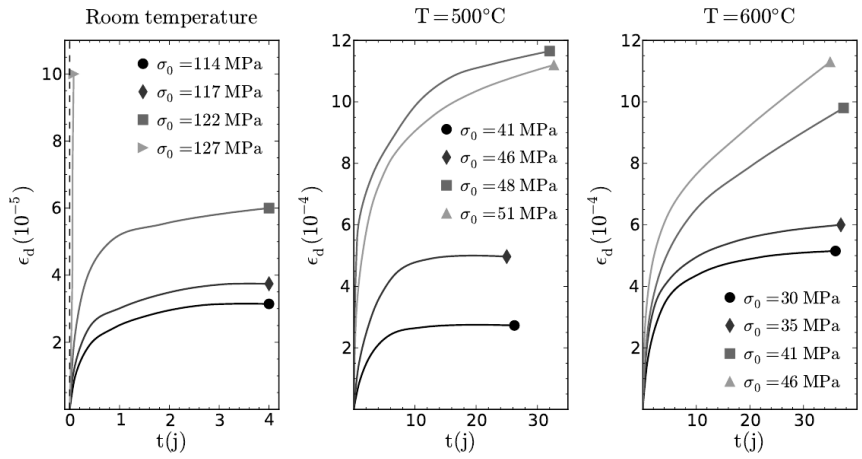


FIGURE 2.26 – *Résultats d'essais de fluage réalisés sur des échantillons secs de granite de Senones à températures ambiante, à 500°C et à 600°C, à des déviateurs compris entre 30 MPa et 127 MPa et à confinement nul.* σ_0 *correspond à la valeur de la contrainte déviatorique appliquée - Source : Homand-Étienne (1985).*

À température ambiante, le comportement à long terme est stable pour des déviateurs inférieurs à 122 MPa et instable pour des déviateurs supérieurs à 127 MPa. À 500°C, le comportement à long terme est stable pour des déviateurs inférieurs à 46 MPa et semble instable pour des déviateurs supérieurs à 48 MPa. L'amplitude des déformations différées est multipliée par 10 par rapport aux résultats obtenus à température ambiante alors que le niveau de contrainte appliqué est deux fois plus faible. Le niveau de déviateur correspondant à l'initiation d'un comportement à long terme instable est divisé par plus de deux. À 600°C, le comportement à long terme devient clairement instable pour des déviateurs de 41 MPa et 46 MPa alors qu'il était stable à 500°C.

La Figure 2.27 présente les résultats obtenus par Gasc-Barbier et al. (2004) sur l'argilite du COx à température ambiante et à 80°C. La pression de confinement appliquée est de 12 MPa et les déviateurs appliqués sont compris entre 2 MPa et 20 MPa. Le protocole expérimental suivi lors de ces essais est le suivant :

1. Compression isotrope jusqu'à une pression de confinement de 12 MPa.
2. Resaturation des échantillons (pression d'eau de 0,5 MPa).
3. Montée en température de 20°C à 80°C pour les échantillons concernés.

4. Chargement déviatorique drainé à des déviateurs compris entre 2 MPa et 20 MPa (paliers variables allant de 1j à 187j.).

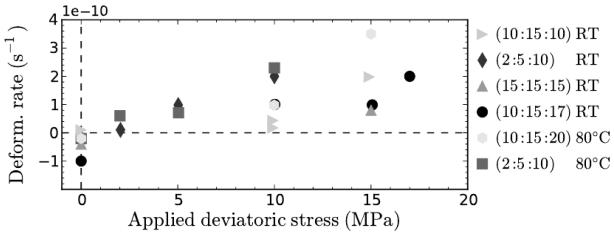


FIGURE 2.27 – *Évolution de la vitesse de fluage en fonction de la température et du niveau de contrainte appliqué à des échantillons saturés et drainés d'argilite du COx. RT ↔ température ambiante. Les nombres entre parenthèses correspondent aux différents niveaux de déviateur successivement appliqués aux échantillons - Source : Gasc-Barbier et al. (2004).*

Ces résultats montrent que la tendance générale est à une augmentation du taux de fluage avec la température, notamment pour un déviateur appliqué de 15 MPa.

2.2.2 Essais de fluage à température variable

Les essais de fluage à température variable se décomposent en trois phases. Ces trois phases sont identiques à celles d'un essai de fluage à température constante à l'exception près que la température varie continuellement ou par paliers pendant la troisième phase.

La Figure 2.28 présente les résultats obtenus par Zhang et al. (2007) sur l'argilite du COx pour des températures comprises entres 20°C et 60°C. Ces essais de fluage sont réalisés à pression de confinement nulle et à contraintes déviatoriques de 0,7 MPa, 1 MPa et 14 MPa. Les échantillons sont initialement à peu près saturés (selon Zhang et al. (2007)) et sont entourés d'une enveloppe caoutchouteuse permettant de limiter les pertes d'eau. Quelques commentaires peuvent être formulés concernant

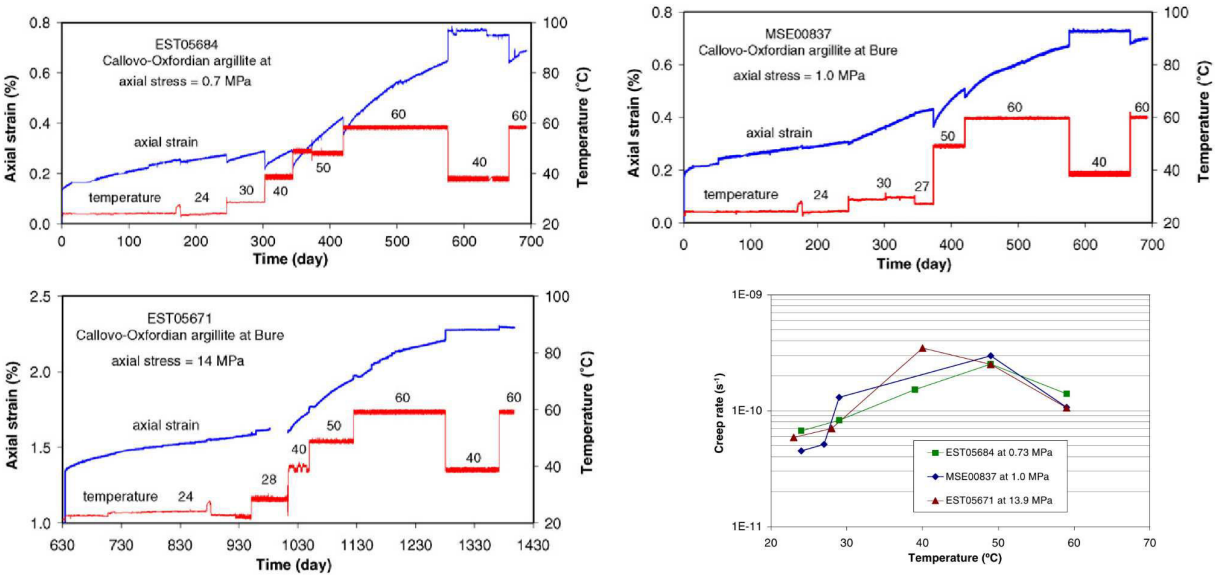


FIGURE 2.28 – *Comportement à long terme de l'argilite du COx à température élevée. - Source : Zhang et al. (2007).*

ces résultats :

1. Les échantillons se déforment à faible déviateur, et ce pour l'ensemble des températures testées.
2. Le refroidissement de 60°C à 40°C en fin d'essai inhibe tout comportement différé. De manière analogue à l'effet de surconsolidation mis en évidence dans le paragraphe 2.1.1.5, ces échantillons d'argilite semblent mémoriser la température maximale atteinte au cours de leur

histoire. Pendant ce refroidissement, le comportement des éprouvettes est probablement élastique. Après ce refroidissement, les éprouvettes sont à nouveau chauffées à 60°C pendant un mois. Pendant cette phase, les échantillons soumis à des déviateurs faibles se déforment à nouveau tandis que l'échantillon soumis à un déviateur de 14 MPa ne se déforme plus.

3. Les augmentations et diminutions rapides de température entraînent respectivement une dilatation et une contraction des éprouvettes.
4. La vitesse de fluage augmente pour des températures inférieures à 40-50°C puis décroît au-delà de 50°C. Selon Zhang et al. (2007), cette diminution serait due à des pertes d'eau au sein des échantillons. Ces pertes d'eau entraîneraient une désaturation partielle des éprouvettes et favoriseraient le développement de phénomènes capillaires. Ces phénomènes capillaires seraient à l'origine d'une augmentation de la résistance des liaisons entre particules argileuses.
5. L'amplitude des déformations différées augmente avec la température.

Une campagne d'essais de compression triaxiale et de fluage à température élevée sur des échantillons d'argilite du COx a été lancée dans le cadre de ces travaux de thèse. Ces essais sont réalisés en partenariat avec le laboratoire GéoRessources, le CEA et EDF. Les premiers résultats de ces essais sont présentés sur la Figure 2.29. L'essai de fluage proposé est réalisé à 6 MPa de confinement et 14 MPa de contrainte déviatorique. Le protocole suivi lors de cet essai est le suivant :

1. chargement isotrope jusqu'à 6 MPa de confinement ;
2. chargement déviatorique à une vitesse de déformation de $10^{-7}s^{-1}$ jusqu'à 14 MPa de contrainte déviatorique ;
3. palier de fluage à température ambiante pendant 30 jours ;
4. chargement thermique jusqu'à une température de 60°C à une vitesse de montée en température de 1°C/min ;
5. palier de fluage à 60°C pendant 50 jours ;
6. chargement thermique jusqu'à une température de 95°C à une vitesse de montée en température de 1°C/min ;
7. palier de fluage à 95°C en cours.

Bien que cet essai de fluage soit toujours en cours, la tendance observée est semblable à celle des essais réalisés par Zhang et al. (2007). Les phases de chargement thermique provoquent une dilatation verticale soudaine de l'échantillon. La vitesse de fluage et l'amplitude des déformations axiales semblent également augmenter avec la température.

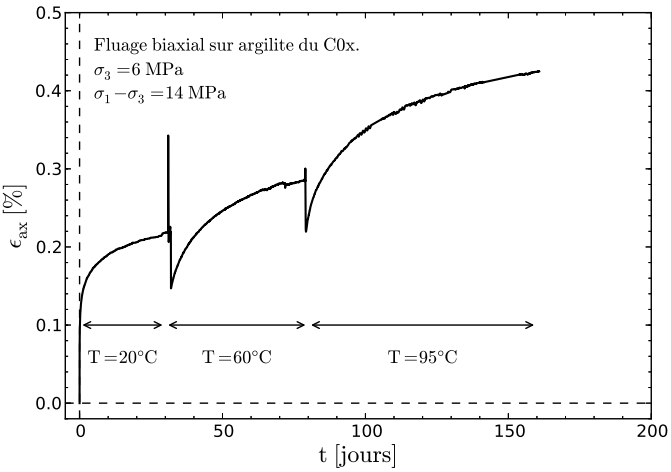


FIGURE 2.29 – *Essais de fluage drainés à température variable sur des échantillons d'argilite du COx de teneur en eau naturelle. La pression de confinement est de 6 MPa et le déviateur appliqué est de 14 MPa (α = 90°) - Source : Imbert (2014).*

La Figure 2.1, présentée en introduction de ce chapitre pour illustrer les effets mécaniques liés à la dilatation thermique de l'eau que contiennent les géomatériaux, présente les résultats obtenus

par Hueckel and Pellegrini (1989) sur l'argile silteuse de Pontida lors d'un essai de fluage non drainé à température variable. Le protocole suivi pendant cet essai est le suivant :

1. compression isotrope à 22°C (2,5 MPa) ;
2. chargement déviatorique jusqu'à une contrainte de 1,2 MPa ;
3. fluage pendant 48h à température ambiante ;
4. chauffage non drainé à une vitesse de 1°C/h jusqu'à rupture.

La Figure 2.30 présente l'évolution des pressions d'eau lors de ce même essai ainsi que les prédictions numériques obtenues par Laloui (2001).

Pendant la phase de fluage de 48h à température ambiante, les pressions d'eau augmentent d'environ 0,4 MPa et les déformations axiales varient peu. Ceci indique que les déformations volumiques de l'échantillon sont contractantes. Pendant la phase de chauffage, les pressions d'eau et les déformations axiales augmentent non linéairement. L'échantillon se rompt pour une température de 92°C (Fig. 2.1). Hueckel and Pellegrini (1989) insistent sur le fait que le rapport q/p' obtenu à la rupture est proche de celui obtenu lors d'un essai triaxial non drainé à température ambiante (Fig. 2.1). Ce résultat confirme que la pente de la droite d'état critique (critère résiduel) de l'argile silteuse de Pontida n'est pas sensible à la température, que ce soit dans des conditions drainées ou non drainées.

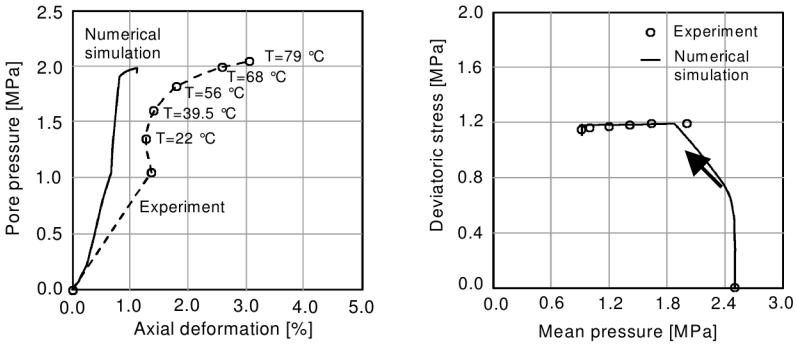


FIGURE 2.30 – *Résultats expérimentaux obtenus par Hueckel and Pellegrini (1989) sur l'argile silteuse de Pontida lors d'un essai de fluage à température variable et prédictions numériques obtenues par Laloui (2001).*

2.2.3 Essais de relaxation à température constante

Lors d'un essai de relaxation, la condition cinématique appliquée à un échantillon est duale à celle d'un essai de fluage : $\dot{\epsilon} = 0$. La grandeur physique observée est la diminution de contrainte déviatorique en fonction du temps.

Très peu de données sur des essais de relaxation réalisés à température élevée existent dans la littérature. La Figure 2.31 présente les résultats obtenus par Homand-Étienne (1985) sur des échantillons secs de granite de Remiremont. La vitesse de chargement imposée pour atteindre $\sigma_0 = 0,6\sigma_c$ est de $\dot{\epsilon} = 10^{-5}s^{-1}$. Lorsque le déviateur a atteint une valeur de σ_0, la condition $\dot{\epsilon} = 0$ Ces essais sont réalisés à pression de confinement nulle.

La chute de contrainte est plus rapide à température élevée qu'à température ambiante et les courbes ne se stabilisent pas rapidement à température élevée. Selon Homand-Étienne (1985), ce résultat s'explique à nouveau par l'existence de fissures d'origine thermique.

Concernant le comportement thermomécanique différé, nous retiendrons que :

1. *sauf cas particuliers faisant référence à des phénomènes non pris en compte dans ce mémoire (phénomènes capillaires), la vitesse de fluage augmente avec la température. En ce sens, le phénomène de fluage est couramment qualifié de phénomène thermo-activé ;*
2. *l'amplitude des déformations différées augmente avec la température ;*
3. *le niveau de déviateur correspondant à l'initiation d'un comportement différé instable (fluages*

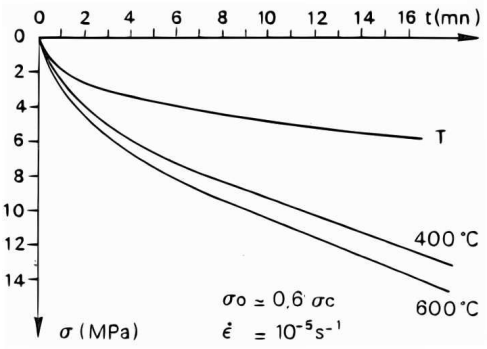


FIGURE 2.31 – *Résultats d'essais de relaxation à différentes températures sur le granite de Remiremont, $T \leftrightarrow$ température ambiante - Source : Homand-Étienne (1985).*

secondaire, puis tertiaire) diminue avec la température.

LA TEMPÉRATURE DANS LES MODÈLES DE COMPORTEMENT

3

Sommaire

3.1 Notion d'écrouissage thermique 34
3.1.1 Le domaine d'élasticité étendu à des chargements thermomécaniques 35
3.1.2 Écrouissage du domaine élastique 36
3.1.2.1 Écrouissage activé par un chargement mécanique 36
3.1.2.2 Écrouissage activé par un chargement thermique 36
3.1.2.3 Écrouissage thermique libre 37
3.1.2.4 Écrouissage thermique gêné par l'état de contrainte 38
3.1.2.5 Superposition des écrouissages mécanique et thermique 39
3.1.3 Cas particulier d'un formalisme viscoplastique de type Perzyna 39
3.2 Aspects thermodynamiques liés à l'écrouissage thermique 40
3.2.1 Éléments de thermodynamique des milieux continus 40
3.2.1.1 Notion de système thermodynamique et de Volume Élémentaire Représentatif 40
3.2.1.2 Variables d'état thermodynamique 40
3.2.1.3 Premier et second principes de la thermodynamique 40
3.2.1.4 Dissipation 41
3.2.2 Équations d'état dans un cadre couplant plasticité et viscoplasticité 42
3.2.2.1 Domaine d'élasticité et variables internes d'écrouissage 42
3.2.2.2 Énergie libre et équations d'état 43
3.2.3 Couplages thermomécaniques associés à l'écrouissage thermique 44
3.2.3.1 Entropie bloquée par écrouissage 44
3.2.3.2 Chaleur latente de transformation de l'état d'écrouissage 45
3.2.3.3 Coefficient d'écrouissage thermique 46
3.2.4 Écoulements plastique et viscoplastique en présence d'écrouissage thermique . 46
3.2.4.1 Direction d'écoulement 46
3.2.4.2 Module d'écrouissage 47
3.3 Modèles de comportement thermomécaniques 48
3.3.1 État de l'art 48
3.3.2 Modèle de Hueckel and Borseto (1990) 48
3.3.2.1 Thermo-élasticité 48
3.3.2.2 Plasticité 49
3.3.3 Modèle de Zhou et al. (2011) 51
3.3.3.1 Cadre thermodynamique 51
3.3.3.2 Mécanisme plastique 51
3.3.3.3 Mécanisme viscoplastique 52
3.3.3.4 Mécanisme d'endommagement 53

L'objectif de ce chapitre est d'aborder certains aspects liés à la modélisation des effets de la température sur les comportements instantané et différé des géomatériaux.

De nombreuses applications nécessitent le dimensionnement d'ouvrages soumis à des chargements mécanique et thermique. Or, les propriétés mécaniques et physiques des géomatériaux sont sensibles à des variations de température. Ne pas tenir compte des phénomènes mis en évidence dans le chapitre 2 peut conduire à des modélisations trop éloignées de la réalité.

Les modèles de comportement mécaniques basés sur des lois élastique, plastique et viscoplastique doivent être ajustés avant de pouvoir les utiliser dans des études thermomécaniques. Cette démarche implique de redéfinir certains concepts de base de la plasticité et de la viscoplasticité (domaine élastique, écrouissage). Ces concepts sont brièvement abordés dans le premier paragraphe de ce chapitre.

"Une modélisation correcte des couplages thermomécaniques exige une formulation compatible avec les principes de la thermodynamique. Cette approche, qui peut paraître superflue dans une étude isotherme du comportement mécanique, se justifie pleinement lorsque la température influence sensiblement le comportement du matériau. La description thermodynamique du comportement mécanique et thermique rend compte à une échelle macroscopique des échanges entre les énergies thermiques et mécaniques" (Picard 1994).

Même si l'objectif principal de ces travaux de thèse n'est pas de démontrer que le modèle de comportement proposé dans le chapitre 4 est compatible avec un tel cadre théorique, nous avons jugé intéressant de présenter certains aspects thermodynamiques liés au phénomène d'écrouissage thermique. Le second paragraphe de ce chapitre, dans lequel est présenté l'ensemble de ces notions, doit être considéré comme une proposition et non comme une formulation aboutie.

Le dernier paragraphe de ce chapitre fait état d'un certain nombre de modèles de comportements thermomécaniques issus de la littérature. Parmi ces modèles, nous avons choisi d'en détailler deux, issus des travaux de Hueckel and Borseto (1990) et Zhou et al. (2011).

3.1 NOTION D'ÉCROUISSAGE THERMIQUE

L'objectif de ce paragraphe est d'introduire les notions de domaine d'élasticité et d'écrouissage thermique dans un cadre thermomécanique. Le contenu de ce paragraphe s'inspire fortement de la démarche pédagogique proposée par Picard (1994). Certains aspects ont néanmoins été modifiés pour ne pas trop s'écarter du formalisme qui sera présenté dans le chapitre 4 (Kleine 2007). Picard (1994) propose d'introduire certaines notions liées à l'écrouissage thermomécanique par le biais d'expériences idéales. Ces expériences ne font pas directement référence aux essais présentés dans le chapitre 2. Certains commentaires seront néanmoins formulés pour faire le parallèle avec ces résultats.

Comme évoqué dans les chapitres 1 et 2, le modèle de comportement *L&K* est un modèle à deux mécanismes, l'un plastique (instantané), l'autre viscoplastique (différé). Par souci de clarté et de concision, les descriptions faites dans ce paragraphe sont uniquement menées dans un cadre élastoplastique (partie instantanée du modèle). Quelques commentaires formulés en fin de paragraphe permettent d'étendre les notions présentées à un formalisme viscoplastique de type Perzyna (Perzyna 1971) (partie différée du modèle).

Dans un formalisme de type *L&K* (Kleine 2007), la limite d'élasticité initiale et la résistance maximale ne sont pas identiques. La limite d'élasticité représente la frontière du domaine élastique *initial* (la notion de domaine élastique *initial* est introduite dans le paragraphe suivant). Tout état de contrainte se trouvant au-delà de cette limite produit des déformations permanentes. Lorsque l'état de contrainte quitte le domaine élastique *initial*, le domaine élastique *actuel* (cette notion est également définie dans le paragraphe suivant) évolue dans l'espace des contraintes et *s'élargit* jusqu'à une limite maximale appelée *seuil de pic* correspondant à la résistance maximale d'un matériau. Au-delà de cette limite, le domaine élastique *actuel* se rétrécit. Ce régime *post-maximum* sera détaillé dans le chapitre 4. Ces détails ne sont pas utiles à une bonne compréhension des notions abordées dans les paragraphes suivants.

Les illustrations de ce paragraphe font donc apparaître deux seuils : la limite d'élasticité initiale et le seuil de pic. Nous verrons que ces deux seuils évoluent en fonction la température.

Soulignons enfin que ces descriptions concernent uniquement des matériaux solides. L'extension aux milieux poreux, s'obtenant aisément en remplaçant le terme "état de contrainte" par "état de contrainte et de pression interstitielle", est présentée dans Picard (1994).

3.1.1 Le domaine d'élasticité étendu à des chargements thermomécaniques

La première expérience réalisée consiste à effectuer deux chargements thermomécaniques (augmentations simultanées de l'état de contrainte et de la température) d'intensités différentes sur deux éprouvettes identiques.

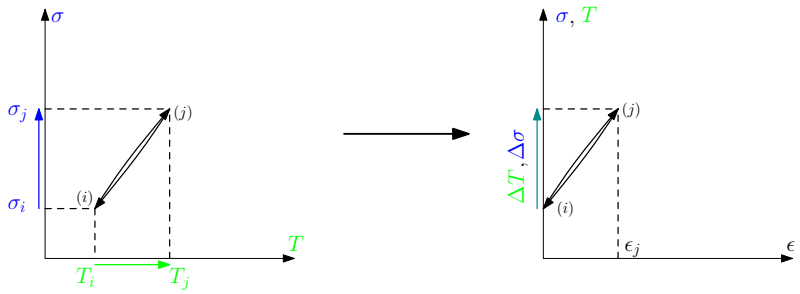


FIGURE 3.1 – *Évolution thermoélastique.*

Le chargement d'intensité faible produit les résultats présentés sur la Figure 3.1. L'évolution est réversible, le comportement est *thermoélastique*.

Un chargement d'intensité plus importante produit les résultats présentés sur la Figure 3.2. Le comportement est irréversible. Après un déchargement complet en contrainte et en température, une déformation résiduelle, ϵ^p, persiste. Le comportement est *thermoplastique*.

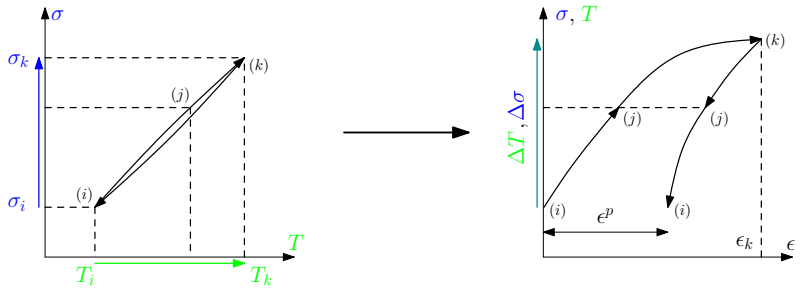


FIGURE 3.2 – *Évolution thermoplastique.*

Par analogie au cas d'un chargement mécanique isotherme, la déformation résiduelle obtenue après déchargement est appelée déformation plastique. Cette définition est identique à celle de l'élasto-plasticité isotherme mais les cycles de chargements/déchargements font désormais intervenir l'état de contrainte **et** la température.

Dans le cas d'un chargement où l'état de contrainte et la température évoluent simultanément, il est impossible de distinguer les déformations plastiques d'origines mécanique et thermique. Il n'y a donc pas lieu de décomposer la déformation plastique en des parties thermique et mécanique.

Ces deux expériences montrent qu'il existe, entre les états (j) et (k), un seuil au-delà duquel les déformations deviennent permanentes. Pour l'ensemble des directions de chargement accessibles, l'association de ces limites constitue une surface dans l'espace des contraintes qui sépare des états thermoélastique et thermoplastique. Dans le cas d'un chargement isotherme, l'espace des évolutions élastiques est appelé domaine d'élasticité. Il en sera de même pour des chargements thermomécaniques (Fig. 3.3). Son étendue peut évoluer au cours de chargements mécanique **et/ou** thermique. Dans ce cas, le matériau est dit *écrouissable*. Dans le cas contraire, le matériau est dit plastique parfait. Pour les matériaux écrouissables, il convient donc de distinguer les domaines d'élasticité *actuel*

et *initial*. Nous verrons que la température intervient dans la caractérisation du domaine d'élasticité *actuel*.

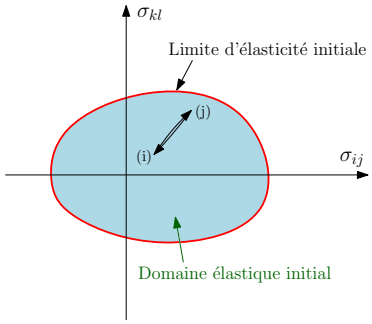


FIGURE 3.3 – *Domaine élastique initial.*

3.1.2 Écrouissage du domaine élastique

Nous nous intéressons ici aux matériaux dont le domaine d'élasticité évolue en fonction de sollicitations thermique **et/ou** mécanique (matériau écrouissable).

3.1.2.1 Écrouissage activé par un chargement mécanique

L'expérience qui suit est réalisée à température constante, égale à la température initiale du matériau. Elle peut être assimilée à un essai de compression isotrope ou triaxiale à température ambiante. Trois cycles de chargement/déchargement d'intensité croissante sont réalisés. Les états de contrainte en fin de chargement sont respectivement notés (j), (k) et (l). Les résultats correspondant à cet essai sont présentés sur la Figure 3.4.

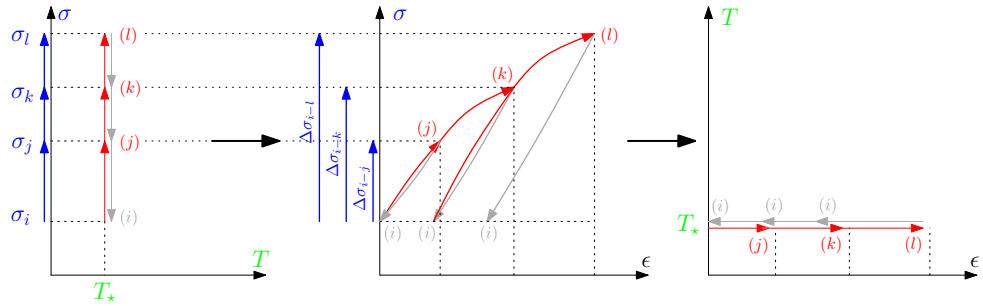


FIGURE 3.4 – *Écrouissage au cours d'un chargement mécanique isotherme.*

Le chargement (j) ne produit que des déformations élastiques alors que le chargement (k) produit des déformations permanentes. La limite d'élasticité *initiale* se situe donc entre les états (j) et (k). Au cours du chargement (i-k), l'état de contrainte entraîne le domaine d'élasticité *initial* jusqu'en σ_k (Fig. 3.5). Pendant le dernier cycle de chargement (i-l), le comportement reste donc élastique jusqu'à cet état de contrainte et le point de charge entraîne ensuite la limite d'élasticité *actuelle* jusqu'en σ_l (Fig. 3.5). Nous qualifierons cet écrouissage de *mécanique*. Ce phénomène est couramment reproduit par les modèles de comportement s'inscrivant dans le cadre de l'élastoplasticité isotherme. Notons que le seuil de pic n'évolue pas au cours d'un écrouissage mécanique.

3.1.2.2 Écrouissage activé par un chargement thermique

L'expérience suivante consiste à réaliser deux cycles de chargement/déchargement mécaniques à deux températures différentes. Elle peut être assimilée à des essais de compression isotrope ou triaxiale à température ambiante et température élevée (§ 2.1.1.3 et 2.1.2). Le premier cycle est réalisé à température ambiante entre des états (i) et (j) ; le second est réalisé à température élevée entre des états (i') et (j'). Les résultats correspondant à cet essai sont présentés sur la Figure 3.6.

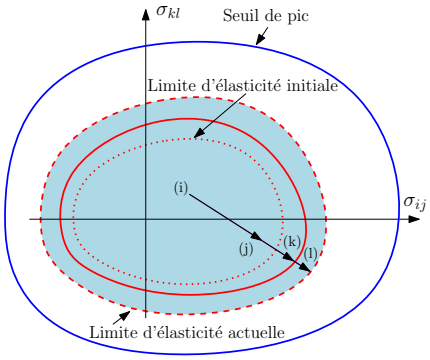


FIGURE 3.5 – *Évolution du domaine d'élasticité et du seuil de pic au cours d'un écrouissage mécanique.*

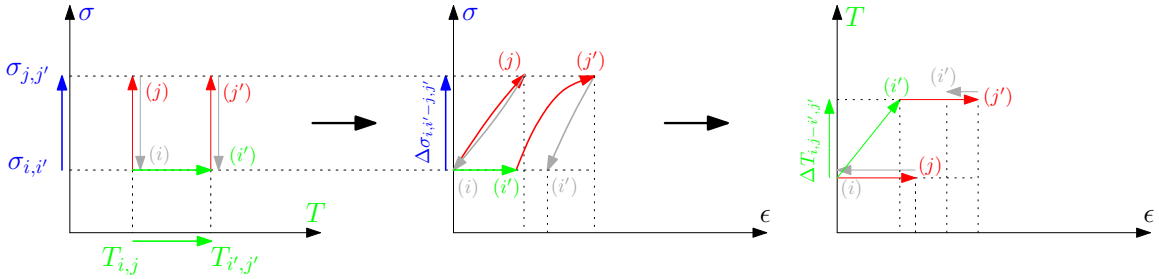


FIGURE 3.6 – *Écrouissage thermique.*

Le premier cycle (i-j) ne produit que des déformations élastiques (Fig. 3.6). En revanche, le chargement mécanique (i'-j'), effectué à température élevée, produit des déformations permanentes. Le domaine d'élasticité a donc évolué pendant le chargement thermique entre $T_{i,j}$ et $T_{i',j'}$. Nous supposons qu'une augmentation de température induit une *contraction* du domaine d'élasticité initial et une diminution du seuil de pic (§ 2) (Fig. 3.7). D'autres matériaux peuvent afficher une augmentation de résistance lors d'une augmentation de température. Le domaine d'élasticité est alors qualifié de *thermoextensible* (par opposition au cas *thermorétrécissant* des géomatériaux). Le phénomène mis en évidence à travers cet essai est appelé écrouissage *thermique*.

L'écrouissage thermique est un phénomène *latent* (Picard 1994) qui se produit pendant le chargement thermique entre (i) et (i') mais qui ne s'observe qu'au cours du chargement mécanique entre (i') et (j').

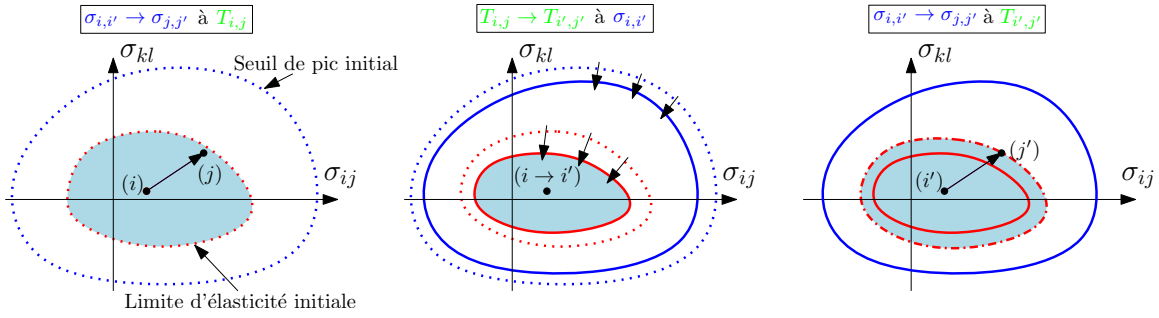


FIGURE 3.7 – *Évolutions du domaine d'élasticité et du seuil de pic au cours d'un écrouissage thermique.*

Le seuil de pic évolue au cours d'un écrouissage thermique ; la résistance maximale du matériau diminue avec la température (§ 2.1.2).

3.1.2.3 Écrouissage thermique libre

Dans le cas présenté sur la Figure 3.7, une augmentation de température produit une *contraction* du domaine d'élasticité *initial* mais l'état de contrainte reste à l'intérieur du domaine élastique. L'augmentation de température ne produit que des déformations thermoélastiques ; c'est le chargement mécanique (i'-j') qui produit un écrouissage du matériau. Si la température de l'éprouvette est rame-

née à $T_{i,j}$ avant le deuxième chargement mécanique, ce dernier ne produira que des déformations thermoélastiques. L'écrouissage thermique qui a lieu pendant la phase de montée en température entre $T_{i,j}$ et $T_{i',j'}$ est qualifié de *libre*. Le domaine d'élasticité *initial* est restauré au cours d'un refroidissement.

L'écrouissage thermique libre correspond au phénomène de dilatation thermique introduit dans le paragraphe 2.1.1.1. Ce phénomène est observé sur des matériaux argileux fortement surconsolidés, des roches tendres et des roches dures dans des gammes de températures modérées.

3.1.2.4 Écrouissage thermique gêné par l'état de contrainte

Dans le cas d'un chargement thermique à état de contrainte maintenu constant, l'état de contrainte peut se retrouver sur la limite élastique *actuelle*. L'écrouissage thermique est alors *gêné* par la sollicitation mécanique appliquée à l'éprouvette. Pour illustrer ces propos, l'expérience que nous proposons se décompose en quatre phases (Fig. 3.8) :

- (i-i'-i) : cycle thermique d'intensité faible ;
- (i-j) : chargement mécanique jusqu'à un état de contrainte proche du domaine d'élasticité initial ;
- (j-j'-j) : cycle thermique de même intensité que le cycle (i-i'-i) ;
- (j-k) : chargement mécanique de faible intensité.

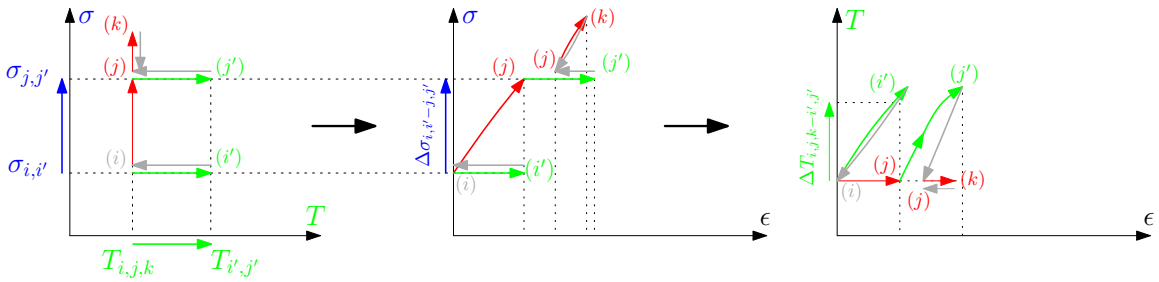


FIGURE 3.8 – *Écrouissage thermique gêné par l'état de contrainte.*

Le premier cycle thermique ne produit que des déformations réversibles (Fig. 3.8). Ceci indique que l'état de contrainte reste à l'intérieur du domaine d'élasticité et que l'écrouissage thermique est *libre* (Fig. 3.9). Le chargement mécanique entre (i) et (j) permet de se rapprocher de la frontière du domaine d'élasticité (Fig. 3.9) ; les déformations restent élastiques. Le second cycle thermique, d'intensité identique au premier, produit des déformations permanentes après retour à température initiale (Fig. 3.8). À un moment donné au cours de ce cycle, l'état de contrainte s'est donc retrouvé sur la frontière du domaine d'élasticité *actuel* (Fig. 3.9). Après refroidissement, le cycle de chargement mécanique (j-k) ne produit que des déformations élastiques (Fig. 3.8). La limite d'élasticité s'est donc *dilatée* lors du refroidissement (j'-j) (Fig. 3.9).

Les deux écrouissages thermiques au cours des cycles (i-i'-i) et (j-j'-j) sont fondamentalement différents. Dans le premier cas, le domaine d'élasticité *actuel* évolue sans contrainte pendant une augmentation de température et le domaine *initial* est restauré après refroidissement. Dans le second cas, le domaine d'élasticité actuel reste bloqué au niveau de l'état de contrainte $\sigma_{j,j'}$ et le domaine restauré diffère du domaine *initial*.

Au cours de cet essai, le seuil de pic diminue lors des deux montées en température. Sa position initiale est ensuite restituée au cours des deux refroidissements. Des cycles thermiques d'amplitudes modérées n'influencent donc pas la résistance maximale d'un matériau.

La notion d'écrouissage thermique *gêné* par l'état de contrainte illustre le phénomène de contraction thermique observé sur des matériaux argileux normalement consolidés à faiblement surconsolidés (§ 2.1.1.2).

Les deux dernières phases illustrent le phénomène de surconsolidation introduit dans le paragraphe 2.1.1.5.

