



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



École Doctorale RP2E
Université de Lorraine

THÈSE DE DOCTORAT

Sciences du bois et des fibres

présentée par

Stéphane GIRARDON

AMÉLIORATION DES PERFORMANCES MÉCANIQUES DES ASSEMBLAGES BOIS SUR BOIS VISSÉS PAR PRÉPARATION DES INTERFACES APPLICATION À LA RÉALISATION D'ÉLÉMENTS DE STRUCTURE

Soutenue le 9 décembre 2014 devant le jury composé de :

R.	COLLET	Maître de conférences - HDR	Arts et Métiers ParisTech	Rapporteur
A.	BOUCHAÏR	Professeur	Université Blaise Pascal	Rapporteur
F.	DUBOIS	Professeur	Université de Limoges	Examineur
J.-F.	BOCQUET	Maître de conférences	Université de Lorraine	Examineur
J.-S.	LAUFFER	Ingénieur	Critt Bois	Invité
P.	TRIBOULOT	Professeur	Université de Lorraine	Directeur de thèse

ENSTIB - LERMAB
27 rue Philippe SÉGUIN
BP 1041
88051 Épinal Cedex 9 88 015 Épinal

École doctorale RP2E
2 avenue de la forêt de Haye
Site de Brabois
54501 Vandœuvre-lès-Nancy

*Cette thèse est dédiée à Mathilde,
le moteur de ma vie.*

*The trouble with having an open mind, of
course, is that people will insist on coming
along and trying to put things in it.*

Terry PRATCHETT

*« Ainsi, au lieu de ce grand nombre de préceptes dont la logique est composée, je
crus que j'aurais assez des quatre suivants, pourvu que je prisse une ferme et constante
résolution de ne manquer pas une seule fois à les observer.*

Le premier *était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie, que je ne la connusse
évidemment être telle : c'est-à-dire, d'éviter soigneusement la précipitation et la préven-
tion ; et de ne comprendre rien de plus en mes jugements, que ce qui se présenterait si
clairement et si distinctement à mon esprit, que je n'eusse aucune occasion de le mettre
en doute.*

Le second, *de diviser chacune des difficultés que j'examinerais, en autant de parcelles
qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour les mieux résoudre.*

Le troisième, *de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus
simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu, comme par degrés, jusques
à la connaissance des plus composés ; et supposant même de l'ordre entre ceux qui ne se
précèdent point naturellement les uns les autres.*

Et le dernier, *de faire partout des dénombrements si entiers, et des revues si générales,
que je fusse assuré de ne rien omettre. »*

René DESCARTES

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont accompagné, aidé et permis de mener cette thèse à son terme. Je souhaiterais tout d'abord remercier mon directeur de thèse, Pascal Triboulot, qui m'a permis de me lancer dans cette épreuve. Je tiens à remercier mon encadrant Jean-François Bocquet pour son appui scientifique et sa vision globale et objective, il a su me conseiller et me guider au cours de l'accomplissement de mes travaux de thèse. Je remercie aussi Laurent Bleron pour son regard neuf et ses conseils. Je remercie Robert Collet et Abdelhamid Bouchaïr qui m'ont fait l'honneur d'être les rapporteurs de ma thèse, ils ont pris le temps de m'écouter et m'ont permis d'obtenir du recul sur mes travaux. Je remercie également Frédéric Dubois d'avoir accepté de présider le jury de soutenance et de m'avoir apporté de précieux conseils. Je remercie également le Critt Bois pour avoir financé ma thèse, ainsi que mon encadrant Jean-Sébastien Lauffer, mais également Christophe Vaucourt pour son aide précieuse. Je tiens aussi remercier Linda Linda Bosserr et Béatrice Augier pour leur gentillesse et leur aide. Je remercie toute l'équipe bois du LaBoMaP, Robert Collet, Louis Denaud, Guillaume Pot, Michael Krebs, Fabrice Cottin, Jean-Claude Butaud et Roger Letourneau pour leur accueil, leur aide et pour m'avoir aménagé du temps libre me permettant de terminer sereinement la rédaction de mon mémoire. Pour tout cela je les remercie.

Un grand merci aussi à tous ceux avec qui j'ai partagé un bureau, pour m'avoir supporté tous les jours depuis plusieurs années. Ils m'ont beaucoup aidé et sont devenus des amis à qui je souhaite tout le courage qu'ils m'ont apporté. Je remercie vivement Charles Barthram, pour son écoute et ses conseils qui m'ont permis d'aller de l'avant et de trouver de nouvelles pistes pour répondre à mes problématiques. Je te souhaite bon courage pour la suite. Je remercie Iman Tavakoli d'avoir toujours répondu présent lorsque j'ai eu besoin d'aide et de soutien. Sans oublier Joffrey Viguière et Damien Lathuillière qui ont également répondu présents et m'ont apporté une vision complémentaire sur mes travaux. Je remercie Laure Trappier pour sa bonne humeur et sa gentillesse qui ont égayé le bureau. Je tiens à remercier Matthieu Debal pour ses encouragements et les moments de détente autour d'un babyfoot. Je remercie Pierre-Marie Obacz et Lise Mouchard pour les moments festifs des weekends. Je remercie mes parents qui ont toujours eu les mots pour m'encourager.

Mes derniers remerciements vont à Mathilde qui a tout fait pour m'aider et me soutenir dans tout ce que j'ai entrepris.

Table des matières

Remerciements	1
Introduction	15
I Éléments de construction en bois pleins et cellulaires	21
1 Éléments existants	23
1.1 Systèmes collés	24
1.2 Systèmes cloués	30
1.3 Systèmes sans clou ni colle	32
2 Modèles multicouches à connexions imparfaites	37
2.1 Modèles analytiques	37
2.2 Modèle de calcul aux éléments finis	52
3 Caractérisation des organes de liaisons	55
3.1 Normes européennes	55
3.2 Normes suisses	57
II Méthodologie de caractérisation d'un comportement non linéaire d'éléments de structure	59
4 Modèle éléments finis	63
4.1 Description du modèle d'une poutre reconstituée	63
4.2 Évaluation du modèle développé	65
4.3 Extrapolation du modèle de poutre	76
5 Raideurs équivalentes	81
5.1 Programmation d'un modèle analytique	83
5.2 Détermination des raideurs équivalentes	83
6 Outil d'interpolation	85
6.1 Paramètres influençant la raideur équivalente	85
6.2 Architecture retenue	88
6.3 Résultats sur la poutre multicouche	89

III	Amélioration des assemblages	95
7	Transmission des efforts par l'interface	97
7.1	Fonctionnement	97
7.2	Caractérisation mécanique	118
8	Maintien du contact à l'interface	151
8.1	Système de maintien	151
8.2	Description de la vis conique bois	152
8.3	Caractérisation mécanique	155
8.4	Résultats et analyse des essais	158
8.5	Résistance caractéristique	166
8.6	Conclusion	168
9	Assemblage rainuré vissé	169
9.1	Caractérisation mécanique	169
IV	Utilisation de l'assemblage amélioré dans des éléments de structure	175
10	Fabrication de poutres multicouches	177
10.1	Exemple d'utilisation	177
10.2	Première version	178
10.3	Seconde version	183
10.4	Confrontation avec le modèle	189
11	Fabrication d'un mur en ossature	191
11.1	Exemples d'utilisation	191
11.2	Description et réalisation	193
11.3	Essai	196
11.4	Modèle de mur	199
11.5	Confrontation avec l'essai	201
	Conclusion	207
	Bibliographie	213
	Annexe	221
A	Modèle de B. Heimeshoff	221
B	Relations analytiques	235

C	Fonctionnement d'un réseau de neurones artificiels	245
D	Base de données poutres reconstituées tourillonnées	253
E	Calculs des précisions de mesures	259
E.1	Éprouvettes pour le cisaillement des rainures	259
E.2	Éprouvettes pour l'arrachement des vis	260
F	Détails des mesures du cisaillement des rainures	263
G	Détails des mesures sur l'arrachement des vis	273
G.1	Support en bois massif	273
G.2	Support en lamibois	278
H	Détails des mesures sur l'assemblage rainuré vissé	283
	Résumé / Abstract	287

Table des figures

1	Répartition et évolution de la couverture forestière française [IGN08, Cin96] . . .	17
1.1	Diminution de l'inertie en fonction du fractionnement de la section	23
1.2	Relations entre les normes Européennes pour les produits en bois de structure (NF EN 14080 [AFN13])	25
1.3	Banc de pression semi-automatique déployé chez Fargeot Lamellé Collé	26
1.4	Systèmes collés	28
1.5	Schéma d'un montage d'essai de torsion	29
1.6	Lamibois à plis croisés	30
1.7	Plancher en bois massif cloué	31
1.8	Panneau en bois contre-cloué	31
1.9	Système chevillé	32
1.10	Panneau iCLT	33
1.11	Rupture par glissement des pièces	33
1.12	Technologies du soudage du bois	34
1.13	Parois assemblées par tourillons soudés	34
2.1	Contraintes dans la section de la poutre reconstituée	38
2.2	Poutre sur deux appuis avec un chargement réparti constant	41
2.3	Section et propriétés mécaniques de la poutre reconstituée	42
2.4	Modèle simplifié pour le calcul de la rigidité en cisaillement	43
2.5	Équilibre d'une section sur une longueur élémentaire	44
2.6	Déformation équivalente en cisaillement sur une longueur dx de poutre	45
2.7	Contraintes de flexion dans la section de la poutre reconstituée	51
2.8	Contraintes de cisaillement dans la section de la poutre reconstituée	51
2.9	Modèle MEF développé par E. Lukaszewska 2.9	52
2.10	Schéma de la liaison inter lamelle du modèle MEF développé par L. Resch [Res09]	53
2.11	Modèle MEF développé par C. O'Loinsigha et M. Oudjene [OOS ⁺ 12]	54
3.1	Courbe théorique déformation-charge et mesures selon NF EN 26891 [AFN91] . .	56
3.2	Définition des raideurs des assemblages α selon la SIA 265 [Nor12]	57
4.1	Modèle MEF d'une poutre reconstituée	64
4.2	Exemple de maillage d'une poutre pleine reconstituée	65
4.3	Essais de cisaillement d'un tourillon soudé [Res09]	66

4.4	Essais de cisaillement de tourillons soudés [Res09]	67
4.5	Disposition des tourillons soudés	71
4.6	Dispositif expérimental pour les essais en flexion 3 points des poutres reconstituées par tourillons soudés	72
4.7	Rupture des poutres tourillonnées	73
4.8	Comparaison du modèle et des essais	74
4.9	Schéma des critères retenus pour les points de fonctionnement	79
5.1	Points de fonctionnement ELU et ELS	81
5.2	Recherche d'une raideur effective	82
5.3	Obtention des paramètres influant	82
5.4	Obtention des points de fonctionnement	83
6.1	Relation entre les raideurs k_u et k_{ser} obtenue par le modèle MEF	86
6.2	Matrice de corrélation des paramètres avec la raideur K_{ser}	87
6.3	Schéma du réseau de neurones artificiels utilisé	88
6.4	Comparaison entre les valeurs de raideur cible et celles calculées par le réseau de neurones	92
7.1	Profils de dent pour reprise d'effort unidirectionnel	99
7.2	Matriçage en dent-de-scie	99
7.3	Définition du plan médian d'un assemblage - vue de profil	100
7.4	Motif élémentaire pour le matriçage des surfaces	100
7.5	Polygones répondant au premier critère	102
7.6	Exemple de conception d'un façonnage à base triangulaire	103
7.7	Tolérance sur la hauteur de dent pour garantir un plaquage des faces	103
7.8	Exemple d'assemblage en vue d'être utilisé en poutre treillis	104
7.9	Exemple de rainurage à base carrée	104
7.10	Exemple d'assemblage en vue d'être utilisé en mur d'ossature	105
7.11	Exemple de forme sinusoïdale de façonnage de base carrée	105
7.12	Exemple de rainurage de surface	106
7.13	Assemblage de deux pièces rainurées à un angle de 45°	106
7.14	Assemblage permettant de bloquer les pièces dans deux directions et une rotation	107
7.15	Rainurage partiel pour bloquer l'assemblage en déplacement dans deux directions	108
7.16	Essais d'usinage transverse sur mini-fraiseuse à commande numérique	109
7.17	Essais de cisaillement sur des prototypes	110
7.18	Courbe d'essais de cisaillement de rainure	110
7.19	Robot portique	112
7.20	Système de maintien des pièces sur la table d'usinage	113
7.21	Plan de l'outil à rainurer adapté au robot portique	115
7.22	Problème lors de l'usinage d'une denture transversale au sens du fil du bois . . .	116
7.23	Problème d'usinage d'une denture transversale au fil du bois	116
7.24	Rupture locale de la base de la dent (vue du dessus)	117

7.25	Rainurage sur du meranti, du chêne et du hêtre (respectivement de bas en haut)	118
7.26	Modèle analytique de contact des dents	119
7.27	Comportement théorique d'un assemblage	126
7.28	Comportement de l'assemblage rainuré selon le modèle MEF (pleins) et le modèle analytique (pointillés)	127
7.29	Vue éclatée du montage d'essais en cisaillement	129
7.30	Les différentes possibilités d'assembler deux pièces de bois rainurées par rapport au fil du bois	130
7.31	Plan des éprouvettes matricées avec un pas de $2.5mm$	132
7.32	Plan des éprouvettes matricées avec un pas de $5mm$	132
7.33	Appareillages de mesure pour la masse volumique et le module d'élasticité longitudinal	133
7.34	Exemple de pièce rainurée longitudinalement recollée sur une pièce support . . .	135
7.35	Distribution de la masse volumique par types d'échantillons	136
7.36	Positions des cibles sur le montage de cisaillement	137
7.37	Comportement des assemblages croisés de pas $2mm$ jusqu'à $8kN$	139
7.38	Comportement des assemblages croisés avec un pas de $5mm$	140
7.39	Comportement des assemblages croisés avec précontrainte de $0.56 MPa$ jusqu'à rupture	141
7.40	Comportement des assemblages parallèles avec un pas de $2mm$	142
7.41	Comportement des assemblages parallèles avec un pas de $5mm$	143
7.42	Comportement des assemblages parallèles avec précontrainte de $0.56 MPa$ jusqu'à rupture	144
7.43	Images avant (gauche) et après (droite) rupture au niveau de la base des dents (cercles rouges) pour chaque type d'éprouvettes	145
7.44	Distribution des raideurs mesurées selon le type de rainurage et la précontrainte appliquée (en MPa)	147
7.45	Matrice de corrélation pour les éprouvettes de type C2	148
7.46	Matrice de corrélation pour les éprouvettes de type C5	148
7.47	Matrice de corrélation pour les éprouvettes de type P2	149
7.48	Matrice de corrélation pour les éprouvettes de type P5	149
8.1	Vis conique bois	151
8.2	Vis usinée sur un mini-tour à commande numérique	152
8.3	Illustration du problème de fabrication des vis	153
8.4	Plan de la vis de pas $2.0mm$ avec une conicité de 1°	153
8.5	Plan de la vis de pas $2.5mm$ avec une conicité de 1°	154
8.6	Plan de la vis de pas $2.0mm$ avec une conicité de 2°	154
8.7	Plan de la vis de pas $2.5mm$ avec une conicité de 2°	154
8.8	Rupture du support des vis lors des essais de prototypage	155
8.9	Plan des éprouvettes d'essais d'arrachement	156
8.10	Distribution de la moyenne des masses volumiques des éprouvettes par type de vis	157
8.11	Phases de réalisation de l'éprouvette de test à l'arrachement des vis coniques . .	157

8.12	Mèches coniques servant aux perçages pour l'introduction des vis	157
8.13	Dispositif expérimental pour les essais d'arrachement des vis	158
8.14	Comportement à l'arrachement des vis de cône 1° et de pas 2mm	159
8.15	Comportement à l'arrachement des vis de cône 1° et de pas 2.5mm	159
8.16	Comportement à l'arrachement des vis de cône 2° et de pas 2mm	159
8.17	Comportement à l'arrachement des vis de cône 2° et de pas 2.5mm	160
8.18	Matrice de corrélation pour les éprouvettes en bois massif	161
8.19	Ruptures d'éprouvettes d'essais en arrachement dans du lamibois	162
8.20	Comportement à l'arrachement des vis de cône 1° et de pas 2mm	162
8.21	Comportement à l'arrachement des vis de cône 1° et de pas 2.5mm	162
8.22	Comportement à l'arrachement des vis de cône 2° et de pas 2mm	163
8.23	Comportement à l'arrachement des vis de cône 2° et de pas 2.5mm	163
8.24	Comparaison des vis de type C1P20 dans du bois massif et du lamibois	164
8.25	Comparaison des vis de type C1P25 dans du bois massif et du lamibois	164
8.26	Comparaison des vis de type C2P20 dans du bois massif et du lamibois	165
8.27	Comparaison des vis de type C2P25 dans du bois massif et du lamibois	165
8.28	Matrice de corrélation pour les éprouvettes en bois massif	166
9.1	Dispositif expérimental pour les essais de cisaillement d'assemblages rainurés vissés	170
9.2	Comportement assemblage de type C1P20	171
9.3	Comportement assemblage de type C1P25	171
9.4	Comportement assemblage de type C2P20	172
9.5	Comportement assemblage de type C2P25	172
10.1	Exemple de module de dalle reconstituée en éléments bois	177
10.2	Plan de fabrication des poutres ajourées	178
10.3	Mise en place des vis coniques	179
10.4	Appareils de mesures pour la flexion 3 points d'une poutre ajourée	181
10.5	Résultats des essais de flexion 3 points avec vis bois ou acier	181
10.6	Rupture en arrachement des vis bois	182
10.7	Rupture en cisaillement au niveau des vis acier	182
10.8	Plan de fabrication d'une poutre ajourée	184
10.9	Disposition des vis acier par assemblage	185
10.10	Comportement des poutres ajourées en flexion trois-points	186
10.11	Rupture fragile en traction de la lamelle inférieure	187
10.12	Poutre 2 : Rupture en compression de la lamelle supérieure puis en traction de la lamelle inférieure	187
10.13	Poutre 3 : Rupture de la denture d'assemblage au niveau de l'appui	188
10.14	Exemple de maillage d'une poutre ajourée	189
10.15	Comparaison du modèle et des essais de poutres ajourées	190
11.1	Exemple de montants utilisables en ossature bois	192
11.2	Exemple de modules de parois reconstituées	192

11.3	Plan de fabrication d'un mur ajouré d'ossature	193
11.4	Fonctionnement des assemblages du mur	194
11.5	Détails d'un assemblage du mur	195
11.6	Disposition des vis acier pour chaque assemblage	195
11.7	Appareils de mesures	196
11.8	Déplacement du mur en fonction de l'effort appliqué en tête	197
11.9	Rupture des rainures due à la torsion des éléments du mur	198
11.10	Rotation des montants et arrachement en pied sous charge	198
11.11	Maillage du mur du modèle MEF	199
11.12	Modèle représentatif des rainures	200
11.13	Déformations sous effort et moment du modèle des rainures	200
11.14	Barres en traction ou compression modélisant le comportement d'un nœud	201
11.15	Maillage déformé du mur d'ossature	202
11.16	Comparaison du modèle de mur avec l'essai de contreventement	203
A.1	Poutre sur deux appuis avec un chargement sinusoïdal	222
A.2	Contraintes dans la section de la poutre reconstituée	222
A.3	Équilibre des efforts extérieurs	223
A.4	Section de la poutre reconstituée	223
A.5	Efforts et moments sur chaque éléments de la poutre reconstituée	224
A.6	Équilibre sur une longueur élémentaire dx	225
A.7	Équilibre entre glissement aux interfaces et déformations des éléments	226
A.8	Déformations dues aux efforts normaux et moments de flexion	227
C.1	Brique élémentaire d'un réseau de neurones	246
C.2	Fonctions de transfert couramment utilisées	246
C.3	Exemple d'un réseau de neurones artificiels multicouche	246
C.4	Utilité du classement en différentes bases de données	247
C.5	Recherche d'un paramètre du réseau de neurones pour minimiser l'erreur quadratique	248
C.6	Zone saturée d'une fonction de transfert sigmoïde	249
C.7	Groupage des corrections des paramètres	250
C.8	Convergence de l'algorithme en fonction de la vitesse d'apprentissage η	251

Liste des tableaux

4.1	Valeurs d'effort et de glissement à rupture des essais en cisaillement de tourillons	69
4.2	Masse volumique (ρ en $kg.m^{-3}$) et module d'élasticité (E en MPa) des lamelles des poutres	70
4.3	Estimation de l'erreur relative suivant les conditions d'appuis	75
4.4	Estimation lors de l'effort estimé (F_{est}) de l'erreur relative sur la flèche à mi-portée suivant les conditions d'appuis	75
4.5	Estimation l'effort à rupture (F_{max}) de l'erreur relative sur la flèche à mi-portée suivant les conditions d'appuis	75
6.1	Comparaison entre la raideur k_u MEF et la raideur k_u calculée	86
6.2	Valeurs des poids et des biais retenus pour le réseau de neurones	91
6.3	Coefficients de détermination (R^2) entre les raideurs cibles et celles obtenues en sortie du réseau de neurones	91
7.1	Modules d'élasticité et masses volumiques des planches pour la fabrication des échantillons de cisaillement	134
7.2	Bilan des caractéristiques mécaniques des essais de cisaillement avec précontraintes initiales	146
8.1	Synthèse des caractéristiques mécaniques des vis dans du bois massif	160
8.2	Synthèse des caractéristiques mécaniques à l'arrachement des vis dans du lamibois	163
8.3	Résultats du test de Shapiro-Wilks sur les valeurs de résistance à l'arrachement des vis dans du bois massif	166
8.4	Résistances caractéristiques à l'arrachement des vis dans du bois massif	167
8.5	Test de Shapiro-Wilks sur la résistance des vis dans du lamibois	167
8.6	Résistances caractéristiques à l'arrachement des vis dans du lamibois	168
9.1	Caractéristiques mécaniques des assemblages vissés rainurés	173
10.1	Propriétés des lamelles constitutives des poutres avec assemblage vis bois	179
10.2	Propriétés des lamelles constitutives des poutres avec assemblage vis acier	179
10.3	Efforts à rupture et raideurs initiales des poutres ajourées avec vis bois	182
10.4	Efforts à rupture et raideurs initiales des poutres ajourées avec vis acier	183
10.5	Propriétés des éléments constitutifs des poutres ajourées	185
10.6	Efforts à rupture et raideurs initiales des poutres ajourées	188

10.7	Raideurs initiales des modèles de poutres ajourées	190
11.1	Modules d'élasticité et masses volumiques des éléments du mur	194
11.2	Efforts à rupture et raideurs du mur en contreventement	197
F.1	Propriétés mesurées à priori des éprouvettes de type <i>C2.5</i>	264
F.2	Propriétés mesurées à priori des éprouvettes de type <i>C5</i>	265
F.3	Propriétés mesurées à priori des éprouvettes de type <i>P2</i>	266
F.4	Propriétés mesurées à priori des éprouvettes de type <i>P5</i>	267
F.5	Mesures de contrainte maximum et de raideur sur le type <i>C2</i>	268
F.6	Mesures de contrainte maximum et de raideur sur le type <i>C5</i>	269
F.7	Mesures de contrainte maximum et de raideur sur le type <i>P2</i>	270
F.8	Mesures de contrainte maximum et de raideur sur le type <i>P5</i>	271
G.1	Propriétés des éprouvettes en bois massif avec une vis de conicité 1° et d'un pas de <i>2.0mm</i>	274
G.2	Propriétés des éprouvettes en bois massif avec une vis de conicité 1° et d'un pas de <i>2.5mm</i>	275
G.3	Propriétés des éprouvettes en bois massif avec une vis de conicité 2° et d'un pas de <i>2.0mm</i>	276
G.4	Propriétés des éprouvettes en bois massif avec une vis de conicité 2° et d'un pas de <i>2.5mm</i>	277
G.5	Propriétés des éprouvettes en lamibois pour les vis de type <i>C1P20</i>	278
G.6	Propriétés des éprouvettes en lamibois pour les vis de type <i>C1P25</i>	279
G.7	Propriétés des éprouvettes en lamibois pour les vis de type <i>C2P20</i>	280
G.8	Propriétés des éprouvettes en lamibois pour les vis de type <i>C2P25</i>	281
H.1	Comportement assemblage de type <i>C1P20</i>	283
H.2	Comportement assemblage de type <i>C1P25</i>	284
H.3	Comportement assemblage de type <i>C2P20</i>	284
H.4	Comportement assemblage de type <i>C2P25</i>	285

Introduction

Face aux enjeux environnementaux liés au changement climatique et à la raréfaction des énergies fossiles, l'exploitation de la forêt fait aujourd'hui l'objet de toutes les attentions pour assurer la gestion durable des ressources en matières premières. En effet, l'utilisation de matériaux naturels locaux semble nécessaires pour répondre aux besoins en forte croissance que représente le marché de la construction, et cela, tout en satisfaisant les exigences de notre société en terme de confort, d'économie ou d'environnement.

En France, le secteur du bâtiment est ainsi incité à amorcer un virage vers l'efficacité énergétique, car il représente à lui seul plus de 40% de la consommation énergétique finale. Il est responsable du quart des émissions de gaz à effet de serre. Les objectifs fixés par le Grenelle de l'Environnement sont de réduire la consommation énergétique moyenne des bâtiments de 38% d'ici à 2020 afin de permettre de diviser par quatre les émissions de gaz à effet de serre à l'horizon 2050. Dans ce contexte de réduction de l'empreinte carbone, le bois est un matériau central et incontournable pour atteindre les objectifs d'efficacité énergétique imposant la construction de bâtiment de basse consommation, voire, si nécessaire, de bâtiments à énergie positive.

Le bois a un vaste champ d'applications dans la construction, domaine porteur en termes de produits innovants. En effet, la maison individuelle bois est en plein essor avec une part de marché passant de 3.2% en 2000 [CST06] à 12% en 2012 [Fra12] pour les nouvelles constructions en France. L'ossature bois représente à elle seule 75% du marché total de la construction bois. Le bois étant traditionnellement utilisé uniquement pour la charpente des bâtiments en France, l'apparition de nouvelles applications ont assuré cet essor, comme la poutre en I, les caissons préfabriqués d'ossature bois, le CLT ou l'emploi de la mixité des matériaux comme l'utilisation complémentaire de bois et du béton. Ces innovations permettent la valorisation du matériau bois, en démontrant ses capacités pour construire toujours plus vite, plus haut et plus performant, le rendant économique en coût global tout en utilisant une ressource renouvelable.

En conséquence, le secteur bois se transforme en généralisant des solutions constructives et d'installations permettant de proposer des prix de plus en plus compétitifs. Sans compter que la filière bois est une filière dite « sèche » permettant d'atteindre des délais d'assemblage courts sur chantier, de l'ordre de quelques jours pour la mise hors d'eau. Au contraire du béton, où le temps de durcissement est non négligeable, un délai d'un

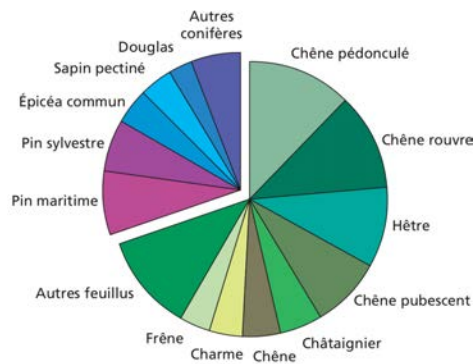
mois sans charge lui est souvent nécessaire pour qu'il atteigne des propriétés mécaniques optimales.

La filière bois utilise principalement les essences résineuses dans la structure des constructions, car elles présentent d'excellentes performances au vu de leurs rapports poids propre sur résistance mécanique. La récolte des résineux est en constante progression, elle est passée de 46% à 66% entre 1970 et 2010 [Gra13]. Cette évolution s'explique par l'entrée en production des plantations résineuses d'après-guerre et par la demande croissante de produits résineux dans les secteurs de la construction et de l'emballage. La France a pour l'instant la capacité de répondre à cette demande. Cependant, l'augmentation très importante des besoins pour les marchés de la construction dans les années à venir va créer de fortes tensions sur les approvisionnements en bois résineux en Europe et plus particulièrement en France. Cette tendance est constatée pour les petits bois recherchés par les grandes scieries industrielles. Elle risque même de s'amplifier du fait du ralentissement, observé ces dernières années, de la production des plantations résineuses.

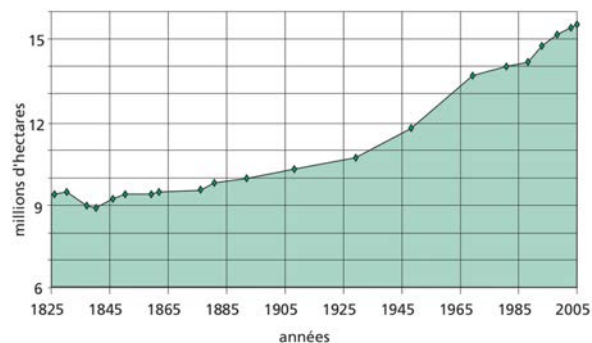
L'augmentation de la demande s'est traduite pour l'instant par une augmentation des importations de sciages résineux et de matériaux d'ingénierie bois, ce qui semble paradoxal au vu de notre ressource. En effet, la France, troisième pays forestier de l'Union Européenne après la Suède et la Finlande, a une surface totale forestière de $16.3^{\pm 0.1}$ millions d'hectares selon la définition FAO¹, dont $15.5^{\pm 0.1}$ millions d'hectares dite « de production » [IGN13]. La majorité des résultats de l'inventaire forestier porte sur ces 15.5 millions d'hectares représentant 95% de la forêt française. Depuis près d'un siècle, la forêt française n'a cessé de croître (cf. figure 1b). La France comporte 137 espèces d'arbres différentes, les feuillus occupent 67% de la superficie forestière nationale (cf. figure 1a), ce qui fait de la forêt française la première forêt feuillue d'Europe. L'essence majoritaire est le chêne, suivi du hêtre, du châtaignier, du charme et du frêne. La récolte de feuillus n'a cessé de décroître, elle a été divisée par deux de 1990 à 2010. Le feuillu est en difficulté sur tous les marchés du fait de la décroissance, voire la disparition, de ses débouchés traditionnels : meuble, bois de calage en sidérurgie, traverse, parquet,... En effet, il est malmené par la concurrence asiatique à bas prix.

De nombreux rapports, ces dernières années, rédigés à la demande des gouvernements successifs, ont pointé cette sous-exploitation de la ressource forestière mais aussi le déficit chronique de la balance commerciale pour l'ensemble de la filière bois. Elle affiche un solde négatif de près de 6 milliards d'euros, correspondant au deuxième poste de déficit de la France après celui de l'énergie. Les bois utilisés proviennent actuellement principalement d'Europe du Nord, car dans ces pays, à cause du climat très froid, les bois ont une croissance très lente les rendant beaucoup plus résistants que les bois français. Leur filière bois est également plus développée, c'est pourquoi, ces pays peuvent nous fournir des bois de très bonne qualité, classés mécaniquement, séchés, et moins chers.

1. Food and Agriculture Organisation



(a) Répartition par essence dédiées à la production



(b) Évolution entre 1825 et 2005

FIGURE 1 – Répartition et évolution de la couverture forestière française [IGN08, Cin96]

Depuis les années 1990, la filière bois a connu sa première révolution industrielle dans le secteur de la construction via l'acquisition de machines-outils numériques de taille. Ces machines sont alors principalement d'origine allemande, suisse ou italienne. Cette première phase, d'industrialisation forte des entreprises, est une des raisons de la progression des parts de marchés de la construction bois. Cette industrialisation a d'ailleurs permis une diminution des coûts de production. Pour répondre aux enjeux de demain, le développement du domaine de la robotique est aujourd'hui indispensable pour cette filière.

L'habitat doit être adapté au climat local pour optimiser le rendement énergétique. L'ère de la personnalisation des constructions s'impose ainsi à l'industrie, la révolution qui s'est opérée dans l'aménagement des cuisines, par exemple, est en train d'arriver sur l'ensemble du bâtiment. Il convient alors de pouvoir industrialiser une fabrication spécifique. L'apport de la robotisation permettant de faire des éléments préfabriqués sur une base standard en y apportant des touches personnelles semble une évolution souhaitable et inévitable. Or, des pays semblables à la France en termes de développement tel l'Allemagne et l'Italie ont déjà pris de l'avance dans ce domaine.

Il est nécessaire de repenser et d'optimiser un produit de structure pour répondre au mieux à ces contraintes environnementales, de personnalisation, de coût et de flexibilité de production tout en respectant les normes de dimensionnement actuelles.

Ce produit devra être reconstitué afin de permettre à la fois une flexibilité de production et une possibilité de personnalisation. Plutôt que de repenser entièrement le produit, il est en effet plus aisé de ne substituer qu'une partie de ses éléments. Par exemple, un module de mur peut être adapté à plusieurs environnements climatiques en faisant varier l'épaisseur réservée à l'isolation. Cela est fait facilement en permutant les pièces astreignant l'épaisseur d'isolation.

Des produits reconstitués existent et sont actuellement commercialisés, mais ils ne répondent pas entièrement à toutes les attentes de la société. Pour leur fabrication, ces produits font appel soit à la pétrochimie, soit à des assemblages mécaniques par connec-

teurs. Les produits collés ne répondent ni aux exigences environnementales ni à celles de productivité (temps de collage). Quant aux produits assemblés mécaniquement, ils transfèrent ponctuellement les efforts entre les couches, et conduisent donc à la fois à une fragilité de l'interface en limitant ses efforts transmissibles, mais également une souplesse marquée de l'élément global. Le moyen d'assemblage est donc le point névralgique pour l'obtention d'un produit modulable et robotisable.

L'objectif de cette thèse consiste à proposer une piste d'amélioration d'assemblage d'éléments fabriqués à partir de bois issus de la ressource locale. Cet assemblage sera mécanique, sans colle et productible à l'aide d'un mécanisme robotisé pour répondre aux points soulevés précédemment.

Une première partie est consacrée à répertorier et à analyser les différents systèmes existants en bois massifs reconstitués, afin de mettre en lumière leurs différents modes de fonctionnement quant à la transmission des efforts entre leurs éléments constitutifs. Cette analyse permet de justifier le choix d'un assemblage mécanique ainsi que l'avantage de robotiser le processus de fabrication. Cette partie comporte également l'analyse de différentes méthodes permettant de conduire un dimensionnement ainsi que des méthodes de caractérisation de ces liaisons.

Une seconde partie propose une méthode de caractérisation d'un assemblage à comportement non linéaire en vue de réaliser des calculs linéaires de dimensionnement de structures. La méthode choisie est de type ascendant afin de pouvoir dimensionner un produit reconstitué à partir de la caractérisation élémentaire d'un assemblage d'interfaces. Chaque étape de la méthodologie développée s'appuie sur les travaux de Ludovic Resch [Res09] portant sur des poutres reconstituées.

Une troisième partie traite de l'amélioration des assemblages des systèmes reconstitués. Une recherche est menée sur la préparation spécifique des surfaces en contact pour transmettre les efforts. Un traitement mécanique de type rainurage est réalisé à l'interface de contact des pièces à assembler. Ce traitement permet d'augmenter la surface de transmission des efforts pour tendre vers les propriétés d'un assemblage collé. Une campagne d'essais permet de caractériser les assemblages d'interfaces sélectionnés. Le maintien de l'interface est également étudié en utilisant un produit novateur, matérialisé par une vis conique en bois. Le système de maintien fait également l'objet d'une campagne d'essais qui lui est propre. Pour finir, une caractérisation empirique est réalisée afin de mesurer les performances obtenues lors de l'utilisation simultanée d'un traitement de surface de type rainurage et d'un maintien par vis conique en bois.

La dernière partie porte sur des exemples de mise en œuvre de l'assemblage amélioré dans des éléments de structure et la confirmation de leur potentiel. Le premier élément est une poutre ajourée ayant comme application potentielle la réalisation d'un plancher avec isolation intégrée dans la hauteur. La seconde application est un élément de mur contreventant permettant la comparaison avec des éléments de mur d'ossature standards. Cette partie permet ainsi de montrer les possibilités d'utilisation de l'assemblage à dif-

férents niveaux d'une structure. Chaque campagne d'essais est comparée à un modèle numérique incluant le comportement de l'assemblage rainuré et vissé. Ces réalisations grandeurs réelles permettent en prime de valider leur faisabilité de montage par un robot.

Première partie

Éléments de construction en bois pleins et cellulaires

Section 1

Éléments existants

La littérature est très limitée sur le sujet des éléments reconstitués en bois. En effet, les recherches sur le domaine de la construction bois évoluent avec la demande, or, avec une part de marché inférieure à 1% au début des années 2000, l'optimisation de systèmes de structures bois faisait partie des stratégies de niche. Le parti pris de cette étude est donc de réaliser une veille technologique sur les éléments existants ou en cours de développement afin de les analyser et comparer.

Dans la construction bois, le calcul des états limites de services (ELS) est généralement le critère dimensionnant. Il est donc important d'avoir une bonne rigidité au niveau du comportement des assemblages ou des pièces de structure. Or, lorsque les éléments sont reconstitués, les efforts transitent par leurs interfaces de contact et si elles ne transmettent pas assez efficacement ces efforts, la rigidité de l'ensemble s'effondre drastiquement. Ainsi, dans le cas d'une poutre en flexion composée de n éléments simplement empilés, c'est à dire sans liaisons aux interfaces, l'inertie diminue avec le nombre de pièces nécessaires à obtenir une section identique. La figure 1.1, ci-dessous, est une illustration de ce phénomène, elle représente en abscisse le nombre de pièces qui composent la section, et en ordonnée le rapport entre l'inertie de la section pleine et celle reconstituée.

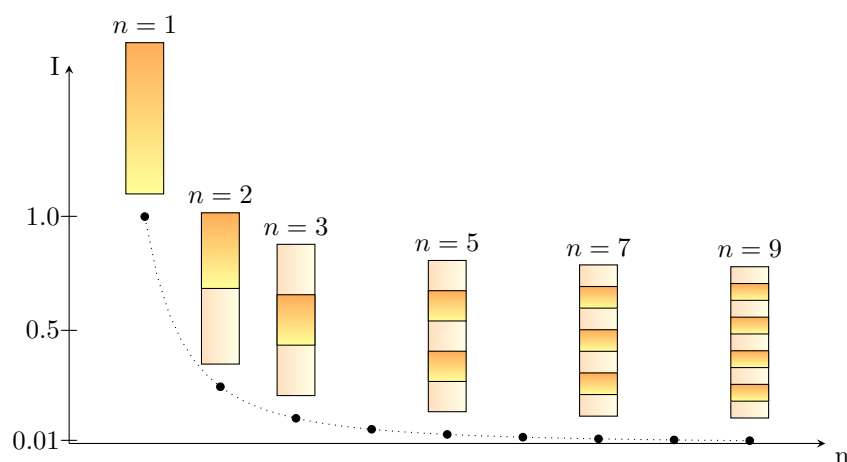


FIGURE 1.1 – Diminution de l'inertie en fonction du fractionnement de la section

Cette diminution d'inertie se calcule facilement par la RDM¹, en notant la largeur b et la hauteur h d'une section rectangulaire, l'inertie de la section fractionnée se calcule comme la somme des inerties des sections des lamelles empilées :

$$I_{frac} = \sum_{i=1}^n \frac{b \left(\frac{h}{n}\right)^3}{12} = \frac{bh^3}{12} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n^3} = \frac{bh^3}{12} \frac{n}{n^3} = \frac{bh^3}{12n^2}$$

Soit :

$$I_{frac} = \frac{I_{plein}}{n^2} \quad (1.1)$$

Ainsi, l'inertie diminue comme le carré du nombre de divisions de la section pleine. Cet exemple met en valeur l'importance de la connexion d'interfaces d'éléments reconstitués. Il est donc primordial pour ne pas perdre d'inertie que l'efficacité de la liaison soit suffisamment bonne pour que l'élément reconstitué puisse être compétitif.

1.1 Systèmes collés

Les éléments à base de bois collés remplacent avantageusement le bois massif dans de nombreuses applications en se déclinant sous plusieurs formes allant de la poutre au panneau. Le procédé de collage est le plus commun, car il permet d'obtenir un lien homogène ainsi qu'une rigidité facilement supérieure à celle des matériaux à assembler. Les deux inconvénients majeurs sont d'un point de vue production, le temps de collage, et d'un point de vue environnemental, l'émission de COV² nuisibles pour la santé.

Les produits dérivés des assemblages collés sont strictement encadrés par les normes Européennes (cf figure 1.2), ce qui permet de garantir les performances d'un produit quelle que soit sa provenance géographique inter-Europe. Dans ce but, ces normes spécifient les méthodes de caractérisation des produits pour obtenir un protocole unique de mesure de propriétés mécaniques.

1. Résistance des matériaux
2. Composés Organiques Volatils

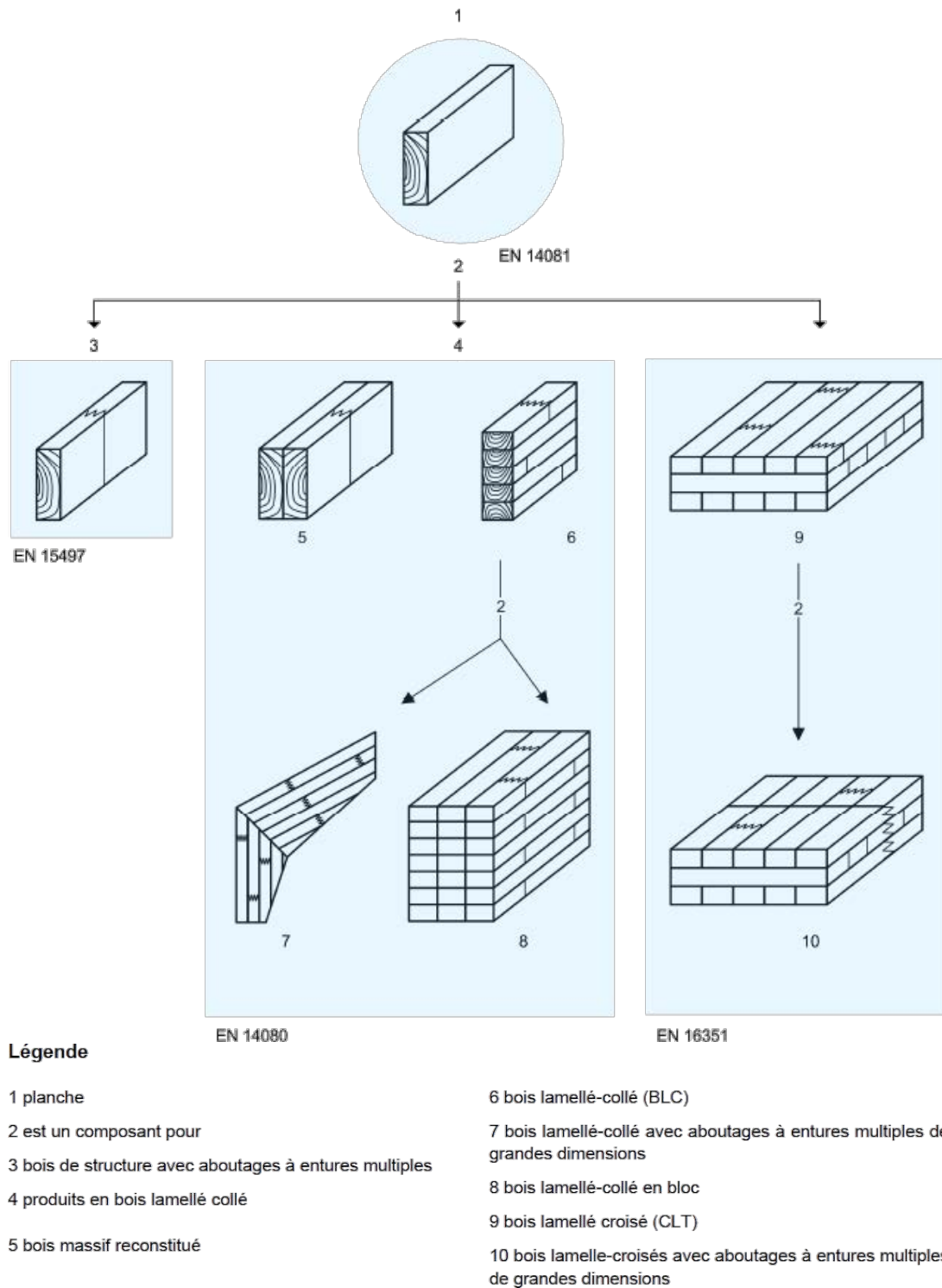


FIGURE 1.2 – Relations entre les normes Européennes pour les produits en bois de structure (NF EN 14080 [AFN13])

1.1.1 Bois lamellé-collé (BLC)

Le lamellé-collé désigne un produit composé de lamelles de bois principalement d'essences résineuses (Sapin - Épicéa, Douglas ou Pin Sylvestre). Les lamelles sont stabilisées en humidité, purgées de leurs défauts, puis enturées et aboutées pour enfin être collées entre elles par leur face dans le sens des fibres du bois. L'épaisseur des lamelles est li-

mitée en fonction de leurs classes d'emploi, notamment à 45mm pour les classes 1 et 2, et 33mm pour les classes 3 et 4. Le lamellé-collé est principalement utilisé dans les charpentes à grandes portées. Les propriétés caractéristiques de résistances et de rigidités du bois lamellé-collé sont déterminées grâce à la norme NF EN 14080 [AFN13] qui spécifie les exigences mécaniques concernant le joint de collage, les entures ainsi que les lamelles à utiliser.

Le processus de fabrication du bois lamellé-collé n'est que très peu flexible, car le collage exige des conditions de pression et de température homogènes tout le long des assemblages. Le problème se complexifie lorsque les éléments doivent être courbes ou à inerties variables. Les constructions actuelles tendent à avoir plusieurs éléments aux dimensions spécifiques en leur sein. Or, les méthodes de fabrication de ce type d'élément restent très archaïques. Il existe néanmoins des bancs munis de vérins presseurs semi-automatiques qui permettent le pressage une fois mis en place (cf. figure 1.3).



FIGURE 1.3 – Banc de pression semi-automatique déployé chez Fargeot Lamellé Collé

Les calculs de dimensionnement sont réalisés avec une section homogénéisée en termes de propriétés mécaniques. Dans cette optique, le fabricant mesure les propriétés mécaniques des éléments constitutifs de la poutre lamellée collée pour pouvoir la classer une fois ces éléments recollés. Le joint de colle est supposé plus rigide que le matériau bois, ainsi le théorème de transport de Huygens (ou Steiner) est applicable.

Le bois lamellé-collé est encadré par la norme NF EN 14080 [AFN13]. Cette norme couvre les caractéristiques suivantes : module d'élasticité, résistances à la flexion, à la compression, à la traction et au cisaillement. Elle permet de déterminer la résistance mécanique sur la base, soit des propriétés géométriques, mécaniques et de résistances des

lamelles, soit à partir d'essais grandeur réelle. La première méthode est celle privilégiée, car la mesure des propriétés des lamelles peut facilement s'intégrer à une chaîne de production, alors que les essais en grandeur réelle sont plus complexes à mettre en œuvre, notamment à cause de l'encombrement et la masse des poutres.

1.1.2 Bois massif reconstitué (BMR)

Le bois massif reconstitué est l'équivalent du BLC, mais pour de fortes épaisseurs de lamelles, limitées néanmoins à 80mm. Le BMR est ainsi classé à part du BLC, car l'augmentation de l'épaisseur des lamelles entraîne une détection plus délicate des défauts présents au sein du bois. Il n'a donc pas les mêmes atouts en termes de caractéristiques mécaniques, mais permet d'obtenir de moindres déformations hygrométriques par rapport au bois massif par l'orientation alternée de la courbure des cernes. Le BMR est obtenu par collage de plusieurs lames au fil parallèle, ce qui permet de fabriquer une membrure de section transversale rectangulaire massive.

La détermination des propriétés de l'élément est réalisée de façon analogue au BLC via la norme NF EN 14080 [AFN13]. Le fonctionnement mécanique diffère du BLC à cause de l'épaisseur des lamelles. En effet, contrairement au BLC où les lamelles travaillent principalement en traction ou compression pures, le moment de flexion dans les lamelles de BMR ne peut plus être négligé. C'est pour cela qu'à classe égale, les valeurs de résistances en traction et compression sont inférieures au BLC.

1.1.3 Bois lamellé croisé (CLT)

Les panneaux en bois contrecollés sont constitués d'essences de bois résineux, assemblés entre eux à plis croisés avec un joint de colle, souvent à base de formaldéhyde. Les panneaux sont donc fabriqués pli par pli, chacun étant composé de lames de bois juxtaposées les unes aux autres. Le nombre de lames est adapté en fonction des sollicitations mécaniques supportées par le panneau. Les panneaux sont collés puis pressés ensemble sur une ligne de fabrication pouvant être automatisée.

Le panneau fabriqué est soit plein, type BinderHolz (figure 1.4b³) ou KLH (figure 1.4a⁴), soit ajouré, type Lignotrend (figure 1.4d⁵) ou PanoBloc (figure 1.4c⁶). Les éléments des produits pleins sont collés en rive ou non selon les fabricants. Les produits ajourés permettent l'intégration de l'isolation ou des gaines et des tuyaux, impliquant un gain en compacité ainsi qu'en matière. Ce type de panneau permet donc une flexibilité quant à sa composition.

3. Crédit photo : www.klh.at

4. Crédit photo : www.binderholz.com

5. Crédit photo : www.techniwood.fr

6. Crédit photo : www.lignotrend.de

L'utilisation de colle impacte fortement le bilan environnemental du matériau bois en générant à la fois un sur-coût de production important, mais également en compliquant le traitement de fin de vie du produit. D'autant que pour les produits ajourés, même si la colle n'est nécessaire que localement, elle est habituellement pulvérisée sur la totalité des pièces pour être sûre que tous les croisements sont bien encollés. Une variante du produit permet de remplacer une ou plusieurs couches en bois massif par du panneau à base de bois.



(a) KLH



(b) BinderHolz



(c) PanoBloc



(d) Lignotrend

FIGURE 1.4 – Systèmes collés

La norme NF EN 16351 [AFN12] concerne le CLT. Cette norme, encore en projet, n'est pas encore obligatoire, elle spécifie la composition des couches, leurs orientations, ainsi que les propriétés de la colle utilisée.

Des recherches [JBSJ02, Wal04, FM14] ont été entreprises pour déterminer le comportement en torsion des éléments entrecroisés constitutifs des CLT (cf. figure 1.5). Or ces recherches montrent que le comportement de l'assemblage en torsion pilote le comportement de l'élément assemblé, c'est pourquoi il est important de développer un protocole d'essai pour mesurer plus finement ce type de sollicitations.

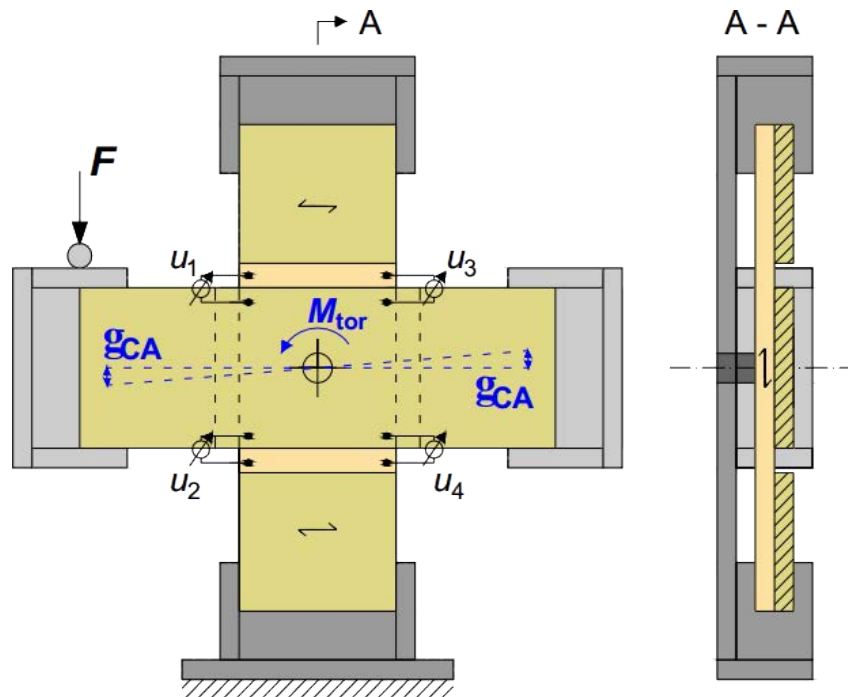


FIGURE 1.5 – Schéma d'un montage d'essai de torsion

1.1.4 Lamibois (LVL)

Le Lamibois ou LVL⁷ désigne un élément composé de placages minces de bois de l'ordre de 3mm , collés entre eux sur toutes leurs surfaces. Le Lamibois se présente généralement sous forme de panneau, mais se trouve aussi sous forme de poutre. Les fibres du bois sont majoritairement orientées dans la même direction. Certains plis peuvent être placés de manière à ce que leur fil soit perpendiculaire à celui des autres placages afin d'améliorer la stabilité hygroscopique et la rigidité mécanique (voir figure 1.6). Les caractéristiques mécaniques du lamibois sont supérieures de l'ordre de 30% à celles du bois massif et du lamellé-collé classique.

Le Lamibois est utilisé en membrure de poutre en I, directement comme une poutre à section rectangulaire, ou comme un panneau autoporteur de couverture ou de plancher. Les exigences en termes de propriétés mécaniques sont données par la norme NF EN 14374 [AFN05a].

7. Laminated Veneer Lumber



FIGURE 1.6 – Lamibois à plis croisés

1.2 Systèmes cloués

1.2.1 Bois lamellé cloué

Une poutre lamellée clouée est composée de lamelles de bois maintenues entre elles par des connecteurs métalliques de type boulons ou pointes. L'industrialisation de ce type de système n'a pas été réalisée à ce jour. La caractérisation du comportement en flexion de poutres lamellées clouées a été au cœur de la thèse de Patrick MARTIN [Mar06].

Contrairement aux assemblages par joint de colle, il n'est pas possible de considérer l'interface de contact comme plus rigide que le matériau en lui-même. Les efforts ne transitent que ponctuellement par les organes, ainsi une rigidité équivalente à un assemblage collé est difficile sans l'utilisation d'un grand nombre d'organes.

Une variante de ce procédé, appelée bois massif cloué, est de poser les planches sur rive et de les clouer les unes contre les autres. Ce procédé est utilisé principalement pour la fabrication de plancher (cf. figure 1.7). Cette technique permet une redistribution efficace des efforts verticaux d'une poutre avec ses voisines, et permet d'éviter le glissement entre les planches en présence de poussées horizontales lors d'un fonctionnement en contreventement. Les planchers en bois massif cloué ne sont pas soumis à une norme spécifique.

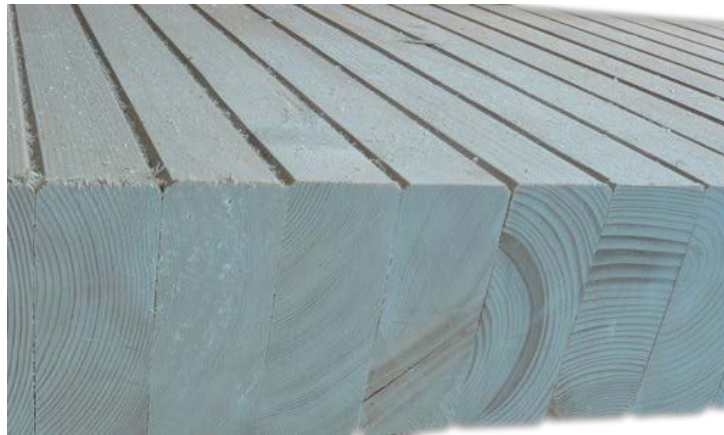


FIGURE 1.7 – Plancher en bois massif cloué

1.2.2 Panneau en bois contre-cloué

Les panneaux en bois contre-cloué sont composés de planches en bois massif, rainurées sur les chants (cf. figure 1.8⁸). Les planches sont empilées en plis croisés à 90° et fixées mécaniquement entre elles par des pointes métalliques. Les pointes sont généralement en métal doux, comme l'aluminium, afin de pouvoir exécuter des découpes sans encombre après fabrication. L'inconvénient du système de panneau en bois contre-cloué est la faible rigidité des connexions, imposant de ce fait de fabriquer des murs avec un fort volume de bois pour limiter les déformations lorsqu'ils sont utilisés en contreventement. Des fentes de décharge réalisées dans les planches limitent les déformations hygrométriques. Dans la pratique les produits de ce type ont une rigidité trois fois inférieure à celle d'un produit équivalent en CLT. Le dimensionnement des panneaux en bois contre-cloué MHM doit suivre l'avis technique 3/09-595 [CST09].



FIGURE 1.8 – Panneau en bois contre-cloué

8. Crédit photo : www.massivholzmauer.com

1.3 Systèmes sans clou ni colle

1.3.1 Panneau en bois lamellé chevillé

Les panneaux en bois lamellé chevillé sont fabriqués uniquement avec le matériau bois. Deux fabricants se sont lancés dans ce type de produit, Truber Holz et Thoma Holz. La composition et le processus de fabrication sont très semblables au panneau en bois contre-cloué à l'exception des vis métalliques qui sont remplacées par des chevilles en bois (cf. figure 1.9⁹). La vitesse d'exécution est ainsi plus lente qu'un produit MHM à cause des pré-perçages nécessaires aux chevilles. La rigidité des panneaux lamellés chevillés est très proche de celle de panneaux en MHM, ce qui montre l'efficacité des chevilles en bois pour transmettre des efforts. Le coût de fabrication n'est pas excessif grâce notamment à la robotisation d'une grande partie du processus de fabrication des panneaux.



FIGURE 1.9 – Système chevillé

1.3.2 iCLT

L'iCLT¹⁰ est un panneau en bois lamellé croisé rainuré avec queue d'aronde (cf. figure 1.10¹¹). L'avantage de ce type de panneau est que son assemblage ne nécessite ni connecteur ni colle. Chaque pièce est maintenue soit par un assemblage rainure languette avec la pièce voisine ou par un assemblage en queue d'aronde avec une pièce de la couche suivante ou précédente. Ainsi, l'usinage des assemblages des pièces s'intègre dans le processus de fabrication des lamelles en permettant de limiter le temps perdu au dépens du rendement matière.

9. Crédit photo : www.truberholz.ch

10. Interlocking Crossed Laminated Timber

11. Crédit photo : www.itac.utah.edu



FIGURE 1.10 – Panneau iCLT

Une étude [San11] a été menée pour la caractérisation du iCLT en contreventement. La rigidité de ce type de panneau est faible. Les ruptures des panneaux sont causées par le glissement des éléments les uns par rapport aux autres (voir figure 1.11). Les assemblages ne permettent donc pas d'atteindre la rupture des éléments.



FIGURE 1.11 – Rupture par glissement des pièces

1.3.3 Soudage du bois

Il existe deux procédés de soudage du bois, le premier est réalisé par friction linéaire et le second par friction rotative. Chacun des deux procédés a ses avantages et inconvénients. Le soudage par friction linéaire permet l'assemblage sur d'importantes longueurs, pour reconstituer des panneaux par exemple (cf. figure 1.12a), mais nécessite un dispositif encombrant pour sa mise en œuvre. Le joint de soudage est visible en noir sur la figure.

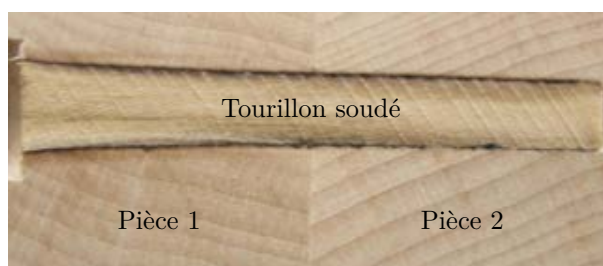
Le soudage par friction rotatif (cf. figure 1.12b) nécessite quant à lui un dispositif compact, il est possible de le réaliser avec une perceuse portative, mais l'obtention d'un joint de soudure homogène sur la hauteur du tourillon est plus délicate.

Les deux principaux problèmes du soudage du bois sont la difficulté d'obtenir un joint de soudage homogène entre les pièces, car une montée en température locale trop élevée entraîne la dégradation de la lignine du bois, composant réalisant la soudure par son changement de viscosité.

De nombreuses études traitent du sujet du soudage du bois allant de la compréhension des phénomènes chimiques mise en jeu [PDM⁺06, SP09, BSC⁺13] aux applications en parois de structures [RDP⁺06, Res09, OOS⁺12] (cf. figure 1.13). Ces parois de type cellulaire permettent d'optimiser la quantité de matière utilisée et également d'intégrer dans leurs épaisseurs l'isolation, permettant d'obtenir un produit semi-fini ou fini et ainsi limiter le temps de pose et les interventions sur chantier.



(a) Soudage linéaire



(b) Soudage par friction rotatif

FIGURE 1.12 – Technologies du soudage du bois



FIGURE 1.13 – Parois assemblées par tourillons soudés

Conclusion

Les différentes technologies d'assemblage de systèmes reconstitués ont été présentées dans cette section. La liaison entre les couches du système est réalisée majoritairement par collage ou par connecteurs. Pour des raisons pratiques et écologiques, la suite de l'étude se focalisera sur des assemblages par connecteurs. Le temps de mise en place de connecteurs est court voir instantané et les propriétés mécaniques en résistance et raideur sont atteintes instantanément, contrairement aux adhésifs où un temps de séchage avec un maintien est indispensable. Contrairement aux colles, les connecteurs n'émettent pas de COV¹² et le recyclage des composants est simplifié lors de la fin de vie de la construction.

L'utilisation de connecteurs entraîne un comportement intermédiaire entre un système parfaitement rigide (comme avec le collage) et un système simplement empilé (les éléments glissent librement les uns par rapport aux autres). Pour permettre une utilisation intelligente en construction, il est nécessaire de pouvoir modéliser ce type de systèmes à connexions imparfaites. En effet, le coût de production étant un facteur important, il est nécessaire de pouvoir adapter et optimiser un système d'éléments reconstitués à sa situation de fonctionnement. Pour cela, soit des essais expérimentaux doivent être menés pour créer des abaques de dimensionnement suffisamment exhaustifs, ce qui n'est pas viable économiquement, soit dimensionner le système via un modèle fiable, permettant de déterminer la solution optimum pour chaque situation de fonctionnement.

La section suivante détaille ainsi les différentes méthodes de modélisation de systèmes multicouches à connexions imparfaites.

12. Composés Organiques Volatiles

Section 2

Modèles multicouches à connexions imparfaites

Lorsque la raideur d'interface entre deux éléments est inférieure à la raideur de chaque élément, la connexion est dite « imparfaite ». La loi de comportement de l'élément à connexions imparfaites se situe entre celle d'un empilement simple des pièces et celle d'un collage des pièces. La simplification de calcul qui consiste à se placer dans un cas sécuritaire (l'empilement) est très défavorable, car engendre un surdimensionnement des pièces. C'est pourquoi des modèles basés sur méthodes analytiques ou numériques ont été conçus afin de déterminer cette loi de comportement, pour permettre un dimensionnement conforme aux essais expérimentaux.

2.1 Modèles analytiques

2.1.1 B. Heimeshoff

La méthode de B. Heimeshoff [Hei87] est la méthode retenue dans l'Eurocode 5 [AFN05b]. Elle permet de calculer la déformation et les contraintes au sein d'une poutre reconstituée à connexion imparfaite reposant sur deux appuis isostatiques pour deux ou trois composants. La démonstration de la méthode de B. Heimeshoff est détaillée dans l'annexe A. La présente section synthétise uniquement les relations clés nécessaires aux calculs des contraintes et déformations dans le modèle de B. Heimeshoff.

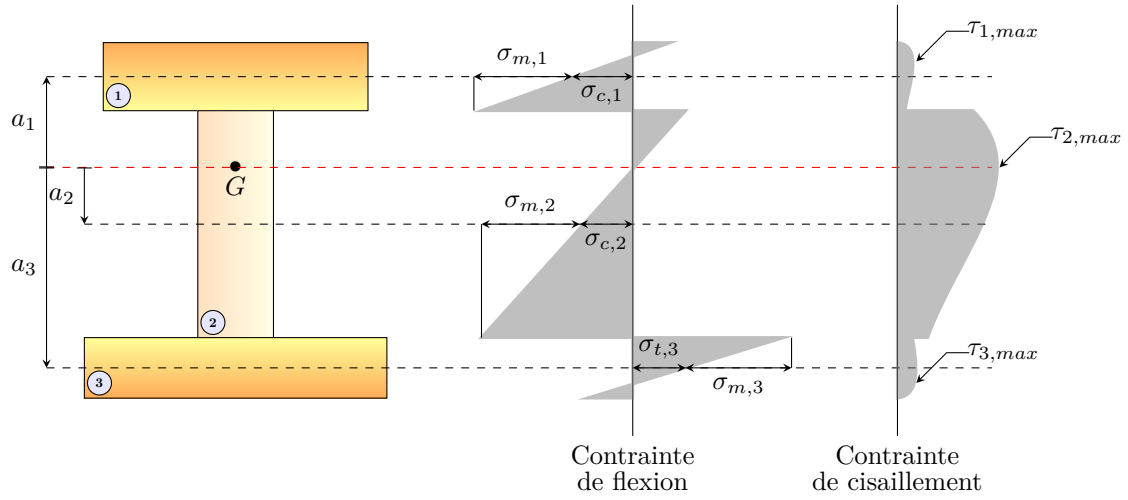


FIGURE 2.1 – Contraintes dans la section de la poutre reconstituée

Notations :

- b_i : Largeur de l'élément i mm
- h_i : Hauteur de l'élément i mm
- N_i : Effort normal rapporté à l'axe neutre de l'élément i N
- N : Effort normal rapporté à l'axe neutre de la section effective N
- V : Effort de cisaillement rapporté à l'axe neutre de la section effective N
- $V_{s,i-j}$: Flux de cisaillement à l'interface des éléments i et j $N.mm^{-1}$
- M_i : Moment rapporté à l'axe neutre de l'élément i $N.mm$
- M : Moment rapporté à l'axe neutre de la section effective $N.mm$
- K_{i-j} : Raideur linéaire d'assemblage à l'interface des éléments i et j $N.mm^{-2}$
- E_i : Module d'élasticité longitudinal de l'élément i MPa

Calcul de gamma :

$$\gamma_i = \begin{cases} \frac{1}{1 + \frac{A_i E_i \pi^2}{K_{i,(i+1)} \ell^2}} & , i = 1 \text{ ou } 3 \\ 1 & , i = 2 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \\ a_2 = \frac{1}{2} \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2) - \gamma_3 E_3 A_3 (h_2 + h_3)}{\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2 + \gamma_3 E_3 A_3} \\ a_3 = \frac{h_1 + h_2}{2} + a_2 \end{cases} \quad (2.2)$$

Rigidité effective :

$$EI_{eff} = \sum_{i=1}^n E_i I_i + \gamma_i a_i^2 E_i A_i \quad (2.3)$$

Contrainte normale et de flexion dans l'élément i :

$$\lambda_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i = 1 \\ -1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\sigma_{i,tot} = (\lambda_i \gamma_i a_i + z_i) \frac{E_i}{EI_{eff}} M \quad \text{avec} \quad -\frac{h_i}{2} \leq z_i \leq \frac{h_i}{2} \quad (2.5)$$

Contrainte de cisaillement :

$$\tau_i(z) = \frac{b_i}{b_{i-1}} - \frac{E_i}{EI_{eff}} V \left[(\gamma_i - 1) \lambda_i a_i z + \frac{z^2}{2} \right]_z^{\lambda_i a_i + \frac{h_i}{2}} \quad (2.6)$$

Avec :

$$z \in \left[\lambda_i a_i - \frac{h_i}{2}, \lambda_i a_i + \frac{h_i}{2} \right]$$

Efforts dans les organes de liaison :

$$F_{org,i} = \frac{\gamma_i a_i E_i A_i}{EI_{eff}} \left(M \left(x + \frac{s}{2} \right) - M \left(x - \frac{s}{2} \right) \right) \quad \text{avec } i = 1 \text{ ou } 3 \quad (2.7)$$

Lorsque l'entraxe s des organes est suffisamment petit :

$$F_{org,i} = \frac{\gamma_i a_i E_i A_i}{EI_{eff}} s V(x) \quad (2.8)$$

2.1.2 U.A. Girhammar

Le modèle de U.A. Girhammar [GP07, GPG09, Gir09] est un cas particulier de celui de B. Heimeshoff en ne considérant que deux éléments maximum. Une simplification peut alors s'opérer et il n'est ainsi plus nécessaire de calculer le centre d'inertie de la poutre reconstituée. Il est également plus facile de résoudre l'équation différentielle dans des cas plus complexes qu'un chargement sinusoïdal. La méthode développée par U.A. Girhammar

[GP07, GPG09, Gir09] ne sera pas détaillée dans le présent document, car elle se limite aux structures à deux éléments connectés.

Rigidité effective :

$$EI_{eff} = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{1 + \frac{N_1}{M}} \quad (2.9)$$

Contrainte normale et de flexion :

$$\sigma_{i,tot} = \frac{N_i}{A_i} + \frac{M_i}{I_i} z \quad \text{avec} \quad -\frac{h_i}{2} \leq z_i \leq \frac{h_i}{2} \quad (2.10)$$

Contrainte de cisaillement :

$$\tau_i = \frac{1}{A_i} \left(\frac{h_i}{2} - z \right) \frac{dN_i}{dx} + \frac{1}{2I_i} \frac{dM_i}{dx} + \frac{1}{b_i} \frac{dN_{i-1}}{dx} \quad \text{avec} \quad -\frac{h_i}{2} \leq z_i \leq \frac{h_i}{2} \quad (2.11)$$

Effort dans les organes de liaison :

$$F_{org}(x) = N_1 \left(x + \frac{s}{2} \right) - N_1 \left(x - \frac{s}{2} \right) \quad (2.12)$$

2.1.3 H. Kreuzinger

Modèle de poutre

Le modèle de Kreuzinger [Kre99] s'appuie sur une autre approche que celle présentée précédemment, il est également plus général, car non borné à trois éléments et à un chargement sinusoïdal. Ici la poutre est considérée comme équivalente à l'équilibre en déplacement de deux poutres. L'une est complètement déconnectée et ne travaille qu'en flexion pure et l'autre ne travaille qu'en compression/traction pure. Le but est d'équilibrer ces deux poutres quant à leur déformation. Un modèle de poutre sur deux appuis avec une charge répartie constante placée à une distance d_g du bord gauche et à une distance d_d du bord droit (cf. figure 2.2) est ici construit par raisonnement analogue à la démonstration de Kreuzinger [Kre99].

Des hypothèses simplificatrices sont prises en comptes. Les charges linéaires sont considérées perpendiculaires à l'axe longitudinal de la poutre afin de ne pas appliquer d'efforts normaux à la poutre. Les pièces n'adhèrent pas les unes par rapport aux autres, c'est-à-dire que tous les efforts transitent par les organes de liaison. La connexion à l'interface des pièces est supposée continue. Le flux de cisaillement à l'interface est repris par toute la largeur de l'élément (pas d'effet de membrane). Enfin, sur chaque point de la longueur, les éléments ont la même courbure de déformation.