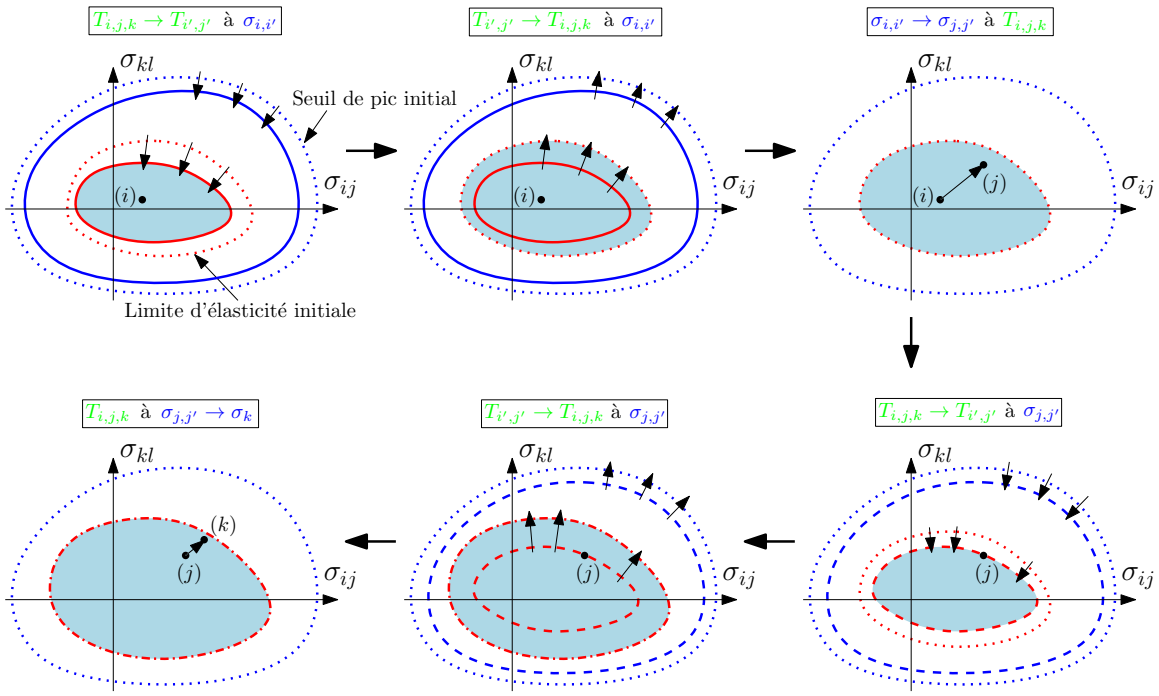


FIGURE 3.9 – *Évolution du domaine élastique et du seuil de pic au cours d'un écrouissage gêné par l'état de contrainte.*

3.1.2.5 Superposition des écrouissages mécanique et thermique

Dans les paragraphes 3.1.2.1, 3.1.2.2, 3.1.2.3 et 3.1.2.4, les chargements mécaniques et thermiques se succèdent sans interagir, le but étant de mettre en évidence les phénomènes d'écrouissages mécanique et thermique. Pour un chemin de chargement quelconque en contrainte et en température, donné sous forme incrémentale, l'évolution du domaine d'élasticité peut se décomposer en une succession d'écrouissages infinitésimaux de deux types :

- Écrouissage mécanique isotherme ;
- Écrouissage thermique *libre*.

En effet, tant que l'état de contrainte reste à l'intérieur du domaine d'élasticité, les écrouissages thermiques sont *libres* et les écrouissages mécaniques sont inexistants. Lorsque l'état de contrainte se trouve sur la frontière du domaine d'élasticité *actuel*, le chargement est poursuivi par incréments de contrainte et de température $(\dot{\sigma},\ \dot{T})$. Si l'incrément de température suffit à ce que l'état de contrainte se retrouve *à l'extérieur* du domaine d'élasticité, le chargement mécanique est diminué pour que l'écrouissage thermique puisse se faire librement. Le chargement mécanique est ensuite appliqué dans une évolution isotherme et l'incrément $\dot{\sigma}$ est appliqué.

3.1.3 Cas particulier d'un formalisme viscoplastique de type Perzyna

Dans les paragraphes précédents, nous n'avons fait référence qu'à des sollicitations et des réponses indépendantes du temps (cas de l'élastoplasticité). Dans un formalisme viscoplastique de type Perzyna (Perzyna 1971), des déformations permanentes apparaissent dès le franchissement d'un seuil qui coïncide avec la limite d'élasticité initiale (Kleine 2007). L'amplitude des déformations permanentes dépend de la *distance* entre l'état de contrainte actuel et une surface écrouissable appelée surface viscoplastique. Cette surface viscoplastique correspond à la frontière du domaine d'élasticité *actuel*. Des états dans lesquels l'état de contrainte se retrouve à l'extérieur du domaine d'élasticité *actuel* sont autorisés contrairement au cas de l'élastoplasticité. En supposant que des variations de température induisent les mêmes effets sur le domaine d'élasticité en plasticité et en viscoplasticité, la notion d'écrouissage thermique est alors semblable pour les deux cas. La seule différence concerne la notion d'écrouissage thermique *gêné* par l'état de contrainte. Puisque des états extérieurs

au domaine d'élasticité *actuel* sont autorisés dans un formalisme viscoplastique de type Perzyna, les écrouissages *gênés* se ramènent à des écrouissages *libres* avec production de déformations permanentes différées.

3.2 ASPECTS THERMODYNAMIQUES LIÉS À L'ÉCROUISSAGE THERMIQUE

L'objectif de se paragraphe n'est pas de rentrer dans le détail des aspects thermodynamiques concernant la formulation des modèles de comportement thermomécaniques. Il permet avant tout une meilleure compréhension du phénomène d'écrouissage thermique. Nous revenons dans un premier temps sur des éléments de base de la thermodynamique des milieux continus.

Les notions abordées dans ce paragraphe font référence à un certain nombre d'ouvrages (Zhou et al. 2011, Picard 1994, Coussy 2004, Désoyer and Garrigues 2010, Besson et al. 2001, Hill 1950, Hill and Rice 1973, Mandel 1966, Germain 1986, Laloui 1993).

3.2.1 Éléments de thermodynamique des milieux continus

3.2.1.1 Notion de système thermodynamique et de Volume Élémentaire Représentatif

La modélisation du comportement des matériaux sous entend d'être capable de définir l'état d'un système soumis à un ensemble de sollicitations extérieures. Le seul *système thermodynamique* auquel nous ferons référence dans ce paragraphe sera un *Volume Élémentaire Représentatif* (VER) de matériau solide. Cet élément de volume est supposé de taille suffisamment faible à l'échelle macroscopique pour pouvoir être assimilé à un point matériel. C'est à cette seule condition que les variables qui caractériseront son *état thermodynamique* (sa température T par exemple) pourront être considérées comme ponctuelles. Ce VER est, de plus, assimilé à un système thermodynamique fermé autorisé à échanger de l'énergie thermique et mécanique avec son voisinage mais en aucun cas de la matière. Le matériau à l'échelle macroscopique peut être vu comme une superposition de ces volumes élémentaires initialement identiques. La notion de représentativité sous entend que ces volumes doivent être de taille relativement élevée devant celle des *défauts* intrinsèques au matériau.

3.2.1.2 Variables d'état thermodynamique

La modélisation d'un système thermodynamique implique la connaissance d'un certain nombre de variables permettant de définir son état au cours de l'évolution de sollicitations extérieures. Ces variables, dites *variables d'état* permettent, en premier lieu, de caractériser les échanges énergétiques du système avec son voisinage. Nous distinguerons les variables d'état dites *observables* des variables d'état dites *internes*. Les variables observables sont en général au nombre de deux : la température, T, permettant de décrire l'état thermique du VER et le tenseur des déformations *linéarisées*, $\boldsymbol{\epsilon}$ (ou le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$), définissant sa cinématique (le modèle de comportement *L&K* étant adoucissant, les variables observables sont le tenseur des déformations, $\boldsymbol{\epsilon}$, et la température, T). Le terme *linéarisées* sous entend que *l'Hypothèse des Petites Perturbations* (HPP) est admise dans ce paragraphe. Les variables d'état observables ne suffisent pas à décrire l'ensemble des irréversibilités de comportement telles que la plasticité et la viscoplasticité. D'autres variables dites internes seront donc à considérer pour décrire l'écrouissage du matériau. Elles peuvent être scalaires dans le cas d'un écrouissage isotrope ou tensorielles dans le cas d'un écrouissage cinématique. Le modèle de comportement introduit dans le chapitre 4 fait uniquement appel à des écrouissages isotropes. Par conséquent, nous ne considérerons que des variables scalaires dans ce paragraphe.

3.2.1.3 Premier et second principes de la thermodynamique

Outre la conservation de la masse et les relations d'équilibre, la troisième grande loi de conservation de la mécanique des milieux continus exprime la conservation de l'énergie à travers le premier principe de la thermodynamique. Ce principe stipule que *la dérivée particulaire de l'énergie totale d'un système thermodynamique est la somme de la puissance des efforts extérieurs exercés sur le système,*

P_E, *et du taux de chaleur reçu,* $\dot{Q}$. L'énergie totale du système est la somme de son énergie cinétique (négligée dans la plupart des problèmes dits *statiques*) et de son énergie interne. En introduisant l'énergie interne spécifique e_I et en négligeant l'énergie cinétique du système, l'application du premier principe à un VER de volume Ω se traduit par la relation suivante :

$$\int_\Omega \rho \frac{de_I}{dt}\, dV = P_E + \dot{Q} \tag{3.1}$$

$\dot{X}$ désigne la dérivée par rapport au temps de la quantité X. ρ est la masse volumique du système. Le principe des puissances virtuelles appliqué aux champs réels statiquement et cinématiquement admissibles permet d'écrire la puissance des efforts extérieurs en fonction de celle des efforts intérieurs :

$$P_E = \int_\Omega \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}\, dV \tag{3.2}$$

Le taux de chaleur reçu, $\dot{Q}$, est décomposé en deux sources, l'une volumique r et l'autre surfacique $\overrightarrow{q}$ (Éq. 3.3). Le terme volumique r caractérise des phénomènes tels que des réactions chimiques, des transformations de phases ou encore des sources de chaleur externes par rayonnement (négligeables dans une première approche). Le vecteur courant de chaleur $\overrightarrow{q}$ représente les échanges par conduction à travers la surface extérieure du système de normale sortante $\overrightarrow{n}$.

$$\dot{Q} = \int_\Omega \left(r - \operatorname{div} \overrightarrow{q}\right)\, dV \tag{3.3}$$

La dérivée particulaire de l'énergie interne spécifique du système est finalement la somme entre le taux d'énergie mécanique dû aux efforts intérieurs et le taux d'énergie thermique reçu :

$$\rho \frac{de_I}{dt} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + \left(r - \operatorname{div} \overrightarrow{q}\right) \tag{3.4}$$

Le second principe stipule que toutes les évolutions thermodynamiques ne sont pas possibles. Il fournit une borne supérieure pour le taux de chaleur que peut échanger un VER avec son extérieur. Cette borne supérieure est définie par l'évolution instantanée de l'entropie spécifique du système, notée s :

$$\int_\Omega \left(\rho \frac{ds}{dt} - \frac{r}{T} + \operatorname{div} \frac{\overrightarrow{q}}{T}\right)\, dV \geq 0 \tag{3.5}$$

L'énergie libre de Helmholz $\psi_{HEL} = e_I - Ts$ est couramment substituée à l'énergie interne. Avec ces notations, l'écriture du second principe aboutit à l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\phi_{CD} = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \rho \frac{d\psi_{HEL}}{dt} - \rho s \dot{T} - \frac{1}{T} \overrightarrow{q} . \overrightarrow{\nabla}(T) \geq 0 \tag{3.6}$$

ϕ_{CD} représente la puissance volumique instantanément dissipée par le système. Elle doit toujours être *non-négative*.

3.2.1.4 Dissipation

ψ_{HEL} est un *potentiel d'état thermodynamique* fonction des variables d'état du système. Ses dérivées partielles par rapport aux variables d'état sont appelées *fonctions d'état* ou encore *forces thermodynamiques*. La dérivée de ψ_{HEL} peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{d\psi_{HEL}}{dt} = -\Upsilon^T \dot{T} + \boldsymbol{\Upsilon}^{\boldsymbol{\epsilon}} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \Upsilon^{\alpha_I} \dot{\alpha}_I \tag{3.7}$$

$$\Upsilon^T = -\frac{\partial \psi_{HEL}}{\partial T} = s, \qquad \boldsymbol{\Upsilon}^{\boldsymbol{\epsilon}} = \frac{\partial \partial \psi_{HEL}}{\partial \boldsymbol{\epsilon}}, \qquad \Upsilon^{\alpha_I} = -\frac{\partial \partial \psi_{HEL}}{\partial \alpha_I} \tag{3.8}$$

α_I caractérise l'ensemble des variables internes du système. Avec ces notations, l'inégalité de Clausius-Duhem (Éq. 3.6) s'écrit :

$$\phi_{CD} = \left(\boldsymbol{\sigma} - \rho \boldsymbol{\Upsilon}^{\boldsymbol{\epsilon}}\right) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \frac{1}{T} \overrightarrow{q} . \overrightarrow{\nabla}(T) + \rho \Upsilon^{\alpha_I} \dot{\alpha}_I \geq 0 \tag{3.9}$$

Cette inégalité fait apparaître deux contributions à la dissipation, la dissipation intrinsèque que nous noterons ϕ_{INT} et la dissipation thermique, notée ϕ_{TH} :

$$\phi_{INT} = \left(\boldsymbol{\sigma} - \rho \boldsymbol{\Upsilon}^{\boldsymbol{\epsilon}}\right) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + \rho \Upsilon^{\alpha_I} \dot{\alpha}_I \tag{3.10}$$

$$\phi_{TH} = -\frac{1}{T} \overrightarrow{q} . \overrightarrow{\nabla}(T) \tag{3.11}$$

Ces deux quantités sont couramment supposées séparément positives (condition suffisante mais pas nécessaire pour vérifier l'inégalité de Clausius-Duhem). Tout modèle de comportement thermomécanique s'inscrivant dans ce cadre peut ainsi être décomposé en une partie thermique $\left(\overrightarrow{\nabla} T\right)$ et une partie thermomécanique $\left(\dot{\boldsymbol{\epsilon}} \text{ et } \dot{T}\right)$. Le modèle de comportement thermique est entièrement défini lorsque la forme du vecteur courant de chaleur $\overrightarrow{q}$ est connue. Le modèle de comportement thermique le plus célèbre en accord avec les mesures expérimentales est la *loi de Fourier* :

$$\overrightarrow{q} = -\boldsymbol{k} . \overrightarrow{\nabla}(T) \tag{3.12}$$

$\boldsymbol{k}$ est la conductivité thermique souvent réduite à un scalaire positif ou nul pour un milieu isotrope. Dans ce cas :

$$\text{div } \overrightarrow{q} = -k\Delta(T) \tag{3.13}$$

Le modèle mécanique sera entièrement défini par la donnée de $\boldsymbol{\sigma}$ et des $\dot{\alpha}_I$. Enfin, le report de la loi de Fourier dans l'expression de la variation d'énergie interne spécifique (Éq. 3.4) fournit l'équation de la chaleur en présence de déformations mécaniques.

$$-\rho T \frac{\partial^2 \psi_{HEL}}{\partial T^2} \dot{T} - k\Delta(T) - r = \left(\boldsymbol{\sigma} - \rho \boldsymbol{\Upsilon}^{\boldsymbol{\epsilon}} + \rho T \frac{\partial^2 \psi_{HEL}}{\partial T \partial \boldsymbol{\epsilon}}\right) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + \rho \left(\Upsilon^{\alpha_I} + T \frac{\partial^2 \psi_{HEL}}{\partial T \partial \alpha_I}\right) \dot{\alpha}_I \tag{3.14}$$

Le terme proportionnel aux variations de température, $\dot{T}$, est appelé capacité calorifique et représente la quantité de chaleur utilisée par le système pour élever sa température. Il y a possibilité de couplage thermomécanique au niveau des variables d'écrouissage si la dérivée croisée $\partial^2 \psi_{HEL} / \partial T \partial \alpha_I$ est non nulle.

3.2.2 Équations d'état dans un cadre couplant plasticité et viscoplasticité

3.2.2.1 Domaine d'élasticité et variables internes d'écrouissage

La notion de domaine d'élasticité a déjà été introduite dans le paragraphe 3.1. Nous rappelons qu'il est défini comme l'ensemble des états de contrainte et de température accessibles par des évolutions réversibles. Pour décrire ce domaine dans le cadre de la plasticité, une fonction F^p convexe, continue et à valeur scalaire est introduite. Par convention seuls les états tels que $F^p \leq 0$ sont autorisés. Dans un formalisme viscoplastique de type Perzyna (Perzyna 1971), la notion de surface de charge associée à la définition de F^p n'est plus nécessaire. Elle est remplacée par la définition d'une famille de surfaces équipotentielles ; surfaces de l'espace des contraintes pour lesquelles le module de la vitesse de déformation est le même (la dissipation est la même). La surface de potentiel nul coïncide avec la limite d'élasticité. Les états tels que $F^{vp} \geq 0$ (F^{vp} est une fonction décrivant une équipotentielle) sont autorisés et la vitesse de déformation dépend étroitement de la valeur prise par cette fonction.

Pour modéliser un comportement écrouissable selon ces deux cadres théoriques, il faut pouvoir décrire les évolutions du domaine d'élasticité et des équipotentielles suite à diverses sollicitations

mécaniques et thermiques. Pour ce faire, il est nécessaire d'introduire des *paramètres d'écrouissages* qui rendent compte de l'histoire du matériau. Leur nombre est variable en fonction de la précision souhaitée pour la description du comportement. Généralement, peu de paramètres suffisent pour rendre compte de la plupart des observations expérimentales.

Les ensembles des domaines d'élasticité et des équipotentielles sont donc respectivement décrits par des fonctions $F^p(\boldsymbol{\sigma},\zeta^p)$ et $F^{vp}(\boldsymbol{\sigma},\zeta^{vp})$ des deux variables $\boldsymbol{\sigma}$ et $\zeta^\star$. Les jeux de paramètres $\zeta^\star$ permettent de décrire les écrouissages mécaniques *et* thermiques. Ils sont à différencier des variables internes du modèle $\alpha_I^\star$. Pendant un écrouissage thermique libre par exemple, les paramètres ζ^p évoluent alors que les variables internes α_I^p restent inchangées.

3.2.2.2 Énergie libre et équations d'état

Nous nous plaçons dans le cas d'un modèle de comportement couplant plasticité et viscoplasticité, semblable au formalisme *L&K* qui sera présenté dans le chapitre 4. L'état thermodynamique du VER est décrit par les variables d'état suivantes :

- T : température (variable observable) ;
- $\boldsymbol{\epsilon}$: tenseur des déformations (variable observable) ;
- $\boldsymbol{\epsilon^p}$: tenseur des déformations plastiques (variable interne) ;
- $\boldsymbol{\epsilon^{vp}}$: tenseur des déformations viscoplastiques (variable interne) ;
- α_I^p : variable interne d'écrouissage du mécanisme plastique ;
- α_I^{vp} : variable interne d'écrouissage du mécanisme viscoplastique.

L'énergie libre de Helmholz, ψ_{HEL}, est un potentiel d'état, fonction des variables d'état. Elle peut être décomposée de manière additive en des composantes élastique et bloquées par écrouissages thermoplastique et thermoviscoplastique :

$$\psi_{HEL}(T,\boldsymbol{\epsilon},\boldsymbol{\epsilon^p},\boldsymbol{\epsilon^{vp}},\alpha_I^p,\alpha_I^{vp}) = \psi^e_{HEL}(\boldsymbol{\epsilon}-\boldsymbol{\epsilon^p}-\boldsymbol{\epsilon^{vp}},T)+\psi^p_{HEL}(\alpha_I^p,T)+\psi^p_{HEL}(\alpha_I^{vp},T) \tag{3.15}$$

Contrairement au cas isotherme, l'originalité de cette écriture vient de la dépendance à la température des énergies bloquées par écrouissages. L'énergie bloquée par écrouissage est définie comme étant la différence entre l'énergie mécanique fournie et l'énergie intrinsèquement dissipée par le matériau. Si cette différence est positive, une quantité d'énergie est stockée au sein du matériau. Dans le cas contraire, une quantité d'énergie est restituée au milieu extérieur. Une justification physique de l'introduction du facteur température dans les expressions des énergies bloquées par écrouissage est donnée par Picard (1994). Notons également que le tenseur des déformations se décompose de manière additive en des parties élastique, plastique et viscoplastique :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon^e}+\boldsymbol{\epsilon^p}+\boldsymbol{\epsilon^{vp}} \tag{3.16}$$

Sous l'hypothèse des petites perturbations, cette décomposition peut également s'écrire de manière incrémentale :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{e}}+\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{p}}+\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{vp}} \tag{3.17}$$

Les équations d'état expriment le lien entre les variables d'état et les forces thermodynamiques associées :

$$\boldsymbol{\Upsilon}^{\boldsymbol{\epsilon^p}} = -\rho \frac{\partial \psi^e_{HEL}}{\partial \boldsymbol{\epsilon^p}} = \boldsymbol{\sigma} \tag{3.18}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon}^{\boldsymbol{\epsilon^{vp}}} = -\rho \frac{\partial \psi^e_{HEL}}{\partial \boldsymbol{\epsilon^{vp}}} = \boldsymbol{\sigma} \tag{3.19}$$

$$\Upsilon^{\alpha^p_I} = -\rho \frac{\partial \psi^p_{HEL}}{\partial \alpha^p_I} \tag{3.20}$$

$$\Upsilon^{\alpha^{vp}_I} = -\rho \frac{\partial \partial \psi^{vp}_{HEL}}{\partial \alpha^{vp}_I} \tag{3.21}$$

$$s = -\left(\frac{\partial \psi^e_{HEL}}{\partial T} + \frac{\partial \psi^p_{HEL}}{\partial T} + \frac{\partial \partial \psi^{vp}_{HEL}}{\partial T} \right) \tag{3.22}$$

Les forces thermodynamiques associées aux variables internes $\alpha^\star_I$ dépendent donc de la température via les expressions de ψ^p_{HEL} et ψ^{vp}_{HEL}, induisant ainsi un écrouissage du domaine d'élasticité. L'énergie libre élastique s'écrit :

$$\rho \psi^e_{HEL} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\epsilon^e} : \mathbb{A}(T) : \boldsymbol{\epsilon^e} \tag{3.23}$$

$\mathbb{A}$ est le tenseur des rigidités élastiques :

$$\mathbb{A}(T) = 2G(T)\mathbb{K} + 3K(T)\mathbb{J} \tag{3.24}$$

$K(T)$ et $G(T)$ sont respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement qui dépendent éventuellement de la température. Les tenseurs du quatrième ordre $\mathbb{K}$ et $\mathbb{J}$ sont définis par :

$$J_{ijkl} = \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}, \qquad K_{ijkl} = I_{ijkl} - J_{ijkl}, \qquad I_{ijkl} = \frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{ij}\delta_{jk}\right) \tag{3.25}$$

La dérivation de ψ^e_{HEL} par rapport à la partie élastique du tenseur des déformations donne l'expression du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$.

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial \partial \psi^e_{HEL}}{\partial \boldsymbol{\epsilon^e}} = \mathbb{A}(T) : \boldsymbol{\epsilon^e} = \mathbb{A}(T) : \left(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon^p} - \boldsymbol{\epsilon^{vp}}\right) \tag{3.26}$$

Compte tenu de ces notations, la dissipation intrinsèque (Éq. 3.10) s'écrit :

$$\phi_{INT} = \boldsymbol{\sigma} : \left(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{vp}}\right) + \Upsilon^{\alpha^p_I} \dot{\alpha}^p_I + \Upsilon^{\alpha^{vp}_I} \dot{\alpha}^{vp}_I \geq 0 \tag{3.27}$$

3.2.3 Couplages thermomécaniques associés à l'écrouissage thermique

Dans ce paragraphe, les notions d'entropie bloquée par écrouissage, de chaleur latente de transformation de l'état d'écrouissage et de coefficient d'écrouissage thermique sont introduites. Nous restons dans le cadre *élastoviscoplastique* défini dans le paragraphe 3.2.2.

3.2.3.1 Entropie bloquée par écrouissage

En dérivant par rapport au temps l'Équation (3.22), il vient :

$$\dot{s} = \frac{\partial^2 \psi^e_{HEL}}{\partial \boldsymbol{\epsilon^e} \partial T} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{e}} + \left(\frac{\partial^2 \psi^e_{HEL}}{\partial T^2} + \frac{\partial^2 \psi^p_{HEL}}{\partial T^2} + \frac{\partial^2 \psi^{vp}_{HEL}}{\partial T^2} \right) \dot{T} - \frac{\partial^2 \psi^p_{HEL}}{\partial T \partial \alpha^p_I} \dot{\alpha}_I{}^p - \frac{\partial^2 \psi^{vp}_{HEL}}{\partial T \partial \alpha^{vp}_I} \dot{\alpha}_I{}^{vp} \tag{3.28}$$

Le facteur de $\dot{T}$ est proportionnel à la capacité calorifique du milieu. Il est indépendant de l'état d'écrouissage si les fonctions ψ^{p}_{HEL} et ψ^{vp}_{HEL} respectent les conditions suivantes :

$$\frac{\partial^3 \psi^{p}_{HEL}}{\partial T^2 \partial \alpha^{p}_{I}} = 0, \qquad \frac{\partial^3 \psi^{vp}_{HEL}}{\partial T^2 \partial \alpha^{vp}_{I}} = 0 \tag{3.29}$$

Pour l'instant, nous admettrons que ces relations sont vérifiées. Dans ce cas là, l'expression de l'énergie libre (Éq. 3.15) se simplifie en :

$$\psi_{HEL}\left(T, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon^{p}}, \boldsymbol{\varepsilon^{vp}}, \alpha^{p}_{I}, \alpha^{vp}_{I}\right) = \psi^{e}_{HEL}\left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon^{p}} - \boldsymbol{\varepsilon^{vp}}, T\right) + \iota^{p}\left(\alpha^{p}_{I}\right) - T\Sigma^{p}\left(\alpha^{p}_{I}\right) + \iota^{vp}\left(\alpha^{vp}_{I}\right) - T\Sigma^{vp}\left(\alpha^{vp}_{I}\right) \tag{3.30}$$

Les quantités ι^{p} et ι^{vp} représentent les énergies bloquées par écrouissage *mécanique* à température ambiante rencontrées dans les formulations élastoviscoplastiques isothermes. $\Sigma^{p}\left(\alpha^{p}_{I}\right)$ et $\Sigma^{vp}\left(\alpha^{vp}_{I}\right)$ sont les fonctions entropies bloquées par écrouissage. Cette appellation se justifie en écrivant la nouvelle expression de l'entropie du système (Éq. 3.22) :

$$s = \Sigma^{p}\left(\alpha^{p}_{I}\right) + \Sigma^{vp}\left(\alpha^{vp}_{I}\right) - \frac{\partial \psi^{e}_{HEL}\left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon^{p}} - \boldsymbol{\varepsilon^{vp}}\right)}{\partial T} \tag{3.31}$$

Après un cycle de chargement en contrainte et en température au cours duquel l'état d'écrouissage évolue de $\alpha^{\star}_{I,1}$ à $\alpha^{\star}_{I,2}$, la variation d'entropie sera égale à $\left(\Sigma^{p}\left(\alpha^{p}_{I,2}\right) + \Sigma^{vp}\left(\alpha^{vp}_{I,2}\right) - \Sigma^{p}\left(\alpha^{p}_{I,1}\right) - \Sigma^{vp}\left(\alpha^{vp}_{I,1}\right)\right)$. Cette quantité est acquise pendant les écrouissages mécanique et thermique et reste bloquée avec l'état d'écrouissage.

3.2.3.2 Chaleur latente de transformation de l'état d'écrouissage

La chaleur latente est définie comme étant le produit de la température absolue et de la variation d'entropie à température constante. À partir des entropies bloquées par écrouissage Σ^{p} et Σ^{vp}, nous pouvons donc définir les chaleurs latentes associées aux écrouissages plastique et viscoplastique :

$$\kappa^{p} = T\frac{d\Sigma^{p}}{d\alpha^{p}_{I}}, \qquad \kappa^{vp} = T\frac{d\Sigma^{vp}}{d\alpha^{vp}_{I}} \tag{3.32}$$

Une évolution de l'état d'écrouissage à température constante de $\alpha^{\star}_{I}$ à $\alpha^{\star}_{I} + d\alpha^{\star}_{I}$ requiert un apport de chaleur $\kappa^{\star} d\alpha^{\star}_{I}$. Ces notions de chaleurs latentes interviennent dans les bilans d'énergie au cours des évolutions plastiques et viscoplastiques.

En introduisant l'expression de l'énergie libre dans l'Équation (3.4) et en reprenant la relation (3.27), la quantité de chaleur cédée à l'extérieur au cours d'un cycle élémentaire de chargement *mécanique isotherme*, durant lequel il y a écrouissage et production de déformations irréversibles, est définie par :

$$\dot{Q} = \boldsymbol{\sigma} : \left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{vp}}\right) + \Upsilon^{\alpha^{p}_{I}} \dot{\alpha}^{p}_{I} + \Upsilon^{\alpha^{vp}_{I}} \dot{\alpha}^{vp}_{I} - \kappa^{p} \dot{\alpha}^{p}_{I} - \kappa^{vp} \dot{\alpha}^{vp}_{I} \tag{3.33}$$

La dissipation intrinsèque ϕ_{INT} est supposée non-négative. En revanche, le signe de $\dot{Q}$ dépend des importances relatives des quantités $\Upsilon^{\alpha^{\star}_{I}}$ et $\kappa^{\star}$. S'il est positif, le cycle de chargement *mécanique* cède de la chaleur à l'extérieur. Dans le cas contraire, il est nécessaire d'apporter de la chaleur au milieu pour que le cycle *mécanique* se fasse de façon isotherme. Pour les matériaux qui ne présentent pas d'écrouissage thermique, les termes de chaleur latente sont nuls, $\dot{Q}$ est toujours positif. Pour les matériaux qui présentent un écrouissage thermique, une mesure directe de la dissipation intrinsèque du matériau n'est pas possible.

3.2.3.3 Coefficient d'écrouissage thermique

Dans le cas général où les conditions de l'Équation (3.29) ne sont pas vérifiées, les chaleurs latentes associées aux écrouissages plastique et viscoplastique sont définies par :

$$\kappa^\star = -T\frac{\partial^2 \psi^\star_{HEL}}{\partial T \partial \alpha^\star_I} \tag{3.34}$$

En inversant l'ordre de ces dérivées croisées et en notant $\Upsilon^{\alpha^\star_I} = -\partial\psi^\star_{HEL}/\partial\alpha^\star_I$, nous remarquons que les dérivées des forces thermodynamiques $\Upsilon^{\alpha^\star_I}$ par rapport à la température sont directement liées aux chaleurs latentes d'écrouissages :

$$\frac{\partial \Upsilon^{\alpha^\star_I}}{\partial T} = \frac{\kappa^\star}{T} \tag{3.35}$$

En reprenant les notations du paragraphe 3.2.2.1 dans lequel nous avons rappelé les notions de domaine élastique et de variables internes d'écrouissage, la variation des *critères* plastique et viscoplastique à écrouissage et état de contrainte constants pour un incrément $\dot{T}$ de température s'écrit :

$$\dot{F}^\star = \frac{\partial F^\star}{\partial T}\dot{T} = \frac{\partial F^\star}{\partial \zeta^\star}\frac{\partial \zeta^\star}{\partial T}\dot{T} = \frac{\partial F^\star}{\partial \zeta^\star}\frac{\kappa^\star}{T}\dot{T} \tag{3.36}$$

La notion de chaleur latente est donc essentielle à la compréhension du phénomène d'écrouissage thermique. Le coefficient d'écrouissage thermique est défini par :

$$\Theta^\star = \frac{\partial F^\star}{\partial \zeta^\star}\frac{\kappa^\star}{T} \tag{3.37}$$

Le signe de $\Theta^\star$ donne le sens d'évolution du domaine d'élasticité au cours de variations de température. S'il est positif, le domaine d'élasticité se *contracte* lors d'une augmentation de température (thermorétrécissant). Dans le cas contraire, il se *dilate* (thermoextensible).

3.2.4 Écoulements plastique et viscoplastique en présence d'écrouissage thermique

Ce paragraphe vise à introduire les lois d'écoulement en plasticité et viscoplasticité pour des chargements thermomécaniques.

3.2.4.1 Direction d'écoulement

Les lois d'écoulement sont les règles complémentaires permettant de définir l'amplitude et la direction des évolutions irréversibles. Les évolutions des variables internes $\boldsymbol{\epsilon^p}$, $\boldsymbol{\epsilon^{vp}}$, α^p_I et α^{vp}_I se produisent simultanément au chargement. Leur amplitude est donc fonction de celle du chargement et les écoulements plastique et viscoplastique sont déterminés par la seule donnée des directions d'écoulement. Ces directions sont supposées ne dépendre que des forces thermodynamiques associées aux variables internes. Pour déterminer l'évolution des variables internes, il faut procéder de façon incrémentale. La direction $(\boldsymbol{G^{\epsilon^p}}, \boldsymbol{G^{\epsilon^{vp}}}, G^{\alpha^p_I}, G^{\alpha^{vp}_I})$ étant connue, les incréments des variables internes sont tels que :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{p}} = \dot{\lambda}^{\epsilon^p}\boldsymbol{G^{\epsilon^p}} \tag{3.38}$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{vp}} = \dot{\lambda}^{\epsilon^{vp}}\boldsymbol{G^{\epsilon^{vp}}} \tag{3.39}$$

$$\dot{\alpha}^p_I = \dot{\lambda}^{\alpha^p_I} G^{\alpha^p_I} \tag{3.40}$$

$$\dot{\alpha}^p_I = \dot{\lambda}^{\alpha^{vp}_I} G^{\alpha^{vp}_I} \tag{3.41}$$

Les quantités $\lambda^\star$ sont des scalaires positifs appelés multiplicateurs (visco)plastiques. λ^{ϵ^p} et $\lambda^{\alpha^p_I}$ sont identiques et obtenus en appliquant la *condition de cohérence*. Dans le cas d'un formalisme viscoplastique de type Perzyna (Perzyna 1971), l'amplitude des incréments de déformation viscoplastique

est fonction de la *distance* entre l'état de contrainte et le domaine d'élasticité *actuel*, également appelé surface viscoplastique. Cette *distance* est donnée par la valeur de la fonction F^{vp}. Nous noterons $\dot{\lambda}^{\epsilon^{vp}} = \dot{\lambda}^{\alpha_I^{vp}} = \langle \phi(F^{vp}) \rangle$. Les relations (3.38)-(3.41) se réécrivent sous la forme suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{p}} = \dot{\lambda} \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{p}}} \tag{3.42}$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{vp}} = \langle \phi(F^{vp}) \rangle \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{vp}}} \tag{3.43}$$

$$\dot{\alpha}_I^p = \dot{\lambda} G^{\alpha_I^p} \tag{3.44}$$

$$\dot{\alpha}^p = \langle \phi(F^{vp}) \rangle G^{\alpha_I^{vp}} \tag{3.45}$$

Les directions d'écoulement ne sont pas quelconques, elles doivent satisfaire l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\boldsymbol{\sigma} : \left(\dot{\lambda} \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{p}}} + \langle \phi(F^{vp}) \rangle \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{vp}}} \right) + \dot{\lambda} \Upsilon^{\alpha_I^p} G^{\alpha_I^p} + \langle \phi(F^{vp}) \rangle \Upsilon^{\alpha_I^{vp}} G^{\alpha_I^{vp}} \geq 0 \tag{3.46}$$

Elles dérivent généralement de potentiels convexes et continus, fonctions des forces thermodynamiques $(\boldsymbol{\sigma}, \zeta^\star)$:

$$\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{p}}} = \frac{\partial g^p(\boldsymbol{\sigma}, \zeta^p)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{3.47}$$

$$\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{vp}}} = \frac{\partial g^{vp}(\boldsymbol{\sigma}, \zeta^{vp})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{3.48}$$

$$G^{\alpha_I^p} = \frac{\partial h^p(\boldsymbol{\sigma}, \zeta^p)}{\partial \alpha_I^p} \tag{3.49}$$

$$G^{\alpha_I^{vp}} = \frac{\partial h^{vp}(\boldsymbol{\sigma}, \zeta^{vp})}{\partial \alpha_I^{vp}} \tag{3.50}$$

Si les potentiels $g^\star$ sont identiques aux critères $F^\star$, l'écoulement est dit *associé*. Si les potentiels $h^\star$ coïncident également avec les critères $F^\star$, l'écrouissage est dit *associé*. Ce cas particulier est celui des matériaux standards ; la convexité des fonctions $F^\star$ suffit à vérifier l'inégalité de Clausius-Duhem. Si les potentiels diffèrent des fonctions $F^\star$ ou si la direction d'écoulement ne passe pas par la définition directe d'un potentiel d'écoulement, l'écoulement et l'écrouissage sont non-associés.

3.2.4.2 Module d'écrouissage

La dérivée par rapport au temps de la fonction F^p permet de définir le module d'écrouissage Ξ^p pour la composante plastique :

$$\dot{F}^p = \frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F^p}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial F^p}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial \alpha_I^p} \dot{\alpha}_I^p \tag{3.51}$$

$$= \frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F^p}{\partial \zeta} \frac{\kappa^p}{T} \dot{T} + \frac{\partial F^p}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial \alpha_I^p} \dot{\alpha}_I^p \tag{3.52}$$

$$= \frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \Theta^p \dot{T} + \frac{\partial F^p}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial \alpha_I^p} \dot{\lambda} G^{\alpha_I^p} \tag{3.53}$$

$$= \frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \Theta^p \dot{T} - \dot{\lambda} \Xi^p \tag{3.54}$$

L'incrément de contrainte s'exprime en fonction de la composante élastique du tenseur des déformations :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{A} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{e}} = \mathbb{A} : \left(\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{p}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{vp}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{e,T}} \right) = \mathbb{A} : \left(\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\lambda} \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{p}}} - \langle \phi(F^{vp}) \rangle \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{vp}}} - \frac{\alpha_V}{3} \dot{T} \boldsymbol{\delta} \right) \tag{3.55}$$

En cas de charge plastique, le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ s'obtient en appliquant la *condition de cohérence* stipulant que $\dot{F}^p = 0$:

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{A} : \left(\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \langle \phi(F^{vp}) \rangle \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^{vp}} - \frac{\alpha_V}{3} \dot{T} \boldsymbol{\delta}\right) + \Theta^p \dot{T}}{\Xi^p + \frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{A} : \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{\epsilon}^p}} \tag{3.56}$$

L'écrouissage thermique intervient dans le calcul du multiplicateur plastique. À incréments de contrainte et de température respectivement nul et non-nul, un écoulement plastique peut avoir lieu dès lors que l'état de contrainte se trouve sur la frontière du domaine d'élasticité. Le multiplicateur plastique est alors donné par $\dot{\lambda} = \frac{\Theta^p \dot{T}}{\Xi^p}$. Nous retrouvons ainsi le phénomène d'écrouissage thermique *gêné* par l'état de contrainte présenté dans le paragraphe 3.1.2.4.

Pour la composante viscoplastique, la fonction $\langle \phi(F^{vp}) \rangle$ est directement calculée à partir du critère F^{vp}. Dans le cas d'un matériau *thermorétrécissant*, une augmentation de température provoque une contraction du domaine d'élasticité actuel. Si cette augmentation de température suffit à ce que la fonctionnelle F^{vp} devienne positive, des déformations viscoplastiques sont produites. Si la température continue d'augmenter, la distance entre l'état de contrainte, maintenu constant, et le domaine d'élasticité actuel, continuera d'augmenter. Plus cette distance est élevée, plus les phénomènes différés sont d'amplitude importante. Leur cinétique augmentera également.

3.3 MODÈLES DE COMPORTEMENT THERMOMÉCANIQUES

3.3.1 État de l'art

Depuis les travaux pionniers de Prager (1958) définissant les bases de la thermo-plasticité, de nombreux modèles de comportement thermomécaniques ont été développés. Citons par exemple les travaux précurseurs de Hueckel and Borseto (1990) qui seront commentés dans le paragraphe 3.3.2.

La plupart de ces modèles ont une base commune correspondant à une extension thermomécanique d'un modèle de type Cam Clay, ou Cam Clay modifié (Schofield and Wroth 1968, Roscoe and Burland 1968). Citons par exemple les travaux de Hueckel et al. (1994), Picard (1994), Dizier (2011), Sultan (1997), François (2008), Sultan et al. (2002), Wu et al. (2004), Cui et al. (2000). Ces modèles s'attachent principalement à décrire le comportement instantané des sols argileux et à reproduire, en particulier, les phénomènes de contraction thermique (§ 2.1.1.2) et de surconsolidation (§ 2.1.1.4) en faisant décroître la pression de préconsolidation avec la température (§ 2.1.1.4). Rappelons que la pression de préconsolidation intervient comme paramètre d'écrouissage dans la plupart de ces modèles.

En revanche, peu de ces modèles intègrent l'effet de la température sur le comportement à long terme des géomatériaux. Nous n'avons trouvé que peu de références couplant plasticité et viscoplasticité dans un cadre thermomécanique. Modaressi and Laloui (1997) proposent une extension thermomécanique d'un modèle multi-mécanismes à écrouissages isotrope et cinématique basé sur le modèle de Hujeux (1985). Zhou et al. (2011) proposent un modèle couplant plasticité, endommagement et viscoplasticité destiné à décrire le comportement thermomécanique des roches salifères. Ce modèle sera présenté dans le paragraphe 3.3.3. Un modèle couplant viscoplasticité et endommagement est également proposé par Darabi et al. (2012) pour modéliser le comportement des matériaux asphaltiques.

3.3.2 Modèle de Hueckel and Borseto (1990)

Ce modèle généralise la théorie de l'état critique (Schofield and Wroth 1968) pour y inclure les effets de la température sur le comportement volumique des matériaux argileux (§ 2.1.1). Par conséquent, seules les composantes sphériques élastique et plastique dépendent de la température.

3.3.2.1 Thermo-élasticité

La déformation volumique élastique dépend non linéairement de la pression moyenne p' et de la température. Le module de compressibilité et le coefficient de dilatation thermique dépendent de la température. La déformation volumique élastique se décompose en deux parties, une partie mécanique et une partie thermique :

$$\epsilon_V^e = \epsilon_V^{m,e} + \epsilon_V^{T,e} \tag{3.57}$$

$$= K_T \ln\left(\frac{p'}{p_{ref}}\right) + \alpha_V \Delta T \tag{3.58}$$

$$= \left(\frac{K_0}{1+e_0} + (\alpha_1 + \alpha_3 \Delta T)\Delta T\right) \ln\left(\frac{p'}{p'_{ref}}\right) + \left(\alpha_0^\star + \alpha_2 \Delta T\right)\Delta T \tag{3.59}$$

K_0 est le module de compressibilité isotherme, e_0 est le volume des vides initial et p' est la pression moyenne effective. p'_{ref} est une pression de référence, correspondant à la pression moyenne dans des conditions géostatiques pour lesquelles le matériau ne se déforme pas. $\Delta T = T - T_0$ quantifie l'écart à une température de référence, T_0. α_1, α_3, $\alpha_0^\star$ et α_2 sont des paramètres matériau décrivant la dépendance du module de compressibilité et du coefficient de dilatation thermique à la température. La partie déviatorique des déformations élastiques est indépendante de la température :

$$\epsilon_Q^e = \frac{1}{3G}(q - q_{ref}) \tag{3.60}$$

G est le module de cisaillement, q est le second invariant du tenseur des contraintes $q = \sqrt{3/2\boldsymbol{s}:\boldsymbol{s}}$. q_{ref} est la valeur de q dans des conditions géostatiques.

3.3.2.2 Plasticité

Les déformations plastiques dépendent également de la température. La loi d'écoulement est non associée :

$$\epsilon_V^p = \dot{\lambda}_V \frac{\partial g^p}{\partial p'} \tag{3.61}$$

$$\epsilon_Q^p = \dot{\lambda}_Q \frac{\partial g^p}{\partial q} \tag{3.62}$$

ϵ_V^p et ϵ_q^p sont respectivement les parties volumique et déviatorique des déformations plastiques. g^p est un potentiel plastique. $\dot{\lambda}_V$ et $\dot{\lambda}_Q$ sont les multiplicateurs plastiques associés aux parties volumique et déviatorique. $\dot{\lambda}_V$ est déterminé par la condition de cohérence :

$$\dot{F}^p \equiv \frac{\partial F^p}{\partial p'}\dot{p}' + \frac{\partial F^p}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial F^p}{\partial T}\dot{T} + \frac{\partial F^p}{\partial \epsilon_V^p}\dot{\epsilon}_V^p = 0 \tag{3.63}$$

$$\dot{\lambda}_V = \frac{\frac{\partial F^p}{\partial p'}\dot{p}' + \frac{\partial F^p}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial F^p}{\partial T}\dot{T}}{\Xi_V^p} \tag{3.64}$$

$\dot{\lambda}_Q$ n'est pas contraint par la condition de cohérence. Selon Hueckel and Borseto (1990), il peut se mettre sous la forme suivante :

$$\dot{\lambda}_Q = \dot{\lambda}_V + \frac{f_1}{H}\dot{T} \tag{3.65}$$

Avec :

$$f_1 = -\frac{\partial F^p}{\partial T} + f_{1T} \tag{3.66}$$

Si $f_{1T} = 0$, l'incrément de déformation plastique déviatorique, $\dot{\epsilon}_Q$ est nul à contrainte constante pendant une augmentation de température. Si $f_{1T} = \partial F^p / \partial T$, la direction de l'incrément de déformation plastique déviatorique ne dépend pas de la température.

ϵ_V^p est la variable d'écrouissage du mécanisme plastique et Ξ_V^p est un module d'écrouissage que nous qualifierons de volumique, défini par :

$$\Xi_V^p = -\frac{\partial F^p}{\partial \epsilon_V^p}\frac{\partial g^p}{\partial p'} \tag{3.67}$$

La surface de plasticité, F^p, correspond à celle d'un modèle de type Cam Clay modifié. Cette surface dépend de l'état de contrainte, (p', q), de la déformation volumique plastique, ϵ_V^p, et de la température, T ou ΔT :

$$F^p \equiv \left(\frac{2p'}{p'_c\left(\epsilon_V^p, \Delta T\right)} - 1\right)^2 + \left(\frac{2q}{M(\Delta T)\, p'_c\left(\epsilon_V^p, \Delta T\right)}\right)^2 - 1 = 0 \tag{3.68}$$

Cette surface représente une demie-ellipse dans le plan des invariants du tenseur des contraintes $\{p', q\}$ (Fig. 2.10). M est la pente de la droite d'état critique qui dépend ou non de la température. Elle sera ici considérée constante. p'_c est la pression de préconsolidation, paramètre d'écrouissage du modèle qui dépend de la variable d'écrouissage ϵ_V^p et de la température :

$$p'_c = p'_{c0} \exp\left(\frac{1}{\lambda - K_T}(1+e_0)\epsilon_V^p\right) + 2\left(a_1 \Delta T + a_2 \Delta T^2\right) \tag{3.69}$$

λ et K_T sont respectivement les modules de compressibilité élasto-plastique et élastique du sol. a_1 et a_2 sont des constantes matériau traduisant l'effet de la température sur la pression de préconsolidation. Finalement, la relation contrainte-déformation est donnée par :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{A} : \boldsymbol{\epsilon} + \boldsymbol{B}\dot{T} \tag{3.70}$$

Soit en fonction de la pression moyenne effective et de la contrainte déviatorique :

$$\begin{pmatrix} \dot{p}' \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{pv} & A_{pq} \\ A_{qv} & A_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_V \\ \dot{\epsilon}_Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_p \\ B_q \end{pmatrix} \dot{T} \tag{3.71}$$

Avec :

$$A_{pv} = H_a^{-1}\left(1 - \frac{1}{\Xi_V^p - \Xi_{cr}}\frac{\partial F^p}{\partial p'}\frac{\partial g^p}{\partial q}\right)p' \tag{3.72}$$

$$A_{pq} = -\frac{3G}{\Xi_V^p - \Xi_{cr}}\frac{\partial F^p}{\partial q}\frac{\partial g^p}{\partial p'} \tag{3.73}$$

$$A_{qv} = -\frac{K_T^{-1}p'}{\Xi_V^p - \Xi_{cr}}\frac{\partial F^p}{\partial p'}\frac{\partial g^p}{\partial q} \tag{3.74}$$

$$A_{qq} = 3G\left(1 - \frac{1}{\Xi_V^p - \Xi_{cr}}\frac{\partial F^p}{\partial q}\frac{\partial g^p}{\partial p'}\right) \tag{3.75}$$

$$B_q = -\frac{1}{\Xi_V^p - \Xi_{cr}}\left(\frac{\partial F^p}{\partial T} - A_T K_T^{-1} p' \frac{\partial F^p}{\partial p'}\frac{\partial g^p}{\partial q}\right) \tag{3.76}$$

$$B_p = \left(A_T K_T^{-1} p'\left(1 - \frac{1}{\Xi_V^p - \Xi_{cr}}\frac{\partial F^p}{\partial T}\frac{\partial g^p}{\partial p'}\right) + \frac{1}{\Xi_V^p - \Xi_{cr}}\frac{\partial F^p}{\partial T}\frac{\partial g^p}{\partial p'}\right) \tag{3.77}$$

$$\Xi_{cr} = -\left(\frac{\partial g^p}{\partial p'} p' K_T^{-1}\frac{\partial F^p}{\partial p'} + 3G\frac{\partial g^p}{\partial q}\frac{\partial F^p}{\partial q}\right) \tag{3.78}$$

$$A_T = \alpha_0^\star + 2\alpha_2 \Delta T + (\alpha_1 + 2\alpha_3 \Delta T)\ln\frac{p'}{p_{ref}} \tag{3.79}$$

3.3.3 Modèle de Zhou et al. (2011)

3.3.3.1 Cadre thermodynamique

Le modèle proposé par Zhou et al. (2011) est basé sur une approche thermodynamique semblable à celle présentée dans le paragraphe 3.2.2. Ce modèle couple plasticité, endommagement et viscoplasticité. L'énergie libre de Helmholz prend la forme suivante :

$$\psi_{HEL} = \psi^{e}_{HEL}\left(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon^{p}} - \boldsymbol{\epsilon^{vp}}, T, \omega\right) + \psi^{p}_{HEL}\left(\gamma^{p}, T, \omega\right) + \psi^{vp}_{HEL}\left(\gamma^{vp}, T, \omega\right) \tag{3.80}$$

$\boldsymbol{\epsilon}$, $\boldsymbol{\epsilon^{e}}$, $\boldsymbol{\epsilon^{p}}$ et $\boldsymbol{\epsilon^{vp}}$ représentent les mêmes quantités que dans le paragraphe 3.2.2. γ^{p} et γ^{vp} sont les variables d'écrouissage des mécanismes plastique et viscoplastique, ω est la variable d'endommagement et T est la température absolue. Comme dans le paragraphe 3.2.2, ψ^{p}_{HEL} et ψ^{vp}_{HEL} représentent les énergies bloquées par les écrouissages plastique et viscoplastique. La partition du tenseur des déformations est identique à celle de l'Équation (3.17). L'énergie libre élastique, ψ^{e}_{HEL}, prend la même forme que celle de l'Équation (3.23). Le tenseur des rigidités élastiques, $\mathbb{A}(T,\omega)$, dépend de la température et de la variable d'endommagement :

$$\mathbb{A}(T,\omega) = 2G(T,\omega)\mathbb{K} + 3K(T,\omega)\mathbb{J} \tag{3.81}$$

Les tenseurs du quatrième ordre $\mathbb{K}$ et $\mathbb{J}$ sont donnés par l'Équation (3.25). Dans l'application faite sur une roche salifère, Zhou et al. (2011) supposent que les modules de compressibilité et de cisaillement sont indépendants de la température. En revanche, $G = (1-\omega)G_0$ dépend de la variable d'endommagement. Les forces thermodynamiques associées aux variables internes sont données par les Équations (3.18) à (3.22) à l'exception près qu'il est nécessaire de définir l'expression de la force thermodynamique associée à la variable d'endommagement :

$$\Upsilon^{\omega} = -\left(\frac{\partial \psi^{e}_{HEL}}{\partial \omega} + \frac{\partial \psi^{p}_{HEL}}{\partial \omega} + \frac{\partial \psi^{vp}_{HEL}}{\partial \omega}\right) \tag{3.82}$$

Nous noterons également :

$$\eta^{p} = -\frac{\partial \psi^{p}_{HEL}}{\partial \gamma^{p}}, \qquad \eta^{vp} = -\frac{\partial \psi^{vp}_{HEL}}{\partial \gamma^{vp}} \tag{3.83}$$

Avec ces notations, l'inégalité de Clausius-Duhem prend la forme suivante :

$$-\dot{\psi}_{HEL} - \dot{T}s - \Upsilon^{\omega}\dot{\omega} + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \geq 0 \tag{3.84}$$

Après avoir défini ce cadre thermodynamique, Zhou et al. (2011) présentent un modèle propre aux roches salifères. Cette présentation passe par l'introduction des surfaces plastique, viscoplastique et d'endommagement et des lois d'écoulement associées à chacun des mécanismes.

3.3.3.2 Mécanisme plastique

Puisque la résistance maximale des roches salifères dépend fortement du confinement, Zhou et al. (2011) proposent un critère de plasticité non linéaire (Fig. 3.11) :

$$F^{p}(\boldsymbol{\sigma}, \eta^{p}) = q - H(\theta)\eta^{p}(T, \gamma^{p}, \omega)\sigma_{c}\left(C_{s} + \frac{p}{\sigma_{c}}\right)^{m} \leq 0 \tag{3.85}$$

$p = Tr(\boldsymbol{\sigma})$, $q = \sqrt{3/2\boldsymbol{s} : \boldsymbol{s}}$ et θ sont respectivement la contrainte moyenne, la contrainte équivalente de von Mises et l'angle de Lode. σ_c est la résistance à la compression simple à température ambiante. C_s est un paramètre qui représente la cohésion du matériau à température ambiante. m est un paramètre matériau qui contrôle la courbure du critère. La fonction $H(\theta)$ décrit la dépendance du critère

plastique à l'angle de Lode dans le plan déviatorique. Pour simplifier, Zhou et al. (2011) considère que $H(\theta) = 1$. Nous ne détaillerons donc pas plus l'expression de cette fonction. η^p est le paramètre d'écrouissage du mécanisme plastique. C'est une fonction croissante de γ^p et décroissante de ω et de T :

$$\eta^p(\gamma^p, T, \omega) = (1-\omega)\left(\eta_0^p + (\eta_m^p - \eta_0^p)\frac{\gamma^p}{b^p(T)+\gamma^p}\right) \tag{3.86}$$

$$b^p(T) = b_0^p \exp\left(a^p(T - T_0)\right) \tag{3.87}$$

η_0^p et η_0^m sont des constantes matériau qui définissent la limite d'élasticité initiale et le seuil de résistance maximale (Fig. 3.11). La fonction b^p contrôle la vitesse d'écrouissage de la surface plastique. Cette vitesse diminue avec la température. b_0^p et a^p sont des constantes matériau. b_0^p contrôle la vitesse d'écrouissage de la surface plastique à température ambiante et a^p traduit la dépendance de cette vitesse à la température.

L'incrément de la variable interne γ^p est défini comme la somme des incréments des déformations équivalentes plastique et viscoplastique :

$$\dot{\gamma}^p = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}}} + \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{vp}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{vp}}}, \qquad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\star} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\star} - \frac{\dot{\varepsilon}_V^{\star}}{3}\boldsymbol{\delta} \tag{3.88}$$

La loi d'écoulement plastique est non associée. Le potentiel d'écoulement, g^p est donné par :

$$g^p = q - \left(\eta^p - \beta^p\right)\left(p + C_s\sigma_c\right) \tag{3.89}$$

Le paramètre β^p contrôle la transition entre des comportements contractant, $\beta^p \geq \eta^p$, et dilatant, $\beta^p \leq \eta^p$ (Fig. 3.11). Puisque η^p décroît avec la température, la transition contractance-dilatance s'opère à des déviateurs plus faibles à température élevée (§ 2.1.2.5).

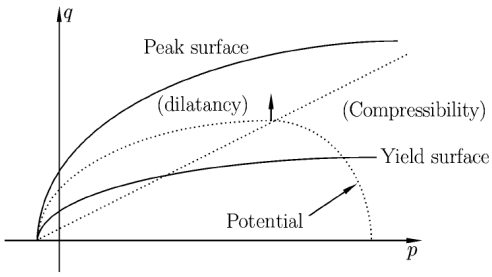


FIGURE 3.10 – *Limite d'élasticité initiale, seuil de résistance maximale, ou seuil de pic, potentiel plastique et droite de transition entre des comportements contractant et dilatant - Source : Zhou et al. (2011).*

3.3.3.3 Mécanisme viscoplastique

Les quantités F^{vp}, η^{vp}, b^{vp} et g^{vp} ont respectivement les mêmes formes que les quantités F^p, η^p, b^p et g^p. Nous ne les détaillerons donc pas. Par analogie, les constantes η_0^{vp} et η_m^{vp} contrôlent les positions de la limite d'élasticité initiale et du seuil maximal du mécanisme viscoplastique. Zhou et al. (2011) confondent les limites d'élasticité initiales des mécanismes plastique et viscoplastique en prenant $\eta_0^p = \eta_0^{vp}$. À nouveau par analogie, les constantes b_0^{vp} et a^{vp} sont introduites pour contrôler la vitesse d'écrouissage de la surface viscoplastique à températures ambiante et élevée. Le paramètre β^{vp} qui contrôle la transition entre des comportements contractant et dilatant est pris égal à β^p. La variable d'écrouissage du mécanisme viscoplastique est identique à celle du mécanisme plastique, $\gamma^{vp} = \gamma^p$.

La loi d'écoulement du mécanisme viscoplastique est donnée par un formalisme de type Perzyna (Perzyna 1971) :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{vp}} = A_v(T)\left\langle \frac{F^{vp}}{\sigma_c} \right\rangle^n \frac{\partial g^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{3.90}$$

$\langle x \rangle = (x+|x|)/2$ désigne les crochets de Macauley. $A_v(T)$ représente un coefficient de *fluidité* inversement proportionnel à la viscosité du matériau. Ce coefficient dépend de la température selon une loi de type Arrhenius :

$$A_v(T) = A_v^0 \exp\left(\frac{-Z}{RT}\right) \tag{3.91}$$

A_v^0 correspond à la valeur du coefficient de *fluidité* à une température de référence, Z est l'énergie d'activation et $R = 8,31441$ kJ/mol/K est la constante universelle des gaz parfaits. Le paramètre A_v augmente avec la température, résultant ainsi en une augmentation de la cinétique de fluage avec la température (§ 2.2).

3.3.3.4 Mécanisme d'endommagement

L'évolution de l'endommagement est supposée indépendante de la température et la variable d'écrouissage γ^p est choisie comme *force motrice* de l'évolution de l'endommagement. La surface du mécanisme d'endommagement prend la forme suivante :

$$F^\omega(\gamma^p, \omega) = \omega - \omega_c\left(1 - \exp\left(-b^\omega \gamma^p\right)\right) \leq 0 \tag{3.92}$$

ω_c représente la valeur maximale d'endommagement qui définit la contrainte résiduelle du matériau (§ 2.1.2.3). Cette valeur décroît rapidement avec le confinement, σ^m :

$$\omega_c = \omega_c^0 \exp - a^\omega \sigma^m \tag{3.93}$$

ω_c^0 représente le rapport entre la résistance résiduelle et la résistance maximale lors d'un essai de compression simple. a^ω est un paramètre qui décrit l'influence du confinement sur la valeur maximale de l'endommagement.

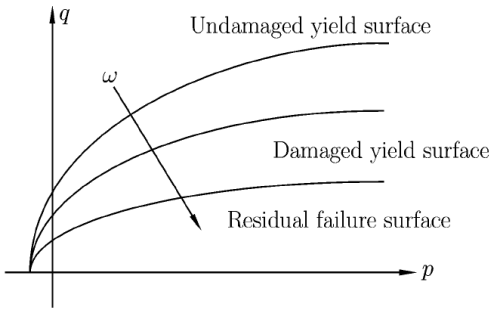


FIGURE 3.11 – *Évolution des surfaces plastique et viscoplastique en fonction de l'endommagement - Source : Zhou et al. (2011).*

Nous retiendrons de ce chapitre :

- *que l'adaptation de modèles mécaniques à des sollicitations thermomécaniques nécessite de redéfinir certains concepts de base tels que les notions de domaine d'élasticité et d'écrouissage. Le premier paragraphe a permis d'aborder ces notions de manière relativement simple en s'appuyant sur des expériences idéales. Ces expériences nous ont également permis de conceptualiser certains résultats du chapitre 2.*
- *qu'une manière de modéliser les phénomènes thermomécaniques observés dans le chapitre 2 est de faire intervenir la température dans les expressions des énergies bloquées par écrouissages plastique et viscoplastique. Dans un cadre couplant plasticité et viscoplasticité, ce résultat implique directement que les paramètres d'écrouissage permettant l'évolution du domaine d'élasticité des mécanismes plastique et viscoplastique dépendent à la fois des variables internes d'écrouissage et de la température. Ce résultat est très important car il nous a permis de savoir où faire intervenir le facteur température dans le modèle de comportement* L&K.

EXTENSION THERMOMÉCANIQUE DU MODÈLE L&K

4

Sommaire

4.1 Cadre physique et concepts du modèle L&K 56
4.1.1 Mécanisme élastoplastique 56
4.1.1.1 Comportement pré-pic 57
4.1.1.2 Comportement post-pic 58
4.1.2 Mécanisme viscoplastique 59
4.1.3 Couplage entre les deux mécanismes 61
4.1.4 Remarques sur le comportement isotrope 62
4.2 Extension thermomécanique du modèle L&K 62
4.2.1 Équations de couplage thermo-poro-élastique 62
4.2.2 Partition du tenseur des déformations 64
4.2.3 Mécanisme élastique 64
4.2.4 Mécanisme plastique 65
4.2.4.1 Expression du critère de plasticité 65
4.2.4.2 Paramètres d'écrouissage 65
4.2.5 Mécanisme viscoplastique 73
4.2.5.1 Expression du critère de viscoplasticité 73
4.2.5.2 Paramètres d'écrouissage 73
4.2.6 Couplage entre les deux mécanismes 75
4.2.7 Lois d'écoulement 76
4.2.8 Lois de dilatance 78
4.3 Intégration numérique 82
4.3.1 Schéma d'intégration explicite 82
4.3.1.1 Détermination de l'incrément du multiplicateur plastique $\Delta\lambda$ 83
4.3.1.2 Opérateur tangent 84
4.3.2 Schéma d'intégration implicite 85
4.3.2.1 Phase de prédiction élastique 85
4.3.2.2 Phase de correction : équations non linéaires à résoudre 85

L'objectif principal de ce chapitre est de présenter les évolutions apportées au modèle de comportement L&K. Ces évolutions concernent à la fois la partie mécanique du modèle proposé par Kleine (2007) et l'intégration des effets de la température. La formulation conceptuelle du modèle de comportement L&K est le fruit des travaux réalisés par Laigle (2004) et Kleine (2007). Nous ne reviendrons pas sur les justifications

phénoménologiques ayant permis d'aboutir à cette formulation. Le premier paragraphe de ce chapitre revient uniquement sur les points essentiels à la compréhension du second paragraphe dans lequel est présentée l'extension thermomécanique proposée dans le cadre de ces travaux de thèse. Le dernier paragraphe revient brièvement sur les grandes lignes de l'intégration numérique du modèle thermomécanique dans le logiciel de calcul Code_Aster.

4.1 CADRE PHYSIQUE ET CONCEPTS DU MODÈLE L&K

L'objectif de ce paragraphe n'est pas de décrire de manière exhaustive la démarche entreprise par Laigle (2004) et Kleine (2007) pour aboutir au développement du modèle *L&K*. Le but est de revenir sur certains points essentiels à la compréhension des paragraphes 4.2 et 4.3. Nous invitons le lecteur à se référer à Laigle (2004), Kleine (2007) et Plassart (2011) pour plus de détails.

Le modèle présenté par Kleine (2007) est un modèle élastoviscoplastique à deux mécanismes. Le premier mécanisme, élastoplastique, s'attache à décrire le comportement déviatorique instantané des géomatériaux. Le second mécanisme, viscoplastique, traduit l'effet du temps sur le comportement déviatorique.

Le comportement déviatorique instantané est caractérisé par des essais de compression simple/triaxiale et d'extension (entre autres). Le cadre conceptuel retenu pour le développement du mécanisme élastoplastique est principalement basé sur l'analyse du comportement en compression triaxiale. La réponse des géomatériaux à ce type de sollicitation se décompose en deux phases (Fig. 4.1). Pour des déformations relativement faibles, la résistance d'un échantillon augmente avec sa déformation axiale. Cette phase, qualifiée de *pré-pic*, prend fin lorsque le matériau atteint sa résistance maximale. Au-delà de ce pic, la résistance diminue jusqu'à atteindre une valeur résiduelle. L'évolution d'un matériau entre ses résistances de pic et résiduelle est qualifiée de *post-pic*. Les comportements pré-pic et post-pic sont détaillés dans le paragraphe 4.1.1.

L'effet du temps sur le comportement déviatorique est caractérisé par des essais de fluage, de relaxation ou de compression triaxiale à différentes vitesses de chargement. Le cadre conceptuel retenu pour le développement du mécanisme viscoplastique est principalement basé sur l'analyse du comportement lors d'un essai de fluage. Ce point est détaillé dans le paragraphe 4.1.2.

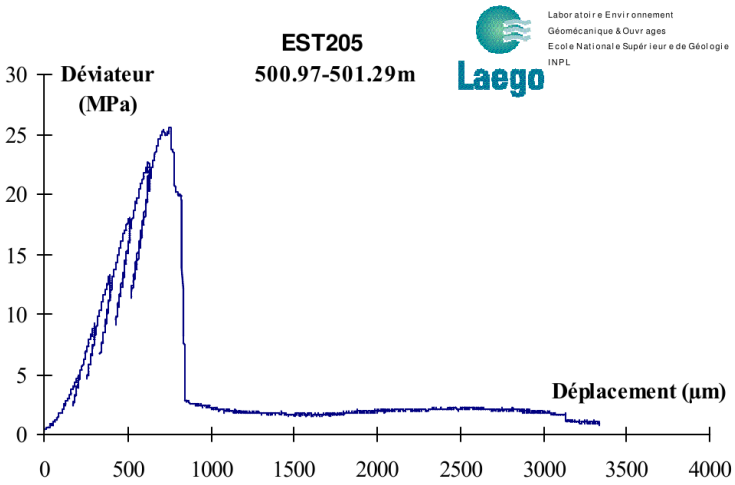


FIGURE 4.1 – *Essai de compression simple sur l'argilite du COx - Source : Hoxha (2005).*

4.1.1 Mécanisme élastoplastique

Le mécanisme élastoplastique s'attache à reproduire les phénomènes suivants (Laigle 2004) :

- le comportement élastique est non linéaire pour des faibles déformations ;
- la résistance maximale dépend du niveau de confinement ;

– le radoucissement post-pic est gouverné par la perte progressive de cohésion et par l'évolution de l'angle de dilatance ;
– l'état résiduel, ou état critique, est caractérisé par une cohésion nulle, une dilatance nulle et un comportement purement frottant.

4.1.1.1 Comportement pré-pic

Le comportement pré-pic peut se décomposer en plusieurs phases. À titre d'exemple, Kleine (2007) et Haïed (1995) en distinguent six (Fig. 4.2) :

Φ 1 : Cette phase, dite de serrage, concerne les faibles niveaux de contrainte. Elle s'accompagne d'une contraction de l'échantillon et traduit la fermeture initiale des fissures pré-existantes au sein du matériau. Cette phase est considérablement réduite, voire inexistante, lorsqu'une pression de confinement est appliquée à l'échantillon.

Φ 2 : Cette phase correspond à la partie linéaire/élastique de la courbe contrainte-déformation et dépasse rarement 40% de la résistance maximale. Le comportement volumique reste contractant mais évolue plus lentement que pendant la première phase.

Φ 3 : Cette phase marque l'initiation de la fissuration et de la dilatance. La propagation des fissures créées reste cependant stable. Le niveau de contrainte correspondant à cette phase est généralement compris entre 30% et 60% de la résistance maximale.

Φ 4 : Pour des déviateurs compris entre 50% et 60% de la résistance maximale, une intensification importante de la fissuration est observée. Une augmentation de la pression de confinement a un effet stabilisateur sur le développement de ces fissures.

Φ 5 : La coalescence des fissures s'amorce. Cette phase correspond à des déviateurs compris entre 70% et 90% de la résistance maximale.

Les phases 3, 4 et 5 ne font pas toujours l'objet d'une telle distinction. Leur caractérisation et les niveaux de déviateur auxquels elles correspondent dépendent fortement de la pression de confinement appliquée à l'échantillon. Pour de faibles confinements, la fissuration deviendra rapidement instable dès la troisième phase. À confinement élevé, cette transition peut être retardée jusqu'à la fin de la cinquième phase.

Φ 6 : Cette phase est associée au développement instable de la fissuration et à une augmentation significative de la dilatance jusqu'à la résistance maximale de l'échantillon.

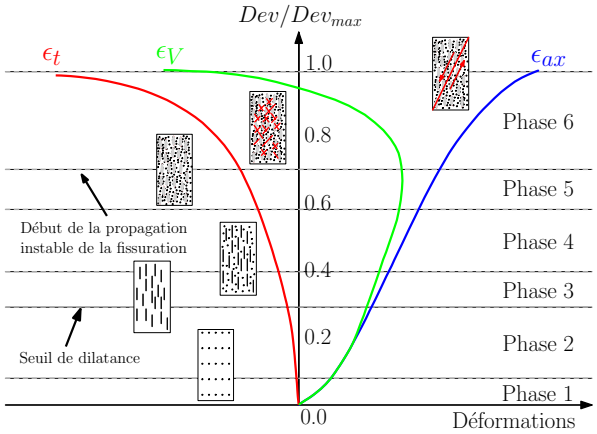


FIGURE 4.2 – *Phases caractérisant les évolutions mécanique et volumique d'un matériau au cours d'essais de compression simple ou triaxiale - Sources : Haïed (1995) repris par Kleine (2007).*

De manière simplifiée, nous retiendrons trois phases :

Φ a : Les phases 1 et 2 peuvent constituer un seul et même domaine à l'intérieur duquel le comportement est élastique. La limite supérieure de cette phase correspond à la limite d'élasticité du matériau.

Φ b : Les phases 3, 4 et 5 peuvent également constituer un seul et même domaine qui marque une transition dans le comportement volumique (fissuration stable/instable). Pour de faibles confinements, cette transition s'opère pour des niveaux de contrainte faibles, proches de la limite d'élasticité initiale. Pour des pressions de confinement élevées, cette transition peut avoir lieu pour des niveaux de contrainte très proches du pic de résistance.

Φ c : La phase 6 est associée au développement instable de la fissuration. La limite supérieure de cette phase coïncide avec la résistance maximale du matériau.

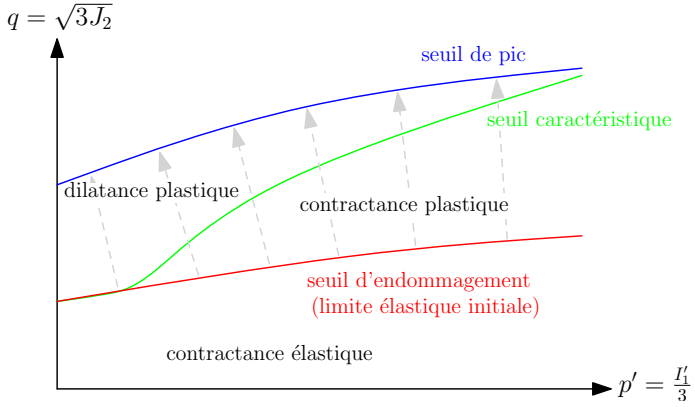


FIGURE 4.3 – *Seuils d'évolution en phase pré-pic. q représente la contrainte équivalente de von Mises (contrainte déviatorique) et p' représente la pression moyenne effective (confinement).*

Cette décomposition en trois phases simplifiées permet de définir trois seuils dans l'espace des contraintes (Fig. 4.3). Les limites supérieures des domaines Φa et Φc caractérisent des seuils *mécaniques* : limite d'élasticité initiale et résistance maximale, également appelée résistance de pic. La limite supérieure de la phase Φb marque une transition dans le comportement *volumique* (contractance/dilatance). Cette transition entre des comportements contractant et dilatant s'opère pour des états de contrainte appelés *états caractéristiques* (Luong 1980, Ibsen and Lade 1999) (voir également § 2.1.2.5 et Fig. 2.23). L'ensemble des états caractéristiques obtenus pour des essais de compression triaxiale à différentes pressions de confinement définit le seuil caractéristique (Fig. 4.3).

Dans le cadre retenu par Kleine (2007), l'écrouissage pré-pic se traduit donc par une *dilatation* du domaine élastique entre les seuils *d'endommagement* (ou limite d'élasticité initiale) et de *pic* (ou résistance maximale) (Fig. 4.3). Lorsque l'état de contrainte se trouve entre la limite d'élasticité initiale et le seuil caractéristique, le comportement volumique plastique est qualifié de contractant. Lorsque l'état de contrainte se trouve entre le seuil caractéristique et le seuil de pic, le comportement volumique plastique est qualifié de dilatant. Le seuil caractéristique est défini comme l'union de la limite d'élasticité initiale (pour des confinements faibles) et d'un seuil appelé limite de *clivage* en référence aux travaux réalisés par Diederichs et al. (2007) et Diederichs and Martin (2010) (confinements plus élevés) (Fig. 4.3). Nous laissons le lecteur se référer à la Figure 2.23 pour une vue globale du comportement élastoplastique pré-pic dans différents plans.

4.1.1.2 Comportement post-pic

Le comportement post-pic caractérise l'évolution du matériau à proximité et au-delà du pic de résistance (entre ses résistances maximale et résiduelle, § 2.1.2.4). La plupart des matériaux cohérents présentent un comportement radoucissant après avoir atteint leur résistance de pic. Ce domaine traduit une détérioration des propriétés mécaniques du matériau et, en particulier, une perte de cohésion. Le comportement post-pic est fortement dépendant du confinement (Kleine 2007). Une augmentation de la pression de confinement a tendance à stabiliser la chute de résistance. Cette stabilisation est cependant progressive et fonction de paramètres extérieurs tels que la vitesse de sollicitation, la température (§ 2.1.2.4), le chemin de contrainte, la pression interstitielle, etc.... Plusieurs faciès de rupture, ou modes de ruine (Laigle 2004), sont observés en fonction de la pression de confinement. Il est communément admis d'en distinguer trois :

- **Confinement faible :** l'échantillon se rompt par *clivage*, la rupture est fragile et explosive. Ce mode de rupture est qualifié de *bifurcation diffuse* par Pellegrino (1996) (Fig. 4.4) ;
- **Confinement intermédiaire :** la formation d'une ou plusieurs structure(s) de cisaillement au sein de l'échantillon contrôle la perte de résistance (Fig. 4.4). Dès la création de ces structures dites *induites* (Laigle 2004), la perte de résistance est entièrement contrôlée par le comportement le long de ces discontinuités jusqu'au seuil résiduel (critère de résistance résiduelle, voir également § 2.1.2.3), état critique du matériau (comportement purement frottant, cohésion et dilatance nulles). Ce mode de rupture est qualifié de *bifurcation localisée* par Pellegrino (1996) ;
- **Confinement élevé :** le comportement devient ductile. L'échantillon peut se déformer de manière importante sans perte de résistance et d'homogénéité. Le comportement volumique peut rester purement contractant. Il y a *mise en tonneau* de l'échantillon (Fig. 4.4).

FIGURE 4.4 – *Les différents modes de rupture en fonction du confinement - Source : Laigle (2004).*

Les travaux réalisés par Laigle (2004) et Kleine (2007) ont permis de mettre en évidence l'existence d'un état intermédiaire entre les résistances maximale et résiduelle d'un matériau. Cet état coïncide avec une perte totale de cohésion et un maximum de dilatance qui correspondent à la formation d'une ou plusieurs surface(s) de cisaillement (Fig. 4.4). L'ensemble de ces états intermédiaires définit un seuil dans l'espace des contraintes, appelé seuil intermédiaire. Laigle (2004) et Kleine (2007) supposent que le seuil intermédiaire coïncide avec la seconde partie du seuil caractéristique introduit dans le paragraphe 4.1.1.1. Il ne faut cependant pas confondre ces deux seuils. Le seuil caractéristique est un seuil de transition dans le comportement volumique pré-pic tandis que le seuil intermédiaire est un seuil *mécanique* par lequel s'écrouit le domaine élastique en régime post-pic. Le comportement volumique en phase post-pic est toujours dilatant, peu importe l'état de contrainte. L'évolution du domaine d'élasticité pour le comportement post-pic se fait donc en deux temps (Kleine 2007) :

- Une première transition entre seuils de pic et intermédiaire pendant laquelle la cohésion du matériau va progressivement s'annuler (grandeur C sur la Fig. 4.5) tandis que la dilatance augmentera pour atteindre son maximum sur le seuil intermédiaire (grandeur ψ sur la Fig. 4.5).
- Une seconde transition entre seuils intermédiaire et résiduel pendant laquelle la dilatance diminue par usure progressive des lèvres des structures de cisaillement créées au niveau du seuil intermédiaire (Fig. 4.5). Sur le seuil résiduel, cohésion et dilatance sont nulles, le comportement est purement frottant (état critique) (grandeur $\phi_{rés}$ sur la Fig. 4.5).

Pour de faibles confinements, la transition entre seuil de pic et seuil résiduel se fait essentiellement par perte de cohésion. Il y a rupture par clivage ou bifurcation diffuse (Fig. 4.5). La dilatance ne fait qu'augmenter, aucune surface de cisaillement indépendante n'est créée. Pour des confinements plus élevés, la tendance s'inverse ; le rôle de la dilatance devient de plus en plus important (Fig. 4.5).

4.1.2 Mécanisme viscoplastique

L'effet du temps sur le comportement d'un matériau s'exprime par différents phénomènes. Citons par exemple :

- **La consolidation :** diminution de volume dans le temps suite à un drainage du matériau (phénomène hydromécanique).
- **Le gonflement :** augmentation de volume engendrée par des modifications chimiques de la structure de la roche.

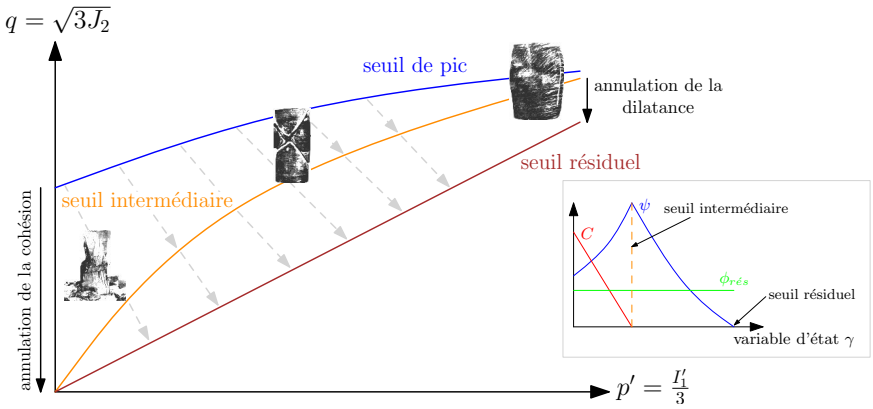


FIGURE 4.5 – *Seuils d'évolution en phase post-pic. q est la contrainte équivalente de von Mises (contrainte déviatorique) et p' représente la pression moyenne effective (confinement)*

- **Le fluage :** déformations différées à chargement constant.
- **La relaxation :** relâchement des contraintes à déformation constante.
- **Le vieillissement :** dégradation des propriétés mécaniques de la roche suite à une altération chimique de ses minéraux constitutifs.
- **La cicatrisation :** phénomène physico-chimique de recristallisation permettant à la roche de retrouver ses propriétés mécaniques.