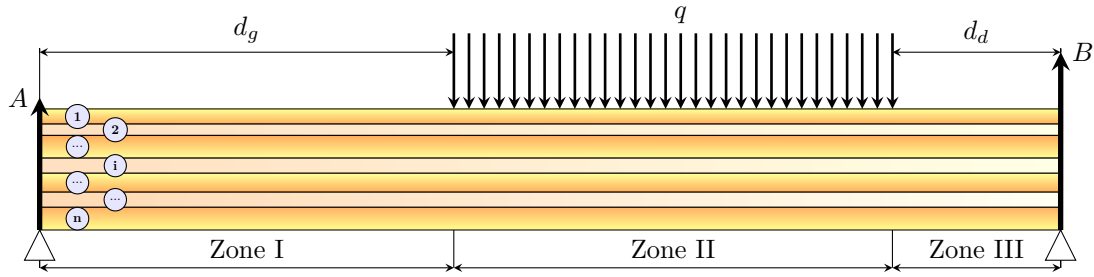


FIGURE 2.2 – Poutre sur deux appuis avec un chargement réparti constant

Notations

- b_i : Largeur de l'élément i mm
- h_i : Hauteur de l'élément i mm
- A_i : Aire de l'élément i mm^2
- N_i : Effort normal rapporté à l'axe neutre de l'élément i N
- N : Effort normal rapporté à l'axe neutre de la section effective N
- V_i : Effort de cisaillement rapporté à l'axe neutre de l'élément i N
- V : Effort de cisaillement rapporté à l'axe neutre de la section effective N
- $V_{s,i-j}$: Flux de cisaillement à l'interface des éléments i et j $N.mm^{-1}$
- M_i : Moment rapporté à l'axe neutre de l'élément i $N.mm$
- M : Moment rapporté à l'axe neutre de la section effective $N.mm$
- K_{i-j} : Raideur d'assemblage à l'interface des éléments i et j $N.mm^{-2}$
- E_i : Module d'élasticité longitudinal de l'élément i MPa
- G_i : Module de cisaillement de l'élément i MPa

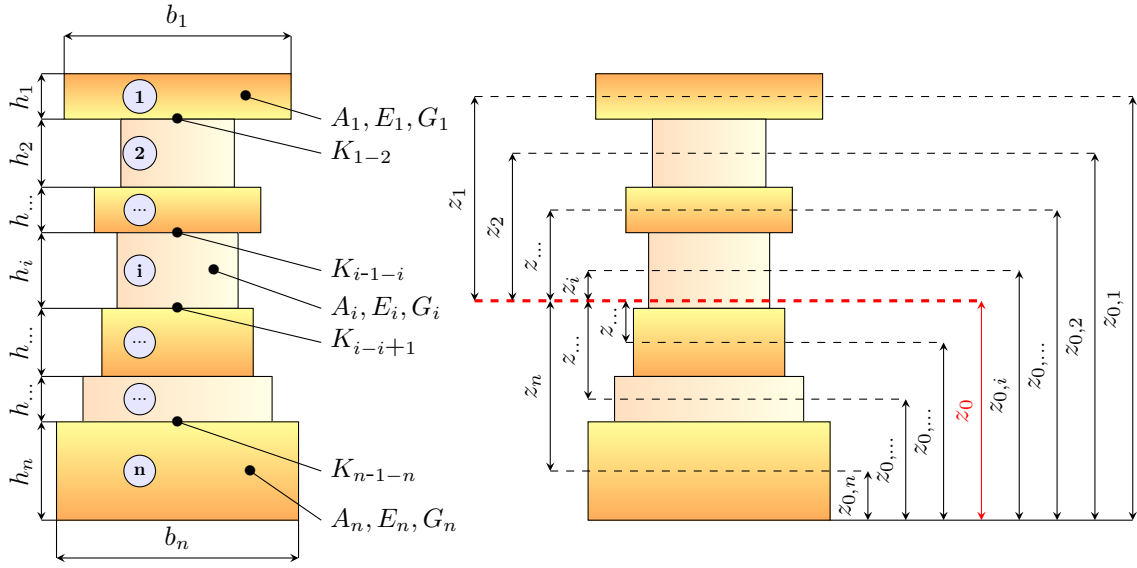


FIGURE 2.3 – Section et propriétés mécaniques de la poutre reconstituée

Démonstration :

Notons A la poutre en flexion pure (éléments non connectés) et B la poutre en cisaillement (éléments parfaitement connectés). Le but de cette démonstration est de trouver l'équilibre en déformation des poutres A et B . Pour cela, il est nécessaire de calculer la rigidité de ces deux poutres. La rigidité de la poutre A où les éléments sont libres à leurs interfaces est calculée par la relation :

$$(EI)_A = \sum_{i=1}^n E_i I_i \quad (2.13)$$

Concernant la poutre B , ses déformations sont dues aux efforts normaux et aux efforts de cisaillement. Les rigidités de déformation normale et de cisaillement doivent donc être calculées. Ainsi, pour la rigidité de déformation normale, il faut tout d'abord calculer la position de l'axe neutre par rapport à la face inférieure de la poutre :

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n z_{0,i} E_i A_i}{\sum_{i=1}^n E_i A_i} \quad (2.14)$$

La distance absolue entre l'axe d'inertie de chaque élément de la poutre et l'axe d'inertie effectif de la poutre dans son ensemble peut ainsi être obtenue :

$$z_i = |z_0 - z_{0,i}| \quad (2.15)$$

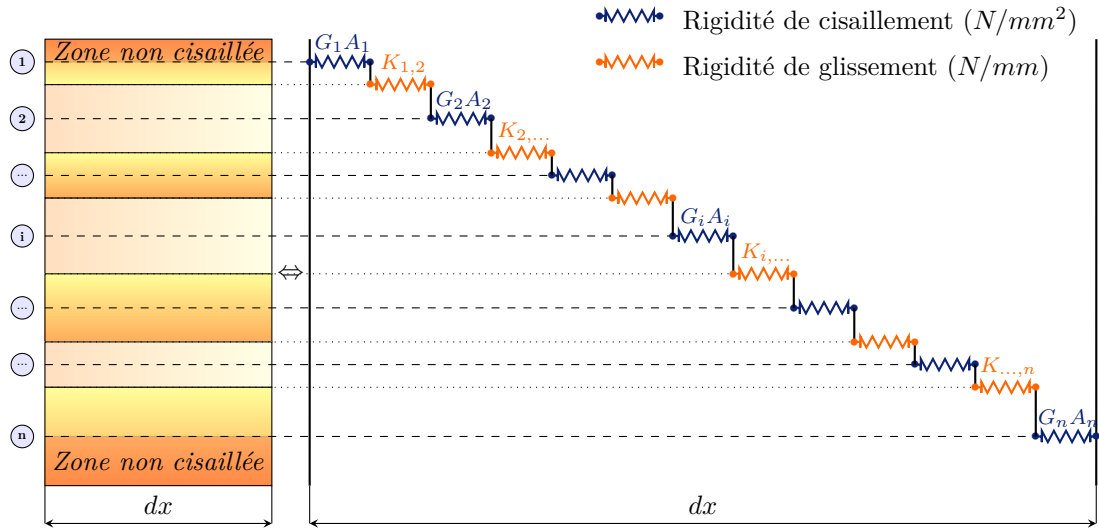


FIGURE 2.4 – Modèle simplifié pour le calcul de la rigidité en cisaillement

On en déduit donc l'inertie apportée par l'encastrement des interfaces, aussi appelée inertie de Steiner ou Huygens :

$$(EI)_B = \sum_{i=1}^n E_i A_i z_i^2 \quad (2.16)$$

Un modèle simplifié de la poutre est utilisé (cf. figure 2.4) pour calculer la rigidité en cisaillement (noté $(GS)_{eff}$) de la poutre B .

Pour déterminer les efforts repris par les ressorts du modèle simplifié, l'équilibre d'une portion de longueur dx de la poutre est réalisé (cf. 2.5).

La poutre B travaille en compression/traction pure, il n'y a donc pas de moment de flexion appliqué aux sections des différents éléments de la poutre

Équilibre des moments dans l'élément 1 :

$$-\cancel{q(x)} \frac{dx^2}{2} - V_{s,1,2} dx \frac{h_1}{2} + V_1 dx = 0$$

Soit :

$$V_1 = \frac{h_1}{2} V_{s,1,2} \quad (2.17)$$

Équilibre des moments dans l'élément i :

$$-V_{s,i,i+1} dx \frac{h_i}{2} - V_{s,i-1,i} dx \frac{h_i}{2} + V_i dx = 0$$

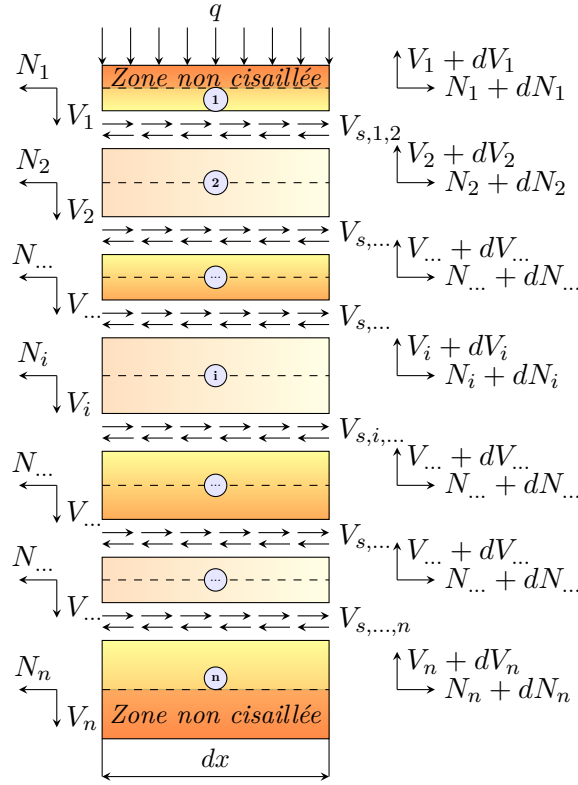


FIGURE 2.5 – Équilibre d'une section sur une longueur élémentaire

Soit :

$$V_i = \frac{h_i}{2} (V_{s,i-1,i} + V_{s,i,i+1}) \quad (2.18)$$

Équilibre des moments dans l'élément n :

$$-V_{s,n-1,n} dx \frac{h_n}{2} + V_n dx = 0$$

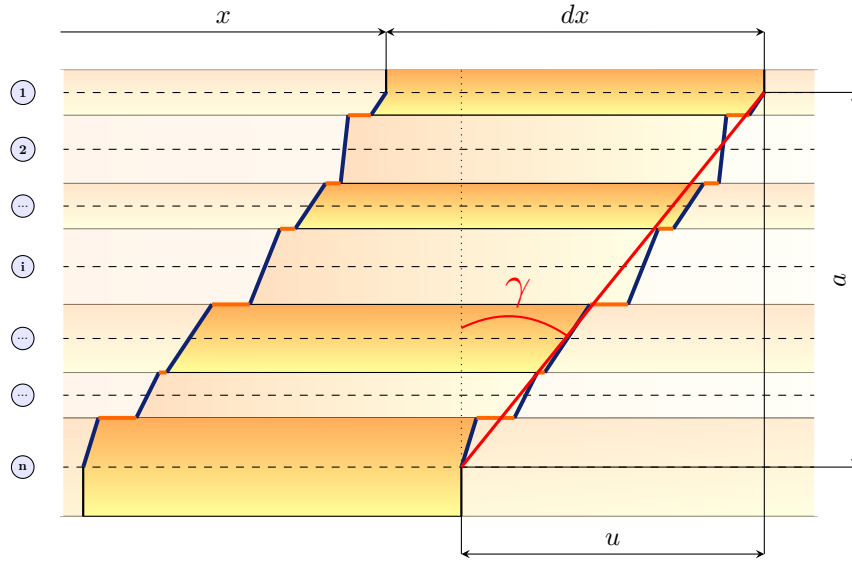
Soit :

$$V_n = \frac{h_n}{2} V_{s,n-1,n} \quad (2.19)$$

D'après A. Scholtz [Sch04], le flux de cisaillement V_s est sensiblement le même à chaque interface, ainsi les relations 2.17, 2.18 et 2.19 deviennent :

$$V_1 = \frac{h_1}{2} V_s \quad (2.20)$$

$$V_i = h_i V_s \quad (2.21)$$

FIGURE 2.6 – Déformation équivalente en cisaillement sur une longueur dx de poutre

$$V_n = \frac{h_n}{2} V_s \quad (2.22)$$

Comme la rigidité en cisaillement des éléments ainsi que celle des interfaces sont connues, les déplacements longitudinaux peuvent être calculés :

— Pour les éléments :

$$u_i = \frac{V_i}{G_i b_i} \quad (2.23)$$

— Pour les interfaces :

$$u_{i,i+1} = \frac{V_s}{K_{i,i+1}} \quad (2.24)$$

Le déplacement de la section totale sera alors la somme de tous ces déplacements :

$$u = \sum_{i=1}^n u_i + \sum_{i=1}^{n-1} u_{i,i+1} \quad (2.25)$$

Soit :

$$u = \frac{V_s h_1}{2G_1 b_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{V_s h_i}{G_i b_i} + \frac{V_s h_n}{2G_n b_n} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{V_s}{K_{i,i+1}} \quad (2.26)$$

La poutre B aura une déformation en cisaillement conforme à la figure 2.6, qui se formule de la manière suivante, dans le cas de petites déformations :

$$\gamma = \frac{u}{a} \quad (2.27)$$

Or, selon la RDM¹, cet angle peut également être calculé en fonction de la contrainte de cisaillement et simplifié selon les travaux de V-T NGuyen [NCS05] :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\tau}{G_{eff}} \\ &= \frac{V_s}{G_{eff}b_{eff}} \\ &= \frac{V_s a}{G_{eff}b_{eff}a} \\ &= \frac{aV_s}{(GS)_{eff}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Ainsi en combinant 2.27 et 2.28 :

$$\boxed{u = \frac{a^2 V_s}{(GS)_{eff}}} \quad (2.29)$$

Finalement, en combinant les relations 2.26 et 2.29 :

$$\frac{a^2 \mathcal{V}'_s}{(GS)_{eff}} = \frac{\mathcal{V}'_s h_1}{2G_1 b_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{\mathcal{V}'_s h_i}{G_i b_i} + \frac{\mathcal{V}'_s h_n}{2G_n b_n} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\mathcal{V}'_s}{K_{i,i+1}} \quad (2.30)$$

La raideur effective en cisaillement est ainsi obtenue par :

$$\boxed{(GS)_{eff} = \frac{a^2}{\frac{h_1/2}{G_1 b_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{h_i}{G_i b_i} + \frac{h_n/2}{G_n b_n} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{K_{i,i+1}}}} \quad (2.31)$$

Maintenant que les rigidités des poutres A et B sont connues, la décomposition du chargement entre ces deux poutres est déterminée de sorte que leurs flèches transversales soient identiques en tous points suivant leurs longueurs.

Notons :

1. résistance des matériaux

$p_{A,j}$: Chargement de la poutre A dans la zone j

$p_{B,j}$: Chargement de la poutre B dans la zone j

Pour respecter l'équilibre des efforts, la somme des chargements repris par chaque poutre doit être égale au chargement appliqué au système :

$$p_{A,j}(x) + p_{B,j}(x) = q_i(x) \quad (2.32)$$

Notons également :

$w_{A,j}$: Flèche due à la flexion de la poutre A dans la zone j

$w_{B,j}$: Flèche due à la compression/traction de la poutre B dans la zone j

$w_{B,c,j}$: Flèche due au cisaillement de la poutre B dans la zone j

Les chargements, respectivement $p_{A,j}$ et $p_{B,j}$, des poutres, respectivement A et B , sont déterminés de telle sorte qu'en tout point de la longueur de la poutre leurs déformations soient identiques, soit :

$$w_{A,j}(x) = w_{B,j}(x) + w_{B,c,j}(x) \quad (2.33)$$

D'après la théorie des poutres, il existe d'une part une relation entre la déformée d'une poutre et son moment, et d'autre part une relation entre la déformée et le cisaillement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 w_{A,j}}{dx^2} = \frac{M_{A,j}}{(EI)_A} \\ \frac{d^2 w_{B,j}}{dx^2} = \frac{M_{B,j}}{(EI)_B} \\ \frac{dw_{B,c,j}}{dx} = \frac{V_{B,j}}{(GS)_{eff}} \end{array} \right. \quad (2.34)$$

$$(2.35)$$

Il existe également des relations entre moment et chargement, ainsi qu'entre cisaillement et chargement :

$$\begin{cases} \frac{d^2 M_{A,j}}{dx^2} = -p_{A,j} \\ \frac{d^2 M_{B,j}}{dx^2} = -p_{B,j} \\ \frac{dV_{B,j}}{dx} = p_{B,j} \end{cases} \quad (2.36)$$

Or lorsque deux fonctions sont égales en tous points, leurs dérivées le sont aussi, ce qui se traduit par :

$$Si \ w_{A,j} = w_{B,j} + w_{B,c,j} \quad alors \quad \frac{d^4 w_{A,j}}{dx^4} = \frac{d^4 w_{B,j}}{dx^4} + \frac{d^4 w_{B,c,j}}{dx^4} \quad (2.37)$$

Ainsi,

$$\begin{cases} \frac{d^4 w_{A,j}}{dx^4} = -\frac{p_{A,j}}{(EI)_A} \\ \frac{d^4 w_{B,j}}{dx^4} = -\frac{p_{B,j}}{(EI)_B} \\ \frac{d^4 w_{B,c,j}}{dx^4} = \frac{1}{(GS)_{eff}} \frac{d^2 p_{B,j}}{dx^2} \end{cases} \quad (2.38)$$

D'où,

$$-\frac{p_{A,j}}{(EI)_A} = -\frac{p_{B,j}}{(EI)_B} + \frac{1}{(GS)_{eff}} \frac{d^2 p_{B,j}}{dx^2} \quad (2.39)$$

À partir de la relation 2.32, il est déduit :

$$p_{A,j} = q_j - p_{B,j} \quad (2.40)$$

En remplaçant $p_{A,j}$ dans la relation 2.39, la résolution de l'équation suivante permet de déterminer le chargement pour que les déformations des deux poutres soient compatibles :

$$\frac{d^2 p_{B,j}}{dx^2} - (GS)_{eff} \left(\frac{1}{(EI)_A} + \frac{1}{(EI)_B} \right) p_{B,i} = -\frac{(GS)_{eff}}{(EI)_A} q_i \quad (2.41)$$

Soit :

$$\boxed{\frac{d^2 p_{B,j}}{dx^2} - \alpha p_{B,j} = -\frac{(GS)_{eff}}{(EI)_A} q_i} \quad (2.42)$$

Avec :

$$\alpha = (GS)_{eff} \left(\frac{1}{(EI)_A} + \frac{1}{(EI)_B} \right)$$

Pour résoudre cette équation différentielle du second ordre, il faut tout d'abord déterminer la solution de son équation homogène :

$$\boxed{\frac{d^2 p_{B,j}}{dx^2} - \alpha p_{B,j} = 0} \quad (2.43)$$

Qui se résout à partir de son équation caractéristique associée :

$$s^2 - \alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} s_1 = \sqrt{\alpha} \\ s_2 = -\sqrt{\alpha} \end{cases} \quad (2.44)$$

Or par sa définition α est strictement positif, car obtenu par la somme et le produit de valeurs positives, permettant d'en conclure que :

$$p_{B,j} = \lambda_{1,j} e^{\sqrt{\alpha}x} + \lambda_{2,j} e^{-\sqrt{\alpha}x} + p_{B,0,j} \quad (2.45)$$

En notant $p_{B,0,j}$ la solution particulière de l'équation différentielle avec second membre 2.42.

Ainsi, pour chaque zone de la poutre :

$$\boxed{\begin{cases} p_{B,I} = \lambda_{1,I} e^{\sqrt{\alpha}x} + \lambda_{2,I} e^{-\sqrt{\alpha}x} \\ p_{B,II} = \lambda_{1,II} e^{\sqrt{\alpha}x} + \lambda_{2,II} e^{-\sqrt{\alpha}x} + p_{B,0} \\ p_{B,III} = \lambda_{1,III} e^{\sqrt{\alpha}x} + \lambda_{2,III} e^{-\sqrt{\alpha}x} \end{cases}} \quad (2.46)$$

Les constantes λ sont déterminées à partir des conditions aux limites de la poutre. La solution particulière $p_{B,0}$ ne peut être déterminée de manière générale, il est nécessaire « d'essayer » des fonctions. Généralement, une combinaison linéaire du chargement appliqué à la poutre résout l'équation différentielle. Posons $p_{B,0}(x) = C_1 q(x) + C_2$, puis fixons des valeurs aux constantes C_1 et C_2 pour que l'équation différentielle soit vérifiée.

Une fois le chargement p_B de la poutre B déterminé, le chargement p_A de la poutre A est calculé à partir de la relation 2.32. L'hypothèse de comportement élastique de tous les

éléments permet de retrouver les contraintes dans chaque pièce de la poutre. Ainsi, pour retrouver la contrainte normale dans le $i^{\text{ième}}$ élément, représenté sur la figure 2.8, il suffit de sommer les contraintes normales des poutres A et B (figure 2.8) :

$$\sigma_{tot,i}(z) = \sigma_{A,i}(z) + \sigma_{B,i}(z) \quad (2.47)$$

Or,

$$\begin{cases} \sigma_{A,i}(z) = \frac{M_{A,j}}{(EI)_A} E_i z \\ \sigma_{B,i}(z) = \frac{M_{B,j}}{(EI)_B} E_i z_i \end{cases} \quad \text{avec} \quad z \in \left[-\frac{h_i}{2}, \frac{h_i}{2} \right] \quad (2.48)$$

Ainsi, la contrainte normale de l'élément i à la position x suivant la longueur est obtenue grâce à :

$$\boxed{\sigma_{tot,i}(z) = \left(\frac{M_{A,j}}{(EI)_A} z + \frac{M_{B,j}}{(EI)_B} z_i \right) E_i} \quad (2.49)$$

De même, pour connaître la contrainte de cisaillement dans les différents éléments, la contrainte totale est la somme des contraintes dans les poutres A et B (figure 2.7) :

$$\tau_{tot,i}(z) = \tau_{A,i}(z) + \tau_{B,i}(z) \quad (2.50)$$

Avec,

$$\begin{cases} \tau_{A,i}(z) = \frac{V_{A,j}}{(EI)_A} E_i \left(\frac{z^2}{2} - \frac{h_i^2}{8} \right) \\ \tau_{B,i}(z) = \frac{V_{B,j}}{(EI)_B} E_i z_i \left(\frac{h_i}{2} - z \right) + \frac{b_{i-1}}{b_i} \tau_{B,i-1} \left(-\frac{h_{i-1}}{2} \right) \end{cases} \quad \text{avec } z \in \left[-\frac{h_i}{2}, \frac{h_j}{2} \right] \quad (2.51)$$

Soit,

$$\boxed{\tau_i(z) = \frac{V_{A,j}}{(EI)_A} E_i \left(\frac{z^2}{2} - \frac{h_i^2}{8} \right) + \frac{V_{B,j}}{(EI)_B} \left(E_i z_i \left(\frac{h_i}{2} - z \right) + \frac{1}{b_i} \sum_{k=1}^{i-1} E_k A_k z_k \right)} \quad (2.52)$$

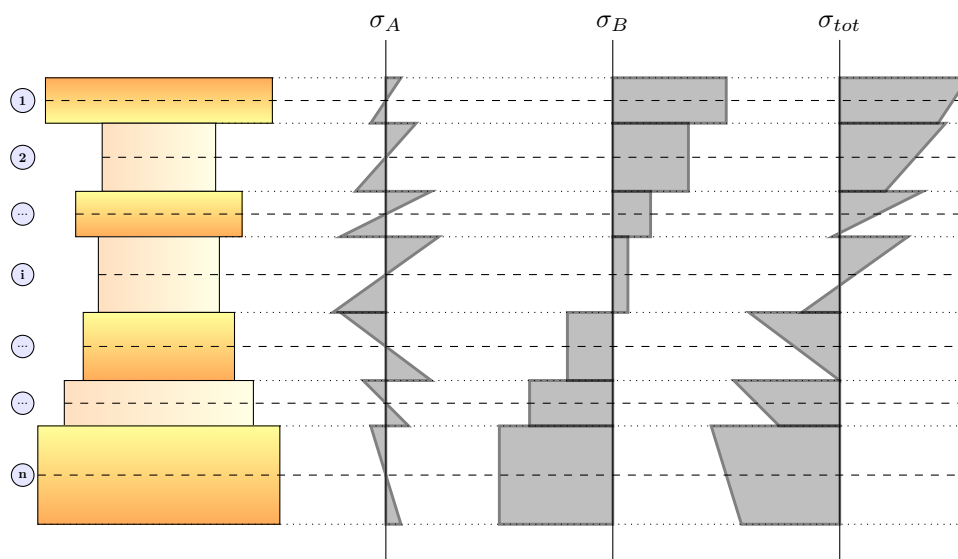


FIGURE 2.7 – Contraintes de flexion dans la section de la poutre reconstituée

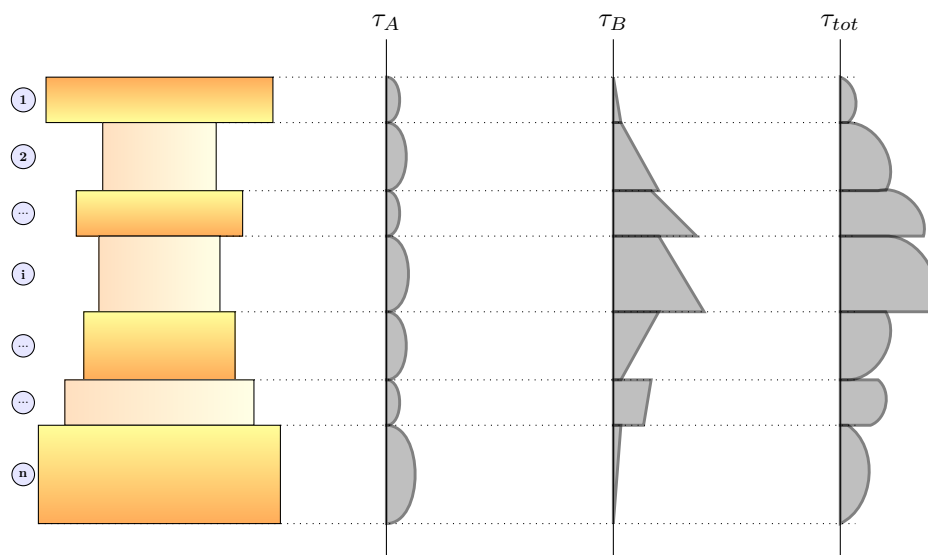


FIGURE 2.8 – Contraintes de cisaillement dans la section de la poutre reconstituée

Modèle de plancher nervuré

Le raisonnement de construction du modèle de poutre a été repris dans la norme Allemande (DIN 1052 2004-08) afin de créer un modèle de plaque composite. Ce modèle permet le dimensionnement de plancher composite, par exemple un plancher bois-béton. Il prend en compte la rigidité des poutres reconstituées dans un sens du plancher, et celle du platelage ou dalle dans son sens perpendiculaire.

2.2 Modèle de calcul aux éléments finis

2.2.1 Modèle en une dimension

H.S. Pham [Pha07] a développé durant sa thèse une formulation d'un élément fini de la famille $\mathcal{M4}^2$ adapté pour les poutres multicouches à connexions imparfaites. En effet, ces modèles fonctionnent par couches plutôt qu'au global, permettant une analyse plus fine au niveau des contraintes et déformations d'interfaces. Ce modèle est en une dimension, il ne permet pas de cerner les problématiques de diffusions des efforts entre les couches, ainsi que la prise en compte d'un caractère orthotropique du matériau. La présente étude se portera préférentiellement sur des modèles à au moins 2 dimensions afin de répondre à ces problématiques.

2.2.2 Modèle en deux ou trois dimensions

Des modèles en deux dimensions ont été réalisés afin de simuler le comportement de poutres à connexions imparfaites.

E. Lukaszewska [Luk09] a développé un modèle MEF basé sur les travaux de M. Fragiaco [Fra05]. Ce modèle décrit une poutre composite bois béton connectée par des éléments métalliques. Le plan de cisaillement des connecteurs est représenté par des ressorts reliés aux axes neutres des poutres bois et béton par des éléments rigides (voir figure 2.9).

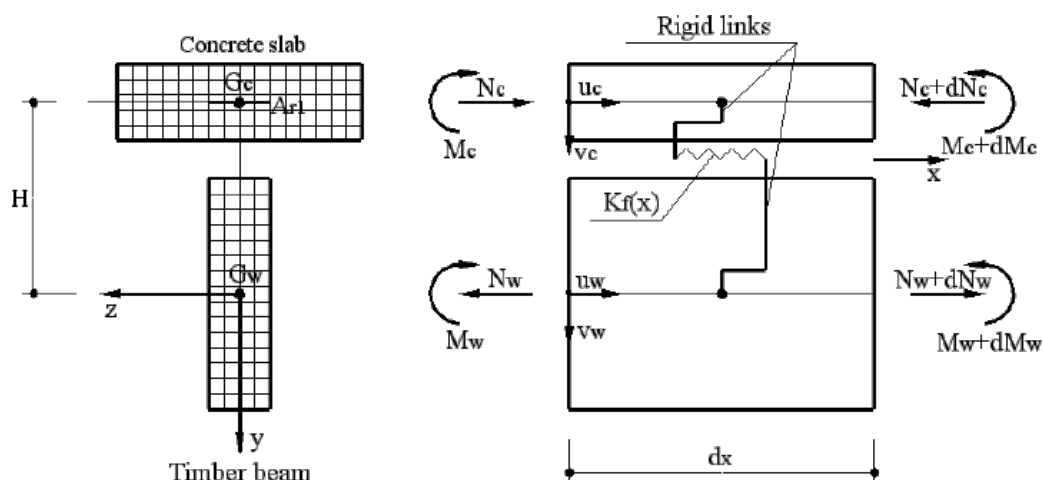


FIGURE 2.9 – Modèle MEF développé par E. Lukaszewska 2.9

Le modèle présenté dans la thèse de L. Resch [Res09] est également en deux dimensions. Il décrit des poutres multicouches en bois reliées entre elles par des tourillons thermosoudés. Chaque lamelle est maillée par des éléments carrés quadratiques à huit nœuds (QUA8), représentant le plan médian des lamelles. La connexion inter lamelles est réalisée

à l'aide d'éléments joints de type raccord à trois nœuds (RAC3). Le comportement des raccords est linéaire.

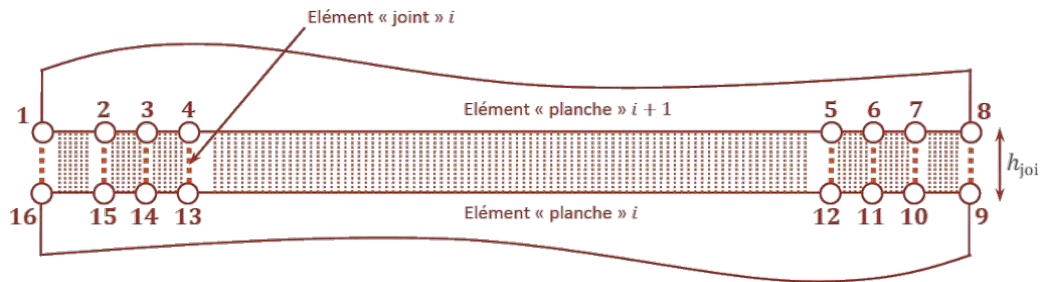


FIGURE 2.10 – Schéma de la liaison inter lamelle du modèle MEF développé par L. Resch [Res09]

Ces deux modèles en deux dimensions permettent la mesure des contraintes au niveau des lamelles, efforts à l'interface et déformations au niveau des éléments. Ils n'intègrent néanmoins pas le comportement non linéaire des organes de liaisons, limitant l'étude possible à la seule zone élastique de comportement entre effort et déplacement des poutres composites. Ces modèles sont très intéressants et permettent d'établir des références quant aux modèles développés dans la suite de ce document. En effet, la modélisation en deux dimensions permet un gain de temps non négligeable, d'autant qu'elle se justifie pleinement dans ces cas de figure, car les déformations sont constantes dans les épaisseurs des différentes pièces. Un point contestable est le fait de négliger les perçages nécessaires aux organes de liaison, mais au vu de la proportion entre la section des éléments et celles en retirant les perçages pour les organes, cette simplification ne semble raisonnablement pas affecter le comportement du modèle. Il est, par contre, tout à fait cohérent de prendre en compte cette diminution de section dans les calculs de dimensionnement en post-traitement du modèle numérique.

Un modèle en trois dimensions a été développé par C. O'Loinsigha et M. Oudjene [OOS⁺12], il représente également un modèle de poutre multicouche connecté à l'aide de tourillons thermosoudés (cf. figure 2.11). La poutre est modélisée comme un matériau élastoplastique orthotrope, les tourillons transmettent les efforts entre les différentes lamelles par un comportement de densification non linéaire. La conclusion de l'article présentant ce modèle est que les interfaces entre éléments pilotent le comportement global de la poutre, ce qui permet de montrer que pour ce type d'éléments de structure, il n'est pas nécessaire d'intégrer une troisième dimension.

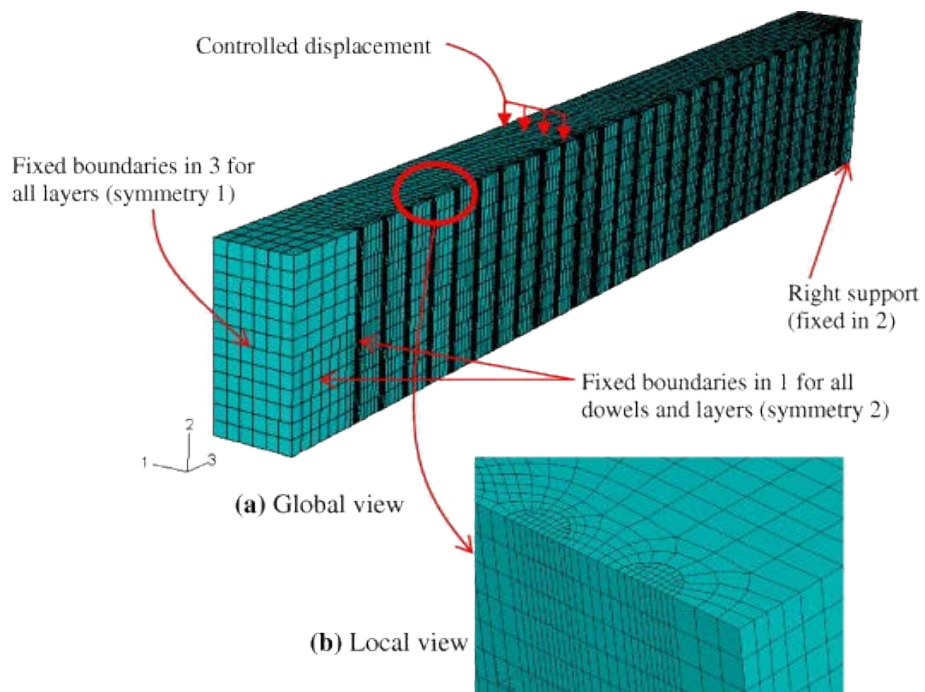


FIGURE 2.11 – Modèle MEF développé par C. O’Loinsigha et M. Oudjene [OOS⁺12]

Section 3

Caractérisation des organes de liaisons

Que cela soit pour les modèles analytiques ou pour les modèles numériques, la connaissance du comportement des organes de liaisons est primordiale. Ce comportement au niveau local pilote directement le comportement global d'un élément reconstitué, ainsi la sélection d'un modèle plutôt qu'un autre, ou d'une simplification ou non, se fait sur la base de la connaissance de ce comportement. Il est donc nécessaire de maîtriser sa mesure pour pouvoir faire un choix à posteriori de la méthode adaptée de dimensionnement d'éléments reconstitués. Deux systèmes de norme sont présentés ci-dessous, la première concerne la norme européenne (Eurocodes) et la seconde la norme suisse (SIA), elles ont pour objectif la caractérisation d'organes d'assemblage dans le matériau bois. Le choix de la présentation de ces deux normes est basé sur leurs différentes approches de la rigidité des organes.

3.1 Normes européennes

La norme Eurocode est un texte de loi spécifiant les caractéristiques minimums auxquelles doivent répondre les structures à la fois pour la sécurité et le confort des personnes. Ces normes sont appliquées dans toute l'Union européenne, des annexes nationales existent lorsqu'un pays souhaite l'application de plus de critères sur les constructions. L'Eurocode traitant des structures bois en France est répertorié sous le nom NF EN 1995 ou Eurocode 5. L'Eurocode 5 demande implicitement de ne considérer que la partie élastique du comportement des organes d'assemblage pour le calcul. En effet, le calcul de la rigidité de l'organe de liaison (K_{ser}) est réalisé entre 10% et 40% de la valeur estimée à rupture, ce calcul est détaillé dans la norme NF EN 26891 [AFN91]. Cette rigidité permet le calcul des déplacements aux ELS¹ pour limiter les déformations et le confort des usagers. La valeur de rigidité est ainsi calculée comme si l'organe avait un comportement

1. États Limites en Service

charge-déplacement linéaire entre ces deux valeurs. Elle est donc donnée comme la pente de la courbe de mesure entre ces deux points, par la relation ci-dessous :

$$K_{ser} = \frac{0.4F_{est} - 0.1F_{est}}{v_{04} - v_{01}} \quad (3.1)$$

Avec :

K_{ser}	: module de glissement	$N.mm^{-1}$
F_{est}	: valeur de résistance estimée	N
v_{04}	: valeur de glissement à 40% de l'effort estimé	mm
v_{01}	: valeur de glissement à 10% de l'effort estimé	mm

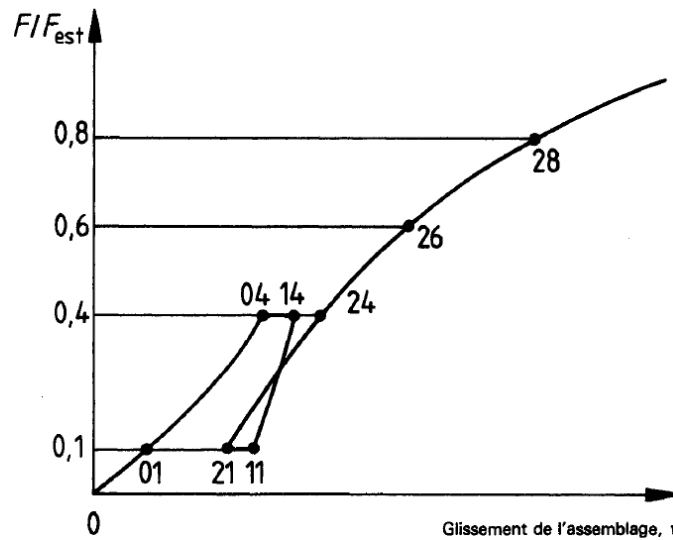


FIGURE 3.1 – Courbe théorique déformation-charge et mesures selon NF EN 26891 [AFN91]

La valeur de raideur d'assemblage (K_u) pour le calcul aux ELU² (pour les résistances admissibles) est pris égale à :

$$K_u = \frac{2}{3}K_{ser} \quad (3.2)$$

Le fait de diminuer la raideur d'assemblage permet le travail dans sa zone plastique, mais cette méthode est forfaitaire, car elle ne dépend pas du type d'organe de liaison utilisé.

3.2 Normes suisses

Les normes SIA³ sont un corpus synthétisant les normes techniques, les textes réglementaires ainsi que les règles de l'art dans la construction en Suisse. Ce corpus comprend une norme spécifique aux constructions bois, la norme SIA 265 [Nor12]. La valeur de raideur d'assemblage est déterminée selon une approche différente de celle des Eurocodes. La méthode des raideurs sécantes est utilisée, la raideur est ainsi calculée à partir de l'origine de la courbe de comportement de l'assemblage jusqu'à un point de fonctionnement donné. Ce point de fonctionnement est défini selon le cas de calcul (voir figure 3.2), ainsi pour déterminer les déformations d'un élément, le point est choisi à 40% de l'effort à rupture (F_u) et au glissement correspondant, et pour le calcul des contraintes, le point est pris à l'effort à rupture (F_u). Lorsque l'assemblage comporte des jeux de fonctionnement, la raideur sécante peut l'intégrer (schéma de droite de la figure 3.2).

Dans le cas de la norme suisse, la raideur est définie spécifiquement pour un assemblage donnée. La raideur est déterminée forfaitairement à 40% de l'effort à rupture, cela se justifie par un comportement généralement linéaire à minima jusqu'à cette valeur dans les assemblages. Choisir le point d'effort à rupture pour le calcul de la raideur sécante permet le travail de l'assemblage dans sa zone de comportement plastique. Contrairement à la méthode utilisée dans l'Eurocode 5, la méthode de la SIA donne la valeur de déplacement à rupture correspondant à la valeur expérimentale. Cette approche permet d'obtenir des déformations lors de la rupture proches des valeurs expérimentales. Ainsi, les contraintes des éléments à comportement isotrope ou orthotrope sont également identiques aux valeurs expérimentales lors de l'atteinte du point de rupture des organes de liaisons dans le cas des éléments reconstitués. La méthode de la SIA permet ainsi d'obtenir une répartition fidèle des contraintes au sein des éléments de systèmes reconstitués. Cette méthode sera ainsi choisie dans la suite de l'étude pour cette raison.

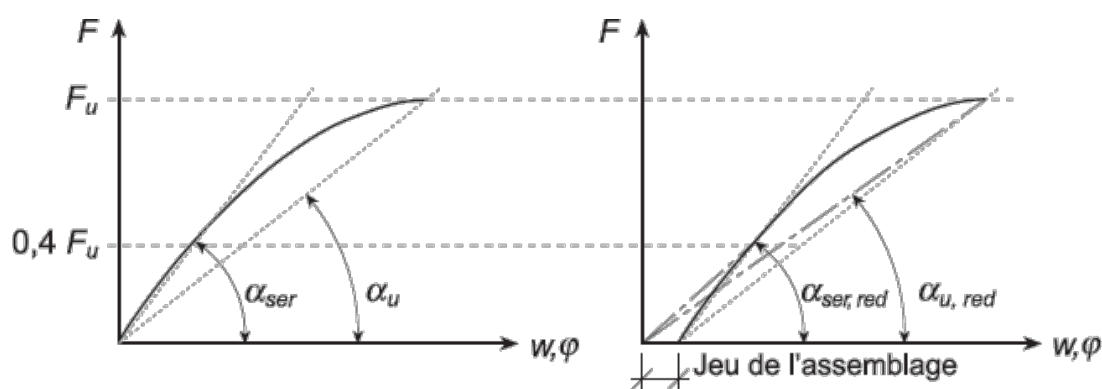


FIGURE 3.2 – Définition des raideurs des assemblages α selon la SIA 265 [Nor12]

3. Société suisse des Ingénieurs et des Architectes

Conclusion

Une vue d'ensemble des éléments reconstitués en bois existant a été présentée. Les produits assemblés à base de colle sont très bien encadrés et peuvent être facilement dimensionnés. Il n'existe pas de méthodologie de caractérisation pour les autres types de produits décrits. L'objectif final de ces recherches est de pouvoir mettre à disposition un moyen simple de dimensionnement et d'optimisation des différents éléments reconstitués de structure lorsque la connexion est imparfaite. Des premiers travaux ont montré que la constitution d'éléments de construction comme des murs, des poutres ou des planchers est possible en n'utilisant que des assemblages bois sur bois par tourillons thermosoudés. Ces assemblages sont au cœur de la thèse soutenue par L. RESCH en 2009 (« Développement d'éléments de construction en bois de pays lamellés assemblés par tourillons thermosoudés », [Res09]). Cette thèse a permis d'ouvrir un nouvel horizon quant aux possibilités offertes par la reconstitution d'éléments en bois et de mettre au jour les points forts et les points faibles de tels systèmes, construisant ainsi une base de départ solide pour cette nouvelle thèse.

Pour appréhender le dimensionnement en considérant la connexion imparfaite entre les éléments, il est commode d'utiliser les modèles analytiques élastiques présentés incluant ce glissement à l'interface des éléments [Hei87], [GP07], [Kre99]. Quelques auteurs [Luk09] [FL11] [Cec95] ont montré que selon le type de connecteurs, la rigidité obtenue par l'approche normative peut mener à des erreurs d'estimation, puisque le niveau de plastification au sein des différents assemblages est hétérogène le long des éléments. Les modèles numériques présentés permettent un dimensionnement, mais au détriment du temps de calcul et des performances optimums des produits modélisés. En effet, ces modèles se limitent au comportement élastique des produits reconstitués, ne permettant pas d'atteindre, de manière réglementaire, la ruine des organes de liaisons.

Afin de palier les problèmes des modèles analytiques (hypothèses fortes, simplification, etc.) et des modèles numériques (temps de calcul), une méthodologie hybride a été développée et validée sur les travaux de L. RESCH [Res09]. Cette méthodologie est présentée dans la partie suivante

Deuxième partie

Méthodologie de caractérisation d'un comportement non linéaire d'éléments de structure

Introduction

L'intérêt d'un système multicouche à élément à connexions imparfaites a été mis en valeur. Il est difficile d'avoir des outils simples pour la conception de ce type d'éléments, du fait à la fois de son caractère nouveau, mais également de son caractère non linéaire. En effet, se borner à dimensionner ce type d'éléments uniquement dans sa phase linéaire entraînerait du surdimensionnement excessif (ou une sous exploitation du potentiel des composants). Conduire une conception par modèle numérique serait, avec les moyens actuels, fort peu rentable au vu du caractère chronophage de ce type de modèle. Ainsi, une méthode hybride, comme celle qui est présentée dans cette partie permet l'utilisation d'éléments à connexions imparfaites par les industriels.

L'utilisation d'une méthode ascendante est un gain de temps non négligeable, car elle permet d'étudier la connexion élémentaire sans avoir à réaliser tous les essais d'éléments (mis à part quelques essais pour valider le ou les modèles numériques). La première étape consiste à déterminer le comportement d'un assembleur, pour pouvoir par la suite le modéliser. Le comportement des liaisons ainsi modélisées sera intégré dans des modèles numériques d'éléments structuraux (mur, poutre, ou autres) puis comparé à des essais expérimentaux. Le modèle, une fois validé, sera extrapolé afin de déterminer les paramètres influençant le comportement global d'éléments connectés. Il permettra de créer une base de données où les points de fonctionnement seront définis en fonction de l'état de limite à vérifier (ELS⁴ ou ELU⁵). À partir de cette base de données et d'un modèle analytique, les raideurs sécantes sont déterminées afin d'obtenir un point de fonctionnement semblable permettant de s'approcher des valeurs de déformations ou de distribution des contraintes dans les différents éléments en bois. En effet, les assemblages ne sont généralement pas sollicités chacun au même niveau, il est donc nécessaire de déterminer une valeur unique de raideur d'assemblage permettant de retrouver ces points de fonctionnement.

Les raideurs sécantes de ces liaisons seront ensuite traitées par un réseau de neurones, étant donné la complexité de fonctionnement à l'échelle locale des assemblages bois sur bois. Le réseau de neurones sera choisi, car il donne de très bons résultats dans l'interpolation de fonctions paramétriques. Cette approche empirique au niveau de l'assemblage permet d'éviter d'avoir à faire des caractérisations trop fines, peu évidentes à obtenir et souvent difficiles à retranscrire en termes de modélisation. Les paramètres d'entrées du modèle analytique final proviendront, d'une part, des valeurs géométriques et mécaniques des éléments reconstitués, et d'autre part, de la valeur de raideur de liaison donnée par le réseau de neurones. Le modèle analytique permettra au final de concevoir et dimensionner convenablement un élément reconstitué.

4. États Limites en Service

5. États Limites Ultimes

Section 4

Modèle éléments finis

La caractérisation d'un assemblage à connexions imparfaites se déroule en trois étapes. La première consiste, à partir d'une loi de comportement moyenne représentative de l'assemblage, à vérifier que la réponse d'un modèle numérique d'éléments reconstitués est conforme aux essais expérimentaux. Le modèle numérique ainsi validé permet de déterminer des configurations autres que celles testées expérimentalement tout en restant proches afin de limiter les erreurs d'extrapolation. La seconde étape est la recherche des valeurs de raideur d'assemblage pour obtenir, via un modèle analytique linéaire, une réponse en force et en déplacement identique aux modèles numériques pour des critères donnés, dans le cas d'études des critères relatifs aux Eurocodes (ELU¹ et ELS²). La troisième étape est l'analyse statistique de la base de données constituée à partir du modèle numérique afin d'en extraire les paramètres influençant le comportement de l'élément. Ces paramètres servent d'entrées dans un interpolateur type réseau de neurones afin d'obtenir directement les raideurs équivalentes à utiliser dans un modèle analytique.

Un modèle éléments finis de poutres multicouches à connexions imparfaites a été développé pour obtenir le comportement en force et en déplacement des poutres assemblées par tourillons thermosoudés à partir des résultats d'essais réalisés lors de la thèse de L. Resch [Res09]. Ce modèle a pour but d'aller rechercher les performances maximales en ne se limitant pas exclusivement à la partie du comportement élastique, mais en allant également travailler dans la partie plastique du comportement.

4.1 Description du modèle d'une poutre reconstituée

Un modèle paramétrique a été développé sous Castem [CEA12] pour obtenir la loi de comportement d'une poutre à connexions imparfaites en flexion (cf. figure 4.1). Ce modèle étant paramétrique, il facilite le calcul de différentes configurations de poutres, c'est-à-dire,

1. États Limites Ultimes
2. États Limites de Service

les paramètres peuvent être modifiés en entrée et le modèle s'adapte automatiquement. Ces paramètres sont : la portée de la poutre, son nombre d'éléments empilés, son caractère ajouré ou non, l'épaisseur et la hauteur des éléments empilés, le type de charge appliquée (répartie ou ponctuelle), le type de liaison aux appuis (rotulé fixe ou rotulé glissant), l'espacement et la longueur des connecteurs (dans le cas d'une liaison non continue), et enfin la classe de bois utilisée (influant sur les modules d'élasticité et de cisaillement des éléments).

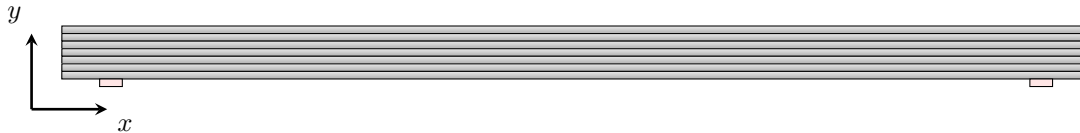


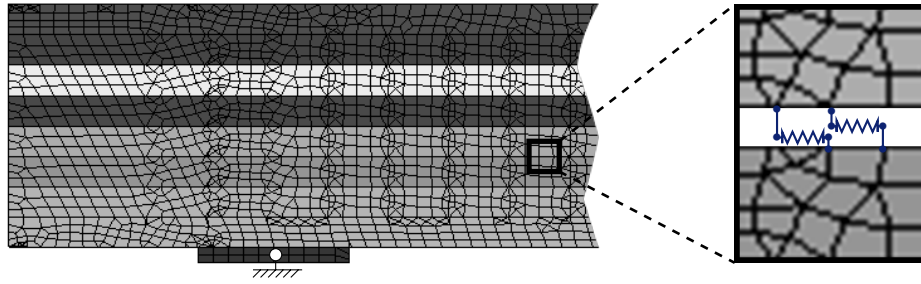
FIGURE 4.1 – Modèle MEF d'une poutre reconstituée

Le problème est considéré comme plan, en effet, les déformations sont constantes selon la largeur de la poutre, même si dans la pratique tous les connecteurs ne se situent pas sur le plan médian à la largeur. Le flambement et le déversement de la poutre ne sont pas pris en compte, mais ils sont vérifiés réglementairement selon l'Eurocode 5 [AFN05b]. Ces hypothèses autorisent ainsi une modélisation en seulement deux dimensions. De plus, le modèle ne prend en compte qu'une largeur fixe pour chaque lamelle et néglige les trous des perçages.

Les lamelles sont ainsi modélisées en deux dimensions par un maillage constitué d'éléments à interpolation linéaire de type quadrangle à quatre nœuds (QUA4). Ce type d'élément permet une meilleure approximation des contraintes de cisaillement d'une part, et l'interpolation quadratique n'a pas apporté de modifications significatives quant aux déplacements et contraintes obtenus. Chaque lamelle a un comportement considéré parfaitement élastique et orthotrope, les modules d'élasticité dans le sens longitudinal et transversal étant constants. Des conditions de contact permettent d'éviter l'interpénétration des lamelles entre elles. Chaque tourillon est modélisé par sa loi de comportement non linéaire en cisaillement, elle-même obtenue par essai de l'assemblage unitaire (figure 4.4) liant les planches par leurs interfaces. Des éléments de type barre (BARR) raccordant les interfaces des éléments permettent d'intégrer la loi de comportement des tourillons au modèle. Ces barres sont de section 1mm^2 et de longueur initiale 1mm , permettant d'obtenir un comportement en force – déplacement (figure 4.4) équivalente à la loi de comportement contrainte – déformation. Ces éléments ne fonctionnent qu'en traction ou compression.

Les appuis de la poutre sont constitués par des plaques d'acier maillées avec des éléments de type quadrangle à quatre nœuds (QUA4). Le blocage des déplacements suivant la longueur de la poutre (u_x) et suivant la hauteur de la poutre (u_y) (cf. figure 4.1) du nœud médian en partie inférieure de la plaque permet de matérialiser une rotule et un appui glissant lorsque u_x est libéré. Pour l'analyse des résultats d'essais, deux types de conditions aux limites sont pris en compte. Dans le premier cas, les deux appuis sont