Le comportement déviatorique différé des géomatériaux peut être caractérisé par différents types d'essais :

- Des essais de compression triaxiale à différentes vitesses de sollicitation : il est communément admis que la résistance maximale d'un matériau diminue avec une diminution de la vitesse de chargement (Kleine 2007).
- Des essais de fluage (Fig. 4.6) : un déviateur est maintenu constant après une phase de confinement isotrope. L'évolution des déformations axiales en fonction du temps permet de caractériser la vitesse et l'amplitude des effets différés. Trois régimes distincts sont généralement mis en évidence : un fluage primaire pendant lequel la vitesse de fluage ne fait que diminuer au cours du temps ; un fluage secondaire pendant lequel la vitesse de fluage est constante ; un fluage tertiaire pendant lequel la vitesse de fluage augmente rapidement. Ce dernier régime mène généralement à la rupture de l'échantillon.
- Des essais de relaxation : la déformation est maintenue constante. La chute de contrainte au cours du temps permet également de caractériser la vitesse et l'amplitude des effets différés.

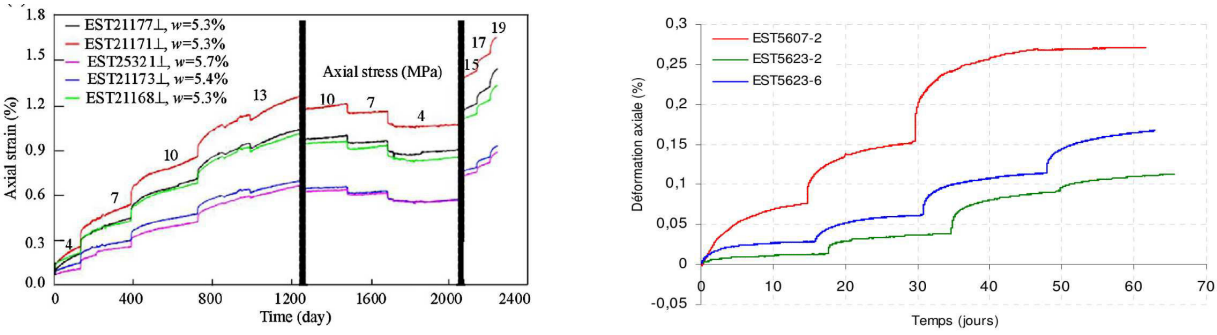


FIGURE 4.6 – *Résultats d'essais de fluage réalisés sur l'argilite du COx - Sources : Zhang et al. (2010) repris par Armand et al. (2013) (à gauche), Hoxha (2003) repris par Kleine (2007) (à droite).*

En fonction du niveau de déviateur appliqué à un échantillon, les trois régimes de fluage présentés ci-dessus peuvent ou non exister. Pour des niveaux de déviateur faibles, le fluage se stabilise rapidement (fluage primaire). Pour des déviateurs plus élevés, le comportement à long terme évolue de manière instable. Le temps de transition entre fluages secondaire et tertiaire dépend du niveau de contrainte appliqué et de paramètres extérieurs tels que la température (§ 2.2.1). Une augmentation

de la pression de confinement stabilise le comportement à long terme. L'identification des états de contrainte correspondant à la transition entre des comportements à long terme stable et instable pour différentes pressions de confinement permet de définir un seuil dans l'espace des contraintes, appelé seuil viscoplastique maximal. Ce seuil est également appelé seuil de résistance à long terme par Kleine (2007) car le niveau de contrainte de transition entre fluages stable et instable correspond aussi à la résistance maximale pouvant être atteinte lors d'un essai de compression triaxiale à vitesse de chargement infiniment lente.

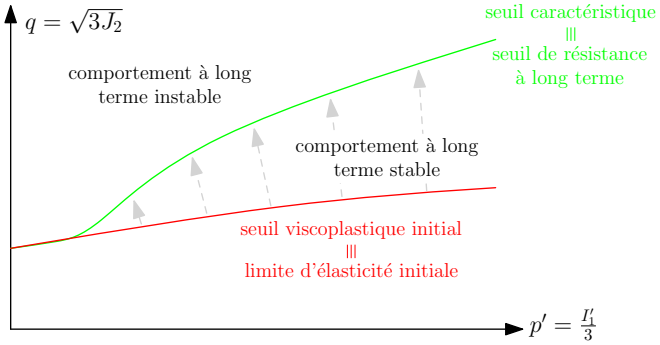


FIGURE 4.7 – *Seuils d'évolution pour le mécanisme viscoplastique. q est la contrainte équivalente de von Mises (contrainte déviatorique) et p' représente la pression moyenne effective (confinement)*

L'existence de ce seuil ne fait pas l'unanimité auprès de la communauté scientifique car sa détermination reste difficile à définir, en particulier pour les matériaux à cinétique de fluage lente. Cependant, basé sur plusieurs travaux énumérés par Kleine (2007), le modèle *L&K* retient comme seuil de résistance à long terme, le seuil d'initiation de fissurations d'extension (fissuration instable), c'est à dire l'enveloppe du seuil d'endommagement et de la limite de clivage (Figs. 4.3 et 4.7). Le seuil de résistance à long terme coïncide donc avec le seuil caractéristique défini dans le paragraphe 4.1.1.1. Là encore, il ne faut pas confondre le rôle de ces deux seuils. Le seuil viscoplastique maximal est un seuil *mécanique* par lequel s'écrouit le domaine d'élasticité du mécanisme viscoplastique tandis que le seuil caractéristique est un seuil de transition dans le comportement volumique pour les deux mécanismes. Avec ces définitions, un comportement à long terme instable correspond nécessairement à un état volumique dilatant. Le seuil d'initiation des déformations viscoplastiques correspond à la limite d'élasticité initiale (seuil d'endommagement) (Fig. 4.7). Le domaine élastique du mécanisme viscoplastique évolue donc entre la limite d'élasticité initiale (qui est identique à celle du mécanisme élastoplastique) et le seuil de résistance à long terme. Lors d'un essai de fluage, un déviateur maintenu constant entre la limite d'élasticité initiale et le seuil viscoplastique maximal correspond à un fluage stable (fluage primaire) et à un comportement volumique contractant. Un déviateur maintenu constant entre le seuil viscoplastique maximal et le seuil de pic correspond à un comportement à long terme instable et à un comportement volumique dilatant.

4.1.3 Couplage entre les deux mécanismes

Comme indiqué dans le paragraphe 4.1.2, la résistance maximale atteinte lors d'un essai de compression triaxiale dépend de la vitesse de sollicitation et donc du temps. Or la résistance maximale est une notion uniquement portée par le mécanisme plastique (seuil de pic) qui est indépendant du temps. Pour être en mesure de reproduire ce genre de phénomène, il est donc nécessaire de coupler les deux mécanismes afin d'introduire, de manière implicite, la notion de temps au sein du mécanisme plastique.

Le couplage introduit par Kleine (2007) s'opère au niveau des variables internes d'écrouissage des deux mécanismes. Lorsque l'état de contrainte se trouve au-dessus du seuil viscoplastique maximal, l'écrouissage de la surface viscoplastique influence celui de la surface plastique. Le lecteur se référera à Kleine (2007) pour plus de détails à ce sujet. Le couplage entre les deux mécanismes sera par ailleurs évoqué dans le paragraphe 4.2.6 dans lequel nous présenterons les expressions des variables

d'écrouissage des deux mécanismes.

4.1.4 Remarques sur le comportement isotrope

Le modèle de comportement *L&K* a initialement été développé pour reproduire le comportement d'ouvrages souterrains lors d'excavations. Le chemin de contrainte suivi en paroi d'une galerie souterraine lors d'une excavation n'est pas isotrope. Le modèle développé par Laigle (2004) et Kleine (2007) s'attache donc essentiellement à reproduire le comportement déviatorique des géomatériaux. Le long d'un chemin de contrainte purement hydrostatique, le comportement modélisé reste élastique non linéaire. Le modèle thermomécanique présenté dans le paragraphe suivant ne pourra donc pas reproduire des phénomènes tels que la contraction thermique mise en évidence dans le paragraphe 2.1.1.2.

4.2 EXTENSION THERMOMÉCANIQUE DU MODÈLE L&K

L'objectif de ce paragraphe est de présenter les évolutions apportées au modèle de comportement *L&K*, que ce soit sur la partie mécanique du modèle ou sur l'intégration des effets de la température. L'intégralité des équations constitutives du modèle est présentée dans ce paragraphe. Quelques commentaires seront formulés concernant les évolutions apportées au modèle proposé par Kleine (2007) et l'intégration des effets de la température. Nous nous référerons aussi souvent que possible au contenu du chapitre 2. Par souci de clarté et de concision, nous ne détaillerons pas toutes les modifications faites par rapport à l'écriture proposée par Kleine (2007). Le but n'est pas de comparer deux formalismes mathématiques.

Même si le rôle de l'eau n'a pas été explicitement abordé dans les chapitres 2 et 3, nous rappelons que le modèle thermomécanique proposé dans ce paragraphe est couplé aux équations classiques de la thermo-poro-élasticité au sens de Coussy (2004) et Biot (1973). Les équations de couplage sont brièvement rappelées dans le premier paragraphe. Pour plus d'informations, le lecteur pourra se référer à Coussy (2004) et à Granet (2013) et Granet (2014) pour des compléments sur les algorithmes de couplage intégrés dans le logiciel de calcul Code_Aster.

4.2.1 Équations de couplage thermo-poro-élastique

Un milieu poreux saturé peut être considéré comme une superposition de deux milieux continus : le squelette, union de la matrice solide et des réseaux poreux connectés et occlus, et le fluide, assimilé dans notre cas à de l'eau (Fig. 4.8).

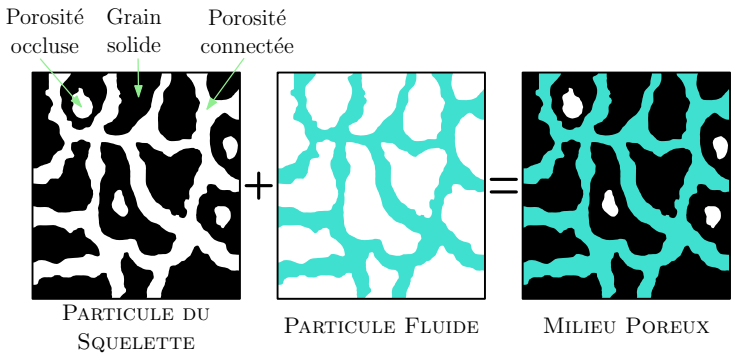


FIGURE 4.8 – *Le milieu poreux saturé vu comme une superposition de deux milieux continus - Source : Coussy (2004).*

En présence de variations de température, l'équilibre du milieu est décrit par les équations de conservation de la quantité de mouvement (4.1) et de la masse fluide (4.2), par la loi de Darcy (4.3) et par la

loi de Fourier (4.4).

$$\overrightarrow{\mathrm{div}}(\boldsymbol{\sigma}) + \rho_m \overrightarrow{g} = \overrightarrow{0} \tag{4.1}$$

$$\frac{dm_w}{dt} = -\mathrm{div}\left(\overrightarrow{q}_w\right) \tag{4.2}$$

$$\frac{\overrightarrow{q}_w}{\rho_w} = -\frac{k}{\mu_w}\overrightarrow{\nabla}\left(p_w\right) \tag{4.3}$$

$$\overrightarrow{q}_T = -\lambda\overrightarrow{\nabla}\left(T\right) \tag{4.4}$$

$\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy, T est la température absolue, $\overrightarrow{g}$ est l'accélération de la pesanteur, ρ_m et ρ_w sont respectivement les masses volumiques du milieu poreux et de l'eau. $\overrightarrow{q}_w$ est le flux hydraulique, μ_w est la viscosité de l'eau, k est la perméabilité, $\overrightarrow{q}_T$ est le flux thermique et λ est la conductivité thermique.

En supposant que le coefficient de Biot, b, et le coefficient de dilatation thermique du squelette, α_V, sont des scalaires, les équations de couplage, ou équations constitutives, liant l'évolution des variables d'état observables (le tenseur des déformations élastiques, $\boldsymbol{\epsilon^e}$, la masse fluide, m_w, et la température, T) aux évolutions du tenseur des contraintes, $\boldsymbol{\sigma}$, de la pression de liquide, p_w, et de l'entropie du système, s, sont :

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{A} : d\boldsymbol{\epsilon^e} - b\left(dp_w\right)\boldsymbol{\delta} - \alpha_V\left(dT\right)\mathbb{A} : \boldsymbol{\delta} \tag{4.5}$$

$$dp_w = M\left(\frac{dm_w}{\rho_w} - b\left(d\epsilon_V^e\right) + 3\alpha_m\left(dT\right)\right) \tag{4.6}$$

$$ds = s_w\left(dm_w\right) + \alpha\left(\mathbb{A} : \boldsymbol{\delta}\right) : d\boldsymbol{\epsilon^e} - 3\alpha_m\left(dp_w\right) + C_d\frac{dT}{T} \tag{4.7}$$

Où $s = s_s + m_w s_w$ et :

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{N} + \frac{\phi}{K_w} \tag{4.8}$$

$$\alpha_m = \alpha_\phi + \phi\alpha_w = \alpha_V(b - \phi_0) + \phi\alpha_w \tag{4.9}$$

$$C_d = C + m_w C_p \tag{4.10}$$

Dans ces équations, $\mathbb{A}$ est le tenseur des rigidités élastiques, N est le module *tangent* de Biot qui lie l'évolution des pressions d'eau, dp_w, et la variation de porosité, $d\phi$, $\boldsymbol{\epsilon}$ est le tenseur des déformations élastiques, $\epsilon_V^e = Tr(\boldsymbol{\epsilon^e})$ est la déformation volumique élastique, $\boldsymbol{\delta}$ est le tenseur identité d'ordre deux, ϕ représente la porosité connectée, K_w est le module de compressibilité de l'eau, ϕ_0 est une valeur de référence de porosité, α_V et α_w sont respectivement les coefficients de dilatation thermique du squelette et de l'eau, C est la capacité calorifique du squelette à déformation et pression d'eau constantes, C_p est la capacité calorifique de l'eau à pression constante, s_s est l'entropie du squelette et s_w est l'entropie spécifique de l'eau. La relation (4.5) peut être réécrite comme suit :

$$d\left(\boldsymbol{\sigma} + bp_w\boldsymbol{\delta}\right) = \mathbb{A} : \left(d\boldsymbol{\epsilon^e} - \alpha_V\left(dT\right)\boldsymbol{\delta}\right) \tag{4.11}$$

La quantité $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + p_w\boldsymbol{\delta}$ est assimilée à une contrainte effective appliquée au squelette. Cette contrainte effective correspond à la partie du tenseur des contraintes intégrée au modèle de comportement thermomécanique présenté dans les paragraphes suivants. Dans le cas d'un squelette incompressible, $b = 1$, nous retrouvons le principe de Terzaghi (Terzaghi 1943).

Finalement, en couplant les Équations (4.1)-(4.4) aux relations (4.5)-(4.7), nous obtenons les équations de diffusions hydraulique et thermique :

$$\frac{k}{\mu_w}\mathrm{div}\left(\overrightarrow{\nabla}p_w\right) = \frac{1}{M}\frac{dp_w}{dt} + b\frac{d\epsilon_V^e}{dt} - 3\alpha_m\frac{dT}{dt} \tag{4.12}$$

$$\lambda\mathrm{div}\left(\overrightarrow{\nabla}T\right) = \alpha_V T\left(\mathbb{A} : \boldsymbol{\delta}\right) : \frac{d\boldsymbol{\epsilon^e}}{dt} - 3\alpha_m T\frac{dp_w}{dt} + C_d\frac{dT}{dt} \tag{4.13}$$

Le modèle de comportement thermomécanique que nous présentons dans les paragraphes suivants est couplé à ces équations par le biais des quantités $\boldsymbol{\sigma}'$ et $\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{e}}$. Les écoulements plastique et viscoplastique sont intégrés à ce couplage par la notion de partition du tenseur des déformations. Cette notion a déjà été introduite dans le paragraphe 3.2.2.2. Nous la rappelons dans le paragraphe suivant.

4.2.2 Partition du tenseur des déformations

Le tenseur des déformations est divisé en quatre parties (Éq. 4.14). Le tenseur des déformations élastiques se décompose en une partie mécanique, $\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{m,e}}$, et en une partie thermique, $\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{T,e}}$. Les déformations irréversibles se décomposent en une partie plastique (instantanée), $\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{p}}$, et en une partie viscoplastique (différée), $\boldsymbol{\epsilon}^{\boldsymbol{vp}}$. Sous l'hypothèse des petites perturbations, cette décomposition est également valable pour une écriture incrémentale :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{m,e}} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{T,e}} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{vp}} \tag{4.14}$$

Nous rappelons ici que la notation $\dot{x}$ représente la dérivée par rapport au temps de la grandeur x et que la notion de temps physique est uniquement valable pour le mécanisme viscoplastique. La notion de temps pour les mécanismes élastique et plastique fait référence à un pas de temps d'intégration numérique.

4.2.3 Mécanisme élastique

L'incrément de déformation élastique *mécanique* est lié à l'incrément de contrainte par une relation élastique non linéaire, qualifiée d'hypoélastique :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{m,e}} = \frac{1}{2G}\dot{\boldsymbol{s}} + \frac{1}{9K}\dot{I}_1'\boldsymbol{\delta} \tag{4.15}$$

K et G sont respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement qui dépendent de l'état de contrainte moyen (Éqs. 4.16 et 2.8). $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\delta}$ est la partie déviatorique du tenseur des contraintes, $\boldsymbol{\sigma}$. $I_1' = 3p' = Tr(\boldsymbol{\sigma}')$ est le premier invariant du tenseur des contraintes effectives, $\boldsymbol{\sigma}'$. $p^{(f)}$ est la pression moyenne$^{(\text{effective})}$. $\boldsymbol{\delta}$ est le tenseur identité d'ordre deux.

$$K = K_0\left(\frac{p'}{P_a}\right)^{n_{élas}}, \qquad G = G_0\left(\frac{p'}{P_a}\right)^{n_{élas}} \tag{4.16}$$

$P_a = 0,1$ MPa est la pression atmosphérique, K_0 et G_0 sont les modules de compressibilité et de cisaillement à pression atmosphérique et $n_{élas}$ est une constante matériau qui traduit l'évolution des modules élastiques en fonction de l'état de contrainte moyen.

Dans les paragraphes 2.1.1.3 et 2.1.2.1, nous avons mis en évidence une tendance à la diminution des modules élastiques avec la température pour les roches tendres et dures. Cependant, cette évolution semblait moins franche pour des matériaux argileux, fortement dépendante de paramètres extérieurs tels que l'humidité relative et négligeable par rapport aux effets de la pression de confinement dans les gammes de températures couramment envisagées. Nous avons donc décidé de ne pas prendre en compte les effets de la température sur les modules élastiques.

L'incrément de déformation élastique *thermique*, $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{T,e}}$, est lié à l'incrément de température, $\dot{T}$, par la relation (2.3) que nous rappelons ci-dessous :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{T,e}} = \alpha_V \dot{T}\boldsymbol{\delta} \tag{4.17}$$

Nous supposons, en première approximation, que α_V est indépendant de la température.

Remarque : Le code de calcul Code_Aster offre déjà la possibilité de définir les modules élastiques et le coefficient de dilatation thermique comme des fonctions de la température à travers la définition de variables de commandes (Pellet 2014). Nous avons donc jugé peu pertinent d'imposer une fonction en particulier sachant que ces lois d'évolution peuvent dépendre des différents couplages multiphysiques pris en compte et du matériau considéré.

4.2.4 Mécanisme plastique

4.2.4.1 Expression du critère de plasticité

L'expression générale du critère de plasticité reste inchangée par rapport au critère proposé par Kleine (2007) :

$$F^p(\boldsymbol{\sigma}', a^p, s^p, m^p) \equiv \frac{qH(\theta)}{\sigma_c H_0^c} - \left(\frac{m^p}{\sigma_c}\left(p' - \frac{qH(\theta)}{3H_0^c}\right) + s^p\right)^{a^p} = 0 \tag{4.18}$$

Les quantités a^p, s^p et m^p sont les paramètres d'écrouissage du mécanisme plastique. Les expressions de ces paramètres sont détaillées dans le paragraphe 4.2.4.2. Nous laissons le lecteur se référer à Kleine (2007) ou à Hoek et al. (2002) pour plus de détails sur la signification physique des paramètres a, m et s. s peut être associé à un terme de cohésion (un matériau est supposé intact si $s = 1$ et granulaire si $s = 0$), m peut être assimilé à un terme de friction ou de frottement définissant la pente du critère dans le plan des contraintes principales et a peut être assimilé à un terme de *dilatance* (Laigle 2004). $q = \sqrt{3J_2} = \sqrt{3/2\boldsymbol{s} : \boldsymbol{s}}$ est la contrainte équivalente de von Mises. σ_c est la résistance à la compression simple. La fonction $H(\theta)$ traduit l'influence du troisième invariant du tenseur des contraintes sur la forme du critère de plasticité dans le plan déviatorique, ou plan π (plan de normale p'). θ est l'angle de Lode (Éq. 4.21). Cette fonction a été modifiée pour permettre de garantir la convexité du critère *L&K* dans le plan π pour tout jeu de paramètres matériau. Les recherches menées dans le cadre de cette thèse ont permis d'aboutir à une nouvelle expression inspirée des travaux de Bigoni and Piccolroaz (2004) :

$$H(\theta) = \cos\left(\beta\frac{\pi}{6} - \frac{1}{3}\arccos\left(\gamma\cos 3\theta\right)\right) \tag{4.19}$$

$$H_0^c = H(0) = \cos\left(\beta\frac{\pi}{6} - \frac{1}{3}\arccos\left(\gamma\right)\right) \tag{4.20}$$

$$\theta \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right], \quad \cos 3\theta = \frac{\sqrt{54}\det \boldsymbol{s}}{\left(\sqrt{\boldsymbol{s} : \boldsymbol{s}}\right)^3} \tag{4.21}$$

β est une constante fixée à 1,5 dans le cadre de des travaux de thèse et γ est une constante matériau qui varie entre 0 et 1. Pour $\gamma = 0$, le critère de plasticité est indépendant de θ (critère de type Drucker-Prager). Pour $\gamma = 1$, nous retrouvons le critère de Mohr-Coulomb. La Figure 4.9 présente l'évolution du critère de plasticité dans le plan π pour plusieurs valeurs des constantes γ et β. La relation (4.19) a l'avantage d'introduire une seule constante matériau, γ, et de garantir la convexité du critère pour $0 \leq \gamma \leq 1$. γ peut, par exemple, être déterminé en identifiant la résistance maximale atteinte lors d'essais d'extension.

Remarque : $\beta = 1{,}5$ est une valeur par défaut. D'autres valeurs pour β sont possibles et l'impact de ce choix est présenté sur la Figure 4.9. Dans tous les cas, le critère reste convexe pour $0 \leq \gamma \leq 1$.

4.2.4.2 Paramètres d'écrouissage

Dans les paragraphes 3.2 et 3.3, nous avons vu qu'il y avait possibilité de couplage thermomécanique au niveau des variables d'état si nous faisions intervenir la température dans l'expression des énergies

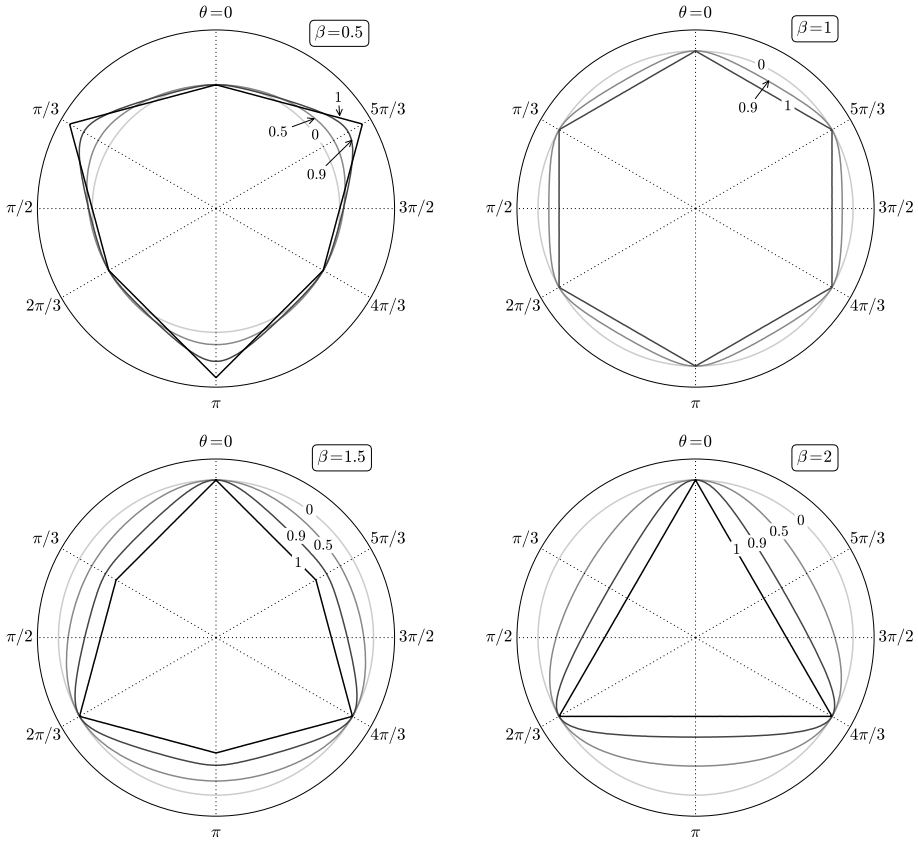


FIGURE 4.9 – *Évolution du critère de plasticité dans le plan π pour* $\beta \in \{0,5;1;1,5;2\}$ *et* $\gamma \in \{0;0,5;0,9;1\}$ *(les valeurs sont notées sur les graphiques).*

bloquées par écrouissages plastique et viscoplastique. Faire dépendre ces quantités de la température se traduit ici par la définition de paramètres d'écrouissage fonctions de la température. Les paramètres d'écrouissage a^p, s^p et m^p sont donc définis comme des fonctions de la variable d'écrouissage du mécanisme plastique, que nous noterons ξ^p, et de la température, T. L'expression de ξ^p sera détaillée dans le paragraphe 4.2.6. Les valeurs prises par ces fonctions traduisent l'évolution du domaine d'élasticité entre les différents seuils présentés sur les Figures 4.3 et 4.5. Cependant, par rapport au cas mécanique, ces seuils ne sont plus statiques ; ils évoluent en fonction de la température (§ 3.1).

Nous distinguerons trois phases. La première phase correspond à un écrouissage positif du domaine d'élasticité entre la limite d'élasticité initiale et le seuil de pic (Fig. 4.3). Les deuxième et troisième phases correspondent à un écrouissage négatif entre (1) le seuil de pic et le seuil intermédiaire et (2) le seuil intermédiaire et le seuil résiduel (Fig. 4.5).

Les expressions des paramètres d'écrouissage ont toutes été modifiées par rapport aux fonctions proposées par Kleine (2007) et Plassart (2011). Pour ne pas gêner le lecteur, nous ne présentons dans ce mémoire que les expressions proposées dans le cadre de ces travaux de thèse.

Nous utiliserons le terme de *surface plastique* ou *surface du mécanisme plastique* pour désigner la frontière du domaine d'élasticité *actuel* du mécanisme plastique.

Entre la limite d'élasticité initiale et le seuil de pic

Le domaine d'élasticité évolue dans un premier temps entre la limite d'élasticité initiale, ou seuil d'endommagement, et le seuil de pic (Fig. 4.3 et numéro 2 sur Fig. 4.10). Entre ces deux seuils, les paramètres d'écrouissage évoluent comme suit :

$$a^p(\xi^p, T) = 0.5 \tag{4.22}$$

$$s^p(\xi^p, T) = s_{[1]} - \left(s_{[1]} - s_{[0]}\right)\left(1 - \frac{\xi^p}{\xi_{[1]}}\right)^{v_1} \tag{4.23}$$

$$m^p(\xi^p, T) = m_{[1]} - \left(m_{[1]} - m_{[0]}\right)\left(1 - \frac{\xi^p}{\xi_{[1]}}\right)^{v_1} \tag{4.24}$$

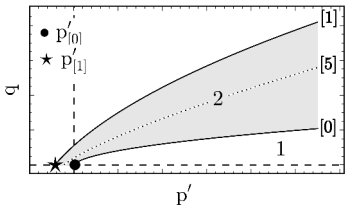


FIGURE 4.10 – *Évolution de la surface plastique entre le seuil d'endommagement, indicée* $_{[0]}$*, et le seuil de pic, indicé* $_{[1]}$*.*

Les indices $_{[0]}$ et $_{[1]}$ désignent respectivement les valeurs prises par les paramètres s^p, m^p et ξ^p sur les seuils d'endommagement et de pic.

Dans le paragraphe 2.1.2.2, nous avons mis en évidence une diminution de la résistance maximale avec la température. Cette évolution était par ailleurs non linéaire pour les roches tendres et dures (Fig. 2.19). Sur le seuil de pic, les paramètres s^p et m^p prennent respectivement les valeurs $s_{[1]}$ et $m_{[1]}$. Si nous souhaitons faire dépendre la résistance maximale de la température, $s_{[1]}$ et $m_{[1]}$ doivent être des fonctions de T et ces fonctions doivent être non linéaires. Pour définir ces lois d'évolution, nous nous sommes essentiellement inspirés des résultats des Figures 2.19 et 2.21. Nous proposons les expressions suivantes :

$$m_{[1]} = m^0_{[1]} e^{r^m (T - T_0)^2} \tag{4.25}$$

$$s_{[1]} = e^{r^s (T - T_0)^2} \tag{4.26}$$

$m^0_{[1]}$, r^m et r^s sont des paramètres matériau, T_0 est une température de référence et T est la température à un instant t. Les paramètres r^m et r^s traduisent l'influence de la température sur la résistance maximale. Ces constantes doivent être strictement négatives et respecter la condition suivante $r^s \leq r^m$. La Figure 4.11 présente l'évolution des paramètres $m_{[1]}$ et $s_{[1]}$ et du seuil de pic en fonction la température.

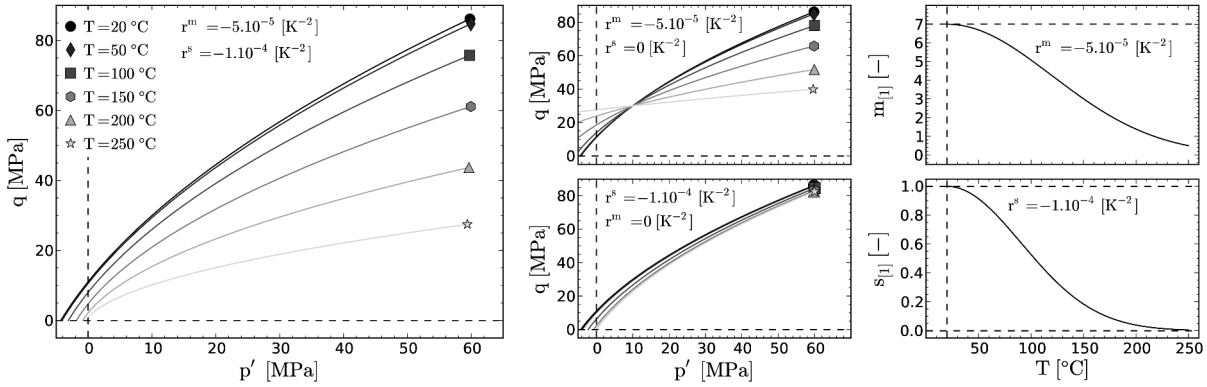


FIGURE 4.11 – *Influence de la température sur les paramètres* $m_{[1]}$ *et* $s_{[1]}$ *et sur le seuil de pic dans le plan des invariants du tenseur des contraintes* $\{p', q\}$ *-* $m^0_{[1]} = 7$, $r^m = -5.10^{-5}$ K^{-2}, $r^s = -1.10^{-4}$ K^{-2}, $\sigma_c = 30$ *MPa*, $\theta = 0$, $\gamma = 0$.

Conformément au cadre fixé par Kleine (2007), nous remarquons que $s^0_{[1]} = 1$. Le terme de cohésion du critère *L&K* est donc maximal sur le seuil de pic à température ambiante. Nous noterons également les ressemblances entre l'évolution de ce terme de cohésion et l'évolution proposée par Heuze (1983) sur la Figure 2.21.

Nous n'avons pas trouvé beaucoup de données expérimentales concernant l'influence de la température sur la position et la forme de la limite d'élasticité initiale. Dans le paragraphe 3.1, nous avons vu qu'elle s'écrouissait négativement avec la température (Picard 1994). Nous ferons ici la même hypothèse. Il apparaît de plus naturel de faire évoluer la limite d'élasticité initiale et le seuil de pic de la même manière (§ 3.1). Nous proposons donc de faire varier le paramètre $m_{[0]}$ (Éq. 4.24) en fonction

de la température comme suit :

$$m_{[0]} = m_{[0]}^0 e^{r^m (T-T_0)^2} \tag{4.27}$$

$m_{[0]}^0$ est un paramètre matériau. $s_{[0]}$ (Éq. 4.23) est déterminé de manière analytique en supposant que le rapport entre les limites d'élasticité initiales en compression et en traction est égal à 10 (Éq. 4.28). Cette valeur est couramment utilisée comme rapport entre les résistances maximales en compression et en traction des roches et des bétons. Par simplification, nous l'avons ici extrapolée au cas de la limite d'élasticité initiale.

$$s_{[0]} = \left(\frac{m_{[0]}\zeta}{1-\zeta^2} \right)^2, \qquad \zeta = 0,1 \tag{4.28}$$

Nous noterons que $s_{[0]}$ varie également avec la température via $m_{[0]}$. Le paramètre $\xi_{[1]}$ (Éqs. 4.23 et 4.24) contrôle l'abscisse du pic de résistance dans le plan $\{\epsilon_{ax}, q\}$ où ϵ_{ax} représente la déformation axiale d'un échantillon lors d'un essai de compression triaxiale (Fig. 4.12). Nous avons vu dans le paragraphe 2.1.2.2 que la température pouvait influencer ou non la position du pic de résistance. C'était le cas pour l'argile silteuse de Pontida et l'argile de Boom mais ne semblait pas l'être pour l'argilite du Cox, l'argilite de Tournemire et le granite de Westerly. Inspirés des travaux de Zhou et al. (2011), nous proposons de faire évoluer $\xi_{[1]}$ avec la température comme suit :

$$\xi_{[1]} = \xi_{[1]}^0 e^{r_{[1]}^x (T-T_0)} \tag{4.29}$$

$\xi_{[1]}^0$ est un paramètre matériau qui contrôle l'abscisse du pic de résistance à température ambiante et $r_{[1]}^x$ est un paramètre matériau strictement positif qui traduit l'évolution de cet abscisse en fonction de la température. Enfin, v_1 est un paramètre matériau strictement supérieur à 1 qui influence la vitesse d'écrouissage de la surface du mécanisme plastique entre les seuils d'endommagement et de pic (Fig. 4.12).

Si nous faisons le bilan, les paramètres matériau introduits par les relations d'écrouissage entre les seuils d'endommagement et de pic sont :

Paramètres matériau	Intervalles de définition
$m_{[0]}^0$	$\mathbb{R}^+$
$m_{[1]}^0$	$\left[m_{[0]}^0, \infty\right[$
r^m	$[r^s, 0]$
r^s	$]-\infty, r^m]$
$\xi_{[1]}^0$	$\mathbb{R}^+$
$r_{[1]}^x$	$\mathbb{R}^+$
v_1	$]1, \infty[$

Tous ces paramètres peuvent être déterminés relativement facilement à partir de résultats d'essais de compression triaxiale à températures ambiante et élevée :

- $m_{[1]}^0$ s'obtient en ajustant le seuil de pic sur les résistances maximales obtenues pour plusieurs pressions de confinement à température ambiante.
- r^s et r^m sont déterminés en ajustant le seuil de pic sur l'ensemble des résistances maximales obtenues pour plusieurs pressions de confinement et plusieurs températures.
- $\xi_{[1]}^0$ s'obtient en déterminant les abscisses des pics de résistance dans le plan $\{\epsilon_{ax}, q\}$ pour plusieurs pressions de confinement à température ambiante.
- $r_{[1]}^x$ peut être déterminé en ajustant les abscisses des pics de résistance dans le plan $\{\epsilon_{ax}, q\}$ pour plusieurs pressions de confinement et plusieurs températures.
- v_1 peut être déterminé en ajustant la partie pré-pic des courbes contrainte-déformation axiale à température ambiante.
- $m_{[0]}^0$ peut être déterminé en identifiant le niveau de contrainte pour lequel des déformations irréversibles apparaissent. Par manque de données expérimentales, Kleine (2007) et Cai et al.

(2004) proposent de fixer la limite d'élasticité à confinement nul à 30% de la résistance à la compression simple. Ici, cette hypothèse implique directement que $m^0_{[0]} \approx 3$. Cette valeur semble correcte pour des roches dures mais trop élevée pour des roches tendres et des sols.

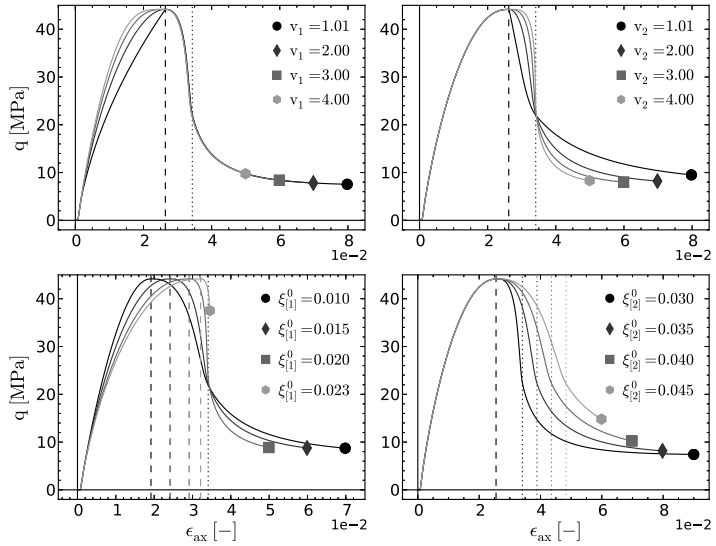


FIGURE 4.12 – *Influence des paramètres $\xi^0_{[1]}$, $\xi^0_{[2]}$, v_1 et v_2 sur la position et la forme des courbes contrainte-déformation. Les lignes tiretées correspondent à un état de contrainte qui se trouve sur le seuil de pic. Les lignes en pointillés correspondent à un état de contrainte qui se trouve sur le seuil intermédiaire.*

Entre le seuil de pic et le seuil intermédiaire

Le domaine d'élasticité du mécanisme plastique s'écrouit ensuite négativement entre le seuil de pic et le seuil intermédiaire (Fig. 4.5 et numéro 3 sur la Fig. 4.13). Entre ces deux seuils, les paramètres d'écrouissage évoluent comme suit :

$$a^p(\xi^p, T) = \frac{1}{2} + \left(a_{[2]} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{\xi^p - \xi_{[1]}}{\xi_{[2]} - \xi_{[1]}}\right)^{v_2} \tag{4.30}$$

$$s^p(\xi^p, T) = s_{[1]}\left(1 - \left(\frac{\xi^p - \xi_{[1]}}{\xi_{[2]} - \xi_{[1]}}\right)^{v_2}\left(1 + \frac{v_2\left(\xi_{[2]} - \xi^p\right)}{\xi_{[2]} - \xi_{[1]}}\right)\right) \tag{4.31}$$

$$m^p(\xi^p, T) = m_{[1]}\left(\frac{{f_i}^{1/a^p} - s^p}{f_i^2 - s_{[1]}}\right), \quad f_i = \frac{q_i}{\sigma_c} \tag{4.32}$$

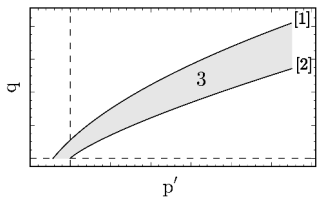


FIGURE 4.13 – *Évolution de la surface plastique entre le seuil de pic, indicé $_{[1]}$, et le seuil intermédiaire, indicé $_{[2]}$.*

Les indices $_{[1]}$ et $_{[2]}$ désignent respectivement les valeurs prises par les paramètres a^p, s^p, m^p et ξ^p sur les seuils de pic et intermédiaire. Le paramètre m^p est déduit des expressions de a^p et s^p en notant $\{p_i, q_i\}$ le point d'intersection entre les seuils de pic, intermédiaire et résiduel dans le plan $\{p', q\}$ (Fig. 4.14) et en écrivant que ce point appartient à la fois au seuil de pic et à toute surface entre le seuil de pic et le seuil intermédiaire (pour $\theta = 0$).

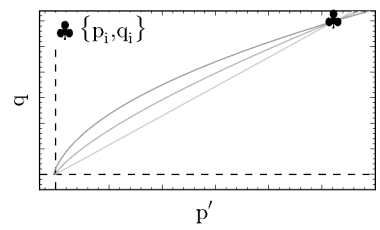


FIGURE 4.14 – *Localisation du point d'intersection entre les seuils de pic, intermédiaire et résiduel.*

p_i correspond à ce que nous avons appelé *pression de transition entre des comportements fragile et ductile* dans le paragraphe 2.1.2.4. q_i est l'ordonnée correspondante. Dans de nombreux modèles ba-

sés sur un formalisme de type Cam Clay, la pression de transition, assimilée à la moitié de la pression de préconsolidation initiale (Fig. 2.10), est un paramètre matériau. Ce paramètre est couramment déterminé à partir de résultats d'essais œdométriques. Ici, nous pouvons définir de manière équivalente p_i ou q_i comme paramètre du modèle car il existe une relation analytique entre ces deux quantités (Éq. 4.33, pour $\theta = 0$). Nous avons choisi de fixer q_i.

$$\left(\frac{p_i}{\sigma_c}\right) = \frac{1}{m_{[1]}}\left(\left(\frac{q_i}{\sigma_c}\right)^2 + \frac{m_{[1]}}{3}\left(\frac{q_i}{\sigma_c}\right) - s_{[1]}\right) \tag{4.33}$$

Dans les paragraphes 2.1.1.4 et 2.1.2.4, nous avons mis en évidence que la pression de préconsolidation, et donc la pression de transition entre des comportements fragile et ductile, diminue significativement avec la température. Pour reproduire ce phénomène, q_i, qui intervient dans l'expression de la fonction m^p (Éq. 4.32), doit dépendre de la température. En nous inspirant des travaux réalisés par François (2008) et Laloui and Cekerevac (2008), nous proposons l'expression suivante :

$$q_i = q_i^0\left(1 - r^q \log\left(\frac{T}{T_0}\right)\right) \tag{4.34}$$

q_i^0 et r^q sont des paramètres matériau strictement positifs. Puisque q_i est l'ordonnée et non l'abscisse du point de transition entre des comportements fragile et ductile, nous devons vérifier que l'évolution de p_i est bien en accord avec les tendances illustrées sur les Figures 2.9 et 2.22. La Figure 4.15 présente l'évolution de p_i et q_i en fonction de la température. Nous voyons que cette tendance est bien respectée.

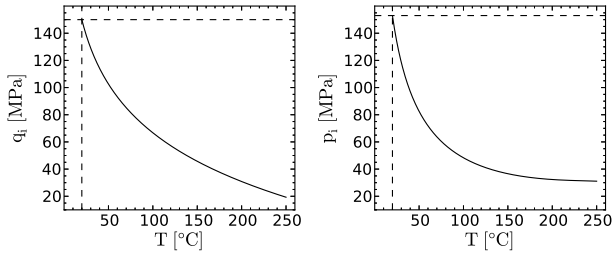


FIGURE 4.15 – *Évolution des grandeurs p_i et q_i en fonction de la température.*

La surface du mécanisme plastique coïncide avec le seuil intermédiaire lorsque $\xi^p = \xi_{[2]}$ (Éqs. 4.30 et 4.31). Le paramètre $\xi_{[2]}$ contrôle en quelque sorte la *quantité d'écrouissage produit* entre le seuil de pic et le seuil intermédiaire. Une augmentation de $\xi_{[2]}$ à $\xi_{[1]}$ constant stabilise la chute de résistance en régime post-pic (Fig. 4.12).

Par analogie avec les effets qu'induisent une augmentation de la pression de confinement, nous avons mis en évidence qu'une augmentation de température stabilise le comportement post-pic (§ 2.1.2.4). Nous pensons que ce phénomène peut partiellement être reproduit par l'évolution du paramètre q_i (Éq. 4.34). Cependant, si nous autorisons le paramètre $\xi_{[1]}$ à croître avec la température (Éq. 4.29), $\xi_{[2]}$ doit obligatoirement suivre la même évolution à la même vitesse ou plus rapidement. Dans le cas contraire, la chute de résistance devient de plus en plus brutale au fur et à mesure que $\xi_{[1]}$ augmente avec la température (Fig. 4.12). Pour $\xi_{[2]}$, nous proposons donc la même loi d'évolution que pour le paramètre $\xi_{[1]}$:

$$\xi_{[2]} = \xi_{[2]}^0 e^{r_{[2]}^x (T - T_0)} \tag{4.35}$$

$\xi_{[2]}^0$ et $r_{[2]}^x$ sont des paramètres matériau strictement positifs. Le paramètre $a_{[2]}$, strictement compris entre 0,5 et 1, contrôle la courbure du seuil intermédiaire. Si $a_{[2]} = 1$, le seuil intermédiaire est confondu avec le seuil résiduel. Nous verrons que ce paramètre intervient également dans l'expression du seuil viscoplastique maximal (§ 4.2.5.2). Enfin, le paramètre v_2, strictement supérieur à 1, contrôle la cinétique d'écrouissage entre le seuil de pic et le seuil résiduel (Fig. 4.12).

Nous remarquons également que la fonction s^p s'annule pour $\xi^p = \xi_{[2]}$. Cette évolution est en accord avec le cadre physique proposé par Kleine (2007) rappelé dans le paragraphe 4.1.1.2. $s^p = 0$ correspond physiquement à une cohésion nulle et donc à la formation d'une ou plusieurs structure(s) de cisaillement au sein d'un échantillon.

Si nous faisons le bilan, les paramètres matériau introduits par les relations d'écrouissage entre les seuils de pic et intermédiaire sont :

Paramètres matériau	Intervalles de définition
q_i^0	$\mathbb{R}^+$
r^q	$\mathbb{R}^+$
$\xi_{[2]}^0$	$\left[\xi_{[1]}^0, \infty\right[$
$r_{[2]}^x$	$\mathbb{R}^+$
$a_{[2]}$	$[1/2, 1]$
ν_2	$]1, \infty[$

Tous ces paramètres peuvent être déterminés à partir d'essais de compression triaxiale à différentes températures et pressions de confinement :

- q_i^0 est obtenu en estimant la pente du seuil résiduel à température ambiante. En effet, en écrivant que le point de coordonnées $\{p_i^0, q_i^0\}$ appartient à la fois au seuil de pic et au seuil résiduel (Fig. 4.14), nous obtenons la relation suivante (voir également la relation 4.41) :

$$q_i^0 = \frac{\sigma_c}{2}\left(\frac{m_{[1]}^0}{m_{[3]}^0} + \sqrt{\left(\frac{m_{[1]}^0}{m_{[3]}^0}\right)^2 + 4}\right) \tag{4.36}$$

  La pente du seuil résiduel à température ambiante dans le plan des contraintes principales, $m_{[3]}^0$, s'exprime en fonction de l'angle de frottement résiduel (Laigle 2004, Kleine 2007) :

$$m_{[3]}^0 = \frac{2\sin\phi_{[3]}^0}{1-\sin\phi_{[3]}^0} \tag{4.37}$$

  $\phi_{[3]}^0$, ou de manière équivalente $m_{[3]}^0$, peut être déterminé par identification des résistances résiduelles obtenues pour plusieurs pressions de confinement à température ambiante. En admettant que $m_{[1]}^0$ et σ_c soient préalablement déterminés en ajustant le seuil de pic à température ambiante, il est possible de remonter jusqu'à q_i^0 (Éq. 4.36). Pour les roches dures, la détermination de l'angle de frottement résiduel peut se révéler difficile car la rupture est souvent brutale, y compris pour des pressions de confinement élevées. Cependant, pour ce type de matériaux, de nombreuses références existent dans la littérature (Kleine 2007). Pour un granite par exemple, $\phi_{[3]}^0$ est souvent pris égal à 30°-33°. En se référant aux tableaux proposés par Hoek et al. (1998) (§ 7.1) permettant d'estimer $\sigma_c = 250$ MPa et $m_{[1]}^0 = 33$ pour un granite, nous obtenons $q_i^0 \approx 4$ GPa. Cette valeur semble cohérente avec les évolutions proposées sur la Figure 2.21.
- r^q s'obtient en estimant l'évolution de la pente du seuil résiduel en fonction de la température.
- $\xi_{[2]}^0$ et ν_2 sont déterminés à partir des courbes contrainte-déformation axiale obtenues à différentes pressions de confinement à température ambiante.
- $r_{[2]}^x$ est déterminé à partir des courbes contrainte-déformation axiale obtenues à différentes températures et pressions de confinement.
- Puisque le paramètre $a_{[2]}$ intervient également dans la définition du seuil viscoplastique maximal, ou de manière équivalente du seuil caractéristique, il peut être déterminé soit à partir d'essais de compression triaxiale à température ambiante, soit à partir d'essais de fluage à température ambiante. Ce point particulier sera traité dans le paragraphe 4.2.5.2.

Entre le seuil intermédiaire et le seuil résiduel

La surface du mécanisme plastique évolue ensuite entre le seuil intermédiaire et le seuil résiduel (Fig. 4.5 et numéro 4 sur la Fig. 4.16). Entre ces deux seuils, les paramètres a^p, s^p et m^p évoluent de la manière suivante :

$$a^p = 1 - \left(1 - a_{[2]}\right) \exp\left(-\frac{v_2}{2}\left(\frac{2a_{[2]} - 1}{1 - a_{[2]}}\right)\left(\frac{\xi^p - \xi_{[2]}}{\xi_{[2]} - \xi_{[1]}}\right)\right) \tag{4.38}$$

$$s^p = 0 \tag{4.39}$$

$$m^p = \frac{m_{[1]} {f_i}^{1/a^p}}{{f_i}^2 - s_{[1]}} \tag{4.40}$$

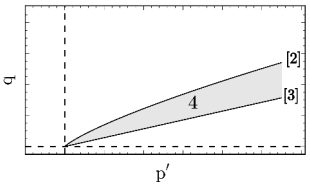


FIGURE 4.16 – *Évolution de la surface plastique entre le seuil intermédiaire, indicé* $_{[2]}$*, et le seuil résiduel, indicé* $_{[3]}$.

Ces relations n'introduisent aucun paramètre matériau supplémentaire. Le seuil résiduel est atteint de manière asymptotique lorsque $\xi^p \to \infty$. Nous remarquons que $a^p = 1$ sur le seuil résiduel (droite d'état critique, comportement purement frottant, Fig. 4.5) et que $s^p = 0$ entre les seuils intermédiaire et résiduel (la cohésion d'un matériau est supposée nulle entre ces deux seuils, Fig. 4.5).

L'expression du paramètre m^p est obtenue en écrivant que le point de coordonnées $\{p_i, q_i\}$ se trouve à la fois sur le seuil intermédiaire et sur toute surface entre les seuils intermédiaire et résiduel (pour $\theta = 0$). La pente du seuil résiduel est obtenue par passage à la limite lorsque $\xi^p \to \infty$:

$$m_{[3]} = \lim_{\xi^p \to \infty}\left(\frac{f_i^{1/a^p} m_{[1]}}{f_i^2 - s_{[1]}}\right) = \frac{q_i m_{[1]} \sigma_c}{q_i^2 - s_{[1]}\sigma_c^2} \tag{4.41}$$

$m_{[3]}$ est la pente du seuil résiduel dans le plan des contraintes principales $\{\sigma_{min}, \sigma_{max}\}$ (σ_{min} est la contrainte principale mineure et σ_{max} est la contrainte principale majeure) et non dans le plan des invariants du tenseur des contraintes $\{p', q\}$. Nous verrons dans le paragraphe 4.2.8 qu'il y une correspondance directe entre ces deux plans. L'expression du seuil résiduel dans le plan $\{p', q\}$ s'obtient en écrivant $F^p = 0$ (Éq. 4.18) avec $a^p = 1$, $s^p = 0$ et $m^p = m_{[3]}$:

$$q = \frac{H_0^c}{H(\theta)}\left(\frac{3m_{[3]}}{3 + m_{[3]}}\right) p' \tag{4.42}$$

La pente du seuil résiduel dans le plan $\{p', q\}$ au cours d'un essai de compression triaxiale ($\theta = 0$) est donc égale à $3m_{[3]}/(3 + m_{[3]})$. La relation (4.41) indique que $m_{[3]}$ dépend naturellement de la température via $m_{[1]}$, $s_{[1]}$ et q_i. Or, nous avons mis en évidence dans le paragraphe 2.1.2.3 que la résistance résiduelle des roches tendres et dures diminue avec la température. La Figure 4.17 présente l'évolution de la pente du seuil résiduel dans le plan $\{p', q\}$ en fonction de la température. Cette évolution semble cohérente avec ce qui est observé expérimentalement.

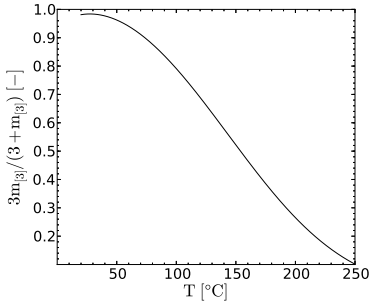


FIGURE 4.17 – *Évolution de la pente du seuil résiduel dans le plan* $\{p', q\}$ *en fonction de la température.* σ_c = 30 *MPa,* $m^0_{[1]} = 7$, $r^q = 0{,}02$, $q_i^0 = 150$ *MPa,* $r^m = -5.10^{-5}$ K^{-2} *et* $r^s = -10^{-4}$ K^{-2}.

En comptant les paramètres élastiques K, G, $n_{élas}$ et α_V, 12 paramètres matériau doivent être renseignés pour une modélisation mécanique élastoplastique (tous les paramètres $r^\star$ sont considérés comme nuls) et 18 paramètres matériau, au maximum, doivent être renseignés pour une modélisation thermomécanique élastoplastique (hors paramètres de couplage éventuels).

4.2.5 Mécanisme viscoplastique

4.2.5.1 Expression du critère de viscoplasticité

Nous rappelons que le mécanisme viscoplastique du modèle *L&K* est basé sur un formalisme de type Perzyna (Perzyna 1971). L'expression du critère de viscoplasticité, que nous noterons F^{vp}, est identique, dans sa forme, à celle du critère du mécanisme plastique :

$$F^{vp}(\boldsymbol{\sigma}', a^{vp}, s^{vp}, m^{vp}) = \frac{qH(\theta)}{\sigma_c H_0^c} - \left(\frac{m^{vp}}{\sigma_c} \left(p' - \frac{qH(\theta)}{3H_0^c} \right) + s^{vp} \right)^{a^{vp}} \tag{4.43}$$

Les quantités a^{vp}, s^{vp} et m^{vp} sont les paramètres d'écrouissage du mécanisme viscoplastique. Pour des raisons similaires à celles évoquées en introduction du paragraphe 4.2.4.2, ces paramètres sont des fonctions de la variable d'écrouissage du mécanisme viscoplastique, que nous noterons ξ^{vp}, et de la température, T. L'expression de ξ^{vp} est détaillée dans le paragraphe 4.2.6. Les autres grandeurs intervenant dans l'Équation 4.43 ont les mêmes expressions et significations que dans le paragraphe 4.2.4. Nous utiliserons également le terme de *surface viscoplastique*, ou *surface du mécanisme viscoplastique*, pour désigner la frontière du domaine d'élasticité du mécanisme viscoplastique.

4.2.5.2 Paramètres d'écrouissage

Le domaine d'élasticité du mécanisme viscoplastique s'écrouit entre la limite d'élasticité initiale, ou seuil d'endommagement, et le seuil viscoplastique maximal, ou seuil de résistance à long terme (Fig. 4.7). La vision conceptuelle présentée sur la Figure 4.7 doit être légèrement ajustée pour permettre une intégration numérique robuste et relativement simple. En d'autres termes, le seuil viscoplastique maximal, qui coïncide avec le seuil caractéristique, ne peut pas être défini comme l'union de la limite d'élasticité et du seuil intermédiaire pour des raisons de convexité et de continuité. L'intersection entre la limite d'élasticité et le seuil viscoplastique maximal crée un singularité qui donne lieu à ce que l'on appelle des *régimes de coin*. Ces régimes de coin font l'objet d'un traitement numérique spécifique (Simo and Hughes 1998).

L'idée est donc de définir le seuil viscoplastique maximal comme une surface qui soit à la fois proche du seuil intermédiaire pour des confinements modérés à élevés et proche de la limite d'élasticité initiale pour des confinements faibles. Pour ce faire, nous avons décidé d'imposer deux conditions. La première est que le seuil viscoplastique maximal passe par le point de coordonnées $\{p_i, q_i\}$ (pour $\theta = 0$). La seconde est que l'intersection entre le seuil viscoplastique maximal et l'axe p' ($p'_{[5]}$ sur la Fig. 4.18) ne soit par trop éloignée de celle de la limite d'élasticité initiale ($p'_{[0]}$ sur la Fig. 4.10). Les valeurs prises par les paramètres a^{vp}, s^{vp} et m^{vp} sur le seuil viscoplastique maximal sont indicées par un $_{[5]}$ (Fig. 4.18).

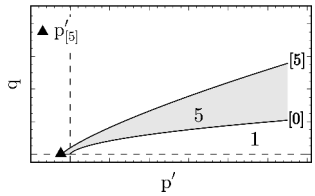


FIGURE 4.18 – *Évolution de la surface viscoplastique entre la limite d'élasticité initiale, indicée par* $_{[0]}$*, et le seuil viscoplastique maximal, indicé par* $_{[5]}$.

Nous avons donc deux conditions et trois inconnues qui sont les paramètres $a_{[5]}$, $s_{[5]}$ et $m_{[5]}$. Nous avons décidé de fixer $a_{[5]} = a_{[2]}$. Nous nous assurons ainsi que la courbure du seuil viscoplastique maximal sera proche de celle du seuil intermédiaire. La seconde condition permet d'obtenir une relation linéaire entre $m_{[5]}$ et $s_{[5]}$ en écrivant que la distance entre $p'_{[0]}$ et $p'_{[5]}$ correspond à un pourcentage de la distance entre $p'_{[0]}$ et $p'_{[1]}$ ($p'_{[1]}$ est l'intersection entre le seuil de pic et l'axe p', Fig. 4.10) :

$$\frac{s_{[5]}}{m_{[5]}} = \frac{s_{[0]}}{m_{[0]}}\left(1-f_p\right) + f_p\frac{s_{[1]}}{m_{[1]}} = \vartheta(f_p) \tag{4.44}$$

f_p est un paramètre qui permet de contrôler la distance entre $p'_{[0]}$ et $p'_{[5]}$ (Fig. 4.19). Si $f_p = 0$, $p'_{[0]}$ et $p'_{[5]}$ sont confondus. Si $f_p = 1$, $p'_{[1]}$ et $p'_{[5]}$ sont confondus. f_p doit être le plus faible possible puisque nous souhaitons que le seuil viscoplastique maximal soit le plus proche possible de la limite d'élasticité initiale à confinements faibles. La plupart du temps, f_p ne peut cependant pas être nul car dans ce cas là, la limite d'élasticité initiale et le seuil viscoplastique maximal s'interceptent. f_p n'est pas un paramètre matériau. Il peut être déterminé en procédant de proche en proche en traçant la limite d'élasticité initiale et le seuil viscoplastique maximal et en cherchant la plus petite valeur pour laquelle ces deux seuils ne s'interceptent pas. Nous avons choisi de fixer une valeur par défaut pour f_p qui est de 0,1.

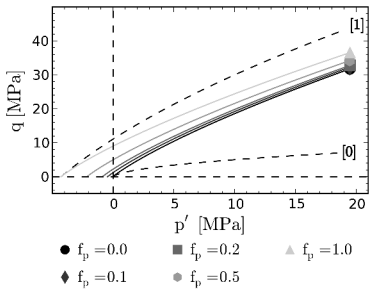


FIGURE 4.19 – *Évolution de $p'_{[5]}$ en fonction de f_p.*

La première condition permet d'obtenir l'expression de $s_{[5]}$ en utilisant la relation (4.44) :

$$s_{[5]} = \frac{\vartheta(f_p)\, m_{[1]}\, {f_i}^{1/a_{[2]}}}{{f_i}^2 - s_{[1]} + m_{[1]}\vartheta(f_p)} \tag{4.45}$$

Cette démarche permet de limiter le nombre de paramètres matériau introduits moyennant certaines hypothèses. Entre la limite d'élasticité initiale et le seuil viscoplastique maximal, les paramètres a^{vp}, s^{vp} et m^{vp} prennent finalement la forme suivante, semblable à celle proposée par Kleine (2007) :

$$a^{vp}(\xi^{vp}, T) = \frac{1}{2} + \left(a_{[2]} - \frac{1}{2}\right)\frac{\xi^{vp}}{\xi_{[5]}} \tag{4.46}$$

$$s^{vp}(\xi^{vp}, T) = s_{[0]} + \left(s_{[5]} - s_{[0]}\right)\frac{\xi^{vp}}{\xi_{[5]}} \tag{4.47}$$

$$m^{vp}(\xi^{vp}, T) = m_{[0]} + \left(m_{[5]} - m_{[0]}\right)\frac{\xi^{vp}}{\xi_{[5]}} \tag{4.48}$$

Le seul paramètre introduit par ces équations est $\xi_{[5]}$. Ce paramètre contrôle l'amplitude des déformations différées lors d'un essai de fluage (Fig. 4.21). Dans le paragraphe 2.2, nous avons mis en évidence qu'une augmentation de température a pour effet d'augmenter l'amplitude des déformations différées observées lors d'essais de fluage. Ce phénomène peut être reproduit en faisant dépendre $\xi_{[5]}$ de la température. Inspirés des travaux de Zhou et al. (2011) et des expressions définies pour les paramètres $\xi_{[1]}$ et $\xi_{[2]}$, nous proposons la fonction suivante :

$$\xi_{[5]} = \xi^0_{[5]} e^{r^x_{[5]}(T-T_0)} \tag{4.49}$$

$\xi^0_{[5]}$ et $r^x_{[5]}$ sont des paramètres matériau strictement positifs. $\xi^0_{[5]}$ peut être déterminé en ajustant les courbes déformation axiale-temps obtenues lors d'essais de fluage à différents déviateurs et à température ambiante. $r^x_{[5]}$ est déterminé en ajustant les mêmes courbes obtenues à différentes températures.

Comme évoqué dans le paragraphe 4.2.4.2, le paramètre $a_{[2]}$, qui contrôle la courbure du seuil intermédiaire et celle du seuil viscoplastique maximal, peut être déterminé de deux manières différentes en fonction des données expérimentales disponibles. Nous rappelons également que le seuil viscoplastique maximal est confondu avec le seuil caractéristique qui marque une limite entre des comportements volumiques contractant et dilatant. Si l'évolution des déformations volumiques lors d'un essai de compression triaxiale est une donnée disponible, les courbes déviateur-déformations volumiques (Fig. 4.2), obtenues à différentes pressions de confinement et à température ambiante, peuvent être utilisées pour déterminer $a_{[2]}$. Les niveaux de déviateur correspondant aux transitions contractance/dilatance (Fig. 4.2) peuvent être déterminés à partir de ces courbes et reportés dans le plan $\{p', q\}$ en supposant que le chemin suivi lors d'un essai de compression triaxiale (drainé ou sec) est tel que $q = 3p'$. Le seuil caractéristique, ou de manière équivalente le seuil viscoplastique maximal, constitue également une limite entre des comportements à long terme stable et instable. $a_{[2]}$ peut donc être déterminé à partir d'essais de fluage à température ambiante en identifiant les niveaux de déviateur correspondant à la transition entre fluages stable et instable pour plusieurs pressions de confinement.

Enfin, nous remarquons que les paramètres $s_{[5]}$ et $m_{[5]}$ dépendent naturellement de la température via $m_{[1]}$, $s_{[1]}$, q_i, $m_{[0]}$ et $s_{[0]}$. Le seuil caractéristique dépend donc naturellement de la température. Dans le paragraphe 2.1.2.5, nous avons mis en évidence que le niveau de déviateur de transition entre des comportements contractant et dilatant a tendance à diminuer avec la température. Dans le paragraphe 2.2, nous avons également vu que le niveau de déviateur correspondant à la transition entre des comportements à long terme stable et instable diminue avec la température. Ces deux phénomènes semblent naturellement reproduits par le cadre proposé (Fig. 4.20).

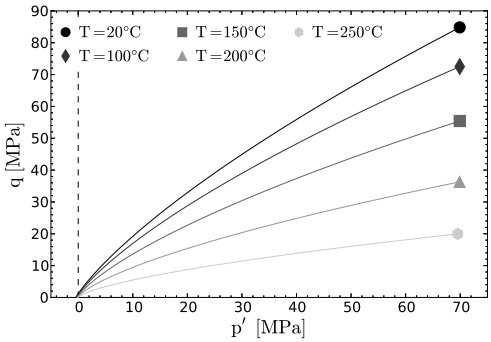


FIGURE 4.20 – *Évolution du seuil caractéristique, ou de manière équivalente du seuil viscoplastique maximal, en fonction de la température.*

Si nous faisons le bilan, les paramètres matériau introduits par les relations d'écrouissage entre la limite d'élasticité initiale et le seuil viscoplastique maximal sont :

Paramètres matériau	Intervalles de définition
$\xi^0_{[5]}$	$\mathbb{R}^+$
$r^x_{[5]}$	$\mathbb{R}^+$
f_p	$[0,1]$

4.2.6 Couplage entre les deux mécanismes

Les mécanismes plastique et viscoplastique sont couplés à travers leurs variables internes d'écrouissage. Ce couplage permet, entre autre, de reproduire la dépendance de la résistance maximale des

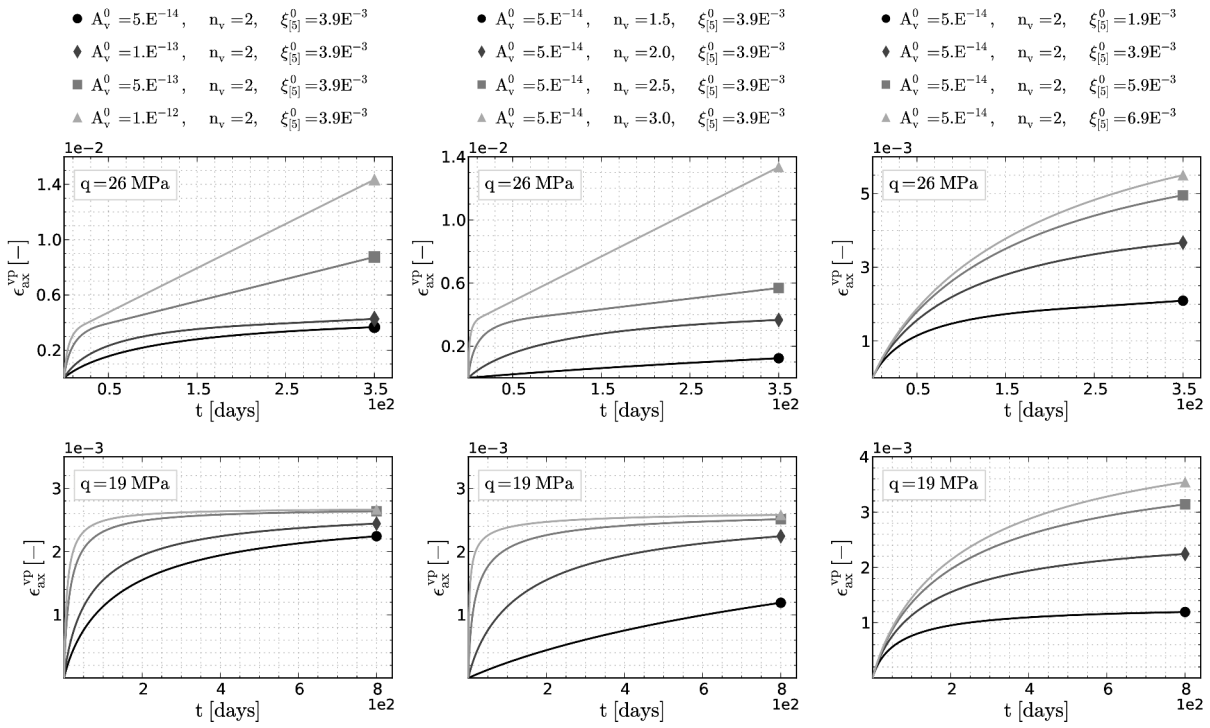


FIGURE 4.21 – *Influence des paramètres A_v^0 [s^{-1}], n_v et $\xi_{[5]}^0$ sur les courbes obtenues lors d'essais de fluage dans le plan $\{t, \epsilon_{ax}^{vp}\}$. t est le temps et ϵ_{ax}^{vp} est la déformation axiale différée d'un échantillon soumis à des déviateurs de 19 MPa (fluage stable, déviateur appliqué en dessous du seuil viscoplastique maximal) et 26 MPa (fluage instable, déviateur appliqué au-dessus du seuil viscoplastique maximal). Ces courbes sont obtenues à température ambiante.*

géomatériaux à la vitesse de sollicitation, et donc au temps. Le couplage entre les deux mécanismes s'enclenche dès que l'état de contrainte se trouve au-dessus du seuil caractéristique (Kleine 2007). L'écrouissage de la surface viscoplastique influence celui de la surface plastique. Tant que l'état de contrainte est en dessous du seuil caractéristique, l'incrément de la variable d'écrouissage du mécanisme plastique, $\dot{\xi}^p$, coïncide avec l'incrément de déformation plastique équivalente, ou distorsion plastique, $\dot{\gamma}^p$:

$$\dot{\xi}^p = \dot{\gamma}^p = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{p}} : \dot{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{p}}}, \quad \dot{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{dev}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{p}}) \tag{4.50}$$

Lorsque l'état de contrainte se trouve au-dessus du seuil caractéristique, $\dot{\xi}^p$ est la somme de l'incrément de distorsion plastique, $\dot{\gamma}^p$, et de l'incrément de distorsion viscoplastique, $\dot{\gamma}^{vp}$:

$$\dot{\xi}^p = \dot{\gamma}^p + \dot{\gamma}^{vp}, \qquad \dot{\gamma}^{vp} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{vp}} : \dot{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{vp}}}, \quad \dot{\boldsymbol{e}}^{\boldsymbol{vp}} = \boldsymbol{dev}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{vp}}) \tag{4.51}$$

L'incrément de la variable d'écrouissage du mécanisme viscoplastique est égal à l'incrément de distorsion viscoplastique, peu importe l'état de contrainte :

$$\dot{\xi}^{vp} = \min\left\{\dot{\gamma}^{vp} \; ; \; \langle \xi_{[5]} - \xi^{vp} \rangle\right\} \tag{4.52}$$

4.2.7 Lois d'écoulement

Il est communément admis que la direction des écoulements (visco)plastiques dérive d'une fonction $g^{(v)p}$ appelée potentiel (visco)plastique. Si ce potentiel coïncide avec la fonction $F^{(v)p}$, la loi d'écoulement est dite *normale* ou *associée*, dans un sens où elle est *associée au critère de (visco)plasticité* $F^{(v)p}$. Une loi d'écoulement dérivant d'un potentiel distinct de $F^{(v)p}$ (plus précisément tel que $\partial g^{(v)p}/\partial \boldsymbol{\sigma}$

n'est pas proportionnel à $\partial F^{(v)p}/\partial\boldsymbol{\sigma}$) est dite *non associée*. Les matériaux obéissant à la loi de normalité sont généralement qualifiés de *standards*.

La notion de matériau standard est *pratique* puisque elle permet de décrire le comportement plastique d'un matériau à partir d'une seule fonction (Alejano and Alonso 2005). Néanmoins, les hypothèses qui sont à la base de la théorie de la plasticité associée ne sont pas représentatives du comportement réel des roches, des sols et des bétons (Vermeer and de Borst 1984). Les données expérimentales issues d'essais de laboratoire montrent clairement que l'hypothèse de normalité formulée par Drucker and Prager (1952) n'est pas valable pour ce type de matériaux.

La notion de (visco)plasticité non associée nécessite la définition d'une grandeur appelée *angle de dilatance*, que nous noterons ψ, qui permet de contrôler les variations de volume (visco)plastique (Alejano and Alonso 2005).

Le cadre défini par Kleine (2007), et repris dans cette thèse, est inspiré des travaux réalisés par Kanatani (1982) et Kanatani (1983). Ce cadre permet de définir de manière explicite l'évolution de l'angle de dilatance, donc l'évolution des variations de volume (visco)plastique, sans passer par la détermination d'un potentiel (visco)plastique. L'hypothèse soutenue par Kanatani (1983) stipule que :

$$\exists \boldsymbol{n} \in \Sigma, \quad \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}} : \boldsymbol{n} = 0 \qquad (\Sigma \equiv \text{espace des contraintes}) \tag{4.53}$$

Le tenseur $\boldsymbol{n}$ d'ordre deux est déterminé par une condition cinématique liant les déformations volumiques (visco)plastiques et les déformations (visco)plastiques de cisaillement. Cette condition cinématique permet de décrire la transition entre des comportements volumiques contractant et dilatant. Inspirés des travaux réalisés par Elamrani (1992), nous proposons la relation linéaire suivante :

$$\dot{\epsilon}_V^{(v)p} = -\beta \frac{\boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}}}{s_{II}} \tag{4.54}$$

β est un scalaire qui dépend de l'angle de dilatance (Éq. 4.64). Les tenseurs $\boldsymbol{n}$ et $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}}$ peuvent se décomposer en une partie sphérique, $n_1\boldsymbol{\delta}$ et $(\dot{\epsilon}_V^{(v)p}/3)\boldsymbol{\delta}$, et en une partie déviatorique, $n_2\boldsymbol{s}$ et $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}}$. En combinant, les Équations (4.53) et (4.54), il vient :

$$\left(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}} - \beta \frac{\boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}}}{3 s_{II}} \boldsymbol{\delta}\right) : (n_2 \boldsymbol{s} + n_1 \boldsymbol{\delta}) = \left(n_2 - \frac{\beta}{s_{II}} n_1\right) \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}} : \boldsymbol{s} = 0 \tag{4.55}$$

En supposant de plus que $\boldsymbol{n}$ est de norme 1, nous obtenons finalement :

$$\boldsymbol{n} = \frac{\beta \frac{\boldsymbol{s}}{s_{II}} - \boldsymbol{\delta}}{\sqrt{\beta^2 + 3}}, \quad \boldsymbol{n} : \boldsymbol{n} = 1 \tag{4.56}$$

Nous rappelons que l'expression de $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}}$ doit respecter la condition (4.53). Pour ce faire, Elamrani (1992) propose de prendre la projection de $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}}$ sur l'hypersurface de déformation de normale $\boldsymbol{n}$, soit :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(v)\boldsymbol{p}} = \dot{\lambda}^{(v)p} \boldsymbol{G}^{(v)\boldsymbol{p}}, \quad \boldsymbol{G}^{(v)\boldsymbol{p}} = \frac{\partial F^{(v)p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} - \left(\frac{\partial F^{(v)p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} : \boldsymbol{n}\right) \boldsymbol{n} \tag{4.57}$$

Le multiplicateur plastique, $\dot{\lambda}^p$, ou plus simplement $\dot{\lambda}$, est obtenu en appliquant les conditions complémentaires de Kuhn-Tucker (4.58) et la condition de cohérence (4.59) :

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad F^p(\boldsymbol{\sigma}', \xi^p, T) \leq 0, \quad \dot{\lambda} F^p(\boldsymbol{\sigma}', \xi^p, T) = 0 \tag{4.58}$$

$$\dot{F}^p = \frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \frac{\partial F^p}{\partial \xi^p} \dot{\xi}^p + \frac{\partial F^p}{\partial T} \dot{T} = 0 \tag{4.59}$$

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} : \mathbb{A} : (\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{vp}}) + \left(-\frac{\alpha_V}{3} \frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} : \mathbb{A} : \boldsymbol{\delta} + \Theta^p\right) \dot{T} + \dot{\gamma}^{vp} \frac{\partial F^p}{\partial \xi^p}}{\frac{\partial F^p}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} : \mathbb{A} : \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{p}} + \Xi^p} \tag{4.60}$$

$$\Theta^p = \frac{\partial F^p}{\partial T}, \quad \Xi^p = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\partial F^p}{\partial \xi^p} g_{II}^p \tag{4.61}$$

g^p_{II} est la norme de $\boldsymbol{dev}(\boldsymbol{G^p})$. Nous remarquons que les variations de température, $\dot{T}$, influencent directement l'amplitude des déformations plastiques (voir également § 3.2.4.2). La relation (4.60) est écrite dans le cas où il y a couplage entre les deux mécanismes (état de contrainte au-dessus du seuil caractéristique). S'il n'y a pas couplage, le terme $\dot{\gamma}^{vp}\frac{\partial F^p}{\partial \xi^p}$ au numérateur de l'Équation (4.60) est nul. L'incrément de déformation viscoplastique est défini par la notion de *surcontrainte* introduite par Perzyna (Perzyna 1971) :

$$\boldsymbol{\dot{\epsilon}^{vp}} = \langle\phi\rangle\, \boldsymbol{G^{vp}}, \quad \boldsymbol{G^{vp}} = \frac{\partial F^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma'}} - \left(\frac{\partial F^{vp}}{\partial \boldsymbol{\sigma'}} : \boldsymbol{n}\right)\boldsymbol{n} \tag{4.62}$$

Où $\langle\phi\rangle$ est une fonction positive de F^{vp} :

$$\langle\phi\rangle = A_v\left(\frac{\langle F^{vp}\rangle}{P_a}\right)^{n_v}, \quad A_v = A_v^0\left(e^{\frac{-Z}{RT}\left(1-\frac{T}{T_0}\right)}\right) \tag{4.63}$$

A_v est un coefficient inversement proportionnel à la viscosité du matériau. Il est communément admis que ce paramètre évolue en fonction de la température selon une loi de type Arrhenius (Modaressi and Laloui 1997, Zhou et al. 2011). Cette dépendance à la température permet de reproduire le phénomène mis en évidence dans le paragraphe 2.2 : la température a un effet catalyseur sur la cinétique du comportement à long terme (notion de phénomène thermoactivé). A_v^0 est la valeur prise par A_v à température ambiante, Z est l'énergie d'activation, $R = 8,31441$ kJ/mol/K est la constante universelle des gaz parfaits et n_v est un paramètre strictement positif qui contrôle également la cinétique du comportement à long terme (Fig. 4.21). Le lecteur pourra se référer à la Figure 4.21 pour constater les effets qu'ont les paramètres A_v^0 et n_v sur les courbes typiquement obtenues lors d'essais de fluage.

4.2.8 Lois de dilatance

Inspirés des travaux réalisés par Maleki et al. (2000), Kleine (2007) proposa la relation suivante pour le paramètre β (Éq. 4.56) :

$$\beta = \frac{-2\sqrt{6}\sin\psi}{3-\sin\psi} \tag{4.64}$$

Dans le cadre considéré par Kleine (2007), l'angle de dilatance évolue en fonction de l'état de contrainte et des variables internes d'écrouissage. Deux approches sont proposées. La première approche permet de décrire l'évolution de l'angle de dilatance pour la partie pré-pic du mécanisme plastique et pour le mécanisme viscoplastique. Cette approche est basée sur la notion d'état caractéristique. Tant que l'état de contrainte est en dessous du seuil caractéristique, l'angle de dilatance est négatif et le comportement volumique (visco)plastique est contractant. Lorsque l'état de contrainte se trouve au-dessus du seuil caractéristique, l'angle de dilatance est positif et le comportement volumique (visco)plastique est dilatant. La seconde approche permet de décrire l'évolution de l'angle de dilatance pour le régime post-pic du mécanisme plastique (Fig. 4.5).