des rotules (Modèle F), dans le second, un côté est une rotule et l'autre est un appui glissant (Modèle G). Le calcul non linéaire géré par la procédure « Pas à Pas » de Castem [CEA12] est arrêté lorsqu'un tourillon atteint un glissement à l'interface supérieur à $8.93mm$. Cette limite correspond au glissement moyen observé des tourillons à rupture (noté δ_{max}) présentée dans le tableau 4.1 page 69.



~~~~~ : Ressort avec la loi de comportement non linéaire d'un organe de liaison

FIGURE 4.2 – Exemple de maillage d'une poutre pleine reconstituée

L'interpénétration des lamelles est évitée grâce à un maillage de contact unilatéral. Il est possible d'associer à ce contact un modèle frottant de type Coulomb, mais il s'est avéré que dans les cas traités, cela n'avait pas d'influence significative sur les résultats, et augmentait grandement le temps de calcul.

## 4.2 Évaluation du modèle développé

### 4.2.1 Synthèse des essais unitaires

Le comportement moyen des tourillons thermosoudés est calculé à partir des résultats d'essais obtenus lors de la thèse de L. RESCH [Res09]. Pour caractériser la raideur en cisaillement du tourillon, le principe du test proposé par Claudio Pirazzi [Pir05] a été retenu. Ce principe consiste à ne cisailier l'organe que dans un seul plan. Ceci permet de limiter les efforts de frottement qui pourraient se développer entre les éléments lors de la déformation de l'assemblage comme cela peut être le cas lors d'essais en double cisaillement. Le principe du test permet de produire des conditions aux limites en extrémité du tourillon proche de celles des poutres fabriquées.

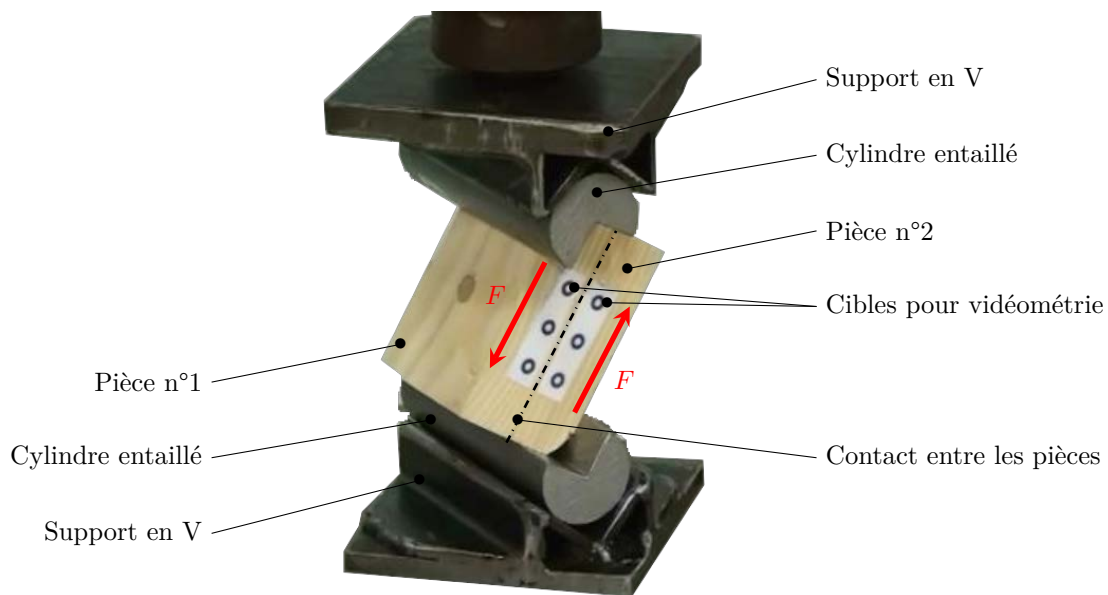


FIGURE 4.3 – Essais de cisaillement d'un tourillon soudé [Res09]

Une série de 29 assemblages composés de deux pièces en sapin épicéa de dimensions  $70 \times 50 \times 20\text{mm}$  et de masse volumique moyenne de  $489\text{kg.m}^{-3}$  (écart-type  $42\text{kg.m}^{-3}$ ), et d'un seul tourillon en hêtre de densité  $680\text{kg.m}^{-3}$  (écart-type de  $63\text{kg.m}^{-3}$ ) a été confectionnée en suivant un protocole d'assemblage strictement identique à celui de la réalisation des poutres. Après fabrication, les assemblages ont été placés dans une atmosphère contrôlée à  $20^\circ\text{C}$  et 65% d'humidité afin d'amener l'humidité proche de 12%.

Le principe de l'essai consiste ensuite à introduire en opposition un effort de compression pour cisailer l'organe. L'éprouvette est alors placée entre deux cylindres entaillés pouvant pivoter dans des pièces métalliques en forme de V. L'application de l'effort s'effectue par l'intermédiaire de billes en acier sur des platines où sont soudées les pièces en V. Un logement conique dans les platines permet le positionnement des billes. Les contacts métalliques sont soigneusement graissés pour limiter le frottement et laisser libres les rotations par le glissement en cisaillement des éprouvettes. Le montage est placé sur une machine d'essais universelle Instron (modèle 4206 d'une précision de  $50\text{N}$ ) permettant d'appliquer un déplacement à vitesse constante et de relever la force de réaction engendrée. Le glissement relatif des deux parties de l'éprouvette est mesuré par vidéométrie (Vidéométric VDM Grabber et VDM Analyser [Vid99]). La mesure du déplacement relatif des deux ensembles de cibles de part et d'autre du plan de cisaillement est obtenue avec une précision de  $0.03\text{mm}$  (cf. figure 4.4).

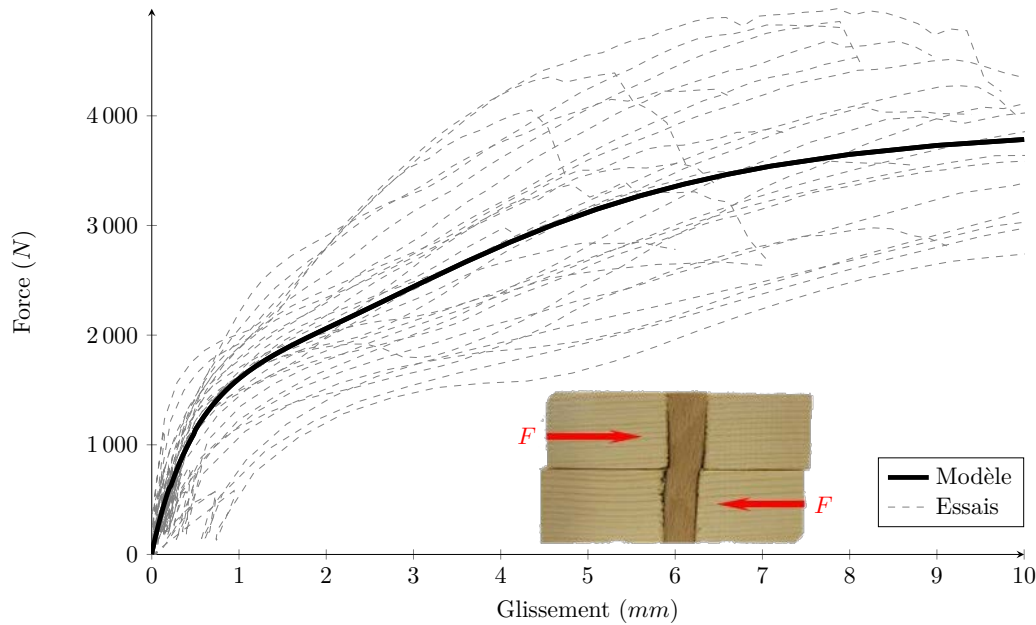


FIGURE 4.4 – Essais de cisaillement de tourillons soudés [Res09]

L'effort et le glissement à rupture de ces essais unitaires sont présentés dans le tableau 4.1, ils correspondent au glissement et à l'effort repris dans le plan de cisaillement de l'éprouvette. Chaque courbe d'essais (cf figure 4.3) est modélisée par une fonction continue, ceci afin de pouvoir déterminer un comportement moyen représentatif des organes de liaison. Ce comportement moyen peut être représenté par la fonction 4.1 ci-dessous, donnant l'effort de cisaillement moyen d'un tourillon ( $F$  en  $N$ ) par rapport à son glissement ( $\delta$  en  $mm$ ) :

$$F(\delta) = 3885 \left( \left( 1 - e^{-1,516\delta} \right) \left( 1 - \frac{\delta}{1 + e^{0.333\delta}} \right) + \frac{\delta}{1 + e^{0.333\delta}} \right) \quad (4.1)$$

Pour le calcul du modèle moyen, les tourillons testés sont supposés avoir un comportement de type plastique parfait après avoir atteint leur effort maximum. Cela permet d'obtenir un effort maximum repris par l'organe moyen égal à la moyenne des efforts maximum atteint lors des essais. En moyenne, l'effort maximum est atteint pour un déplacement de  $8.93mm$  (écart-type de  $3.36mm$ ). La moitié des organes dépasse un glissement de  $8.04mm$  avant d'atteindre leur effort maximal. La norme NF EN 26891 [AFN91] permet de déterminer une raideur en cisaillement de calcul égal à  $1463N.mm^{-1}$ .

Les règles de calculs de valeurs caractéristiques de l'Eurocode 0 – Annexe D [AFN03] ne peuvent être utilisées pour obtenir la résistance caractéristique en cisaillement des tourillons que si les valeurs des résultats d'essais suivent une loi normale ou log-normale. Par conséquent, le test de normalité de Shapiro-Wilk [SW65], préconisé pour les échantillons inférieurs à 50 individus, est appliqué. Il permet d'obtenir un nombre  $W = 0.966 (> W_{crit,0.05} = 0.926)$  (valeur extraite de la table de Shapiro et Wilk pour un risque de 5% et 29 échantillons) et une valeur  $p$  (ou « p-value » en anglais) égale à  $0.45 (> 0.1)$ . Ces valeurs

signifient que le risque de ne pas avoir une distribution normale des résultats d'essais est inférieur à 5%, et qu'il n'y a pas de présomption contre l'hypothèse nulle. Autrement dit, les résultats d'essais suivent bien une loi normale. Ainsi, la valeur caractéristique de résistances en cisaillement du tourillon est calculée par la relation 4.2 suivante :

$$F_{v,k} = m(1 - k_n V_X) \quad (4.2)$$

Avec :

|           |                                                             |      |
|-----------|-------------------------------------------------------------|------|
| $V_X$     | : coefficient de variation des échantillons                 | —    |
| $m$       | : moyenne des résultats sur $n$ échantillons                | $kN$ |
| $F_{v,k}$ | : valeur caractéristique de l'effort de cisaillement        | $kN$ |
| $k_n$     | : facteur de fractile caractéristique pour $n$ échantillons | —    |

Dans le cas étudié, le facteur  $k_n$  vaut 1.76 pour un échantillon supérieur à 20 individus, mais inférieur à 30. Il est déduit par interpolation linéaire entre ces deux valeurs. La résistance caractéristique en cisaillement d'un tourillon s'élève ainsi à 2711N. De manière similaire, le glissement caractéristique à rupture s'élève à 3.01mm.

TABLE 4.1 – Valeurs d’effort et de glissement à rupture des essais en cisaillement de tourillons

| Échantillon | $F_{max}$<br>(N) | $\delta_{max}$<br>(mm) | Échantillon | $F_{max}$<br>(N) | $\delta_{max}$<br>(mm) |
|-------------|------------------|------------------------|-------------|------------------|------------------------|
| 1           | 4222             | 15.96                  | 18          | 4519             | 9.18                   |
| 2           | 4114             | 10.82                  | 19          | 4250             | 6.34                   |
| 3           | 4403             | 5.27                   | 20          | 3600             | 7.54                   |
| 4           | 5001             | 7.43                   | 21          | 4291             | 9.40                   |
| 5           | 4094             | 4.43                   | 22          | 4098             | 8.26                   |
| 6           | 3404             | 5.33                   | 23          | 2994             | 4.11                   |
| 7           | 3817             | 16.75                  | 24          | 3881             | 7.07                   |
| 8           | 3323             | 12.75                  | 25          | 2673             | 6.39                   |
| 9           | 3231             | 12.57                  | 26          | 4864             | 7.79                   |
| 10          | 2789             | 10.71                  | 27          | 4836             | 7.08                   |
| 11          | 3656             | 9.94                   | 28          | 3572             | 6.08                   |
| 12          | 3833             | 14.64                  | 29          | 4539             | 8.05                   |
| 13          | 4523             | 13.41                  | Moyenne     | 3885             | 8.93                   |
| 14          | 3588             | 9.80                   | Écart-type  | 667              | 3.36                   |
| 15          | 2994             | 8.43                   | COV (%)     | 17.2             | 37.7                   |
| 16          | 4704             | 7.82                   | $F_{v,k}$   | 2711             | -                      |
| 17          | 2854             | 5.64                   | $\delta_k$  | -                | 3.01                   |

### 4.2.2 Poutres reconstituées tourillonnées

L’évaluation du modèle MEF est réalisée sur la base des résultats d’essais de poutres en bois lamellés assemblés par tourillons thermosoudés de L. RESCH [Res09]. Afin de constituer une base de résultats expérimentaux représentative d’éléments de construction, 5 poutres ont été fabriquées. Elles sont composées chacune de 9 planches de sapin épicéa d’une longueur de 3350mm. Chaque lame de section  $25 \times 160mm$  a été caractérisée au préalable. Leur masse volumique a été obtenue par pesage et leur module d’élasticité a été déterminé par un essai permettant de mesurer la fréquence propre de vibration. Cette méthode a été sélectionnée pour sa rapidité de mise en œuvre. Les planches ont été placées sur deux appuis distants de 3m. L’accélération a été mesurée à l’aide de deux accéléromètres inductifs (HBM B12/500) placés au quart et à mi-portée, d’une centrale HBM Spider 8 et du logiciel Catman version 4.5r3. Après analyse fréquentielle, le module d’élasticité a été obtenu à partir de la relation 4.3 qui ne prend pas en compte



la déformée de cisaillement [GR03]. Cette simplification est justifiable, du fait du travail essentiellement en traction - compression dans les poutres à connexions imparfaites. Dans ce cas, la flèche due au cisaillement est négligeable [Kre99] au vu de la section et la portée des planches. Le tableau 4.2 présente la masse volumique et le module d'élasticité obtenus sur chaque lame composant les poutres.

$$E = \frac{4 \cdot f_1^2 \cdot \ell^4 \cdot m}{\pi \cdot I} \quad (4.3)$$

Avec :

|                                        |             |
|----------------------------------------|-------------|
| $E$ : module d'élasticité longitudinal | $MPa$       |
| $f_1$ : fréquence fondamentale         | $Hz$        |
| $\ell$ : longueur entre appuis         | $mm$        |
| $m$ : masse linéaire                   | $kg.m^{-1}$ |
| $I$ : inertie                          | $mm^4$      |

TABLE 4.2 – Masse volumique ( $\rho$  en  $kg.m^{-3}$ ) et module d'élasticité ( $E$  en  $MPa$ ) des lamelles des poutres

| Lame       | Poutre 1 |       | Poutre 2 |       | Poutre 3 |       | Poutre 4 |       | Poutre 5 |       |
|------------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|
|            | $\rho$   | $E$   | $\rho$   | $E$   | $\rho$   | $E$   | $\rho$   | $E$   | $\rho$   | $E$   |
| 1          | 455      | 10226 | 529      | 11900 | 420      | 11051 | 483      | 13009 | 488      | 13153 |
| 2          | 494      | 9934  | 449      | 12405 | 437      | 10360 | 503      | 13878 | 477      | 13832 |
| 3          | 454      | 12853 | 428      | 12988 | 410      | 9975  | 413      | 11971 | 381      | 9044  |
| 4          | 437      | 12659 | 461      | 12742 | 485      | 7659  | 419      | 9675  | 475      | 11572 |
| 5          | 455      | 10223 | 474      | 9811  | 547      | 13322 | 472      | 14340 | 451      | 9873  |
| 6          | 380      | 8317  | 449      | 10941 | 454      | 8369  | 458      | 9756  | 371      | 8561  |
| 7          | 502      | 14908 | 417      | 10958 | 384      | 6453  | 363      | 7524  | 382      | 9553  |
| 8          | 402      | 10497 | 515      | 13208 | 467      | 9675  | 435      | 12306 | 533      | 16190 |
| Moyenne    | 450      | 11202 | 465      | 11869 | 451      | 9608  | 443      | 11557 | 445      | 11472 |
| Écart-type | 39       | 2102  | 40       | 1197  | 51       | 2134  | 45       | 2361  | 60       | 2706  |
| COV (%)    | 8.7      | 18.8  | 8.6      | 10.1  | 11.3     | 22.2  | 10.2     | 20.4  | 13.5     | 23.6  |

Une fois caractérisées, les planches ont été assemblées à l'aide de tourillons striés standard de 10mm de diamètre en hêtre (*Fagus sylvatica*) suivant le plan d'assemblage présenté sur la figure 4.5 par couches successives. Afin d'assurer la reproductibilité de

la mise en place des tourillons, une machine a été réalisée spécialement à cet effet. Elle permet en premier lieu le serrage des planches au droit de l'implantation du tourillon par l'intermédiaire d'un vérin pneumatique muni à son extrémité d'une platine de répartition de pression.

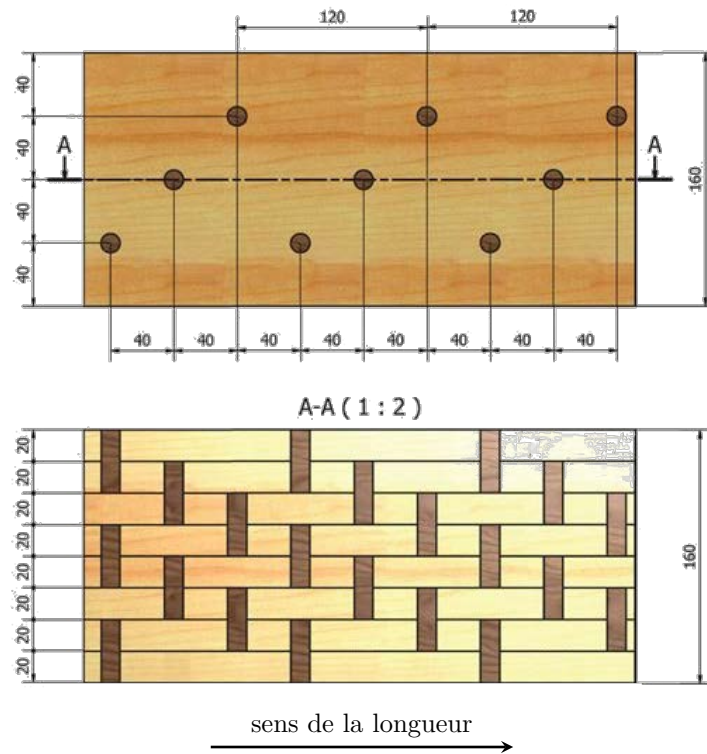


FIGURE 4.5 – Disposition des tourillons soudés

En second lieu, la machine permet de réaliser le perçage et l'introduction du tourillon à des vitesses d'avance et de rotation contrôlées. Cette machine se compose de deux moteurs brushless, un permettant de gérer la vitesse de rotation du tourillon (type NX430EAF Parvex), l'autre assurant la vitesse de descente (type NX310EAP Parvex) en actionnant un vérin à vis à billes (type ETB80 M10). Ce dernier moteur est doté d'un codeur Hiperface (type SSD Drives Parvex) et d'un réducteur afin de garantir une précision de positionnement de  $0.05\text{mm}$ . Pour piloter chacun des moteurs, deux variateurs (type Compax3 Drive Parvex) sont connectés à chacun des moteurs. Le tout est contrôlé par un logiciel développé sous LabView.

Pour introduire des tourillons de  $10\text{mm}$ , un pré perçage est effectué à un diamètre de  $8\text{mm}$ . Le tourillon tournant à une vitesse de  $1500\text{tr}/\text{min}$  est introduit à une vitesse d'avance de  $17\text{mm}/\text{s}$  [LMOP08]. Ces conditions permettent d'obtenir un soudage [BPR07] [BPD<sup>+</sup>07] très partiel entre le tourillon et le substrat à cause de l'écart de densité des matériaux assemblés. Cependant, le principe d'introduction par friction conduit à un assemblage sans jeu, densifié dans les zones de contact et évitant tout fendage des pièces lors de l'assemblage. Après fabrication, les poutres ont été placées pendant un mois dans

une atmosphère contrôlée à  $20^{\circ}\text{C}$  et 65% d'humidité afin d'amener l'humidité du bois proche de 12% pour les essais.

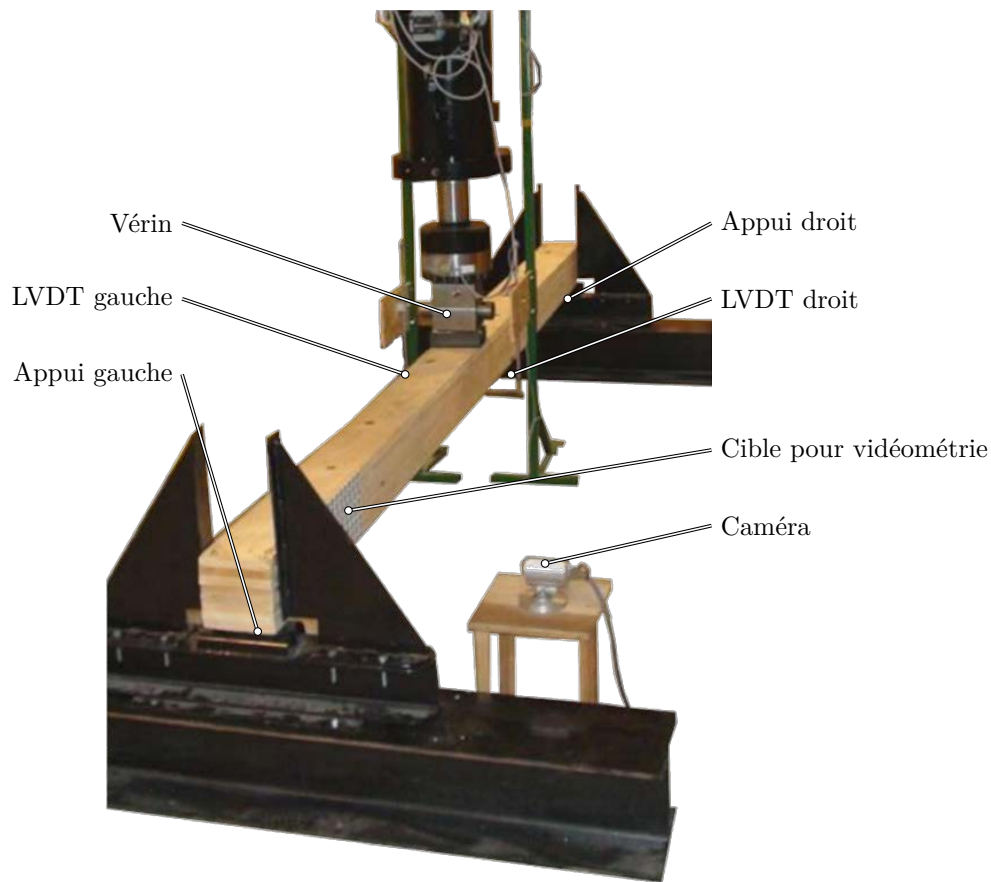


FIGURE 4.6 – Dispositif expérimental pour les essais en flexion 3 points des poutres reconstituées par tourillons soudés

Les essais en flexion ont permis la mise en évidence d'une rupture intervenant sur toutes les poutres dans la seconde phase de comportement (phase non linéaire, cf. 4.8). Les poutres 1 et 5 montrent une rupture en flexion et traction combinée de la lame située en partie basse de la section (cf. figure 4.7b). Les poutres 2, 3 et 4 rompent à cause du cisaillement des tourillons entraînant un écartement des lames par effet d'égrènement (cf. figure 4.7a). Les résultats d'essais d'efforts et de déplacements à rupture sont donnés dans le tableau 4.5 page 75.



(a) Rupture des tourillons en cisaillement      (b) Rupture des lamelles en flexion et traction combinée

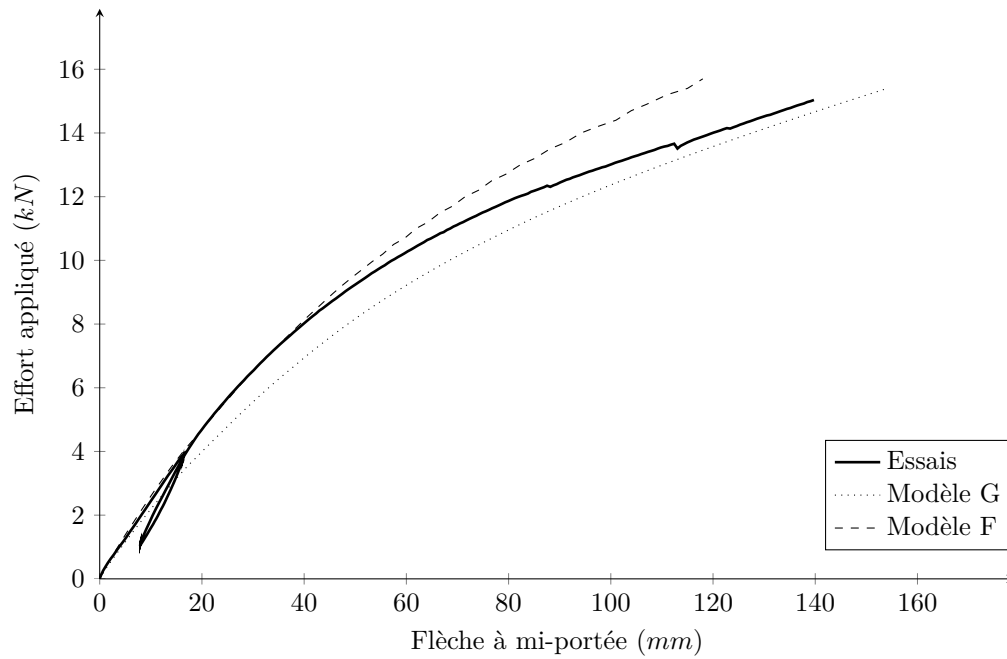
FIGURE 4.7 – Rupture des poutres tourillonnées

### 4.2.3 Comparatif entre le modèle développé et les essais

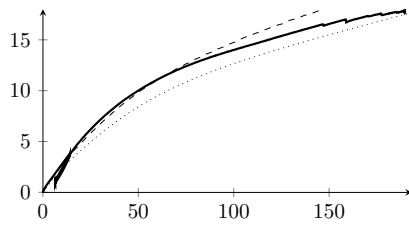
Le modèle est validé en le comparant aux résultats expérimentaux (cf. figure 4.8).

Pour permettre la comparaison entre modèle et essais, le module longitudinal de chaque lamelle est pris égal à celui mesuré expérimentalement (cf. tableau 4.2), le module d'élasticité transversal et le module de cisaillement ont été interpolés à partir des valeurs attribuées par les classes de bois massif indiquées par la norme NF EN 338 [AFN09] en fonction du module d'élasticité longitudinal. Les coefficients de poisson sont considérés égaux à 0.05.

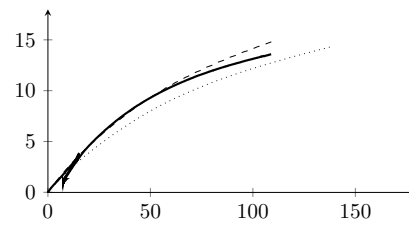
Pour confronter les résultats de la modélisation aux résultats expérimentaux des poutres multi lames, deux types de conditions aux limites ont été testés. Le modèle F correspond à l'hypothèse que les deux appuis de la poutre sont fixes, le modèle G considère qu'un des deux appuis est glissant. Ce choix d'avoir deux modèles provient du fait que les conditions d'appuis pendant les essais ont varié suivant l'état de déformation de la poutre due à leurs relatives souplesses. Avant d'atteindre une valeur de flèche importante à mi-portée (proche de  $70mm$ ), les deux appuis peuvent être considérés comme des liaisons rotules (la poutre est en adhérence sur les appuis, mais peut pivoter), au-delà de  $70mm$  de flèche la poutre glisse sur les appuis. Le système s'apparente alors à un appui fixe et un appui glissant. La figure 4.8 montre les résultats de la modélisation sur le comportement de la poutre 1 ainsi que l'évolution de l'erreur sur le déplacement en fonction de la flèche.



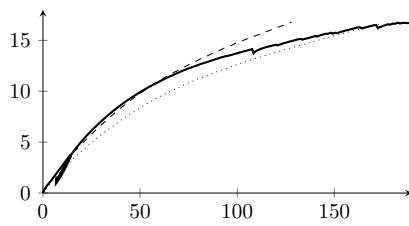
(a) Poutre 1



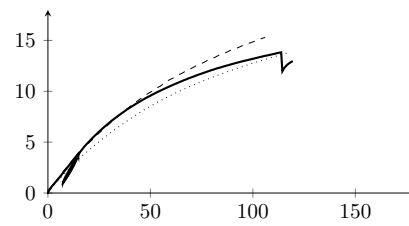
(b) Poutre 2



(c) Poutre 3



(d) Poutre 4



(e) Poutre 5

FIGURE 4.8 – Comparaison du modèle et des essais

Le tableau 4.3 montre que le modèle F de la poutre multi lames avec un comportement moyen de tourillons conduit à une estimation très acceptable de la rigidité apparente, car l'erreur moyenne reste inférieure à 1,77%. L'erreur moyenne s'élève à 14,9% avec les conditions d'appuis du modèle G. Le tableau 4.4 montre que l'estimation de déplacement pour la charge  $F_{est}$  est également beaucoup mieux approchée avec le modèle F, car l'erreur moyenne ne dépasse pas 4.3% contre 20.72% avec le modèle G. Enfin, le déplacement correspondant à l'effort maximum retenu lors des essais est mieux estimé avec les conditions d'appuis du modèle G que celle du modèle F qui conduit cependant à une erreur moyenne faible de 13.3% (cf. tableau 4.5).

TABLE 4.3 – Estimation de l'erreur relative suivant les conditions d'appuis

| Poutre | $EI$<br>essais<br>$10^{11} N.mm^2$ | $EI$<br>MEF Modèle G<br>$10^{11} N.mm^2$ | Erreur<br>relative<br>% | $EI$<br>MEF Modèle F<br>$10^{11} N.mm^2$ | Erreur<br>relative<br>% |
|--------|------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------|------------------------------------------|-------------------------|
| 1      | 1.75                               | 1.52                                     | 13.00                   | 1.77                                     | 1.18                    |
| 2      | 1.87                               | 1.59                                     | 15.12                   | 1.84                                     | 1.64                    |
| 3      | 1.72                               | 1.47                                     | 14.74                   | 1.71                                     | 0.83                    |
| 4      | 1.91                               | 1.58                                     | 17.29                   | 1.83                                     | 4.19                    |
| 5      | 1.90                               | 1.63                                     | 14.38                   | 1.88                                     | 1.02                    |

TABLE 4.4 – Estimation lors de l'effort estimé ( $F_{est}$ ) de l'erreur relative sur la flèche à mi-portée suivant les conditions d'appuis

| Poutre | $\delta_{essai}$<br>$mm$ | $\delta_{MEF}$ Modèle G<br>$mm$ | Erreur relative<br>% | $\delta_{MEF}$ Modèle F<br>$mm$ | Erreur relative<br>% |
|--------|--------------------------|---------------------------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|
| 1      | 56.87                    | 65.94                           | 15.96                | 55.98                           | 1.55                 |
| 2      | 50.56                    | 64.02                           | 26.64                | 54.56                           | 7.92                 |
| 3      | 56.60                    | 68.65                           | 21.28                | 58.25                           | 2.90                 |
| 4      | 50.78                    | 63.67                           | 25.39                | 54.25                           | 6.84                 |
| 5      | 54.68                    | 62.51                           | 14.33                | 53.42                           | 2.30                 |

TABLE 4.5 – Estimation l'effort à rupture ( $F_{max}$ ) de l'erreur relative sur la flèche à mi-portée suivant les conditions d'appuis

| Poutre<br>n° | Type<br>de<br>Rupture | $F_{max}$<br>$kN$ | $\delta_{essai}$<br>$mm$ | $\delta_{MEF}$<br>Modèle G<br>$mm$ | Erreur<br>relative<br>% | $\delta_{MEF}$<br>Modèle F<br>$mm$ | Erreur<br>relative<br>% |
|--------------|-----------------------|-------------------|--------------------------|------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|
| 1            | lamelle               | 15.41             | 147.09                   | 146.78                             | 0.21                    | 122.99                             | 19.59                   |
| 2            | tourillon             | 16.52             | 146.70                   | 161.75                             | 9.27                    | 131.76                             | 11.33                   |
| 3            | tourillon             | 14.59             | 118.58                   | 135.74                             | 12.64                   | 112.63                             | 5.28                    |
| 4            | tourillon             | 14.16             | 108.07                   | 120.91                             | 10.61                   | 100.42                             | 7.61                    |
| 5            | lamelle               | 13.84             | 114.05                   | 111.68                             | -2.12                   | 92.86                              | 22.8                    |

Le modèle de la poutre avec des appuis fixes (F) étant le plus précis sur la partie initiale du comportement et assez proche dans la partie finale, il est retenu par la suite comme modèle pour réaliser des extrapolations de ces résultats. La rigidité d'éléments

fabriqués avec cette technique devant croître par rapport aux tests réalisés pour satisfaire les critères d'emploi standard, ce modèle n'en restera que mieux adapté.

## 4.3 Extrapolation du modèle de poutre

### 4.3.1 Choix des configurations

Le comportement des poutres multi lames intègre l'influence de nombreux paramètres qu'ils soient matériaux ou géométriques. Afin de proposer une formulation des raideurs  $k_{ser}$  et  $k_u$  permettant des calculs de structure précis, une étude paramétrique exhaustive est réalisée. Différentes classes de bois sont prises en compte, car elles diffèrent entre elles en termes de rigidité et de résistance. Les classes choisies sont celles qui sont le plus couramment utilisées : C18, C24, C30 [AFN09]. Le type de chargement est considéré comme étant soit ponctuel à mi portée soit réparti uniformément, permettant de couvrir les cas dimensionnant pour les poutres sur deux appuis. Le cumul de dommage du chargement et son influence sur la résistance par le terme  $k_{mod}$  au sens défini dans l'Eurocode 5 [AFN05b] est également pris en compte en retenant successivement  $k_{mod} = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$  puis 1.1. Trois portées sont considérées 2000, 3000 et 5000mm, car au-delà de 5000mm ce type de poutre ne répond plus aux exigences imposées par les ELS. Les poutres peuvent avoir un nombre de lamelles de 4, 6 ou 8. Ces lamelles peuvent avoir une épaisseur de 15 ou 30mm, car il est difficile d'avoir un soudage homogène au-delà de 30mm [KPP<sup>+</sup>05]. Enfin la pince des organes  $S_{min}$  peut être de 40, 80 ou 120mm, car avec une pince inférieure, la section est trop fragilisée par les perçages et au-delà l'apport des tourillons dans la raideur globale de la poutre devient négligeable. Dans cette étude, il est considéré que le comportement du tourillon caractérisé précédemment est faiblement influencé par l'épaisseur des lames ainsi que par la qualité du bois.

Les raideurs  $k_{ser}$  et  $k_u$  sont ainsi déterminées pour toutes les combinaisons des configurations ci-dessus et permettent de créer une base de données (voir Annexe D).

### 4.3.2 Critères des points de fonctionnements

Le modèle MEF développé donne un fichier de sortie pour chaque configuration comprenant :

- les déformations de chaque élément
- les contraintes dans chaque lamelle
- les efforts dans les organes de liaison

Ces valeurs sont données pour chaque incrément d'effort sur la poutre. Ainsi les points de fonctionnements de chaque poutre peuvent être déterminés. Le point de fonctionnement ELS (cf. Eurocodes 5 [AFN05b]) est obtenu lorsque la poutre reconstituée atteint une flèche d'un cent-cinquantième de sa travée ( $\ell/150$ ).

$$\delta_{lim} = \frac{\ell}{150} \quad (4.4)$$

Le critère peut s'écrire :

$$\boxed{\delta_{L/2} \leq \delta_{lim}} \quad (4.5)$$

Avec :

|                  |                                    |      |
|------------------|------------------------------------|------|
| $\delta_{lim}$ : | valeur limite de flèche            | $mm$ |
| $\delta_{L/2}$ : | valeur de la flèche à mi-portée    | $mm$ |
| $\ell$ :         | longueur de la poutre entre appuis | $mm$ |

Le critère de flèche de  $\ell/150$  a été choisi, car c'est celui autorisant la plus grande flèche, il y a donc une plus grande possibilité de se retrouver dans une phase non linéaire de la courbe de comportement de la poutre.

Les points de fonctionnement ELU (cf. Eurocodes 5 [AFN05b]) sont définis lorsque les critères (relation 4.7 et 4.12) sont atteints. Ces critères correspondent soit à la rupture en cisaillement des tourillons, soit à la rupture de l'élément inférieur en flexion et traction combinées. Le critère de flexion et compression combinées n'a pas été retenu, car il est beaucoup moins probable que le critère précédent. Ainsi, le cisaillement dans les tourillons doit rester inférieur à la résistance de calcul obtenue lors des essais unitaires (relation 4.2) pondérée du facteur de matériaux ( $\gamma_M$ ) ainsi que du facteur de modification ( $k_{mod}$ ), donnant la relation suivante :

$$F_{v,d} = \frac{k_{mod} F_{v,k}}{\gamma_M} \quad (4.6)$$

Ainsi, chaque tourillon doit respecter le critère suivant :

$$\boxed{F_{v,i,d} \leq F_{v,d}} \quad (4.7)$$

Avec :

|               |                                              |      |
|---------------|----------------------------------------------|------|
| $F_{v,i,k}$ : | effort de cisaillement dans le tourillon $i$ | $kN$ |
| $F_{v,k}$ :   | valeur de calcul de l'effort de cisaillement | $kN$ |

Concernant les lamelles, la contrainte normale est obtenue par la relation suivante :

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{t,i,d}}{A_{net,i}} \quad (4.8)$$



Avec :

|                                                                           |        |
|---------------------------------------------------------------------------|--------|
| $N_{t,i,d}$ : effort normal dans la lamelle $i$                           | $N$    |
| $\sigma_{t,0,d}$ : contrainte normale dans la lamelle $i$                 | $MPa$  |
| $A_{net,i}$ : section résiduelle perpendiculaire au fil de la lamelle $i$ | $mm^2$ |

Il est à remarquer que, pour le calcul de la contrainte normale, la section de la lamelle est diminuée de la largeur des perçages pour l'assemblage des tourillons (cf. figure 4.9). Il en est de même pour la contrainte de flexion où seule la largeur résiduelle ( $l_{net,i}$ ) est prise en compte pour le calcul de l'inertie de la lamelle :

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,i,d}}{\frac{I_{z,net}}{\frac{e_i}{2}}} = 6 \frac{M_{z,i,d}}{l_{net,i} e_i^2} \quad (4.9)$$

Avec :

|                                                                                         |        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| $e_i$ : hauteur de la lamelle $i$                                                       | $mm$   |
| $M_{z,i,d}$ : moment dans la lamelle $i$                                                | $N.mm$ |
| $\sigma_{m,z,d}$ : contrainte de flexion dans la lamelle $i$                            | $MPa$  |
| $l_{net,i}$ : largeur résiduelle de la section perpendiculaire au fil de la lamelle $i$ | $mm$   |

Les valeurs de calculs de la contrainte normale et de flexion sont obtenues à partir de la norme NF EN 338 [AFN09] qui donne les valeurs caractéristiques, ainsi qu'à partir de l'Eurocode 5 [AFN05b] qui donne les valeurs des coefficients  $\gamma_M$  et  $k_{mod}$  :

$$f_{m,d} = k_h \frac{k_{mod}}{\gamma_M} f_{m,k} \quad (4.10)$$

$$f_{t,0,d} = k_h \frac{k_{mod}}{\gamma_M} f_{t,0,k} \quad (4.11)$$

Avec :

|                                                                                   |       |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------|
| $f_{m,d}$ : valeur caractéristique de la contrainte en flexion                    | $MPa$ |
| $f_{m,k}$ : valeur de calculs de la contrainte de flexion                         | $MPa$ |
| $f_{t,0,k}$ : valeur caractéristique de la contrainte normale dans le sens du fil | $MPa$ |
| $f_{t,0,d}$ : valeur de calculs de la contrainte normale dans le sens du fil      | $MPa$ |
| $k_h$ : facteur de hauteur                                                        | -     |

Ce qui donne le critère suivant :

$$\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} \leq 1 \quad (4.12)$$

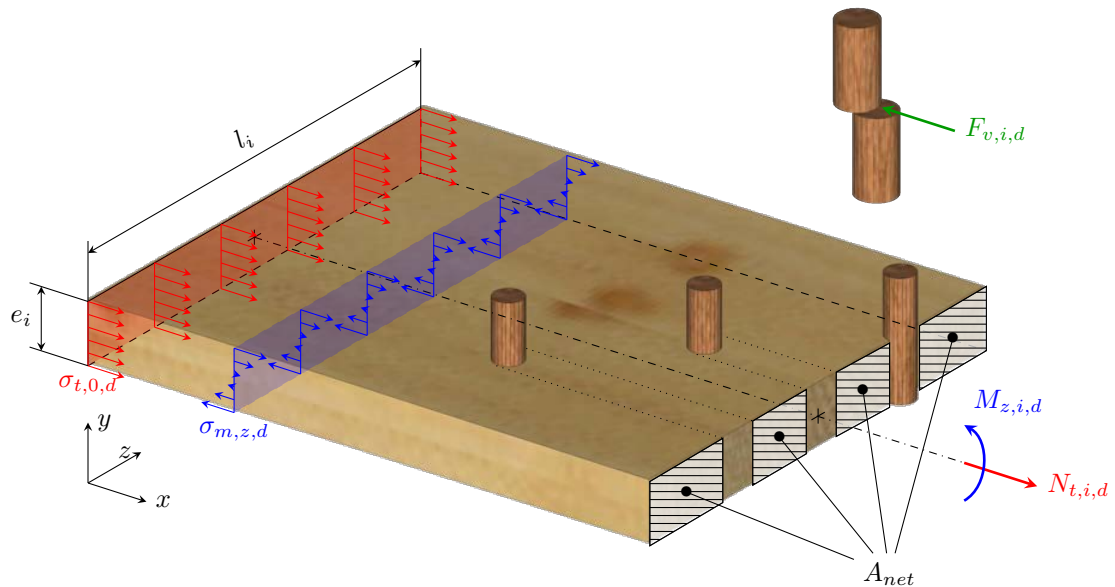


FIGURE 4.9 – Schéma des critères retenus pour les points de fonctionnement

Le point de fonctionnement ELU est obtenu lorsque le premier des deux critères ( 4.7 et 4.12) est atteint. Ainsi tous les points de fonctionnement correspondant aux différents cas de calcul (ELU et ELS) sont déterminables à partir des résultats du MEF.



## Section 5

# Raideurs équivalentes

Afin de palier aux limites des modèles analytiques et numériques, une démarche hybride est choisie se basant à la fois sur un modèle MEF non linéaire, mettant en évidence les paramètres géométriques et numériques influant, et sur un modèle analytique linéaire, permettant d'obtenir rapidement les contraintes et déplacements d'éléments reconstitués à connexions imparfaites. Le modèle analytique est calé de façon à obtenir les bons points de fonctionnement aux ELU<sup>1</sup> et ELS<sup>2</sup> (cf figure 5.1), c'est à dire pour que le modèle numérique non linéaire et le modèle analytique linéaire atteignent simultanément les critères limites aux ELU ou aux ELS.

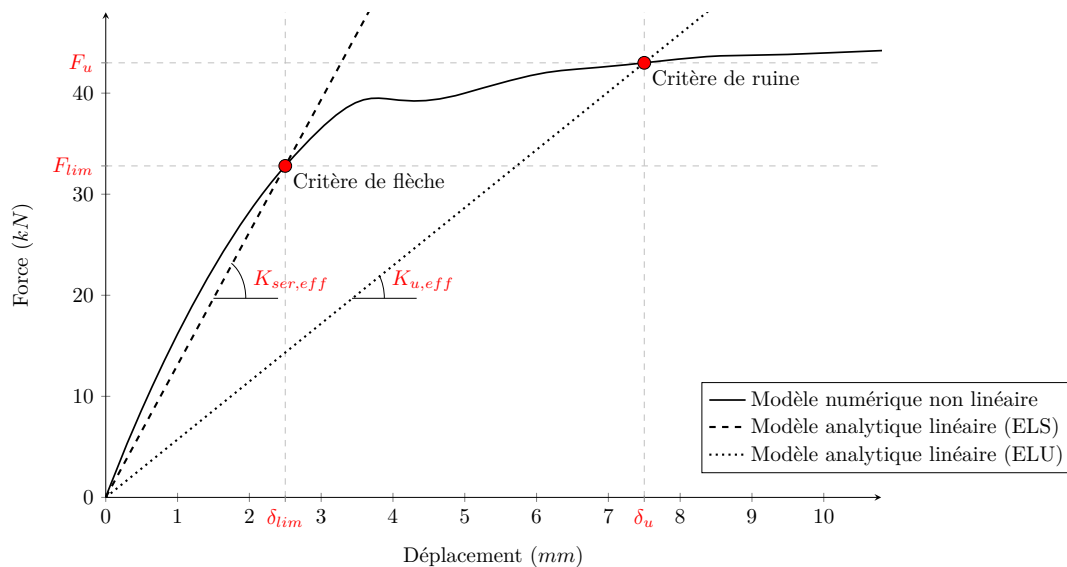


FIGURE 5.1 – Points de fonctionnement ELU et ELS

Pour ce faire, des essais expérimentaux d'assemblage unitaire sont réalisés. Les résultats d'essais permettent d'extraire une loi de comportement moyen de la connexion. Cette loi de comportement est implantée dans un modèle MEF simulant le comportement d'éléments reconstitués à connexions imparfaites. Ce modèle est ensuite validé en

- 
1. États aux Limites Ultimes
  2. États aux Limites de Service

comparant le comportement obtenu avec le comportement d'éléments fabriqués et testés expérimentalement.

Ce modèle MEF permet ensuite de créer une base de données reliant les différents points de fonctionnement aux propriétés géométriques et mécaniques pour des configurations préalablement définies. Les points de fonctionnement sont définis à partir des critères limites donnés par l'Eurocode 5 [AFN05b]. Ces critères limitent les contraintes, les efforts et les déformations des composants constitutifs de l'élément assemblé (cf figure 5.1).

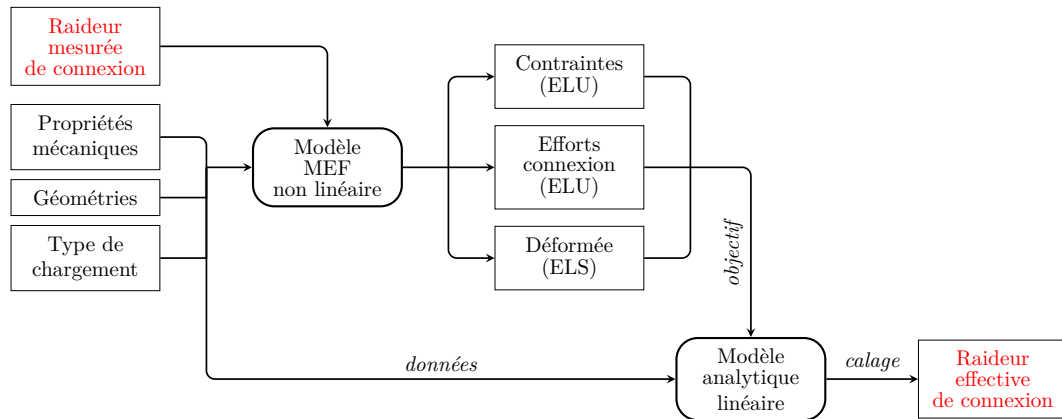


FIGURE 5.2 – Recherche d'une raideur effective

La base de données établie sert à déterminer quelle doit être la valeur de raideur à assigner dans le modèle analytique à la connexion pour obtenir un point de fonctionnement identique entre les modèles (cf. figure 5.2). La valeur obtenue est nommée raideur équivalente ou raideur effective. Une valeur de raideur est ainsi obtenue avec les critères aux ELU et ELS. Ces valeurs sont ensuite ajoutées à la base de données.

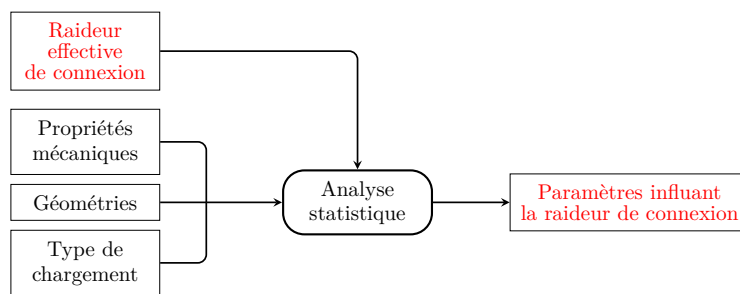


FIGURE 5.3 – Obtention des paramètres influant

Une analyse statistique sur la base de données permet de mettre en évidence les paramètres en corrélation avec la valeur de la raideur effective (cf. figure 5.3). Les paramètres ainsi sélectionnés sont utilisés dans un interpolateur donnant la valeur de la raideur effective à utiliser dans le modèle analytique pour obtenir les points de fonctionnement aux ELU et ELS (cf. figure 5.4). Ainsi, la conduite d'un dimensionnement à l'aide du modèle analytique élastique est possible.

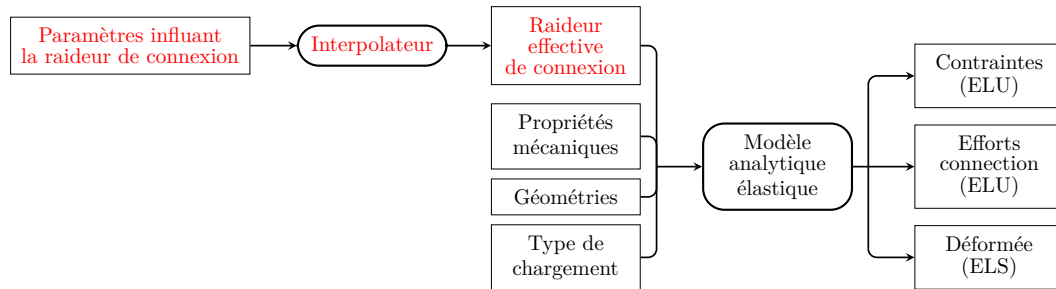


FIGURE 5.4 – Obtention des points de fonctionnement

## 5.1 Programmation d'un modèle analytique

Pour l'étude des poutres tourillonnées, le modèle élastique issu des travaux de Kreuzinger [Kre99] et de A. Scholz [Sch04] est actuellement le plus performant pour prendre en compte le cisaillement des lames de bois et le glissement d'interfaces pour réaliser un dimensionnement. Il est légitime d'utiliser ce modèle pour approcher le comportement des poutres tourillonnées car : les charges appliquées sont perpendiculaires à l'axe longitudinal des poutres, les différentes lamelles peuvent glisser les unes par rapport aux autres, les connexions entre lamelles peuvent être considérées continues et constantes tout le long de la poutre et enfin les lamelles ont la même courbure suivant l'axe transversal de la poutre. Afin de pouvoir déterminer les raideurs  $k_u$  et  $k_{ser}$ , permettant de retrouver les points de fonctionnement particulier obtenus avec le modèle non linéaire MEF précédent, l'approche de Kreuzinger est implémentée dans un logiciel de calcul formel (Mathematica [Wol12]).

Le programme permet d'obtenir les relations analytiques, donnant en fonction des propriétés géométriques et mécaniques des matériaux, des efforts dans les tourillons ainsi que des contraintes et déformations dans chaque lamelle. Ces relations analytiques étant définies dans chaque zone (cf. figure 2.2 de 2.1.3) et étant relativement complexes, elles seront retranscrites en annexe B. En introduisant un chargement partiel le long de la travée, il est possible de reproduire par superposition n'importe quelle configuration de chargement le long d'une poutre multi lames tourillonnées quelle que soit sa composition ou sa géométrie.

## 5.2 Détermination des raideurs équivalentes

Le programme se charge de calculer les points de fonctionnement que cela soit aux ELS et aux ELU. Pour ce faire, le programme va lire le fichier de paramètres où sont listés et numérotés toutes les configurations de la poutre, puis pour chaque cas, il lira les fichiers de résultats du MEF correspondant. Ainsi le programme peut déterminer les couples de valeur Force - Déplacement pour correspondre aux différents critères sélectionnés (voir section 4.3.2).

En premier lieu, la raideur équivalente pour le calcul aux ELS est déterminée. Depuis le fichier de paramètres, la longueur entre appuis de la poutre est extraite pour calculer le critère de flèche ( $\ell/150$  dans notre cas). Si la valeur n'est pas précisément présente dans le fichier de résultats du modèle MEF, la valeur est interpolée à partir des points encadrant cette valeur.

Une fois ce couple cible déterminé, les données géométriques et mécaniques sont introduites dans le modèle, puis la valeur de raideur des interfaces est prise très proche de zéro. La raideur n'est pas prise égale à zéro afin d'éviter les indéterminations dans les formules analytiques (raideur au dénominateur par exemple). La flèche avec raideur quasi nulle sous l'effort  $F_{lim}$  est comparée à la flèche du point de fonctionnement, ceci afin de détecter s'il y a une erreur. En effet, il est impossible que la flèche du modèle analytique soit inférieure à la flèche du modèle MEF alors que le premier considère les lamelles comme déconnectées. Si c'est le cas, la configuration est mise de côté avec un avertissement. Sinon, la raideur d'interface est augmentée graduellement afin d'obtenir, à même effort  $F_{lim}$ , un déplacement égal. La raideur équivalente d'interface est ensuite enregistrée.

Il reste à déterminer les valeurs de raideur équivalentes aux ELU. En effet, il y en a plusieurs, car le point de fonctionnement dépend du facteur  $k_{mod}$  et du coefficient partiel  $\gamma_M$ . Or, le coefficient partiel  $\gamma_M$  ne varie pas, car le matériau bois ne change pas, par contre le facteur  $k_{mod}$  varie en fonction de la classe de durée de chargement. Ainsi pour chaque  $k_{mod}$  le couple Force ( $F_u$ ) - Déplacement ( $\delta_u$ ) est déterminé en calculant les critères ELU (voir section 4.3.2). Comme pour le critère ELS, une interpolation linéaire est effectuée pour avoir un des deux critères égal à 1 pour le couple Force - Déplacement. La raideur équivalente d'interface est ensuite enregistrée. Ainsi la base de données des configurations est complétée avec la raideur équivalente d'interface pour les ELS et les différentes raideurs d'interface pour les ELU.

Le problème s'est posé de savoir si au lieu d'intégrer une valeur unique de raideur aux tourillons quel que soit la position de l'interface et quel que soit la distance aux bords des éléments, il fallait faire varier cette raideur. Dans un souci de simplicité, il a été décidé de ne garder qu'une seule valeur, en effet cela permet d'avoir une unicité d'outils d'interpolation, car qui dit plusieurs raideurs de tourillons dit plusieurs sorties au réseau de neurones ou plusieurs réseaux de neurones. Or, cela scinderait les bases d'apprentissage et rendrait le modèle moins précis, ou cela obligerait à multiplier les combinaisons de configurations dans la base de données, ce qui reste possible. Mais cette solution semble être trop compliquée du point de vue du concepteur, car il devrait avoir un outil par cas de calcul et non plus un outil unique permettant de balayer tous les cas présentés.

## Section 6

# Outil d'interpolation

Une base de données a été créée précédemment grâce aux résultats des modèles MEF et analytique. Les valeurs de raideurs équivalentes à prendre en compte pour le dimensionnement sont désormais connues que cela soit pour le cas de dimensionnement aux ELU<sup>1</sup> ou aux ELS<sup>2</sup>. Cependant, il est possible que dans les cas concrets, l'ingénieur de bureau d'étude ne se retrouve pas dans une situation d'un cas de configuration calculé précédemment, et il est contraignant de devoir aller chercher des valeurs dans des tables. C'est pourquoi un outil d'interpolation a été créé afin de n'avoir qu'un seul outil d'obtention de raideur d'interface.

### 6.1 Paramètres influençant la raideur équivalente

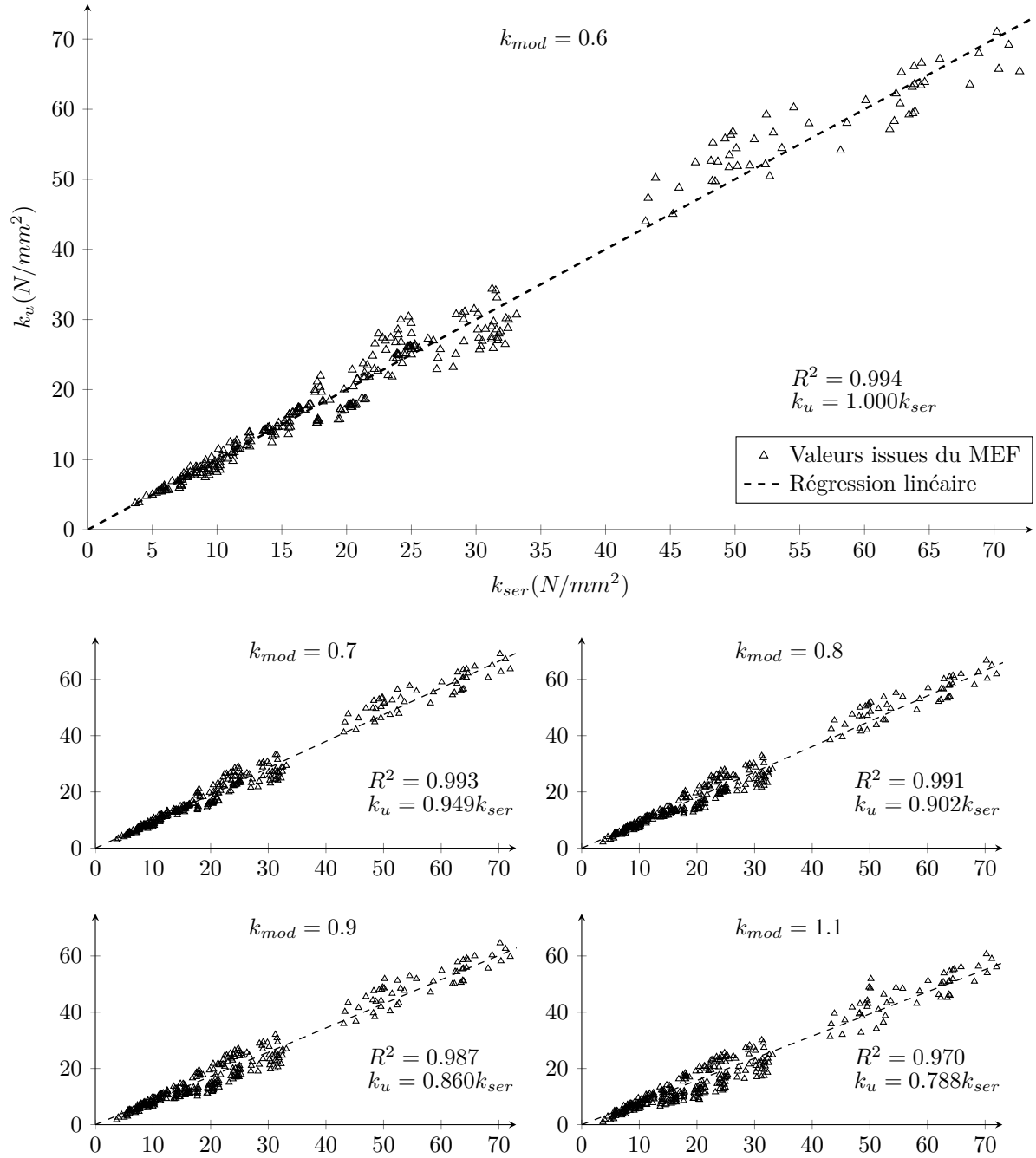
Une première analyse de la base de données élaborée précédemment permet de montrer qu'il existe une relation linéaire entre la raideur  $k_u$  et  $k_{ser}$  comme l'illustre la figure 6.1. Le rapport entre  $k_u$  et  $k_{ser}$  est en général pris égal à  $2/3$  de manière réglementaire selon l'article 2.2.2(2) de l'Eurocode 5 [AFN05b] en l'absence d'étude spécifique. Pour chaque valeur de  $k_{mod}$  cette relation varie, ainsi la relation 6.1 entre  $k_u$  et  $k_{ser}$  et dépendant de  $k_{mod}$  est présentée par la figure 6.1. Ainsi, connaissant la raideur équivalente de calcul aux ELS, il est possible d'en déduire la raideur de calcul aux ELU en prenant en compte le facteur de modification  $k_{mod}$  par la relation 6.1 d'interpolation linéaire suivante :

$$\boxed{k_u = (1.2470 - 0.4233k_{mod}) k_{ser}} \quad (6.1)$$

La relation 6.1 donne une très bonne approximation des raideurs  $k_u$  (tableau 6.1) avec une erreur relative inférieure à 1%.

- 
1. États Limites Ultimes
  2. États Limites en Service



FIGURE 6.1 – Relation entre les raideurs  $k_u$  et  $k_{ser}$  obtenue par le modèle MEFTABLE 6.1 – Comparaison entre la raideur  $k_u$  MEF et la raideur  $k_u$  calculée

| $k_{mod}$ | Pente modèle MEF | $R^2$ | Pente calculée | $R^2$ | Erreur relative % |
|-----------|------------------|-------|----------------|-------|-------------------|
| 0.6       | 1.000            | 0.994 | 0.993          | 1.000 | -0.71             |
| 0.7       | 0.949            | 0.993 | 0.951          | 0.982 | 0.13              |
| 0.8       | 0.902            | 0.991 | 0.908          | 0.980 | 0.66              |
| 0.9       | 0.860            | 0.987 | 0.866          | 0.975 | 0.74              |
| 1.1       | 0.788            | 0.970 | 0.781          | 0.968 | -0.82             |

Dorénavant, seule la valeur de la raideur équivalente aux ELS<sup>3</sup> sera étudiée grâce au logiciel d'analyse statistique R [R D11]. Tout d'abord, une matrice de corrélation entre les différents paramètres et la raideur  $k_{ser}$  est réalisée (cf. figure 6.2). Une lecture de cette matrice montre que les paramètres d'entrées (tout sauf  $k_{ser}$ ) ne sont pas corrélés entre eux, mis à part une très légère corrélation (0.013) entre l'espacement des organes ( $S_{min}$ ) et la longueur de la poutre ( $\ell$ ). Cela est dû au fait que l'espacement des organes est recalculé en fonction de la longueur pour avoir un nombre entier d'organes.

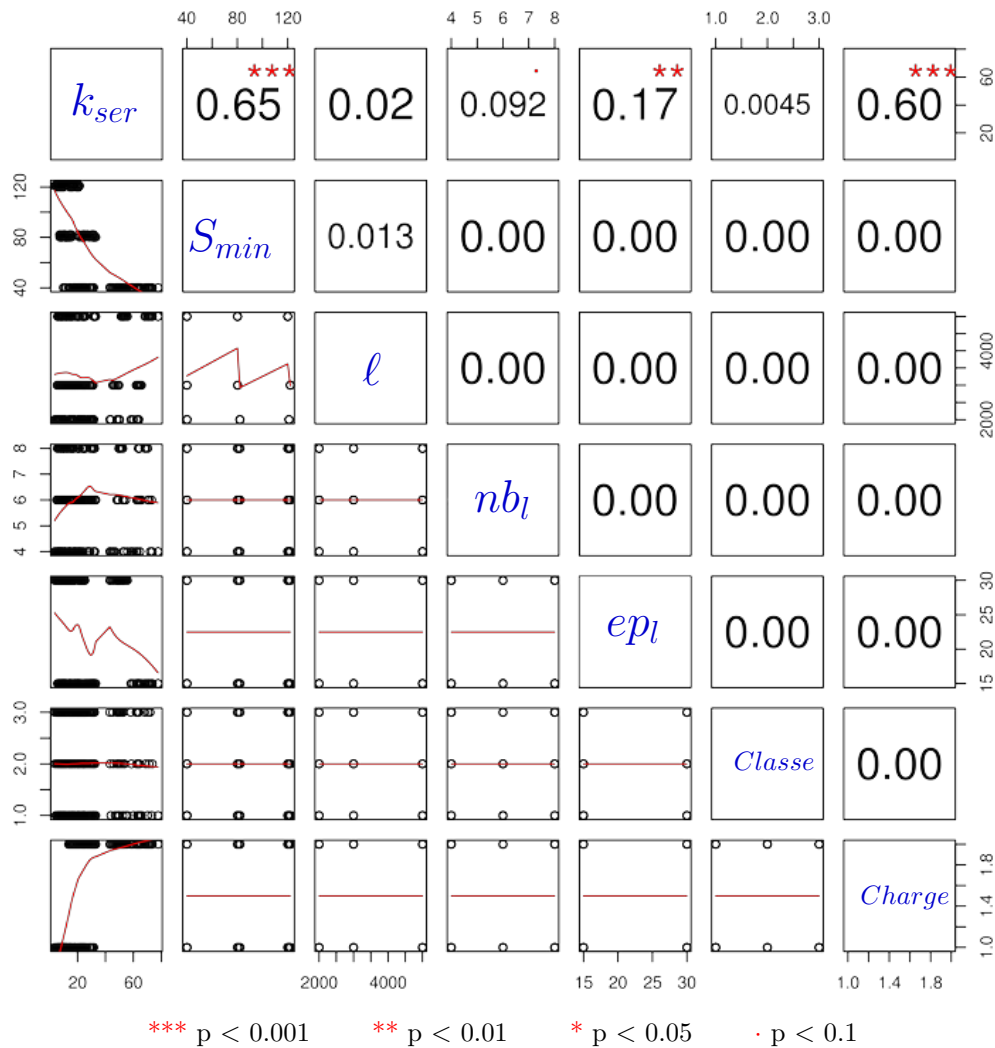


FIGURE 6.2 – Matrice de corrélation des paramètres avec la raideur  $K_{ser}$

La non-corrélation entre les paramètres d'entrée montre que le choix des configurations calculées n'introduit pas de biais de mesure. C'est-à-dire qu'aucune corrélation n'est créée artificiellement.

Pour extraire les paramètres en corrélation automatiquement, une méthode pas à pas (souvent noté « step-wise ») est adoptée, cette méthode permet à la fois de ne garder que les paramètres influents, mais également de supprimer les paramètres en doublon.

Par exemple, une base de données où la variable d'entrée est le rayon et le diamètre d'un cercle, et la sortie son périmètre. La méthode step-wise supprimerait dans ce cas soit la variable rayon soit la variable diamètre, car une seule de ces deux informations est suffisante pour déterminer le périmètre. La méthode step-wise, appliquée à la base de données, permet de retenir les paramètres influents suivants :

- espacement des organes (noté  $S_{min}$ )
- le nombre d'éléments (noté  $nb_l$ )
- l'épaisseur des éléments (noté  $ep_l$ )
- le type de chargement (noté  $Charge$ )

Ainsi, ces paramètres sont ceux utilisés à la détermination de la raideur équivalente  $k_{ser}$  par interpolation.

Afin de produire une formulation de la raideur en fonction des paramètres retenus précédemment, un réseau de neurones artificiels a été choisi. Le choix du réseau de neurones a été guidé sur sa capacité de généralisation, son aptitude à apprendre par l'expérience et sa rapidité de calcul [HSW89, CMB00]. Un programme sous VBA a été développé pour créer, gérer l'apprentissage et utiliser un réseau de neurones. Deux méthodes d'apprentissage sont implémentées dans le programme : la rétropropagation des erreurs et l'évolution différentielle (présentées en annexe C). Ces méthodes complémentaires ont permis d'ajuster au mieux le réseau de neurones aux résultats déterminés précédemment. La base de données précédemment constituée permet la constitution d'une base d'apprentissage servant à configurer le réseau de neurones.

## 6.2 Architecture retenue

Il existe de multiples architectures pour les réseaux de neurones selon leurs usages. Pour l'approximation de fonction, il est préconisé d'utiliser une architecture par couches dont une dite cachée à fonction de transfert de type sigmoïde [Par04]. Ce type de fonction a comme avantage d'être bornée, la sortie (valeur de raideur  $k_{ser}$ ) ne peut donc pas s'écarter excessivement des données de la base d'apprentissage.

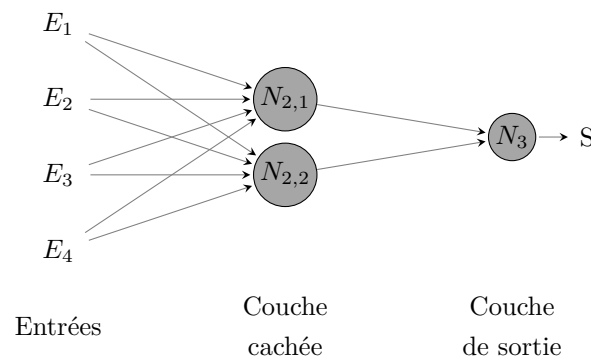


FIGURE 6.3 – Schéma du réseau de neurones artificiels utilisé

Le réseau de neurones retenu ne possède qu'une seule couche cachée (cf. figure 6.3). En effet, un réseau multicouche à une seule couche cachée de neurones avec une fonction de transfert de type sigmoïde et un neurone de sortie avec une fonction de transfert de type linéaire suffit pour faire l'approximation d'une fonction continue quelconque à condition qu'il y ait suffisamment de neurones dans la couche cachée [CMB00].

Le nombre de neurones dans la couche cachée est établi de manière incrémentielle, ainsi, lorsque l'ajout d'un neurone dans la couche cachée n'apporte plus d'amélioration significative, le bon nombre de neurones est considéré comme atteint. Il est vrai que cette méthode ne permet pas de savoir si en continuant d'augmenter le nombre de neurones le réseau de neurones finirait par améliorer sa réponse. Mais, le nombre de neurones doit aussi être limité par le nombre d'exemples dans la base d'apprentissage. En effet, le nombre de paramètres régissant le réseau de neurones dépend du nombre total de neurones. Pour un neurone  $i$ , un poids ( $w_i$ ) est affecté par entrée ainsi qu'un biais ( $b_i$ ) qui lui sont propres. Ainsi le nombre  $n_p$  de paramètres pour un réseau à  $n_e$  entrées,  $n_c$  neurones dans la couche cachée et  $n_s$  sorties est donné par la relation 6.2 suivante :

$$n_p = (n_e + 1) \times n_c + (n_c + 1) \times n_s \quad (6.2)$$

Il est donc nécessaire d'avoir au moins ce nombre ( $n_p$ ) d'exemples dans la base d'apprentissage pour que le réseau soit fiable, de même qu'il faut au minimum  $n + 1$  points pour définir un polynôme de degré  $n$ .

La fiabilité d'un réseau de neurones est mesurée par son erreur de généralisation ( $\varepsilon_g$ ) qui est l'espérance de l'erreur sur de nouvelles données. Dans la pratique [BH89], le nombre d'exemples doit être environ dix fois plus élevé pour s'assurer la robustesse du réseau de neurones. En conséquence, dans le cas des configurations choisies, il est recommandé de n'utiliser au plus que trois neurones dans la couche cachée. Vis-à-vis de la base de données, seuls deux neurones suffisent, ni l'ajout d'un troisième ni d'un quatrième n'apporte d'amélioration. La typologie du réseau de neurones retenue est présentée par la figure 6.3.

## 6.3 Résultats sur la poutre multicouche

Lorsque l'apprentissage du réseau de neurones est estimé achevé (l'erreur quadratique moyenne ne varie peu ou prou), les valeurs de paramètres de réseau de neurones sont fixées. Les paramètres sélectionnés sont présentés dans le tableau 6.2, ils permettent ainsi le calcul de la raideur via les fonctions de transfert. Dans le cas présent et au vu de la

simplicité de l'architecture du réseau de neurones, la relation peut simplement s'écrire :

$$\begin{aligned}
 k_{ser}(\ell, nb_l, ep_l) = & A \left( w_{2,1,1} \left( \frac{2}{1 + e^{w_{1,1,1}\ell + w_{1,1,2}nb_l + w_{1,1,3}ep_l}} \right) \right) \\
 & + \left( w_{2,1,2} \left( \frac{2}{1 + e^{w_{1,2,1}\ell + w_{1,2,2}nb_l + w_{1,2,3}ep_l}} \right) \right) \\
 & - Ab_{2,1}
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Avec :

|           |                                  |                  |
|-----------|----------------------------------|------------------|
| $k_{ser}$ | raideur à affecter à l'interface | $N.mm^{-2}$      |
| $ep_l$    | épaisseur des éléments           | entre 20 et 35mm |
| $nb_l$    | nombre d'éléments                | entre 3 et 7     |
| $\ell$    | portée                           | entre 4 et 7m    |

$$\begin{aligned}
 k_{ser}(S_{min}, ep_l, nb_l, Charge) = & A \left( w_{2,1,1} \left( \frac{2}{1 + e^{w_{1,1,1}Charge + w_{1,1,2}nb_l + w_{1,1,3}S_{min} + w_{1,1,4}ep_l}} \right) \right) \\
 & + \left( w_{2,1,2} \left( \frac{2}{1 + e^{w_{1,2,1}Charge + w_{1,2,2}nb_l + w_{1,2,3}S_{min} + w_{1,2,4}ep_l}} \right) \right) \\
 & - Ab_{2,1}
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

Avec :

|           |                                   |                                                                                  |
|-----------|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| $k_{ser}$ | raideur à affecter à l'interface  | $N.mm^{-2}$                                                                      |
| $S_{min}$ | espacement des organes de liaison | entre 40 et 120mm                                                                |
| $ep_l$    | épaisseur des éléments            | entre 15 et 30mm                                                                 |
| $nb_l$    | nombre d'éléments                 | entre 4 et 8                                                                     |
| $Charge$  | type de chargement                | $\begin{cases} +1 & \text{si ponctuelle} \\ -1 & \text{si répartie} \end{cases}$ |

TABLE 6.2 – Valeurs des poids et des biais retenus pour le réseau de neurones

|             | Couche 1  |           |             | Couche 2  |
|-------------|-----------|-----------|-------------|-----------|
|             | Neurone 1 | Neurone 2 |             | Neurone 1 |
| $W_{1,n,1}$ | -0.4551   | 0.5741    | $W_{2,n,1}$ | 3.2655    |
| $W_{1,n,2}$ | -0.0246   | 0.0853    | $W_{2,n,2}$ | 1.1231    |
| $W_{1,n,3}$ | -0.0187   | 0.0255    | $b_{1,n}$   | -2.1007   |
| $W_{1,n,4}$ | -0.0222   | 0.0323    | Amplitude   | 78        |
| $b_{1,n}$   | -0.2276   | 2.1629    |             |           |

Les valeurs de sortie du réseau de neurones et cibles provenant de la base de données du MEF sont comparées. La figure 6.4 permet de visualiser la relation entre ces deux jeux de données et permet ainsi d'estimer la capacité d'interpolation du réseau de neurones artificiels qui se révèle excellente. Le tableau 6.3 montre une très bonne corrélation entre les valeurs de sortie du réseau de neurones avec les valeurs cibles. Les coefficients de détermination (notés  $R^2$ ) sont proches de 0.99 quelle que soit la base (l'utilité des bases de données est présentée en annexe C). Ces valeurs permettent de confirmer le choix judicieux du réseau de neurones comme outil d'interpolation.

TABLE 6.3 – Coefficients de détermination ( $R^2$ ) entre les raideurs cibles et celles obtenues en sortie du réseau de neurones

| Type de base  | $R^2$ |
|---------------|-------|
| Apprentissage | 0.988 |
| Validation    | 0.989 |
| Test          | 0.991 |
| Toutes        | 0.989 |

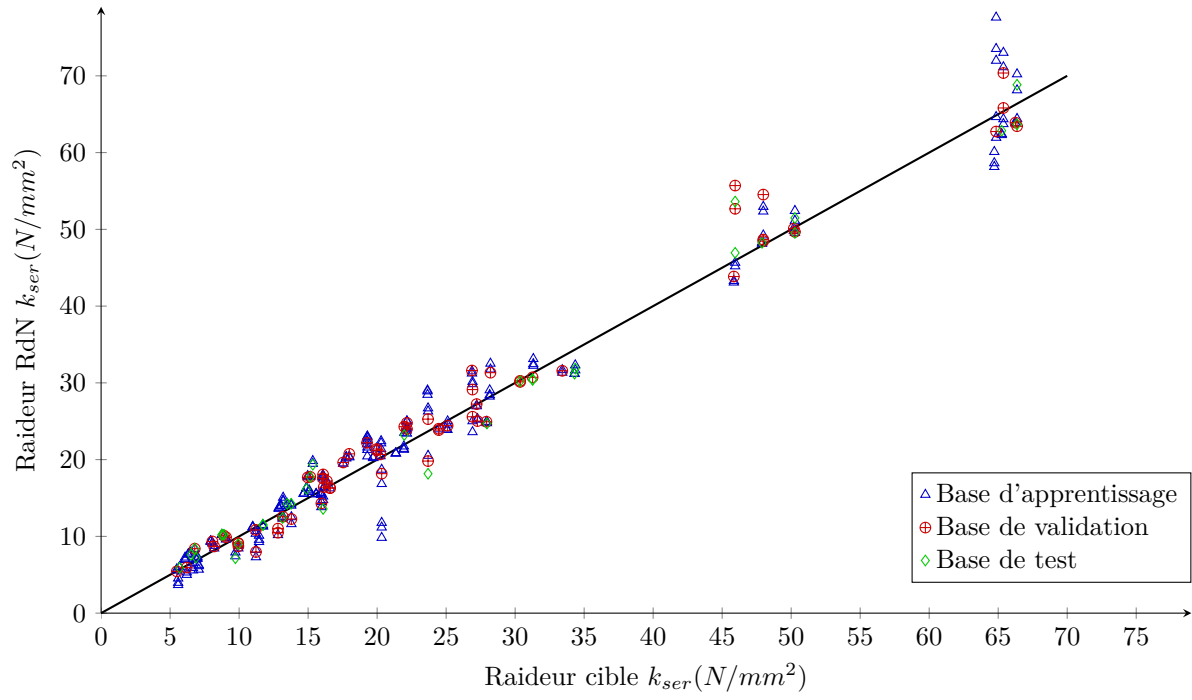


FIGURE 6.4 – Comparaison entre les valeurs de raideur cible et celles calculées par le réseau de neurones

## Conclusion

Les résultats ont montré la possibilité de créer un outil de calcul réglementaire (selon l'Eurocode 5 [AFN05b]) permettant de dimensionner des poutres composites de manière rapide et précise. Cette méthodologie permet de prendre en considération la plastification des connecteurs pour du calcul réglementaire. Les poutres reconstituées tourillonnées restent malgré tout trop souples quant à l'utilisation recherchée, que cela soit en poutres de plancher ou en mur de contreventement. Ainsi, les essais réalisés sur des poutres reconstituées par tourillons thermosoudés montraient des performances en rigidité de 60% inférieures à celles d'une poutre pleine de même section. Cette diminution de rigidité est trop importante pour valoriser un produit reconstitué. C'est pourquoi, une phase d'amélioration de l'assemblage bois sur bois est étudiée en troisième partie. Il est ainsi proposé de se focaliser sur l'utilisation optimale des surfaces en contact dans ce type d'éléments afin d'ambitionner la transmission suffisante d'efforts au travers de l'assemblage pour qu'ils ne soient plus dimensionnant.

Le projet de recherche d'amélioration se divise en trois parties. Premièrement un travail sera réalisé sur les différents procédés pouvant être mis en œuvre pour la préparation des interfaces de contact tant au niveau des chevilles que des éléments bois. Puis, la mise en œuvre d'un appareillage d'essais et la définition d'un protocole d'essais permettront de caractériser complètement les liaisons. Cette démarche permettra d'arriver de manière certaine aux paramètres caractérisant les liaisons, en intégrant la forte variabilité du bois en général avec des bois de pays et la mécanique de transmission des efforts.





## Troisième partie

### Amélioration des assemblages



## Section 7

# Transmission des efforts par l'interface

Les éléments reconstitués présentent de nombreuses surfaces de contact entre leurs pièces constitutives. L'utilisation de ces surfaces pour limiter le glissement des pièces les unes par rapport aux autres est possible par la création d'obstacles sur ces surfaces. La limitation du glissement engendre mécaniquement une augmentation de la raideur d'assemblage, il est ainsi nécessaire de trouver la forme optimale de ces obstacles tout en évitant de fragiliser l'interface.

La préparation des surfaces de contact peut être abordée de différentes manières pour le bois. L'enlèvement de matière ou plus généralement l'usinage semble être le moyen le plus naturel pour traiter les surfaces. Ce mode de façonnage sera celui abordé, car demandant peu de moyens et permettant beaucoup de flexibilité pour réaliser rapidement des profils plus ou moins complexes sur les surfaces des éléments en contact.

### 7.1 Fonctionnement

Le façonnage de surface doit répondre à différent niveau de critères. Premièrement, ceux dits transversaux, c'est-à-dire devant être respectés dans toutes les situations. Par exemple la maximisation des surfaces en contact afin de permettre une transmission d'effort plus efficace, mais également estomper les points de fragilité. En effet, le bois étant un matériau hétérogène par nature, la présence de défaut est à prendre en compte, car un point faible sur une grande surface est négligeable par rapport à un défaut sur une petite surface. L'assemblage des pièces doit être pris en compte afin de créer des façonnages ergonomiques pour qu'il n'y ait pas de sens d'assemblage. Il est aussi préférable d'avoir un façonnage identique sur les pièces à assembler, cela permet une gestion de stock plus aisée en évitant d'avoir trop de combinaisons de cas possible.

Deuxièmement, des critères dits spécifiques, c'est à dire n'étant nécessaire que dans certaines situations. Si les efforts à l'interface doivent être repris dans une direction (cas

d'une poutre en flexion) ou dans deux directions (cas d'un mur en contreventement), le façonnage différera. Un même matriçage peut permettre à la fois d'assembler les pièces soit dans la même direction soit à un angle l'une par rapport à l'autre, cette flexibilité peut être également très avantageuse.

Ainsi, dans un premier temps, la reprise des efforts dans une seule direction est étudiée, puis dans un second temps, la reprise des efforts dans deux directions est examinée.

### 7.1.1 Reprise des efforts dans une seule direction

Lorsque la reprise des efforts n'est nécessaire que dans une direction, il est suffisant de n'analyser que le profil de l'usinage des surfaces. Le matériau bois a une faible résistance en cisaillement roulant, cela est mis en valeur que cela soit dans la littérature [Gui87] [BCC<sup>+</sup>10] ou dans les Eurocodes [AFN05b]. Ce handicap est donc à prendre en compte dans la conception d'un profil de dent où il faut par conséquent avantager la transmission des efforts plutôt par compression. Des propositions de profils de rainures sont présentées sur la figure 7.1, la direction des efforts représentés ne tient pas compte des éventuels frottements entre les pièces à assembler. Un profil en créneau (figure 7.1b) ne transmet quasiment que du cisaillement et risque par conséquent la fragilisation de la base des dents. D'autres profils ne sont pas symétriques (figures 7.1c et 7.1f) et ne permettent donc pas d'avoir la même distribution d'efforts selon son sens d'application, ce qui n'est intéressant que dans de très rares cas. Les profils elliptiques et sinusoïdaux (respectivement figure 7.1e et 7.1d) permettent une transmission des efforts davantage en compression que les profils précédents, mais dans le champ de cette étude, ils semblent plus difficilement exécutables du fait de leur forme non conventionnelle vis-à-vis de l'outillage traditionnel. C'est dans cette optique qu'un profil en dent de scie a été choisi (figure 7.1a et 7.2). En effet, il permettra d'établir une première étude de la transmission d'efforts par façonnage de surface. Sa forme simple permet de mieux appréhender le comportement de l'assemblage sans rentrer dans des modes de transmission trop complexes où il serait difficile de dissocier les types d'efforts ou de calculer un frottement.

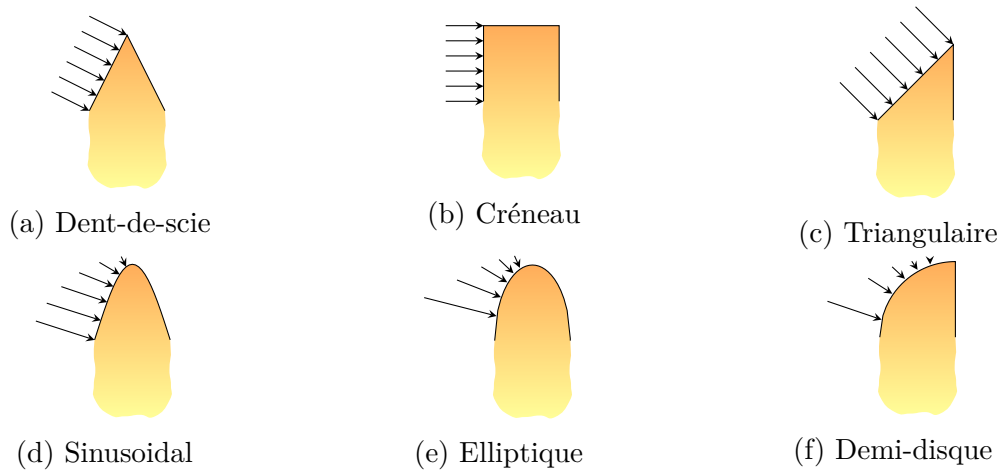


FIGURE 7.1 – Profils de dent pour reprise d'effort unidirectionnel

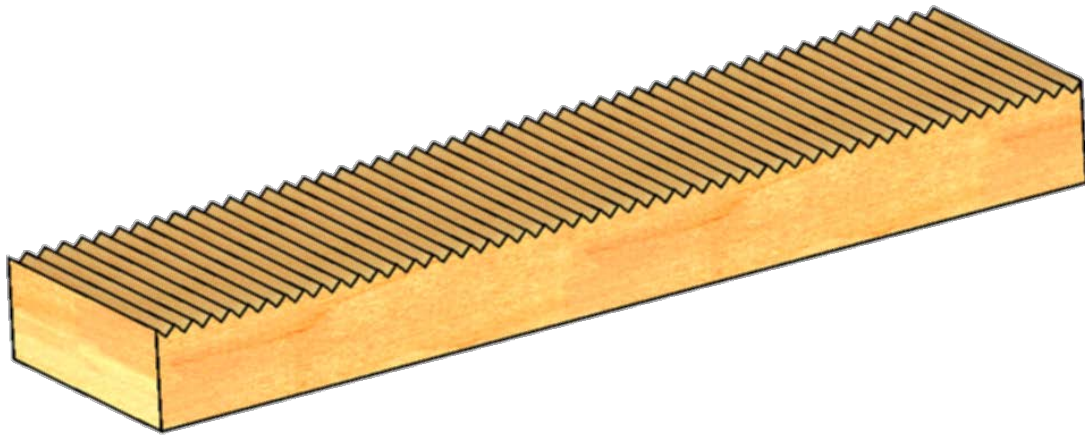


FIGURE 7.2 – Matriçage en dent-de-scie

### 7.1.2 Reprise des efforts dans deux directions

Même si cette étude se borne à l'étude d'un rainurage à profil simple, il semble intéressant d'examiner des cas plus complexes de formage de surfaces. En ces termes, une piste de recherche est proposée afin de trouver une forme de dent élémentaire pour la réalisation d'un façonnage permettant à la fois de maximiser les surfaces en contact (critère n°1), d'avoir un façonnage identique sur les deux pièces à assembler (critère n°2), mais également de permettre un assemblage à au moins deux angles différents (critère n°3).

Dans ce but, le motif des formes apparaissant lors d'une coupe médiane (cf. figure 7.3) entre deux pièces assemblées est analysé. Le plan médian est la base de la dent, la partie au-dessus de ce plan s'insère dans l'autre pièce, tandis que la partie du dessous reçoit la dent de l'autre pièce.

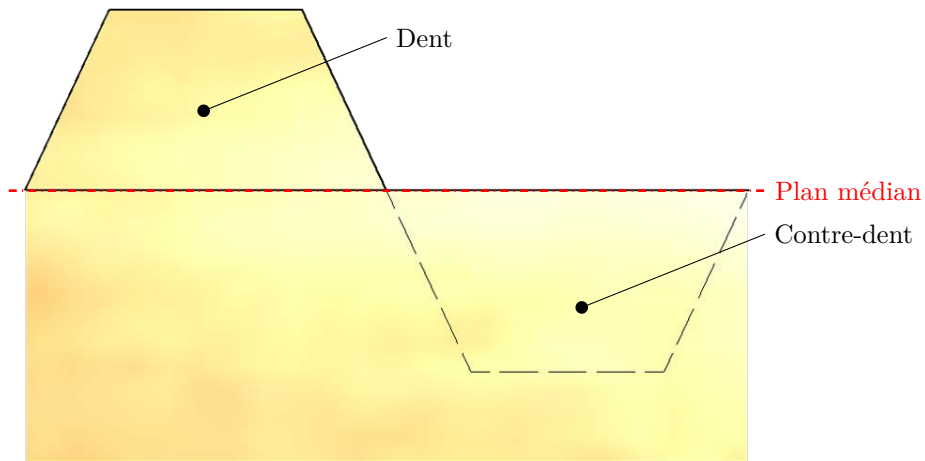


FIGURE 7.3 – Définition du plan médian d'un assemblage - vue de profil

À partir du motif dessiné par la coupe passant par le plan médian, n'importe quels profils de dent peuvent être esquissés, tant que celui de la dent et de la contre dent puissent s'imbriquer. Il sera vu plus en avant que le plan médian de dent de profil sinusoïdal donne un motif composé de formes carrées.

Une forme simple répondant aux critères de maximisation des surfaces en contact, de profil identique de dent et de pluralité d'angle d'assemblage peut être recherchée dans le cas d'un motif formant des polygones réguliers à  $n$  côtés. Désormais, le but est de trouver les contraintes qui imposent ces critères sur les propriétés de ce polygone.

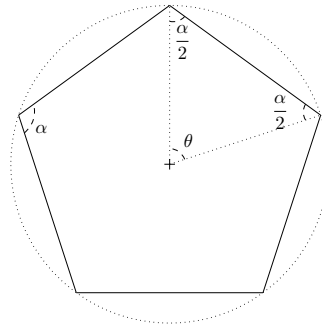


FIGURE 7.4 – Motif élémentaire pour le matriçage des surfaces

Un polygone régulier est par définition inscrit dans un cercle (cf. figure 7.4), permettant d'en déduire une relation entre, d'une part, l'angle formé entre deux sommets consécutifs et le centre de ce cercle (noté  $\theta$ ), et d'autre part, le nombre de côtés (noté  $n$ ) :

$$\theta = \frac{360^\circ}{n} \quad (7.1)$$

Puis d'en déduire l'angle formé entre deux côtés adjacents (noté  $\alpha$ ), en constatant que deux sommets consécutifs et le centre du cercle forment un triangle isocèle, donnant la relation suivante :

$$\theta = 180^\circ - 2 \times \frac{\alpha}{2} \quad (7.2)$$

Au final, la relation entre le nombre de côtés d'un polygone et l'angle entre deux côtés adjacent peut être déduite en combinant les deux relations précédentes :

$$\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n} \quad (7.3)$$

Soit :

$$\boxed{\alpha = 180^\circ \times \frac{n-2}{n}} \quad (7.4)$$

Pour qu'il n'y ait pas de perte de surface (critère n°1), il faut que des polygones réguliers puissent s'imbriquer parfaitement les uns dans les autres dans le plan médian. Pour cela, il faut trouver un nombre naturel  $k$  représentant le nombre de polygones réguliers voisins de celui de base telle que :

$$\alpha \times k = 360^\circ \text{ avec } k \in \mathbb{N} \quad (7.5)$$

En pratique, cela signifie que le nombre de rotations autour d'un sommet est recherché de telle sorte qu'un côté retombe toujours sur le côté d'un polygone voisin. Soit, en utilisant la relation 7.4 :

$$k = 2 \times \frac{n}{n-2} \quad (7.6)$$

Or, autour d'un sommet, il doit y avoir au moins trois polygones voisins pour ne pas tomber dans un cas trivial (polygone à 0, 1 ou 2 sommets), imposant ainsi la condition :

$$\begin{aligned} k &\geq 3 \\ 2 \times \frac{n}{n-2} &\geq 3 \\ 2 \times n &\geq 3 \times (n-2) \text{ car } n \geq 3 \\ 2 \times n &\geq 3 \times n - 6 \\ -n &\geq -6 \end{aligned} \quad (7.7)$$



Soit au final :

$$\boxed{n \leq 6} \quad (7.8)$$

Il suffit alors de tester les polygones réguliers avec un nombre de coté inférieur ou égal à six, condition pour que la relation 7.6 soit vérifiée. Après contrôle, les polygones de trois, quatre et six côtés (figure 7.5) valident cette relation. Trois candidats sont donc retenus, ils doivent vérifier le second critère. Un nombre pair de formes élémentaires (figure 7.5) est nécessaire pour que le façonnage des pièces à assembler soit identique. En effet, un façonnage identique des pièces à assembler implique un nombre de dent et contre dent identique sur chaque pièce, excluant de ce fait la forme hexagonale (figure 7.5c).

Ainsi seuls les façonnages de base triangulaire (figure 7.5a) et carrée (figure 7.5b) correspondent aux critères imposés.

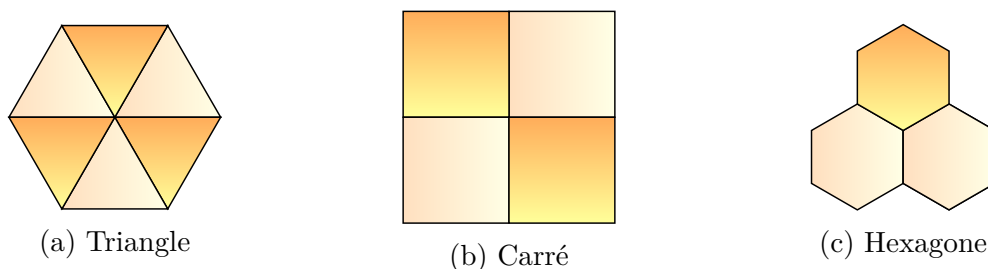


FIGURE 7.5 – Polygones répondant au premier critère

Le troisième critère est vérifié automatiquement du fait de la construction du motif du plan médian par rotation autour d'un sommet du polygone. Ainsi, lorsque la forme de base de la dent dans le plan médian est un triangle, les pièces peuvent s'assembler soit parallèlement, soit à un angle de 30 ou 60°. Lorsque la forme est un carré, les pièces s'assemblent soit parallèlement ou soit perpendiculairement.

Deux exemples de pièces avec un façonnage de dent de forme pyramidale sont présentés par la suite afin de montrer une application concrète. Il reste néanmoins à rechercher les moyens d'application de tel façonnage dans le matériau bois, par exemple la pyrogravure ou le matriçage à chaud ou à froid, pour que les tolérances dimensionnelles puissent satisfaire à l'assemblage satisfaisant et reproductible des pièces.

### Profil de dent à base triangulaire

Les étapes de construction d'un façonnage de dent à base triangulaire se déroulent comme suit (cf. figure 7.6). La première étape est la conception du profil de la dent. Dans l'exemple, ce profil est une pyramide à base triangulaire, pour correspondre à la forme de base, et tronquée en son sommet. Enfin, ce profil est utilisé soit en dent soit en contre dent pour obtenir le façonnage final, en vérifiant bien qu'ils peuvent correctement s'imbriquer. La partie dent peut être tronquée en son sommet davantage que la partie contre dent afin

de s'assurer du plaquage des faces des dents (voir figure 7.7). En effet, si la dent est plus haute que la contre dent, ce décalage entraîne automatiquement la mise en contact des surfaces tronquées et non plus celles des flans des dents. Ce point est à vérifier pour le bon fonctionnement de l'assemblage.

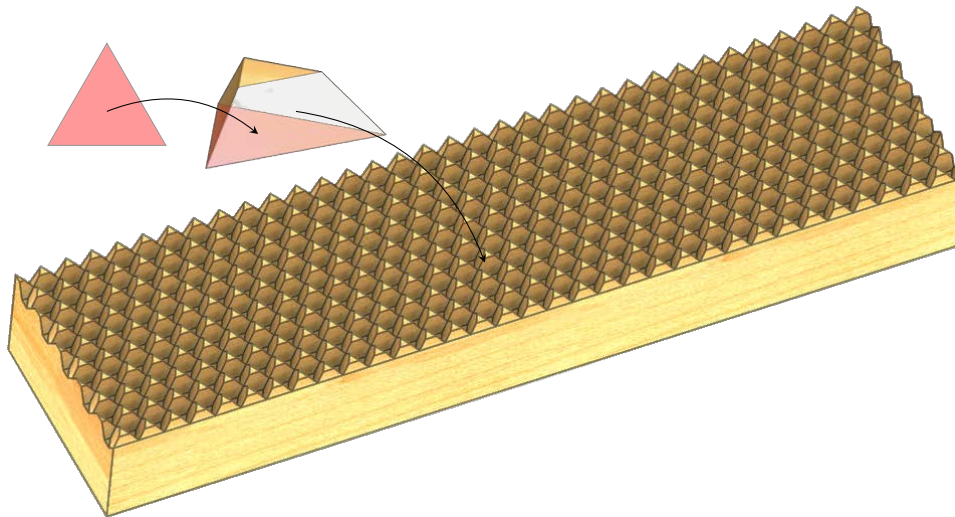
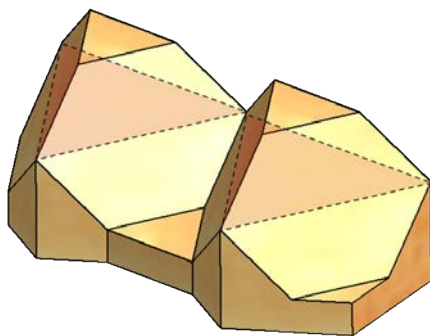
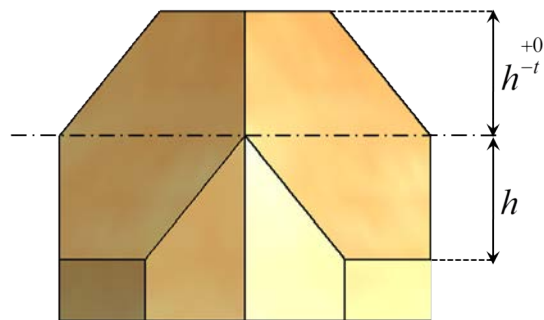


FIGURE 7.6 – Exemple de conception d'un façonnage à base triangulaire



(a) Vue du plan médian



(b) Tolérance sur la hauteur de dent

FIGURE 7.7 – Tolérance sur la hauteur de dent pour garantir un plaquage des faces

Comme le façonnage peut être placé à différents angles, il devient ainsi possible de fabriquer des poutres treillis avec uniquement ce type de façonnage. La figure 7.8 détaille un tel assemblage.

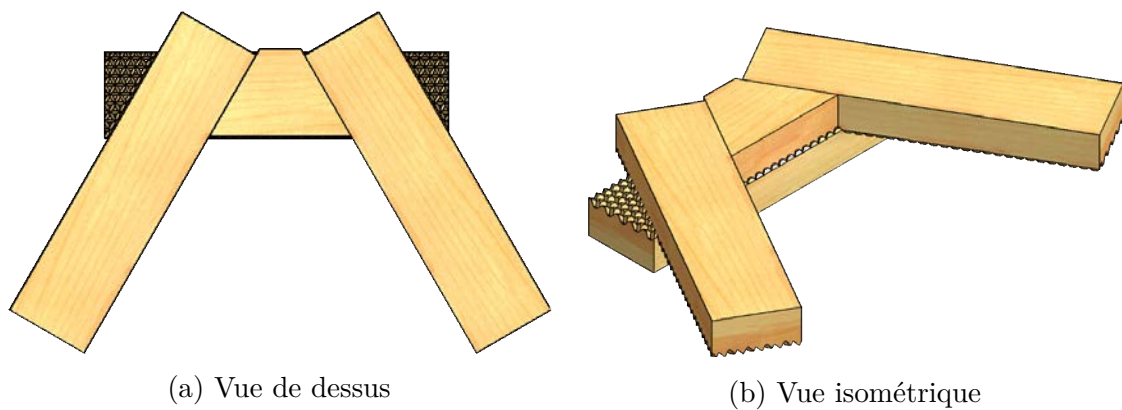


FIGURE 7.8 – Exemple d'assemblage en vue d'être utilisé en poutre treillis

### Profil de dent à base carrée

De manière analogue à la méthode précédente, il est possible de créer un façonnage de base carrée (cf. figure 7.9).

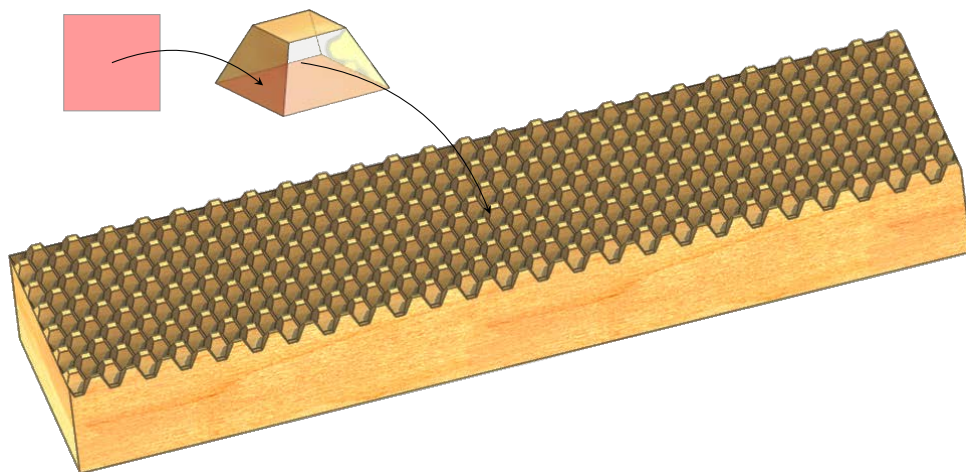


FIGURE 7.9 – Exemple de rainurage à base carrée

Ce type de façonnage peut être utilisé par exemple pour la fabrication de mur reconstitué d'ossature (cf. figure 7.10). En effet, en reprenant des efforts dans deux directions du plan de contact, il est par conséquent possible de reprendre les efforts de torsion entre montants et traverses.

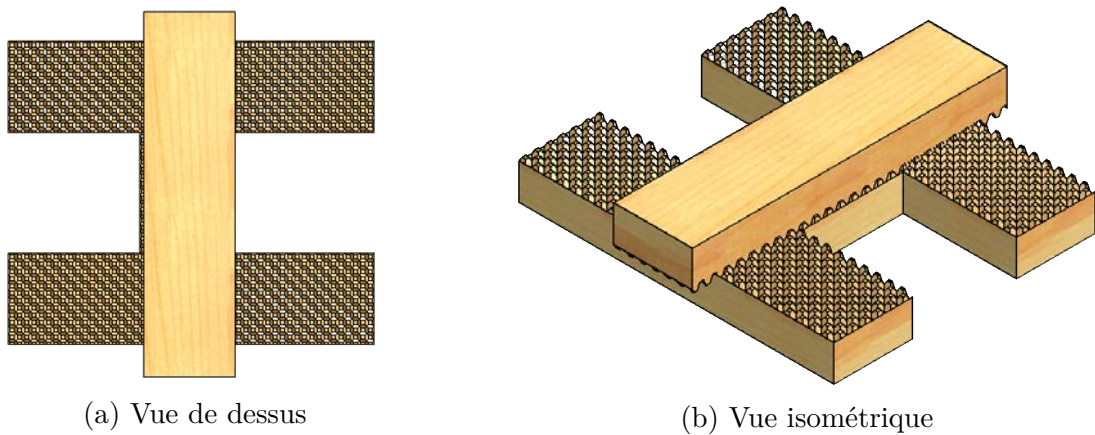


FIGURE 7.10 – Exemple d'assemblage en vue d'être utilisé en mur d'ossature

Comme expliqué précédemment, c'est la forme de base (motif du plan médian) qui est importante pour répondre aux critères imposés. Un exemple de profil sinusoïdal de dent à base carrée (cf. figure 7.11a) est proposé afin de se rendre compte de ce fait. Il n'est pas intuitif que la section par le plan médian d'un profil type boîte à œuf donne un motif composé de carrés (cf. figure 7.11b), et c'est pourtant bien le cas. C'est pourquoi il est possible d'assembler deux boîtes d'œuf parallèlement ou perpendiculairement.

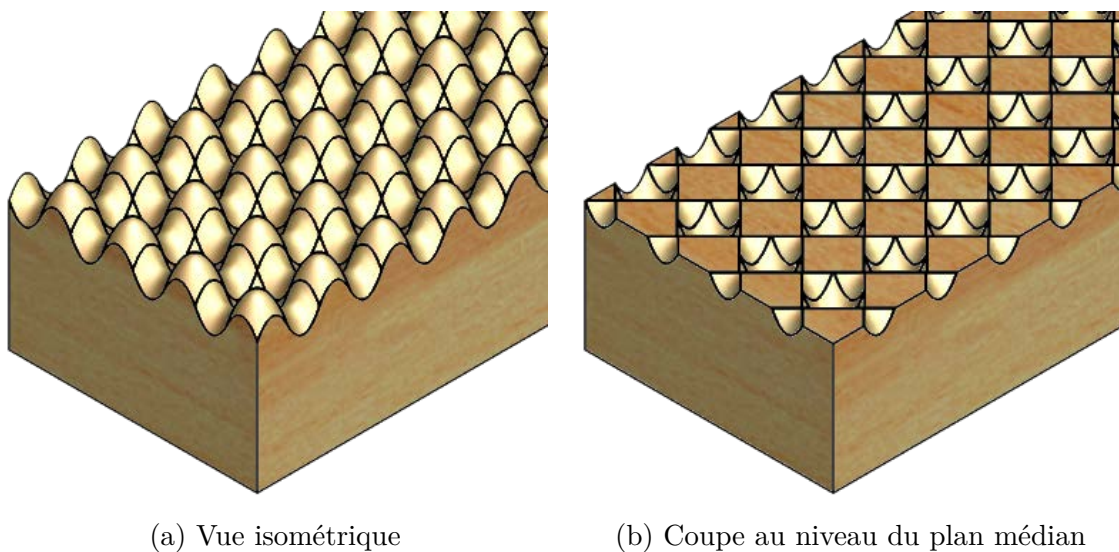


FIGURE 7.11 – Exemple de forme sinusoïdale de façonnage de base carrée

### Rainurages divers

La reprise d'effort dans deux directions peut également être réalisée via d'autre forme comme en chevron (cf. figure 7.12a), ondulée (cf. figure 7.12b) ou en zigzag (cf. figure 7.12b). Ces formes ne permettent qu'un seul sens de montage, mais peuvent être usinées par fraisage beaucoup plus rapidement que les formes plus complexes décrites précédemment. En effet, l'outil ne se déplace que dans un unique plan et non pas en trois dimensions comme pour obtenir une denture pyramidale.



Au final, ce genre de denture reste une piste fort intéressante pour le développement futur de produit reconstitué. Mais avant d'en produire, il faut arriver à maîtriser le comportement de dentures plus élémentaires comme des rainures en dent-de-scie afin de pouvoir progresser pas à pas vers des interfaces plus complexes.

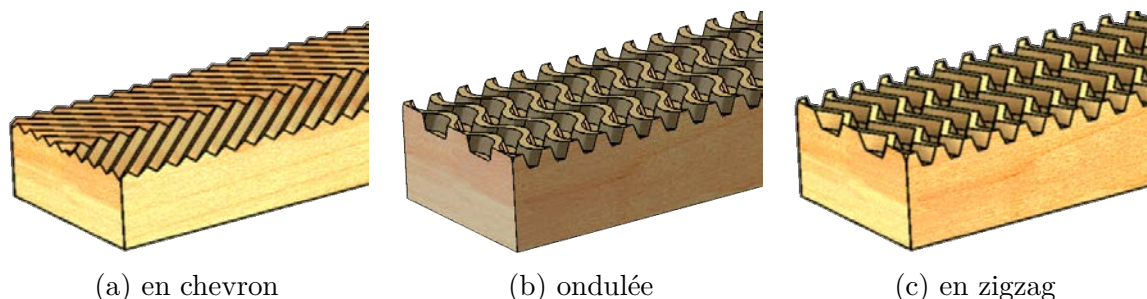


FIGURE 7.12 – Exemple de rainurage de surface

Le rainurage peut être réalisé à un angle afin de permettre l'assemblage de pièces autrement que dans une configuration parallèle ou orthogonale (cf. figure 7.13). Cela permet de rendre accessible la création de nouveaux produits comme des murs d'ossature ou des poutres treillis. La forme pyramidale des dents de la figure est due à la difficulté de l'usinage transverse au sens du fil du bois, qui sera abordé par la suite.

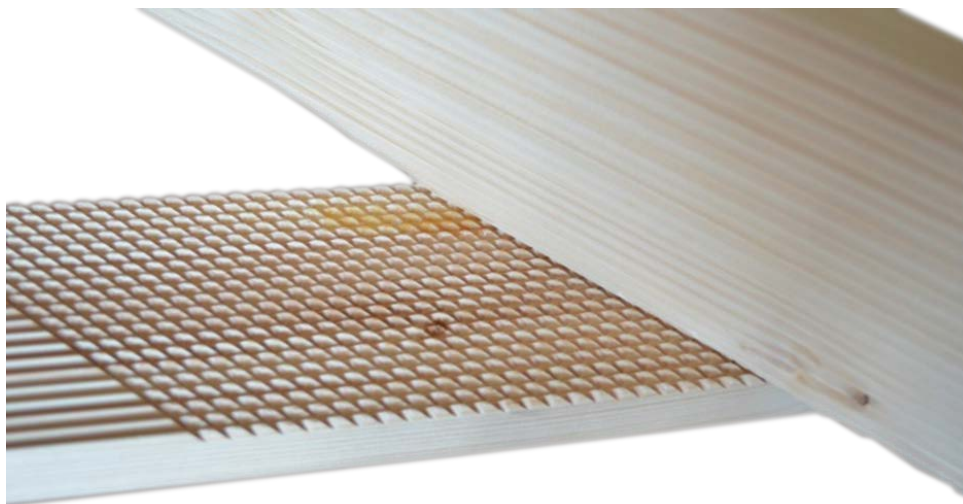
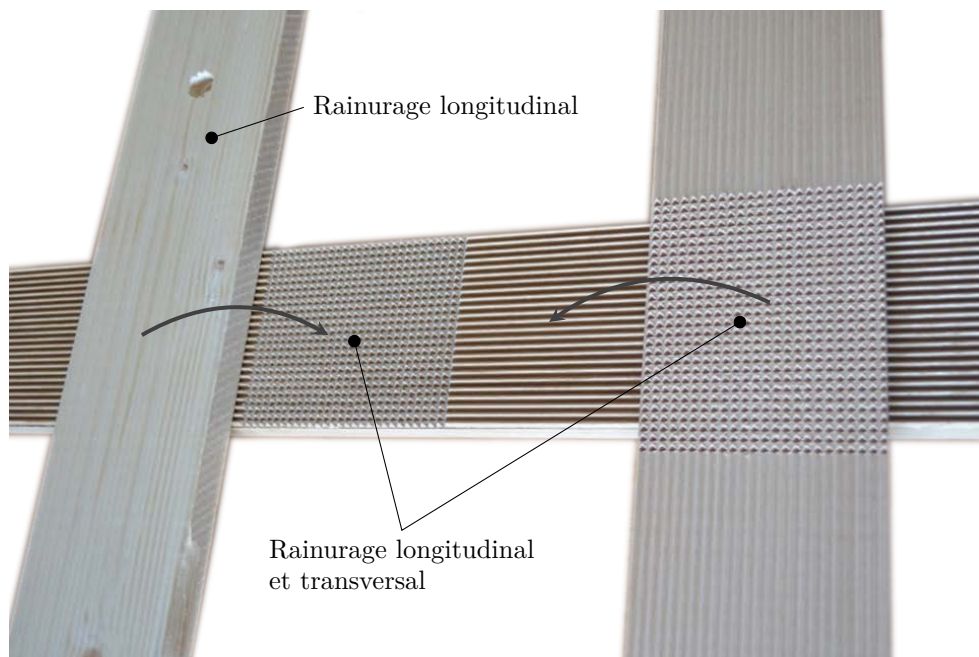
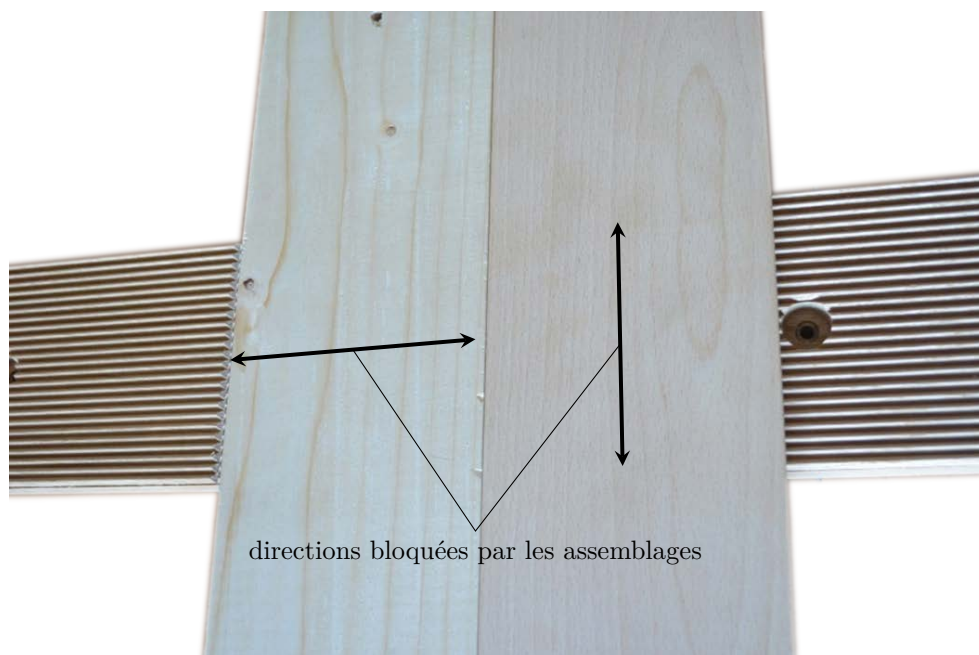


FIGURE 7.13 – Assemblage de deux pièces rainurées à un angle de 45°

Même un usinage en dent-de-scie, paraissant simple en premier abord, permet de réaliser des assemblages complexes (voir figure 7.14). Ainsi, en plaçant judicieusement des assemblages (cf. figure 7.14a) qui bloquent alternativement une direction puis l'autre (cf. figure 7.14b), il devient possible de bloquer complètement un élément dans ses déplacements. Ce principe peut être appliqué en rainurant que partiellement une pièce (cf. figure 7.15).



(a) Avant assemblage



(b) Après assemblage

FIGURE 7.14 – Assemblage permettant de bloquer les pièces dans deux directions et une rotation

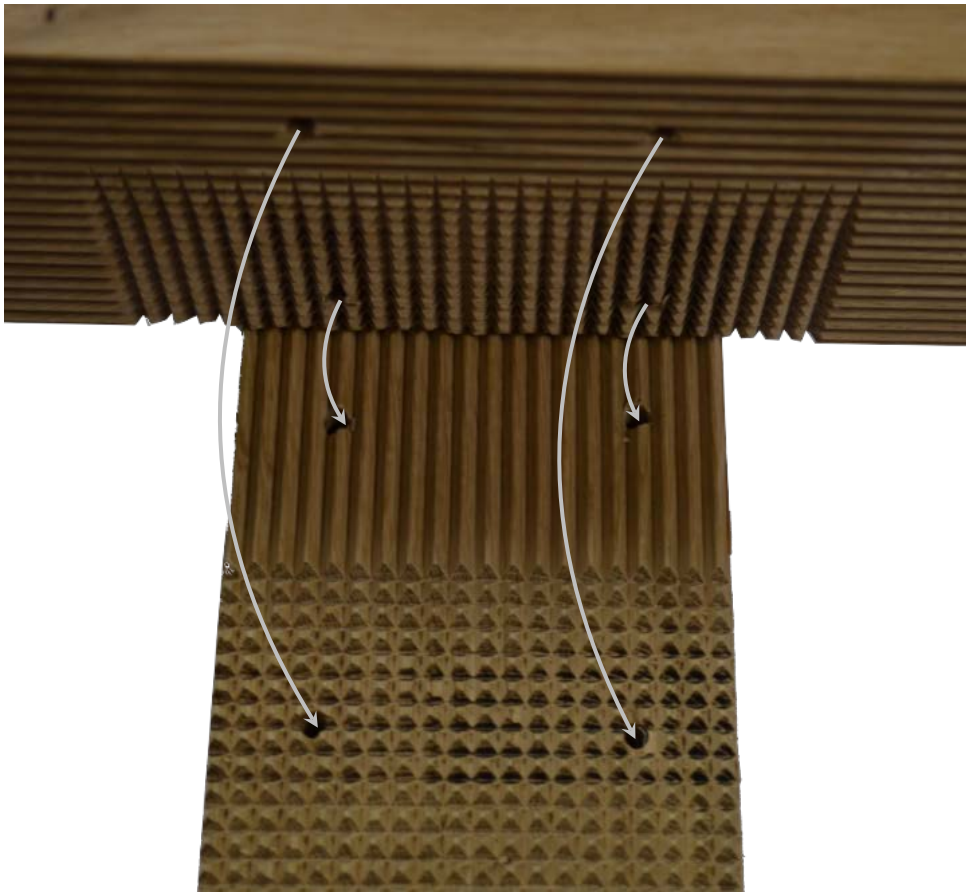


FIGURE 7.15 – Rainurage partiel pour bloquer l'assemblage en déplacement dans deux directions

### 7.1.3 Réalisation des rainurages

#### Prototypage

Dans le cadre de l'étude, un rainurage en dent de scie est sélectionné, afin d'avoir à la fois une forme simple à usiner, et également une distribution et direction théorique des efforts d'interface homogènes (cf. figure 7.1a). La compréhension du fonctionnement de l'assemblage est dès lors plus accessible.

De premiers essais d'usinage ont été réalisés à l'aide d'une mini-fraiseuse trois axes à commande numérique (MICRELEC modèle UPA), permettant de vérifier la faisabilité et la viabilité d'un usinage transversal au fil du bois (cf. figure 7.16). L'usinage longitudinal étant bien maîtrisé, car utilisé industriellement sur les bardages et lames de terrasse.

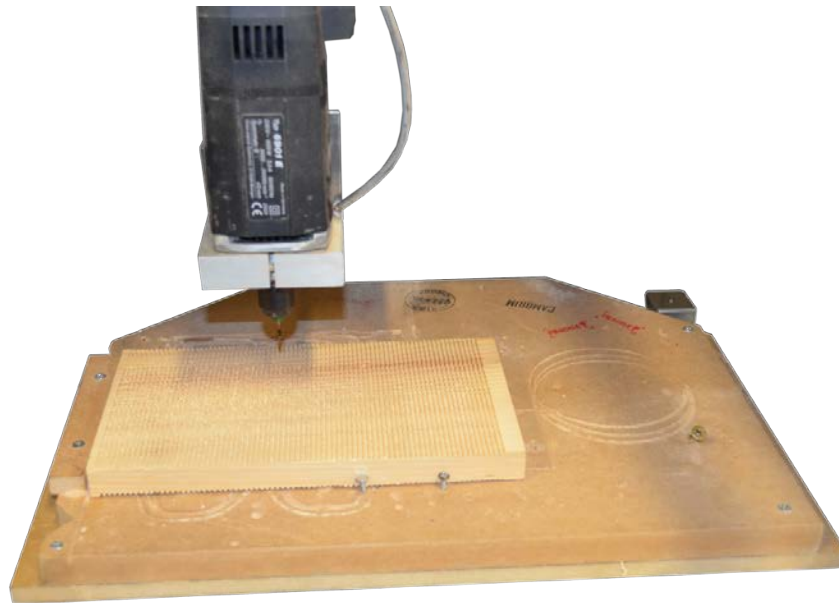


FIGURE 7.16 – Essais d’usinage transverse sur mini-fraiseuse à commande numérique

Il s’est avéré que dans le sens du fil du bois, la vitesse d’avance et de rotation de la fraise n’ont que peu d’influence sur la qualité finale de la denture. Dans le sens perpendiculaire au fil du bois par contre, ces deux paramètres de coupe ont une grande influence, et que des valeurs trop élevées de l’une comme de l’autre entraîne systématiquement la détérioration plus ou moins sévère, voir la rupture, de la dent de rainure.

Ces essais ont permis de mettre en évidence le caractère délicat du choix des paramètres de coupe pour les rainures transverses au sens du fil du bois. Les résultats montrent qu’il convient de ne pas dépasser la vitesse d’avance de  $5\text{mm.min}^{-1}$  avec une vitesse de broche de  $2000\text{tr.min}^{-1}$  pour un pas 2.5 ou 5mm en 1 ou 2 passes selon le pas. À ces vitesses, un rainurage d’une pièce sur un peu plus de 200mm prend entre 3 et 6 heures suivant la profondeur de passe.

Ces essais montrent donc la faisabilité d’un rainurage transverse, mais mettent également en lumière le caractère délicat de leurs exécutions.



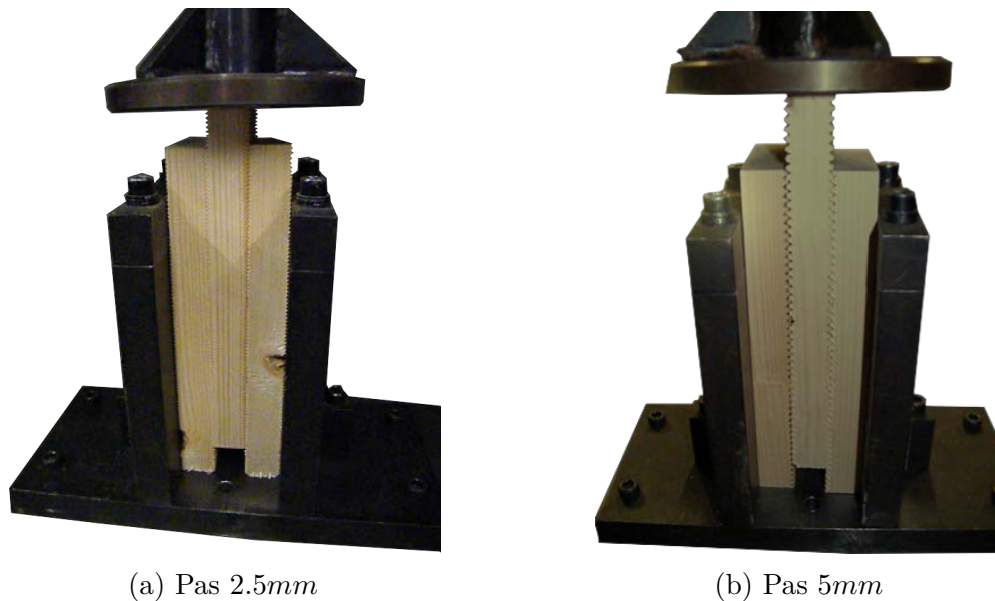


FIGURE 7.17 – Essais de cisaillement sur des prototypes

Lorsque l'état de surface des rainures transverses semblait acceptable, des essais de cisaillement d'assemblage de type « arc de triomphe » (cf. figure 7.17) ont été effectués à des fins d'estimation de leur raideur ainsi que de leur effort à rupture. Un cycle de charge et décharge a été appliqué. Ainsi, pour un rainurage de pas 2.5mm avec un recouvrement de 200mm et 2 plans de cisaillement, l'effort maximum atteint a été de 26.31kN (13.15kN par plan de cisaillement) pour une raideur de 24.60kN.mm<sup>-1</sup> (soit 615N.mm<sup>-1</sup>.mm<sup>-1</sup> d'interface). Concernant le pas de 5mm, l'effort maximum a été de 35.52kN (17.76kN par plan de cisaillement) pour une raideur de 35kN.mm<sup>-1</sup> (soit 875N.mm<sup>-1</sup>.mm<sup>-1</sup> d'interface).

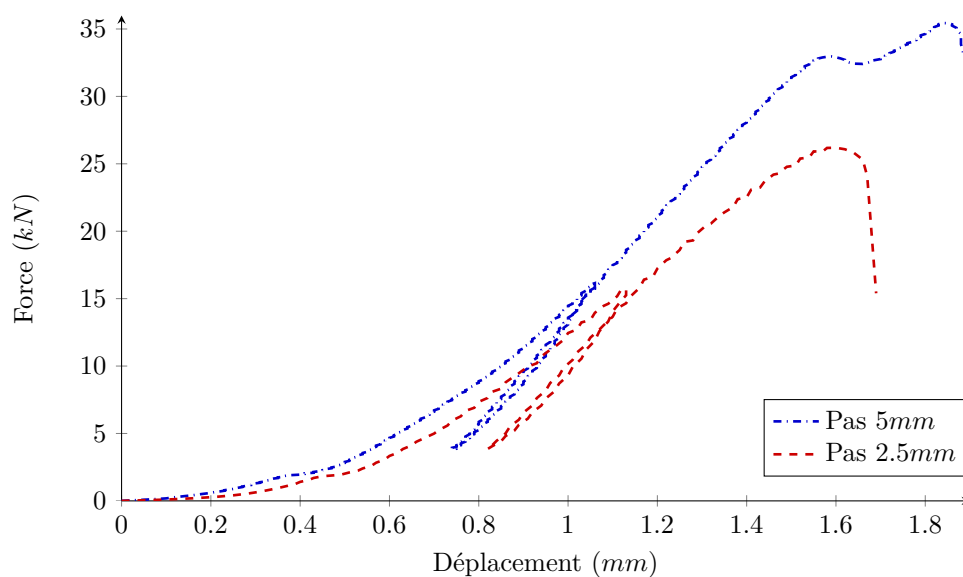


FIGURE 7.18 – Courbe d'essais de cisaillement de rainure

Ces premières estimations sont encourageantes par rapport à l'assemblage par tourillons soudés. Le tourillon soudé a une raideur moyenne de  $2472 N.mm^{-1}$ . Hors les tourillons doivent être espacés de  $40mm$  minimum, revenant à une raideur linéique de  $61.8 N.mm^{-1}.mm^{-1}$ . Le traitement de l'interface permet donc un gain de dix à quinze fois en rigidité par rapport à une interface tourillonnée soudée. Bien sûr, ce résultat est à relativiser, car la comparaison n'est faite que sur un seul essai pour un pas de  $2.5$  et  $5mm$ , la dispersion n'est pas connue, pour le moment. De plus, les pièces étaient parfaitement maintenues en contact grâce à un montage d'essai, ce qui n'était pas le cas pour les essais de cisaillement de tourillons thermosoudés.

Suite à ces prototypes, il a été décidé de porter l'étude du rainurage sur une seule géométrie de profil, un angle de la dent de  $60^\circ$ , mais deux pas différents ( $2.5$  et  $5mm$ ). Le choix de l'angle de la dent se justifie par le fait qu'il fallait choisir un angle entre  $45$  et  $90^\circ$ . Le premier angle correspond à la limite pour que l'effort transmis en cisaillement et en compression soit identique (sans prendre en compte le frottement). Le second angle transcrit une reprise des efforts exclusivement en cisaillement (profil de dent en créneau), limitant les efforts transmissibles, car le cisaillement reste une faiblesse du bois. Ainsi il a été choisi un angle de  $60^\circ$  car, d'une part, cette valeur se situe entre les limites imposées, et, d'autre part, c'est une valeur standard dans les outils d'usinage. Ce choix est donc un bon compromis entre limites d'effort transmissible et le coût de mise en œuvre dans une démarche de recherche et développement.

La sélection des deux pas est basée, d'une part sur le fait de ne pas perdre trop de matière, un pas plus grand entraînant mécaniquement une rainure plus profonde, et d'autre part avoir au moins deux pas afin de pouvoir dégager une tendance sur la raideur d'interface et la contrainte à rupture. Dans ces optiques, des pas de  $2.5$  et  $5mm$  semblent être une bonne conciliation dans le cadre des contraintes imposées.

### Possibilité d'industrialisation

Une étape importante de cette étude est la validation de la potentielle industrialisation des produits reconstitués fabriqués. L'acquisition d'un robot portique (GÜDEL) par l'ENSTIB<sup>1</sup>, capable de manipuler et usiner des éléments, a permis de faire les constatations nécessaires à la validation d'un procédé d'industrialisation automatique. Des recherches et des développements sont encore à compléter concernant la pince et la stratégie d'aménagement des bois, mais aussi sur l'utilisation de caméra pour la reconnaissance de forme et la mise en place automatique de sciages. Le but ultime est de constituer un complexe de paroi ou de plancher complet avec la mise en place éventuelle des isolants et film pare pluie. La finalité étant la réalisation d'un produit fini ou semi-fini prêt à poser sur chantier. Ce robot, par sa taille et sa mobilité avec la possibilité de se déplacer sur une surface

---

1. École Nationale Supérieure des Technologies et Industries du Bois

de  $5 \times 10m$ , permet de répondre aux contraintes en termes d'encombrement des modules structuraux (cf. figure 7.19).

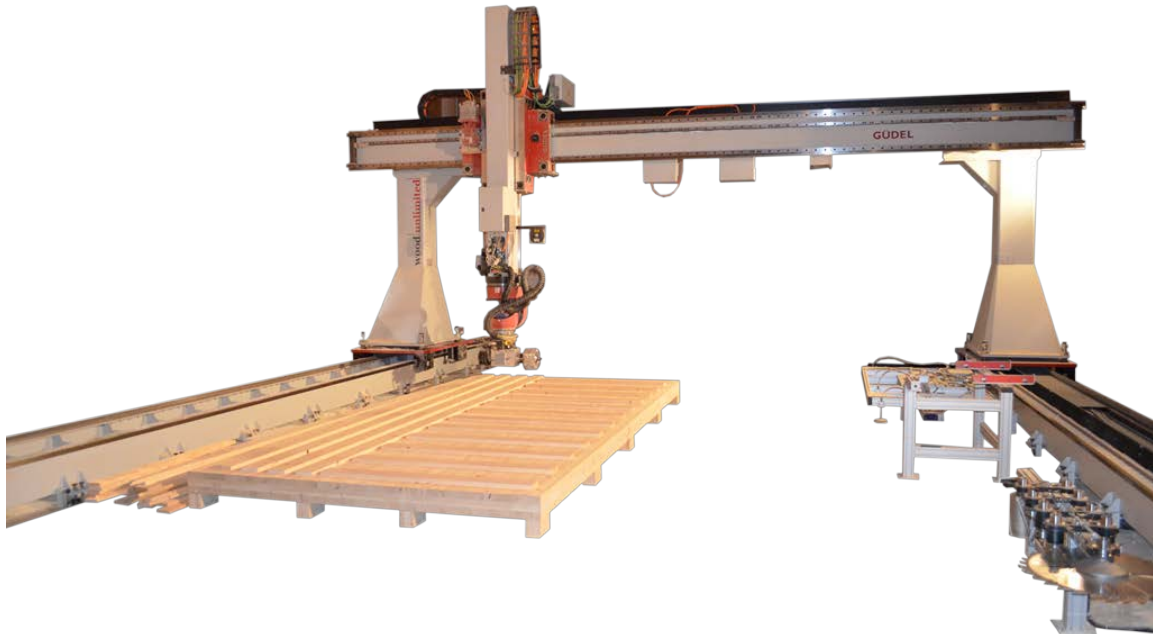


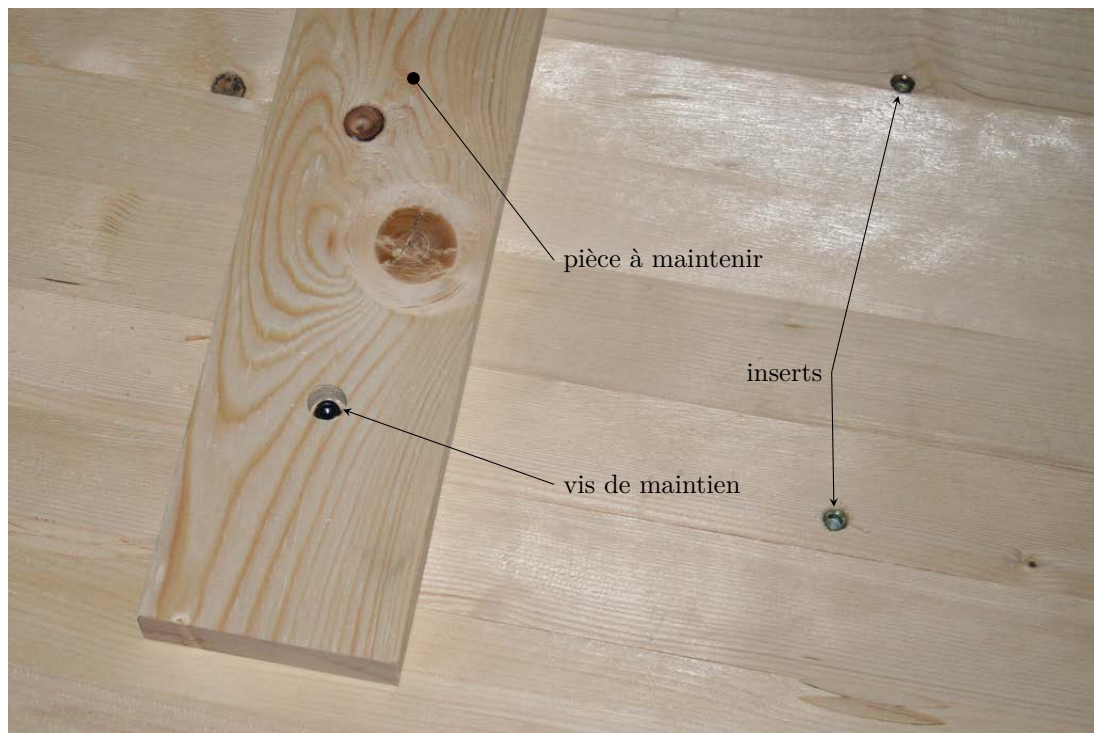
FIGURE 7.19 – Robot portique

Suite aux essais de prototypage et après validation du choix des paramètres de rainurage, d'une part, un outil à rainurer a été conçu en forte collaboration avec la société Guillen pour être utilisable par le robot Güdel, et d'autre part une table d'usinage a été réalisée pour le maintien des pièces à usiner.

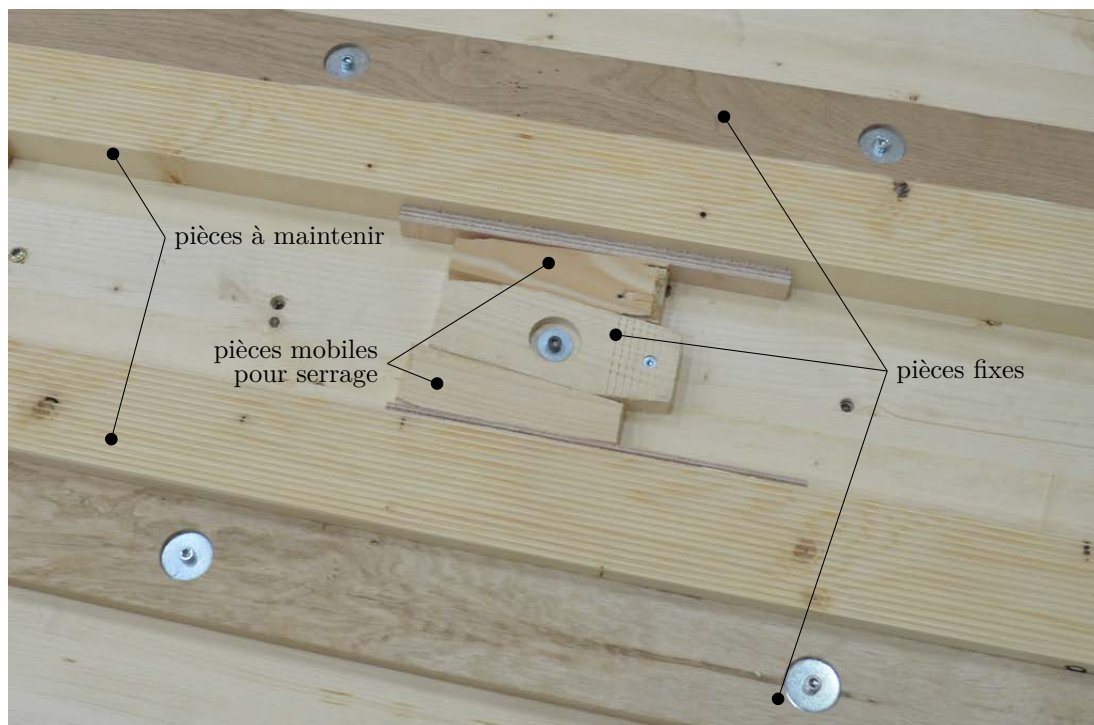