Dans la première approche, nous devons être en mesure de pouvoir déterminer la position de l'état de contrainte par rapport au seuil caractéristique. À cause de la non linéarité des fonctions F^p (Éq. 4.18) et F^{vp} (Éq. 4.43), le niveau de déviateur q sur le seuil caractéristique ne peut pas être directement évalué à partir de la contrainte moyenne effective p'. Il est nécessaire d'effectuer un changement de repère. Ce changement de repère permet d'exprimer les quantités q et p' en fonction des contraintes principales majeure, σ'_{max}, et mineure, σ'_{min}. Pour obtenir les relations de changement de repère, il suffit d'écrire le critère de (visco)plasticité dans ces deux plans :

$$F^\star(p', q, a^\star, s^\star, m^\star) \equiv \frac{qH(\theta)}{\sigma_c H_0^c} - \left(\frac{m^\star}{\sigma_c}\left(p' - \frac{qH(\theta)}{3H_0^c}\right) + s^\star\right)^{a^\star} = 0 \tag{4.65}$$

$$F^\star(\sigma'_{min}, \sigma'_{max}, a^\star, s^\star, m^\star) \equiv \left(\frac{\sigma'_{max} - \sigma'_{min}}{\sigma_c}\right) - \left(\frac{m^\star}{\sigma_c}\sigma'_{min} + s^\star\right)^{a^\star} = 0 \tag{4.66}$$

Par analogie entre les relations (4.65) et (4.66), nous obtenons :

$$\sigma'_{max} = p' + \frac{2qH(\theta)}{3H_0^c}, \qquad \sigma'_{min} = p' - \frac{qH(\theta)}{3H_0^c} \tag{4.67}$$

Pour la première approche, Kleine (2007) propose la relation suivante pour $\sin\psi$:

$$\sin\psi = \rho_1 \left(\frac{\sigma'_{max} - \sigma'_{char}}{\rho_2 \sigma'_{max} + \sigma'_{char}} \right) \tag{4.68}$$

ρ_1 et ρ_2 sont des constantes matériau strictement positives et σ'_{char} est la valeur de σ'_{max} sur le seuil caractéristique :

$$\sigma'_{char} = \sigma'_{min} + \sigma_c \left(m_{[5]} \frac{\sigma'_{min}}{\sigma_c} + s_{[5]} \right)^{a_{[2]}} \tag{4.69}$$

À partir de la relation (4.68), nous voyons que l'angle de dilatance est négatif lorsque $\sigma'_{max} \leq \sigma'_{char}$ et positif dans le cas contraire. La Figure 4.22 présente l'évolution de l'angle de dilatance et des déformations volumiques au cours d'essais de compression triaxiale pour différentes valeurs du paramètre ρ_2. ρ_2 contrôle la pente des courbes déformation volumique-déformation axiale au niveau du seuil de pic. Une valeur élevée du paramètre ρ_2 retarde la transition vers un comportement dilatant *absolu*. Les paramètres ρ_1 et ρ_2 interviennent également dans l'expression du *sinus* de l'angle de dilatance pour le régime post-pic du mécanisme plastique. La loi d'évolution proposée pour le régime post-pic est inspirée des travaux de Laigle (2004), Kleine (2007), Biarez and Hicher (1994), Bolton (1986), Arzúa and Alejano (2013), Zhao and Cai (2010) :

$$\sin\psi = \rho_1 \left(\frac{\left\langle \sigma'_{max} - \sigma'_{char} \right\rangle}{\rho_2 \sigma'_{max} + \sigma'_{char}} + \left(1 - \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}_{[1]}} \right) \frac{\alpha - \alpha_{res}}{\rho_4 \alpha + \alpha_{res}} \right) \tag{4.70}$$

La partie de gauche de la relation (4.70) permet d'assurer la continuité d'évolution de l'angle de dilatance entre les régimes pré-pic et post-pic du mécanisme plastique (continuité de la direction des incréments de déformation plastique). La partie de droite permet de décrire l'évolution de l'angle de dilatance en régime post-pic. ρ_4 est un paramètre matériau strictement positif qui contrôle la valeur maximale de l'angle de dilatance atteinte lors d'un essai de compression triaxiale (Fig. 4.22). Cette valeur maximale est directement reliée à la pente des courbes déformation volumique-déformation axiale (Fig. 4.22). Le paramètre ρ_1 influence l'évolution de la valeur maximale de ψ en fonction du confinement (Fig. 4.23). Les quantités $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\sigma}_{[1]}$, α et α_{res} s'expriment en fonction de l'état de contrainte et des paramètres d'écrouissage du mécanisme plastique. α_{res} s'exprime en fonction de la pente du seuil résiduel :

$$\alpha_{res} = \left(\frac{\sigma'_{max}}{\sigma'_{min}} \right)_{res} = 1 + \lim_{\xi^p \to \infty} m^p = 1 + \frac{m_{[1]} f_i}{f_i^2 - s_{[1]}} = 1 + m_{[3]} \tag{4.71}$$

La relation (4.70) est une extension aux matériaux cohérents de l'expression proposée par Biarez and Hicher (1994) pour les sols pulvérulents. Biarez and Hicher (1994) expriment la quantité α en fonction des contraintes principales mineure et majeure. Pour tenir compte de l'effet inhibiteur de la cohésion sur le développement de la dilatance, Kleine (2007) proposa l'expression suivante :

$$\alpha = \frac{\sigma'_{max} + \tilde{\sigma}}{\sigma'_{min} + \tilde{\sigma}} \tag{4.72}$$

$\tilde{\sigma}$ est un terme de cohésion défini par :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\tilde{C}}{\tan\tilde{\phi}} \tag{4.73}$$

$$\tilde{C} = \frac{\sigma_c (s^p)^{a^p}}{2\sqrt{N_\phi}}, \quad N_\phi = \left(\frac{\partial \sigma'_{max}}{\partial \sigma'_{min}}\right)_{\sigma'_{min}\equiv 0} = 1 + a^p m^p \left(s^p\right)^{a^p - 1} \tag{4.74}$$

$$\tilde{\phi} = 2\arctan\left(\sqrt{N_\phi}\right) - \frac{\pi}{2} \tag{4.75}$$

$\tilde{\sigma}_{[1]}$ est la valeur prise par $\tilde{\sigma}$ sur le seuil de pic. Puisque le paramètre s^p décroît progressivement entre le seuil de pic et le seuil intermédiaire et s'annule sur le seuil intermédiaire (Éq. 4.31), $\tilde{\sigma}$ suit la même évolution. Au-delà du seuil intermédiaire, la quantité $\tilde{\sigma}$ est donc nulle. Nous retrouvons l'expression proposée par Biarez and Hicher (1994) pour un matériau granulaire dépourvu de cohésion. Lorsque $\xi^p \to \infty$, α se rapproche progressivement de α_{res} et $\sin\psi$ se rapproche de 0. La déformation d'un échantillon de roche ou de sol se fait, dans ce cas là, de manière isochore (Fig. 4.22).

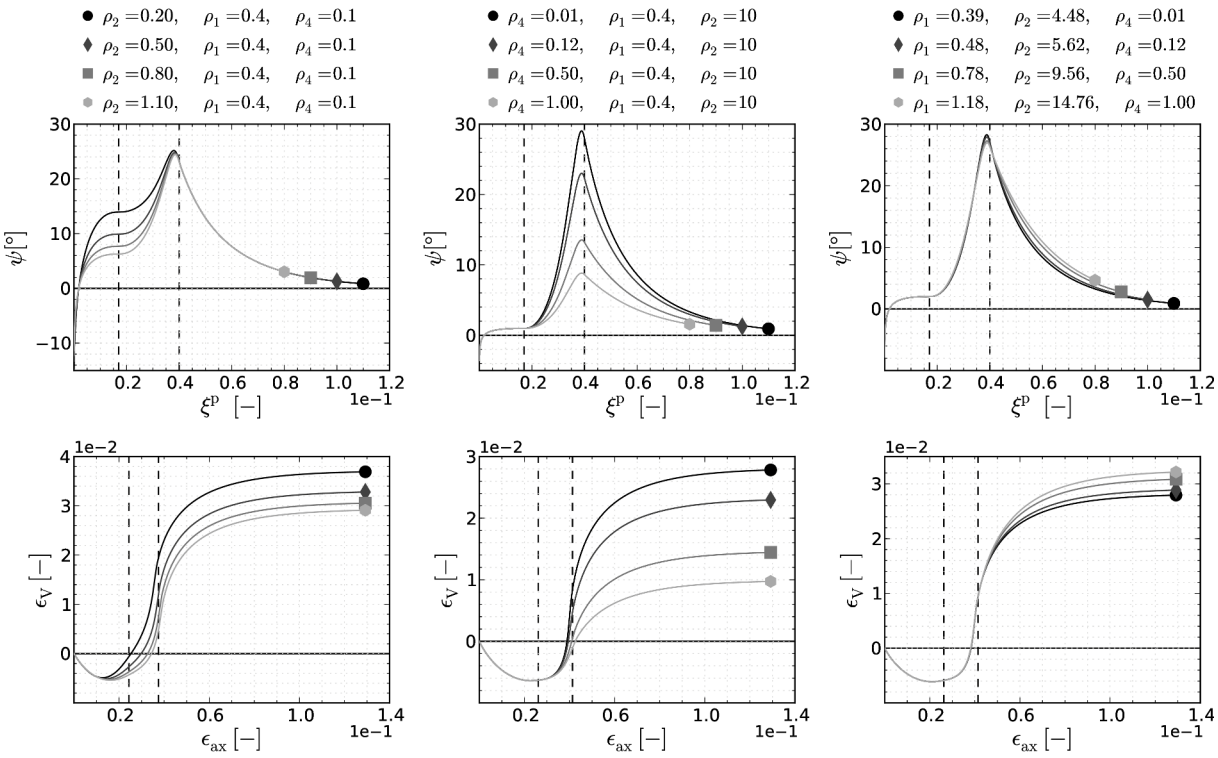


FIGURE 4.22 – *Influence des paramètres matériau ρ_2 et ρ_4 sur l'évolution de l'angle de dilatance et sur les courbes déformation volumique-déformation axiale typiquement obtenues lors d'essais de compression triaxiale. Les deux lignes en pointillés représentent les valeurs prises par ξ^p et ϵ_{ax} sur les seuils de pic et intermédiaire. Ces courbes sont obtenues en négligeant le couplage entre les deux mécanismes.*

Si nous faisons le bilan, les paramètres matériau introduits par les lois d'écoulement et de dilatance sont :

Paramètres matériau	Intervalles de définition
A_v^0	$\mathbb{R}^+$
Z	$\mathbb{R}^+$
n_v	$\mathbb{R}^+$
ρ_1	$\mathbb{R}^+$, tel que $-1 \leq \sin\psi \leq 1$
ρ_2	$\mathbb{R}^+$, tel que $-1 \leq \sin\psi \leq 1$
ρ_4	$\mathbb{R}^+$, tel que $-1 \leq \sin\psi \leq 1$

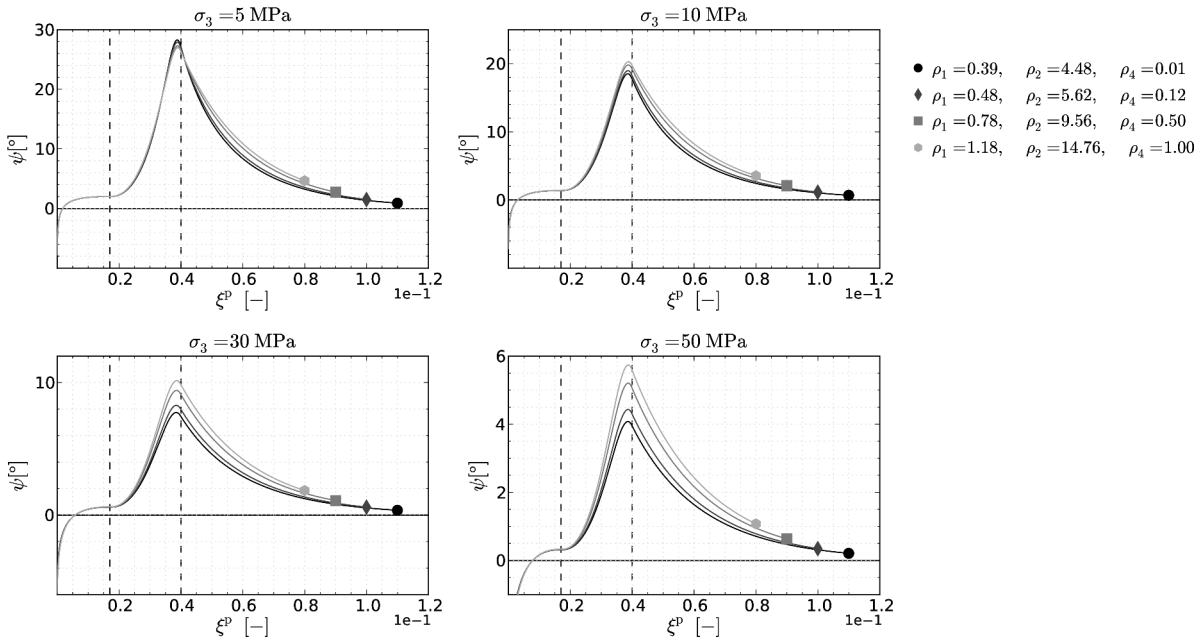


FIGURE 4.23 – *Influence du paramètre ρ_1 sur l'évolution de l'angle de dilatance au cours d'essais de compression triaxiale réalisés à différentes pressions de confinement, σ_3.*

Tous ces paramètres peuvent être déterminés à partir d'essais de compression triaxiale ou d'essais de fluage :

- A_v^0 et n_v peuvent être déterminés à partir d'essais de fluage à température ambiante.
- Z peut être déterminé à partir d'essais de fluage à différentes températures.
- ρ_1, ρ_2 et ρ_4 peuvent être déterminés en ajustant les courbes déformation volumique-déformation axiale issues d'essais de compression triaxiale à température ambiante. Sur les Figures 4.22 et 4.23, nous remarquons que le maximum atteint par ψ se trouve proche du seuil intermédiaire, ce qui est en accord avec le cadre fixé par Kleine (2007) (Fig. 4.5). Ce maximum est en réalité atteint lorsque l'état de contrainte se trouve entre le seuil caractéristique et le seuil intermédiaire. La partie de gauche de l'Équation (4.70) s'annule sur le seuil caractéristique tandis que la partie de droite de cette même équation est maximale sur le seuil intermédiaire. Plus le seuil caractéristique et le seuil intermédiaire sont proches, c'est-à-dire plus le paramètre f_p (Éq. 4.44) est faible, plus ce maximum se rapproche du seuil intermédiaire. La proximité entre ces deux seuils peut d'ailleurs être utilisée pour évaluer les paramètres ρ_1, ρ_2 et ρ_4 si les données expérimentales sont peu abondantes ou inexistantes. En supposant que les seuils caractéristique et intermédiaire sont confondus, il est possible d'approcher la valeur de ψ sur le seuil intermédiaire à température ambiante, $\psi^0_{[2]}$, pour une pression de confinement donnée (non nulle), CP :

$$\sin\psi^0_{[2]} \approx \rho_1 \left(\frac{CP\, m^0_{[3]} + \sigma_c \left(m^0_{[2]} \frac{CP}{\sigma_c} \right)^{a_{[2]}}}{CP\left(2 + m^0_{[3]}\right) + \rho_4 \sigma_c \left(m^0_{[2]} \frac{CP}{\sigma_c} \right)^{a_{[2]}}} \right), \quad m^0_{[2]} = \frac{m^0_{[1]} f_i^{1/a_{[2]}}}{f_i^2 - 1} \tag{4.76}$$

$m^0_{[3]}$ est donné par l'Équation (4.41) écrite à température ambiante. Moyennant une hypothèse sur la valeur de $\psi^0_{[2]}$ et sur ρ_1 ou ρ_4, il est possible d'évaluer le paramètre manquant. En faisant les mêmes hypothèses, l'angle de dilatance sur le seuil de pic à température ambiante, $\psi^0_{[1]}$, pour une pression de confinement donnée, s'exprime également de manière analytique :

$$\sin\psi^0_{[1]} \approx \rho_1 \left(\frac{\sigma_c \left(\sqrt{m^0_{[1]} \frac{CP}{\sigma_c} + 1} - \sqrt{m^0_{[5]} \frac{CP}{\sigma_c} + s^0_{[5]}} \right)}{CP\left(1 + \rho_2\right) + \sigma_c \left(\rho_2 \sqrt{m^0_{[1]} \frac{CP}{\sigma_c} + 1} + \sqrt{m^0_{[5]} \frac{CP}{\sigma_c} + s^0_{[5]}} \right)} \right) \tag{4.77}$$

$m^0_{[5]}$ et $s^0_{[5]}$ sont déterminés à partir des relations (4.44) et (4.45) écrites à température ambiante. Cette méthode analytique a notamment permis de tracer certaines courbes sur les Figures 4.22 et 4.23. Pour les courbes de droite sur la Figure 4.22 et pour les courbe à 5 MPa de confinement sur la Figure 4.23, nous avons fixé $\phi^0_{[1]} = 2°$ et $\phi^0_{[2]} = 25°$.

Nous noterons enfin que les évolutions présentées sur les Figures 4.22 et 4.23 sont en accord avec les données expérimentales obtenues par plusieurs auteurs, dont Alejano and Alonso (2005) et Arzúa and Alejano (2013) (Fig. 4.24).

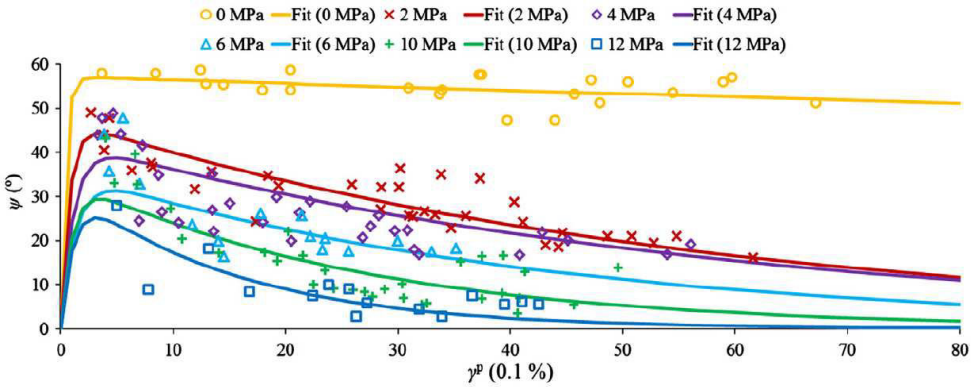


FIGURE 4.24 – *Évolution de l'angle de dilatance d'un granite (Blanco Mera), ψ, en fonction de la distorsion plastique, γ^p, pour plusieurs pressions de confinement - Source : Arzúa and Alejano (2013).*

4.3 INTÉGRATION NUMÉRIQUE

Dans ce paragraphe, nous revenons brièvement sur l'intégration numérique du modèle thermomécanique proposé dans le logiciel de calcul Code_Aster. Le modèle a été intégré selon deux schémas : un schéma explicite et un schéma implicite. Nous donnons uniquement les grandes lignes de ces deux schémas sans nécessairement détailler toutes les quantités mises en jeu. Dans ce qui suit, nous utiliserons exceptionnellement la notation $\boldsymbol{\sigma}$ pour désigner le tenseur des contraintes effectives. Ceci permet de ne pas alourdir les notations. Nous ne détaillerons pas l'expression des dérivées qui interviennent dans l'ensemble des équations. Le lecteur pourra se référer à Fernandes (2013) pour un aperçu de ces expressions pour le modèle *L&K*. Nous ne reviendrons également pas sur les principes de base d'intégration des modèles de comportement élastoplastique et viscoplastique. Le lecteur pourra se référer à Simo and Hughes (1998) pour plus de détails.

4.3.1 Schéma d'intégration explicite

Le schéma d'intégration explicite consiste en une phase classique de prédiction élastique suivie d'une phase de correction (visco)plastique si l'un des deux, ou les deux, mécanisme(s) est/sont activé(s) pendant ce *tire élastique*. Les variables d'entrée de l'algorithme de résolution sont :

- t : temps à l'instant "+" ;
- t^- : temps à l'instant "-" ;
- T : température à l'instant "+" ;
- T^- : température à l'instant "-" ;
- T_0 : température de référence ;
- $\boldsymbol{\sigma}^-$: tenseur des contraintes effectives à l'instant "-" ;
- ξ^{vp-} : variable d'écrouissage du mécanisme viscoplastique à l'instant "-" ;
- ξ^{p-} : variable d'écrouissage du mécanisme plastique à l'instant "-" ;
- $\boldsymbol{\Delta\epsilon}$: incrément de déformation totale.

Les variables de sortie sont :

- $\boldsymbol{\sigma}$: tenseur des contraintes effectives à l'instant "+" ;

- ξ^{vp} : variable d'écrouissage du mécanisme viscoplastique à l'instant "+" ;
- ξ^{p} : variable d'écrouissage du mécanisme plastique à l'instant "+" ;
- $\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \Delta \epsilon_{kl}}$: opérateur tangent.

À partir des données d'entrée, nous procédons de la manière suivante :

- Prédiction élastique : $\boldsymbol{\sigma^e} = \boldsymbol{\sigma}^- + \mathbb{A} : \left(\boldsymbol{\Delta\epsilon} - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T \boldsymbol{\delta}\right)$
- Mécanisme viscoplastique actif ?
  - Calcul de $F^{vp}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi^{vp-}, T)$
  - Si $F^{vp}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi^{vp-}, T) < 0$, élasticité :
    - $\boldsymbol{\Delta\epsilon^{vp}} = \mathbf{0}$
    - $\Delta\xi^{vp} = \Delta\gamma^{vp} = 0$
    - $\xi^{vp} = \xi^{vp-}$
    - $\gamma^{vp} = \gamma^{vp-}$
  - Si $F^{vp}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi^{vp-}, T) \geq 0$, viscoplasticité :
    - $\boldsymbol{\Delta\epsilon^{vp}} = A_v^T \left(\frac{\langle F^{vp}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi^{vp-}, T)\rangle}{P_a}\right)^{n_v} \boldsymbol{G^{vp-}} \Delta t$
    - $\Delta\gamma^{vp} = \sqrt{\frac{2}{3}\boldsymbol{\Delta e^{vp}} : \boldsymbol{\Delta e^{vp}}}$ avec $\boldsymbol{\Delta e^{vp}} = \boldsymbol{\Delta\epsilon^{vp}} - \frac{Tr(\boldsymbol{\Delta\epsilon^{vp}})}{3}\boldsymbol{\delta}$
    - $\Delta\xi^{vp} = \min\left(\Delta\gamma^{vp}, \xi_{[5]} - \xi^{vp-}\right)$
    - $\xi^{vp} = \xi^{vp-} + \Delta\xi^{vp}$
    - $\gamma^{vp} = \gamma^{vp-} + \Delta\gamma^{vp}$
    - $\boldsymbol{\epsilon^{vp}} = \boldsymbol{\epsilon^{vp-}} + \boldsymbol{\Delta\epsilon^{vp}}$
- Mécanisme plastique actif ?
  - Position de l'état de contrainte par rapport au seuil caractéristique :
    - Si $F^{vp}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi_{[5]}, T) \geq 0$, couplage entre les deux mécanismes
    - Si $F^{vp}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi_{[5]}, T) < 0$, pas de couplage entre les deux mécanismes
  - Calcul de $F^{p}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi^{p-}, T)$
  - Si $F^{p}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi^{p-}, T) < 0$, élasticité :
    - $\boldsymbol{\Delta\epsilon^{p}} = \mathbf{0}$
    - $\Delta\gamma^{p} = 0$
    - $\gamma^{p} = \gamma^{p-}$
    - $\xi^{p} = \xi^{p-} + \Delta\xi^{p}$ avec :
      $\Delta\xi^{p} = 0$ s'il n'y a pas couplage entre les deux mécanismes
      $\Delta\xi^{p} = \Delta\gamma^{vp}$ s'il y a couplage entre les deux mécanismes
    - Mise à jour des contraintes : $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma^e} - \mathbb{A} : \boldsymbol{\Delta\epsilon^{vp}} = \boldsymbol{\sigma}^- - \mathbb{A} : \left(\boldsymbol{\Delta\epsilon} - \boldsymbol{\Delta\epsilon^{vp}} - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\boldsymbol{\delta}\right)$
  - Si $F^{p}(\boldsymbol{\sigma^e}, \xi^{p-}, T) \geq 0$, plasticité :
    - Calcul de $\Delta\lambda$ (Éqs. 4.82 et 4.83), $\boldsymbol{\Delta\epsilon^{p}} = \Delta\lambda \boldsymbol{G^{p-}}$ et $\Delta\gamma^{p} = \sqrt{\frac{2}{3}\boldsymbol{\Delta e^{p}} : \boldsymbol{\Delta e^{p}}}$ avec $\boldsymbol{\Delta e^{p}} = \boldsymbol{\Delta\epsilon^{p}} - \frac{Tr(\boldsymbol{\Delta\epsilon^{p}})}{3}\boldsymbol{\delta}$
    - $\Delta\xi^{p} = \Delta\gamma^{p}$ s'il n'y a pas couplage entre les deux mécanismes
    - $\Delta\xi^{p} = \Delta\gamma^{p} + \Delta\gamma^{vp}$ s'il y a couplage entre les deux mécanismes
    - $\xi^{p} = \xi^{p-} + \Delta\xi^{p}$
    - Mise à jour des contraintes : $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^- + \mathbb{A} : (\boldsymbol{\Delta\epsilon} - \boldsymbol{\Delta\epsilon^{vp}} - \boldsymbol{\Delta\epsilon^{p}} - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\boldsymbol{\delta})$
- Calcul de l'opérateur tangent $\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \Delta \epsilon_{kl}}$ (§ 4.3.1.2)

4.3.1.1 Détermination de l'incrément du multiplicateur plastique $\Delta\lambda$

$\Delta\lambda$ est déterminé en appliquant la condition de Kuhn-Tucker :

$$F^p\left(\sigma_{ij}^- + A_{ijkl} : \left(\Delta\epsilon_{kl} - \Delta\lambda G_{kl}^{p\,-} - \langle\phi\rangle G_{kl}^{vp-}\Delta t - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\delta_{kl}\right),\ \xi^{p-} + \Delta\xi^{p}, T^- + \Delta T\right) = 0 \tag{4.78}$$

Nous choisissons de faire une résolution explicite par développement d'Euler :

$$F^p\left(\sigma_{ij}^- + A_{ijkl}:\left(\Delta\epsilon_{kl} - \langle\phi\rangle G_{kl}^{vp^-}\Delta t - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\delta_{kl}\right),\ \xi^{p^-},\ T^-\right) - \Delta\lambda\left(\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}}\right)_{|\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:G_{kl}^{p\ -}\right) + \Delta\xi^p\left(\frac{\partial F^p}{\partial\xi^p}\right)_{|\xi^{p-}} + \Delta T\left(\frac{\partial F^p}{\partial T}\right)_{|T^-} = 0 \tag{4.79}$$

Nous notons $\left(\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}}\right)_{|\sigma_{ij}^-} = \frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-}$, $\left(\frac{\partial F^p}{\partial\xi^p}\right)_{|\xi^{p-}} = \frac{\partial F^p}{\partial\xi^{p-}}$ et $\left(\frac{\partial F^p}{\partial T}\right)_{|T^-} = \frac{\partial F^p}{\partial T^-}$. Deux cas sont à distinguer :

– Couplage entre les mécanismes plastique et viscoplastique (état de contrainte au-dessus du seuil caractéristique) : $\Delta\xi^p = \Delta\gamma^p + \Delta\gamma^{vp}$

$$F^p\left(\sigma_{ij}^- + A_{ijkl}:\left(\Delta\epsilon_{kl} - \langle\phi\rangle G_{kl}^{vp^-}\Delta t - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\delta_{kl}\right),\ \xi^{p^-},\ T^-\right) - \Delta\lambda\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:G_{kl}^{p\ -}\right) + \left(\Delta\lambda\sqrt{\frac{2}{3}}g_{II}^{p\ -} + \Delta\gamma^{vp}\right)\frac{\partial F^p}{\partial\xi^{p-}} + \Delta T\frac{\partial F^p}{\partial T^-} = 0 \tag{4.80}$$

et

$$F^p\left(\sigma_{ij}^- + A_{ijkl}:\left(\Delta\epsilon_{kl} - \langle\phi\rangle G_{kl}^{vp^-}\Delta t - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\delta_{kl}\right),\ \xi^{p^-},\ T^-\right) = F^p(\sigma_{ij}^-,\xi^{p^-},\ T^-) + \frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:\left(\Delta\epsilon_{kl} - \langle\phi\rangle\Delta t G_{kl}^{vp^-} - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\delta_{kl}\right)\right) \tag{4.81}$$

d'où

$$\Delta\lambda = \frac{F^p(\sigma_{ij}^-,\xi^{p-},T^-) + \Delta\gamma^{vp}\frac{\partial F^p}{\partial\xi^{p-}} + \frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:\left(\Delta\epsilon_{kl} - \langle\phi\rangle\Delta t G_{kl}^{vp^-}\right)\right)}{\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:G_{kl}^{p\ -}\right) - \sqrt{\frac{2}{3}}g_{II}^{p\ -}\frac{\partial F^p}{\partial\xi^{p-}}} + \frac{\left(\frac{\partial F^p}{\partial T^-} - K\alpha_V\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \delta_{ij}\right)\Delta T}{\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:G_{kl}^{p\ -}\right) - \sqrt{\frac{2}{3}}g_{II}^{p\ -}\frac{\partial F^p}{\partial\xi^{p-}}} \tag{4.82}$$

avec $\langle\phi\rangle = A_v^T\left(\frac{\langle F^{vp}(\sigma^e,\xi^{vp^-})\rangle}{P_a}\right)^{n_v} = A_v^T\left(\frac{\langle F^{vp}(\sigma^- + A_{ijkl}:\left(\Delta\epsilon_{kl} - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\delta_{kl}\right),\xi^{vp^-})\rangle}{P_a}\right)^{n_v}$, A_v^T représente la quantité A_v calculée à la température T (instant "+").

– Pas de couplage entre les deux mécanismes (état de contrainte en dessous du seuil caractéristique) : $\Delta\xi^p = \Delta\gamma^p$

$$\Delta\lambda = \frac{F^p(\sigma_{ij}^-,\xi^{p-},T^-) + \frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:\left(\Delta\epsilon_{kl} - \langle\phi\rangle\Delta t G_{kl}^{vp^-}\right)\right)}{\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:G_{kl}^{p\ -}\right) - \sqrt{\frac{2}{3}}g_{II}^{p\ -}\frac{\partial F^p}{\partial\xi^{p-}}} + \frac{\left(\frac{\partial F^p}{\partial T^-} - K\alpha_V\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \delta_{ij}\right)\Delta T}{\frac{\partial F^p}{\partial\sigma_{ij}^-} : \left(A_{ijkl}:G_{kl}^{p\ -}\right) - \sqrt{\frac{2}{3}}g_{II}^{p\ -}\frac{\partial F^p}{\partial\xi^{p-}}} \tag{4.83}$$

4.3.1.2 Opérateur tangent

L'expression du tenseur des contraintes à l'instant "+" est :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}{}^- + A_{ijkl}:\Delta\epsilon_{kl}^{m,e} = \sigma_{ij}{}^- + A_{ijkl}:\left(\Delta\epsilon_{kl} - \Delta\lambda G_{kl}^{p\ -} - \langle\phi\rangle\Delta t G_{kl}^{vp^-} - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\delta_{kl}\right) \tag{4.84}$$

L'opérateur tangent est défini par :

$$\frac{\partial \Delta\sigma_{ij}}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} = A_{ijkl} - \left(A_{ijmn} : G^{p\ -}_{mn}\right) \otimes \frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} - \left(A_{ijmn} : G^{vp\ -}_{mn}\right) \otimes \frac{\partial \langle\phi\rangle}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} \Delta t \tag{4.85}$$

Les deux mêmes cas sont à distinguer :

– Pas de couplage entre les deux mécanismes : $\Delta\xi^p = \Delta\gamma^p$

$$\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} = \frac{\frac{\partial F^p}{\partial \sigma^-_{ij}} : \left(A_{ijkl} - \left(A_{ijmn} : G^{vp\ -}_{mn}\right) \otimes \frac{\partial \langle\phi\rangle}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} \Delta t\right)}{\frac{\partial F^p}{\partial \sigma^-_{ij}} : \left(A_{ijkl} : G^{p\ -}_{kl}\right) - \frac{\partial F^p}{\partial \xi^{p-}} \sqrt{\frac{2}{3}} g^{p\ -}_{II}} \tag{4.86}$$

$$\frac{\partial \langle\phi\rangle}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} = \frac{A^T_v n_v}{P_a} \left(\frac{< F^{vp}(\sigma^e, \xi^{vp-}, T) >}{P_a}\right)^{n_v - 1} \frac{\partial F^{vp}}{\partial \sigma^e_{ij}} : \frac{\partial \sigma^e_{ij}}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} \tag{4.87}$$

$$= \frac{A^T_v n_v}{P_a} \left(\frac{< F^{vp}(\sigma^e, \xi^{vp-}, T) >}{P_a}\right)^{n_v - 1} \frac{\partial F^{vp}}{\partial \sigma^e_{ij}} : A_{ijkl} \tag{4.88}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta\sigma_{ij}}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} = A_{ijkl} - \left(A_{ijmn} : G^{p\ -}_{mn}\right) \otimes & \frac{\frac{\partial F^p}{\partial \sigma^-_{ij}} : \left(A_{ijkl} - \left(A_{ijmn} : G^{vp\ -}_{mn}\right) \otimes \frac{\partial \langle\phi\rangle}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} \Delta t\right)}{\frac{\partial F^p}{\partial \sigma^-_{ij}} : \left(A_{ijkl} : G^{p\ -}_{kl}\right) - \frac{\partial F^p}{\partial \xi^{p-}} \sqrt{\frac{2}{3}} g^{p\ -}_{II}} \\ - \frac{A^T_v n_v}{P_a} \left(\frac{< F^{vp}(\sigma^e, \xi^{vp-}, T) >}{P_a}\right)^{n_v - 1} & \left(A_{ijmn} : G^{vp\ -}_{mn}\right) \otimes \left(\frac{\partial F^{vp}}{\partial \sigma^e_{ij}} : A_{ijkl}\right) \Delta t \end{aligned} \tag{4.89}$$

– Couplage entre les deux mécanismes : $\Delta\xi^p = \Delta\gamma^p + \Delta\gamma^{vp}$

$$\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} = \frac{\frac{\partial F^p}{\partial \sigma^-_{ij}} : \left(A_{ijkl} - \left(A_{ijmn} : G^{vp\ -}_{mn}\right) \otimes \frac{\partial \langle\phi\rangle}{\partial \Delta\epsilon_{kl}} \Delta t\right) + \frac{\partial F^p}{\partial \xi^{p-}} \frac{\partial \Delta\gamma^{vp}}{\partial \Delta\epsilon^{vp}_{kl}} : \frac{\partial \Delta\epsilon^{vp}_{kl}}{\partial \sigma^e_{ij}} : A_{ijkl}}{\frac{\partial F^p}{\partial \sigma^-_{ij}} : \left(A_{ijkl} : G^{p\ -}_{kl}\right) - \frac{\partial F^p}{\partial \xi^{p-}} \sqrt{\frac{2}{3}} g^{p\ -}_{II}} \tag{4.90}$$

où

$$\frac{\partial \Delta\gamma^{vp}}{\partial \Delta\epsilon^{vp}_{kl}} = \frac{2}{3} \frac{\Delta e^{vp}_{ij}}{\Delta\gamma^{vp}} : \left(\delta_{ik} \otimes \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \otimes \delta_{kl}\right) \tag{4.91}$$

$$\frac{\partial \Delta\epsilon^{vp}_{kl}}{\partial \sigma^e_{ij}} = \frac{A^T_v n_v}{P_a} \left(\frac{\langle F^{vp}(\sigma^e, \xi^{vp-}, T)\rangle}{P_a}\right)^{n_v - 1} \frac{\partial F^{vp}}{\partial \sigma^e_{ij}} \otimes G^{vp-}_{kl} \Delta t \tag{4.92}$$

4.3.2 Schéma d'intégration implicite

4.3.2.1 Phase de prédiction élastique

Cette étape est identique à celle du paragraphe 4.3.1.