La table d'usinage est constituée d'un panneau en bois massif contrecollé de 2.4 par 5m, de 150mm d'épaisseur auquel 20 pieds en bois massif ont été fixés. Le nombre de pieds permet de limiter la flexion du panneau lors de l'usinage des pièces. Une fois mise en place sous le portique du robot, la table a été surfacée afin que le plan de la table soit parallèle avec un plan du repère du robot. Une fois un coin de la table repéré, des perçages sont réalisés tous les 200mm, ils accueillent des inserts permettant de venir se fixer grâce à des vis métalliques.

Dans un premier temps, les pièces ont été maintenues sur la table en leur perçant des trous avec chapelle afin de noyer la tête de vis pour ne pas troubler l'usinage (cf. figure 7.20a). Ce système a été adopté pour le rainurage des échantillons de cisaillement et d'assemblage unitaire, ainsi que pour la première version de la poutre ajourée.

Dans un second temps, les pièces ont été maintenues par serrage. Elles sont placées entre des éléments vissés à la table, puis le serrage est réalisé à l'aide de pièces biseautées qui sont insérées à espace régulier le long de la pièce (cf. figure 7.20b). Ce deuxième système a été développé au cours d'un projet de fin d'études d'étudiants de l'ENSTIB et a été utilisé dans le cadre de cette thèse pour la fabrication des éléments de la deuxième génération de poutres ajourées ainsi qu'à ceux du mur.



(a) Première version



(b) Deuxième version

FIGURE 7.20 – Système de maintien des pièces sur la table d'usinage

Concernant l'outil de rainurage conçu, il est à plaquettes carbures, le rendant plus flexible et moins coûteux qu'un outil fabriqué dans la masse. Il est adapté pour venir s'insérer sur un arbre standard (Power Mat HSK-F80) compatible avec la pince du robot. L'outil se compose de trois supports amovibles de  $50mm$  de largeur permettant le maintien des plaquettes carbures. Les supports sont ajourés et amincis le plus possible afin de limiter le poids total de l'outil. Le poids est à la fois un facteur de détérioration à cause de la fatigue et les efforts dus aux effets gyroscopiques, et un facteur ralentissant, car il ne faut pas négliger le temps de mise en rotation en vitesse optimale de l'outil. Ce temps est proche d'une minute dans le contexte de l'étude. Partant de ce constat, le matériau choisi pour l'outil est l'aluminium.

La segmentation des supports permet une certaine flexibilité quant à la largeur d'usinage en autorisant trois largeurs de rainurage possible :  $50$ ,  $95$  et  $140mm$ . Le décalage de  $5mm$  correspond au recouvrement de deux supports consécutifs. Cet outil permet l'usinage des rainures sur une largeur de  $140mm$  en une seule passe, permettant un gain de temps conséquent. Le plan de l'outil est présenté en figure 7.21 en page 115.

Cet outil permet d'usiner à la fois les rainures d'un pas de  $2.5mm$  et  $5mm$  uniquement avec des plaquettes identiques. Cela résulte de la possibilité d'ajouter des plaquettes lorsque l'usinage de rainure de  $2.5mm$  est souhaité. Dans ce cas de figure, une plaquette sur deux est décalée d'un demi-pas par rapport à la précédente, permettant ainsi de diminuer le pas de moitié.

L'ajout de plaquette impacte néanmoins la qualité de surface finale, car l'usinage passe alors de trois à six dents de coupe, en modifiant mécaniquement ainsi la vitesse d'avance par dent, tous paramètres égaux par ailleurs.

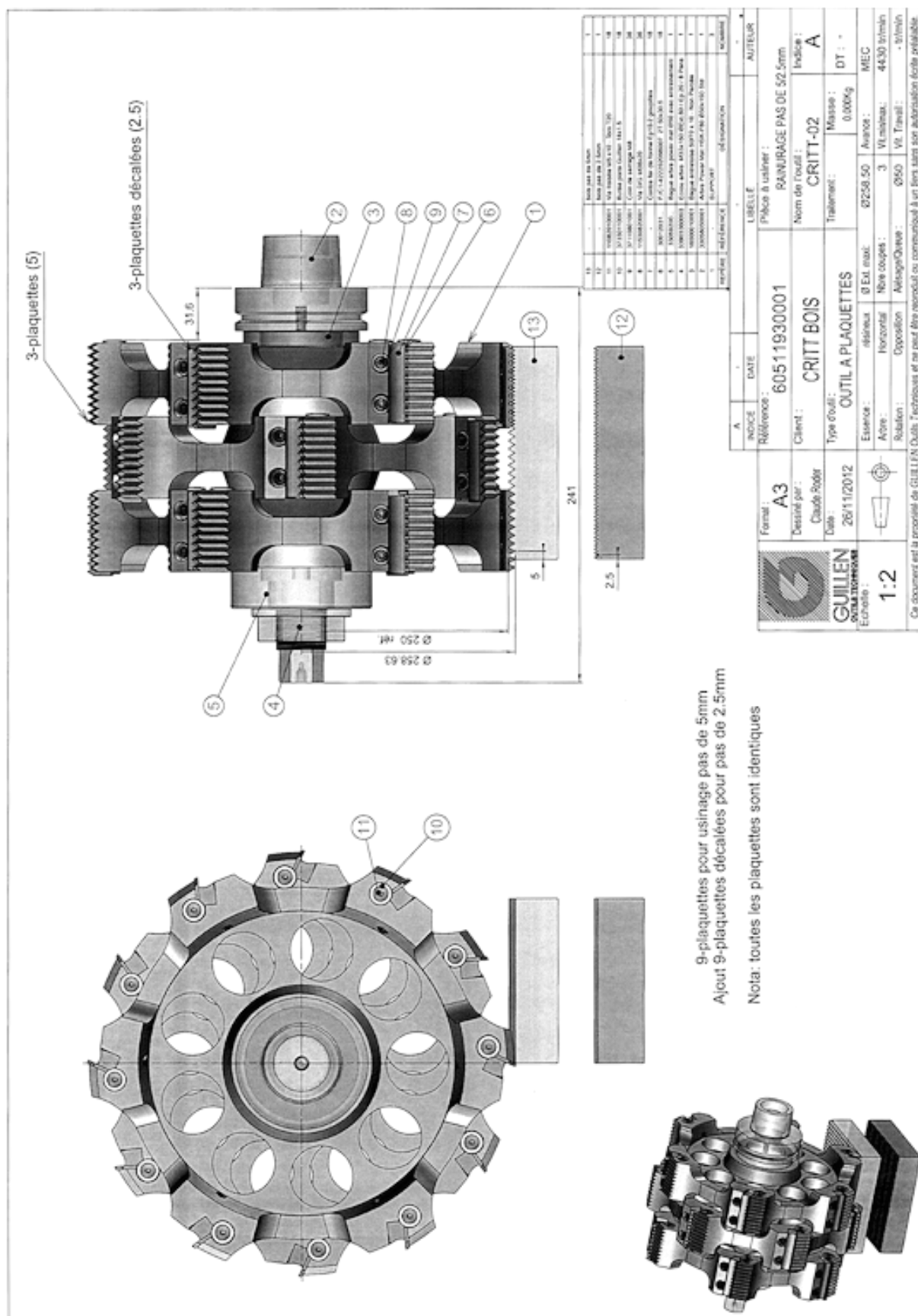


FIGURE 7.21 – Plan de l'outil à rainurer adapté au robot portique



Des essais d'usinage de rainures parallèles et perpendiculaires au fil du bois ont alors été réalisés sur le robot Güdel afin de vérifier la faisabilité de l'usinage à l'échelle industrielle et les performances de l'outil développé. Autant, comme pour le prototypage, un bon état de surface est obtenu dans le sens longitudinal dans une large gamme de paramètres de coupe ; autant, il s'est avéré qu'il n'y a pas de paramètres de coupe adéquate pour obtenir un état de surface suffisamment correct dans le sens transversal. Les dents des rainures rompent dans tous les cas (cf. figure 7.23), et le rainurage n'est donc pas utilisable. Le problème vient du fait que l'effort de coupe peut être localement supérieur à la résistance en cisaillement roulant et en traction transversale combinée (cf. figure 7.22a), induisant l'apparition de micro fissures en avant de l'outil d'usinage. Pour contourner ce problème, un usinage préalable de rainures dans le sens du fil est réalisé, permettant ainsi d'empêcher que la rupture locale d'une dent se propage en aval (cf. figure 7.22a).

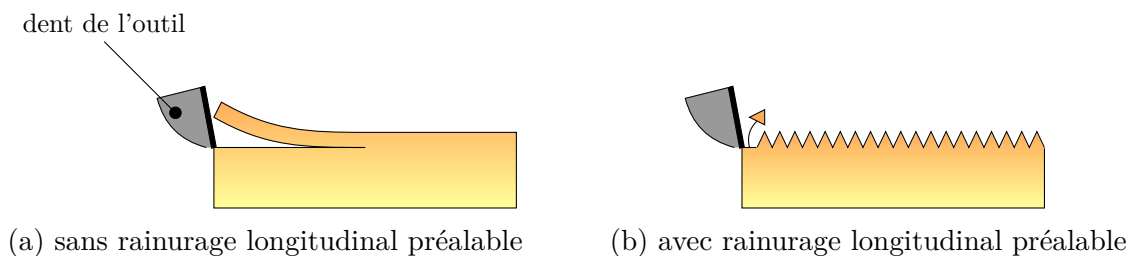


FIGURE 7.22 – Problème lors de l'usinage d'une denture transversale au sens du fil du bois

Les paramètres d'usinage retenus sont une vitesse de broche de  $4000tr.min^{-1}$  et une vitesse d'avance de  $1m.min^{-1}$  pour l'usinage de rainures dans le sens transversal et  $2m.min^{-1}$  dans le sens longitudinal.

Au final, le rainurage transversal donne des dents pyramidales à base carrée, quelques dents rompent quand même lors de l'usinage (cf. figure 7.24), mais cela importe peu, car ce n'est que le reflet d'une faiblesse locale intrinsèque de la résistance en cisaillement du bois. Ces dents n'apportent ni raideur ni résistance à l'assemblage, car ces propriétés mécaniques sont faibles.



FIGURE 7.23 – Problème d'usinage d'une denture transversale au fil du bois

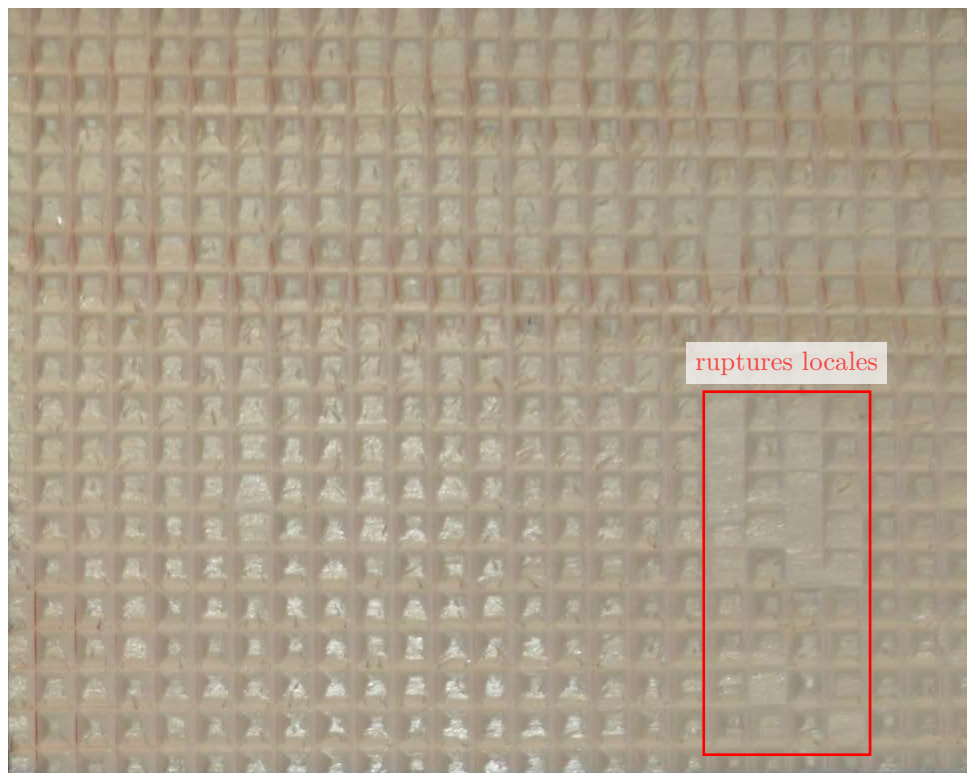


FIGURE 7.24 – Rupture locale de la base de la dent (vue du dessus)

Des essais d'usinage de rainure transverses ont ensuite été réalisés sur trois essences de feuillus (chêne, hêtre et meranti). Les essences de feuillus sont plus denses que celles de résineux et sont de classe mécanique plus élevée. Dans le cas de ces bois feuillus, le rainurage transverse est possible sans dégradation des dents si l'usinage est réalisé à vitesse d'avance adéquate. Les figures 7.25a et 7.25b montrent l'état général de surface des rainures à deux différentes vitesses (50 et 15% de  $5m.min^{-1}$ ).





(a) Rainures pas de 2.5mm



(b) Rainures pas de 5mm

FIGURE 7.25 – Rainurage sur du meranti, du chêne et du hêtre (respectivement de bas en haut)

## 7.2 Caractérisation mécanique

L'objectif de la caractérisation mécanique des rainures est la mise en évidence de l'influence du profil de rainurage ainsi que du maintien des pièces sur les performances mécaniques de l'assemblage. Pour ce faire, un modèle analytique de comportement de l'assemblage a été établi. L'hypothèse principale est de considérer les pièces à assembler parfaitement rigides et en contact parfait, c'est à dire, toutes les dents d'une pièce sont en contact avec les dents de l'autre pièce. Puis, un modèle MEF a été réalisé afin de prendre en compte la rigidité de la denture d'assemblage lorsque le maintien empêche l'ouverture

de l'assemblage. Ces deux phases ont permis la compréhension du fonctionnement de l'assemblage permettant ainsi la conception d'un montage d'essai, car aucune étude n'existe dans la littérature.

### 7.2.1 Modélisation analytique

La modélisation analytique du façonnage permet d'appréhender son comportement en prenant en compte le frottement à l'interface (selon le modèle de Coulomb). Il permet également d'intégrer une précontrainte initiale de serrage entre les pièces puis l'effort de maintien des pièces en contact. Cet effort augmente avec l'écartement des pièces tel un ressort. Ainsi trois phases seront étudiées. La première est la précontrainte de serrage mettant en contact toute la surface des dents avec celle de la pièce opposée. La seconde représente le début de l'application de l'effort visant à cisailer les dents. La troisième correspond au moment où les dents atteignent leur perte d'adhérence. Ces différentes phases sont présentées par la figure 7.26.

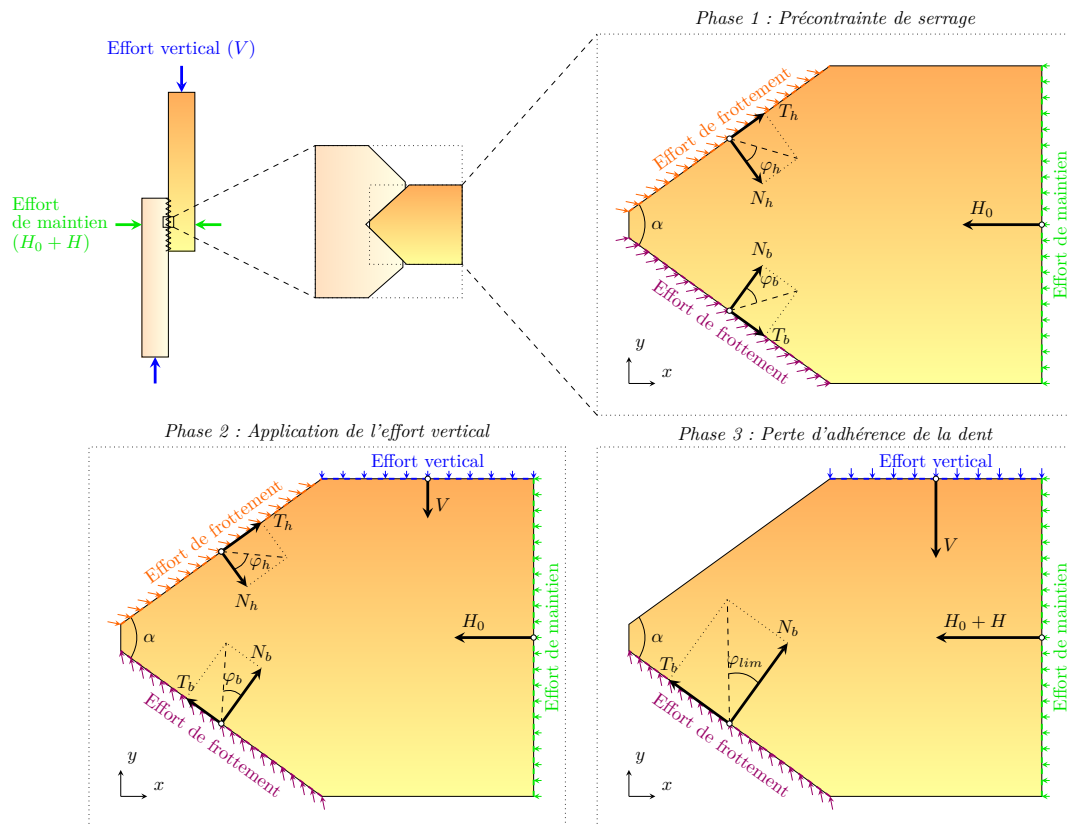


FIGURE 7.26 – Modèle analytique de contact des dents

**Notation :**

|                   |                                            |          |
|-------------------|--------------------------------------------|----------|
| – $V$             | Effort résultant vertical                  | $N$      |
| – $H_0$           | Effort résultant de précontrainte initiale | $N$      |
| – $H$             | Effort résultant de réaction de maintien   | $N$      |
| – $N$             | Effort résultant normal de contact         | $N$      |
| – $T$             | Effort résultant de frottement             | $N$      |
| – $\mu$           | Coefficient de frottement                  | –        |
| – $\mu_{lim}$     | Coefficient limite de frottement           | –        |
| – $\varphi$       | Angle de frottement                        | $^\circ$ |
| – $\varphi_{lim}$ | Angle limite de frottement                 | $^\circ$ |
| – $\alpha$        | Angle de la dent                           | $^\circ$ |

Par hypothèse les pièces en contact sont considérées comme indéformables, il devient possible de ne focaliser l'étude que sur une seule dent. En effet, les autres dents auront par conséquent des efforts appliqués et un comportement identiques.

Tout d'abord, le fait de considérer le modèle de Coulomb induit par définition que l'angle de frottement reste toujours inférieur à l'angle limite de frottement, se traduisant mathématiquement par :

$$-\varphi_{lim} \leq \varphi \leq \varphi_{lim} \quad (7.9)$$

Pour rappel, le coefficient de frottement est le rapport de l'effort repris par le frottement sur l'effort normal de contact, soit :

$$\mu = \frac{T}{N} = \tan \varphi \quad (7.10)$$

L'équilibre de la dent est réalisé dans chaque phase afin d'en déterminer son comportement.

**Phase 1 : Précontrainte de serrage**

Équilibre des efforts suivant  $x$  et  $y$  :

$$\begin{cases} N_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + N_h \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T_h \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - H_0 = 0 \\ N_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - T_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - N_h \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T_h \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad (7.11)$$

En considérant que les surfaces haute et basse de la dent reprennent la même quantité d'efforts dans cette phase, et en supposant un coefficient de frottement identique sur ces surfaces, les efforts de contact sont considérés comme égaux :

$$\begin{cases} N_b = N_h \\ T_b = T_h \end{cases} \quad (7.12)$$

L'équilibre devient alors :

$$\begin{cases} 2.N_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 2.T_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - H_0 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad (7.13)$$

Soit,

$$\begin{aligned} 2.N_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 2.T_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - H_0 &= 0 \\ \Rightarrow 2.N_b \cdot \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) - H_0 &= 0 \end{aligned} \quad (7.14)$$

Ainsi,

$$N_b = \frac{H_0}{2 \cdot \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)} \quad (7.15)$$

Le modèle est hyperstatique, se traduisant par la possibilité de plusieurs solutions pour équilibrer le système. Il n'est possible que de borner la valeur d'effort de contact :

$$\begin{aligned} 0 &\leq \mu && \leq \mu_{lim} \\ \Rightarrow 0 &\leq \mu \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) && \leq \mu_{lim} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ \Rightarrow \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) &\leq \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) && \leq \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu_{lim} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ \Rightarrow \frac{H_0}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} &\geq \frac{H_0}{2 \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)} && \geq \frac{H_0}{2 \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu_{lim} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)} \end{aligned} \quad (7.16)$$

Finalement,

$$\frac{H_0}{2 \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu_{lim} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)} \leq N_b \leq \frac{H_0}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (7.17)$$

**Phase 2 : Application de l'effort vertical**

Équilibre des efforts suivant  $x$  et  $y$  :

$$\begin{cases} N_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - T_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + N_h \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T_h \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - H_0 = 0 \\ N_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - N_h \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T_h \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - V = 0 \end{cases} \quad (7.18)$$

Soit,

$$\begin{cases} N_b \left( \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \mu_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) + N_h \left( \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu_h \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) - H_0 = 0 \\ N_b \left( \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) - N_h \left( \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \mu_h \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) - V = 0 \end{cases} \quad (7.19)$$

Après résolution,

$$\begin{cases} N_b = \frac{\left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \mu_h \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \cdot H_0 + \left(\mu_h \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \cdot V}{(\mu_b \cdot \mu_h + 1) \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot (\mu_h - \mu_b)} \\ N_h = \frac{\left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \cdot H_0 + \left(\mu_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \cdot V}{(\mu_b \cdot \mu_h + 1) \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot (\mu_h - \mu_b)} \end{cases} \quad (7.20)$$

Dans l'hypothèse où les coefficients de frottement restent constants lors du chargement vertical, les efforts normaux de contact varient linéairement par rapport à cette charge. À partir de ce constat, la valeur à partir de laquelle le contact de la partie haute de la dent est perdu peut être déterminée si :

$$N_h = T_h = 0 \quad (7.21)$$

L'équilibre devient :

$$\begin{cases} N_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - T_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - H_0 = 0 \\ N_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - V = 0 \end{cases} \quad (7.22)$$

Soit,

$$\begin{cases} H_0 = N_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - T_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{T_b}{N_b}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot N_b \\ V = N_b \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T_b \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \left(1 + \frac{T_b}{N_b} \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot N_b \end{cases} \quad (7.23)$$

En combinant ces deux relations, on obtient la relation suivante :

$$\frac{V}{H_0} = \frac{1 + \tan(\varphi) \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \tan(\varphi)} \quad (7.24)$$

Soit, par simplification trigonométrique :

$$\boxed{V = \frac{H_0}{\tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_b\right)}} \quad (7.25)$$

On obtient ainsi la valeur de l'effort vertical suffisant pour annuler le contact sur la partie supérieure de la dent.

### Phase 3 : Perte d'adhérence de la dent

Les connecteurs de maintien des pièces reprennent le surplus d'effort ( $H$ ) lorsqu'il y a perte d'adhérence. Ainsi, l'équilibre des efforts suivant  $x$  et  $y$  est égal à :

$$\begin{cases} N \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - H - H_0 - T \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0 \\ N \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - V + T \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad (7.26)$$

Dans le modèle de Coulomb, il y a adhérence tant que le coefficient de frottement  $\mu$  est strictement inférieur au coefficient limite de frottement  $\mu_{lim}$ , soit :

$$\mu < \mu_{lim} \quad (7.27)$$

La condition 7.27 sur le coefficient de frottement permet d'en déduire la relation entre l'effort de précontrainte et l'effort vertical pour garantir l'adhérence :

$$\begin{aligned} & \mu < \mu_{lim} \\ \Rightarrow & \tan(\varphi) < \tan(\varphi_{lim}) \\ \Rightarrow & \varphi < \varphi_{lim} \\ \Rightarrow & -\varphi > -\varphi_{lim} \\ \Rightarrow & \frac{\alpha}{2} - \varphi > \frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim} \\ \Rightarrow & \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi\right) > \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \\ \Rightarrow & \frac{H_0}{V} > \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \end{aligned} \quad (7.28)$$

Comme l'effort ( $V$ ) est défini positif, la valeur de précontrainte pour garder l'adhérence doit respecter la relation suivante :

$$\boxed{H_0 > \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \cdot V} \quad (7.29)$$

Deux cas de figure se présentent, premier cas, l'angle limite de frottement est supérieur au demi-angle de la dent ( $\alpha/2$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2} &< \varphi_{lim} \\ \frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim} &< 0 \\ \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) &< 0 \\ \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \cdot V &< 0 \end{aligned} \quad (7.30)$$

Or l'effort  $H_0$  de réaction des ressorts est défini positif, donc la relation 7.29 est vérifiée quelle que soit la précontrainte, signifiant que la précontrainte est contingente. Dans ce cas de figure, le maintien n'est donc pas nécessaire l'adhérence permet de reprendre la totalité de l'effort vertical.

Dans le second cas, lorsque l'angle limite de frottement est inférieur au demi-angle de la dent ( $\alpha/2$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2} &> \varphi_{lim} \\ \frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim} &> 0 \\ \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) &> 0 \end{aligned} \quad (7.31)$$

Ainsi, l'effort vertical maximum peut être déterminé pour garantir l'adhérence :

$$\begin{cases} \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \cdot V < H_0 \\ \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow V < \frac{H_0}{\tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right)} \quad (7.32)$$

Notons  $V_{lim}$  l'effort à partir duquel il y a glissement :

$$\boxed{V_{lim} = \frac{H_0}{\tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right)}} \quad (7.33)$$

Ainsi, lorsque l'effort vertical ( $V$ ) dépasse la valeur  $V_{lim}$ , il y a glissement, impliquant que l'effort de réaction de maintien augmente et que le coefficient de frottement atteigne sa valeur limite, soit :

$$\begin{cases} H \neq 0 \\ \varphi = \varphi_{lim} \end{cases} \quad (7.34)$$

Ainsi, l'équilibre 7.26 devient :

$$\begin{cases} H + H_0 = N \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - T \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \mu_{lim} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \cdot N \\ V = N \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + T \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \mu_{lim} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \cdot N \end{cases} \quad (7.35)$$

Soit :

$$\begin{aligned} \frac{H + H_0}{V} &= \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \\ H + H_0 &= \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \cdot V \\ H &= \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \cdot V - H_0 \end{aligned} \quad (7.36)$$

Or, le maintien a un comportement linéaire de rapport  $K$  (la raideur totale) entre son déplacement et sa force appliquée. De plus, la forme de la dent impose une relation entre les déplacements horizontaux et verticaux de la pièce :

$$\begin{aligned} H &= K \cdot u_x \\ &= K \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot u_y \end{aligned} \quad (7.37)$$

Ainsi, en combinant les relations 7.36 et 7.37, la loi de comportement entre le déplacement et l'effort vertical peut être déterminée :

$$\begin{aligned} \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \cdot V - H_0 &= K \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot u_y \\ \tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right) \cdot V &= K \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot u_y + H_0 \\ V &= \frac{K \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot u_y + H_0}{\tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right)} \\ V &= K \cdot \frac{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi_{lim}\right)} \cdot u_y + V_{lim} \end{aligned} \quad (7.38)$$

Cette loi de comportement est représentée sur la figure 7.27 pour des précontraintes initiales ( $H_0$ ) croissantes. Une première phase se dessine où l'effort de précontrainte doit



être vaincu pour permettre le glissement de l'assemblage, plus la précontrainte est élevée plus l'effort vertical doit l'être (relation 7.33). La seconde phase est le glissement où la pente des droites est directement proportionnelle à la raideur de maintien, mais est également fonction du coefficient de frottement.

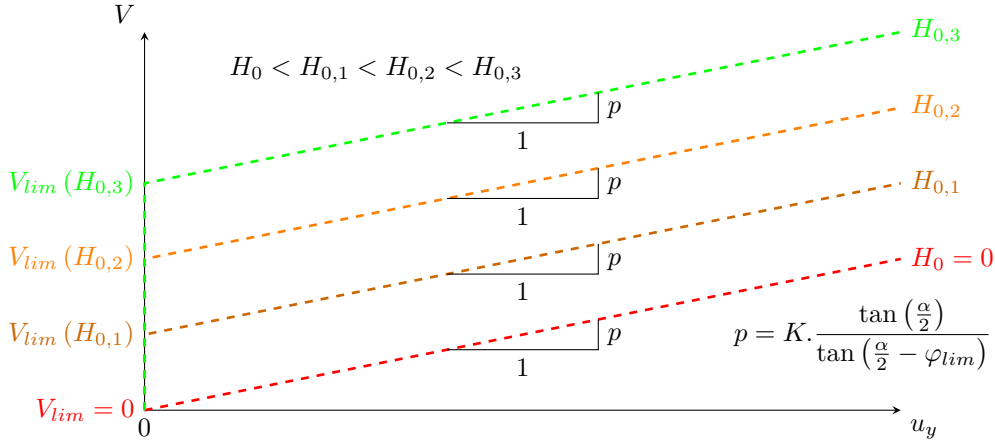


FIGURE 7.27 – Comportement théorique d'un assemblage

Ce premier modèle permet de montrer que théoriquement le comportement de l'assemblage rainuré va dépendre de trois points. Le premier est la précontrainte appliquée et surtout maintenue au niveau des rainures lors de l'assemblage. Le deuxième est la raideur des connecteurs de maintien de l'assemblage, qui amèneront selon leur raideur soit l'assemblage jusqu'à la rupture en cisaillement soit jusqu'au déboitement des rainures. Le dernier est l'état de surface des rainures qui influe directement sur son coefficient de frottement. Ce dernier point est à prendre en considération, car le coefficient de frottement est dépendant de l'essence du bois, de son humidité ainsi que des paramètres de coupe.

## 7.2.2 Modélisation numérique

Une modélisation numérique a été réalisée afin de quantifier la déformation des dents. En effet dans le modèle précédent, la déformation des dents est négligée, celui-ci permet de mieux appréhender la phase avant glissement où interviennent les propriétés mécaniques des dents. Le modèle a été développé sous Abaqus. Il est paramétrique et a donc servi à constater l'influence du coefficient de frottement du matériau sur le comportement de l'assemblage. Le modèle est constitué d'éléments quadratiques en trois dimensions (CUB8) liées à un matériau orthotrope. Les caractéristiques du matériau se basent sur les classes réglementaires (Eurocode 5 [AFN05b]) pour du bois de résineux, la classe sélectionnée est C18. Le fil du bois est soit dans le sens des rainures pour les deux pièces assemblées. Le coefficient de frottement est pris en compte via des surfaces de contact avec frottement définies dans le logiciel. Le coefficient de frottement a été pris égal à 0.05, 0.20, 0.30, puis 0.40. Des rainures avec des dents d'un angle de  $60^\circ$  et un pas de  $2.5\text{mm}$  ont été modélisées. Le maintien des pièces est réalisé avec des éléments de type barre travaillant

comme des ressorts. La raideur de maintien est de  $800 N.mm^{-1}$  et l'effort initial appliqué est de  $1.4 kN$ . Ces valeurs proviennent du montage d'essais développé par la suite. En effet, le modèle a été exécuté de nouveau avec les valeurs caractérisant le montage, une fois qu'elles ont été connues.

La figure 7.28 présente le comportement entre l'effort de cisaillement appliqué et le glissement de l'assemblage rainuré donné par le modèle MEF (traits pleins) qui est à comparer à celui donné par le modèle analytique (traits pointillés). Le modèle MEF permet de faire apparaître la phase de déformation des dents, cette phase n'était pas visible dans le modèle analytique. La différence entre les comportements donnés lors du glissement par les deux modèles est minimale pour des coefficients de frottement faibles et s'accroît avec leurs augmentations. Ce phénomène est logique, car plus ce coefficient est grand et plus la dent se déforme avant glissement ; or le changement de géométrie de la dent n'est pas pris en compte dans le modèle analytique.

Le modèle numérique a permis de faire émerger l'importance de la déformation des dents dans l'assemblage rainuré. D'autant qu'un haut coefficient de frottement sera recherché afin de permettre une transmission efficace des efforts entre les pièces à assembler.

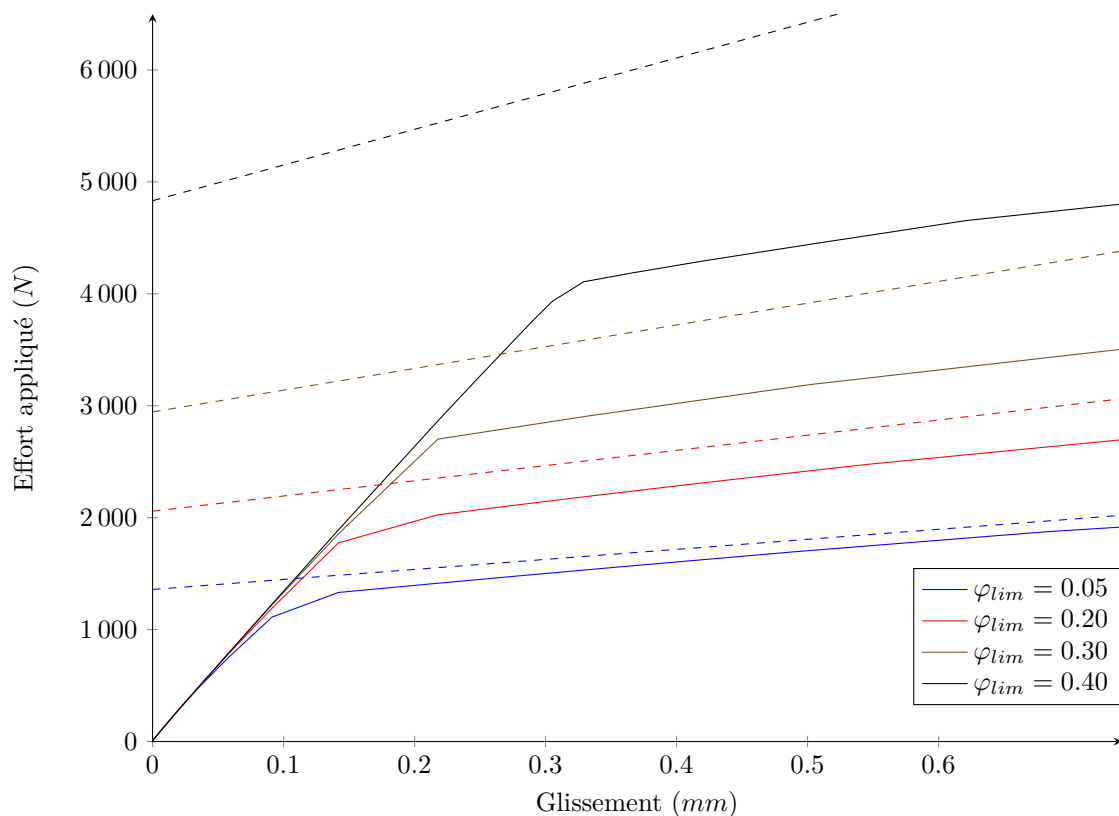


FIGURE 7.28 – Comportement de l'assemblage rainuré selon le modèle MEF (pleins) et le modèle analytique (pointillés)

### 7.2.3 Conception d'un montage d'essais

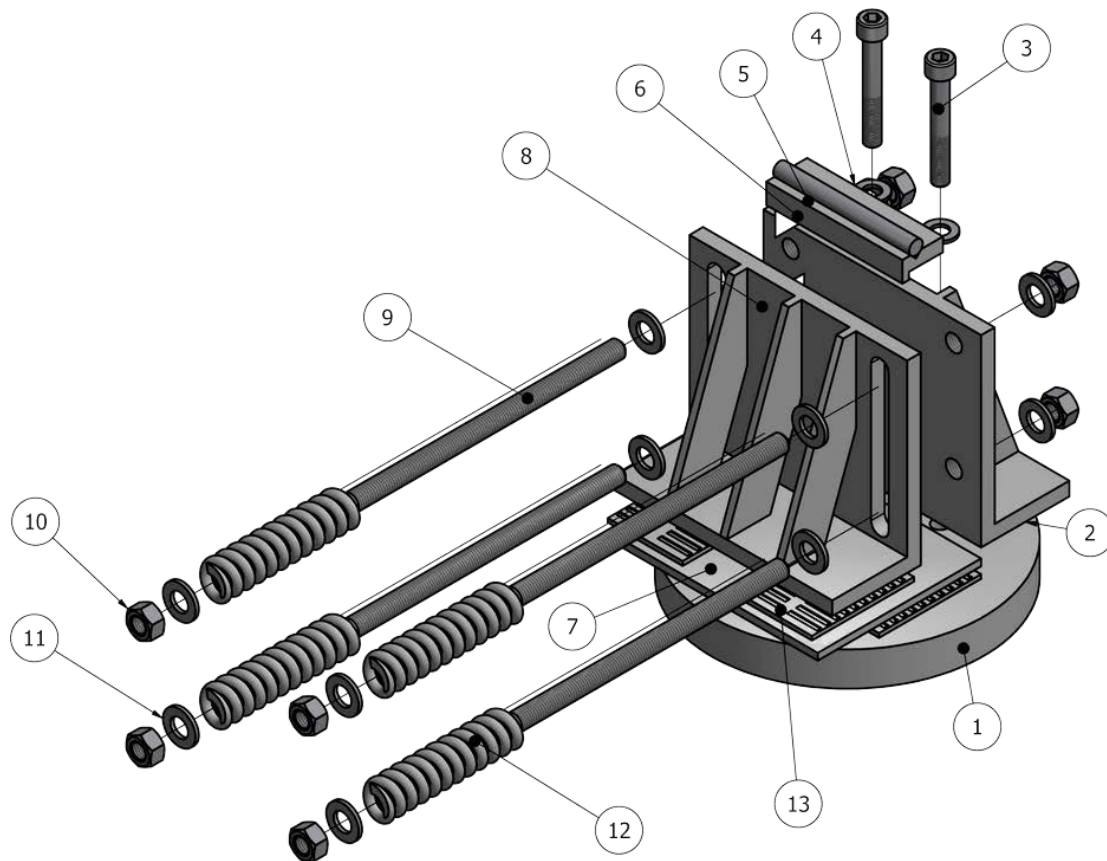
Les différents modèles développés précédemment permettent de définir un cahier des charges pour le choix du montage d'essais en mettant en valeur les paramètres influençant l'assemblage rainuré. Le montage doit donc permettre d'appliquer différentes précontraintes initiales à l'assemblage. Le maintien homogène des pièces doit être garanti. Il doit également appliquer un effort proportionnel au déplacement lors de l'ouverture de l'assemblage pour simuler le comportement d'un organe de liaison.

L'analyse de la littérature n'a pas permis de déceler un tel type de montage d'essais pouvant répondre au cahier des charges. La réflexion sur la conception de ce montage s'est donc engagée d'elle-même. Le montage d'essais choisi est présenté en vue éclatée en figure 7.29 page 129. Les pièces sont maintenues par deux équerres métalliques de 5mm d'épaisseur (2 et 8 sur la vue éclatée). L'une est fixée au support, et l'autre est mobile via deux fois deux jeux de cage à aiguilles, permettant l'ouverture de l'assemblage. Les pièces en contact avec les cages à aiguilles ont subi un traitement de surface par trempage afin de durcir leur couche superficielle et donc éviter son matage.

La pression de précontrainte est exercée grâce à quatre ressorts de compression de 100mm de longueur version corde à piano (réf. C.250.600.1000.A de chez Ferroflex). Chaque ressort est monté sur une tige filetée standard M12 avec un pas de 1.75mm, leur servant de guide. Ces tiges sont vissées dans les perçages taraudés de l'équerre fixe, en complément des contre-écrous sont mis en place pour éviter que la tige se desserre. L'équerre mobile est munie de deux trous oblongs, permettant aux tiges, supports des ressorts, de glisser librement sans risquer l'arc-boutement. La compression des ressorts est obtenue à l'aide du serrage d'un écrou muni d'une rondelle sur chaque tige filetée.

La raideur annoncée par le fabricant a été vérifiée avec des essais en compression simple sur une machine d'essais universelle (INSTRON modèle 4467). La raideur moyenne mesurée de  $204.13N.mm^{-1}$  (écart-type de  $4.23N.mm^{-1}$ ) des ressorts correspond bien à celle donnée par le fabricant ( $198.9N.mm^{-1}$ ) à la précision machine près. La valeur donnée par le fabricant sera celle retenue dans les calculs de précontrainte des essais. La différence de longueur autorisée est de 11.78mm par rapport à la longueur libre (100mm), cette plage correspond à la zone linéaire entre effort appliqué et déplacement du ressort. Ainsi, le montage d'essais permet d'appliquer un effort maximum de 9.37kN sur l'assemblage. Dans la pratique, la précontrainte maximum appliquée est de 5.57kN, permettant le déchaussement complet des rainures avec un profil de dent d'un pas de 5mm.

Les plaques de maintien des éprouvettes sont soigneusement lubrifiées et sont chacune pourvues d'une feuille en téflon afin de limiter au maximum les efforts de frottement. Cela permet de garantir que l'effort du vérin transite en quasi-totalité par l'assemblage rainuré.



| ARTICLE | QTE        | NUMERO DE PIECE        | DESCRIPTION                                                                                               |
|---------|------------|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1       | 1          | Support                |                                                                                                           |
| 2       | 1          | Appuis fixe            |                                                                                                           |
| 3       | 2          | ISO 4762 - M10 x 70    | Vis cylindrique à six pans creux                                                                          |
| 4       | 2          | ISO 7089 - 10 - 140 HV | Rondelles plates - Série standard - Produit de classe A                                                   |
| 5       | 1          | Support appuis         |                                                                                                           |
| 6       | 100.000 mm | ISO 1035/1 - 10 - 100  | Barres en acier laminées à chaud - Partie 1: barres rondes                                                |
| 7       | 1          | Plaque                 |                                                                                                           |
| 8       | 1          | Appuis mobile          |                                                                                                           |
| 9       | 4          | Tige fileté M12        |                                                                                                           |
| 10      | 8          | ISO 4032 - M12         | Ecrous hexagonaux, style 1 - Produit de classes A et B                                                    |
| 11      | 12         | ISO 7089 - 12 - 140 HV | Rondelles plates - Série standard - Produit de classe A                                                   |
| 12      | 4          | C.250.600.1000.A       | Ressort de compression, version corde à piano, Ø extérieur: 25 mm, Ø de fil: 6 mm, longueur libre: 100 mm |
| 13      | 4          | Cage a aiguille        |                                                                                                           |

FIGURE 7.29 – Vue éclatée du montage d'essais en cisaillement

### 7.2.4 Mode opératoire des essais de cisaillement de l'interface

Les essais de cisaillement permettent de déterminer empiriquement la loi de comportement (force en fonction du déplacement) du rainurage lors du glissement d'une pièce vis-à-vis de l'autre. La fonction de cet assemblage est de limiter ce glissement. La première étape consiste à créer quatre échantillons d'éprouvettes semblables en propriétés géométriques et mécaniques. À cet effet, les propriétés pouvant être mesurées à priori de l'essai destructif servent à trier les éprouvettes en échantillons semblables permettant une comparaison plus pertinente des propriétés ne pouvant être mesurées qu'a posteriori. En effet, sans connaître à l'avance les corrélations entre des propriétés comme la densité ou le module d'élasticité sur le comportement de l'assemblage, une comparaison objectif des performances des rainures d'un pas de 2.5 et 5mm ne peut être menée que sur des populations semblables d'échantillons. Ce type de tri a été difficilement réalisable au vu de la quantité de bois à disposition et du bois nécessaire à sa concrétisation.

Une attention toute particulière a été portée pour que les deux parties d'une éprouvette aient une masse volumique voisine. Ce choix se justifie par la nécessité de connaître, dans un premier temps, le comportement de l'assemblage entre pièces homogènes avant de pouvoir quantifier la perte ou le gain d'avoir des éprouvettes hétérogènes.

Les propriétés difficilement quantifiables sont considérées comme suffisamment réparties aléatoirement au sein des quatre populations d'échantillons pour que leur influence n'avantage ou ne désavantage aucun groupe d'échantillon. Ces propriétés sont par exemple la taille des cernes d'accroissement ou sur le type de débit (dosse, quartier ou faux-quartier), qui, de plus, varient à l'intérieur même d'une éprouvette.

Il y a trois possibilités (cf. figure 7.30) pour assembler deux pièces rainurées selon le fil du bois. Seuls les cas d'assemblages entre deux pièces rainurées perpendiculairement au sens du fil (cf. figure 7.30b) et l'assemblage entre une pièce rainurée dans le sens du fil et l'autre transversalement (cf. figure 7.30c) pourront être étudiés. À l'heure actuelle, les outils disponibles ne sont pas adaptés à l'usinage de bois résineux dans le sens transverse du fil du bois sans usinage préalable dans le sens du fil. Cette contrainte entraîne que la surface usinée soit formée de dents pyramidales (base carrée), en conséquence, le maintien en contact des dents d'une pièce sur l'autre devient délicat. En effet, dans ce cas de figure, les dents ne peuvent transmettre des efforts que si elles sont parfaitement alignées.

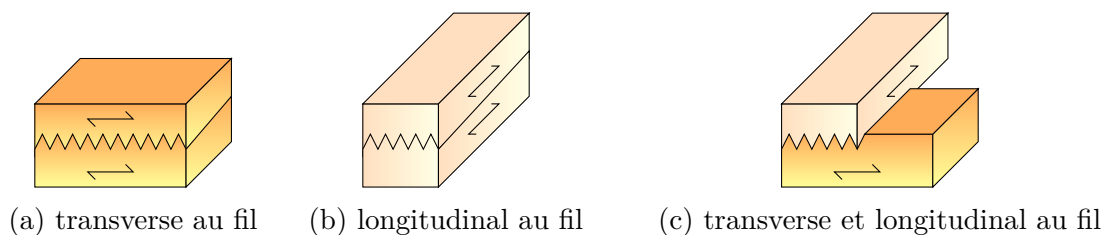


FIGURE 7.30 – Les différentes possibilités d'assembler deux pièces de bois rainurées par rapport au fil du bois

Quatre types d'échantillons sont alors retenus, correspondant aux combinaisons possibles d'assemblage usinables (une pièce rainurée longitudinalement et l'autre transversalement ou les deux pièces rainurées longitudinalement) et aux deux pas sélectionnés (2.5 ou 5mm). Les échantillons sont nommés avec le préfixe *C* comme croisé, respectivement *P* comme parallèle, lorsqu'une pièce est rainurée dans le sens du fil et l'autre perpendiculairement au sens du fil, respectivement les deux pièces sont rainurées dans le sens du fil du bois. La lettre est suivie du chiffre « 5 » lorsque les rainures ont un pas de 5mm ou de « 2 » lorsque le pas est de 2.5mm. Par exemple, l'éprouvette nommée *C2 – 02* est de type croisé (un rainurage dans le sens du fil et l'autre perpendiculairement), a un pas de 2.5mm, et correspond à la deuxième éprouvette de la série.

### Fabrication et tri des éprouvettes

Les éprouvettes sont usinées pour correspondre aux dimensions données par les figures 7.31 et 7.32 . Les dimensions ont été choisies de telle sorte qu'en fond de rainure il reste encore 20mm d'épaisseur de bois, valeur identique aux essais de cisaillement de tourillons thermosoudés. La largeur est de 100mm, ce qui est plus élevée que celle des planches ayant servies à la fabrication de poutres ajourées durant la thèse de L. Resch [Res09], due à la nécessité de garder des pinces convenables pour les connecteurs. La longueur est de 130mm, mais seulement 100mm serviront, correspondant au recouvrement des deux pièces l'une sur l'autre. La largeur des éprouvettes usinées longitudinalement et transversalement est identique, cela a pour but de simplifier la fabrication des pièces en permettant d'avoir des phases d'usinage communes pour la réalisation de ces deux types d'éprouvettes.

Ainsi, 19 planches de  $150 \times 32 \times 5000mm$  classées *C24* ont été utilisées. Après des opérations de délignage et de rabotage, les planches sont ramenées à une section nette de  $120 \times 24mm$ .

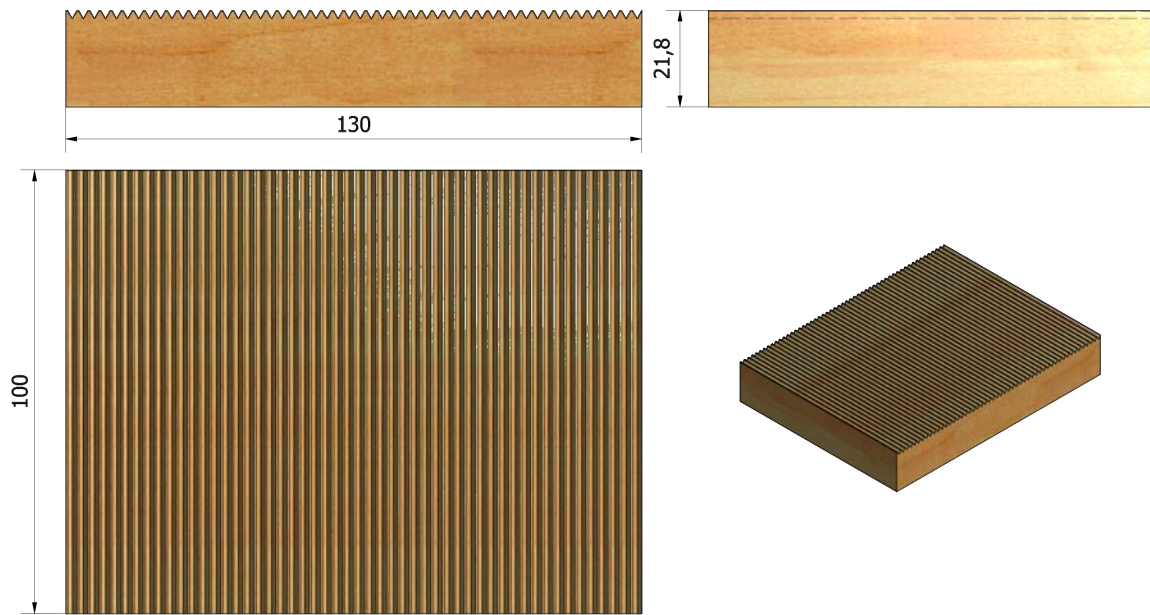


FIGURE 7.31 – Plan des éprouvettes matricées avec un pas de 2.5mm

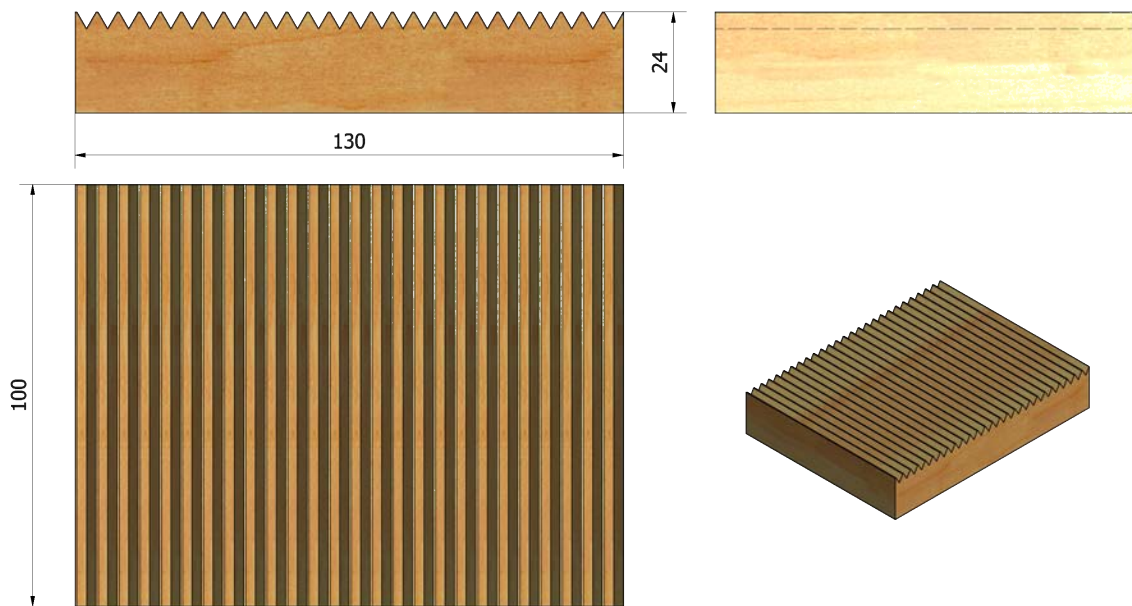


FIGURE 7.32 – Plan des éprouvettes matricées avec un pas de 5mm

Le module d'élasticité des planches est mesuré par méthode vibratoire via la relation (7.39), en estimant par un accéléromètre la fréquence propre de chaque planche.

$$E = \frac{4 \cdot f_1^2 \cdot \ell^4 \cdot m}{\pi \cdot I} \quad (7.39)$$

Avec :

|                                        |             |
|----------------------------------------|-------------|
| $E$ : module d'élasticité longitudinal | $MPa$       |
| $f_1$ : fréquence fondamentale         | $Hz$        |
| $\ell$ : longueur entre appuis         | $mm$        |
| $m$ : masse linéaire                   | $kg.m^{-1}$ |
| $I$ : Inertie                          | $mm^4$      |

La méthodologie suivie est analogue à celle adoptée lors des essais sur les planches des poutres tourillonnée (section 4.2.2, page 69), la différence étant qu'un seul accéléromètre a été utilisé (cf. figure 7.33) dès lors qu'il s'est avéré que le second accéléromètre donnait exactement le même résultat que le premier.

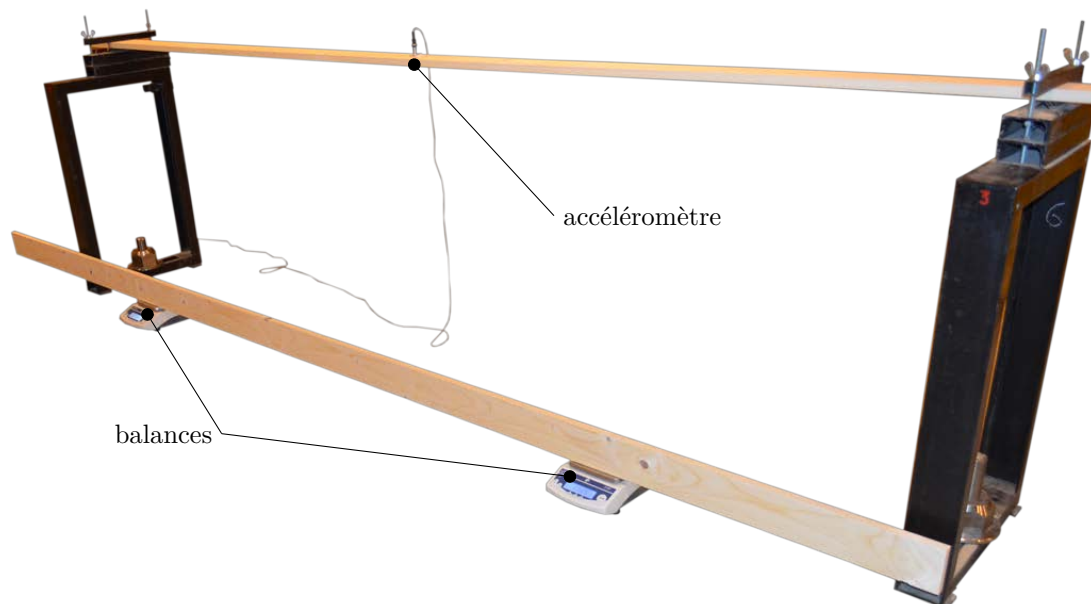


FIGURE 7.33 – Appareillages de mesure pour la masse volumique et le module d'élasticité longitudinal

L'erreur de mesure moyenne, calcul détaillé en annexe E.1, est de l'ordre de :

$$\begin{aligned}\Delta E &= 0.057 \times 11000 \\ &= 630 \text{ MPa}\end{aligned}\tag{7.40}$$

L'erreur de mesure est élevée, provenant de la vitesse d'échantillonnage du signal qui a été fixée à une valeur trop faible. Pour améliorer la précision de la mesure, une solution aurait été d'augmenter par 4 au minimum la vitesse d'échantillonnage pour obtenir une précision d'au moins 112 MPa. Une autre solution aurait été de tester les planches sur la tranche, mais alors il devient moins évident de négliger la déformation due aux efforts de cisaillement.



Au vu de l'erreur sur le module, les planches sont triées préférentiellement par masse volumique. Les planches usinées sont ainsi réparties en quatre groupes de masses volumiques proches, afin qu'après usinage des rainures, la probabilité de garder des populations de masse volumique semblable soit plus élevée que si les planches avaient été réparties au hasard. Les propriétés des quatre planches de chaque groupe d'échantillon sont données dans le tableau 7.1a pour les rainures d'un pas de  $2mm$  et dans le tableau 7.1b pour celui de  $5mm$ .

TABLE 7.1 – Modules d'élasticité et masses volumiques des planches pour la fabrication des échantillons de cisaillement

(a) Pas de  $2mm$

| Pièce n°   | Rainure longitudinale   |                      | Rainure transversale    |                      |
|------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|
|            | Masse                   | Module               | Masse                   | Module               |
|            | vol.<br>( $kg.m^{-3}$ ) | d'élas.<br>( $MPa$ ) | vol.<br>( $kg.m^{-3}$ ) | d'élas.<br>( $MPa$ ) |
| 1          | 309                     | 10474                | 316                     | 11633                |
| 2          | 328                     | 12077                | 321                     | 10006                |
| 3          | 335                     | 10417                | 410                     | 11691                |
| 4          | 344                     | 11992                | 464                     | 12054                |
| Moyenne    | 329                     | 11240                | 378                     | 11346                |
| Écart-type | 13                      | 796                  | 62                      | 790                  |
| COV (%)    | 3.90                    | 7.08                 | 16.48                   | 6.96                 |

(b) Pas de  $5mm$

| Pièce n°   | Rainure longitudinale   |                      | Rainure transversale    |                      |
|------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|
|            | Masse                   | Module               | Masse                   | Module               |
|            | vol.<br>( $kg.m^{-3}$ ) | d'élas.<br>( $MPa$ ) | vol.<br>( $kg.m^{-3}$ ) | d'élas.<br>( $MPa$ ) |
| 1          | 333                     | 10380                | 318                     | 10785                |
| 2          | 342                     | 11588                | 358                     | 11139                |
| 3          | 344                     | 11996                | 359                     | 13191                |
| 4          | 355                     | 11060                | 386                     | 10343                |
| Moyenne    | 344                     | 11256                | 355                     | 11365                |
| Écart-type | 8                       | 605                  | 24                      | 1091                 |
| COV (%)    | 2.27                    | 5.38                 | 6.81                    | 9.60                 |

Une fois le tri effectué, les pièces sont rainurées à l'aide du robot dans le sens longitudinal et une partie dans le sens transversal. Après ces opérations, les pièces sont découpées à longueur afin d'obtenir les dimensions finales de l'éprouvette.

Il semblerait plus judicieux de trier les pièces après leur mise en longueur, mais le problème qui se pose est le maintien des pièces lors de l'usinage sur le robot. Il est difficile de garantir la juste direction des rainures sur de petites éprouvettes, alors que sur une planche venant d'être usinée, le problème ne se pose plus.

Les éprouvettes ont été pesées à nouveau pour en déduire leur masse volumique finale afin de pouvoir grouper les échantillons deux par deux avec une masse volumique proche.

Des mesures préliminaires sur deux éprouvettes de cisaillement de chaque type, servant initialement à estimer les valeurs à rupture, un problème au niveau de l'appui des échantillons a été décelé pour le rainurage transverse au fil du bois. Les déplacements au niveau des appuis étaient plus importants que celui au niveau de l'assemblage, étant dû au module d'élasticité transversal faible comparé à celui longitudinal. Afin de mesurer uniquement le comportement de l'assemblage sans être parasitées par les déformations à l'appui, les planches utilisées pour les éprouvettes travaillant en compression transversale ont été usinées à nouveau pour ne garder que les rainures et quelques millimètres de bois. Après avoir été tronçonnés à longueur puis pesés, les échantillons ont alors été recollés sur une pièce de bois travaillant dans le sens longitudinal (cf. figure 7.34).

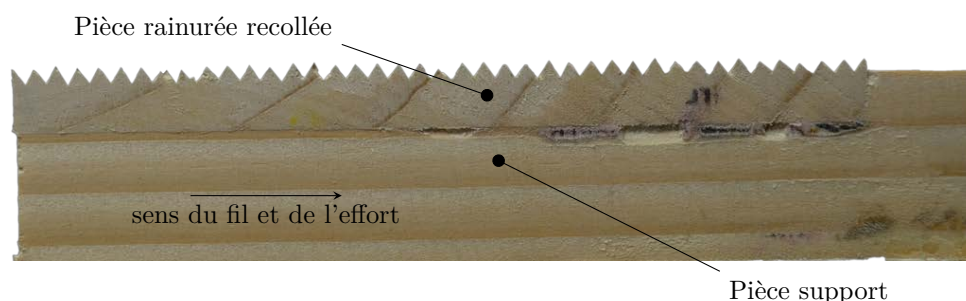


FIGURE 7.34 – Exemple de pièce rainurée longitudinalement recollée sur une pièce support

L'appareillage des pièces servant à constituer l'éprouvette de cisaillement est présenté en annexe dans les tableaux F.1 à F.4 (page 264 à 267). La distribution des masses volumiques des éprouvettes de chaque type est présentée en figure 7.35. Pour chaque configuration, la distribution de chaque pièce à assembler est représentée (nommée « Pièce 1 » et « Pièce 2 »). Il est à remarquer que la similitude des masses volumiques est très bien respectée par type d'assemblage, mais bien moins lorsque les distributions entre configurations sont comparées. Dans le cas où une corrélation existerait entre masse volumique et résistance en cisaillement ou raideur de déplacement, une attention particulière sera à porter sur la comparaison entre les différentes configurations.

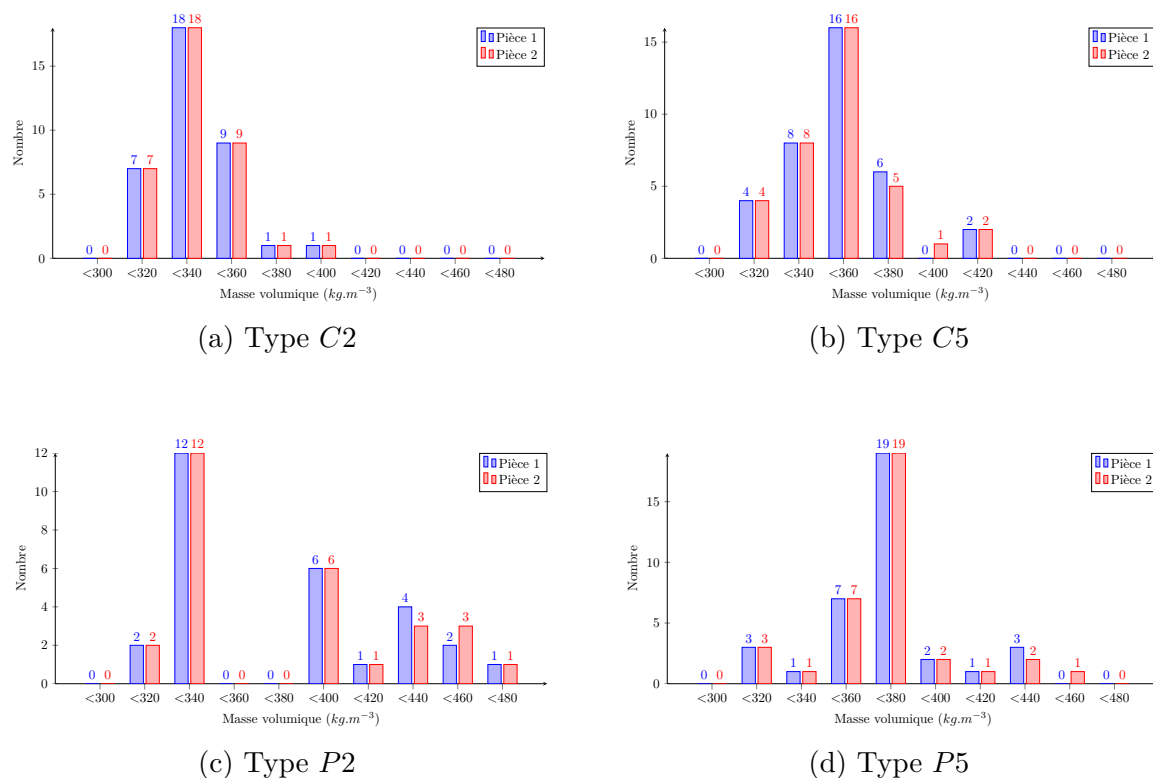


FIGURE 7.35 – Distribution de la masse volumique par types d'échantillons

### 7.2.5 Équipements de mesures

Un montage d'essais a été conçu afin de pouvoir mesurer l'influence de la pression de maintien sur l'assemblage (cf. figure 7.29 et description précédente).

L'effort de cisaillement est mesuré via la cellule de charge de la machine universelle d'essais de compression Instron dont la précision est de  $50N$ . Le déplacement est mesuré via la camera VDM [Vid99] (précision de  $0.03mm$ ), pour cela 9 cibles sont positionnées sur l'éprouvette et le montage, conformément à la figure 7.36.

Les 4 cibles de l'éprouvette (2 sur chaque partie) permettent de mesurer le déplacement relatif d'un élément de l'assemblage par rapport à l'autre. Ainsi, en se plaçant dans le repère d'une pièce, l'écartement et le déplacement de l'autre pièce seront mesurés pour chaque valeur enregistrée d'effort appliqué.

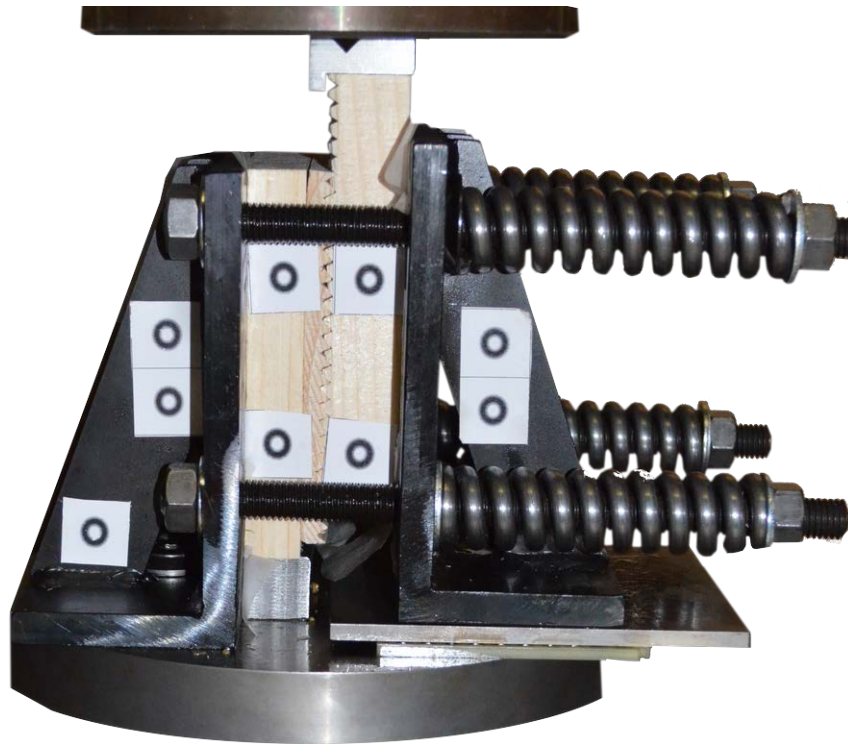


FIGURE 7.36 – Positions des cibles sur le montage de cisaillement

### 7.2.6 Procédure d'essai

Le but des essais est d'évaluer l'influence de la précontrainte de maintien sur la rigidité et la résistance ultime de l'assemblage. Pour ce faire, la valeur de l'effort de rupture est déterminée par 2 essais réalisés préalablement. Ces tests préalables permettent également d'obtenir la zone de comportement linéaire de l'assemblage. Une éprouvette sert à la réalisation de trois essais, où l'effort de précontrainte est augmenté entre les essais ( $0.14\text{ MPa}$ ,  $0.28\text{ MPa}$  et  $0.56\text{ MPa}$ ). Ces valeurs correspondent respectivement à 1, 2 et 4 tours d'écrou de serrage (d'un pas de  $1.75\text{ mm}$ ) provoquant la compression des ressorts. De cette compression résulte un effort ( $1.39$ ,  $2.78$  et  $5.57\text{ kN}$ ), sur la surface verticale projetée de l'assemblage ( $10000\text{ mm}^2$ ).

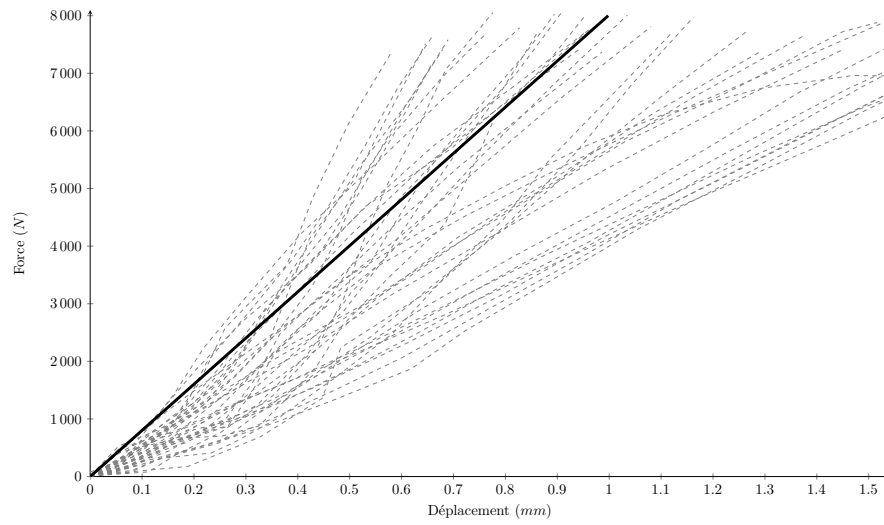
L'éprouvette est mise en place contre l'équerre fixe de maintien, celle mobile est rapprochée jusqu'à être à fleur de la surface de l'éprouvette, puis les écrous sont vissés à la main jusqu'au ressort, en prenant soin de ne pas les comprimer. À ce stade, il est vérifié que l'éprouvette se déplace verticalement librement et sans effort. Enfin, chaque écrou est serré du nombre de tour adéquat.

L'éprouvette est ensuite chargée jusqu'à un effort de  $8\text{ kN}$  pour les deux premières précontraintes et jusqu'à l'effort de ruine pour la troisième. Les essais se sont déroulés en déplacement imposé à la vitesse de  $1.0\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ . Au total, 144 essais de cisaillement ont été réalisés, tous types confondus.

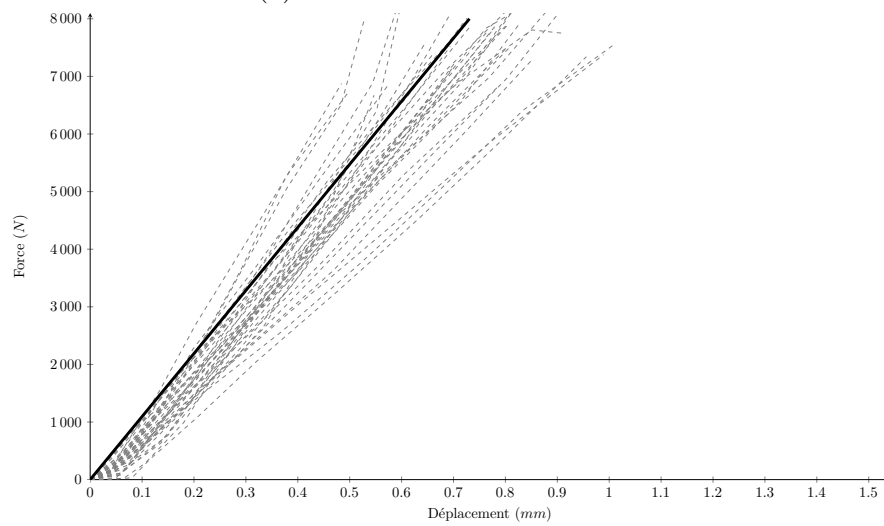
### 7.2.7 Résultats et analyse des essais

Les figures 7.37 (page 139) à 7.41 (143) présentent les courbes expérimentales de comportement entre force et déplacement vertical des différentes éprouvettes (en pointillé). Tous les graphiques ont le même intervalle affiché en déplacement et en effort afin de pouvoir comparer les comportements plus aisément. Les courbes en gras représentent le comportement moyen des éprouvettes sans prise en compte du jeu initial pour les précontraintes de 0.14 et 0.28 *MPa*. Pour la précontrainte de 0.56 *MPa*, la courbe en gras décrit la moyenne des comportements d'assemblage. Dans ce but, chaque courbe d'essais a été échantillonnée tous les 0.04mm jusqu'à rupture de l'éprouvette, cette valeur maximum est gardée pour les points après rupture, puis les valeurs des efforts correspondants ont été additionnées en chacun de ces points. Ces courbes de comportement moyen permettent de mettre en évidence une première phase élastique de l'assemblage. La seconde phase n'a un comportement plastique qu'artificiellement, dû à la méthode d'échantillonnage utilisée. En pratique, la rupture est fragile avec l'apparition de fissure au niveau de la base des dents.

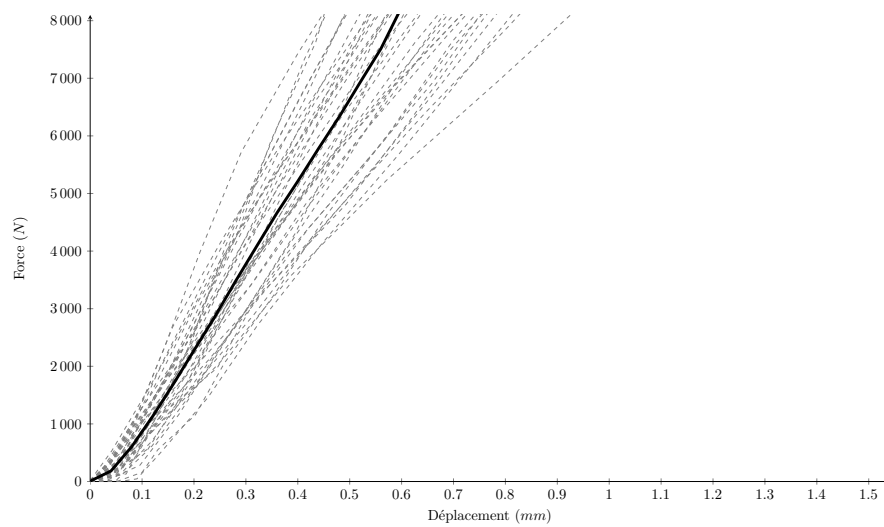
Ces ruptures sont mises en valeur sur la figure 7.43 où les fissures sont cerclées en rouge. La figure ne montre qu'un cas par type, mais ce phénomène se reproduit pour chaque éprouvette de chaque type. Dans la moitié des cas, une perte d'adhérence intervient préalablement cette rupture brutale. La rupture est toujours localisée dans une pièce rainurée longitudinalement. Ce type de pièce travaille en partie en cisaillement roulant, dont la contrainte à rupture est près de 10 fois moins élevée que pour le cisaillement parallèle au fil du bois.



(a) Précontrainte de 0.14 MPa

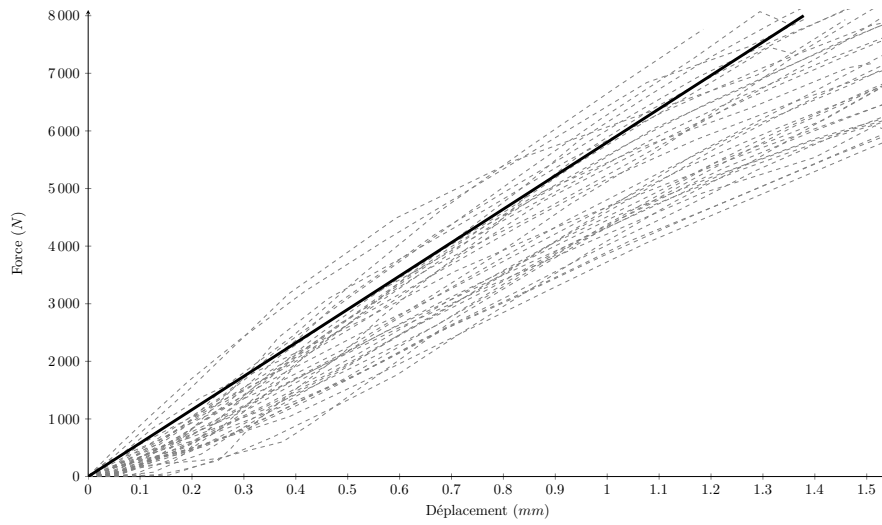


(b) Précontrainte de 0.28 MPa

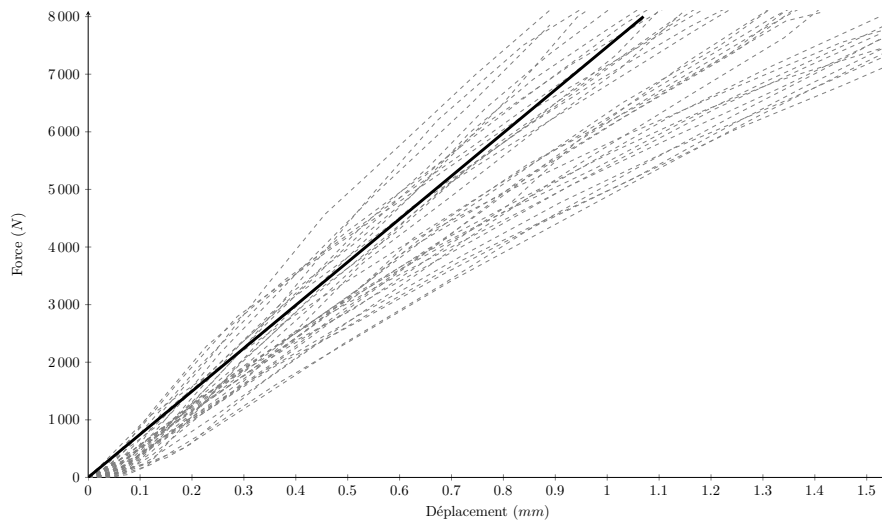


(c) Précontrainte de 0.56 MPa

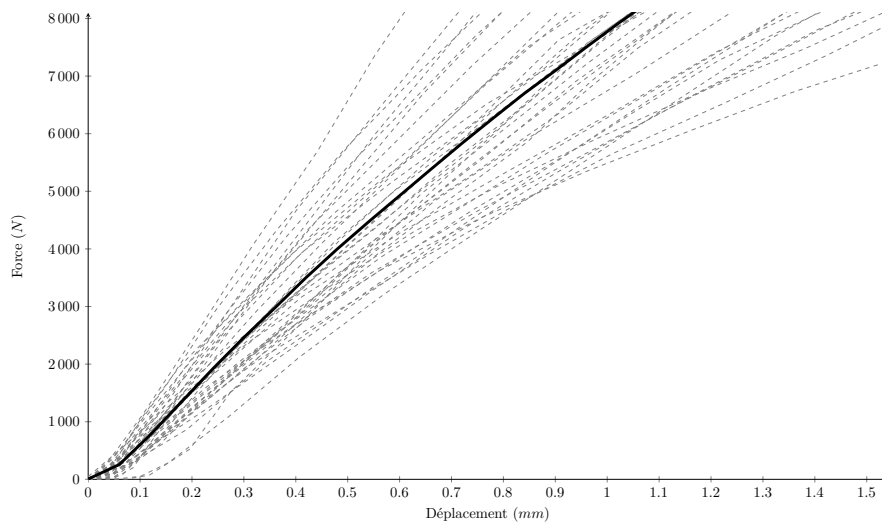
FIGURE 7.37 – Comportement des assemblages croisés de pas 2mm jusqu'à 8kN



(a) Précontrainte de 0.14 MPa

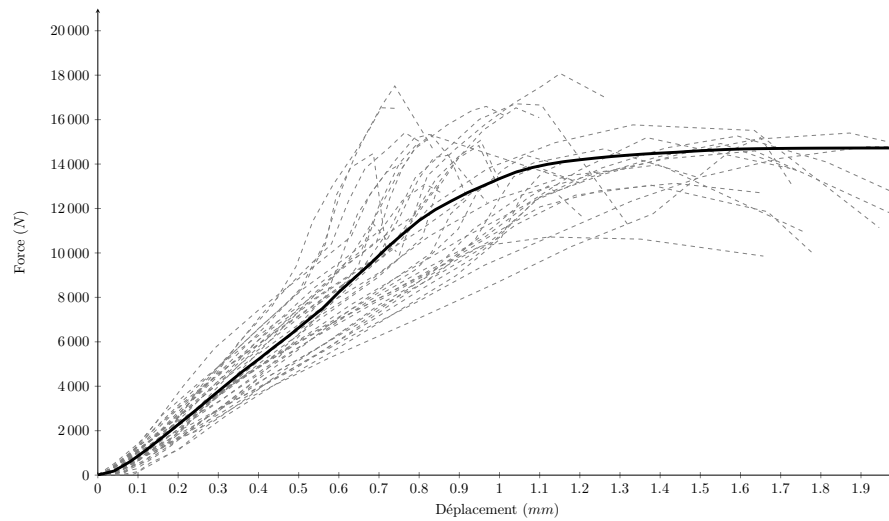


(b) Précontrainte de 0.28 MPa

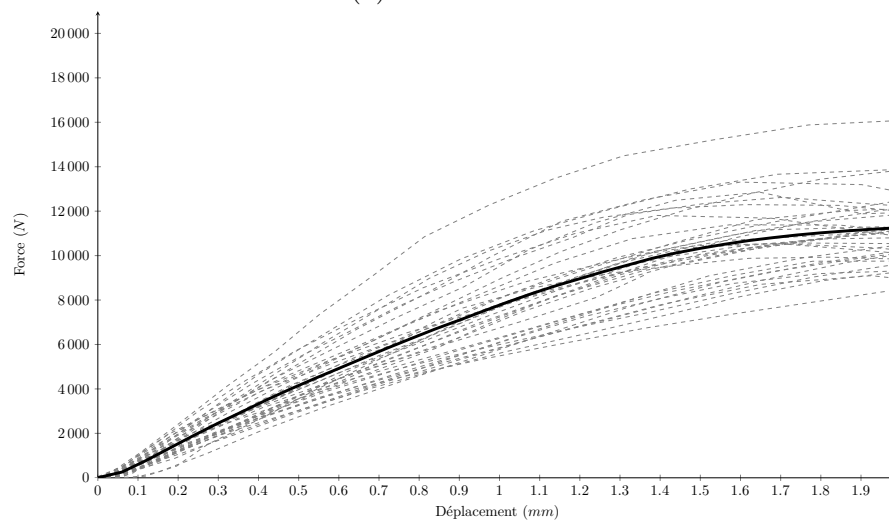


(c) Précontrainte de 0.56 MPa

FIGURE 7.38 – Comportement des assemblages croisés avec un pas de 5mm



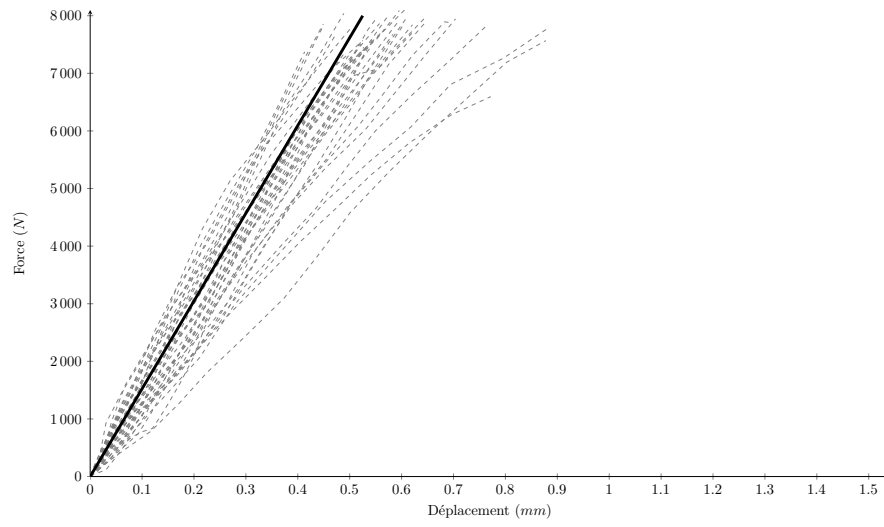
(a) Pas de 2mm



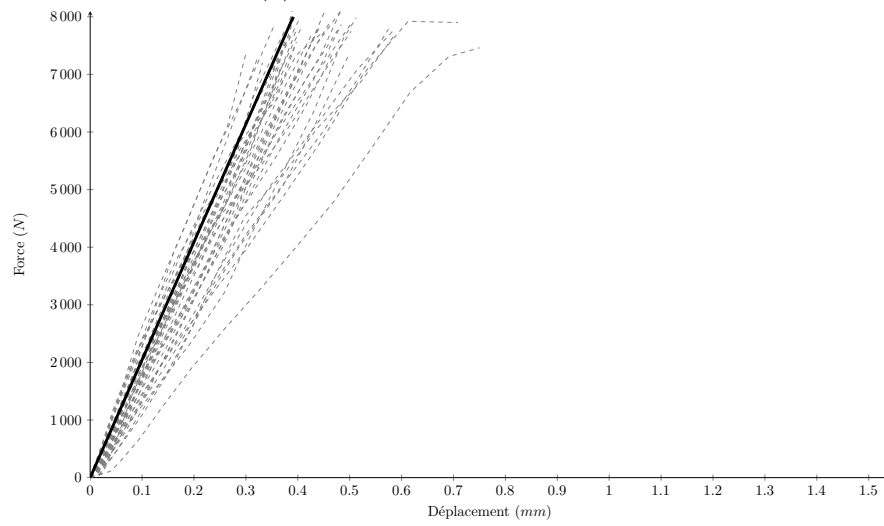
(b) Pas de 5mm

FIGURE 7.39 – Comportement des assemblages croisés avec précontrainte de 0.56 MPa jusqu'à rupture

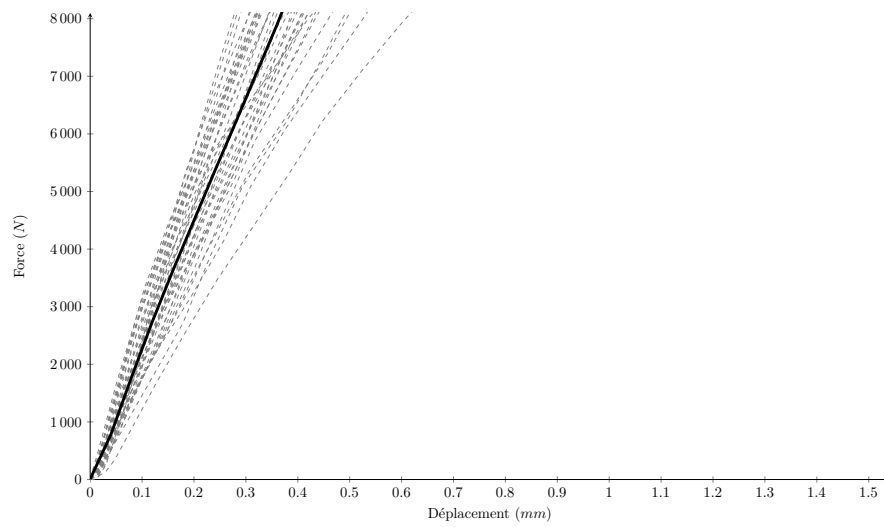




(a) Précontrainte de 0.14 MPa

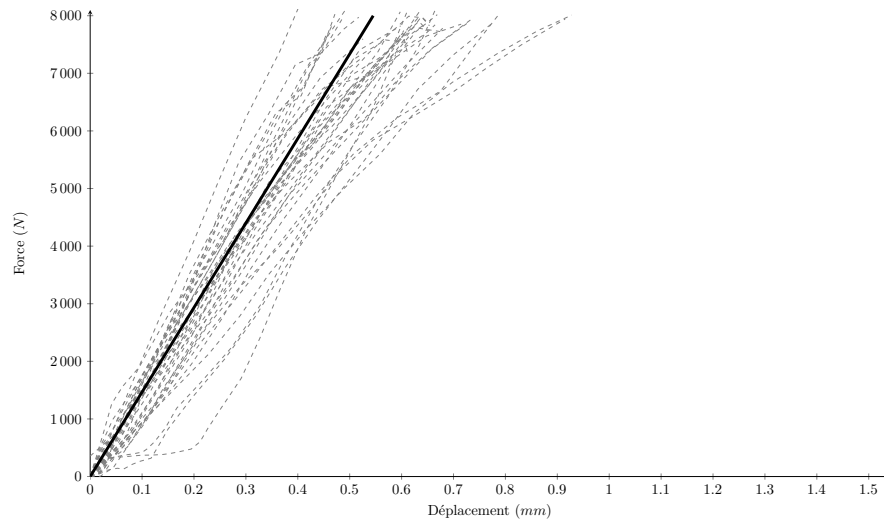
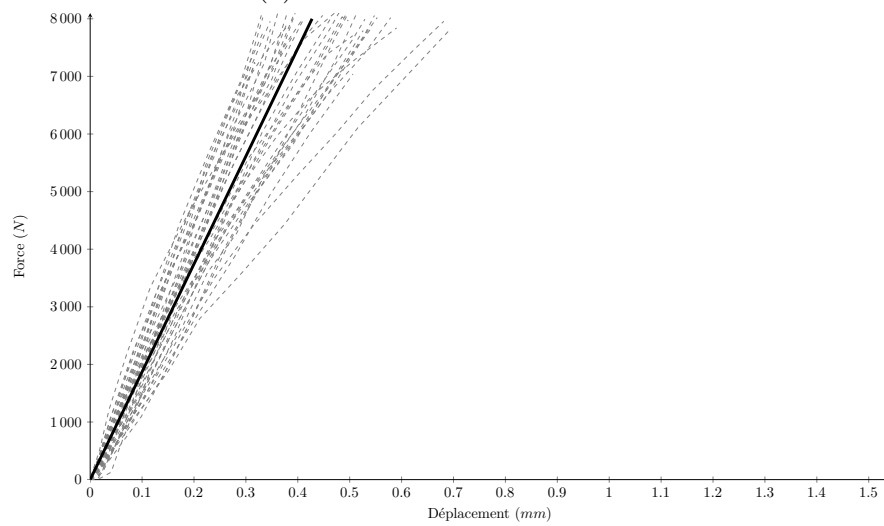
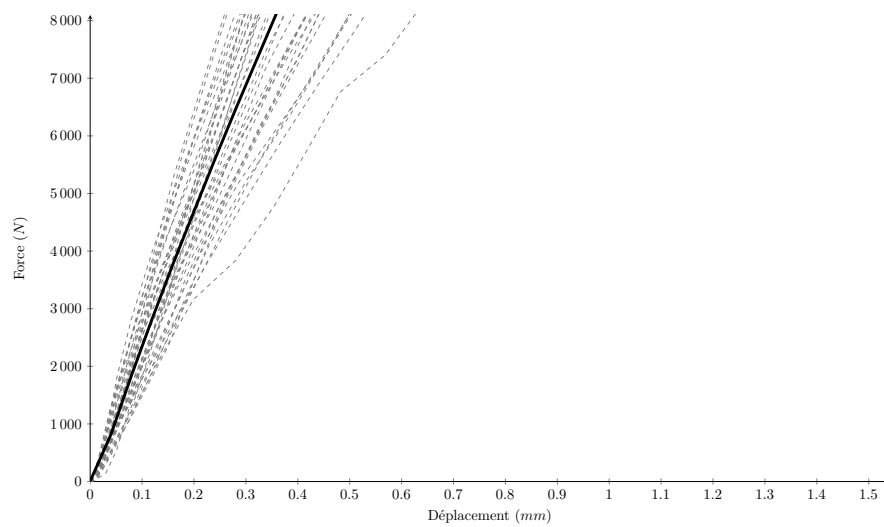


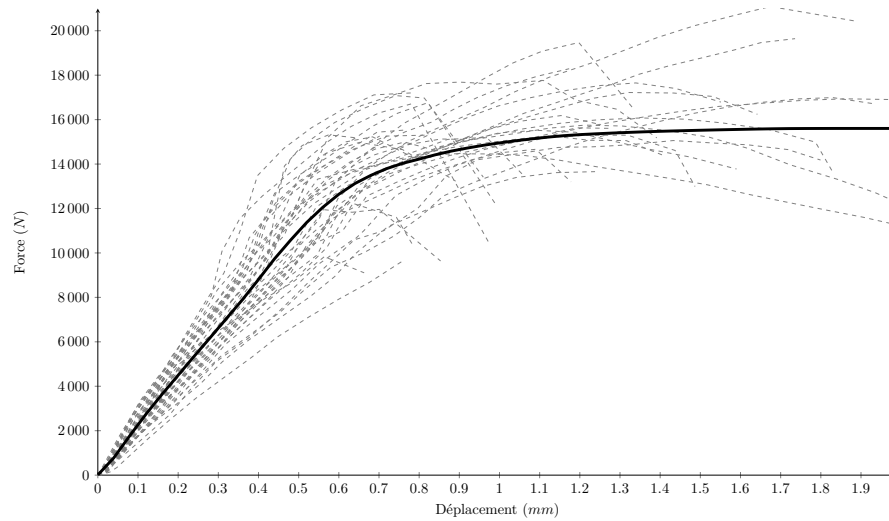
(b) Précontrainte de 0.28 MPa



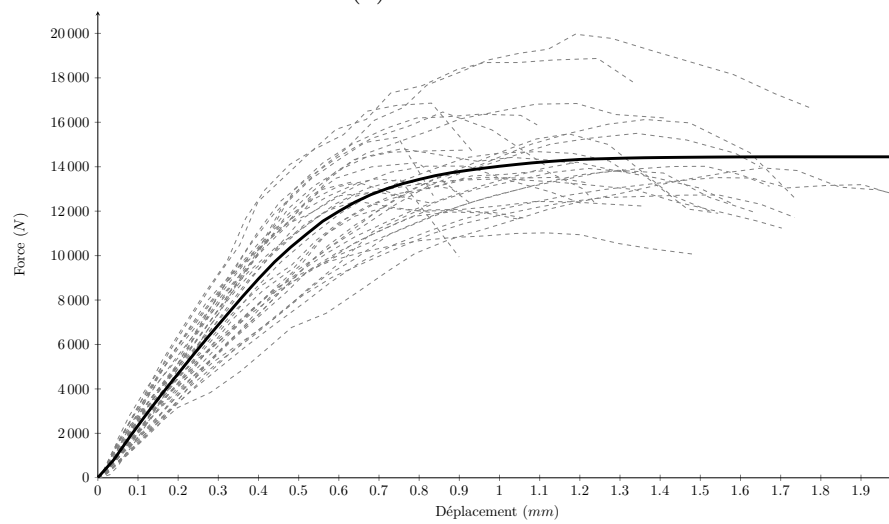
(c) Précontrainte de 0.56 MPa

FIGURE 7.40 – Comportement des assemblages parallèles avec un pas de 2mm

(a) Précontrainte de  $0.14 \text{ MPa}$ (b) Précontrainte de  $0.28 \text{ MPa}$ (c) Précontrainte de  $0.56 \text{ MPa}$ FIGURE 7.41 – Comportement des assemblages parallèles avec un pas de  $5 \text{ mm}$

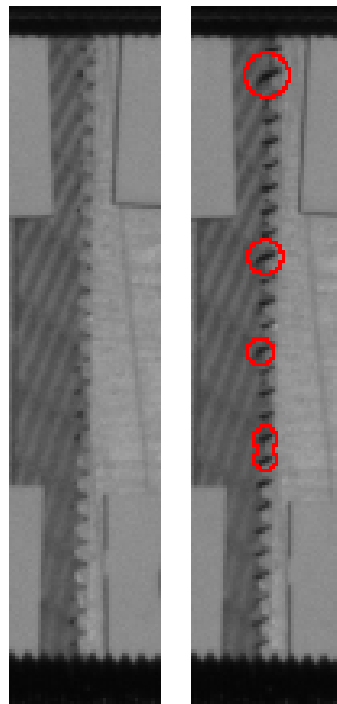


(a) Pas de 2mm

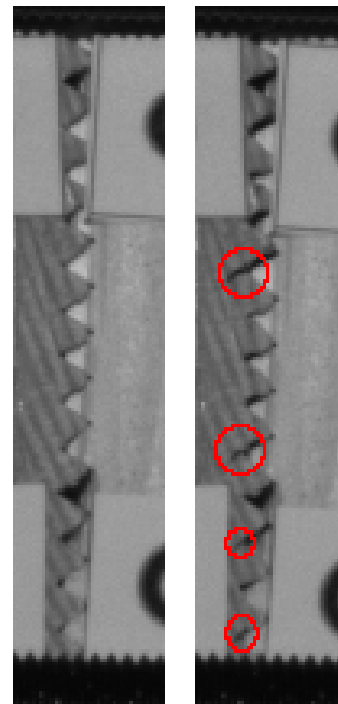


(b) Pas de 5mm

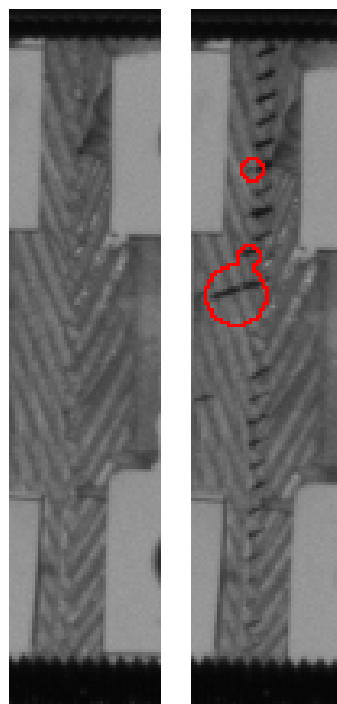
FIGURE 7.42 – Comportement des assemblages parallèles avec précontrainte de 0.56 MPa jusqu'à rupture



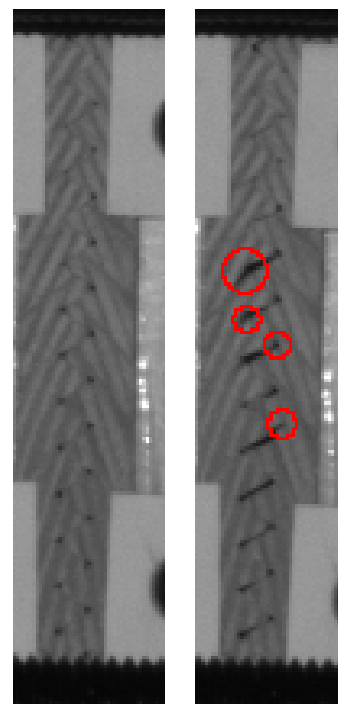
(a) Type C2



(b) Type C5



(c) Type P2



(d) Type P5

FIGURE 7.43 – Images avant (gauche) et après (droite) rupture au niveau de la base des dents (cercles rouges) pour chaque type d'éprouvettes

Les tableaux F.5 page 268 à F.8 page 271 en annexe affichent les mesures de raideurs et de contraintes maximums pour chaque échantillon de chaque type. Le tableau 7.2 présente la synthèse des essais en termes de contrainte à rupture et de raideur. La contrainte à rupture est calculée en considérant l'effort maximum atteint en cours de test et une

surface d'assemblage de  $10000\text{mm}^2$ . La raideur d'assemblage est obtenue en calculant la pente pour les valeurs de force et déplacement à 10% et 40% de la valeur atteinte d'effort maximum lors de l'essai.

TABLE 7.2 – Bilan des caractéristiques mécaniques des essais de cisaillement avec précontraintes initiales

|                             |                            |                                | C2   | C5   | P2   | P5   |
|-----------------------------|----------------------------|--------------------------------|------|------|------|------|
| Contrainte<br>maxi.         | Nombre -                   |                                | 36   | 35   | 36   | 35   |
|                             | $\tau_{max}$<br>(0.56 MPa) | Moyenne MPa                    | 1.47 | 1.16 | 1.58 | 1.44 |
|                             |                            | Écart-type MPa                 | 0.16 | 0.16 | 0.23 | 0.19 |
|                             |                            | COV %                          | 10.8 | 13.7 | 14.9 | 13.2 |
|                             |                            | Caractéristique MPa            | 1.21 | 0.90 | 1.19 | 1.13 |
| Raideur selon précontrainte | $K$<br>(0.14 MPa)          | Moyenne $N.mm^{-1}.mm^{-2}$    | 0.80 | 0.58 | 1.47 | 1.52 |
|                             |                            | Écart-type $N.mm^{-1}.mm^{-2}$ | 0.27 | 0.12 | 0.29 | 0.25 |
|                             |                            | COV %                          | 33.4 | 20.8 | 19.5 | 16.3 |
|                             | $K$<br>(0.28 MPa)          | Moyenne $N.mm^{-1}.mm^{-2}$    | 1.09 | 0.75 | 1.87 | 2.05 |
|                             |                            | Écart-type $N.mm^{-1}.mm^{-2}$ | 0.21 | 0.17 | 0.38 | 0.39 |
|                             |                            | COV %                          | 18.8 | 22.3 | 20.1 | 19.1 |
|                             | $K$<br>(0.56 MPa)          | Moyenne $N.mm^{-1}.mm^{-2}$    | 1.49 | 0.87 | 2.30 | 2.37 |
|                             |                            | Écart-type $N.mm^{-1}.mm^{-2}$ | 0.34 | 0.21 | 0.43 | 0.52 |
|                             |                            | COV %                          | 22.9 | 23.5 | 18.6 | 21.9 |

En complément de ce tableau, la figure 7.44 présente la distribution des raideurs pour chaque type d'éprouvette et chaque précontrainte.

Les moyennes des valeurs de contrainte à rupture varient entre 1.16 et 1.58 MPa. Les rainures d'un pas de 2.5mm permettent d'atteindre une contrainte à rupture de 9.7% supérieure en moyenne à celles d'un pas de 5mm pour les assemblages en parallèle et de 26.7% supérieure pour les assemblages croisés. Selon la norme NF EN 338 [AFN09], la contrainte caractéristique de cisaillement pour du bois de résineux est de 0.4 MPa, soit une valeur moyenne à rupture d'environ 0.53 MPa (en considérant une dispersion de 15%). Ces résultats mettent en évidence que les efforts ne transitent pas exclusivement en cisaillement, mais bien en cisaillement et compression combinés comme escomptés. Ce mode de fonctionnement permet d'accéder à des efforts de 2 à 3 fois supérieures qu'un fonctionnement en cisaillement pur. À titre de comparaison, les essais se situent au niveau de résistance au cisaillement roulant d'un bois lamellé-collé qui est en moyenne de 1.45 MPa (en considérant une dispersion de 10% et une valeur caractéristique de 1.2 MPa) selon la norme NF EN 14080 [AFN13].

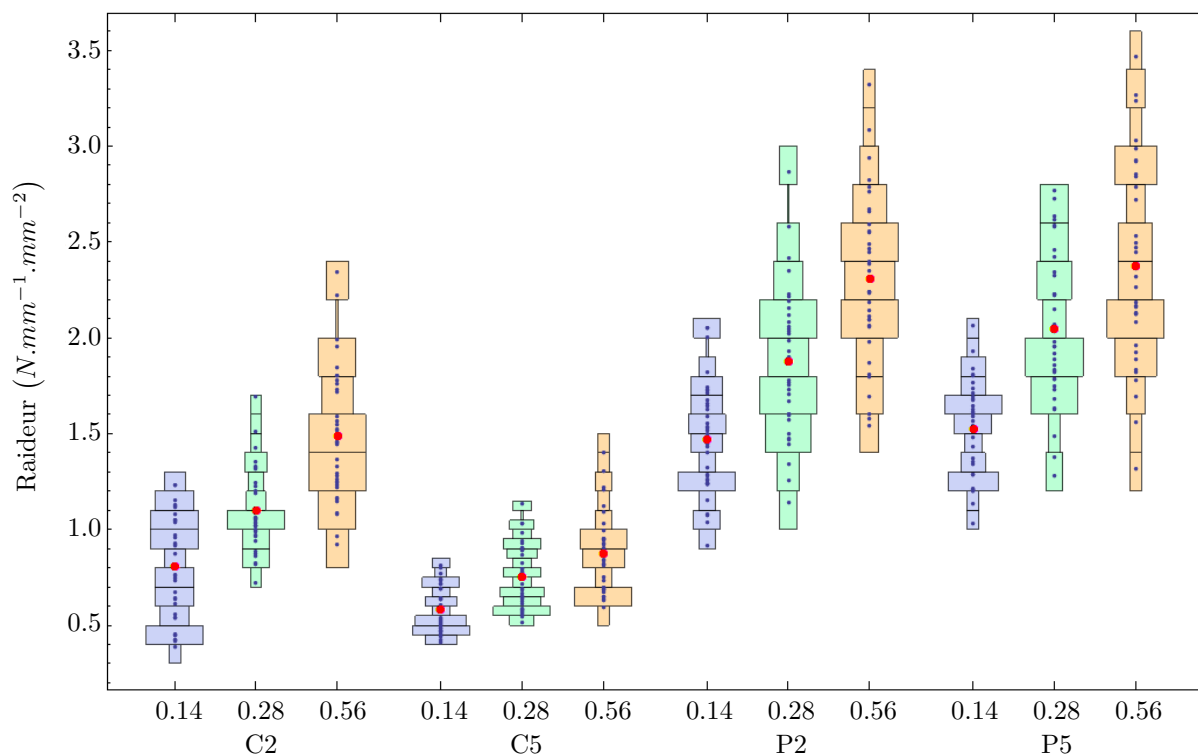


FIGURE 7.44 – Distribution des raideurs mesurées selon le type de rainurage et la précontrainte appliquée (en  $MPa$ )

La raideur d'assemblage augmente avec la précontrainte appliquée, quel que soit le pas de la denture et le sens d'assemblage. Une explication est que la précontrainte permet de garantir le contact des dents d'une pièce avec celles de l'autre pièce qui ont alors tendance à confiner cette dernière, limitant par conséquent son déplacement, lorsque soumis à un effort de cisaillement de l'assemblage. Les rainures d'un pas de  $2.5mm$  ont une raideur de 3.0% à 8.8% inférieure en moyenne à celles d'un pas de  $5mm$  pour les assemblages en parallèle et de 37.9% à 71.3% supérieure pour les assemblages croisés.

À titre de comparaison, il faut au minimum entre 3 et 4 tourillons thermosoudés pour obtenir le même effort à rupture selon le type d'assemblage. Pour une raideur équivalente, il en faut entre 3 et 10 selon la précontrainte appliquée et le type d'assemblage.

Une analyse statistique montre l'existence d'une corrélation de la masse volumique des éprouvettes avec la raideur aux différentes précontraintes et avec la contrainte à rupture. Les matrices de corrélation pour chaque type d'assemblage sont présentées sur les figures 7.45 à 7.48. Ces corrélations entraînent, d'une part, que les différents types d'assemblages sont difficilement comparables entre eux et, d'autre part, qu'il est nécessaire de faire des essais complémentaires pour affiner ces résultats, en augmentant par exemple la plage des masses volumiques testées.

Ces premières campagnes d'essais permettent de révéler des performances des rainures très proches de celles des assemblages collés, sous condition que le maintien soit assuré. Ces résultats sont très prometteurs, il ne reste plus qu'à sélectionner un connecteur adapté pour obtenir un assemblage compétitif.

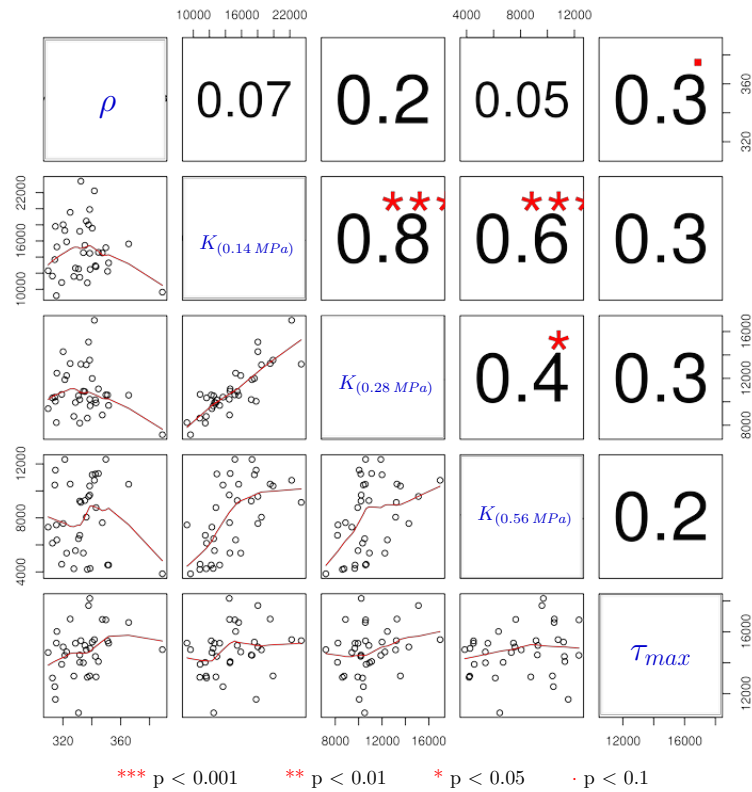


FIGURE 7.45 – Matrice de corrélation pour les éprouvettes de type C2

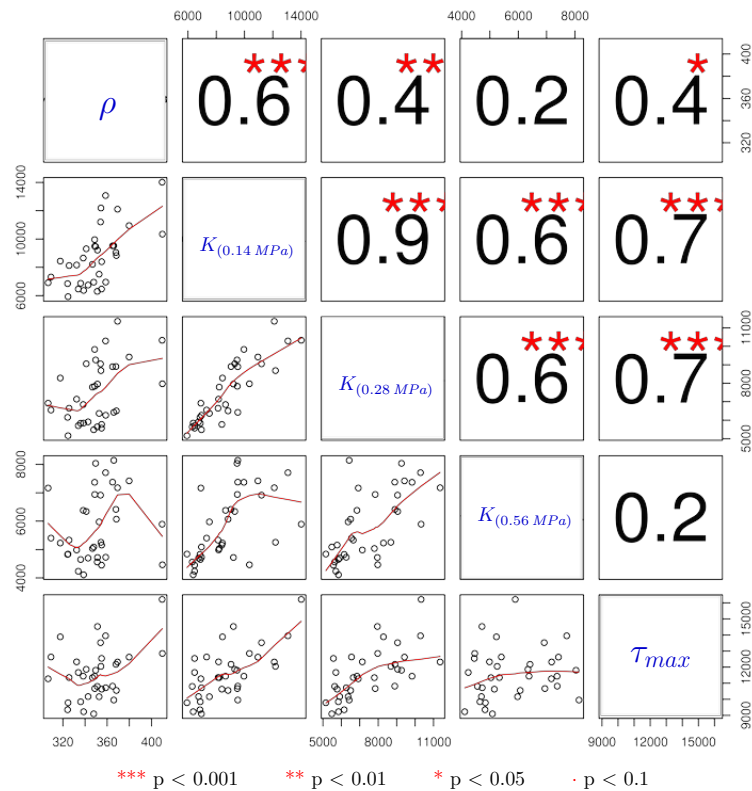


FIGURE 7.46 – Matrice de corrélation pour les éprouvettes de type C5

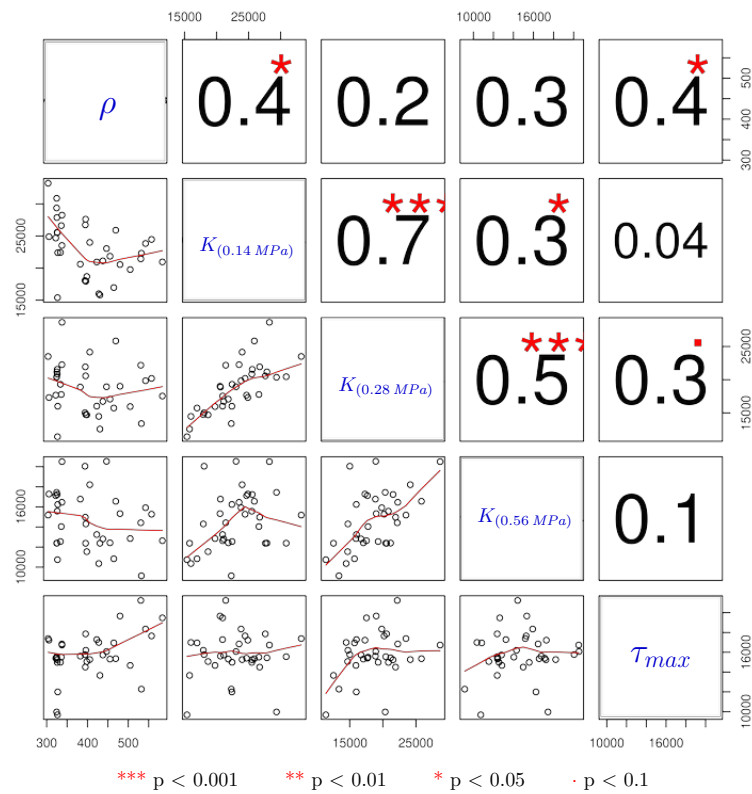


FIGURE 7.47 – Matrice de corrélation pour les éprouvettes de type P2

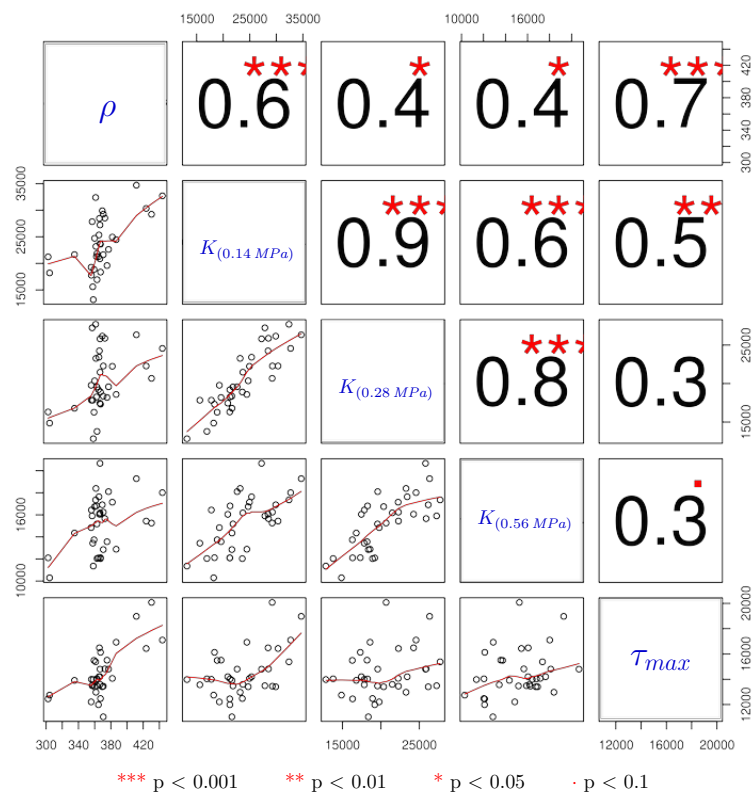


FIGURE 7.48 – Matrice de corrélation pour les éprouvettes de type P5





## Section 8

# Maintien du contact à l'interface

Le maintien est très important pour le fonctionnement d'un assemblage rainuré, c'est ce qui a été mis en avant par les essais précédents. En effet, il permet à la fois de pré contraindre l'assemblage, mais également de garantir le contact des pièces lors de son fonctionnement. Afin de mieux comprendre le comportement de l'assemblage en entier, il est important de connaître le comportement du rainurage seul, mais également du système de maintien. La mesure de son impact sur les performances de l'assemblage est un point essentiel. Mais avant cela, le choix d'un organe de liaison doit être effectué.

### 8.1 Système de maintien

Différents systèmes existent afin de maintenir deux pièces en contact. Les pointes ou les agrafes permettent un assemblage rapide de deux pièces, mais n'autorisent pas la reprise d'efforts axiaux élevés. Les boulons permettent de reprendre de plus grands efforts, mais nécessitent un perçage à travers toute la pièce pour fonctionner. La vis est un bon compromis entre ces deux types d'assembleurs, car un pré perçage n'est pas obligatoirement nécessaire ou lorsqu'il l'est, il n'est pas forcément sur toute hauteur. L'inconvénient des vis est le temps de mise en place avec ou sans pré perçage. Une solution partielle pour remédier à ces problèmes est l'utilisation de vis conique permettant une fixation en seulement quelques tours. Le pré perçage reste néanmoins nécessaire, mais permet une ouverture sur les essences de feuillus qui exigent ce pré perçage. La vis conique est la solution retenue. De surcroit, la fabrication des vis se fera en bois afin d'obtenir un produit fini 100% bois (cf. figure 8.1). .



FIGURE 8.1 – Vis conique bois

## 8.2 Description de la vis conique bois

Le matériau support de l'assemblage étant du bois résineux, il semble judicieux de choisir comme matériau pour la vis un bois dit « dur », c'est à dire avec une densité plus élevée que le support, typiquement du bois de feuillus. La différence de densité entre la vis et son support permet de s'affranchir de la phase de taraudage, permettant ainsi un gain de temps. En effet, la vis en bois dur autorise le taraudage du perçage du support en bois résineux par compression locale.

Les vis sont ainsi fabriquées à partir de cheville en Robinier faux-acacia (*Robinia pseudoacacia*), facilement usinable sur un tour, c'est l'une des essences couramment utilisées avec le chêne (*Quercus*). Des prototypes ont été usinés sur une défonceuse à commande numérique munie d'un quatrième axe afin de valider la faisabilité de ce système.

L'usinage sur la défonceuse a donné de bons résultats en termes d'état de surface des vis, mais le temps d'usinage s'est avéré très élevé avec environ 20 minute par vis. L'usinage du filetage est long à cause du fonctionnement du quatrième axe, en effet, il ne peut pas tourner sur plus de  $720^\circ$ , obligeant à remonter la fraise du filetage, « rembobiner » l'axe puis remettre l'outil en position, ceci tous les deux tours.

Une autre piste a été d'usiner les vis sur un mini-tour à commande numérique (modèle charlyDMC), le prototypage a été mené en collaboration avec le fabricant Charly Robot, mais la qualité finale n'était pas satisfaisante avec un filetage discontinu à cause des conditions de coupe. En effet, la contrainte vient de l'asservissement de la rotation de la broche avec l'avance de l'outil. Pour que l'outil ait une bonne coupe, la vitesse de rotation de la broche doit être à  $4000tr.min^{-1}$ , entraînant une avance de l'outil de l'ordre de  $10m.min^{-1}$ . Cette vitesse d'avance est difficilement atteignable lorsque l'outil est asservi à la vitesse de la broche, car cela demande alors constamment de faire varier la vitesse d'avance et la machine n'est pas adaptée à ces contraintes.



FIGURE 8.2 – Vis usinée sur un mini-tour à commande numérique

La fabrication des vis a été finalement sous-traitée à une entreprise externe (Baudry S.A.). Néanmoins, l'obtention d'un produit fini correct n'a pas été sans difficulté, les vis livrées n'étaient pas toutes conformes (cf. figure 8.3) avec des variations importantes dans un même lot réceptionné.



FIGURE 8.3 – Illustration du problème de fabrication des vis

Le prototypage a permis de dégager quatre types de vis dont la piste semble prometteuse. Tout d'abord, en termes de conicité de la vis, où le choix s'est portée sur un cône de 1 et 2°. Ce choix a été motivé par le fait de conserver la possibilité d'assembler trois pièces de 25mm d'épaisseur avec une seule vis tout en gardant un diamètre minimum de vis de 8mm. Un angle supérieur à 2° entraînerait une vis trop massive engendrant un diamètre initial supérieur à 15mm. Le pas choisi est de 2.0 et 2.5mm permettant d'obtenir deux largeurs différentes de dent. Les plans des vis sont présentés page 153 à 154.

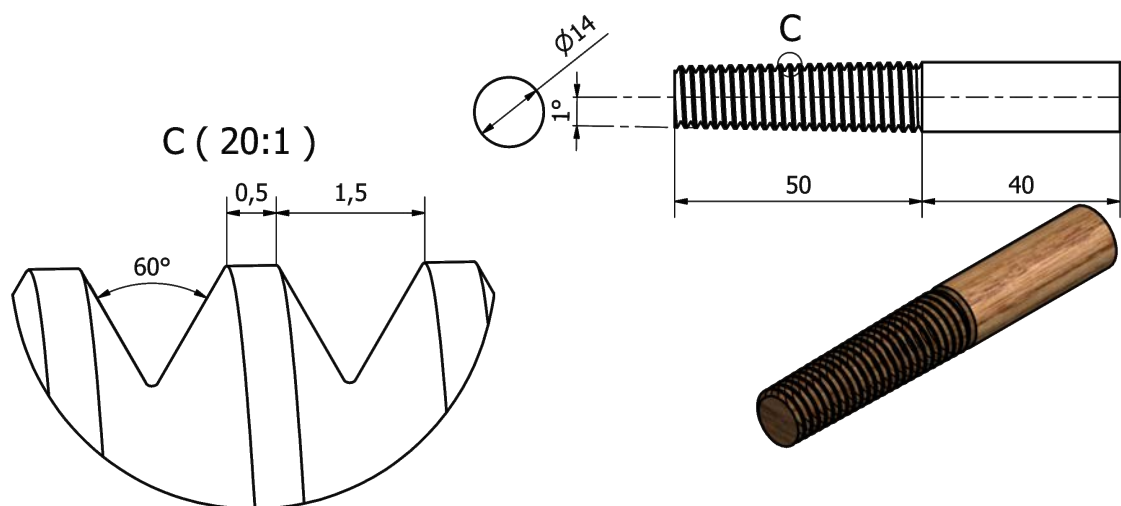


FIGURE 8.4 – Plan de la vis de pas 2.0mm avec une conicité de 1°

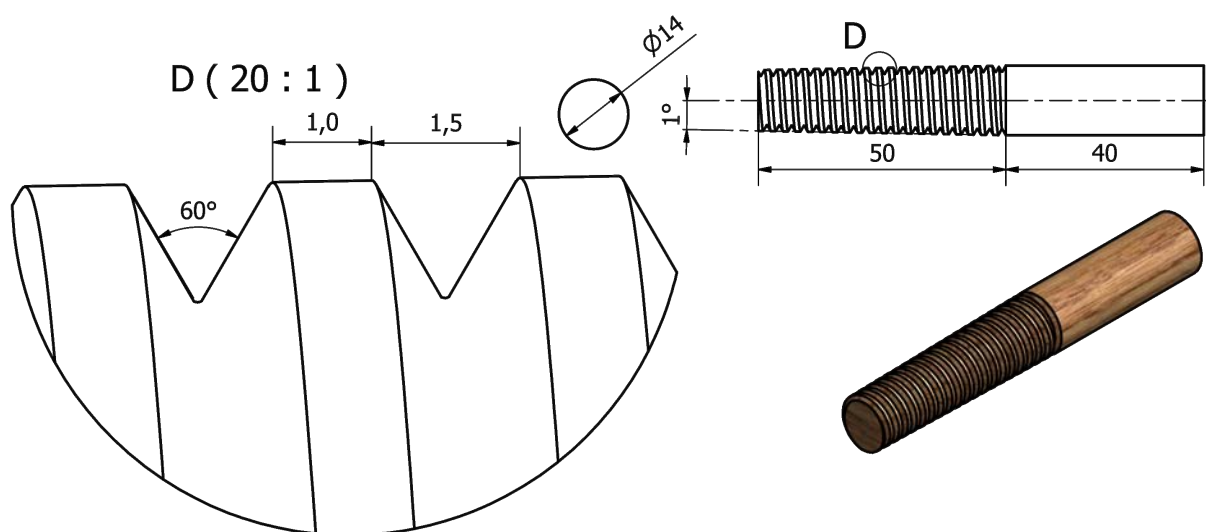


FIGURE 8.5 – Plan de la vis de pas 2.5mm avec une conicité de 1°

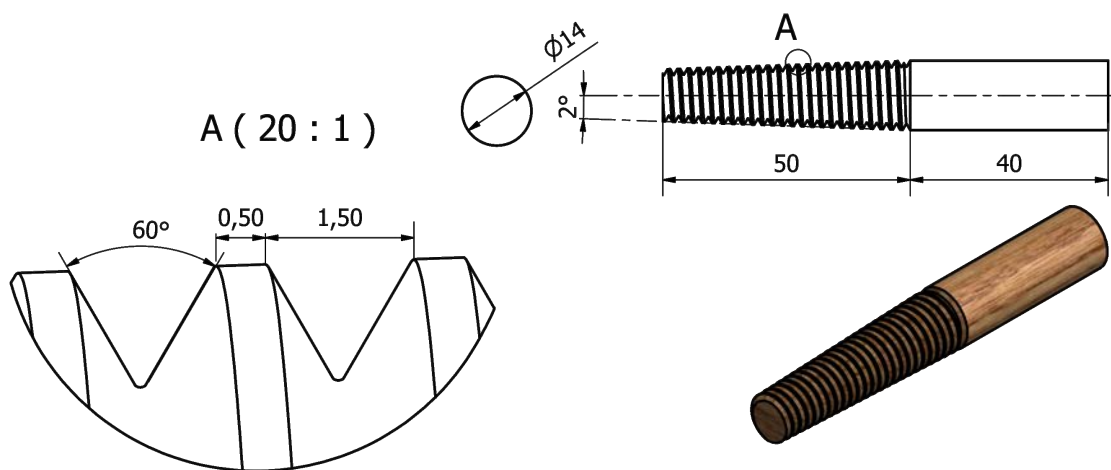


FIGURE 8.6 – Plan de la vis de pas 2.0mm avec une conicité de 2°

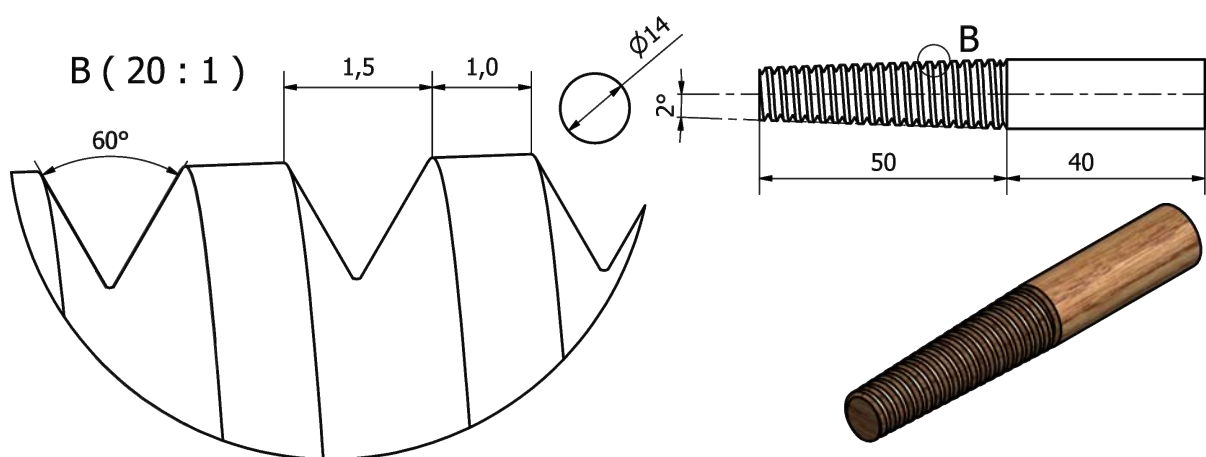


FIGURE 8.7 – Plan de la vis de pas 2.5mm avec une conicité de 2°

## 8.3 Caractérisation mécanique

Les essais d'arrachement sont réalisés pour déterminer la loi de comportement entre force et déplacement des vis en traction afin de pouvoir valider leur performance en termes de maintien. Les vis doivent permettre de reprendre l'effort d'ouverture de l'assemblage et être suffisamment rigides pour que la rupture se produise par cisaillement du bois. Les vis ont pour fonction d'empêcher l'assemblage rainuré vissé de s'ouvrir. En connaissant leurs comportements, on peut ainsi déterminer le nombre optimal de vis par zone d'assemblage.

### 8.3.1 Fabrication des éprouvettes

Des essais prototypes ont été effectuées et ont permis de mettre en évidence les problèmes que pouvait entraîner le support recevant les vis coniques. Lors de ces essais préliminaires, le support bois a rompu en flexion avant la vis (cf. figure 8.8). De ce constat, le sens du fil des éprouvettes a été tourné de  $90^\circ$  afin d'augmenter la rigidité en flexion de l'éprouvette.

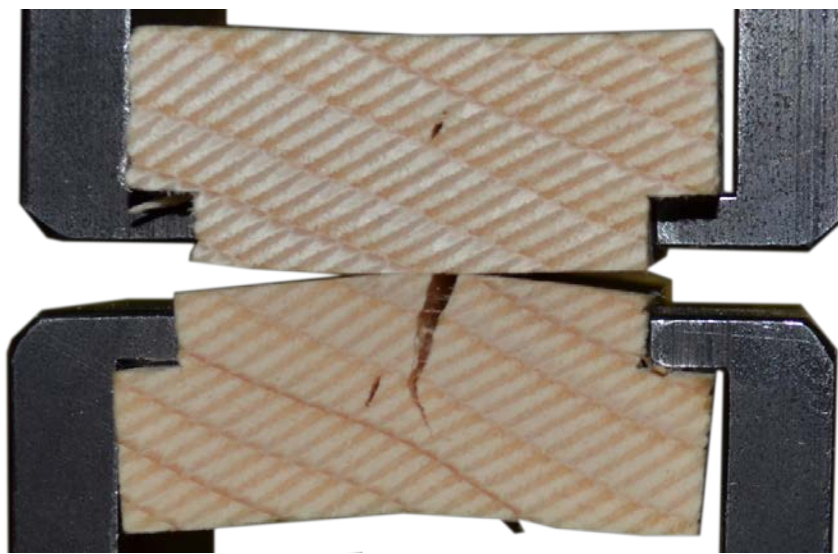


FIGURE 8.8 – Rupture du support des vis lors des essais de prototypage

Les éprouvettes ont été usinées selon les plans présentés en figure 8.9. Les dimensions des éprouvettes sont calquées sur celles utilisées lors de la thèse de L. Resch [Res09], afin de pouvoir comparer la raideur et l'effort à l'arrachement d'un tourillon thermosoudé avec ceux d'une vis conique. Pour ce faire, 4 planches sont utilisées de  $150 \times 32 \times 5000\text{mm}$  qui sont par la suite délignées puis rabotées pour obtenir comme section finale  $70 \times 20\text{mm}$ . Les planches sont tronçonnées tous les  $50\text{mm}$ , puis un montage d'usinage permet la réalisation des rainures de  $6\text{mm}$  de haut par  $6\text{mm}$  de profondeur sur les chants des éprouvettes sur une toupie grâce à un outil à feuillure. Une fois les éprouvettes comportant des nœuds écartées, les 333 pièces restantes sont chacune numérotées en vue d'un tri.

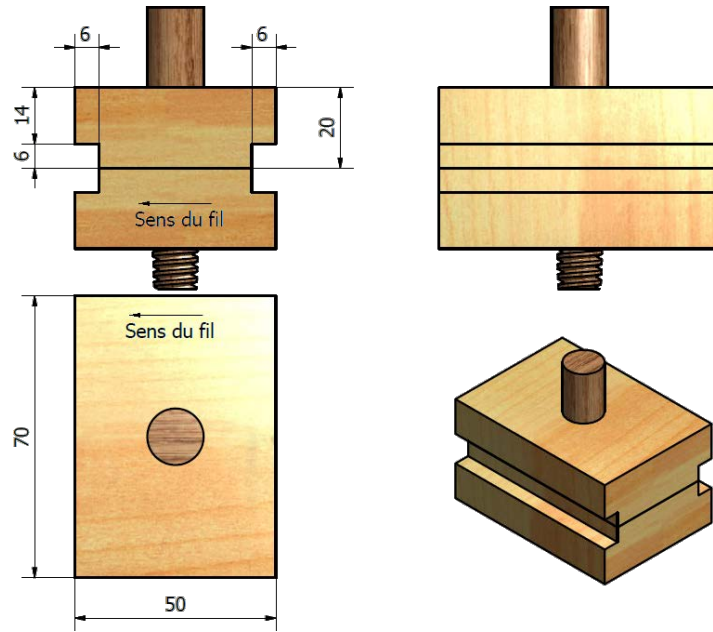


FIGURE 8.9 – Plan des éprouvettes d'essais d'arrachement

Ces pièces sont pesées et leurs dimensions mesurées afin de pouvoir les appareiller 2 à 2 pour constituer une éprouvette, comprenant donc deux parties, homogènes en masse volumique.

La masse volume est mesurée à une précision de :

$$\Delta\rho = 0.37kg.m^{-3} \quad (8.1)$$

La précision de mesure (détaillée en annexe E.2) est grande et permet ainsi un tri très fiable des pièces. Un second tri est réalisé afin d'élaborer 4 populations d'éprouvette de dispersion identique, correspondant aux 4 types à comparer. Les éprouvettes sont nommées selon la conicité et le pas de la vis utilisée, ainsi *C1* désigne une conicité de  $1^\circ$  (*C2* pour  $2^\circ$ ), et *P20* indique un pas de  $2.0mm$  (*P25* pour  $2.5mm$ ).

Chaque éprouvette est percée via la mèche conique de  $1$  ou  $2^\circ$  (voir plan sur figure 8.12). La mise en place des vis se fait via la machine à tourillonner développée lors de la thèse de L. Resch [Res09]. Un montage d'usinage a été spécialement fabriqué afin de permettre la mise en place rapide de l'éprouvette en vue de centrer le perçage. La fabrication se déroule en 3 phases (cf. figure 8.11), la première phase consiste à mettre en place et à maintenir les deux parties de l'éprouvette à l'aide d'un vérin presseur. Le vérin exerce une pression d'environ  $0.2 MPa$  (soit  $2bar$ ) sur l'éprouvette. La seconde phase est la réalisation du perçage conique à une vitesse de broche de  $2000tr.s^{-1}$  et une vitesse de descente de  $50mm.min^{-1}$ . La dernière phase est l'introduction de la vis conique. Les déplacements sont asservis par ordinateur afin que la vitesse de descente ( $2$  ou  $2.5mm.s^{-1}$ ) s'ajuste à la vitesse de rotation de la broche ( $2tr.s^{-1}$ ) pour correspondre au pas de la vis.

Les paramètres de perçage et d'insertion des vis ont été déterminés à l'aide de 6 éprouvettes de chaque type. C'est pour cela que les éprouvettes sont numérotées de 1



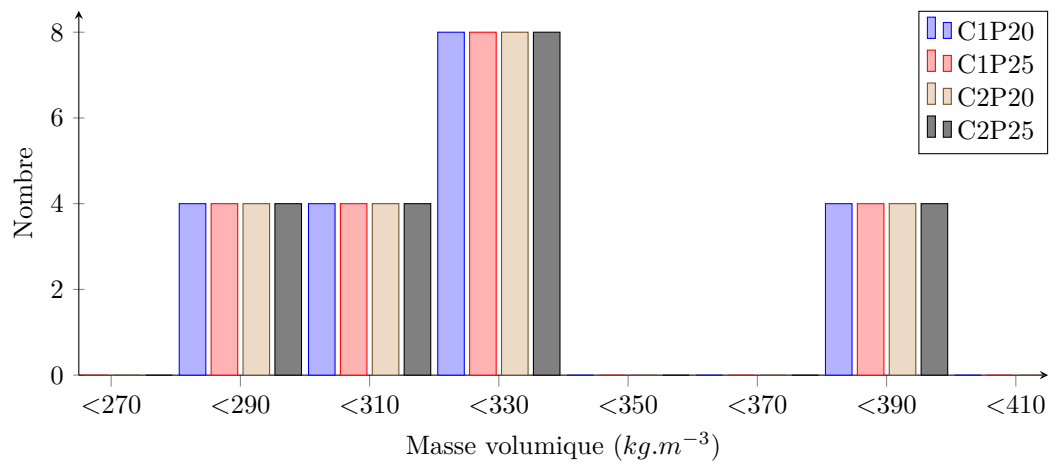


FIGURE 8.10 – Distribution de la moyenne des masses volumiques des éprouvettes par type de vis

à , , 26 mais que les résultats ne portent que sur 20 éprouvettes par type de vis. Les 6 éprouvettes de test ont été sélectionnées dans l'intervalle de masse volumique qui est le plus représentée.

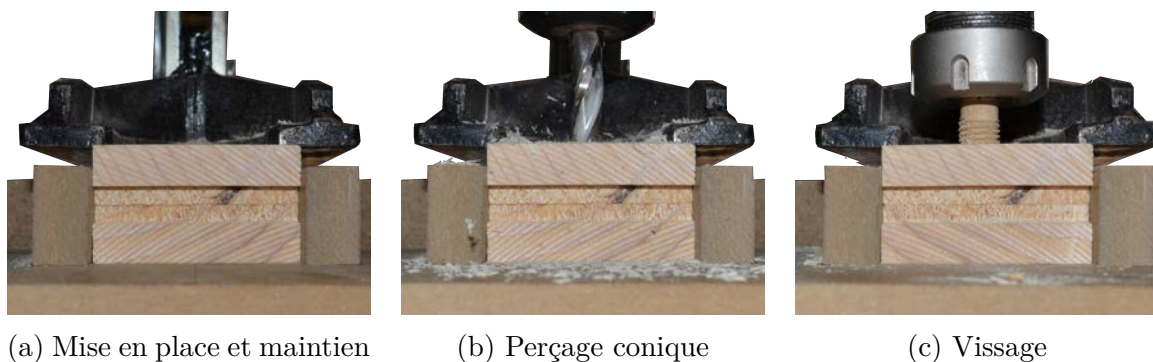


FIGURE 8.11 – Phases de réalisation de l'éprouvette de test à l'arrachement des vis coniques

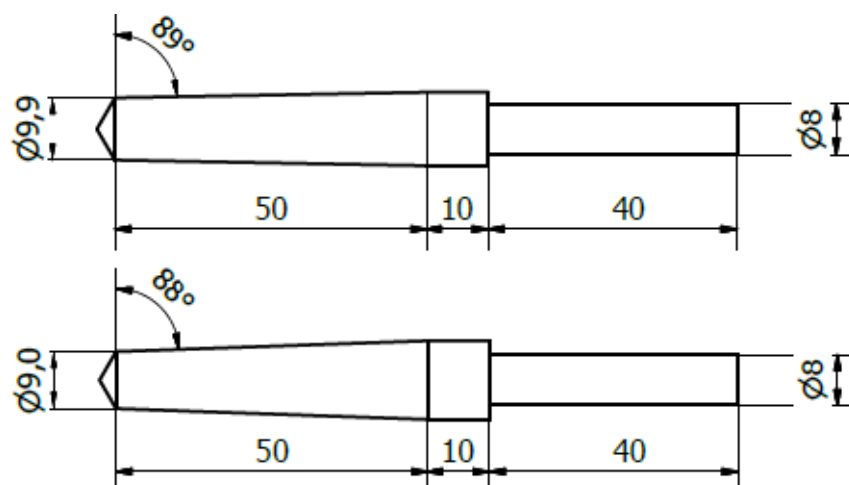


FIGURE 8.12 – Mèches coniques servant aux perçages pour l'introduction des vis



### 8.3.2 Mise en place des équipements de mesures

Les éprouvettes sont glissées entre deux pinces servant à appliquer l'effort de traction dans l'assemblage (cf. figure 8.13). La force est mesurée via la cellule de charge de l'Instron. Le déplacement est mesuré via la camera VDM, pour cela 4 cibles sont positionnées sur l'échantillon (2 sur la partie haute et 2 sur la partie basse de l'éprouvette), conformément à la figure 8.13.

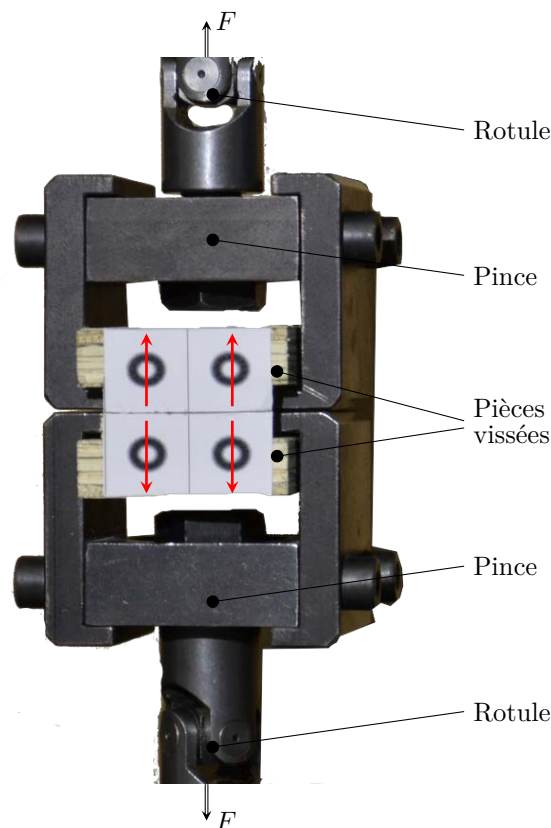


FIGURE 8.13 – Dispositif expérimental pour les essais d'arrachement des vis

## 8.4 Résultats et analyse des essais

### Bois massif

Les valeurs mesurées pour chaque éprouvette de chaque type lors des essais sont présentées dans les tableaux G.1 page 274 à G.4 page 277 (Annexe G). Le tableau 8.1 présente la synthèse de ces résultats.

Les vis coniques en bois permettent d'atteindre un effort à rupture entre  $1.86$  et  $2.01\text{kN}$ , permettant une augmentation de entre 53 et 66% par rapport à un tourillon thermosoudé ( $1.21\text{kN}$ ). La raideur est entre  $2.19$  et  $2.85\text{kN.mm}^{-1}$ , elle est également améliorée par rapport à un tourillon thermosoudé entre 49 et 95%.

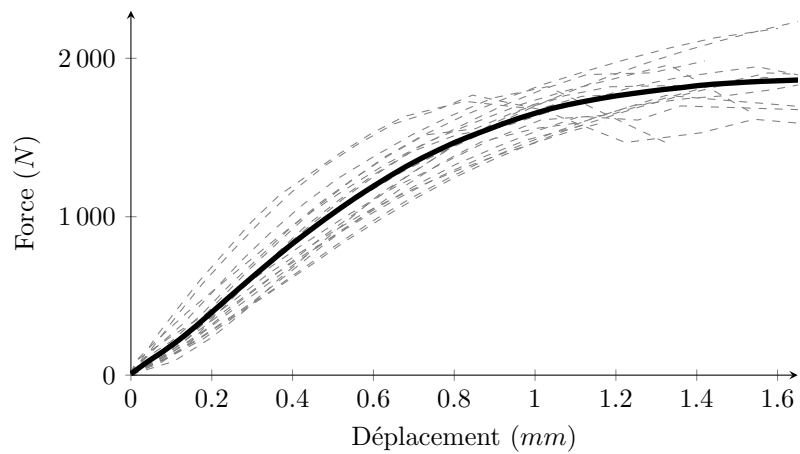


FIGURE 8.14 – Comportement à l'arrachement des vis de cône 1° et de pas 2mm

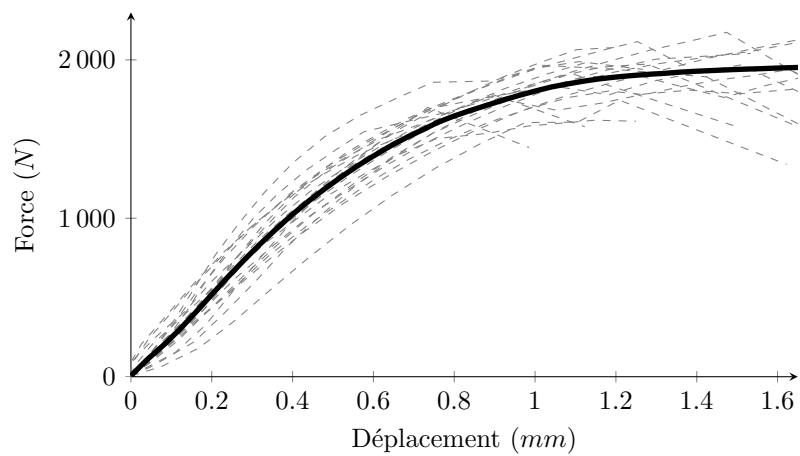


FIGURE 8.15 – Comportement à l'arrachement des vis de cône 1° et de pas 2.5mm

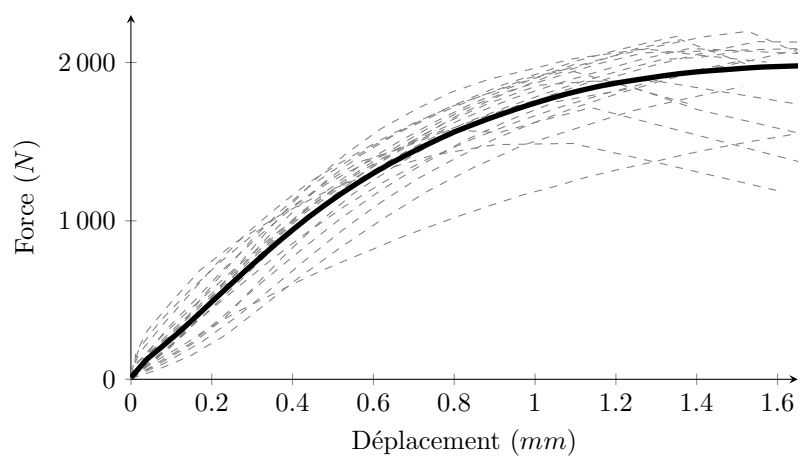


FIGURE 8.16 – Comportement à l'arrachement des vis de cône 2° et de pas 2mm

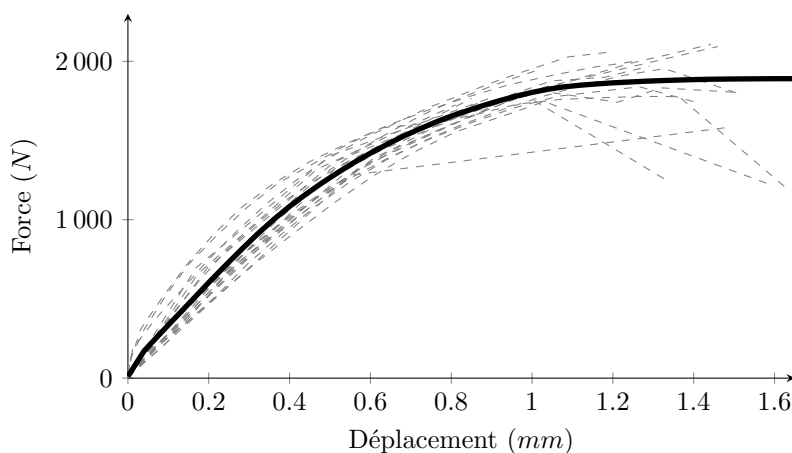


FIGURE 8.17 – Comportement à l'arrachement des vis de cône 2° et de pas 2.5mm

TABLE 8.1 – Synthèse des caractéristiques mécaniques des vis dans du bois massif

|           |            |             | C1P20  | C1P25  | C2P20  | C2P25  |
|-----------|------------|-------------|--------|--------|--------|--------|
| Nombre    |            |             | 20     | 20     | 20     | 20     |
| $\rho$    | Moyenne    | $kg.m^{-3}$ | 339.83 | 339.77 | 339.87 | 339.82 |
|           | Écart-type | $kg.m^{-3}$ | 33.28  | 33.25  | 33.34  | 33.20  |
|           | COV        | %           | 9.8    | 9.8    | 9.8    | 9.8    |
| $K$       | Moyenne    | $N.mm^{-1}$ | 2187   | 2773   | 2538   | 2851   |
|           | Écart-type | $N.mm^{-1}$ | 457    | 492    | 543    | 497    |
|           | COV        | %           | 20.9   | 17.8   | 21.4   | 17.4   |
| $F_{max}$ | Moyenne    | $N$         | 1855   | 1959   | 2010   | 1886   |
|           | Écart-type | $N$         | 176    | 168    | 194    | 128    |
|           | COV        | %           | 9.5    | 8.6    | 9.7    | 6.8    |

La figure 8.18 représente la matrice de corrélation des variables de l'éprouvette. La masse volumique du support, le pas et la conicité de la vis semblent être corrélés avec la raideur d'arrachement, mais ne le sont pas avec l'effort à rupture. Ce dernier point est logique du fait que le support rompt et non la vis. La corrélation avec la raideur montre qu'il a été judicieux de faire varier ces paramètres.

Malgré le soin apporté pour rigidifier le support, la rupture des éprouvettes est apparue à ce niveau et non à celui de la vis conique, c'est pourquoi des essais complémentaires ont été réalisés dans un support en lamibois afin d'appréhender les caractéristiques de la vis conique bois.

## Lamibois

Afin d'apprécier la résistance à l'arrachement de la vis plus précisément, il faut rechercher à ce que la vis rompt et non son support. Des essais sur des éprouvettes en lamibois ont été réalisés dans ce but. En effet, le lamibois est constitué de placage de bois résineux dont le sens du fil varie entre les couches, permettant d'augmenter la rigidité de l'éprouvette. Ainsi il est espéré de rechercher la ruine de la vis et non plus celle du support. La procédure de fabrication des éprouvettes est identique à celle du bois massif.

Le comportement des éprouvettes entre force et déplacement est présenté sur les figures 8.20 à 8.23. Les valeurs mesurées en effort à rupture et en raideur d'arrachement sont présentées pour chaque type de vis dans les tableaux G.5 à G.8 (Annexe G).

La majorité des éprouvettes ont subi deux types de ruptures (cf. figure 8.19). Une, lorsque la résistance en traction transversale du support est dépassée (voir figure 8.19a), et l'autre lorsque le filet de la vis a rompu en cisaillement (voir figure 8.19b). Ce dernier point est une bonne avancée, car cela signifie que les performances maximales de la vis ont été atteintes. Ces deux modes de rupture n'arrivent pas dans un ordre particulier, car l'un implique l'autre. En effet, lorsque le filet cisaille jusqu'à rupture, les efforts se concentrent sur le reste de la surface en contact avec la vis et cela suffit à faire rompre le support. À l'inverse, lorsque le support rompt en traction, les efforts se concentrent en bout de vis et ainsi l'effort dans le filet entraîne sa ruine.

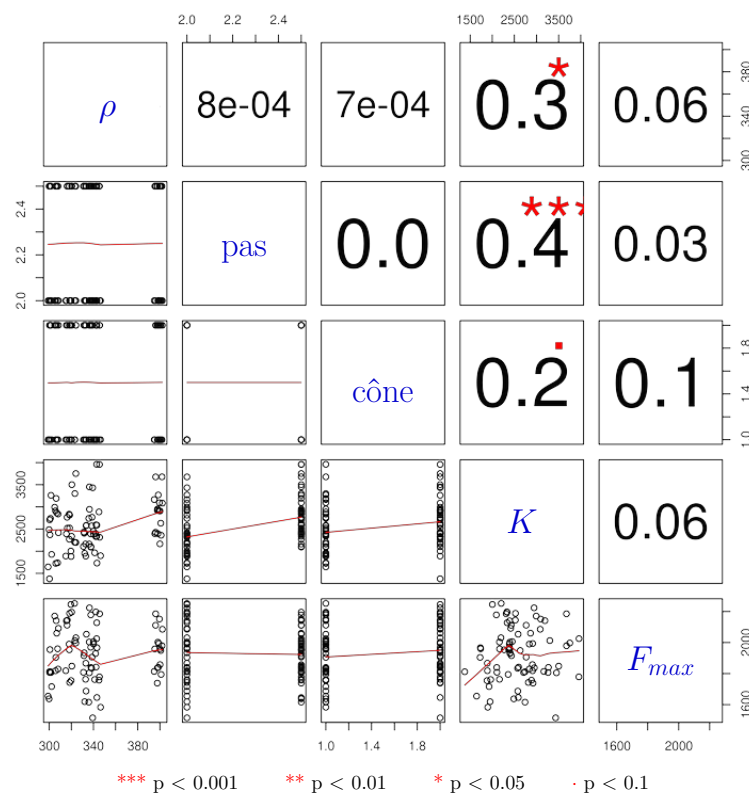
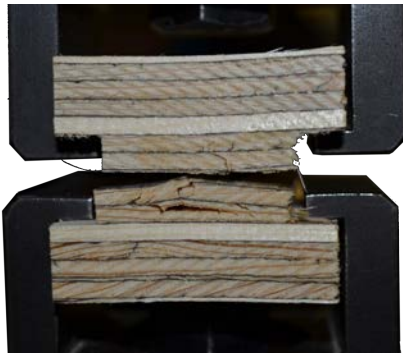


FIGURE 8.18 – Matrice de corrélation pour les éprouvettes en bois massif



(a) Rupture en traction du support



(b) Rupture du filet en cisaillement

FIGURE 8.19 – Ruptures d'éprouvettes d'essais en arrachement dans du lamibois

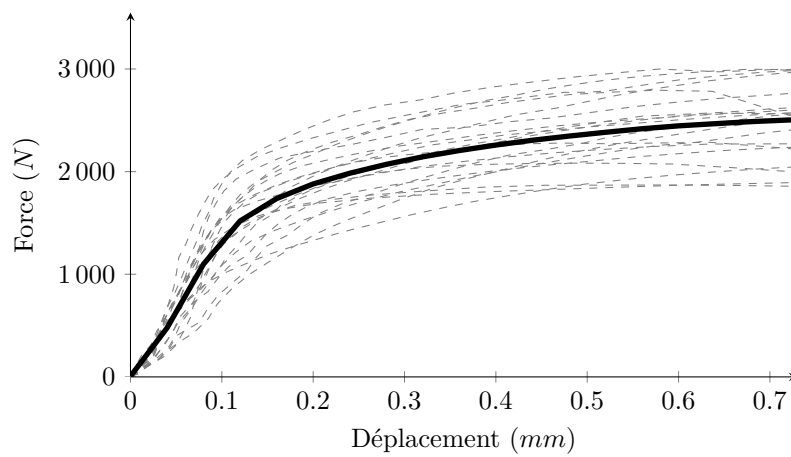


FIGURE 8.20 – Comportement à l'arrachement des vis de cône 1° et de pas 2mm

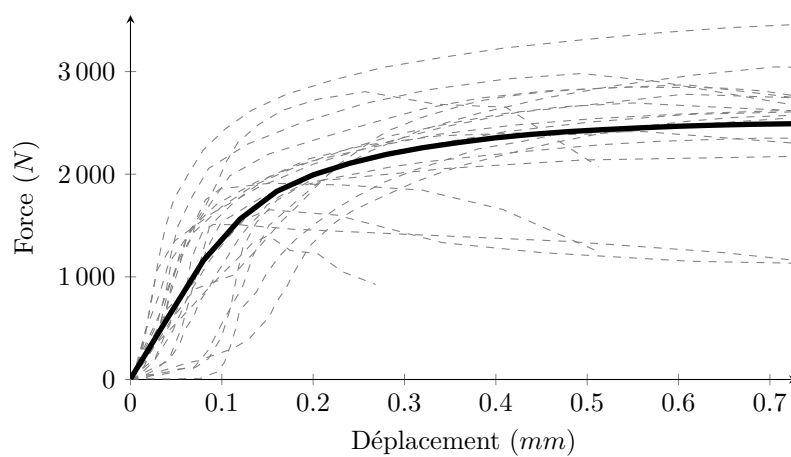


FIGURE 8.21 – Comportement à l'arrachement des vis de cône 1° et de pas 2.5mm

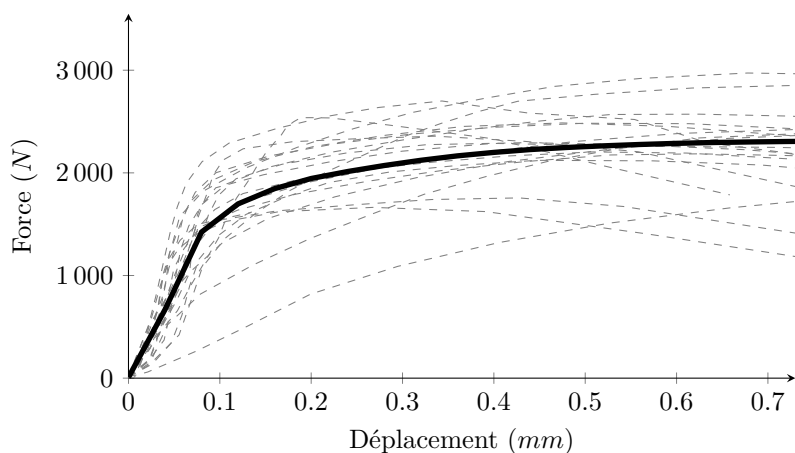


FIGURE 8.22 – Comportement à l'arrachement des vis de cône 2° et de pas 2mm

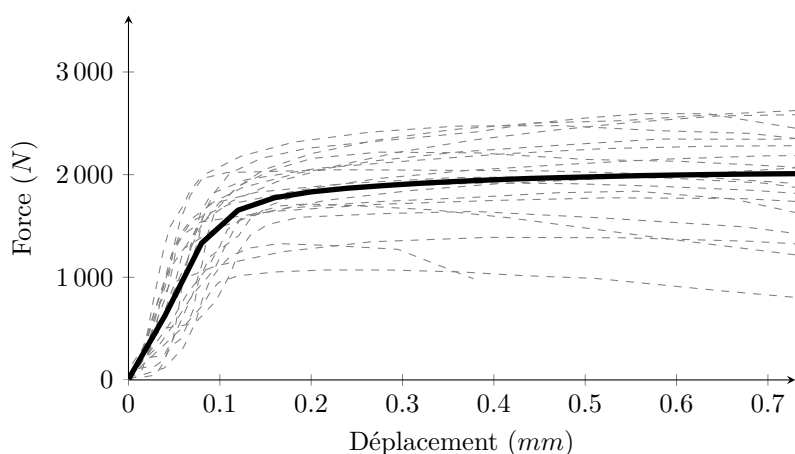


FIGURE 8.23 – Comportement à l'arrachement des vis de cône 2° et de pas 2.5mm

TABLE 8.2 – Synthèse des caractéristiques mécaniques à l'arrachement des vis dans du lamibois

|           |            |             | C1P20 | C1P25 | C2P20 | C2P25 |
|-----------|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|
| Nombre    |            |             | 20    | 19    | 20    | 19    |
| $K$       | Moyenne    | $N.mm^{-1}$ | 16110 | 22747 | 22565 | 20814 |
|           | Écart-type | $N.mm^{-1}$ | 4840  | 10022 | 9022  | 9179  |
|           | COV        | %           | 30.0  | 44.1  | 40.0  | 44.1  |
| $F_{max}$ | Moyenne    | $N$         | 2558  | 2497  | 2320  | 2014  |
|           | Écart-type | $N$         | 373   | 548   | 366   | 453   |
|           | COV        | %           | 14.6  | 21.9  | 15.8  | 22.5  |

Les essais dans le lamibois montrent une augmentation de l'effort maximum atteignable à rupture de l'ordre de 6.8 à 37.9% par rapport à des éprouvettes en bois massif. Le gain sur la raideur est conséquent avec une valeur 4.5 à 9.4 fois supérieures selon le type de vis.

Les graphiques apparaissant sur les figures 8.24 à 8.27 permettent de mettre en perspective la dispersion plus élevée dans du lamibois que dans le bois massif, mais également le gain significatif en raideur et en effort à rupture. Ainsi les gains relatifs aux tourillons soudés se situent entre 66 et 110%, quant à l'effort à rupture et de 10 à 14 fois supérieures pour la raideur en arrachement.

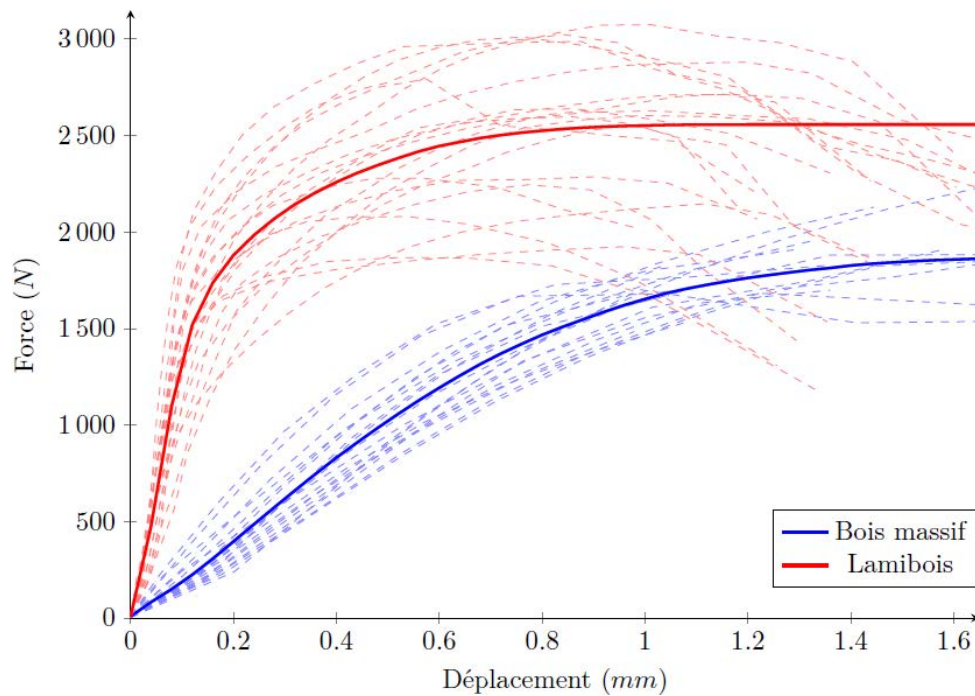


FIGURE 8.24 – Comparaison des vis de type C1P20 dans du bois massif et du lamibois

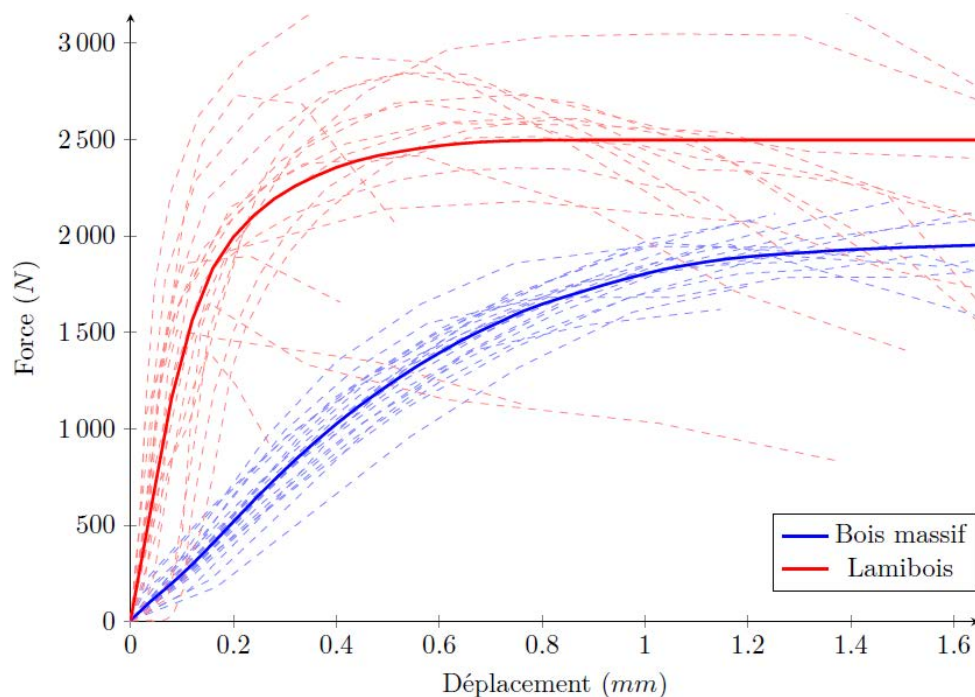


FIGURE 8.25 – Comparaison des vis de type C1P25 dans du bois massif et du lamibois



La matrice de corrélation des paramètres des éprouvettes est présentée en figure 8.28. Contrairement aux essais dans le bois massif, le pas et la conicité de la vis influent cette fois très peu sur la rigidité, mais beaucoup sur la résistance à la rupture.

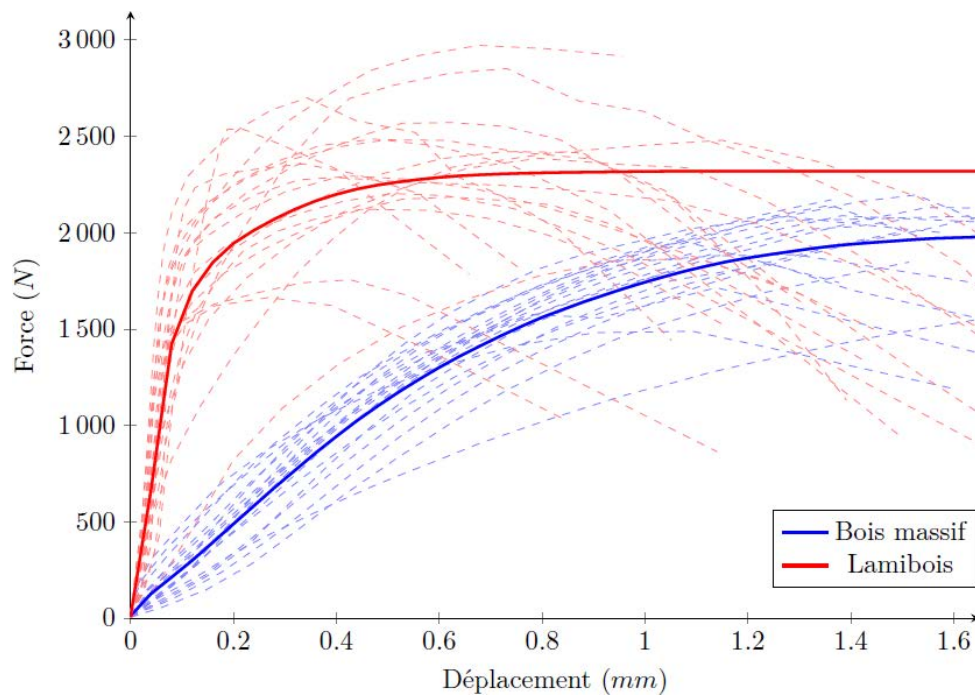


FIGURE 8.26 – Comparaison des vis de type C2P20 dans du bois massif et du lamibois

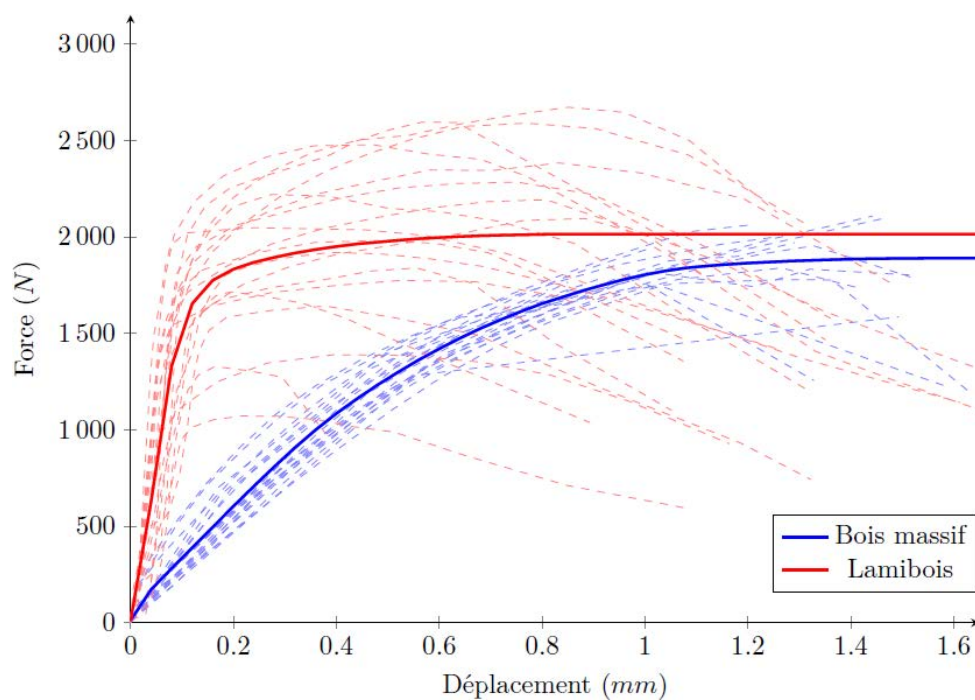


FIGURE 8.27 – Comparaison des vis de type C2P25 dans du bois massif et du lamibois



## 8.5 Résistance caractéristique

La méthode de calcul pour la valeur caractéristique à l'arrachement des vis que cela soit dans le bois massif ou le lamibois repose sur la norme NF EN 1990 Annexe D [AFN03].

### Bois massif

Les résultats obtenus en effort résistant maximum suivent une loi normale. En effet, en utilisant le test de Shapiro-Wilks [SW65], quelque soit le type de vis, le nombre  $W$  (cf. tableau 8.3) est supérieur au nombre critique ( $W_{crit} = 0.865$ ) pour une série de 20 éprouvettes pour un risque inférieur à 1% ( $p - value > 0.01$ ).

TABLE 8.3 – Résultats du test de Shapiro-Wilks sur les valeurs de résistance à l'arrachement des vis dans du bois massif

| Type  | Nombre | W     | p-value |
|-------|--------|-------|---------|
| C1P20 | 20     | 0.969 | 0.74    |
| C1P25 | 20     | 0.916 | 0.08    |
| C2P20 | 20     | 0.946 | 0.31    |
| C2P25 | 20     | 0.957 | 0.49    |

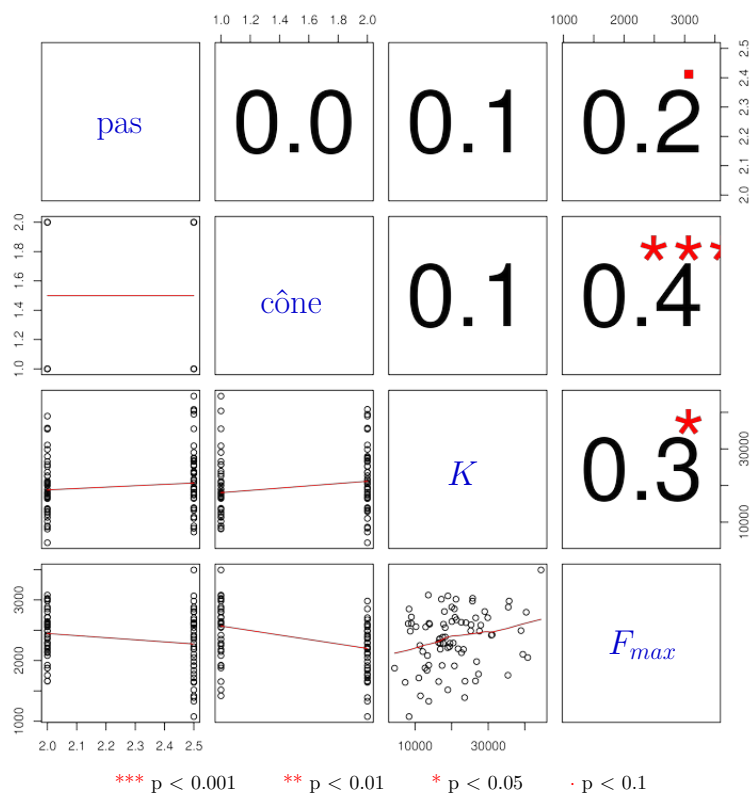


FIGURE 8.28 – Matrice de corrélation pour les éprouvettes en bois massif

Il est donc possible de calculer la valeur caractéristique en résistance pour chaque type de vis selon la relation :

$$F_{v,k} = m(1 - k_n V_X) \quad (8.2)$$

Avec :

|           |                                                           |      |
|-----------|-----------------------------------------------------------|------|
| $V_X$     | : coefficient de variation des échantillons               | —    |
| $m$       | : moyenne des résultats sur n échantillons                | $kN$ |
| $F_{v,k}$ | : valeur caractéristique de l'effort de cisaillement      | $kN$ |
| $k_n$     | : facteur de fractile caractéristique pour n échantillons | —    |

Dans le cas de 20 échantillons et sans connaître la valeur du coefficient de variation des échantillons à priori, la valeur du facteur de fractile vaut 1.76. Les valeurs de résistance caractéristiques sont présentées dans le tableau 8.4.