4.3.2.2 Phase de correction : équations non linéaires à résoudre

Cette étape consiste à résoudre le système d'équations non linéaires établi sur la base des mécanismes viscoplastique et/ou plastique. Les inconnues du système d'équations non linéaires sont les contraintes effectives à l'instant "+", $\boldsymbol{\sigma}$, le multiplicateur plastique $\Delta\lambda$, la variable d'écrouissage du mécanisme plastique à l'instant "+", ξ^p, et la variable d'écrouissage du mécanisme viscoplastique à l'instant "+", ξ^{vp}. Le vecteur des inconnues est donc, au maximum, de taille 9 (3D). Les équations non linéaires à résoudre sont :

– L'équation d'état incrémentale, E_1 :

$$\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^- - \mathbb{A}(\boldsymbol{\sigma}) : \left(\boldsymbol{\Delta\epsilon} - \Delta\lambda \boldsymbol{G^p} - \left\langle \phi\left(F^{vp}\right)\right\rangle \boldsymbol{G^{vp}} - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T \boldsymbol{\delta} \right) = 0 \tag{4.93}$$

– La condition de Kuhn-Tucker, E_2 :

$$\text{Si } F^p < 0, \text{ alors } \Delta\lambda = 0 \tag{4.94}$$
$$\text{Si } F^p = 0, \text{ alors } \Delta\lambda > 0 \tag{4.95}$$

– L'évolution incrémentale de la variable d'écrouissage du mécanisme plastique, E_3 :

$$\xi^p - \xi^{p-} - \Delta\xi^p = 0 \tag{4.96}$$

– L'évolution incrémentale de la variable d'écrouissage du mécanisme viscoplastique, E_4 :

$$\xi^{vp} - \xi^{vp-} - \Delta\xi^{vp} = 0 \tag{4.97}$$

Ces inconnues forment un système carré, $R(\boldsymbol{\Delta Y})$, où $\boldsymbol{\Delta Y} = (\boldsymbol{\Delta\sigma}, \Delta\lambda, \Delta\xi^p, \Delta\xi^{vp})$. À l'itération j de la boucle de correction locale de Newton, l'équation matricielle suivante, d'inconnue $\delta(\boldsymbol{\Delta Y^{j+1}})$ est résolue :

$$\frac{dR(\boldsymbol{\Delta Y^j})}{d(\boldsymbol{\Delta Y^j})}\delta(\boldsymbol{\Delta Y^{j+1}}) = -R(\boldsymbol{\Delta Y^j}) \tag{4.98}$$

La matrice jacobienne $\frac{dR(\boldsymbol{\Delta Y^j})}{d(\boldsymbol{\Delta Y^j})}$, non symétrique, se construit de la manière suivante :

$$\frac{dR(\boldsymbol{\Delta Y^j})}{d(\boldsymbol{\Delta Y^j})} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_1}{\partial(\sigma_{ij})^j} & \frac{\partial E_1}{\partial(\Delta\lambda)^j} & \frac{\partial E_1}{\partial(\xi^p)^j} & \frac{\partial E_1}{\partial(\xi^{vp})^j} \\ \frac{\partial E_2}{\partial(\sigma_{ij})^j} & \frac{\partial E_2}{\partial(\Delta\lambda)^j} & \frac{\partial E_2}{\partial(\xi^p)^j} & \frac{\partial E_2}{\partial(\xi^{vp})^j} \\ \frac{\partial E_3}{\partial(\sigma_{ij})^j} & \frac{\partial E_3}{\partial(\Delta\lambda)^j} & \frac{\partial E_3}{\partial(\xi^p)^j} & \frac{\partial E_3}{\partial(\xi^{vp})^j} \\ \frac{\partial E_4}{\partial(\sigma_{ij})^j} & \frac{\partial E_4}{\partial(\Delta\lambda)^j} & \frac{\partial E_4}{\partial(\xi^p)^j} & \frac{\partial E_4}{\partial(\xi^{vp})^j} \end{pmatrix} \tag{4.99}$$

Expression des termes de la matrice jacobienne

Les termes dérivés associés à $\boldsymbol{R_1}$ (première ligne de $\frac{dR(\boldsymbol{\Delta Y^j})}{d(\boldsymbol{\Delta Y^j})}$) sont :

$$\begin{aligned} \frac{d(R_1)_{ij}}{d(\Delta Y_1)_{mn}} = I_{ijmn} - \frac{\partial A_{ijkl}}{\partial\sigma_{mn}} : \left(\Delta\epsilon_{kl} - \Delta\lambda G^p_{kl} - \left\langle\phi\left(F^{vp}\right)\right\rangle^+ G^{vp}_{kl} - \frac{\alpha_V}{3}\Delta T\delta_{kl}\right) + \\ \Delta\lambda A_{ijkl} : \frac{\partial G^p_{kl}}{\partial\sigma_{mn}} + A_{ijkl} : \left(G^{vp}_{kl} \otimes \frac{\partial\left\langle\phi(F^{vp})\right\rangle^+}{\partial\sigma_{mn}}\right)\Delta t + \left\langle\phi\left(F^{vp}\right)\right\rangle^+ \Delta t A_{ijkl} : \frac{\partial G^{vp}_{kl}}{\partial\sigma_{mn}} \end{aligned} \tag{4.100}$$

$$\frac{d(R_1)_{ij}}{d(\Delta Y_2)} = A_{ijkl} : G^p_{kl} \tag{4.101}$$

$$\frac{d(R_1)_{ij}}{d(\Delta Y_3)} = \Delta\lambda A_{ijkl} : \frac{\partial G^p_{kl}}{\partial\xi^p} \tag{4.102}$$

$$\frac{d(R_1)_{ij}}{d(\Delta Y_4)} = \Delta\lambda A_{ijkl} : \left(\frac{\partial\langle\Phi(F^{vp})\rangle^+}{\partial\xi^{vp}} G^{vp}_{kl} + \langle\Phi(F^{vp})\rangle^+ \frac{\partial G^{vp}_{kl}}{\partial\xi^{vp}}\right)\Delta t \tag{4.103}$$

Les termes dérivés associés à $\boldsymbol{R_2}$ (deuxième ligne de $\frac{dR(\boldsymbol{\Delta Y^j})}{d(\boldsymbol{\Delta Y^j})}$) sont :

– Si $(\boldsymbol{R_2}) \equiv \Delta\lambda$:

$$\frac{d(R_2)}{d(\Delta Y_1)_{ij}} = 0_{ij} \tag{4.104}$$
$$\frac{d(R_2)}{d(\Delta Y_2)} = 1 \tag{4.105}$$
$$\frac{d(R_2)}{d(\Delta Y_3)} = 0 \tag{4.106}$$
$$\frac{d(R_2)}{d(\Delta Y_4)} = 0 \tag{4.107}$$

– Si $(\boldsymbol{R_2}) \equiv F^p$:

$$\frac{d(R_2)}{d(\Delta Y_1)_{ij}} = \frac{\partial F^p}{\partial \sigma_{ij}} \tag{4.108}$$
$$\frac{d(R_2)}{d(\Delta Y_2)} = 0 \tag{4.109}$$
$$\frac{d(R_2)}{d(\Delta Y_3)} = \frac{\partial F^p}{\partial \xi^p} \tag{4.110}$$
$$\frac{d(R_2)}{d(\Delta Y_4)} = 0 \tag{4.111}$$

Les termes dérivés associés à $(\boldsymbol{R_3})$ (troisième ligne de $\frac{dR(\boldsymbol{\Delta Y}^j)}{d(\boldsymbol{\Delta Y}^j)}$) sont :

$$\frac{d(R_3)}{d(\Delta Y_1)_{ij}} = \begin{pmatrix} -\Delta\lambda\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\partial g^p_{II}}{\partial \sigma_{ij}}, & \text{cas contractant} \\ -\Delta\lambda\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\partial g^p_{II}}{\partial \sigma_{ij}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\Delta t\left(g^{vp}_{II}\frac{\partial\langle\phi(F^{vp})\rangle^+}{\partial \sigma_{ij}} + \langle\phi(F^{vp})\rangle^+\frac{\partial g^{vp}_{II}}{\partial \sigma_{ij}}\right), & \text{cas dilatant} \end{pmatrix} \tag{4.112}$$

$$\frac{d(R_3)}{d(\Delta Y_2)} = -\sqrt{\frac{2}{3}}g^p_{II} \tag{4.113}$$

$$\frac{d(R_3)}{d(\Delta Y_3)} = 1 - \Delta\lambda\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\partial g^p_{II}}{\partial \xi^p} \tag{4.114}$$

$$\frac{d(R_3)}{d(\Delta Y_4)} = \begin{pmatrix} 0 & \text{cas contractant} \\ -\sqrt{\frac{2}{3}}\Delta t\left(g^{vp}_{II}\frac{\partial\langle\phi(F^{vp})\rangle^+}{\partial \xi^{vp}} + \langle\phi(F^{vp})\rangle^+\frac{\partial g^{vp}_{II}}{\partial \xi^{vp}}\right), & \text{cas dilatant} \end{pmatrix} \tag{4.115}$$

Les termes dérivés associés à $(\boldsymbol{R_4})$ (quatrième ligne de $\frac{dR(\boldsymbol{\Delta Y}^j)}{d(\boldsymbol{\Delta Y}^j)}$) sont :

$$\frac{d(R_4)}{d(\Delta Y_1)_{ij}} = -\sqrt{\frac{2}{3}}\Delta t\left(g^{vp}_{II}\frac{\partial\langle\phi(F^{vp})\rangle^+}{\partial \sigma_{ij}} + \langle\phi(F^{vp})\rangle^+\frac{\partial g^{vp}_{II}}{\partial \sigma_{ij}}\right), \quad \text{si } \dot{\gamma}^{vp} \leq \xi_{[5]} - \xi^{vp-} \tag{4.116}$$
$$\frac{d(R_4)}{d(\Delta Y_2)} = 0 \tag{4.117}$$
$$\frac{d(R_4)}{d(\Delta Y_3)} = 0 \tag{4.118}$$
$$\frac{d(R_4)}{d(\Delta Y_4)} = 1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\Delta t\left(g^{vp}_{II}\frac{\partial\langle\phi(F^{vp})\rangle^+}{\partial \xi^{vp}} + \langle\phi(F^{vp})\rangle^+\frac{\partial g^{vp}_{II}}{\partial \xi^{vp}}\right) \tag{4.119}$$

L'expression détaillée de l'ensemble des termes mis en jeu dépend des dérivées principales suivantes :

$$\frac{\partial D^e_{ijkl}}{\partial \sigma_{mn}}, \quad \frac{\partial G^p_{ij}}{\partial \sigma_{kl}}, \quad \frac{\partial G^{vp}_{ij}}{\partial \sigma_{kl}}, \quad \frac{\partial\langle\Phi(F^{vp})\rangle^+}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \frac{\partial g^p_{II}}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \frac{\partial g^{vp}_{II}}{\partial \sigma_{ij}}, \tag{4.120}$$
$$\frac{\partial G^p_{ij}}{\partial \xi^p}, \quad \frac{\partial g^p_{II}}{\partial \xi^p}, \quad \frac{\partial G^{vp}_{ij}}{\partial \xi^{vp}}, \quad \frac{\partial g^{vp}_{II}}{\partial \xi^{vp}}, \quad \frac{\partial\langle\Phi(F^{vp})\rangle^+}{\partial \xi^{vp}} \tag{4.121}$$

Les expressions de ces dérivées ne seront pas détaillées dans ce mémoire.

ÉVALUATION DES PERFORMANCES DU MODÈLE

5

Sommaire

5.1 Modélisation du comportement instantané de l'argilite de Tournemire . . . 89
5.1.1 Généralités sur les essais réalisés par Masri (2010) . . . 89
5.1.2 Ajustement des paramètres matériau élastique et plastique . . . 90
5.1.2.1 Paramètres élastiques . . . 91
5.1.2.2 Paramètres plastiques . . . 91
5.1.3 Essais de fluage fictifs . . . 94
5.2 Essais de laboratoire spécifiques aux travaux de thèse . . . 95
5.2.1 Essais triaxiaux réalisés par le laboratoire GéoRessources à température ambiante 96
5.2.1.1 Descriptif . . . 96
5.2.1.2 Résultats . . . 96
5.2.2 Essais triaxiaux réalisés par le CEA à température élevée . . . 96
5.2.2.1 Descriptif . . . 96
5.2.2.2 Résultats . . . 97
5.2.3 Perspectives . . . 97

5.1 MODÉLISATION DU COMPORTEMENT INSTANTANÉ DE L'ARGILITE DE TOURNEMIRE

Dans les chapitres 2 et 4, nous avons fait de nombreuses références aux travaux réalisés par Masri (2010) sur l'argilite de Tournemire. Dans ce paragraphe, nous proposons de revenir sur ces résultats d'essais de compression triaxiale et d'ajuster/déterminer l'ensemble des paramètres matériau de la composante élastoplastique du modèle présenté dans le chapitre 4. Nous présenterons également quelques résultats concernant des essais de fluage *fictifs* à température élevée. L'objectif de ces essais est de mettre en évidence les phénomènes physiques que le mécanisme viscoplastique est en mesure de reproduire. Nous revenons dans un premier temps sur certaines généralités concernant le protocole suivi par Masri (2010) et le matériau étudié : l'argilite de Tournemire.

5.1.1 Généralités sur les essais réalisés par Masri (2010)

L'argilite de Tournemire provient des argiles du Toarcien (Jurassique inférieur, milieu de l'ère secondaire) du site de Tournemire dans l'Aveyron (France). De part l'historique de ces dépôts, l'argilite de Tournemire est un matériau anisotrope (orthotrope de révolution dont le plan isotrope est le plan de

TABLE 5.1 – *Composition minéralogique moyenne de l'argilite de Tournemire - Source : Masri (2010).*

Quartz	19%
Minéraux argileux	55%
Kaolinite	*50%*
Illite	*30%*
Interstratifiés	*15%*
Chlorite	*5%*
Calcite	15%
Autres (dolomite, sidérite, feldspaths, pyrite)	11%

TABLE 5.2 – *Porosité et densité de solide en fonction de la température de séchage - Source : Masri (2010).*

Température de séchage	**Porosité**	**Densité**
65°C	8,35%	2,72
80°C	8,53%	2,73
150°C	13,7%	2,76

stratification). La composition minéralogique moyenne de l'argilite de Tournemire est donnée dans la Table 5.1. La teneur naturelle en eau varie entre 4,5% et 8%. La porosité et la densité varient en fonction de la température de séchage (Tab. 5.2). Les échantillons utilisés par Masri (2010) sont de forme cylindrique, de diamètre 37 mm et de longueur 74 mm. Ces éprouvettes ont été carottées à l'air suivant deux orientations par rapport au plan de stratification. L'orientation notée $\alpha = 0°$ correspond à une éprouvette dont l'axe principal est perpendiculaire à la direction de stratification. L'orientation notée $\alpha = 90°$ correspond à une éprouvette dont l'axe principal est parallèle à la direction de stratification. Le protocole suivi par Masri (2010) est le suivant :

1. Chauffage drainé jusqu'à des températures de 20°C, 100°C, 150°C, 200°C ou 250°C. La Figure 2.2, commentée dans le paragraphe 2.1.1.1, présente les résultats obtenus pendant cette phase pour des éprouvettes chauffées à 250°C ($\alpha = 0°$ et $\alpha = 90°$).
2. Chargement mécanique isotrope jusqu'à des pressions de confinement de 0 MPa, 5 MPa, 10 MPa ou 20 MPa. La Figure 2.7, commentée dans le paragraphe 2.1.1.3, présente les résultats obtenus pendant cette phase pour un chargement isotrope de 20 MPa et des températures comprises entre 20°C et 250°C ($\alpha = 0°$).
3. Essai de compression triaxiale drainé : le chargement axial est appliqué à confinement et température constants à une vitesse de 0,3 MPa.min^{-1}.
4. Déchargement.

Nous ne reviendrons par sur la modélisation des deux premières phases car le modèle proposé n'est pas en mesure de reproduire les non linéarités observées sur la Figure 2.7. Ces phases sont quand mêmes modélisées mais le comportement décrit reste élastique non linéaire. Par ailleurs, nous nous intéressons uniquement aux résultats obtenus suivant l'orientation $\alpha = 0°$ car le modèle proposé dans le cadre de ces travaux de thèse n'est pas en mesure de reproduire le comportement anisotrope des géomatériaux.

Enfin, Masri (2010) indique que ces essais sont drainés et réalisés dans les conditions naturelles de saturation. Aucune information n'est renseignée sur l'évolution des pressions d'eau au cours de ces essais. Nous proposons donc de modéliser un comportement purement thermomécanique sans couplage.

5.1.2 Ajustement des paramètres matériau élastique et plastique

Pour tous ces essais de compression triaxiale, nous fixons $\gamma = 0$ (Éq. 4.19) par simplicité. Les modélisations sont réalisées sur point matériel en suivant le phasage décrit ci-dessus. Les essais modélisés sont au nombre de 20 (confinements de 0 MPa, 5 MPa, 10 MPa, 20 MPa et températures de 20°C,

100°C, 150°C, 200°C, 250°C). Ces essais sont considérés instantanés et nous fixons $A_v^0 = 0$ (Éq. 4.63) pour négliger les effets du mécanisme viscoplastique.

5.1.2.1 Paramètres élastiques

Les paramètres élastiques sont au nombre de quatre : le module de Young, E, le coefficient de Poisson, ν (ou de manière équivalente les modules de compressibilité,K, et de cisaillement,G), $n_{élas}$ (Éq. 4.16) et le coefficient de dilatation thermique, α_V (Éq. 4.17). Les constantes E et ν sont directement obtenues à partir des portions linéaires des courbes contrainte-déformation axiale et contrainte-déformation latérale à température ambiante. Conformément aux résultats présentés sur la Figure 5.1, nous prendrons $E = 10713$ MPa et $\nu = 0,20$ (valeur moyennée sur l'ensemble des pressions de confinement étudiées). Le paramètre $n_{élas}$ s'obtient en traçant de manière équivalente l'évolution du module de compressibilité ou du module de cisaillement en fonction de la pression de confinement. La Figure 5.2 présente les résultats obtenus pour $n_{élas} = 0,062$. Enfin, le coefficient de dilatation thermique, α_V, est obtenu en calculant la pente moyenne des courbes de dilatation thermique (Fig. 2.2). Nous prendrons $\alpha_V = 10^{-5}$K^{-1}.

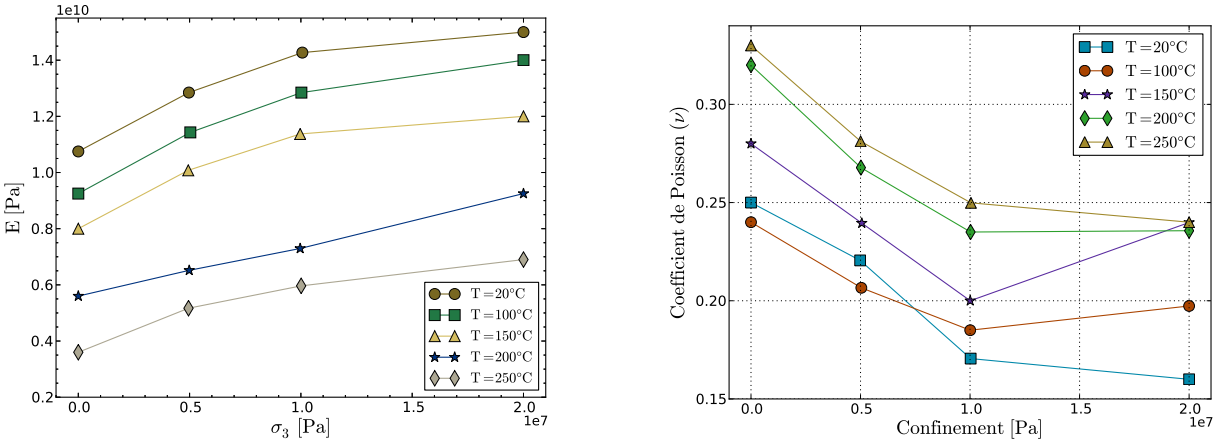


FIGURE 5.1 – *Évolutions du module de Young et du coefficient de Poisson en fonction de la température et de la pression de confinement - Source : Masri (2010)*

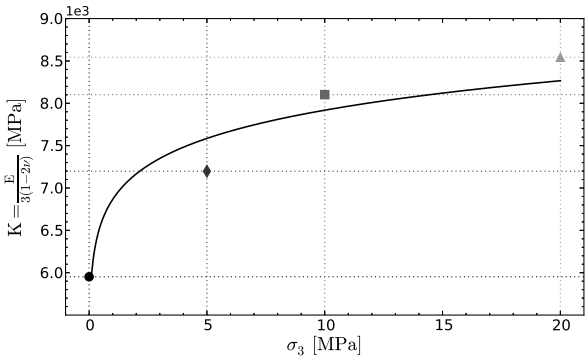


FIGURE 5.2 – *Ajustement du paramètre $n_{élas}$.*

5.1.2.2 Paramètres plastiques

Paramètres à température ambiante

Conformément à la démarche d'identification présentée dans le paragraphe 4.2.4.2, les premiers paramètres à déterminer sont σ_c et $m_{[1]}^0$. La résistance à la compression simple, σ_c, est obtenue à partir de résultats d'essais de compression simple à température ambiante. En accord avec les résultats présentés sur la Figure 2.19, nous prendrons $\sigma_c = 45$ MPa. $m_{[1]}^0$ est déterminé en ajustant le seuil de pic à température ambiante (■ sur la Fig. 5.3). Nous prendrons $m_{[1]}^0 = 7$.

Les données nécessaires à la détermination de la limite d'élasticité initiale ne sont pas disponibles. Pour déterminer le paramètre $m^0_{[0]}$, nous nous sommes donc inspirés des valeurs prises par Kleine (2007) et Plassart (2011) pour modéliser le comportement de l'argilite du COx qui est, certes moins compétente que l'argilite de Tournemire, mais qui reste une roche de composition et de comportement similaire. Nous prendrons $m^0_{[0]} = 0,1$. À titre indicatif, la valeur prise par Kleine (2007) et Plassart (2011) est de 0,01.

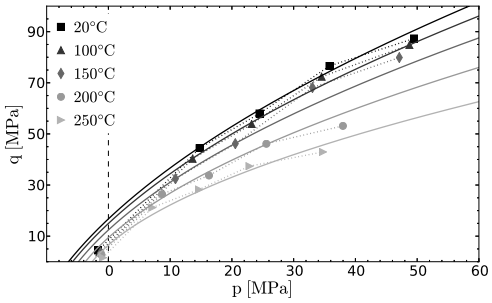


FIGURE 5.3 – *Détermination des paramètres $m^0_{[1]}$, r^m et r^s en ajustant les seuils de pic à différentes températures.*

Pour fixer l'ensemble des seuils à température ambiante, il reste à déterminer les paramètres q^0_i et $a_{[2]}$. Nous rappelons que q^0_i se déduit de la pente du seuil résiduel, $m^0_{[3]}$ ou $\phi^0_{[3]}$ (Éq. 4.36), et que $a_{[2]}$ peut être déterminé en identifiant les niveaux de déviateur correspondant à l'initiation d'un comportement dilatant dans le plan contrainte-déformation volumique (§ 4.2.5.2).

Les courbes contrainte-déformation volumique obtenues à température ambiante ne permettent pas réellement de déterminer $a_{[2]}$ car une seule courbe, celle obtenue à 5 MPa de confinement, montre une transition entre des comportements contractant et dilatant (Fig. 5.4). En nous inspirant des travaux réalisés par Kleine (2007) et Plassart (2011), nous prendrons $a_{[2]} = 0,61$. Les prédictions obtenues avec cette valeur montrent par ailleurs que nous ne sommes pas si éloignés des résultats expérimentaux obtenus à 5 MPa de confinement (Fig. 5.4).

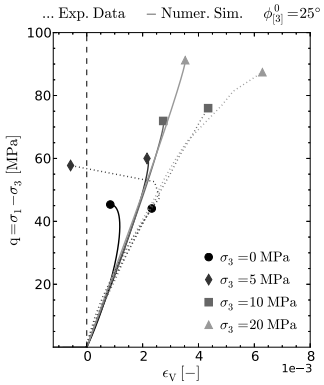


FIGURE 5.4 – *Courbes contrainte-déformation volumique mesurées et modélisées à température ambiante. Les données expérimentales sont représentées en pointillés et les prédictions numériques en traits pleins - Source : Masri (2010).*

Si nous nous référons aux résultats obtenus par Masri (2010), nous obtenons des angles de frottement résiduels, $\phi^0_{[3]}$, de l'ordre de 25°-30° (Fig. 5.5), ce qui apparaît élevé pour ce type de matériau. À titre de comparaison, les valeurs d'angles résiduels considérées par Kleine (2007) et Plassart (2011) pour modéliser le comportement de l'argilite du COx sont respectivement de 13,5° ($m^0_{[3]} = 0,61$) et 16,6° ($m^0_{[3]} = 0,8$). Nous rappelons par ailleurs que l'angle de frottement résiduel d'un granite est généralement de l'ordre de 30°-33°.

Pour caractériser l'influence du paramètre q^0_i, nous avons réalisé plusieurs prédictions pour des angles de frottement résiduels compris entre 15° et 30°. Les résultats de ces calculs sont présentés sur la Figure 5.5. Une augmentation de l'angle de frottement résiduel, donc une diminution de q^0_i,

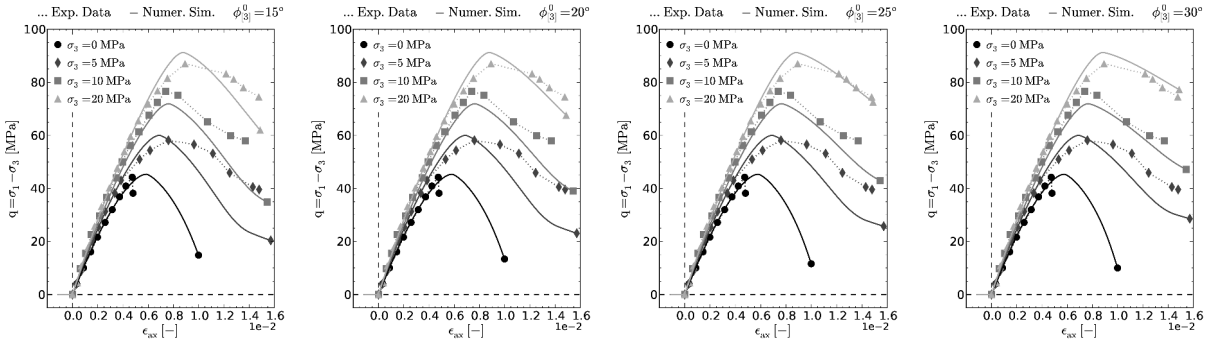


FIGURE 5.5 – *Courbes contrainte-déformation axiale mesurées et modélisées à température ambiante pour plusieurs valeurs du paramètre q_i^0. Les données expérimentales sont représentées en pointillés et les prédictions numériques en traits pleins. Les valeurs du paramètre q_i^0 correspondant aux angles de frottement résiduels, $\phi^0_{[3]}$, indiqués sur les figures sont renseignées dans la Table 5.3 - Source : Masri (2010).*

TABLE 5.3 – *Valeurs du paramètre q_i^0 correspondant à des angles de frottement résiduels de 15°, 20°, 25° et 30° et à des paramètres matériau $m^0_{[1]} = 7$ et $\sigma_c = 45$ MPa (Éq. 4.36) - Source : Masri (2010).*

Angle de frottement résiduel $\phi^0_{[3]}$ [°]	**Pente du seuil résiduel $m^0_{[3]}$ [-]**	**Paramètre q_i^0 [MPa]**
15	0,70	455,48
20	1,04	309,54
25	1,46	224,21
30	2	169,524

a un léger effet stabilisateur sur le comportement post-pic. Nous prendrons $q_i^0 = 224,21$ MPa, ce qui correspond à un angle de frottement résiduel de 25°.

$\xi^0_{[1]}$, $\xi^0_{[2]}$, ν_1 et ν_2 sont déterminés en ajustant les prédictions numériques sur les courbes contrainte-déformation axiale (Fig. 5.5). Pour les résultats présentés sur la Figure 5.5, $\xi^0_{[1]} = 0,0029$, $\xi^0_{[2]} = 0,014$, $\nu_1 = 2$ et $\nu_2 = 1,3$.

Les quantités restant à déterminer à température ambiante sont les paramètres des lois de dilatance, ρ_1, ρ_2 et ρ_4. Comme pour la constante $a_{[2]}$, les données concernant les déformations volumiques ne permettent pas de définir précisément ces paramètres. Inspirés des travaux de Kleine (2007), nous avons appliqué la méthode analytique décrite dans le paragraphe 4.2.8 (Éqs. 4.76 et 4.77) avec $\psi^0_{[1]} = 5°$, $\psi^0_{[2]} = 15°$, $CP = 5$ MPa et fixé $\rho_4 = 1$ pour déterminer $\rho_1 = 0,57$ et $\rho_2 = 2,73$. La Figure 5.6 présente les courbes de déformations volumiques obtenues pour ce jeu de paramètres.

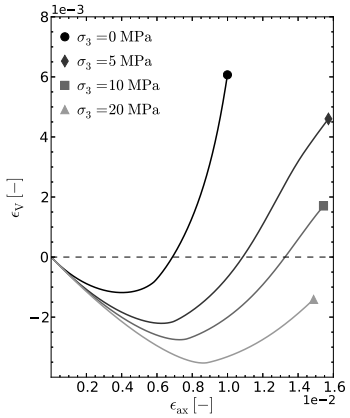


FIGURE 5.6 – *Courbes déformation volumique-déformation axiale obtenues pour $\rho_4 = 1$, $\rho_1 = 0,57$ et $\rho_2 = 2,73$.*

Paramètres à températures élevées

Comme à température ambiante, les premiers paramètres matériau à déterminer à températures élevées sont ceux qui contrôlent l'évolution du seuil de pic en fonction de la température, c'est à dire r^m

et r^s (§ 4.2.4.2). La Figure 5.3 présente les calages obtenus pour $r^m = -2,3.10^{-5}$ K^{-2} et $r^s = -4.10^{-5}$ K^{-2}. r^q est déterminé en traçant l'évolution de la pente du seuil résiduel en fonction de la température (§ 4.2.4.2). r^q a été déterminé en supposant que l'angle de frottement résiduel diminue de 25° à température ambiante à 15° à 250°C. Nous obtenons $r^q = 0,68$. Les paramètres $r^x_{[1]} = 0.0045$ K^{-1} et $r^x_{[2]} = 0,0015$ K^{-1} sont ajustés sur les courbes contrainte-déformation axiale à température élevée (Fig. 5.7). La Figure 5.7 présente l'ensemble des résultats obtenus pour des pressions de confinement comprises entre 0 MPa et 20 MPa et des températures comprises entre 20°C et 250°C. Ces résultats indiquent que le modèle présenté dans le cadre de ces travaux de thèse est en mesure de reproduire les principaux effets de la température sur le comportement déviatorique instantané de l'argilite de Tournemire.

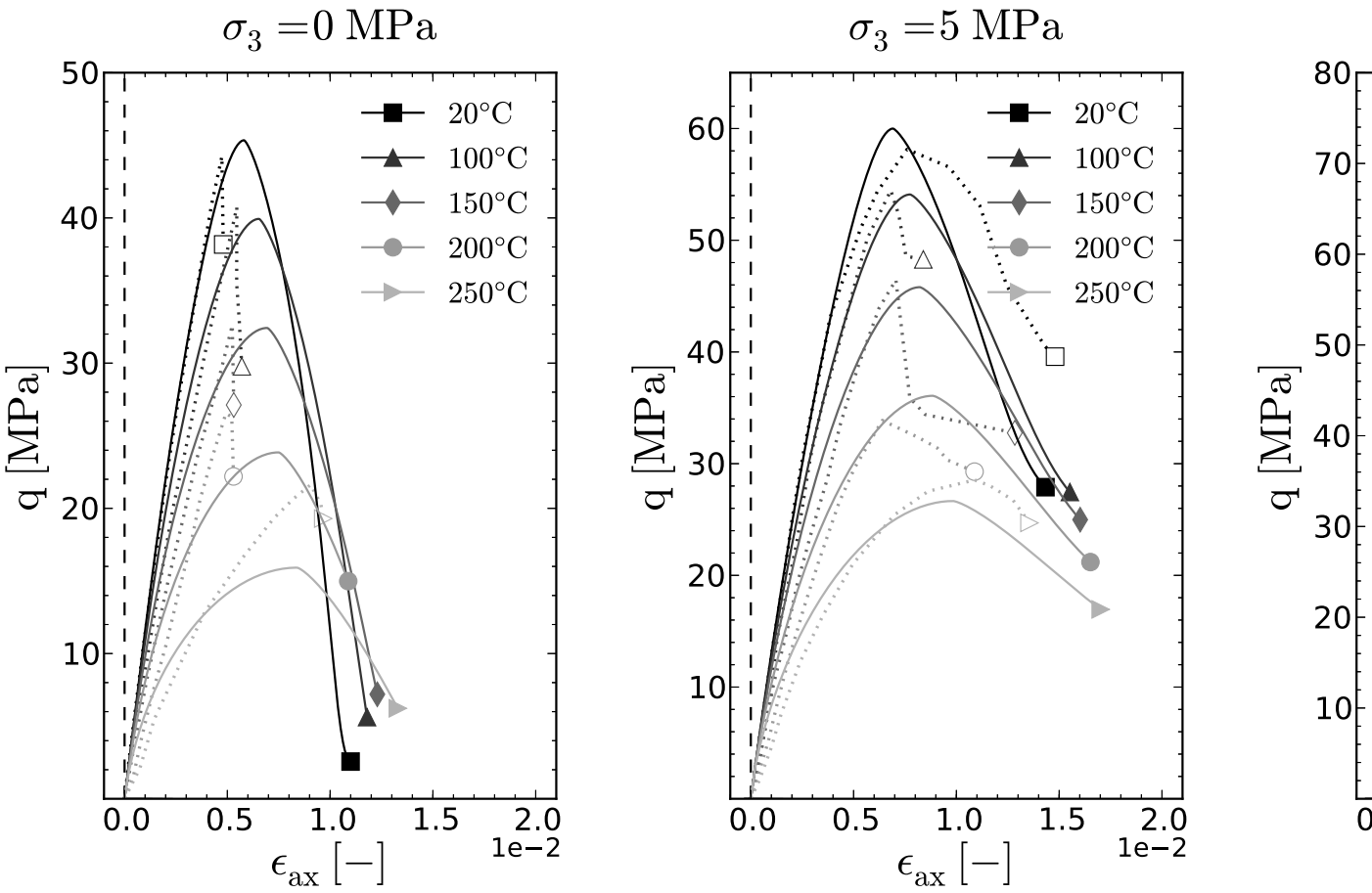


FIGURE 5.7 – *Courbes contrainte-déformation axiale mesurées et modélisées pour plusieurs températures et pressions de confinement. Les courbes en pointillés correspondent aux mesures expérimentales et les courbes en traits pleins correspondent aux prédictions numériques - Source : Masri (2010)*

5.1.3 Essais de fluage fictifs

Sur la base des paramètres matériau du mécanisme plastique déterminés dans le paragraphe 5.1.2, nous présentons ici des résultats d'essais de fluage *fictifs*. Ces essais sont qualifiés de *fictifs* car nous ne proposons pas d'ajustement sur des données expérimentales. Le but est uniquement de montrer que le modèle est en mesure de reproduire les phénomènes mis en évidence dans le paragraphe 2.2.1. Nous réutilisons le jeu de paramètres déterminé dans le paragraphe 5.1.2 pour la partie élastoplastique du modèle. Pour les paramètres matériau du mécanisme viscoplastique à température ambiante, nous nous inspirons des travaux de Kleine (2007) et fixons $\xi^0_{[5]} = 0,0039$ et $n_v = 4,5$. Nous choisissons volontairement une valeur faible pour A^0_v pour éviter que le comportement différé ne devienne trop rapidement instable à température élevée : $A^0_v = 10^{-16}$s^{-1}. Nous fixons $f_p = 0,1$, $Z = 30$ kcal.mol^{-1} et $r^5_{[x]} = 0,001$K^{-1}.

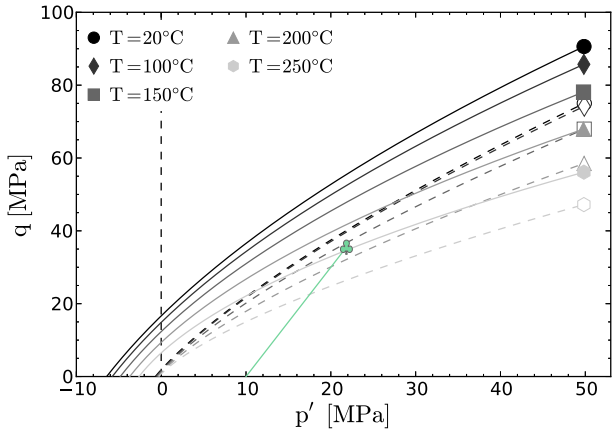


FIGURE 5.8 – *Évolution des seuils de pic et viscoplastique maximal en fonction de la température. La ligne verte illustre le chemin de contrainte suivi au cours des essais de fluage modélisés. Les seuils de pic sont représentés en traits pleins et les seuils viscoplastique maximaux en traits tiretés.*

Nous proposons de réaliser des essais de fluage à 10 MPa de pression de confinement, 33 MPa de contrainte déviatorique appliquée pendant 100 jours et à des températures constantes de 20°C, 100°C, 150°C, 200°C et 250°C. La Figure 5.8 présente l'évolution des seuils de pic et viscoplastique maximal en fonction de la température. Le chemin de contrainte suivi au cours de ces essais est également tracé. Nous remarquons que l'état de contrainte maintenu constant se trouve en dessous du seuil viscoplastique maximal pour des températures inférieures à 150°C et qu'il se trouve au-dessus de ce même seuil pour des températures supérieures à 200°C. La Figure 5.9 présente les résultats obtenus. Pour des températures inférieures à 150°C, le comportement à long terme l'amplitude et la cinétique d'évolution des déformations différées augmentent mais le comportement à long terme reste stable. Pour des températures supérieures à 200°C, le comportement devient instable. Pour une température de 250°C, il y a rupture au bout de 25 jours. Sur ces cas fictifs, nous voyons que le modèle proposé dans le cadre de ces travaux de thèse est en mesure de reproduire les principaux phénomènes mis en évidence dans le chapitre 2.

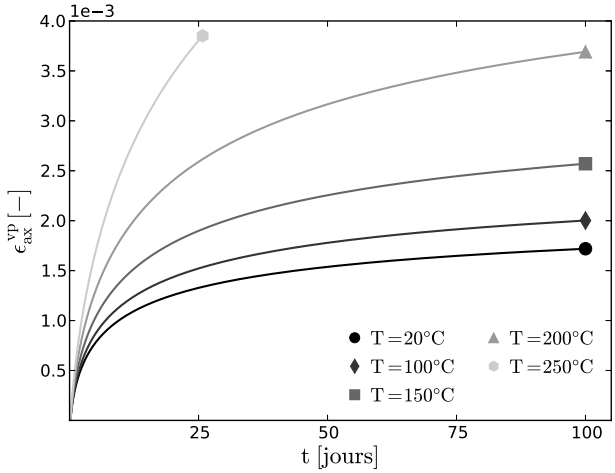


FIGURE 5.9 – *Évolution des déformations différées au cours d'un essai de fluage à 10 MPa de confinement, 33 MPa de déviateur et à des températures de 20°C, 100°C, 150°C, 200°C et 250°C.*

5.2 ESSAIS DE LABORATOIRE SPÉCIFIQUES AUX TRAVAUX DE THÈSE

Une campagne d'essais de laboratoire a été initiée dans le cadre de ces travaux de thèse dans le but de caractériser les comportements instantané et différé de l'argilite du COx à température élevée. Ces essais, réalisés en partenariat avec le laboratoire GéoRessources, le CEA et EDF, sont en cours

et devraient aboutir rapidement. Dans les paragraphes suivants, nous revenons brièvement sur les protocoles suivis lors de ces essais et sur les premiers résultats obtenus. Nous donnons également quelques perspectives concernant les objectifs de modélisation sur ouvrages qui devraient débuter dès la réception de l'ensemble des résultats.

5.2.1 Essais triaxiaux réalisés par le laboratoire GéoRessources à température ambiante

5.2.1.1 Descriptif

Les essais réalisés par le laboratoire GéoRessources dans le cadre de ces travaux de thèse sur des échantillons d'argilite du COx sont effectués à température ambiante sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 37,4 mm et de longueur 75,5 mm, pour des pressions de confinement de 2 MPa, 6 MPa et 12 MPa suivant l'orientation $\alpha = 90°$. La teneur en eau naturelle des trois échantillons est de l'ordre de 6,6%. La teneur en carbonates est de 18,3%. Le protocole expérimental suivi lors de ces essais est le suivant :

- Compression isotrope jusqu'à une pression de confinement de 2 MPa, 6 MPa ou 12 MPa.
- Chargement axial à une vitesse de déformation de $10^{-7}s^{-1}$ à confinement constant.
- Déchargement.

Des cycles de chargement/déchargement sont réalisés par paliers de 5 MPa de contrainte déviatorique. Les essais sont réalisés à teneur en eau naturelle et dans des conditions drainées. Les résultats de ces essais sont présentés et brièvement commentés dans le paragraphe suivant.

5.2.1.2 Résultats

Les résultats obtenus par le laboratoire GéoRessources sont présentés sur la Figure 5.10. Les résultats des essais réalisés à 2 MPa et 12 MPa de confinement sont cohérents avec ceux obtenus par Zhang et al. (2014) et présentés sur la Figure 2.18 (les valeurs de déviateur et de déformation axiale au pic sont dans le même ordre de grandeur). En revanche, l'essai à 6 MPa de confinement montre une réponse beaucoup plus raide et casse pour une déformation axiale plus faible que celle de l'essai à 2 MPa de confinement. Les déformations volumiques sont *contractantes* jusqu'au pic de résistance pour les essais à 2 MPa et 12 MPa de confinement. Pour l'essai à 2 MPa de confinement, le passage en régime post-pic est marqué par un saut brutal dans l'évolution des déformations volumiques.