TABLE 8.4 – Résistances caractéristiques à l'arrachement des vis dans du bois massif

| Type  | Nombre | $k_n$ | $F_k$ (N) |
|-------|--------|-------|-----------|
| C1P20 | 20     | 1.76  | 1545      |
| C1P25 | 20     | 1.76  | 1662      |
| C2P20 | 20     | 1.76  | 1667      |
| C2P25 | 20     | 1.76  | 1660      |

## Lamibois

Le test de Shapiro-Wilks [SW65] donne un nombre  $W$  (cf. tableau 8.5) supérieur au nombre critique ( $W_{crit} = 0.865$ ) pour une série de 20 éprouvettes et au nombre critique ( $W_{crit} = 0.863$ ) pour 19 éprouvettes pour un risque inférieur à 1% ( $p\text{-value} > 0.01$ ). Il est donc possible de calculer selon l'Eurocode 0 – Annexe D [AFN03] la valeur caractéristique en résistance pour chaque type de vis (cf table 8.6)

TABLE 8.5 – Test de Shapiro-Wilks sur la résistance des vis dans du lamibois

| Type  | Nombre | W     | p-value |
|-------|--------|-------|---------|
| C1P20 | 19     | 0.968 | 0.73    |
| C1P25 | 20     | 0.954 | 0.43    |
| C2P20 | 19     | 0.938 | 0.24    |
| C2P25 | 20     | 0.939 | 0.23    |

TABLE 8.6 – Résistances caractéristiques à l'arrachement des vis dans du lamibois

| Type  | Nombre | $k_n$ | $F_k$ (N) |
|-------|--------|-------|-----------|
| C1P20 | 20     | 1.76  | 1900      |
| C1P25 | 19     | 1.84  | 1491      |
| C2P20 | 20     | 1.76  | 1675      |
| C2P25 | 19     | 1.84  | 1180      |

Autant les valeurs caractéristiques à l'arrachement dans le bois massif sont proches les unes des autres, autant ce n'est pas le cas dans du lamibois. Cela est principalement dû à une dispersion plus élevée dans les essais lamibois, de l'ordre de 20%, que dans le bois massif, de l'ordre de 8%.

## 8.6 Conclusion

Les essais d'arrachement dans un support en bois massif ne permettent pas d'atteindre la rupture des vis. Les supports se déforment excessivement en flexion, la raideur mesurée est ainsi due principalement à la souplesse du support. L'utilisation du lamibois permet d'atteindre la rupture du filetage de la vis et de mesurer la raideur à l'arrachement. Finalement, les essais d'arrachement ne permettent pas de démarquer un type de vis en résistance et en raideur à l'arrachement. Ainsi, chaque type de vis est utilisé pour la réalisation des essais d'assemblages rainurés vissés présentés dans la section suivante.

## Section 9

# Assemblage rainuré vissé

Le but de cette section est la validation de l'analyse ascendante, c'est-à-dire qu'il est possible de déterminer le comportement d'un assemblage rainuré vissé à partir de celui des rainures seules d'une part, et du comportement d'une vis d'autre part.

Les essais portent sur le rainurage possédant un pas de  $2.5mm$ , puisque ce pas correspond au cas le plus performant en termes de résistance maximum et de raideur dans le cas d'assemblage croisé. Cet assemblage est courant dans le cadre d'éléments reconstitués.

### 9.1 Caractérisation mécanique

#### 9.1.1 Mise en place des équipements de mesures

Le rainurage des pièces est réalisé conformément aux protocoles suivis pour les essais de cisaillement du rainurage seul et de l'arrachement des vis, seule la longueur des éprouvettes augmente. Le prolongement des pièces est réalisé afin d'éviter une rotation de l'éprouvette trop important lors des tests de cisaillement de type Pirazzi [Pir05]. En effet, pour un même déplacement relatif entre les deux pièces de l'assemblage, la rotation est plus élevée sur une pièce courte que sur une longue. Cette rotation provoque une modification importante de la transmission des efforts au cours de l'essai.

Le dispositif expérimental est présenté par la figure 9.1. Les éprouvettes sont placées entre deux cylindres usinés, eux-mêmes placés dans des supports en V. Cette disposition permet de garantir la rotation libre de l'éprouvette en limitant ainsi les moments parasites liés aux conditions d'appuis. En effet, le but des essais est de mesurer le comportement d'un assemblage soumis à un cisaillement quasi pur afin d'obtenir sa loi de comportement entre force et déplacement.

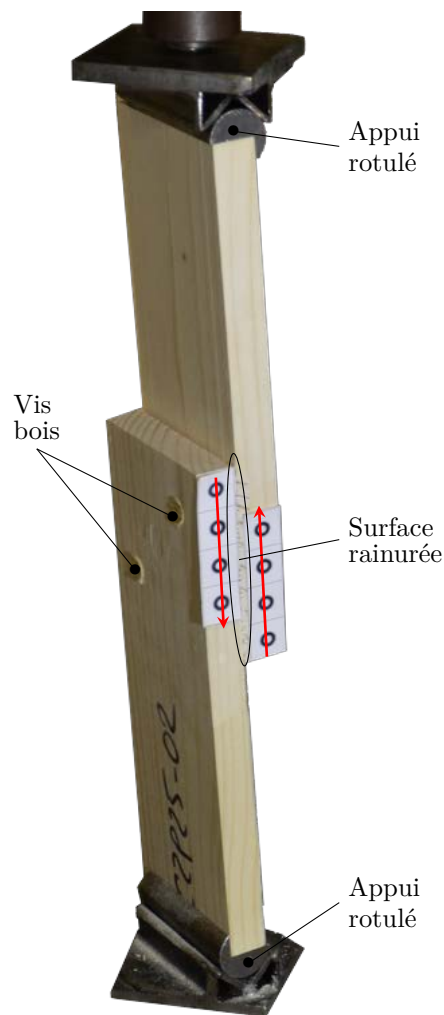
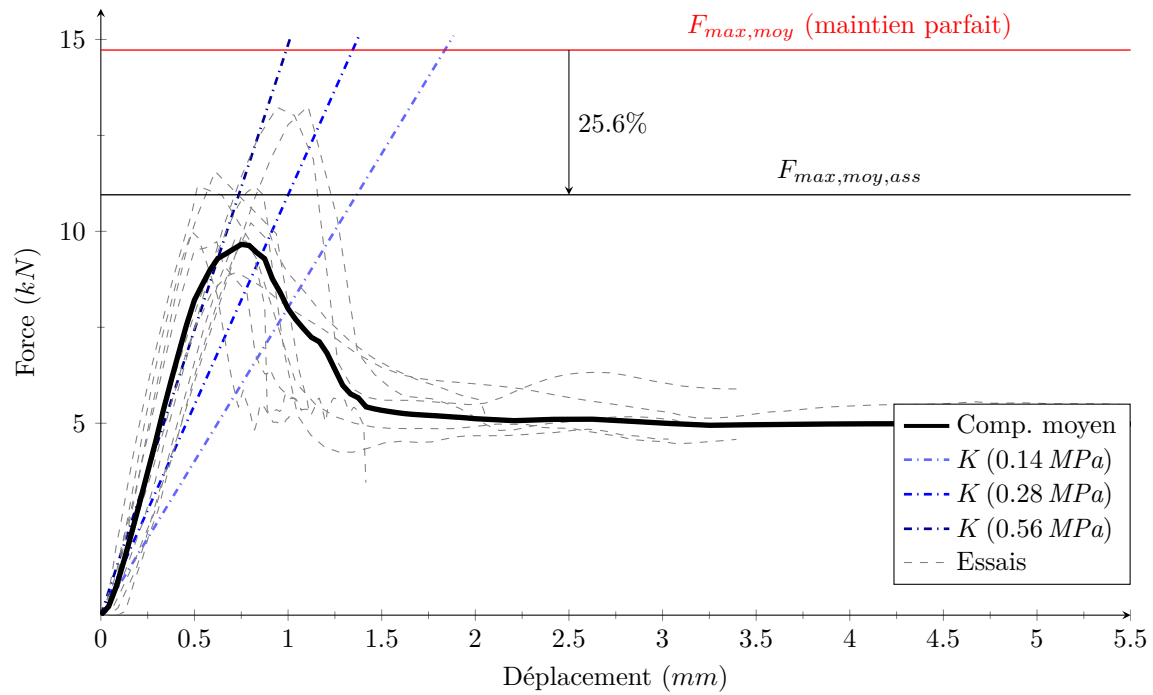
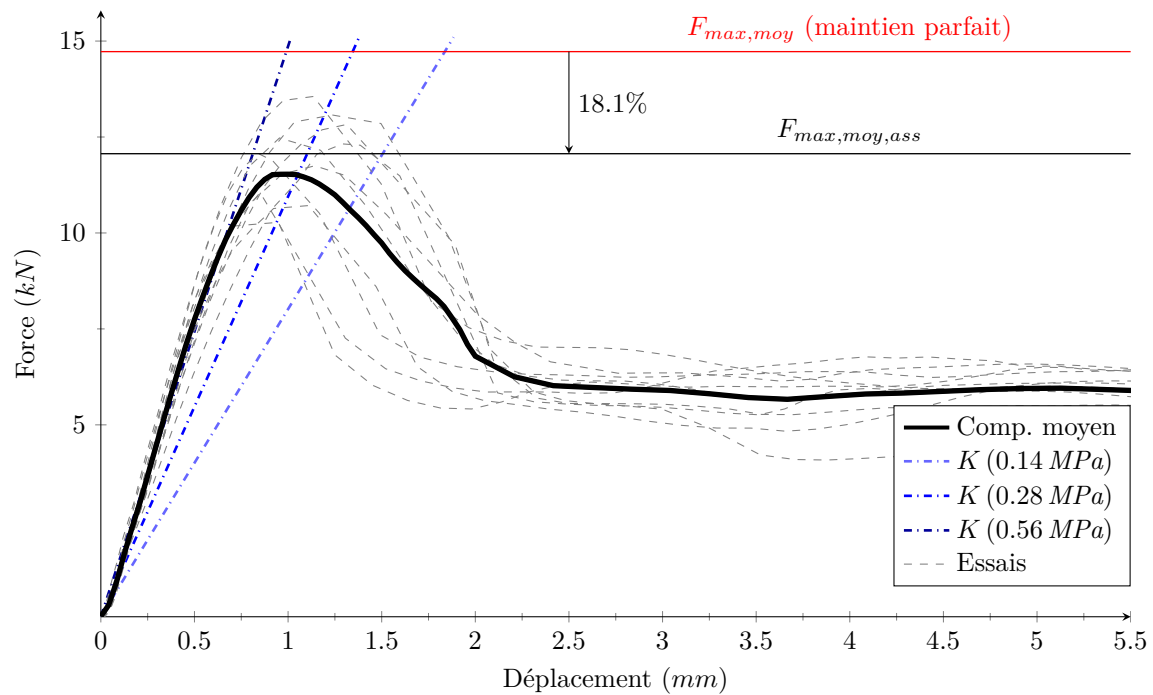


FIGURE 9.1 – Dispositif expérimental pour les essais de cisaillement d'assemblages rainurés vissés

### 9.1.2 Résultats d'essais

Les graphiques apparaissant sur les figures 9.2 à 9.5 présentent le comportement des différents assemblages. Les courbes de chaque éprouvette sont représentées en gris pointillé. La courbe en noir gras représente le comportement moyen des assemblages par échantillonnage de chaque courbe d'essai. Les différentes droites en trait d'axe bleu matérialisent les raideurs mesurées lors des essais des rainurages précontraints. Il est également fait mention en rouge de la valeur moyenne à rupture atteint lors des essais de cisaillement des rainures, ainsi que de la perte vis-à-vis de l'assemblage rainuré vissé.

Le tableau 9.1 fait la synthèse des propriétés mesurées. Afin de mieux apprécier les résultats au vu du nombre limité d'essais par type de rainurage, les valeurs minimums et maximums pour chaque type de test ont été ajoutées aux résultats donnés dans le tableau 9.1.

FIGURE 9.2 – Comportement assemblage de type  $C1P20$ FIGURE 9.3 – Comportement assemblage de type  $C1P25$

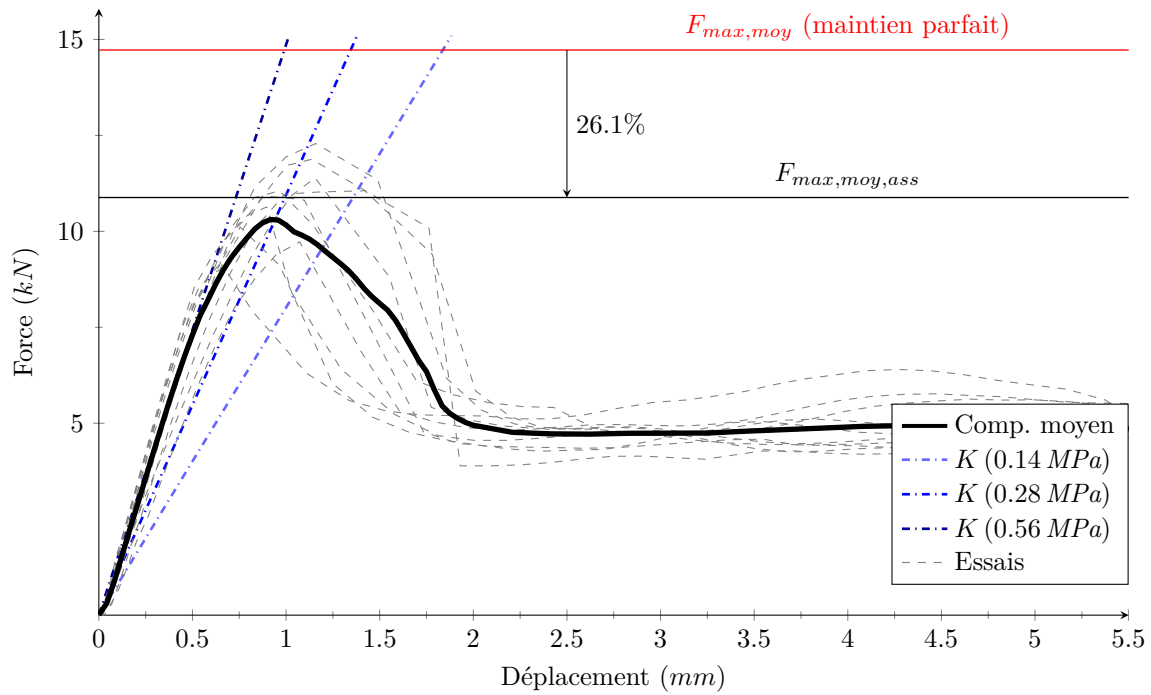
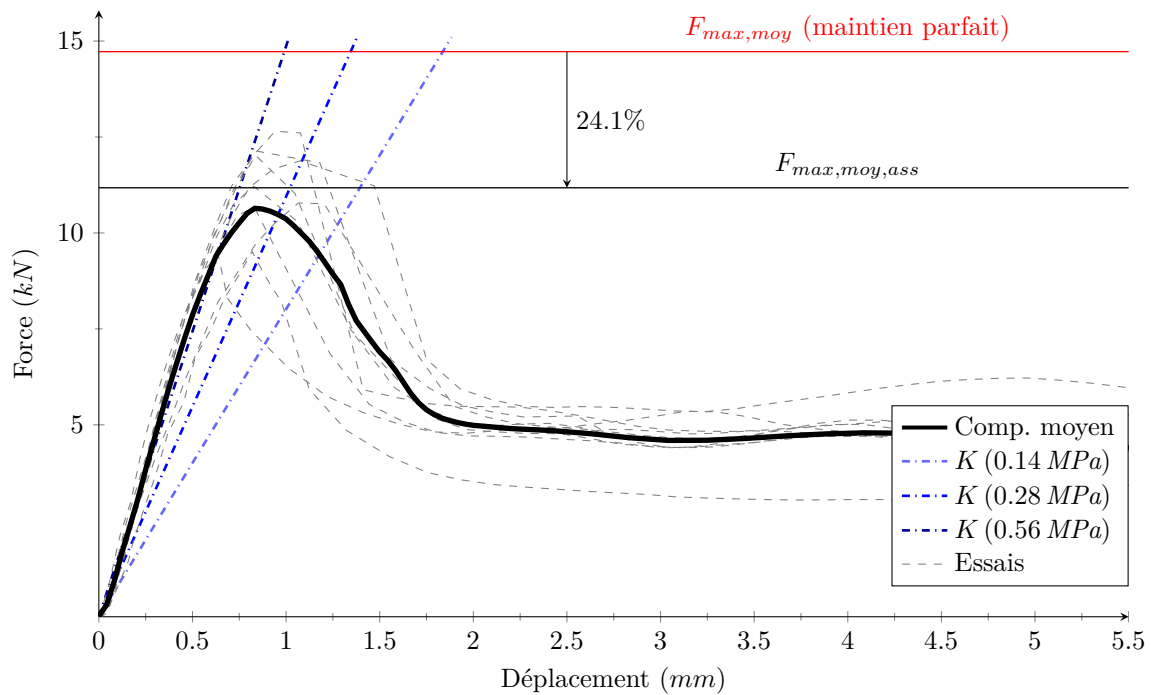
FIGURE 9.4 – Comportement assemblage de type  $C2P20$ FIGURE 9.5 – Comportement assemblage de type  $C2P25$

TABLE 9.1 – Caractéristiques mécaniques des assemblages vissés rainurés

|                                           |            |              | C1P20 | C1P25 | C2P20 | C2P25 |
|-------------------------------------------|------------|--------------|-------|-------|-------|-------|
| Nombre                                    |            |              | 10    | 10    | 10    | 10    |
| Contrainte<br>maxi.<br>$F_{max}$          | Minimum    | $MPa$        | 0.89  | 1.05  | 0.91  | 0.95  |
|                                           | Maximum    | $MPa$        | 1.33  | 1.36  | 1.21  | 1.27  |
|                                           | Moyenne    | $MPa$        | 1.10  | 1.21  | 1.09  | 1.12  |
|                                           | Écart-type | $MPa$        | 0.15  | 0.10  | 0.09  | 0.11  |
|                                           | COV        | %            | 13.4  | 8.6   | 8.7   | 9.5   |
| Raideur<br>$K$                            | Minimum    | $kN.mm^{-1}$ | 14.2  | 13.0  | 12.5  | 13.9  |
|                                           | Maximum    | $kN.mm^{-1}$ | 27.6  | 19.1  | 18.5  | 19.3  |
|                                           | Moyenne    | $kN.mm^{-1}$ | 19.6  | 16.8  | 16.2  | 17.3  |
|                                           | Écart-type | $kN.mm^{-1}$ | 5.0   | 1.8   | 2.3   | 1.8   |
|                                           | COV        | %            | 25.6  | 10.9  | 14.1  | 10.5  |
| Perte<br>relative<br>$\frac{\Delta F}{F}$ | Moyenne    | %            | 25.6  | 18.1  | 26.1  | 24.1  |

### 9.1.3 Analyse des résultats d'essais

Quelque soit le type de vis, l'assemblage a une rigidité plus élevée que celui maintenu par plaques et ressorts avec une pression de  $0.56 MPa$ . L'apport de rigidité par les vis est une explication de cette augmentation. Une approximation de cette rigidité peut être déterminée à partir des travaux de Resch [Res09] où la rigidité de chevilles bois rentrées en force a été mesurée à  $1.7kN.mm^{-1}$ . Dans ces travaux, les chevilles sont parfaitement cylindriques et en hêtre, contrairement à notre étude où les vis sont coniques et en Robinier. Néanmoins, cela permet d'estimer à  $3.4kN.mm^{-1}$  l'apport en rigidité des vis seules, ramenant les valeurs de raideur de cisaillement de l'assemblage au niveau des surfaces rainurées seules maintenues, c'est-à-dire aux environs de  $15kN.mm^{-1}$ . En gardant cette hypothèse forte, les vis coniques en bois permettent le travail de l'assemblage rainuré à une raideur optimale.

Les vis coniques en bois ne permettent néanmoins pas d'atteindre le seuil de rupture en cisaillement de l'interface car les rainures se déboitent avant cette rupture. En moyenne, une perte entre 15 et 22% de résistance est constatée par rapport à celle de l'interface rainurée seule. Les vis ne permettent donc pas de satisfaire à l'atteinte du seuil de résistance.

Pour résoudre ce problème, l'augmentation du nombre de vis est envisageable et serait même appropriée. Une autre piste peut-être d'explorer d'autre type de filetage ou d'autre



conicité, permettant un meilleur maintien au niveau de l'interface.

Au final, la rencontre d'un rainurage de surface avec des vis coniques bois permet une bonne synergie en garantissant une raideur suffisante à l'assemblage. Il reste néanmoins de multiples pistes à suivre pour continuer son amélioration, comme changer d'essence, augmenter le pas, voir une mise en place à un angle. Les premiers jalons ont en tout cas été plantés.

La partie suivante traite d'exemple d'éléments constructifs constituant une structure en bois incluant l'assemblage amélioré. Actuellement, les constructions en bois se répartissent en quatre catégories principales, le poteau-poutre, le bois massif empilé, le panneau porteur bois, et l'ossature bois. Les systèmes reconstitués doivent surtout être développés pour les deux dernières catégories, car elles représentent près de 75% des nouvelles constructions. Les éléments constitutifs de l'ossature bois et panneaux porteurs sont généralement préfabriqués en usine, conférant une meilleure finition ainsi qu'une rapidité de montage sur chantier.

## Quatrième partie

Utilisation de l'assemblage amélioré  
dans des éléments de structure



## Section 10

# Fabrication de poutres multicouches

La réalisation de poutres ajourées est fondée sur la volonté de vérifier le comportement de l'assemblage rainuré vissé en situation réelle. Deux premières séries de trois poutres ont été fabriquées, l'une avec des vis métal, l'autre avec des vis coniques bois.

Le but de cette partie est de mettre en œuvre des poutres utilisant l'assemblage rainuré vissé afin de mesurer leurs comportements et ainsi pouvoir montrer leur possible modélisation par un modèle élément fini développé précédemment et adapté ici pour prendre en compte les efforts d'arrachement repris par les vis.

### 10.1 Exemple d'utilisation

Une poutre reconstituée peut être la base de la fabrication de module de dalle (cf. figure 10.1). Ce type de module permet une préfabrication en atelier. Les éléments sont ensuite placés sur chantier et assemblés côte à côte sur place pour reconstituer une dalle de plancher complète. Ce mode de réalisation permet une pose extrêmement rapide et donc l'obtention brève d'un plancher semi-fini. Ce type de module cellulaire permet l'intégration d'isolant thermique et phonique, permettant ainsi un gain sur l'épaisseur du plancher.



FIGURE 10.1 – Exemple de module de dalle reconstituée en éléments bois

## 10.2 Première version

### 10.2.1 Description et réalisation

Une première version de poutre multicouche était conçue pour pouvoir appréhender les performances de l'assemblage rainuré vissé. Le rainurage choisi est celui d'un pas de  $2.5mm$ , car il a montré de meilleures performances en termes d'effort à rupture et de raideur que celui d'un pas de  $5mm$  lors des essais unitaires.

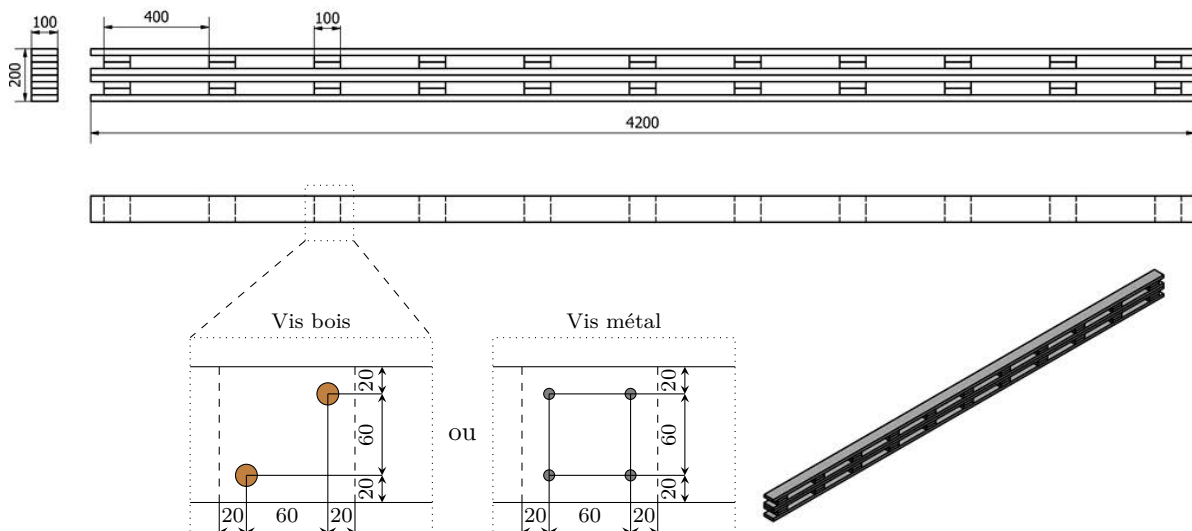


FIGURE 10.2 – Plan de fabrication des poutres ajourées

Une série de 42 planches en épicea a été sélectionnée pour la fabrication de poutres multicouches. Ces planches ont été délignées puis rabotées afin d'obtenir une section nette de  $25 \times 100mm$ . Le module d'élasticité longitudinal a été déterminé par méthode vibratoire de façon analogue aux essais unitaires de la partie précédente. La masse des planches est obtenue à l'aide de deux balances. Ces propriétés physiques et mécaniques permettent d'établir 6 groupes de 4 planches semblables, qui serviront de lamelles. Les planches restantes seront utilisées pour la confection des traverses, en les répartissant, une fois mises en longueur, dans chaque groupe. Ces groupes sont divisés en deux sous-groupes, un pour la fabrication de poutres avec assemblage vis bois et l'autre pour celles avec vis acier. Les caractéristiques des lamelles sont présentées dans le tableau 10.1 concernant l'assemblage par vis bois, et dans le tableau 10.2 pour les vis en acier.

Les traverses sont assemblées sur les lamelles via les vis coniques bois (cf figure 10.3) grâce à la machine développée par L. Resch, et à l'aide d'une perceuse pour les vis acier. Lorsque toutes les traverses sont assemblées à une lamelle, le tout est alors collé avec une seconde lamelle et ainsi de suite afin d'obtenir une poutre reconstituée fidèle au plan d'assemblage présenté en figure 10.2. Les vis sont au nombre de deux par assemblage pour celles en bois et quatre pour celles en métal. Elles se situent à  $20mm$  des rives des pièces. Concernant l'assemblage avec vis en bois, une vis métal est ajoutée pour le maintien des

pièces durant les opérations de perçage et vissage. Cette vis est retirée après la mise en place des deux vis bois de l'assemblage.

Les traverses font  $140\text{mm}$  de long afin de dépasser sur les bords des lamelles, permettant d'éviter que les vis aient une pince trop réduite par rapport aux bords des planches.

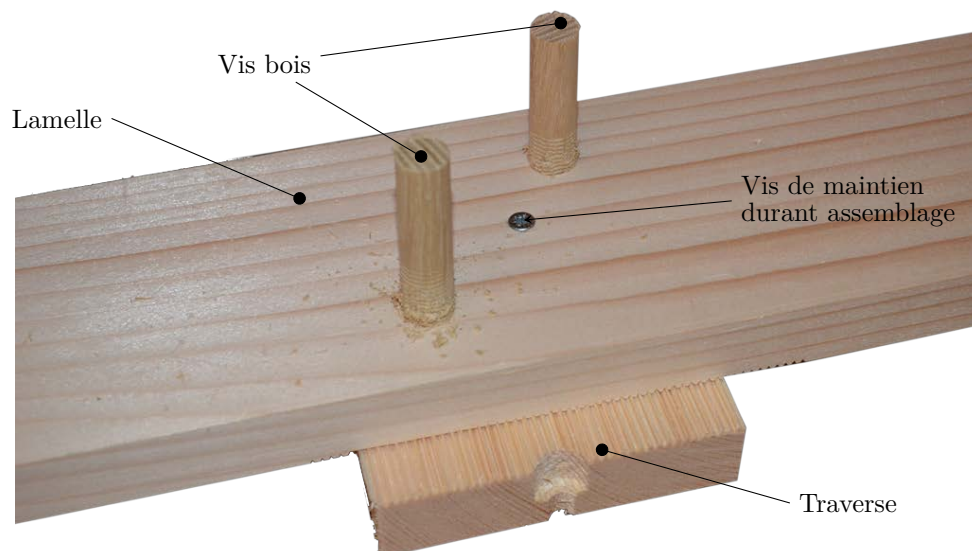


FIGURE 10.3 – Mise en place des vis coniques

TABLE 10.1 – Propriétés des lamelles constitutives des poutres avec assemblage vis bois

| Élément | Poutre 1          |                                   | Poutre 2          |                                   | Poutre 3          |                                   |
|---------|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-----------------------------------|
|         | $E \text{ (MPa)}$ | $\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$ | $E \text{ (MPa)}$ | $\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$ | $E \text{ (MPa)}$ | $\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$ |
| 1       | 7680              | 407.4                             | 7061              | 413.0                             | 7482              | 396.9                             |
| 2       | 9054              | 437.6                             | 7788              | 413.1                             | 8091              | 429.2                             |
| 3       | 9168              | 405.5                             | 9526              | 421.3                             | 8680              | 419.5                             |
| 4       | 10129             | 447.9                             | 10505             | 426.7                             | 10417             | 423.1                             |
| Moyenne | 9008              | 424.6                             | 8720              | 418.5                             | 8667              | 417.2                             |

TABLE 10.2 – Propriétés des lamelles constitutives des poutres avec assemblage vis acier

| Élément | Poutre 1          |                                   | Poutre 2          |                                   | Poutre 3          |                                   |
|---------|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-----------------------------------|
|         | $E \text{ (MPa)}$ | $\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$ | $E \text{ (MPa)}$ | $\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$ | $E \text{ (MPa)}$ | $\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$ |
| 1       | 6470              | 419.3                             | 6547              | 424.3                             | 7039              | 411.7                             |
| 2       | 9719              | 429.8                             | 8353              | 443.1                             | 7900              | 419.1                             |
| 3       | 9737              | 430.6                             | 10235             | 452.7                             | 8107              | 430.1                             |
| 4       | 10059             | 486.2                             | 10906             | 442.9                             | 11111             | 451.3                             |
| Moyenne | 8996              | 441.5                             | 9010              | 440.7                             | 8539              | 428.0                             |

### 10.2.2 Essais

Les essais sont du type flexion trois-points, en effet cette configuration permet d'augmenter le cisaillement au niveau des assemblages par rapport à des essais en flexion quatre points. Plus de cisaillement signifie que les assemblages seront plus sollicités. En effet, que cela soit dans les modèles analytiques ou dans les numériques, la variation du cisaillement pilote le glissement des pièces au niveau des interfaces.

Les poutres reposent sur deux appuis rotulés séparées de  $4m$ , permettant de s'appuyer au milieu des assemblages. L'effort est appliqué à mi-travée à l'aide d'un vérin muni d'une cellule de charge. Le déplacement à mi-travée est relevé à l'aide de deux LVDT placés tous deux à égale distance de la poutre (voir figure 10.4). Cette disposition permet de compenser le biais de mesure lié au phénomène rotation de la section. Le glissement des différents éléments de la poutre est mesuré aux appuis par une caméra et de cibles.

Le comportement des différentes poutres est donné par la figure 10.5. La synthèse des mesures d'essais est donnée par le tableau 10.3 concernant les poutres avec vis bois et par le tableau 10.4 pour les vis acier.

La rigidité apparente (notée  $(EI)_{app}$ ) de la poutre ajourée a été déterminée à partir de la relation issue de la RDM<sup>1</sup> pour une poutre isostatique en flexion trois-points suivante :

$$f = \frac{FL^3}{48EI} \quad (10.1)$$

Ainsi, la rigidité apparente est déduite :

$$(EI)_{app} = \frac{KL^3}{48} \quad (10.2)$$

Avec :

|                                                           |             |
|-----------------------------------------------------------|-------------|
| $f$ : flèche de la poutre à mi-travée                     | $mm$        |
| $F$ : effort appliqué à mi-travée                         | $N$         |
| $L$ : distance entre appuis                               | $mm$        |
| $E$ : module d'élasticité longitudinal                    | $MPa$       |
| $I$ : inertie de la poutre                                | $mm^4$      |
| $K$ : raideur de la poutre $\left(K = \frac{F}{f}\right)$ | $N.mm^{-1}$ |

Ce calcul permet la comparaison avec la rigidité d'une section pleine (notée  $(EI)_{plein}$ ) en considérant l'enveloppe de la section de la poutre ajourée et comme module d'élasticité

---

1. Résistance des matériaux

le module moyen des lamelles de la poutre. Le résultat de ces calculs est présenté dans les tableaux 10.3 et 10.4.

Un constat est que quel que soit le système de maintien utilisé, la raideur de la poutre ajourée arrive au mieux à 17% de la raideur d'une poutre pleine. Cette rigidité est loin des performances attendues.

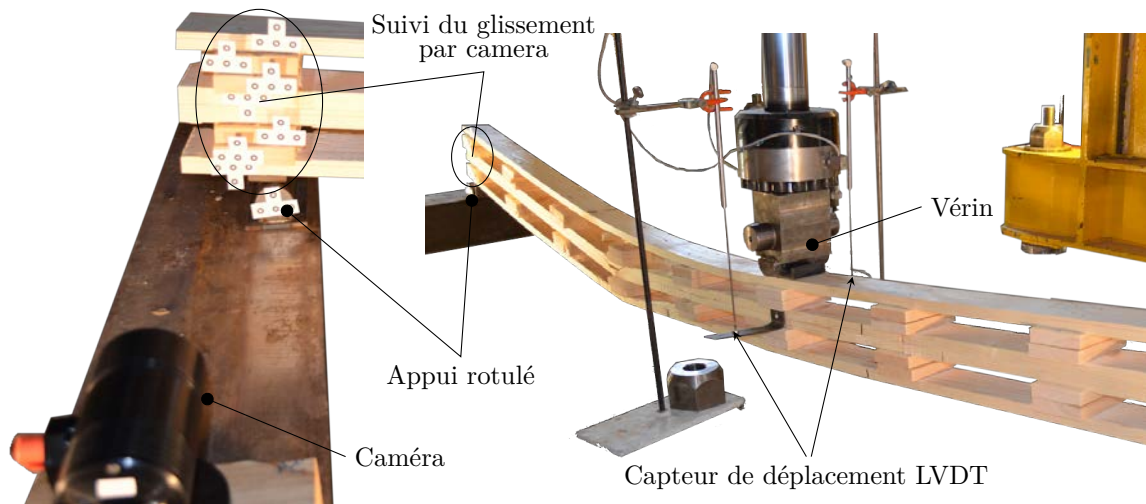


FIGURE 10.4 – Appareils de mesures pour la flexion 3 points d'une poutre ajourée

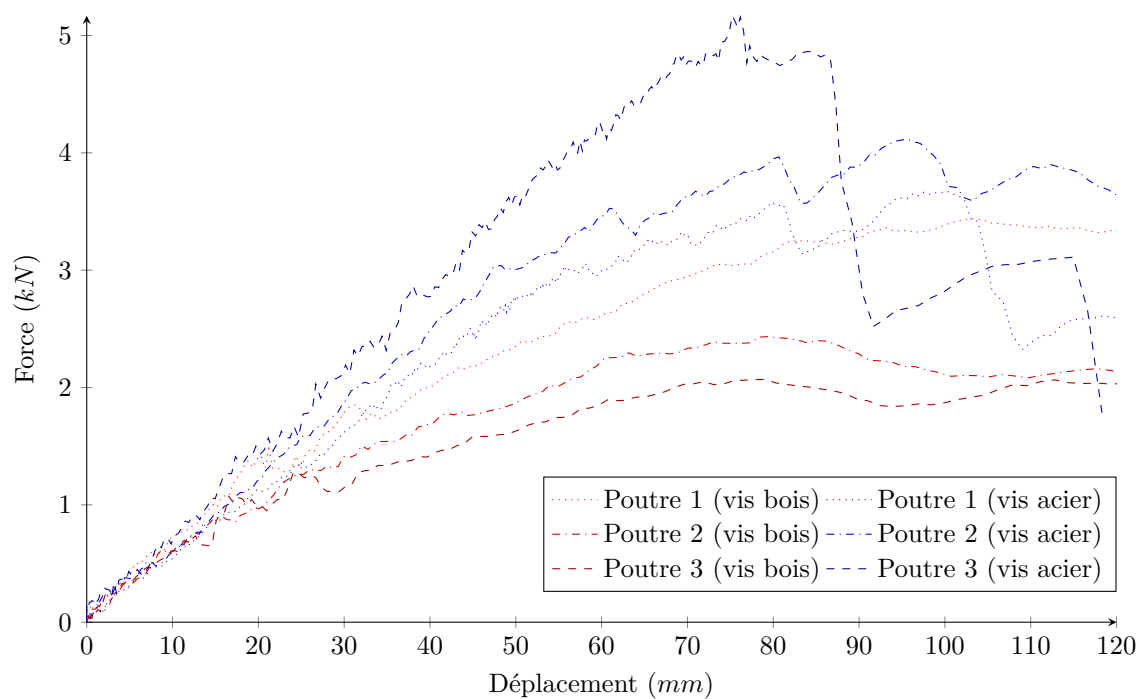


FIGURE 10.5 – Résultats des essais de flexion 3 points avec vis bois ou acier





FIGURE 10.6 – Rupture en arrachement des vis bois

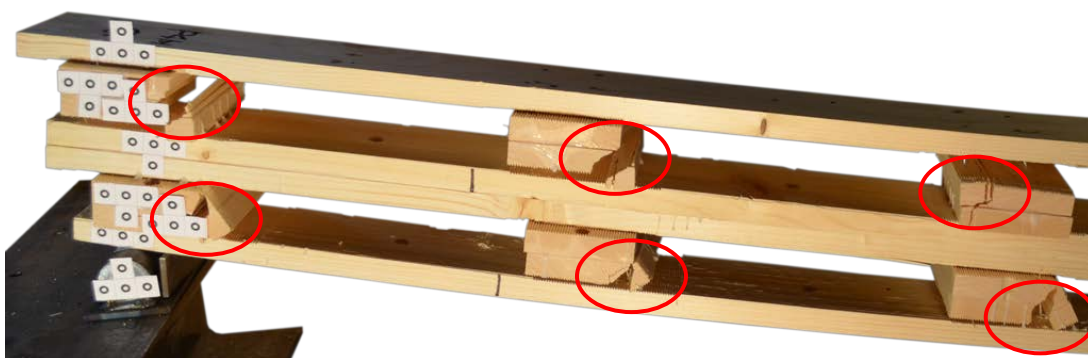


FIGURE 10.7 – Rupture en cisaillement au niveau des vis acier

TABLE 10.3 – Efforts à rupture et raideurs initiales des poutres ajourées avec vis bois

| Poutre - vis bois                 |                  | 1    | 2    | 3    | Moyenne |
|-----------------------------------|------------------|------|------|------|---------|
| $F_{max}$                         | $kN$             | 3.44 | 2.43 | 2.19 | 2.69    |
| $K$                               | $N.mm^{-1}$      | 56.7 | 46.3 | 50.2 | 51.1    |
| $(EI)_{app}$                      | $10^{10} N.mm^2$ | 7.6  | 6.2  | 6.7  | 6.8     |
| $(EI)_{plein}$                    | $10^{10} N.mm^2$ | 60.1 | 58.1 | 57.8 | 58.7    |
| $\frac{(EI)_{app}}{(EI)_{plein}}$ | %                | 12.6 | 10.6 | 11.6 | 11.6    |

TABLE 10.4 – Efforts à rupture et raideurs initiales des poutres ajourées avec vis acier

| Poutre - vis acier                |                  | 1    | 2    | 3    | Moyenne |
|-----------------------------------|------------------|------|------|------|---------|
| $F_{max}$                         | $kN$             | 3.67 | 4.12 | 5.17 | 4.32    |
| $K$                               | $N.mm^{-1}$      | 51.1 | 58.3 | 72.9 | 60.8    |
| $(EI)_{app}$                      | $10^{10} N.mm^2$ | 6.8  | 7.8  | 9.7  | 8.1     |
| $(EI)_{plein}$                    | $10^{10} N.mm^2$ | 60.0 | 60.1 | 56.9 | 59.0    |
| $\frac{(EI)_{app}}{(EI)_{plein}}$ | %                | 11.4 | 12.9 | 17.7 | 13.7    |

Les essais ont permis de mettre en lumière un défaut de conception au niveau des traverses de la poutre (cf. figure 10.6). En effet, leur épaisseur trop importante induit un moment de rotation non négligeable, parasitant le fonctionnement de l'assemblage rainuré. Dans ce cas de figure, les rainures d'un assemblage ne fonctionnent plus de concert, mais une partie seulement reprend les efforts de cisaillement, entraînant cet effet de rotation. Ce sont donc les vis qui transmettent essentiellement le cisaillement en plus de reprendre l'arrachement, les efforts sont concentrés localement sur une partie de la traverse, or il n'a pas été conçu pour fonctionner dans ces conditions. Les vis bois admettent donc une rupture en arrachement (voir 10.6). Les vis acier ayant une meilleure résistance en arrachement permettent d'atteindre la rupture en cisaillement roulant des traverses. Ce mode de fonctionnement entraîne une rigidité très basse ainsi qu'une ruine prématurée des poutres par une transmission locale des efforts entre couches, que ce soit par l'arrachement des vis bois ou le cisaillement roulant des traverses pour les vis acier.

## 10.3 Seconde version

### 10.3.1 Description et réalisation

Une seconde série de poutres a été fabriquée pour limiter la rotation des traverses rencontrée précédemment. La configuration est similaire à la poutre précédente à l'exception des traverses qui sont cette fois moins épaisses. Cette diminution a été rendue possible grâce à l'utilisation d'outils de rainurage sur une machine 4 faces. Des tests avaient été menés pour voir si l'usinage des deux faces d'une même pièce était possible sur le robot. Ces tests se sont révélés négatifs, non pas à cause du robot, qui a une précision et une répétabilité bien suffisantes, mais à cause du maintien des pièces qui ne s'est pas révélé assez précis. En effet, il est nécessaire que les dents correspondent sur les faces opposées d'une pièce pour que la poutre soit assemblable. Dans le cas contraire, le premier assemblage rencontré sur la poutre contraint le positionnement des lamelles et ainsi, dès le second assemblage les dents ne s'emboîtent plus dans les rainures des lamelles.

Des essais avec des vis bois n'ont pas été menés faute de temps et de moyens pour en réaliser de convenables.

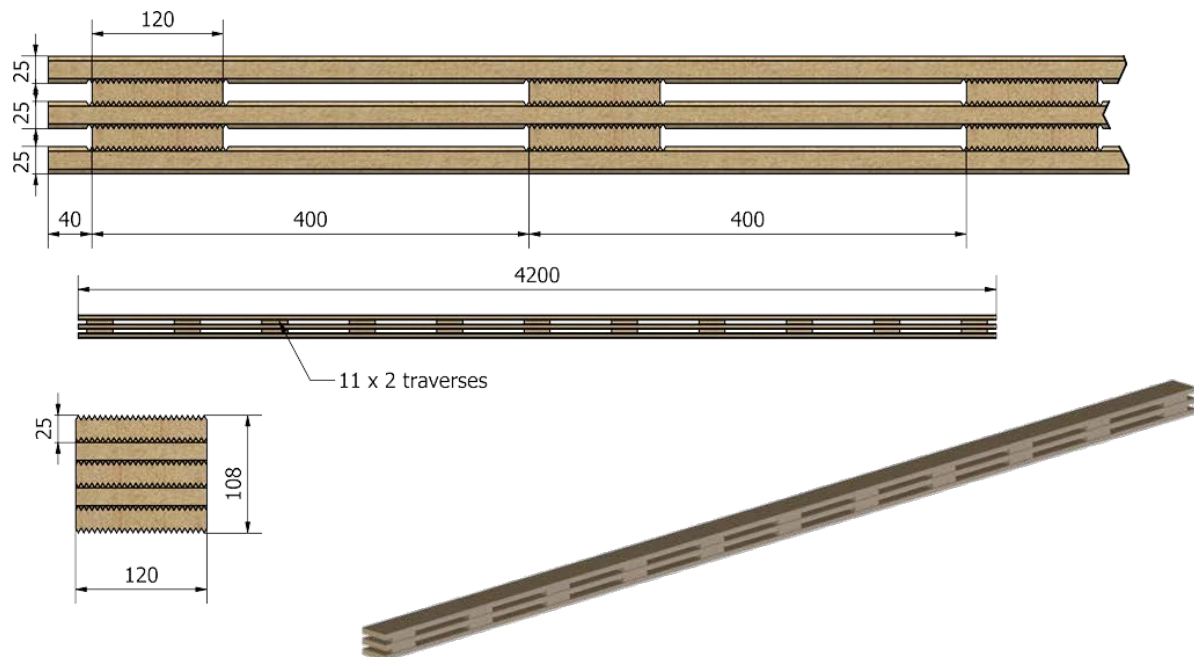


FIGURE 10.8 – Plan de fabrication d'une poutre ajourée

Une sélection de 20 planches en épicéa a été réalisée en écartant celles présentant des nœuds non adhérents ou non sains. Ces planches ont ensuite été délignées puis passées à la quatre faces afin d'obtenir une section nette de  $120 \times 27\text{mm}$ . Le module d'élasticité longitudinal a été mesuré par méthode vibratoire selon un protocole identique aux poutres précédentes. La masse de chaque planche a également été relevée à l'aide de deux balances. Le tri des planches a ainsi pu être établi afin d'obtenir cinq poutres aux propriétés mécaniques semblables (voir tableau 10.5). Les planches sont ensuite toutes rainurées dans le sens longitudinal grâce à la quatre faces puis les éléments utilisés pour les lamelles sont rainurés transversalement par le robot. Les planches restantes sont mises à longueur pour servir de traverse.

Les lamelles et traverses sont maintenues ensemble à l'aide de 4 vis acier SFS (WT-S-6.5×130) de diamètre  $6.5\text{mm}$  et de longueur  $130\text{mm}$ . Les vis sont filantes sur toute la hauteur de la poutre cela permet de diminuer le temps d'assemblage. Elles sont disposées sur deux files (voir figure 10.9). Aucune précontrainte n'a été appliquée lors de l'assemblage des poutres ajourées.

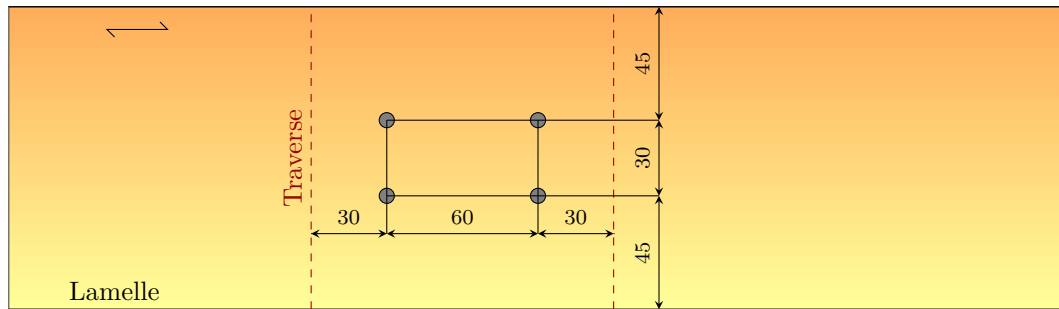


FIGURE 10.9 – Disposition des vis acier par assemblage

TABLE 10.5 – Propriétés des éléments constitutifs des poutres ajourées

| Poutre<br>Élément | Module d'élasticité $E$ (MPa) |       |       |       |       | Masse volumique $\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> ) |       |       |       |       |
|-------------------|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|----------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|                   | 1                             | 2     | 3     | 4     | 5     | 1                                            | 2     | 3     | 4     | 5     |
| 1                 | 9380                          | 10175 | 9721  | 10440 | 10725 | 466.6                                        | 431.3 | 483.5 | 442.5 | 454.6 |
| 2                 | 12038                         | 10488 | 10583 | 11747 | 11221 | 440.0                                        | 444.5 | 448.6 | 429.3 | 475.6 |
| 3                 | 12834                         | 14145 | 14287 | 12199 | 12359 | 408.6                                        | 450.3 | 454.8 | 445.8 | 451.7 |
| Moyenne           | 11418                         | 11603 | 11530 | 11462 | 11435 | 438.4                                        | 442.0 | 462.3 | 439.2 | 460.6 |

### 10.3.2 Essais

Les essais réalisés sont de type flexion trois-points. La poutre numéro quatre a servi à l'estimation de l'effort à rupture ( $5.52kN$ ), en conséquence, elle n'a pas subi un cycle de charge et décharge. L'appareillage de mesures est identique à la première version de la poutre, avec deux LVDT mesurant la flèche à mi-travée. La mesure des déplacements des différentes couches est réalisée aux deux appuis par caméra et cibles.

La figure 10.10 présente le comportement des cinq poutres testées en flexion trois-points. La distribution des courbes dans la phase élastique est très étroite, validant l'efficacité du tri des pièces. La rupture des poutres s'est produite selon trois différents modes.

Les poutres 1, 4 et 5 ont rompu en traction au niveau de la lamelle inférieure et dans une zone de défaut (poutre 1 et 5), voir figure 10.11. La poutre 2 a d'abord plastifié en compression avant de rompre en traction (voir figure 10.12). Enfin, ce sont les rainures de la poutre 3 qui ont cédé dans la zone d'appui (voir figure 10.13).

Le tableau 10.6 synthétise les mesures relevées lors des essais en termes d'efforts à rupture et de raideur. Les poutres 1 et 5 ont les efforts à rupture les plus bas, ce qui est cohérent car la rupture s'est fait au niveau des nœuds.

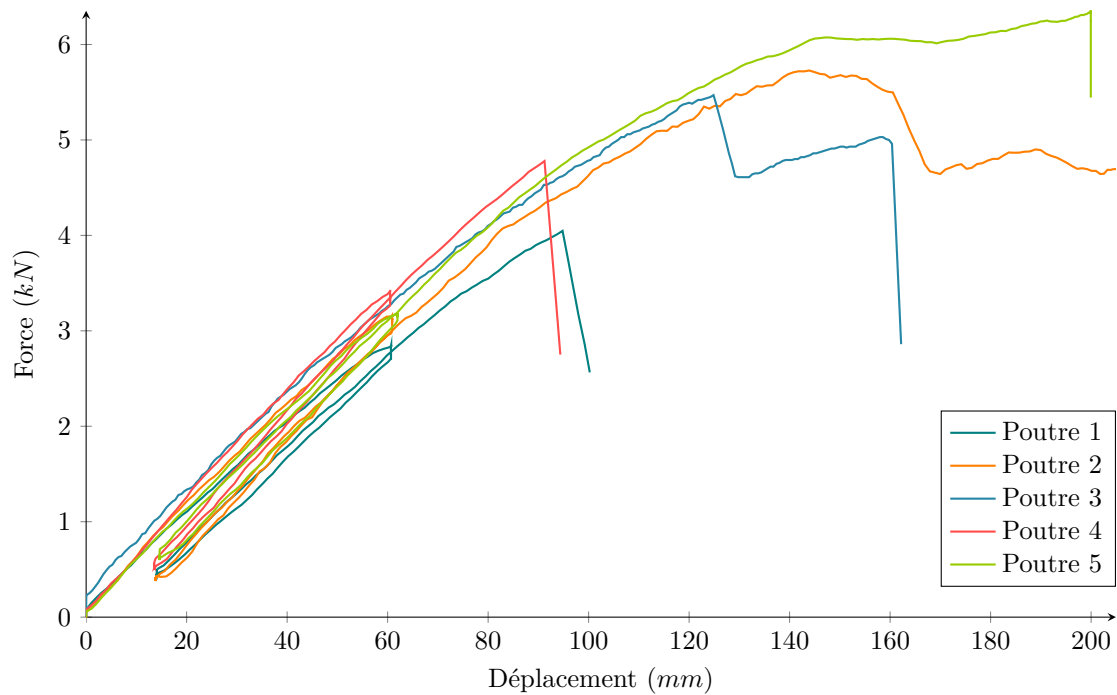
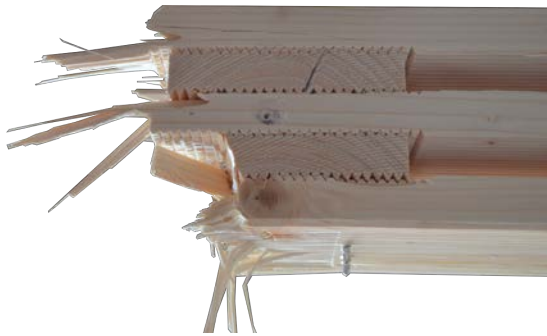


FIGURE 10.10 – Comportement des poutres ajourées en flexion trois-points

Comme pour la première version des poutres, leur rigidité  $((EI)_{app})$  est comparée à celle  $((EI)_{plein})$  d'une section pleine (voir bas du tableau 10.6). Toutes les poutres testées ont une valeur de rigidité d'au moins 50% de celle d'une poutre pleine, ce qui est très encourageant, car celle de la version précédente se situe en moyenne entre 11 et 14% de celle d'une section pleine. Il devient possible de comparer ce rapport avec les poutres tourillonnées développées par L. Resch [Res09]. Ces poutres se situent en moyenne à 40% de la rigidité d'une poutre de section pleine, alors que contrairement aux poutres rainurées vissées, elles ne sont pas ajourées.

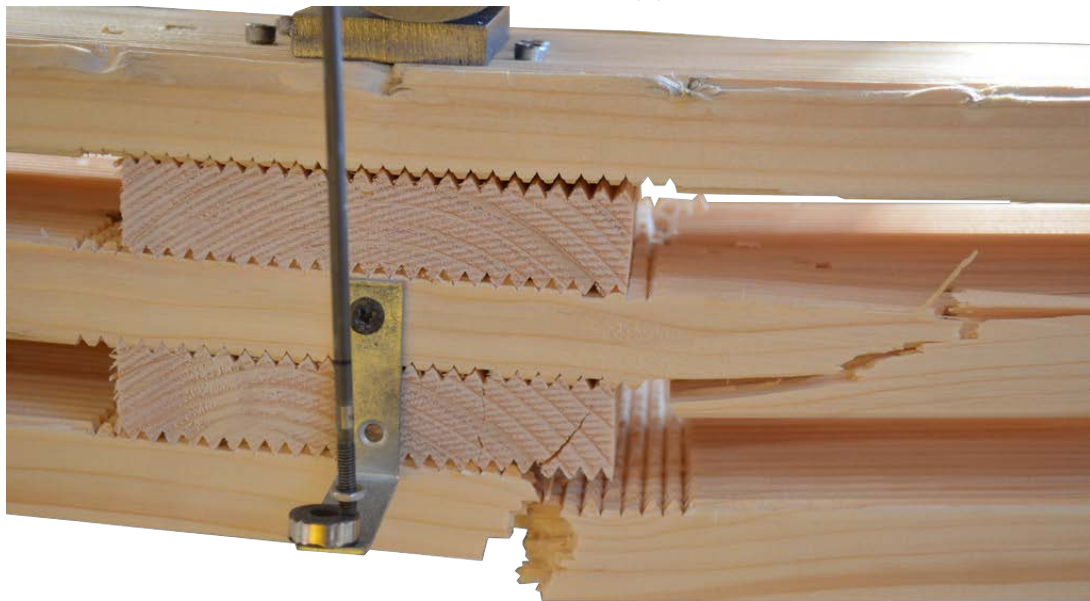
Les raideurs ont été comparées également à celles de poutres parfaitement connectées (notées  $(EI)_{ajou}$ ). En moyenne, les poutres ajourées rainurées vissées ont une raideur de 73% par rapport à une poutre ajourée parfaitement connectée.



(a) Poutre 1 : rupture à un nœud



(b) Poutre 5 : rupture à un nœud



(c) Poutre 4 : rupture en traction

FIGURE 10.11 – Rupture fragile en traction de la lamelle inférieure



FIGURE 10.12 – Poutre 2 : Rupture en compression de la lamelle supérieure puis en traction de la lamelle inférieure



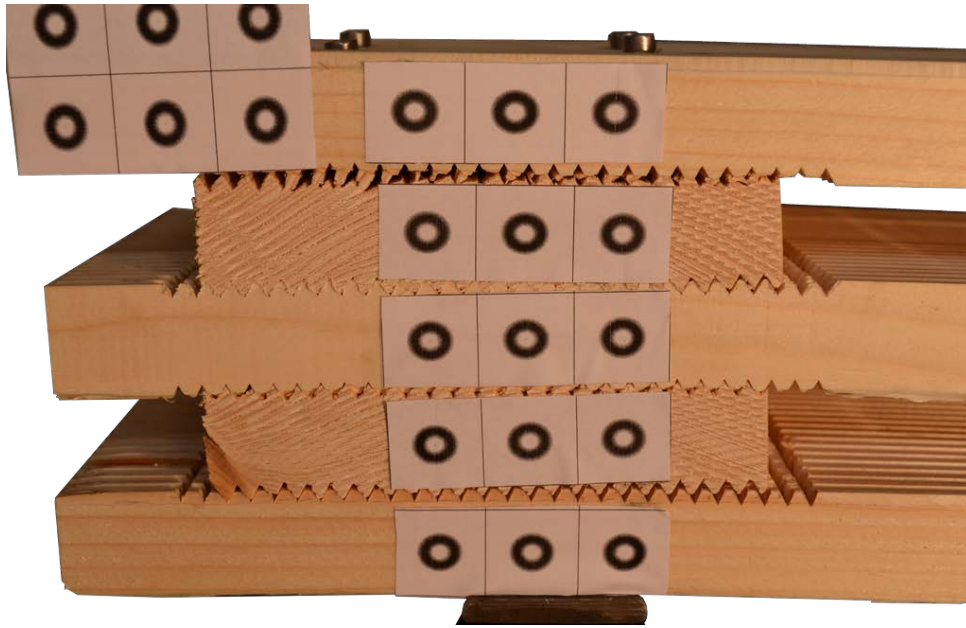


FIGURE 10.13 – Poutre 3 : Rupture de la denture d’assemblage au niveau de l’appui

TABLE 10.6 – Efforts à rupture et raideurs initiales des poutres ajourées

| Poutre                            |                  |             | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | Moyenne |
|-----------------------------------|------------------|-------------|------|------|------|------|------|---------|
| $F_{max}$                         | $kN$             |             | 4.15 | 5.82 | 6.41 | 5.52 | 4.92 | 5.37    |
| $K$                               | Chargement       | $N.mm^{-1}$ | 46.7 | 49.3 | 52.9 | 53.8 | 57.6 | 52.1    |
|                                   | Déchargement     | $N.mm^{-1}$ | 49.3 | 57.1 | 49.9 | -    | 59.5 | 53.9    |
|                                   | Rechargement     | $N.mm^{-1}$ | 47.2 | 53.3 | 52.5 | -    | 57.5 | 52.6    |
|                                   | Moyenne          | $N.mm^{-1}$ | 47.7 | 53.2 | 51.7 | 53.8 | 58.2 | 52.9    |
| $(EI)_{app}$                      | $10^{10} N.mm^2$ |             | 6.2  | 6.6  | 7.1  | 7.2  | 7.7  | 6.9     |
| $(EI)_{plein}$                    | $10^{10} N.mm^2$ |             | 12.0 | 12.2 | 12.1 | 12.0 | 12.0 | 12.1    |
| $(EI)_{ajou}$                     | $10^{10} N.mm^2$ |             | 15.2 | 15.5 | 15.3 | 15.2 | 15.2 | 15.3    |
| $\frac{(EI)_{app}}{(EI)_{plein}}$ | %                |             | 51.9 | 54.0 | 58.3 | 59.6 | 64.0 | 57.6    |
| $\frac{(EI)_{app}}{(EI)_{ajou}}$  | %                |             | 65.8 | 68.4 | 73.9 | 75.5 | 81.1 | 73.0    |

## 10.4 Confrontation avec le modèle

Le modèle développé sous Castem [CEA12] pour les poutres tourillonnées (décrit section 4.1) page 63) a été adapté pour le cas d'assemblages rainurés vissés et de poutres ajourées. Il est désormais possible de spécifier si la couche est ajourée et donc le nombre et la largeur des traverses. L'ajout d'élément de type joint entre lamelles et traverses permet de modéliser l'action des vis de maintien. Ces éléments ont une loi linéaire de comportement en force et déplacement en arrachement et en cisaillement. Un exemple de maillage réalisé avec le programme est présenté sur la figure 10.14.

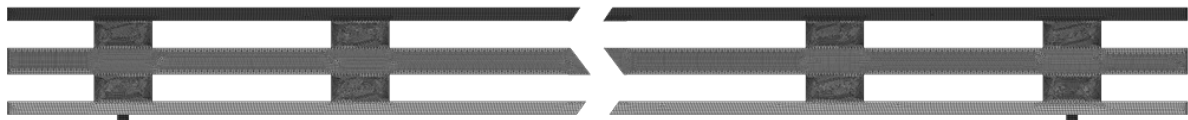


FIGURE 10.14 – Exemple de maillage d'une poutre ajourée

Le comportement moyen des rainures d'un pas de  $5\text{mm}$  de planche croisée ( $P5$ ) a été intégré au modèle en considérant que l'assemblage plastifie parfaitement après l'atteinte de la valeur de résistance maximale. Les propriétés mécaniques entrées dans le modèle sont pour le module d'élasticité, la moyenne des valeurs mesurées, et pour les autres une interpolation est effectuée par rapport aux propriétés mécaniques données par la norme NF EN 338 [AFN09]. Les courbes du modèle numérique sont présentées sur la figure 10.15.

Les essais de cisaillement des rainures ont permis de mesurer une valeur de raideur d'assemblage pour une précontrainte appliquée ( $0.14$ ,  $0.28$  ou  $0.56\text{ MPa}$ ). Ces valeurs de raideur ont servi pour faire tourner le modèle numérique et ainsi déterminer le comportement de la poutre ajourée vissée.

Le modèle se rapproche des essais lorsqu'on considère une raideur pour une précontrainte de  $0.14\text{ MPa}$  avec une erreur relative de  $1.7\%$  (voir tableau 10.7). Le modèle avec la précontrainte la plus faible donne une raideur initiale proche des essais, par contre la rupture est surestimée.

Ce résultat est cohérent du fait du peu de précontrainte appliquée lors du vissage des assemblages, se limitant au poids de la personne.

La valeur maximale à rupture du rainurage a été diminuée de  $30\%$  afin de s'approcher au mieux de l'allure de la courbe de la poutre 3 où les rainures ont rompues. Il semblerait que le phénomène observé lors des essais unitaires d'assemblages rainurés vissés soit également à l'œuvre dans le cas des poutres ajourées.

Le modèle MEF semble permettre de reproduire fidèlement le comportement d'une poutre ajourée rainurée vissée. L'utilisation de la méthode développée pour les poutres tourillonnées (voir section 5) est envisageable pour construire un outil de dimensionnement pour les poutres ajourées rainurées vissées.



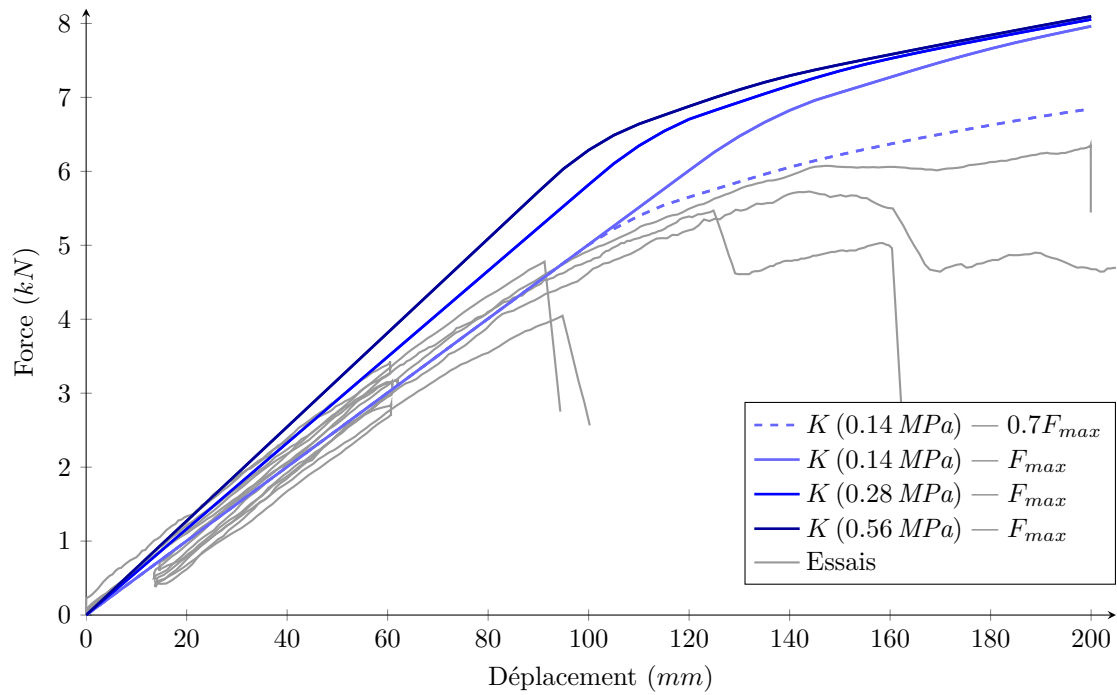


FIGURE 10.15 – Comparaison du modèle et des essais de poutres ajourées

TABLE 10.7 – Raideurs initiales des modèles de poutres ajourées

| Modèle                                     |         |             | $K$<br>(0.14 MPa)<br>$0.7F_{max}$ | $K$<br>(0.14 MPa)<br>$F_{max}$ | $K$<br>(0.28 MPa)<br>$F_{max}$ | $K$<br>(0.56 MPa)<br>$F_{max}$ |
|--------------------------------------------|---------|-------------|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| $K$                                        | raideur | $N.mm^{-1}$ | 53.8                              | 53.8                           | 58.9                           | 68.9                           |
| $\frac{\Delta K_{modele}}{K_{essais,moy}}$ | erreur  | %           | 1.7                               | 1.7                            | 11.3                           | 30.2                           |

# Section 11

## Fabrication d'un mur en ossature

### 11.1 Exemples d'utilisation

Les murs des constructions bois sont structurés sur la base de montants espacée généralement entre 40 et 60cm, entre et sur lesquelles sont placés les matériaux secondaires (isolation, pare-pluie, parement, etc.). Le contreventement de la paroi est assuré par des panneaux dérivés du bois. Les montants sont porteurs dans le cas d'une ossature et non porteur dans les autres cas. La figure 11.1 présente des exemples de montant porteurs, les deux de gauche, et non porteurs pour ceux de droite.

Les parois de bois massif (cf. figure 11.2a) sont utilisées dans le cas des structures en panneaux porteurs. Ces types d'éléments permettent une préfabrication en atelier pouvant aller jusqu'à la pose du second œuvre comme les plaques de plâtre.



FIGURE 11.1 – Exemple de montants utilisables en ossature bois



(a) Paroi massive



(b) Paroi ajourée



(c) Paroi ajourée alternative

FIGURE 11.2 – Exemple de modules de parois reconstituées

## 11.2 Description et réalisation

Un mur d'ossature à lames croisées sans parement a été réalisé afin de mesurer le comportement de l'assemblage sous efforts combinés de cisaillement et torsion. Le mur est testé en contreventement dans son plan, impliquant ainsi un moment de torsion au niveau de chaque croisement des lames. L'ossature est réalisée avec dix montants verticaux et dix traverses horizontales, chaque élément étant apparié deux à deux pour des raisons de fonctionnement (voir figure 11.3). En effet, l'assemblage rainuré vissé ne reprenant des efforts que dans une seule direction, pour palier cette limite, deux assemblages consécutifs n'ont pas la même direction de fonctionnement (cf. figure 11.4).

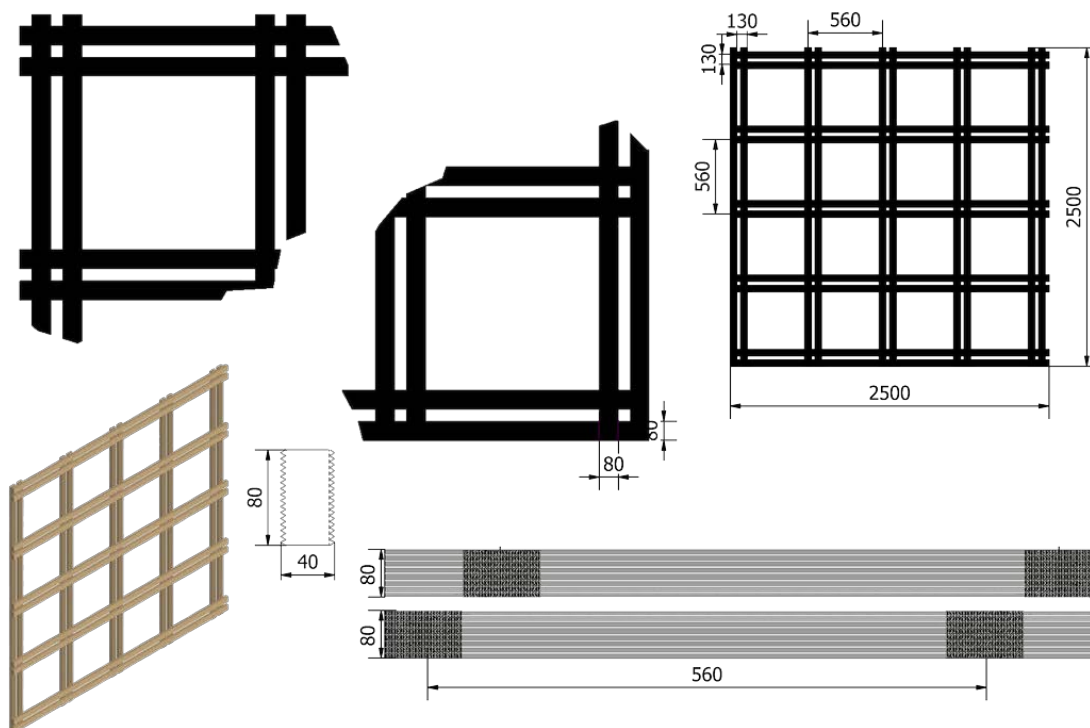


FIGURE 11.3 – Plan de fabrication d'un mur ajouré d'ossature

Pour la fabrication du mur 24 planches d'épicéa ont été usinées sur la quatre faces afin d'obtenir une section nette de  $80 \times 40\text{mm}$ . À ce stade, les planches sont pesées à l'aide de deux balances puis leur module d'élasticité longitudinal est mesuré par méthode vibratoire. Les résultats de mesure sont reportés dans le tableau 11.1.

Les planches repassent ensuite à la quatre faces, mais cette fois-ci avec les outils à rainurer afin de réaliser la denture longitudinale.

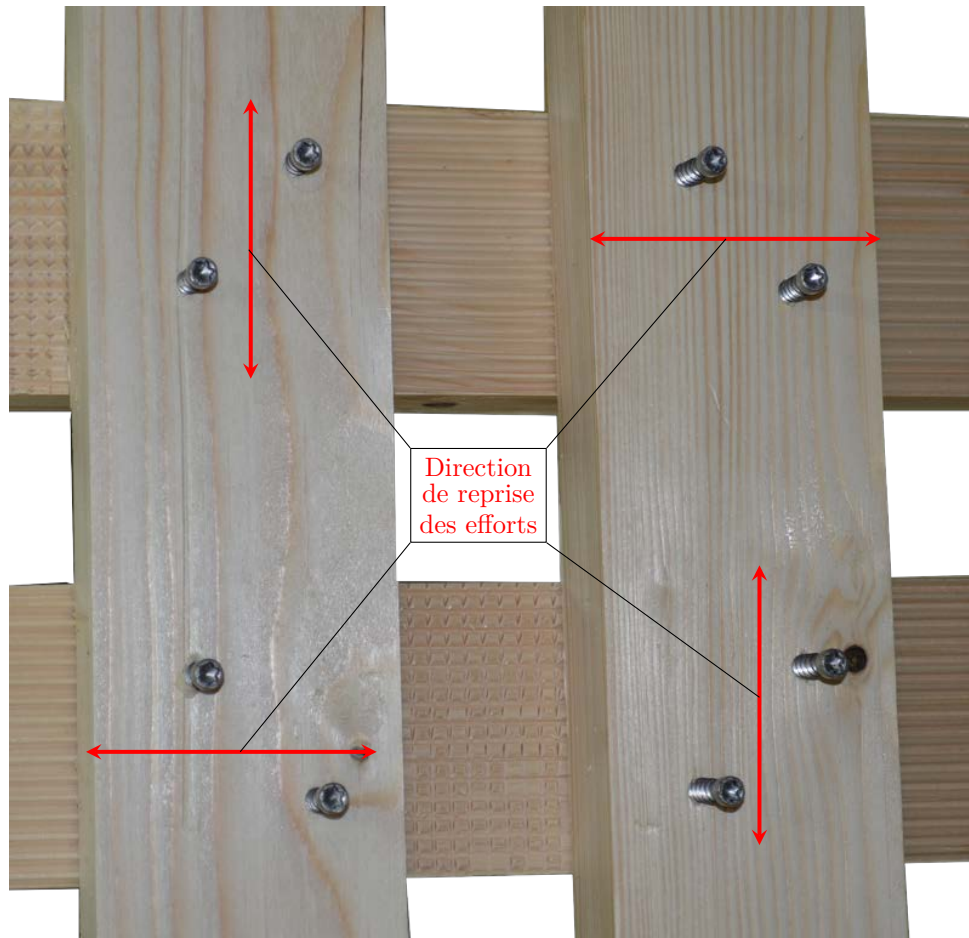


FIGURE 11.4 – Fonctionnement des assemblages du mur

TABLE 11.1 – Modules d'élasticité et masses volumiques des éléments du mur

| Traverse | $E(MPa)$ | $\rho(kg.m^{-3})$ | Montant | $E(MPa)$ | $\rho(kg.m^{-3})$ |
|----------|----------|-------------------|---------|----------|-------------------|
| 1        | 12258    | 597               | 1       | 10829    | 591               |
| 2        | 10300    | 597               | 2       | 14607    | 673               |
| 3        | 11091    | 605               | 3       | 9301     | 611               |
| 4        | 11966    | 583               | 4       | 12326    | 568               |
| 5        | 12368    | 570               | 5       | 13396    | 652               |
| 6        | 9255     | 608               | 6       | 11598    | 565               |
| 7        | 8548     | 561               | 7       | 13414    | 653               |
| 8        | 12031    | 586               | 8       | 13473    | 621               |
| 9        | 12974    | 598               | 9       | 13132    | 639               |
| 10       | 14901    | 651               | 10      | 14247    | 636               |