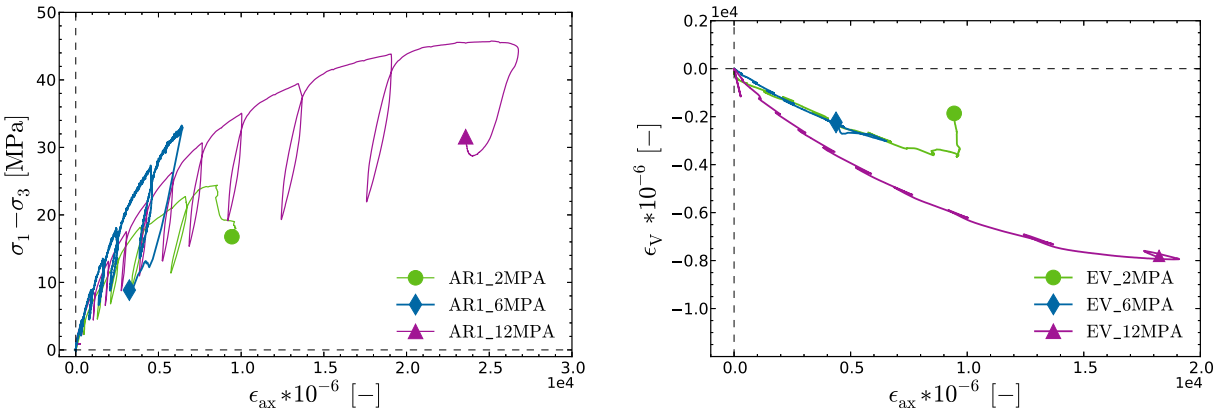


FIGURE 5.10 – *Courbes contrainte-déformation axiale et déformations volumiques-déformation axiale obtenues par le laboratoire GéoRessources sur des échantillons drainés d'argilite du COx à teneur en eau naturelle, à température ambiante, et pour des pressions de confinement de 2 MPa, 6 MPa et 12 MPa ($\alpha = 90°$).*

5.2.2 Essais triaxiaux réalisés par le CEA à température élevée

5.2.2.1 Descriptif

Les essais réalisés par le CEA dans le cadre de ces travaux de thèse sur des échantillons d'argilite du COx sont effectués à 95°C sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 25 mm et de longueur

≈51 mm, pour des pressions de confinement de 2 MPa, 6 MPa et 12 MPa suivant l'orientation $\alpha = 90°$. À ce jour, deux essais à 6 MPa et 6,4 MPa de confinement ont été réalisés. La teneur naturelle en eau des deux échantillons testés est plus faible que celle des échantillons testés à température ambiante par le laboratoire GéoRessources, de l'ordre de 4,56%. Le protocole expérimental suivi lors de ces essais est le suivant :

- Compression isotrope jusqu'à une pression de confinement de 6 MPa ou 6,4 MPa.
- Montée en température jusqu'à 95°C à une vitesse de 1°C.min^{-1} à confinement constant.
- Chargement axial à une vitesse de déformation de 10^{-7}s^{-1} à confinement et température constants.
- Déchargement.

Ces essais sont monotones et toutes les phases sont réalisées en conditions drainées à teneur en eau naturelle. Les résultats obtenus sont présentés et brièvement commentés dans le paragraphe suivant.

5.2.2.2 Résultats

Les premiers résultats obtenus par le CEA pour des pressions de confinement de 6 MPa et 6,4 MPa sont présentés sur la Figure 5.11. La résistance maximale obtenue est légèrement plus faible et les déformations axiales au niveau du pic de résistance sont du même ordre de grandeur que les données obtenues par Zhang et al. (2014) à 5 MPa de confinement. Les essais à 12 MPa de confinement sont en cours et nous devrions rapidement recevoir les résultats.

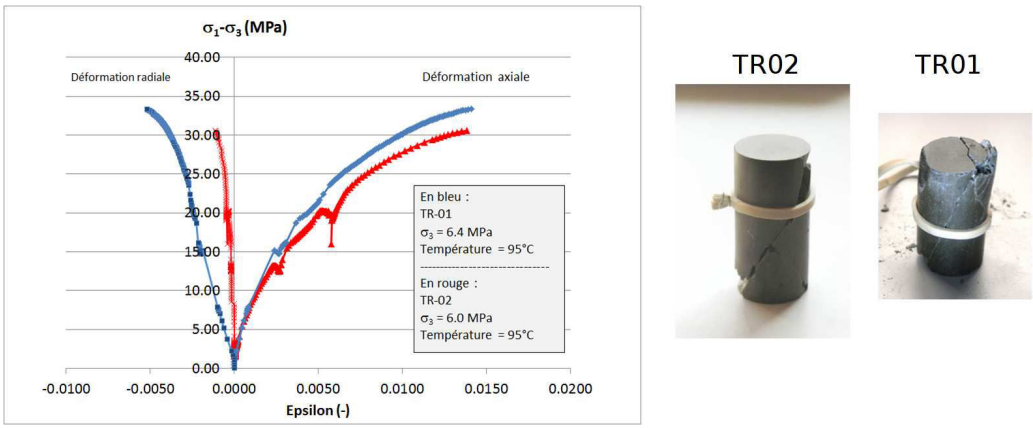


FIGURE 5.11 – *Courbes contrainte-déformation axiale obtenues par le CEA sur des échantillons drainés d'argilite du COx à teneur en eau naturelle, à 95°C, et pour des pressions de confinement de 6 MPa et 6,4 MPa ($\alpha = 90°$).*

Le CEA réalise également un essai de fluage à paliers de température variables dont les résultats ont été présentés et commentés dans le paragraphe 2.2.2. Nous ne reviendrons pas sur ces résultats dans ce paragraphe.

5.2.3 Perspectives

Ces résultats d'essais devraient permettre d'identifier la plupart des paramètres matériau du modèle proposé dans le chapitre 4 pour l'argilite du COx. Ces paramètres serviront ensuite de donnée d'entrée pour un calcul sur ouvrage déjà en cours de préparation. L'ensemble de ces données devra alimenter le contenu de ce chapitre.

CONCLUSION GÉNÉRALE 6

L'objectif de ces travaux de thèse était de répondre à la problématique liée à la modélisation des effets de la température sur les comportements instantané et différé des géomatériaux. La finalité de ce travail consistait à intégrer ces effets au modèle de comportement *L&K*.

L'étude du comportement thermomécanique des géomatériaux est un sujet qui touche un nombre important de domaines d'applications. Pour l'ensemble de ces applications, l'objectif commun est d'être en mesure de pouvoir justifier certains choix de dimensionnement sur des ouvrages soumis à des chargements d'origines mécanique et thermique. Dans ces travaux de thèse, nous avons, d'une part, mis en évidence que les comportements instantané et différé des géomatériaux pouvaient être affectés par des variations de température, et d'autre part, démontré que les outils couramment utilisés par les ingénieurs et les bureaux d'études pour modéliser le comportement mécanique des géomatériaux n'étaient pas adaptés à une description fine de leur comportement thermomécanique.

Les aspects thermodynamiques abordés dans le chapitre 3 peuvent paraître trop théoriques et éloignés des réalités ayant motivé le développement du modèle de comportement *L&K*. Ce sont néanmoins ces concepts qui nous ont permis de faire le lien entre les phénomènes thermomécaniques observés sur des échantillons de laboratoire et le cadre théorique du modèle *L&K*. Grâce à ces concepts, nous avons pu introduire les notions de domaine d'élasticité et d'écrouissage dans un cadre thermomécanique. Les phénomènes observés à l'échelle du laboratoire s'expliquent alors relativement simplement si nous considérons que des variations de température induisent des contractions/dilatations du domaine d'élasticité, appelées écrouissage thermique. Cette démarche nous a également, et surtout, permis de déterminer les grandeurs du modèle *L&K* qu'il était légitime de faire dépendre de la température.

L'extension thermomécanique du modèle *L&K* proposée dans le chapitre 4 s'est faite en deux temps. Le premier objectif, dont l'impact n'apparaît volontairement pas directement aux yeux du lecteur pour ne pas gêner sa compréhension, était de simplifier certains aspects liés à l'écriture mathématique du modèle. Même si nous pensons que ce point nécessite encore d'être amélioré, les propositions faites dans le cadre de cette thèse ont l'avantage d'avoir initié la démarche. Le but de ces simplifications était double : améliorer la robustesse du modèle d'un point de vue numérique et limiter le nombre de constantes matériau en vue d'intégrer les effets de la température. Nous nous étions fixé comme objectif de ne pas augmenter le nombre de paramètres matériau en intégrant les effets de la température au modèle. Cet objectif a aujourd'hui été atteint sans altérer le cadre physique et les concepts du modèle originel.

Un modèle de comportement qui s'attache à décrire finement certains phénomènes, souffre nécessairement du nombre de paramètres qu'il introduit. C'est en quelque sorte le prix à payer pour obtenir un cadre conceptuel suffisamment représentatif du comportement réel des matériaux que nous souhaitons modéliser. L'identification objective de ces paramètres est un exercice qui n'est pas aisé. Ce sujet à été abordé dans le chapitre 4 dans lequel nous avons décris de manière relativement exhaustive la démarche à entreprendre pour réussir cet exercice. Dans le chapitre 5, nous avons tenté

d'appliquer cette démarche, avec plus ou moins de réussite, aux cas du comportement de l'argilite de Tournemire et de l'argilite du COx. Nous sommes parfaitement conscients que la qualité et la quantité des données expérimentales nécessaires à l'identification de ces paramètres peu paraître ambitieuse et excessive. C'est pourquoi, nous avons, aussi souvent que possible, également proposé des démarches analytiques qui peuvent permettre d'approcher certains paramètres lorsque les données recherchées ne sont pas disponibles.

Une perspective à court terme de ces travaux de thèse est la mise en application du modèle thermomécanique sur des calculs d'ouvrage. Par ailleurs, sur le plan théorique, une perspective à court et moyen termes est l'enrichissement du modèle afin d'y intégrer la prise en compte de l'anisotropie, prioritairement de type isotrope transverse. En effet, dans certaines roches telles que les argilites, l'anisotropie est un phénomène fondamental dans la réponse du matériau à différentes sollicitations.

Enfin, le modèle proposé trouve ses limites dans la description de comportements irréversibles purement isotropes comme le phénomène de contraction thermique discuté dans le chapitre 2. Les évolutions à apporter à ce sujet ne constituent pas une priorité à court terme car le modèle proposé est principalement voué à être utilisé dans des cas où le chemin de contrainte suivi n'est pas isotrope (cas d'ouvrages souterrains).

ANNEXES

7

Sommaire

7.1 Tableaux proposés par Hoek et al. (1998) 101

7.1 TABLEAUX PROPOSÉS PAR HOEK ET AL. (1998)

TABLE 7.1 – *Valeurs du paramètre m_i pour des roches intactes. Les valeurs entre parenthèses sont des estimations - Source : Hoek et al. (1998).*

Rock Type	Class	Group	Texture			
			Coarse	Medium	Fine	Very Fine
Sediment.	Clastic		Conglom. (22)	Sandstone 19	Siltstone 9	Claystone 4
	Non-clastic	Org.		Greywacke (18) Chalk 7 Coal (8-21)		
		Carbonate	Breccia (20)	Sparitic Limest. (10)	Micritic Limest. 8	
		Chem.		Gypstone 16	Anhydrite 13	
Metamorph.	Non-foliated		Marble 9	Hornfels (19)	Quartzite 24	
	Slightly foliated		Migmatite (30)	Amphibolite 25-31	Mylonites (6)	
	Foliated		Gneiss 33	Schists 4-8	Phyllites (10)	Slate 9
Igneous	Light		Granite 33		Rhyolite (16)	Obsidian (19)
			Granodiorite (30)		Dacite (17)	
	Dark		Diorite (28)		Andesite 19	
			Gabbro 27	Dolerite (19)	Basalt (17)	
			Norite 22			
	Extrus. pyroclastic type		Agglom. (20)	Breccia (18)	Tuff (15)	

TABLE 7.2 – *Estimation de la résistance à la compression simple de roches intactes - Source : Hoek et al. (1998).*

Grade[a]	Term	UCS [MPa]	Point load index [MPa]	Field estimate of strength	Examples
R6	Extremely strong	>250	>10	Specimen can only be chipped with a geological hammer	Fresh basalt, chert, diabase, gneiss, granite, quartzite
R5	Very strong	100-250	4-10	Specimen requires many blows of a geological hammer to fracture it	Amphibolite, sandstone, basalt, gabbro, gneiss, granodiorite, limestone, marble, rhyolite, tuff
R4	Strong	50-100	2-4	Specimen requires more than one blow of a geological hammer to fracture it	Limestone, marble, phyllite, sandstone, schist, shale
R3	Medium Strong	25-50	1-2	Cannot be scrapped or peeled with a pocket knife, specimen can be fractured with a single blow from a geological hammer	Claystone, coal, concrete, schist, shale, siltstone
R2	Weak	5-25	[b]	Can be peeled with a pocket knife with difficulty, shallow indentation made by firm blow with point of a geological hammer	Chalk, rocksalt, potash
R1	Very weak	1-5	[b]	Crumble under firm blows with point of a geological hammer, can be peeled by a pocket knife	Highly weathered or altered rock
R0	Extremely weak	0.25-1	[b]	Indented by thumbnails	Stiff fault gouge

[a] Grade according to Brown (1981)
[b] Point load tests on rocks with a UCS below 25 MPa are likely to yield ambiguous results

BIBLIOGRAPHIE

LR. Alejano and E. Alonso. Considerations of the dilatancy angle in rocks and rock masses. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 42(4) :481–507, 2005.

G. Armand, A. Noiret, J. Zghondi, and DM. Seyedi. Short- and long-term behaviors of drifts in the callovo-oxfordian claystone at the meuse/haute-marne underground research laboratory. *J. Rock Mech. Geotech. Eng.*, 5 :221–30, 2013.

Article L542-1-1. Créé par la loi n° 2006-739 du 28 juin 2006 - art. 5 JORF 29 juin 2006 - http://www.legifrance.gouv.fr.

J. Arzúa and LR. Alejano. Dilation in granite during servo-controlled triaxial strength tests. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 61 :43–56, 2013.

G. Baldi, T. Hueckel, A. Peano, and R. Pellegrini. Developments in modelling of thermo-hydro-geomechanical behavior of boom clay and clay based buffer materials. *Vol. 1 & 2, a report EUR 13365/1&2 EN, Commission of European Communities, Nuclear Science and Technology*, 1990.

G. Baldi, T. Hueckel, A. Peano, and R. Pellegrini. Developments in modelling of thermo-hydro-geomechanical behaviour of boom clay and clay-based buffer materials. *Report EUR 13365, Commission of the European Communities, Nuclear science and technology*, 1991.

G. Baldi, T. Hueckel, and R. Pellegrini. Thermal volume changes on the mineral-water system in low porosity clay soils. *Can. Geotech. J.*, 25 :807–25, 1988.

J. Besson, G. Cailletaud, JL. Chaboche, and S. Forest. Mécanique non linéaire des matériaux. *Eds. Hermès, 512p.*, 2001.

J. Biarez and PY. Hicher. Elementary mechanics of soil behaviour. *Balkema*, 1994.

D. Bigoni and A. Piccolroaz. Yield criteria for quasibrittle and frictional materials. *Int. J. Solids Struct.*, 41 :2855–78, 2004.

MA. Biot. Non linear and semilinear rheology of porous solids. *J. Geophys. Res.*, 78(23) :4924–37, 1973.

MD. Bolton. The strength and dilatancy of sands. *Géotechnique*, 36 :65–78, 1986.

M. Boudali, S. Leroueil, and BR. Srinivasa Murthy. Viscous behaviour of natural clays. *In : Proc. 13th ICSMFE, New Delhi, No. 1*, pages 411–6, 1994.

A. Burger, E. Recordon, D. Bovet, L. Cotton, and B. Saugy. Thermique des nappes souterraines. *Presse Polytechniques Universitaires Romandes*, 1985.

JD. Byerlee. Brittle-ductile transition in rocks. *J. Geophys. Res.*, 73(14) :4741–50, 1968.

M. Cai, PK. Kaiser, Y. Tasaka, T. Maejima, and M. Morioka, H. Minami. Generalized crack initiation and crack damage stress thresholds of brittle rock masses near underground excavations. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 41 :833–47, 2004.

RG. Campanella and JK. Mitchell. Influence of temperature variations on soil behavior. *Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 94 :709–34, 1968.

C. Cekerevac and L. Laloui. Experimental study on the thermal effects on the mechanical behaviour of a clay. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 28(3) :209–28, 2004.

R. Cekerevac. *Thermal effects on the mechanical behaviour of saturated soils : an experimental, constitutive and numerical approach.* PhD thesis, EPFL, 2003.

XT. Chen, CA. Davy, F. Skoczylas, and JF. Shao. Effects of heat-treatment and hydrostatic loading upon the poro-elastic properties of a mortar. *Cement Concrete Res.*, 39 :195–205, 2009.

Code_Aster. EDF R&D, code général pour l'étude du comportement mécanique des structure diffusé sous licence GNU GPL - http://www.code-aster.org.

O. Coussy. Poromechanics. *John Wiley & Sons*, 2004.

YJ. Cui, N. Sultan, and P. Delage. A thermomechanical model for saturated clays. *Can. Geotech. J.*, 37 : 607–20, 2000.

MK. Darabi, RK. Abu Al-Rub, EA. Masad, and DN. Little. Thermodynamic-based model for coupling temperature-dependent viscoelastic, viscoplastic, and viscodamage constitutive behavior of asphalt mixtures. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 36 :817–54, 2012.

P. Delage, YJ. Cui, and M. Tang. Clays in radioactive waste disposal. *J. Rock Mech. Geotech. Engin.*, 2(2) :111–23, 2010.

T. Désoyer and J. Garrigues. (cours) modélisation des comportements thermomécaniques : cadre thermodynamique général et exemples - TMC.pdf. *École d'ingénieur. Centrale Marseille*, 2010.

MS. Diederichs, JL. Carvalho, and TG. Carter. A modified approach for prediction of strength and post yield behaviour for high gsi rock masses in strong, brittle ground. *1st Canada U.S. Rock Mech. Symp.*, pages 249–57, 2007.

MS. Diederichs and CD. Martin. Measurement of spalling parameters from laboratory testing. *Rock Mech. Civil Env. Eng. : Eur. Rock Mech. Symp. EUROCK*, pages 323–26, 2010.

A. Dizier. *Caractérisation des effets de température dans la zone endommagée autour de tunnels de stockage de déchets nucléaires dans des roches argileuses.* PhD thesis, Université de Liège, 2011.

DC. Drucker and W. Prager. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Q. Applied Math.*, 10(2) :157–65, 1952.

F. Dupray, L. Laloui, and A. Kazangda. Numerical analysis of seasonal heat storage in an energy pile foundation. *Comput. Geotech.*, 55 :67–77, 2014.

RD. Dwivedi, RK. Goel, VVR. Pasad, and A. Sinha. Thermo-mechanical properties of inidan and other granites. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 45 :303–15, 2008.

JM. Edmond and MS. Paterson. Volume changes during the deformation of rocks at high pressures. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 9 :161–82, 1972.

K. Elamrani. *Contribution à la validation du modèle CJS pour les matériaux granulaires.* PhD thesis, École Centrale de Lyon, 1992.

LG. Eriksson. Temperature effects on consolidation properties of sulphide clays. *In : Proc. 12th Int. Conf. Soil Mech. & Found. Eng., No. 3*, page 2087–90, 1989.

B. Evans, JT. Fredrich, and TF. Wong. Brittle-ductile transition in rocks : recent experimental and theoretical progress. *In : Brittle-Ductile Transition in Rocks, v. 86, AGU*, pages 1–20, 1990.

R. Fernandes. Loi de comportement viscoplastique letk. *Documentation Code_Aster R7.01.24 - r7.01.24.pdf*, 2013.

GJ. Fisher and MS. Paterson. Dilatancy during deformation at high temperatures and pressures. *J. Geophys. Res.*, 94 :17,607–17, 1989.

B. François. *Thermo-plasticity of soils at various saturation state : application to nuclear waste disposal.* PhD thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2008.

B. François, L. Laloui, and C. Laurent. Thermo-hydro-mechanical simulation of atlas in situ large scale test in boom clay. *Comput. Geotech.*, 36 :626–40, 2009.

M. Friedman, J. Handin, NG. Higgs, and JR. Lantz. Strength and ductility of four dry igneous rocks at low pressures, and temperature to partial melting. *Procs. 20^{th} Symp. Rock Mech., Austin, Texas, ASCE, New York*, pages 35–50, 1979.

M. Gasc-Barbier, S. Chanchole, and P. Bérest. Creep behavior of bure clayey rock. *Appl. Clay Sci.*, 26 : 449–58, 2004.

A. Gens and S. Olivella. Clay barrier in radioactive waste disposal. *Revue Française de Génie Civil*, 5(6) :845–56, 2001.

P. Germain. Mécanique, tomes i et ii. *Ellipses, Paris*, 1986.

M. Ghazavi and M. Roustaie. The influence of freeze-thaw cycles on the unconfined compressive strength of fiber-reinforced clay. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 61 :125–31, 2010.

S. Granet. Modèles de comportement thhm. *Documentation Code_Aster R7.01.11 - r7.01.11.pdf*, 2013.

S. Granet. Modélisations thhm. généralités et algorithmes. *Documentation Code_Aster R7.01.10 - r7.01.10.pdf*, 2014.

DT. Griggs, FJ. Turner, and HC. Heard. Deformation of rocks at 500 to 800˚c. *In : Rock Def., Memoir 79 (eds. Griggs, D.T. and Handin, J.) (GSA, NY)*, pages 39–103, 1960.

R. Guillaumont. Déchets radioactifs - gestion institutionnelle et opérationnelle. *Techniques De L'ingénieur*, bn3660, 2010a.

R. Guillaumont. Déchets radioactifs - gestion par stockage géologique. *Techniques De L'ingénieur*, bn3662, 2010b.

A. Haïed. *Étude expérimentale de la rupture en mode de déformation localisé dans un grès.* PhD thesis, Université de Lille I, 1995.

FE. Heuze. High-temperature mechanical, physical and thermal properties of granitic rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 20 :3–10, 1983.

PY. Hicher. étude des propriétés mécaniques des argiles à l'aide d'essais triaxiaux, influence de la vitesse et de la température. *Report of the soil mechanics laboratory, École Centrale de Paris*, 1974.

R. Hill. The mathematical theory of plasticity. *Clarendon Press, Oxford*, 1950.

R. Hill and JR. Rice. Elastic potentials and the structure of inelastic constitutive laws. *SIAM J. Appl. Math.*, 25(3) :448–61, 1973.

E. Hoek, C. Carranza-Torres, and B. Corkum. Hoek-brown failure criterion. *Ed. Proc. NARSM-TAC Conf., Toronto*, 1 :267–73, 2002.

E. Hoek, P. Marinos, and M. Benissi. Applicability of the geological strength index (gsi) classification for very weak and sheared rock masses. the case of the athens schist formation. *Bull. Eng. Geol. Env.*, 57 :151–160, 1998.

F. Homand-Étienne. *Comportement mécanique des roches en fonction de la température*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1985.

F. Homand-Étienne and R. Houpert. Thermally induced microcracking in granites : characterization and analysis. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 26(2) :125–34, 1989.

D. Hoxha. Essais de fluage sur l'argilite de l'est. fichiers informatiques, 2003.

D. Hoxha. Modélisation des géomatériaux et des ouvrages dans les massifs rocheux. mémoire d'habilitation à diriger des recherches en génie civil-hydrosystèmes-géotechnique, institut national polytechnique de lorraine, 2005.

T. Hueckel and G. Baldi. Thermoplasticity of saturated clays : experimental constitutive study. *J. Geotech. Eng. ASCE*, 116(12) :1778–96, 1990.

T. Hueckel and M. Borseto. Thermoplasticity of saturated soils and shales : Constitutive equations. *J. Geotech. Eng.*, 116(12) :1765–77, 1990.

T. Hueckel, B. François, and L.. Laloui. Explaining thermal failure in saturated clays. *Géotechnique*, 59(3) :197–212, 2009.

T. Hueckel and A. Peano. Some geotechnical aspects of radioactive waste isolation in continental clays. *Comput. Geotech.*, 3(2,3) :157–82, 1987.

T. Hueckel, A. Peano, and R. Pellegrini. A constitutive law for thermo-plastic behaviour of rocks : an analogy with clays. *Surv. Geophys.*, 15 :643–71, 1994.

T. Hueckel and R. Pellegrini. Modeling of thermal failure of saturated clays. *Numer. Models Geomech.*, pages 81–90, 1989.

JC. Hujeux. Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols. *in V. Davidovici (ed.) Genie Parasismique, presses de l'ENPC*, 1985.

LB. Ibsen and PV. Lade. Effects of nonuniform stresses and strains on measured characteristic states. *Proc. 2nd Int. Symp. Pre-fail. deform. charact. geomater., IS Torino 99, Sept 26-29*, pages 897–904, 1999.

C. Imbert. Essais de fluage en cours - action argi - cea/edf. *Fichiers Excels*, 2014.

Y. Jia, HB. Bian, G. Duveau, K. Su, and JF. Shao. Numerical modelling of in situ behaviour of the callovo-oxfordian argillite subjected to the thermal loading. *Eng. Geol.*, 109 :262–72, 2009.

M. Jobmann and M. Polster. The response of opalinus clay due to heating : a combined analysis of in situ measurements, laboratory investigations and numerical calculations. *Phys. Chem. Earth.*, 32 : 929–36, 2007.

KI. Kanatani. Mechanical foundation of the plastic deformation of granular materials. *IUTAM conf. on defor. and failure of gran. mater., Delft, 31 Aug-3 Sept*, 1982.

KI. Kanatani. Macroscopic and microscopic descriptions of the mechanics of granular materials. *Advances in the mechanics and flow of granular materials, M. Shahinpoor, Tran. Tech. Publ. Vol 1*, 1983.

A. Kleine. *Modélisation Numérique du Comportement des Ouvrages Souterrains par une Approche Viscoplastique*. PhD thesis, LaEGO, INPL, 2007.

RD. Klett. Deep rock nuclear waste disposal test : design and operation. *Sandia National Laboratories, Albuquerque, SAND-76-007*, 1974.

T. Koyama, M. Chijimatsu, H. Shimizu, S. Nakama, T. Fujita, A. Kobayashi, and Y. Ohnishi. Numerical modeling for the coupled thermo-mechanical processes and spalling phenomena in äspö pillar stability experiment (apse). *J. Mech. Geotech. Eng.*, 5 :58–72, 2013.

F. Laigle. *Modèle Conceptuel pour le Développement de Lois de Comportement adaptées à la Conception des Ouvrages Souterrains*. PhD thesis, 2004.

L. Laloui. *Modélisation du comportement thermo-hydro-mécanique des milieux poreux anélastiques*. PhD thesis, École Centrale de Paris, 1993.

L. Laloui. Thermo-mechanical behaviour of soils. *Env. Geomech.*, 5 :809–43, 2001.

L. Laloui and C. Cekerevac. Thermo-plasticity of clays : an isotropic yield mechanism. *Comput. Geotech.*, 30(8) :649–60, 2003.

L. Laloui and C. Cekerevac. Numerical simulation of the non-isothermal mechanical behaviour of soils. *Comput. Geotech.*, 35 :729–45, 2008.

L. Laloui and H. Modaressi. Modelling of the thermo-hydro-plastic behaviour of clays. *In : Hoteit N, editor. Hydromechanical and thermohydromechanical behaviour of deep argillaceous rock. Balkema*, pages 161–70, 2002.

L. Laloui, M. Nuth, and L. Vulliet. Experimental and numerical investigations of the behaviour of a heat exchanged pile. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 30 :763–81, 2006.

BE. Lingnau, J. Graham, and N. Tanaka. Isothermal modelling of sand-bentonite mixtures at elevated temperatures. *Can. Geotech. J.*, 32 :78–88, 1995.

M. Lion, F. Skoczylas, and B. Ledésert. Effects of heating on the hydraulic and poroelastic properties of bourgogne limestone. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 42 :508–20, 2005.

Loi n° 2006-739 du 28 juin 2006. Relative à la gestion durable des matières et déchets radioactifs - http://www.legifrance.gouv.fr.

Loi n° 91-1381 du 30 décembre 1991. Relative aux recherches sur la gestion des déchets radioactifs - http://www.legifrance.gouv.fr.

Loi n° 95-101 du 2 février 1995. Relative au renforcement de la protection de l'environnement http://www.legifrance.gouv.fr.

MP. Luong. Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents. *Revue Française de Génie Civil, Num. 10*, 1980.

M. Maleki, P. Dubujet, and B. Cambou. Modélisation hiérarchisée du comportement des sols. *Revue Française de Génie Civil*, 4(7-8) :895–928, 2000.

J. Mandel. Cours de mécanique des milieux continus. *Gauthier Villars, Paris*, 1966.

M. Masri. *Étude expérimentale et modélisation numérique du comportement thermomécanique à haute température de l'argilite de Tournemire*. PhD thesis, Université de Lille, 2010.

JR. McLaren and I. Titchell. Physical properties of granite relevant to near field conditions in nuclear waste depository. *AERE, Harwell, Report AERE-R-10046*, 1981.

JK. Mitchell, JC. McMillan, SL. Green, and RC. Sisson. Field testing of cable backfill systems. *In : Boogs SA, et al., editors. Underground cable backfill. New York : Pergamon Press*, pages 19–33, 1982.

H. Modaressi and L. Laloui. A thermo-viscoplastic constitutive model for clays. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 21 :313–35, 1997.

L. Moritz. Geotechnical properties of clay at elevated temperatures. *Swedish Geotech. Inst.*, page 69, 1995.

P. Pan and X. Feng. Numerical study on coupled thermo-mechanical processes in äspö pillar stability experiment. *J. Mech. Geotech. Eng.*, 2 :136–44, 2013.

A. Pellegrino. *Comportement fragile des roches. Dégradation des propriétés élastiques et anisotropie induite par les contraintes*. PhD thesis, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 1996.

J. Pellet. Opérateur `AFFE_MATERIAU`. *Documentation Code_Aster U4.43.03* - u4.43.03.pdf, 2014.

P. Perzyna. Thermodynamic theory of viscoplasticity. *New-York : Academic Press*, 1971.

J.M. Picard. *Écrouissage thermique des argiles saturées : application au stockage des déchets radioactifs*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 1994.

R. Plassart. *Modélisation hydromécanique du comportement des ouvrages souterrains avec un modèle de comportement élastoviscoplastique*. PhD thesis, LaEGO, INPL, 2011.

RL. Plum and MI. Esrig. Some temperature effects on soil compressibility and pore water pressure. *Highw. Res. Board Spec. Rep.*, 103 :231–42, 1969.

W. Prager. Non-isothermal plastic deformation. *Bol. Koninkl. Nedrl. Akad. Wet.*, 8(61/3) :176–82, 1958.

Rapport n° 8 de la CNE du 11 juin 2014. Recherches et études relatives à la gestion des matières et des déchets radioactifs instituée par la loi n° 2006-739 du 28 juin 2006 - https://www.cne2.fr/telechargements/RAPPORT_CNE2_8_062014.pdf.

KH. Roscoe and JB. Burland. On the generalized stress-strain behaviour of wet clay. *In : Eng. Plast., eds. J. Heyman and F.A. Leckie, 535-609. Cambridge, England : Cambridge University Press*, 1968.

AH. Rutter. The influence of temperature, strain rate and interstitial water in the experimental deformation of calcite rocks. *Tectonophys.*, 22 :311–34, 1974.

AN. Schofield and CP. Wroth. Critical state soil mechanics. *McGraw Hill, London*, 1968.

JC. Simo and TJR. Hughes. Computational inelasticity. *Springer*, page 412, 1998.

SP. Jr. (Editor) Clark (1966). Handbook of physical constants. *Geol. Soc. Am., New York*, 97, 1966.

N. Sultan. *Étude du comportement thermo-mécanique de l'Argile de Boom : Expériences et modélisation*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 1997.

N. Sultan, P. Delage, and YJ. Cui. Temperature effects on the volume changes behaviour of boom clay. *Eng. Geol.*, 64 :135–45, 2002.

G. Swan. The mechanical properties of stripa-granite. *Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-7074*, 1978.

K. Terzaghi. Theoretical soil mechanics. *John Wiley and Sons, New York*, 1943.

M. Tidfors and S. Sällfors. Temperature effect on preconsolidation pressure. *Geotech. Test. J., ASTM*, 12(1) :93–7, 1986.

M. Tidfors and S Sallfors. Temperature effect on preconsolidation pressure. *Geotech. Testing J.*, 12 : 93–7, 1989.

CF. Tsang, JD. Barnichon, J. Birkholzer, XL. Li, HH. Liu, and X. Sillen. Coupled thermo-hydro-mechanical processes in the near field of high-level radioactive waste repository in clay formations. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 49 :31–44, 2012.

J. Tullis and R. Yund. Experimental deformation of dry westerly granite. *J. Geophys. Res.*, 82 :5705–18, 1977.

PA. Vermeer and R. de Borst. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. *Heron*, page 29(3), 1984.

WR. Wawersik and WF. Brace. Post-failure behavior of a granite and a diabase. *Rock Mech.*, 3 :61, 1971.

K. Wilmański. Continuum theories of mixtures-lecture notes. mixturesrome.pdf, 2005.

TF. Wong. Effects of temperature and pressure on failure and post-failure behavior of westerly granite. *Mech. Mater.*, 1 :3–17, 1982.

TF. Wong and P. Baud. The brittle-ductile transition in porous rock : A review. *J. Struct. Geol.*, 44 : 25–53, 2012.

W. Wu, X. Li, R. Charlier, and F. Collin. A thermo-hydro-mechanical constitutive model and its numerical modelling for unsaturated soils. *Comput. Geotech.*, 31 :155–67, 2004.

CL. Zhang, O. Czaikowski, and T. Rothfuchs. Thermo-hydro-mechanical behavior of the callovo-oxfordian clay rock. *GRS-266. Germany : GRS*, 2010.

CL. Zhang, T. Rothfuchs, K. Su, and N. Hoteit. Experimental study of the thermo-hydro-mechanical behaviour of indurated clays. *Phys. Chem. Earth*, 32 :957–65, 2007.

F. Zhang, DW. Hu, SY. Xie, and JF. Shao. Influences of temperature and water content on the mechanical property of argillite. *Eur. J. Env. Civil Eng.*, 18(2) :173–89, 2014.

LY. Zhang, XB. Mao, and AH. Lu. Experimental study on the mechanical properties of rocks at high temperature. *Sci. China Series E : Technol. Sci.*, 52 :641–6, 2009.

XG. Zhao and M. Cai. A mobilized dilation angle model for rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 47(3) : 368–84, 2010.

H. Zhou, D. Hu, F. Zhang, and JF. Shao. A thermo-plastic/viscoplastic damage model for geomaterials. *Acta Mech Solida Sin*, 24 :195–208, 2011.

MD. Zoback and JD. Byerlee. The effect of cyclic differential stress on dilatancy in westerly granite. *J. Geophys. Res.*, 80(11) :1526–30, 1975.

NOTATIONS

α_V	Coefficient de dilatation thermique	$[°C^{-1}]$
T	Température actuelle	[°C]
T_0	Température de référence	[°C]
$\boldsymbol{\sigma}$	Tenseur des contraintes totales	[Pa]
b	Coefficient de Biot	[−]
p_w	Pression interstitielle	[Pa]
$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - bp_w$	Tenseur des contraintes effectives	[Pa]
$p = I_1/3 = Tr(\boldsymbol{\sigma})/3$	Pression moyenne	[Pa]
$p' = I_1'/3 = Tr(\boldsymbol{\sigma}')/3$	Pression moyenne effective	[Pa]
p'_{c0}	Pression de préconsolidation à une température de référence T_0	[Pa]
p'_c	Pression de préconsolidation à une température T	[Pa]
$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{\delta}$	Déviateur des contraintes	[Pa]
$q = \sqrt{3J_2} = \sqrt{3/2\boldsymbol{s} : \boldsymbol{s}}$	Second invariant du tenseur des contraintes	[Pa]
K	Module de compressibilité	[Pa]
G	Module de cisaillement	[Pa]
E	Module de Young	[Pa]
ν	Coefficient de Poisson	[−]
σ_c	Résistance à la compression simple	[Pa]

Ce document a été préparé à l'aide de l'éditeur de texte Kile et du logiciel de composition typographique LaTeX 2_ε.

Titre

PRISE EN COMPTE DES SOLLICITATIONS THERMIQUES SUR LES COMPORTEMENTS INSTANTANÉ ET DIFFÉRÉ DES GÉOMATÉRIAUX

Résumé

Le comportement thermomécanique des géomatériaux est un sujet de recherche qui touche un nombre important de domaines d'application : le stockage des déchets radioactifs en couche géologique profonde, le comportement des structures géothermiques, le stockage de chaleur, le comportement des matériaux à proximité des câbles à haute tension, le comportement saisonnier des matériaux asphaltiques, l'origine des tremblements de terre, etc...

Dans le contexte du stockage des déchets radioactifs en couches géologiques profondes, un intérêt particulier a récemment été accordé à l'étude du comportement thermomécanique de l'argile de Boom, l'argile à Opalines, l'argilite du Callovo-Oxfordien et la diorite d'Äspö.

L'ensemble de ces études montre qu'une exposition à des températures élevées peut altérer les propriétés physiques et mécaniques des géomatériaux : l'angle de frottement, la cohésion, la perméabilité-porosité, les modules élastiques, la résistance, le comportement volumique, le comportement post-pic, le comportement à long terme, etc...

Depuis une trentaine d'années, un nombre important de modèles de comportement ont été développés dans le but d'intégrer les effets de la température à des modèles élasto-plastiques dérivés de la théorie de l'état critique. Cependant, peu de ces modèles intègrent les effets du temps sur le comportement thermomécanique des géomatériaux ; lequel apparaît essentiel au dimensionnement de structures à long terme.

L'objectif de ces travaux de thèse est de répondre à cette problématique en intégrant les effets de la température au modèle de comportement mécanique *L&K*. Le modèle de comportement *L&K* est un modèle à deux mécanismes, l'un dit "plastique" permettant de décrire le comportement mécanique instantané des matériaux, l'autre dit "viscoplastique" permettant de décrire le comportement différé.

Après un état des lieux détaillé concernant les comportements thermomécaniques instantané et différé des géomatériaux, les effets de la température ont été pris en compte à travers l'évolution des paramètres d'écrouissage des deux mécanismes.

Ce modèle thermomécanique a été validé sur des applications expérimentales en support de ce travail de thèse. Les résultats montrent que la formulation proposée permet de reproduire fidèlement le comportement thermomécanique des géomatériaux. Les applications à venir concernent des calculs sur ouvrage dans le contexte du stockage des déchets radioactifs.

Mots-clés

Modèle de comportement, Comportement thermomécanique, Thermo-plasticité/viscoplasticité, Code_Aster, Géomatériaux

Title

INFLUENCE OF TEMPERATURE ON THE RATE-INDEPENDENT AND RATE-DEPENDENT BEHAVIOURS OF GEOMATERIALS AND UNDERGROUND EXCAVATIONS

Abstract

The effect of temperature on the behaviour of geomaterials is a crucial issue in geotechnical and underground engineering. The thermo-mechanical behaviour of rocks and soils contains many applications in the fields of high-level nuclear waste disposal, heat storage, geothermal structures, petroleum drilling, zones around buried high-voltage cables, bituminous materials, and geological research.

In the context of nuclear waste disposal at great depths, the thermo-mechanical behaviour of Boom clay, Opalinus clay, Callovo-Oxfordian argillite and Äspö diorite has recently received special attention in Europe.

Research in these areas has demonstrated that rocks and soils may suffer from changes in their mechanical properties during short-to long-term exposure to an elevated temperature. These

changes include effects on the friction angle, permeability/porosity, elastic moduli, shear strength, dilatancy, softening, brittle-to-ductile transition, creep, etc. . . .

Since Prager's first works on the modelling of non-isothermal plastic deformation, many constitutive models have been developed to include these phenomena in computational inelasticity. Most models generalize the critical-state model to include the effects of temperature on the short-term behaviour of clays and rocks. However, the effect of time on the thermo-mechanical behaviour is often not coupled to the rate-independent plasticity even if the long-term behaviour appears essential for ensuring the safety and stability during the design and construction analysis in many fields, such as the storage of nuclear waste and more generally underground excavations. Thus, it appears important to combine both instantaneous and delayed thermo-mechanical effects to obtain appropriate constitutive equations to model such problems.

In this Ph.D thesis, a unified thermo-plastic/viscoplastic constitutive model has been developed for this purpose. This model is a straightforward extension of the unified elasto-plastic/viscoplastic *L&K* constitutive model which was developed in previous Ph.D works. The updated thermo-mechanical model includes the evolutions of the two yield limits and the fluidity coefficient with temperature.

The model was validated under several thermo-mechanical conditions on clayey rocks. The typical features of the thermo-mechanical behaviour of geomaterials were well reproduced. The numerical predictions of the triaxial compression tests and creep tests clearly indicate that the model can predict the overall behaviour of geomaterials under deviatoric and non-isothermal stress paths.

Keywords

Constitutive model, Thermomechanical behaviour, Thermo-plasticity/viscoplasticity, Code_Aster, Geomaterials