Les pièces sont ensuite amenées sur le robot afin d'exécuter un rainurage transverse tous les 560mm sur chacune des pièces. Ainsi, lors de l'assemblage du mur une pièce sur

deux est pivoté à  $180^\circ$  afin d'obtenir un décalage des rainures transverses (voir figure 11.3 en bas à droite), permettant d'obtenir une direction différente de reprise d'efforts un assemblage sur deux. Les montants et traverses sont positionnés sur une table de montage afin de vérifier que tous les éléments peuvent bel et bien s'assembler. Ensuite deux vis (WT-S-6.5×90) sont mises en place sur chaque assemblage selon la disposition de la figure 11.6. L'assemblage est présenté sur la figure 11.5.

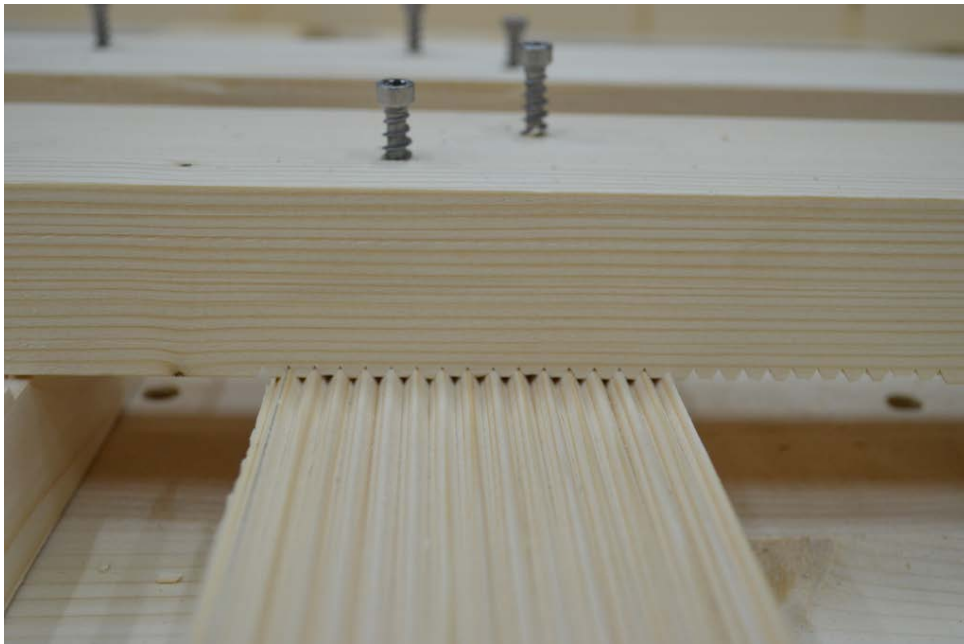


FIGURE 11.5 – Détails d'un assemblage du mur

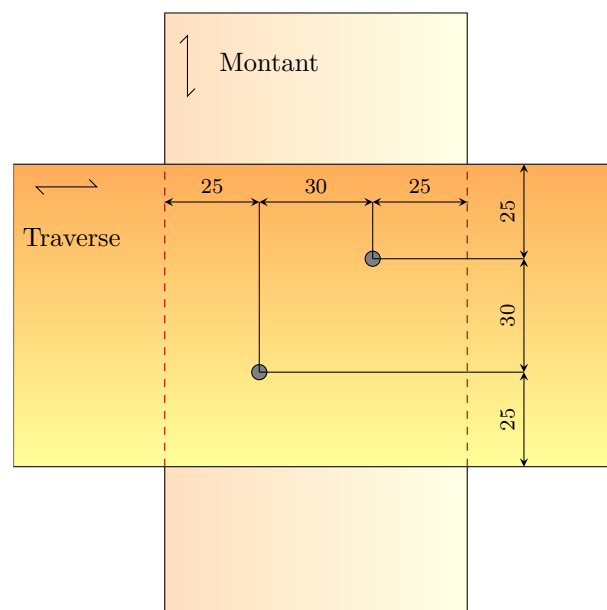


FIGURE 11.6 – Disposition des vis acier pour chaque assemblage

### 11.3 Essai

Le mur est testé en contreventement (cf. figure 11.7), pour cela la traverse 1 est fixée à la lisse basse par l'intermédiaire de pièces bois vissées de part et d'autre de la traverse. Quatre capteurs de déplacements sont positionnés sur le mur. Deux sont positionnés sur la traverse basse pour mesurer le glissement horizontal du mur. Un au bas du montant 10 mesure le soulèvement vertical. Le dernier est positionné en haut du montant 10 pour mesurer le déplacement horizontal en tête de mur. Un capteur de force a été installé entre la tête du vérin et le mur pour améliorer la précision de mesure de l'effort appliqué. Des anti-dévers ont été placés de part et d'autre du mur afin de garantir sa stabilité.

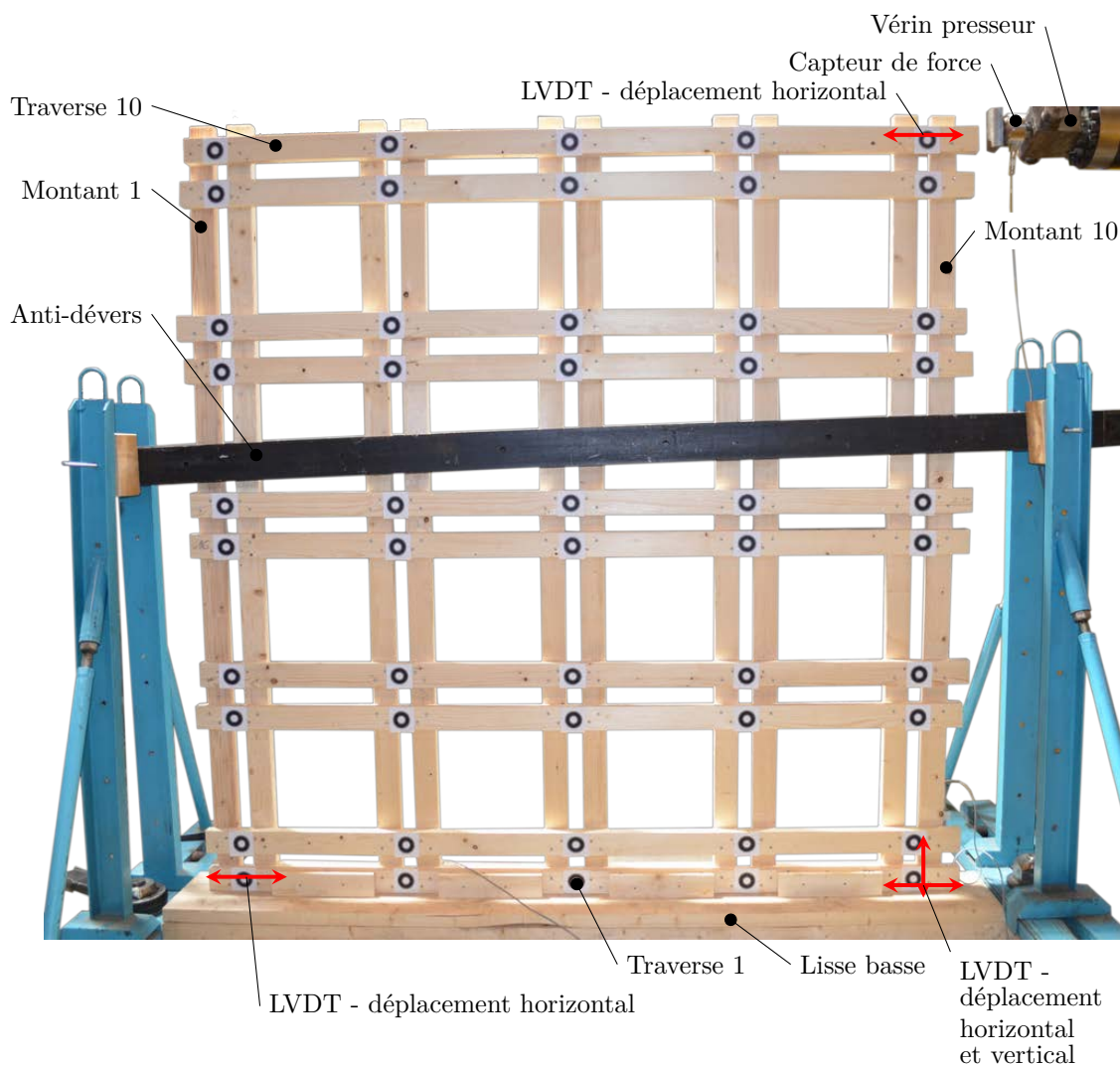


FIGURE 11.7 – Appareils de mesures

La figure 11.8 présente le comportement du mur en termes de déplacement de tête de mur et d'effort appliqué. Le tracé montre d'une part, des mesures de la cellule du vérin et, d'autre part, du LVDT et de la cellule de force, afin de vérifier que les deux donnent bien des mesures similaires. Le tableau 11.2 présente les résultats de mesure relevée sur le mur.

TABLE 11.2 – Efforts à rupture et raideurs du mur en contreventement

| Mur       |              | 1                 |
|-----------|--------------|-------------------|
| $F_{max}$ | $kN$         | 8.48              |
| $K$       | Chargement   | $N.mm^{-1}$ 253.7 |
|           | Déchargement | $N.mm^{-1}$ 164.6 |
|           | Rechargement | $N.mm^{-1}$ 253.0 |
|           | Moyenne      | $N.mm^{-1}$ 223.8 |

La ruine du mur a été provoquée par la rupture des assemblages. La figure 11.9 présente un exemple type d'assemblages après rupture, sur chacun apparaît une déformation linéaire des rainures due à la rotation d'une pièce par rapport à l'autre. La figure 11.10 met en évidence le soulèvement en pied de mur en fin de chargement.

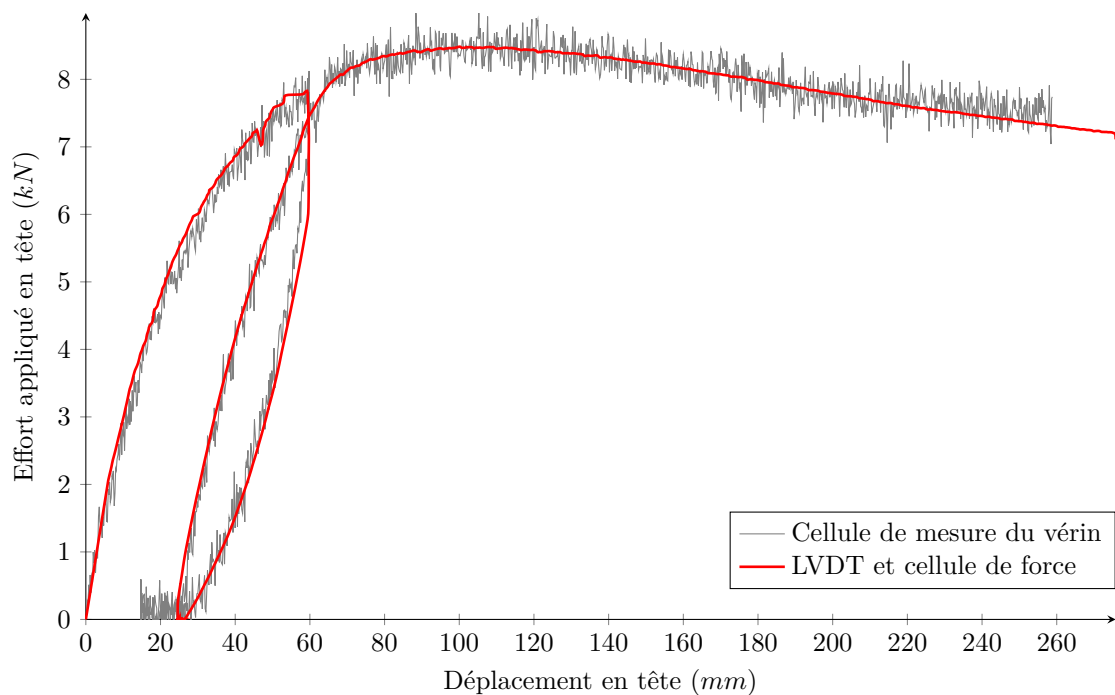


FIGURE 11.8 – Déplacement du mur en fonction de l'effort appliqué en tête



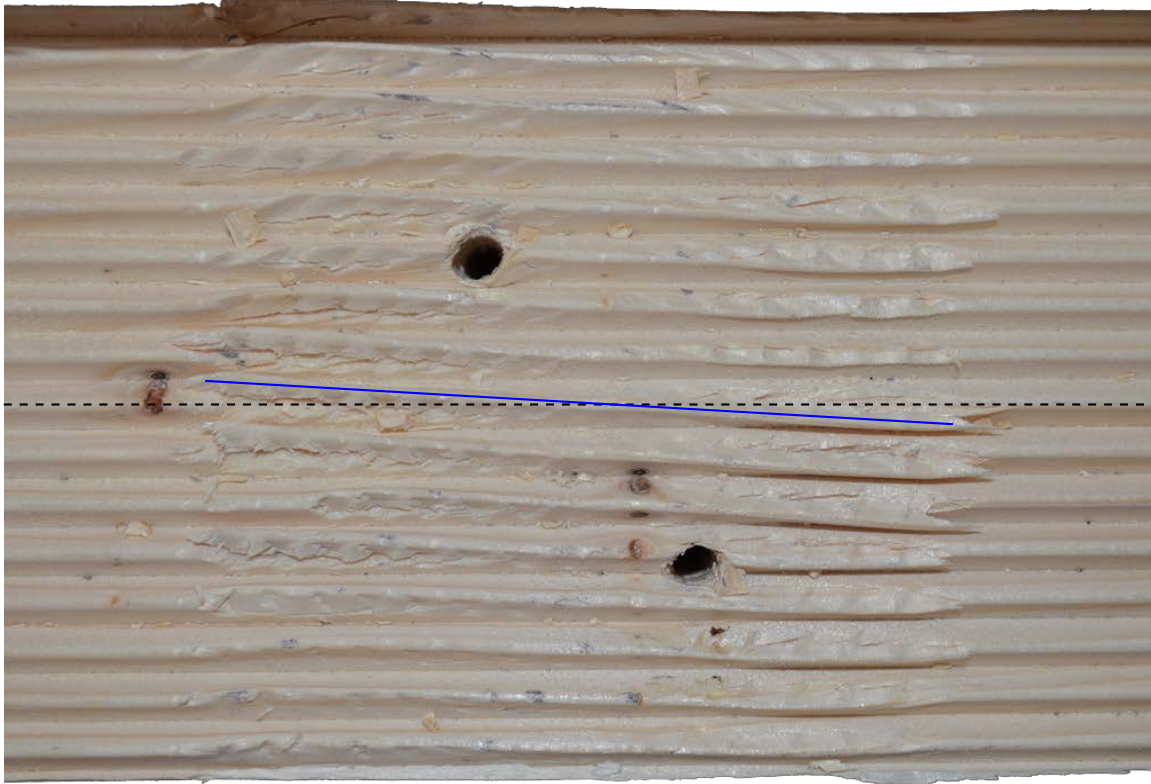


FIGURE 11.9 – Rupture des rainures due à la torsion des éléments du mur

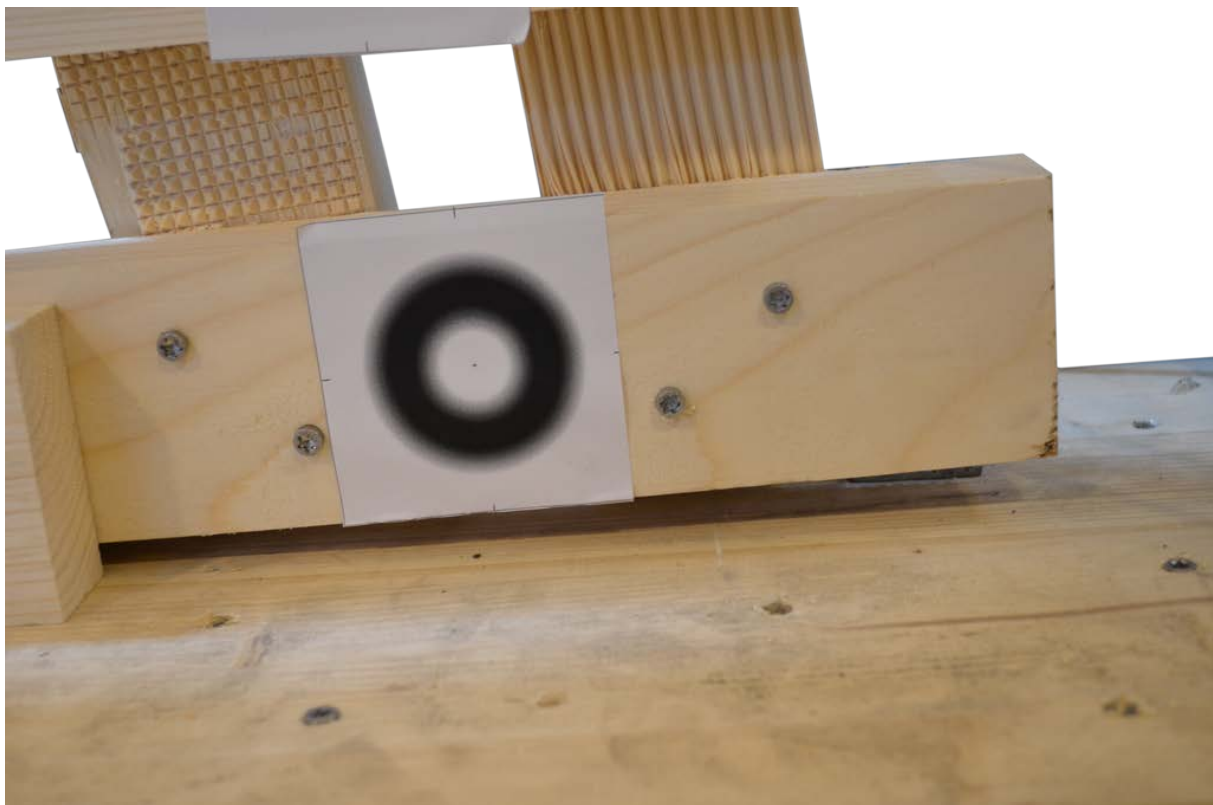


FIGURE 11.10 – Rotation des montants et arrachement en pied sous charge

## 11.4 Modèle de mur

Le modèle de mur est paramétrique et permet le calcul d'un mur reconstitué au contreventement dans son plan (cf. figure 11.11). Le mur est modélisé par une grille de montants (verticaux) et de traverses (horizontales) reliés entre eux à leur intersection par des assemblages. Dans ce modèle les montants et traverses sont modélisés par des éléments de type poutre (POUT), en effet, les éléments travaillent essentiellement en traction-compression et flexion et très peu en cisaillement. Donc contrairement au modèle de poutre reconstituée, il n'est pas nécessaire d'utiliser des éléments surfaciques. Ainsi, l'intégration du module d'élasticité longitudinale et du module de cisaillement orthogonal des éléments est suffisante pour rendre compte du comportement des éléments sous charge.

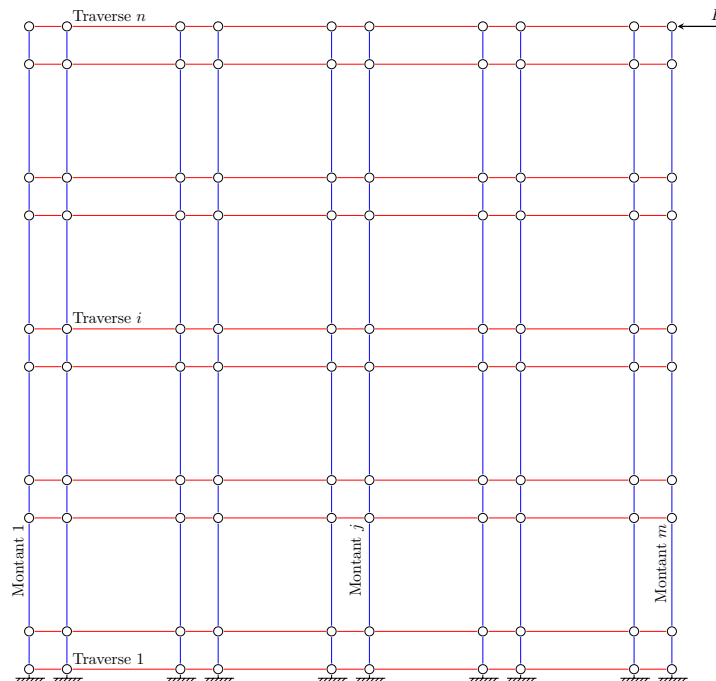


FIGURE 11.11 – Maillage du mur du modèle MEF

L'assemblage rainuré a été scindé en plusieurs parties, chacune étant modélisée par un ressort dont la rigidité dépend de la surface de sa sous-partie associée (cf. figure 11.12).

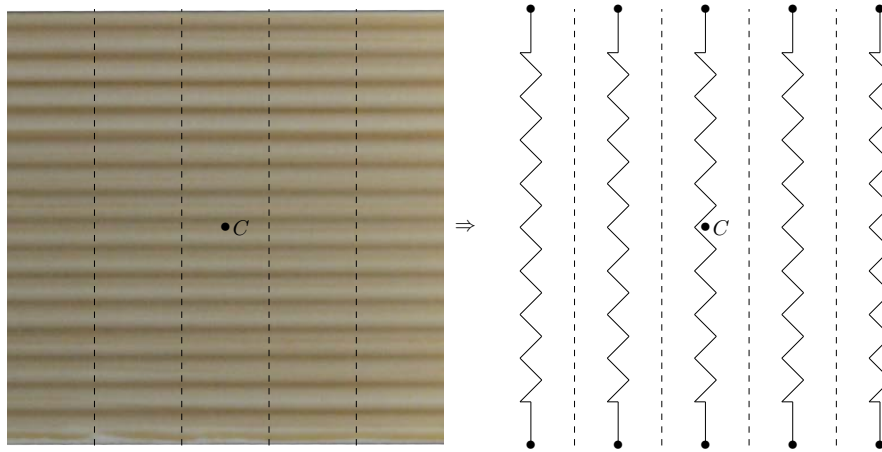


FIGURE 11.12 – Modèle représentatif des rainures

Cette typologie permet de prendre en compte les moments de torsion dans l'assemblage en permettant des déplacements des ressorts représentant une portion de l'assemblage différent les uns par rapport aux autres mais en relation avec les rotations imposées par les éléments du mur. Ces déformations sont représentées sur la figure 11.13 pour un effort  $F$  et un moment de torsion  $m_t$  appliqués à l'assemblage.

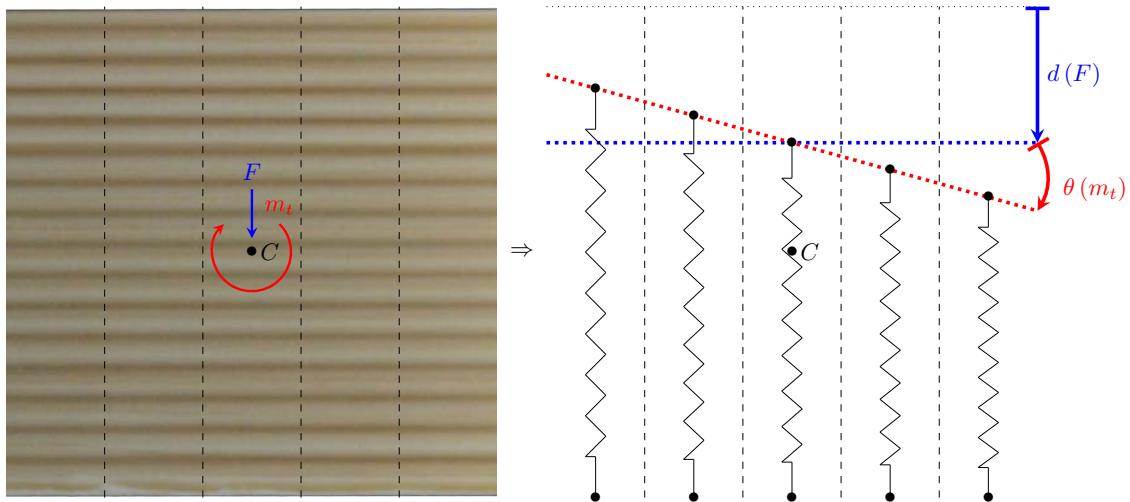


FIGURE 11.13 – Déformations sous effort et moment du modèle des rainures

L'assemblage entre les éléments est réalisé en imposant différentes relations entre les nœuds d'intersection. Ainsi le nœud d'un montant est mise en relation avec le nœud de la traverse correspondante. Ces deux nœuds en correspondance sont reliés via à une série d'élément de type barre (BARR)(cf. figure 11.14). Afin de prendre en compte la rotation des nœuds des montants et traverses, les nœuds d'assemblage se déplacent proportionnellement à leurs différences de rotation, suivant leur distance au centre de l'assemblage. Chaque élément barre a la loi de comportement mesuré par les essais de cisaillement de rainure, rapporté à une unité de surface. Ainsi, en procédant de cette manière, le comportement en torsion de l'assemblage est déterminable.

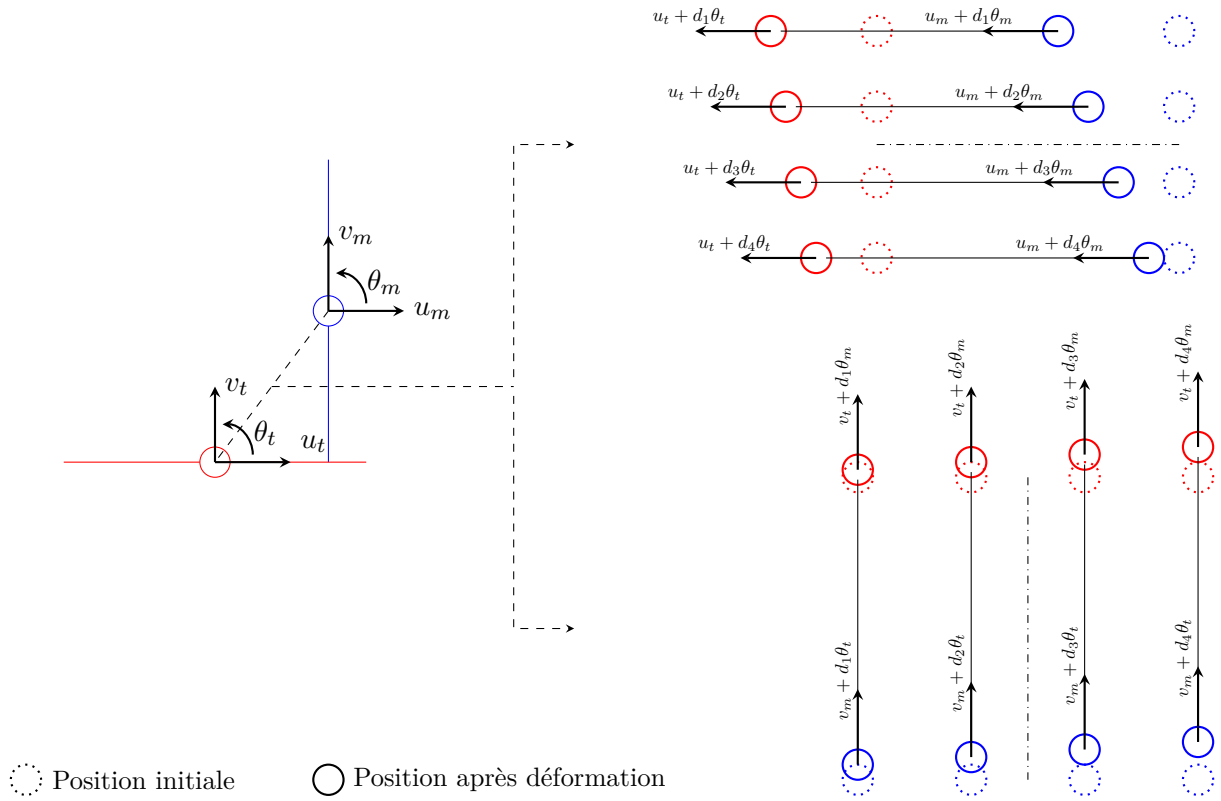


FIGURE 11.14 – Barres en traction ou compression modélisant le comportement d'un nœud

## 11.5 Confrontation avec l'essai

Les propriétés mécaniques et géométriques ainsi que les dimensions du mur ont été intégrées au modèle pour pouvoir être comparées au résultat expérimental. Le modèle a permis de calculer le comportement du mur pour les quatre combinaisons suivantes. Les montants ont été considérés soit encastrés, soit libres, en pieds. En effet, la lisse basse où reposait le mur a pu limiter la rotation des montants en pieds. La raideur des vis de maintien a été prise en compte ou non, afin de percevoir leurs apports dans le comportement global du mur. La figure 11.15 montre l'aspect que prend le modèle de mur une fois déformé.

La figure 11.16 permet de comparer les différents modèles avec le comportement expérimental du mur. Chaque modèle semble plus souple que le mur fabriqué, ce qui est peu commun. Seul le modèle encasté en pieds avec prise en compte des vis permet d'obtenir le bon comportement du mur, mais sous condition d'opérer un réajustement à l'origine de  $1.58kN$  (courbe en pointillé). Cette différence peut s'expliquer par la non-prise en compte de la diffusion des efforts au niveau des assemblages entre montants et traverses. En effet les pièces sont filantes et non coupées comme pour les essais unitaires de rainures présentés en section 7.2.4 page 130. Cet effet de diffusion autorise l'augmentation de la raideur des assemblages ainsi que celles de leurs efforts à rupture, permettant d'atteindre

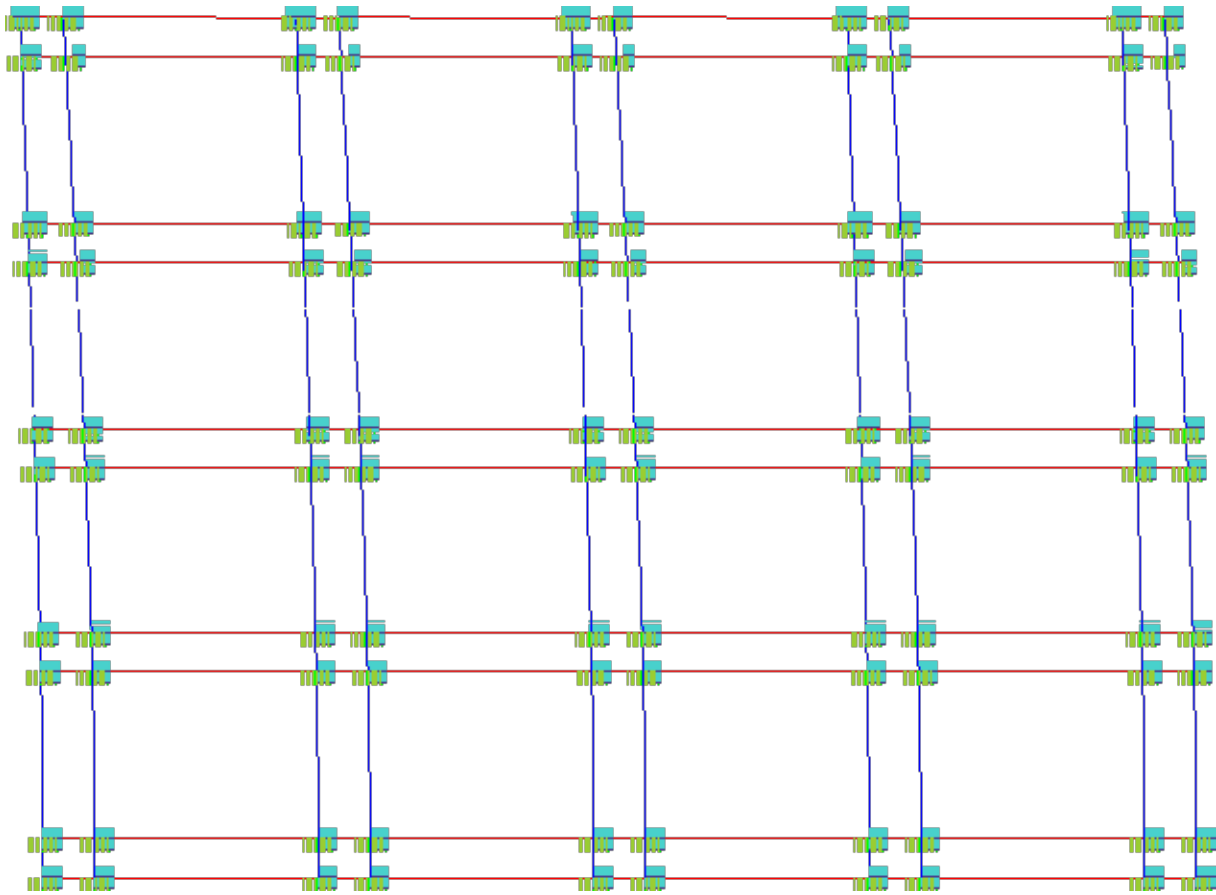


FIGURE 11.15 – Maillage déformé du mur d'ossature

un effort expérimental à rupture de  $1.58kN$  de plus que le modèle. Cela permet également de justifier que la première phase du mur est plus rigide que le modèle et ne s'en approche qu'à partir du moment où les rainures sont cisailées au niveau des bords des assemblages.

Il est donc nécessaire de mesurer le comportement des assemblages rainurés en torsion par un montage d'essais du type présenté en figure 1.5 page 29 afin de pouvoir quantifier la diffusion des efforts par les pièces assemblées.

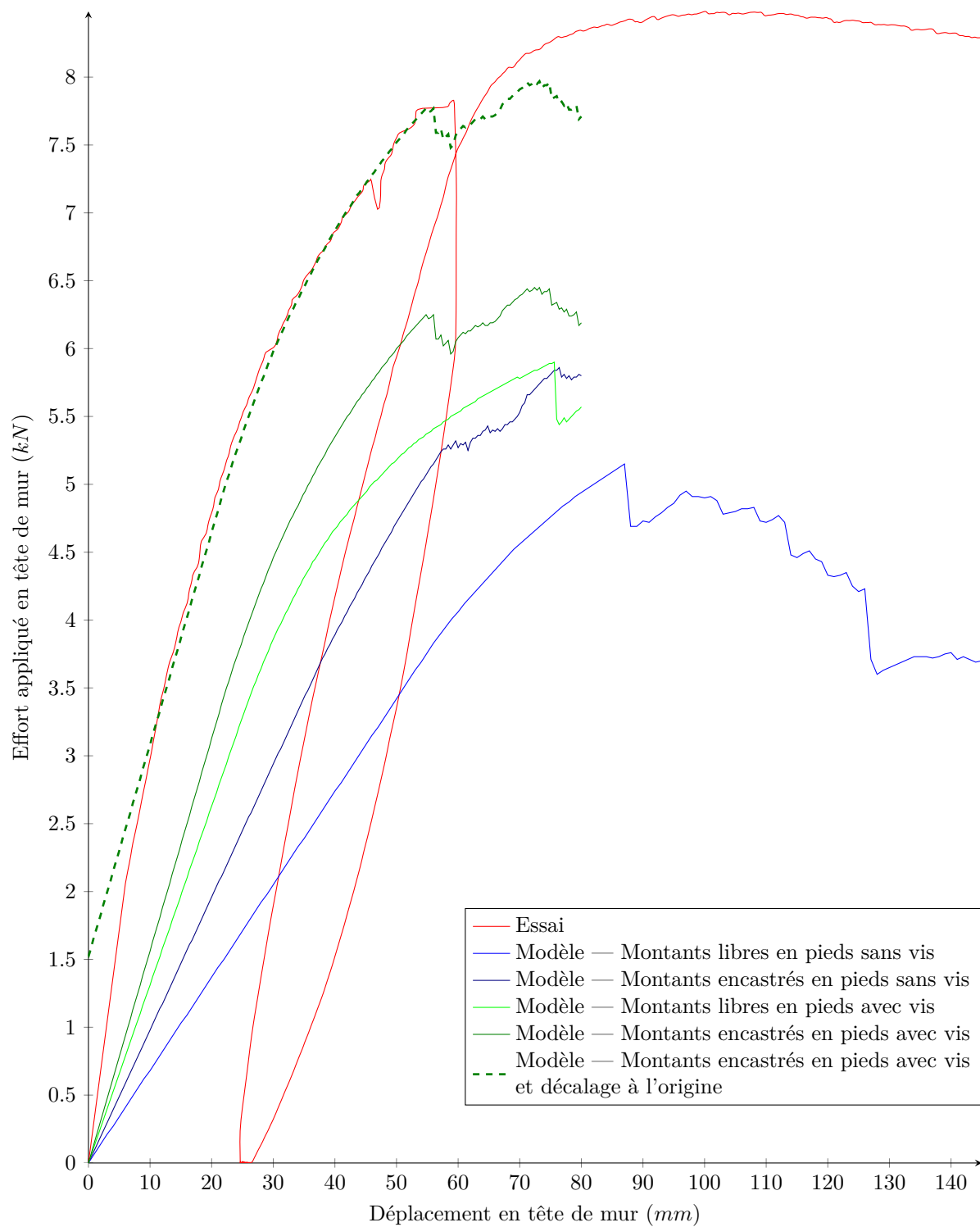


FIGURE 11.16 – Comparaison du modèle de mur avec l'essai de contreventement



## Conclusion





L'objectif de cette étude visait au développement d'éléments de structures entièrement en bois en améliorant la technique d'assemblage. La tendance actuelle impose de s'affranchir le plus possible de l'utilisation de colles en raison de leur impact environnemental, mais aussi d'utiliser des essences locales de bois pour un développement durable en circuit court. Outre cette optique, l'industrialisation des éléments conçus a été également un axe directeur de ce travail, en intégrant l'utilisation d'un robot afin d'optimiser le rendement matière, le temps de fabrication et la flexibilité de production. La fabrication d'éléments reconstitués par assemblages rainurés vissés permet finalement de répondre à toutes ces problématiques par l'utilisation de planches à faible section difficilement valorisables généralement, mais facilement disponibles localement.

Les études expérimentales menées dans ce travail se sont limitées à une unique essence résineuse (*Picea abies*) en supposant que ce qui serait montré pourrait facilement être étendu à des essences plus dures. Au regard des résultats obtenus, cela est avéré, tout comme la mixité des essences, si un minimum de précaution est pris concernant le comportement hydromécanique de chacun. Des vis coniques bois ont été fabriquées en robinier faux acacia (*Robinia pseudoacacia*), car cette essence est déjà utilisée pour la confection de chevilles de charpentes. De plus, cette essence est disponible rapidement et un peu partout. Il est possible de lui substituer du chêne (*Quercus*) dans les régions dépourvues de robinier, car c'est principalement la différence de densité entre le support et la vis qui est essentielle pour un vissage correct. Bien que des traitements existent déjà pour durcir les bois, il n'est pas à court terme envisageable d'assembler les bois durs avec des vis en bois, des vis métalliques seront alors plus appropriées pour des applications immédiates.

Le cheminement de cette étude a été ascendant. Il permet dans un premier temps à partir d'une loi de comportement en cisaillement d'un assemblage moisé possédant des rainures et picots et des vis pour maintenir les moises en contact, d'en déduire le comportement de l'assemblage complet. Dans un second temps, il permet de déterminer le comportement d'éléments reconstitués intégrant ce type d'assemblage. La méthodologie mise en place permet de ne pas relancer de grandes campagnes d'essais lors du remplacement ou de la modification de la configuration de l'assemblage. Il a pu être montré l'efficacité de l'assemblage sur le comportement de poutres ajourées en premier lieu puis la présence d'un effet positif du cisaillement dans l'assemblage lorsque celui-ci est utilisé pour constituer des éléments de paroi ou la torsion domine.

En premier lieu, il a été nécessaire de mettre au point un dispositif expérimental de mesure des caractéristiques de l'assemblage simplement rainuré. Il a été montré qu'un rainurage améliorait la rigidité d'un facteur entre 3 et 10 et la résistance en cisaillement d'un facteur entre 3 et 4 par rapport à un tourillon soudé. Il est possible d'atteindre des performances en résistance proches de celles d'un assemblage collé. Cependant, pour la mise en place au niveau industriel, le rainurage à gros pas se révèle plus aisé. L'obtention des rainures s'est faite par usinage, fragilisant les dents, car les fibres du bois sont sectionnées localement. D'autres procédés de fabrication sont sans doute envisageables comme

le matriçage afin de garder les fibres continues et ainsi obtenir de meilleures performances d'assemblage. Les tests sur les rainures ont permis de montrer que le comportement était non-linéaire quel que soit le type de façonnage. La première phase est élastique jusqu'à atteindre la plastification en cisaillement du bois pour enfin être ductile avant la rupture à la base des dents des rainures. En première approche, les ressorts n'étaient pas présents sur le montage expérimental, l'information de l'influence de la précontrainte initiale était donc perdue. Le développement du montage final a ainsi permis de mesurer le frottement ainsi que l'évolution du comportement de l'assemblage rainuré sous plusieurs précontraintes. Il a pu être montré l'influence de la rigidité du dispositif de serrage sur la résistance de l'assemblage et donc poser les caractéristiques nécessaires des connecteurs à utiliser.

En parallèle, des essais d'arrachement ont été menés sur des vis coniques en bois avec un protocole similaire à celui utilisé pour qualifier des tourillons soudés. Cette démarche a été conduite afin de pouvoir comparer les deux technologies de maintien. Ainsi la vis conique bois permet d'atteindre une plus grande valeur d'effort à l'arrachement entre 66% et 110% ainsi qu'une raideur plus forte qu'un tourillon quel que soit son type de 10 à 14 fois supérieures. Les vis coniques bois peuvent ainsi remplacer avantageusement les tourillons soudés pour un temps de mise en place égal. Même s'il a été difficile d'obtenir des usinages de qualité sur les vis utilisées, cela n'en posera aucun d'un point de vue industriel. La vis conique bois est un produit original, la littérature ne traite pas de sa fabrication ni de ses caractéristiques en termes de résistance et de raideur à l'arrachement. Le champ de recherche est donc ouvert pour observer et améliorer l'influence de sa fabrication sur ses propriétés mécaniques.

La combinaison du rainurage et des vis coniques bois permet d'obtenir un assemblage travaillant à une raideur optimale, cependant dans les configurations testées, une diminution de la résistance à rupture de l'ordre de 20% est observée. Cette difficulté peut être contournée par l'ajout d'une vis conique supplémentaire. Le comportement de l'assemblage rainuré vissé est composé de trois phases. La première est linéaire jusqu'à l'approche de la résistance maximale. Ensuite l'effort repris par l'assemblage diminue jusqu'au décrochage complet des dents, pour enfin arriver à un seuil où les vis bois plastifient. Ce comportement est très intéressant, car il ne souffre pas de rupture fragile, ce qui est un véritable atout dans les situations de séisme, car l'assemblage joue alors le rôle de dissipateur d'énergie.

Afin d'observer l'assemblage rainuré vissé en situation concrète deux séries de poutres ajourées ont été fabriquées, chacune d'une longueur de 4.2m. Un modèle numérique a aussi été développé pouvant intégrer le comportement de l'assemblage rainuré. La première version des poutres ajourées a permis de mettre en évidence deux défauts : un de fabrication et un de modélisation. En effet, lors des essais, la rupture a été causée par la rotation parasite des traverses entraînant l'ouverture des assemblages. Ce mode de rupture n'était pas prévisible par le modèle, il a donc évolué pour prendre en compte le comportement de connecteur à l'arrachement. Une seconde série de poutres a été fabriquée. Le modèle

numérique a pu montrer son efficacité à évaluer le comportement des poutres en flexion.

Un mur d'ossature de 2.5 par 2.5m a été réalisé afin d'observer le comportement de l'assemblage rainuré vissé dans un autre mode de fonctionnement. Lorsque le mur fonctionne en contreventement, les assemblages travaillent eux en torsion. Un modèle numérique a été développé afin de rendre compte de cette nouvelle configuration sur la base des essais d'assemblages initiaux. Il s'est avéré que le modèle donne un comportement plus souple que le comportement mesuré du mur. L'explication est que la diffusion de l'effort en bordure d'assemblage n'a pas été prise en compte, ce qui donne un résultat plus prometteur que prévu.

Les réalisations d'éléments de structures ont permis de valider leur faisabilité sur un robot industriel en montrant qu'il n'existait pas de verrous technologiques. Les perspectives sont vastes à présent, car beaucoup de choses méritent d'être approfondies pour alimenter la mise en œuvre de cette technologie. Tout d'abord, le comportement hygro et thermo mécanique des parois construites de manière entièrement automatisée est à maîtriser. Les avantages de la ductilité des assemblages sont à montrer et à maîtriser sous sollicitation sismique. L'assemblage des différents éléments est à développer pour réduire l'emploi d'organes supplémentaires et faciliter la tâche de montage. Enfin un travail réfléchi sur le classement des bois réservés à la seconde transformation est nécessaire pour les utiliser en construction et atteindre des coûts de fabrication très compétitifs. Ces développements sont nécessaires pour suivre le chemin de la compétitivité tout en respectant les principes du développement durable.



# Bibliographie



# Bibliographie

- [AFN91] AFNOR : NF EN 26891 - structures en bois. assemblages réalisés avec des éléments mécaniques de fixation. principes généraux pour la détermination des caractéristiques de résistance et de déformation, 1991.
- [AFN03] AFNOR : NF EN 1990 - eurocodes structuraux. bases de calcul des structures., 2003.
- [AFN05a] AFNOR : NF EN 14374 - structures en bois - lvl (lamibois) - exigences, 2005.
- [AFN05b] AFNOR : NF EN 1995-1-1 - eurocode 5 : conception et calcul des structures en bois : partie 1-1 : généralités : règles communes et règles pour les bâtiments, 2005.
- [AFN09] AFNOR : NF EN 338 - bois de structure - classes de résistance, 2009.
- [AFN12] AFNOR : NF EN 16351 - bois lamellé croisé - exigences, 2012.
- [AFN13] AFNOR : NF EN 14080 - structures en bois - bois lamellé collé et bois massif reconstitué - exigences, 2013.
- [BCC<sup>+</sup>10] Richard BERGMAN, Z CAI, CG CARLL, CA CLAUSEN, MA DIETENBERGER, RH FALK, CR FRIHART, SV GLASS, CG HUNT, RE IBACH *et al.* : Wood handbook, wood as an engineering material. *Forest Products Laboratory*, 2010.
- [BH89] Eric B BAUM et David HAUSSLER : What size net gives valid generalization ? *Neural computation*, 1(1):151–160, 1989.
- [BPD<sup>+</sup>07] J.-F. BOCQUET, A. PIZZI, A. DESPRES, H. R. MANSOURI, L. RESCH, D. MICHEL et F. LETORT : Wood joints and laminated wood beams assembled by mechanically-welded wood dowels. *Journal of adhesion science and technology*, 21(3-4):301–317, 2007.
- [BPR07] J.-F. BOCQUET, A. PIZZI et L. RESCH : Full-scale industrial wood floor assembly and structures by welded-through dowels. *European Journal of Wood and Wood Products*, 65:149–155, 2007. 10.1007/s00107-006-0170-4.
- [BSC<sup>+</sup>13] B. BELLEVILLE, T. STEVANOVIC, A. CLOUTIER, A. PIZZI, M. PRADO, S. ERAKOVIC, P. N. DIOUF et M. ROYER : An investigation of thermochemical changes in Canadian hardwood species during wood welding. *EURO-*



- PEAN JOURNAL OF WOOD AND WOOD PRODUCTS*, 71(2):245–257, MAR 2013.
- [CEA12] CEA : Castem - logiciel de calcul aux éléments finis, 2012.
- [Cec95] A. CECCOTTI : *Timber-concrete composite structures*. Timber Engineering-STEP 2, Ed. by H. J. Blass, P. Aune, B. S. Choo, R. Görlacher, D. R. Griffiths, B. O. Hilson et al. Centrum Hout, The Netherlands, pp. E13/1-12. ISBN 90-5645-002-6,, 1995.
- [Cin96] B. CINOTTI : évolution des surfaces boisées en france : proposition de reconstitution depuis le début du xixe siècle. *Revue forestière française*, Vol. XLVIII (6):p. 547–562, 1996.
- [CMB00] J.L. CASTRO, C.J. MANTAS et J.M. BENITEZ : Neural networks with a continuous squashing function in the output are universal approximators. *Neural Networks*, 13(6):561 – 563, 2000.
- [CST06] CSTB : Le bois dans la construction - étude bibliographique, 2006.
- [CST09] CSTB : Avis technique 3/09-595 - panneaux mhm, 2009.
- [FL11] M. FRAGIACOMO et E. LUKASZEWSKA : Development of prefabricated timber concrete composite floor systems. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Structures and buildings*, 164(2):13, 2011. Anglais.
- [FM14] Marcus FLAIG et Nico MEYER : A new test configuration to determine the slip modulus of connections between crosswise bonded boards. *COST Action FP1004 - Experimental Research with Timber*, page 77, 2014.
- [Fra05] M FRAGIACOMO : A finite element model for long-term analysis of timber-concrete composite beams. *Structural Engineering and Mechanics*, 20(2):173–190, 2005.
- [Fra12] FRANCE BOIS FORÊT : Observatoire économique de france bois forêt, 2012.
- [Gir09] Ulf Arne GIRHAMMAR : A simplified analysis method for composite beams with interlayer slip. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(7):515 – 530, 2009.
- [GP07] Ulf Arne GIRHAMMAR et Dan H. PAN : Exact static analysis of partially composite beams and beam-columns. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(2):239 – 255, 2007.
- [GPG09] Ulf Arne GIRHAMMAR, Dan H. PAN et Anders GUSTAFSSON : Exact dynamic analysis of composite beams with partial interaction. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(8):565 – 582, 2009.
- [GR03] A. GIRARD et N. ROY : *Dynamique des structures industrielles*. Hermes Science Publications, 2003.

- [Gra13] GRASPHAGRI : La forêt et les industries du bois - document du ministère de l'agriculture et de la pêche, 169p. Agreste, 2013.
- [Gui87] Daniel GUITARD : *Mécanique du matériau bois et composites*. Cépaduès, 1987.
- [Heb61] DO HEBB : Distinctive features of learning in the higher animal. *Brain mechanisms and learning*, pages 37–46, 1961.
- [Hei87] B. HEIMESHOF : Zur berechnung von biegeträgern aus nachgiebig miteinander verbundenen querschnittsteilen im ingenieurholzbau. *Querschnittsteilen im Ingenieurholzbau*, 45:237–241, 1987.
- [HSW89] Kurt HORNIK, Maxwell STINCHCOMBE et Halbert WHITE : Multilayer feed-forward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2(5):359 – 366, 1989.
- [IGN08] IGN : La forêt en chiffres et en cartes - édition 2008. Memento, 2008.
- [IGN13] IGN : La forêt en chiffres et en cartes - édition 2013. Memento, 2013.
- [IKL03] Jarmo ILONEN, Joni-Kristian KAMARAINEN et Jouni LAMPINEN : Differential evolution training algorithm for feed-forward neural networks. *Neural Processing Letters*, 17(1):93–105, 2003.
- [JBSJ02] Robert A JOEBSTL, Thomas BOGENSPERGER, Gerhard SCHICKHOFER et Georg JEITLER : Mechanical behaviour of two orthogonally glued boards. *University of Graz, Graz, Austria*, 2002.
- [KPP<sup>+</sup>05] F. KANAZAWA, A. PIZZI, M. PROPERZI, L. DELMOTTE et F. PICHELIN : Parameters influencing wood-dowel welding by high-speed rotation. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 2005.
- [Kre99] H. KREUZINGER : Flachentragwerke : Platten, scheiben und schalen ; berechnungsmethoden und beispiele. *Informationsdienst Holz : Brücken aus Holz*, pages 43–60, 1999.
- [LCTHS88] Yann LE CUN, D TOURESKY, G HINTON et T SEJNOWSKI : A theoretical framework for back-propagation. *In The Connectionist Models Summer School*, pages 21–28, 1988.
- [LMOP08] J. M. LEBAN, H. R. MANSOURI, P. OMRANI et A. PIZZI : Dependence of dowel welding on rotation rate. *Holz als roh-und werkstoff*, 66(3):241–242, JUN 2008.
- [Luk09] Elzbieta LUKASZEWSKA : *Development of prefabricated timber-concrete composite floors*. Thèse de doctorat, Luleå tekniska universitet, 2009.
- [Mar06] Patrick MARTIN : *Etude du comportement des poutres lamellées clouées boulonnées en flexion*. Thèse de doctorat, ENGREF (AgroParisTech), Paris, 2006.

- [NCS05] Viet-Tung NGUYEN, Jean-François CARON et Karam SAB : A model for thick laminates and sandwich plates. *Composites Science and Technology*, 65(3-4):475 – 489, 2005. JNC13-AMAC-Strasbourg.
- [Nor12] SIA NORME : 262-construction en bois, 2012.
- [OOS<sup>+</sup>12] Cian O’LOINSIGH, Marc OUDJENE, Elisabeth SHOTTON, Antonio PIZZI et Paul FANNING : Mechanical behaviour and 3d stress analysis of multi-layered wooden beams made with welded-through wood dowels. *Composite Structures*, 94(2):313 – 321, 2012.
- [Par04] Marc PARIZEAU : Réseaux de neurones. *GIF-21140 et GIF-64326*, 124, 2004.
- [PDM<sup>+</sup>06] A PIZZI, A DESPRES, HR MANSOURI, JM LEBAN et S RIGOLET : Wood joints by through-dowel rotation welding : microstructure, C-13-NMR and water resistance. *JOURNAL OF ADHESION SCIENCE AND TECHNOLOGY*, 20(5):427–436, 2006.
- [Pha07] Hoai Son PHAM : *Optimisation et comportement en fatigue de la connexion bois-BFUP pour de nouveaux ponts mixtes*. Thèse de doctorat, Ecole des Ponts ParisTech, 2007.
- [Pir05] Claudio PIRAZZI : *Zur Berechnung von Holzschalen in Brettrippenbauweise mit elastischem Verbundquerschnitt*. Thèse de doctorat, ENAC, Lausanne, 2005.
- [R D11] R DEVELOPMENT CORE TEAM : *R : A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2011. ISBN 3-900051-07-0.
- [RDP<sup>+</sup>06] L. RESCH, A. DESPRES, A. PIZZI, J.-F. BOCQUET et J.-M. LEBAN : Welding-through doweling of wood panels. *European Journal of Wood and Wood Products*, 64:423–425, 2006. 10.1007/s00107-005-0090-8.
- [Res09] Ludovic RESCH : *Développement d’éléments de construction en bois de pays lamellés assemblés par tourillons thermo-soudés*. Thèse de doctorat, ENSTIB, 2009.
- [San11] Steven L SANDERS : *Behavior of Interlocking Cross-Laminated Timber (ICLT) Shear Walls*. Thèse de doctorat, Brigham Young University, 2011.
- [Sch04] Andreas SCHOLZ : *Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz*. Dissertation, Technische Universität München, München, 2004.
- [SP09] C. SEGOVIA et A. PIZZI : Performance of Dowel-Welded Wood Furniture Linear Joints. *JOURNAL OF ADHESION SCIENCE AND TECHNOLOGY*, 23(9):1293–1301, 2009.
- [SW65] S. S. SHAPIRO et M. B. WILK : An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52(3-4):591–611, 1965.

- 
- [Vid99]     VIDEOMETRIC, 1999.
- [Wal04]     Georg WALLNER : *Versuchstechnische Ermittlung der Verschiebungskenngrößen von orthogonal verklebten Brettlamellen.* na, 2004.
- [Wol12]     WOLFRAM RESEARCH : Mathematica 9.0, 2012.



# Annexe



# Annexe A

## Modèle de B. Heimeshoff

Les hypothèses du modèle sont :

- la déformation due au cisaillement est négligée
- la charges est de forme sinusoïdale et perpendiculaire à l'axe neutre de la poutre
- les éléments glissent sans frottement les uns par rapport aux autres
- la connexion à l'interface des éléments est continue
- la courbure de déformation en flexion est la même pour tous les éléments

### Notations

|               |                                                                          |             |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------|-------------|
| - $b_i$       | : Largeur de l'élément $i$                                               | $mm$        |
| - $h_i$       | : Hauteur de l'élément $i$                                               | $mm$        |
| - $N_i$       | : Effort normale rapportée à l'axe neutre de l'élément $i$               | $N$         |
| - $N$         | : Effort normale rapportée à l'axe neutre de la section effective        | $N$         |
| - $V$         | : Effort de cisaillement rapporté à l'axe neutre de la section effective | $N$         |
| - $V_{s,i-j}$ | : Flux de cisaillement à l'interface des éléments $i$ et $j$             | $N.mm^{-1}$ |
| - $M_i$       | : Moment rapporté à l'axe neutre de l'élément $i$                        | $N.mm$      |
| - $M$         | : Moment rapporté à l'axe neutre de la section effective                 | $N.mm$      |
| - $K_{i-j}$   | : Raideur d'assemblage à l'interface des éléments $i$ et $j$             | $N.mm^{-2}$ |
| - $E_i$       | : Module d'élasticité longitudinal de l'élément $i$                      | $MPa$       |

### Démonstration

Soit une poutre isostatique à connexion imparfaite de longueur  $L$  reposant sur deux appuis avec un chargement sinusoïdal (figure A.1). Les notations des propriétés mécaniques et géométriques sont explicitées figure A.4.

Commençons par déterminer l'équilibre global de la poutre. D'après le principe fondamental de la statique, la somme des efforts extérieurs appliqués à la poutre doit être



nulle à l'équilibre, ainsi que la somme des moments des efforts appliqué à n'importe quel point du système, ce qui revient à ce que l'équation A.1 soit respectée :

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} \\ \sum \vec{m}_p = \vec{0} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

En considérant les notations de la figure A.1, ceci revient à résoudre l'équation A.2 suivante :

$$\begin{cases} A - \int_0^L q \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx + B = 0 \\ - \int_0^L q \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) x dx + BL = 0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

On en déduit ainsi la relation A.3 donnant les réactions aux appuis :

$$\begin{cases} A = \frac{qL}{\pi} \\ B = \frac{qL}{\pi} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

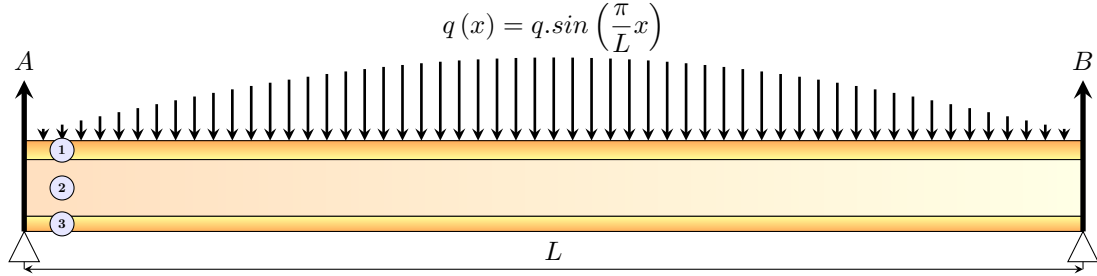


FIGURE A.1 – Poutre sur deux appuis avec un chargement sinusoïdal

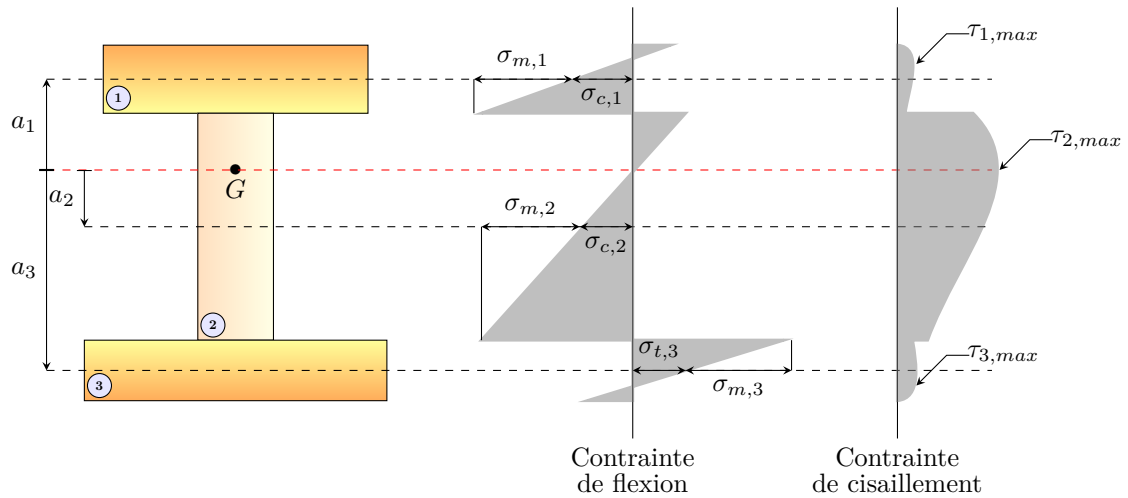


FIGURE A.2 – Contraintes dans la section de la poutre reconstituée

L'équilibre de la section (figure A.3) de la poutre implique l'équation A.4 :

$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ V(x) = -A + \int_0^x q \sin\left(\frac{\pi t}{L}\right) dt \\ M(x) = -Ax + \int_0^x (x-t) q \sin\left(\frac{\pi t}{L}\right) dt \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Soit :

$$\begin{cases} N(x) = 0 \\ V(x) = -\frac{qL}{\pi} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \text{ avec } M_m = \frac{qL^2}{\pi^2} \\ M(x) = M_m \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Or les efforts et moments appliqués à la section complète sont repris par chaque élément (figure A.3) en fonction de leur distance à l'axe d'inertie de la section reconstituée (cf. figure A.2), ainsi on en déduit la relation d'équilibre A.6 suivante :

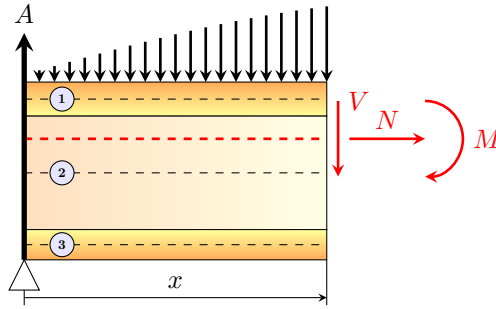


FIGURE A.3 – Équilibre des efforts extérieurs

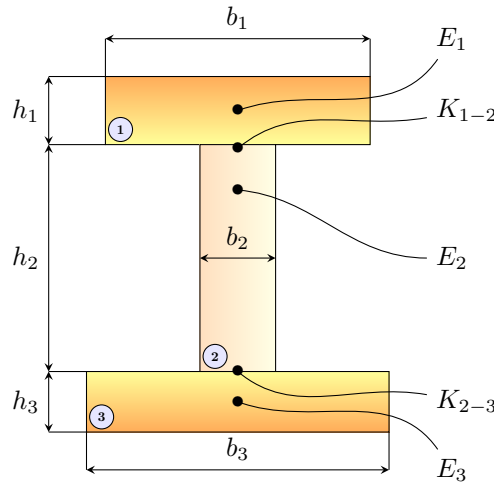


FIGURE A.4 – Section de la poutre reconstituée

$$\begin{cases} N(x) = N_1 + N_2 + N_3 \\ M(x) = M_1 + M_2 + M_3 + a_1 N_1 - a_2 N_2 - a_3 N_3 \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

En appliquant l'équilibre sur les éléments 1 et 2 en terme d'effort et de moment (figure A.6) sur une longueur élémentaire  $dx$  de la poutre, on en déduit les expressions A.7 et A.8 qui donnent la valeur du flux de cisaillement entre élément en fonction de la variation d'effort normal.

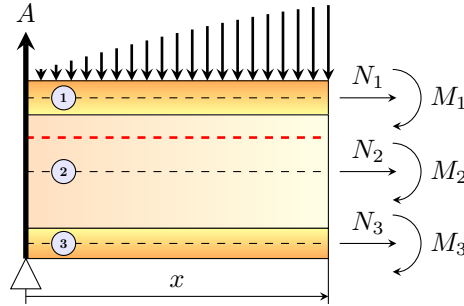


FIGURE A.5 – Efforts et moments sur chaque éléments de la poutre reconstituée

Équilibre dans l'élément 1 :

$$\begin{aligned} \cancel{N_1} - (\cancel{N_1} + dN_1) + V_{s,1-2}dx &= 0 \\ -dN_1 + V_{s,1-2}dx &= 0 \\ \boxed{V_{s,1-2} = \frac{dN_1}{dx}} & \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Équilibre dans l'élément 3 :

$$\begin{aligned} \cancel{N_3} - (\cancel{N_3} + dN_3) + V_{s,2-3}dx &= 0 \\ -dN_3 - V_{s,2-3}dx &= 0 \\ \boxed{V_{s,2-3} = -\frac{dN_1}{dx}} & \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

**Remarque :** dans la méthode calcul de Heimeshoff [Kre99], l'effort de cisaillement n'est pas utilisé pour équilibrer les différents éléments de la poutre reconstituée (cf. figure A.5 et A.6).

Le comportement de la connexion entre éléments est considéré élastique, ce qui signifie que le flux de cisaillement est proportionnel au glissement relatif entre éléments, ce qui se

transcrit par les relations A.9 et A.10 suivantes :

$$\boxed{V_{s,1-2} = K_{1-2}f_{1-2}} \quad (\text{A.9})$$

$$\boxed{V_{s,2-3} = K_{2-3}f_{2-3}} \quad (\text{A.10})$$

Avec :

$$\begin{cases} V_{i-(i+1)} & \text{Effort linéique de cisaillement} & N/mm \\ f_{i-(i+1)} & \text{Glissement à l'interface} & mm \\ K_{i-(i+1)} & \text{Raideur linéique d'assemblage} & N/mm/mm \end{cases}$$

Les déformations des éléments dues aux efforts normaux et de flexion (figure A.7a) doivent être compatibles avec le glissement aux interfaces des éléments (figure A.7b). Ainsi, pour l'interface entre l'élément 1 et 2, l'égalité (A.11) suivante doit être vérifiée :

$$\begin{aligned} (\cancel{dx} + \varepsilon_1 dx) - (\cancel{dx} + \varepsilon_2 dx) &= (\cancel{f_{1-2}} + df_{1-2}) - \cancel{f_{1-2}} \\ \boxed{\frac{df_{1-2}}{dx} = \Delta\varepsilon_1} & \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Il en va de même pour l'interface entre les éléments 2 et 3 :

$$(\cancel{dx} + \varepsilon_3 dx) - (\cancel{dx} + \varepsilon_2 dx) = (\cancel{f_{2-3}} + df_{2-3}) - \cancel{f_{2-3}}$$

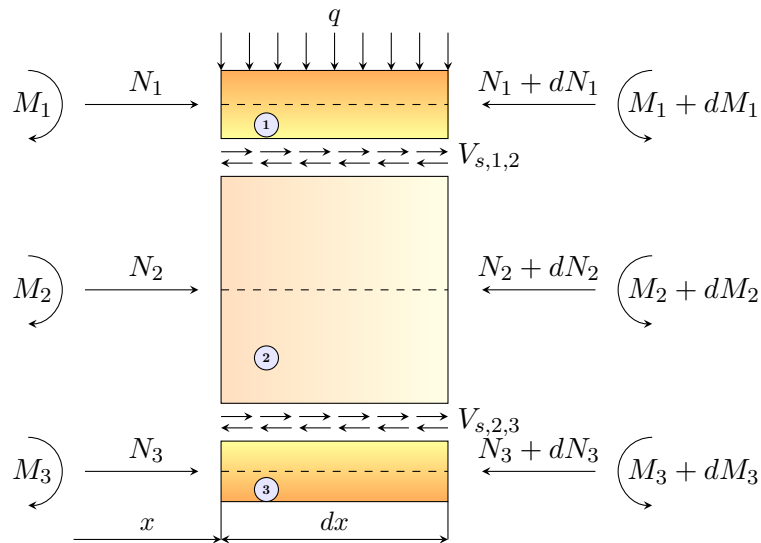


FIGURE A.6 – Équilibre sur une longueur élémentaire  $dx$

$$\boxed{\frac{df_{2-3}}{dx} = \Delta\varepsilon_3} \quad (\text{A.12})$$

Pour rappel, selon la théorie de la résistance des matériaux, la déformation dans les éléments due aux efforts normaux est donnée par la relation A.13 :

$$\varepsilon_{i,t/c} = \frac{N_i}{E_i A_i} \quad (\text{A.13})$$

La déformée due aux moments appliqués aux éléments est donnée par la relation A.14 :

$$\varepsilon_{i,f} = \frac{M_i}{E_i I_i} z_i \quad \text{avec} \left( -\frac{h_i}{2} \leq z_i \leq \frac{h_i}{2} \right) \quad (\text{A.14})$$

Ainsi, la déformée totale de la combinaison d'efforts normaux et de moments est donnée par (A.15) :

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i,t/c} + \varepsilon_{i,f}$$

$$\boxed{\varepsilon_i = \frac{N_i}{E_i A_i} + \frac{M_i}{E_i I_i} z_i} \quad \text{avec} \left( -\frac{h_i}{2} \leq z_i \leq \frac{h_i}{2} \right) \quad (\text{A.15})$$

Par hypothèse, tous les éléments ont la même courbure de déformation, ainsi :

$$\frac{M_1}{E_1 I_1} = \frac{M_2}{E_2 I_2} = \frac{M_3}{E_3 I_3} = \frac{M}{E I_{eff}} \quad (\text{A.16})$$

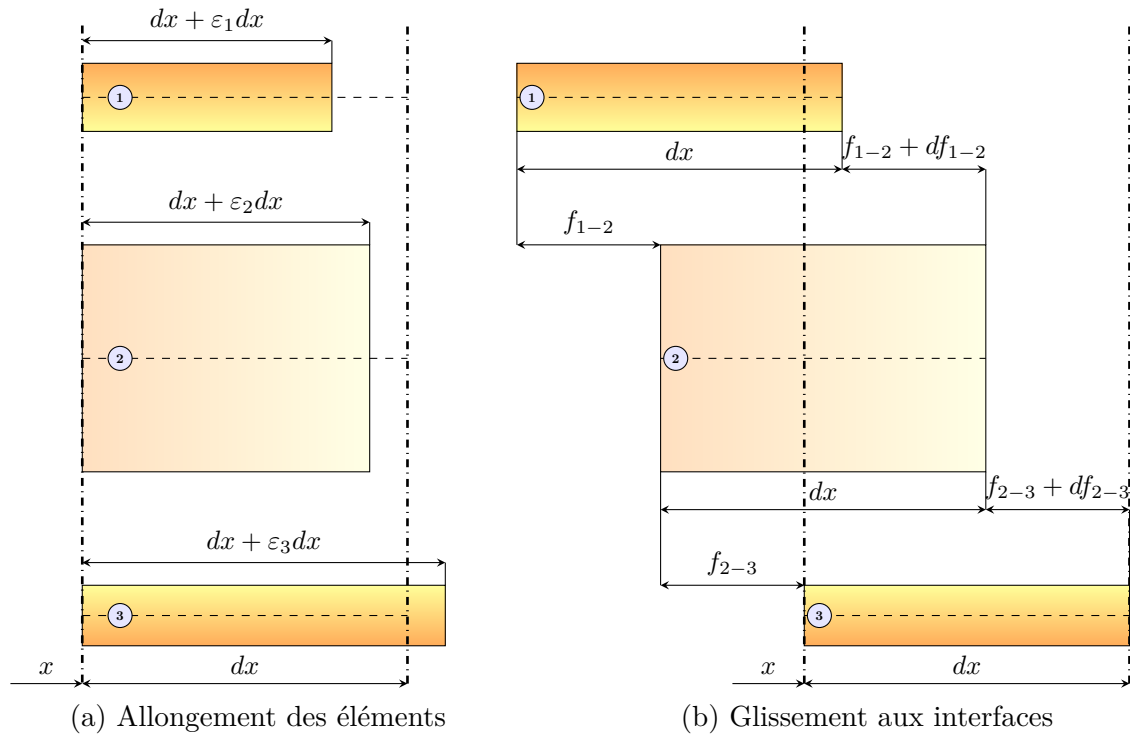


FIGURE A.7 – Équilibre entre glissement aux interfaces et déformations des éléments

Équilibre à l'interface entre les éléments 1 et 2 :

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_1 &= \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \\ &= \left[ \frac{N_1}{E_1 A_1} + \frac{M_1}{E_1 I_1} \left( -\frac{h_1}{2} \right) \right] - \left[ \frac{N_2}{E_2 A_2} + \frac{M_2}{E_2 I_2} \left( \frac{h_2}{2} \right) \right] \\ \Delta\varepsilon_1 &= \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{M}{EI_{eff}} \left( \frac{h_1 + h_2}{2} \right)\end{aligned}\quad (\text{A.17})$$

Équilibre à l'interface entre les éléments 2 et 3 :

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_2 &= \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \\ &= \left[ \frac{N_2}{E_2 A_2} + \frac{M_2}{E_2 I_2} \left( -\frac{h_2}{2} \right) \right] - \left[ \frac{N_3}{E_3 A_3} + \frac{M_3}{E_3 I_3} \left( \frac{h_3}{2} \right) \right] \\ \Delta\varepsilon_2 &= \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{N_3}{E_3 A_3} - \frac{M}{EI_{eff}} \left( \frac{h_2 + h_3}{2} \right)\end{aligned}\quad (\text{A.18})$$

En combinant les relations A.7 et A.9 on obtient la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_1}{dx} &= V_{s,1-2} \\ V_{s,1-2} &= K_{1-2} f_{1-2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_{1-2} = \frac{1}{K_{1-2}} \frac{dN_1}{dx} \quad (\text{A.19})$$

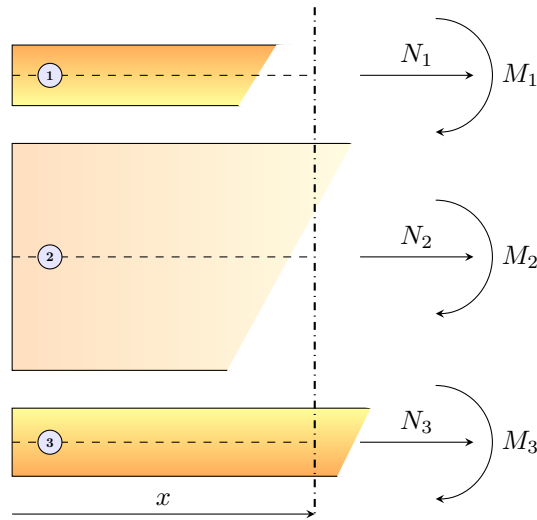


FIGURE A.8 – Déformations dues aux efforts normaux et moments de flexion

De même, en combinant les relation A.11 et,A.17 on obtient :

$$\left. \begin{aligned} \frac{df_{1-2}}{dx} &= \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_1 &= \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{M}{EI_{eff}} \left( \frac{h_1 + h_2}{2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{df_{1-2}}{dx} = \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{M}{EI_{eff}} \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (\text{A.20})$$

La variation du glissement est déterminée à partir de la relation A.19 :

$$\begin{aligned} f_{1-2} &= \frac{1}{K_{1-2}} \frac{dN_1}{dx} \\ \Rightarrow \frac{df_{1-2}}{dx} &= \frac{1}{K_{1-2}} \frac{d^2 N_1}{dx^2} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

La contrainte normale dans un élément est égale à la contrainte de flexion dans la poutre équivalente, au niveau de l'axe neutre de cet élément, ce qui se traduit mathématiquement par :

$$\frac{N_i}{E_i A_i} = \frac{M}{EI_{eff}} (\pm a_i) \quad (\text{A.22})$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{df_{1-2}}{dx} &= \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{N_2}{E_2 A_2} - \frac{M}{EI_{eff}} \frac{h_1 + h_2}{2} \\ \Rightarrow \frac{df_{1-2}}{dx} &= \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{M}{EI_{eff}} \left( \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \right) \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

On combinant les relations A.21 et A.23, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{K_{1-2}} \frac{d^2 N_1}{dx^2} &= \frac{N_1}{E_1 A_1} - \frac{M}{EI_{eff}} \left( \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \right) \\ \Rightarrow \frac{1}{K_{1-2}} \frac{d^2 N_1}{dx^2} - \frac{N_1}{E_1 A_1} &= -a_1 \frac{M}{EI_{eff}} \end{aligned}$$

On en déduit l'équation du second degré suivante :

$$\boxed{\frac{d^2 N_1}{dx^2} - K_{1-2} \frac{N_1}{E_1 A_1} = -K_{1-2} a_1 \frac{M}{EI_{eff}}} \quad (\text{A.24})$$

Pour résoudre l'équation A.24, l'équation homogène associée doit d'abord être résolue :

$$\frac{d^2 N_1}{dx^2} - K_{1-2} \frac{N_1}{E_1 A_1} = 0 \quad (\text{A.25})$$

Équation caractéristique associée :

$$s^2 - \frac{K_{1-2}}{E_1 A_1} = 0 \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{cases} s_1 = \sqrt{\frac{K_{1-2}}{E_1 A_1}} \\ s_2 = -\sqrt{\frac{K_{1-2}}{E_1 A_1}} \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

La solution de l'équation différentielle A.24 est donc de la forme :

$$N_1 = \lambda_1 e^{s_1 x} + \lambda_2 e^{s_2 x} + N_{1,0} \quad \text{avec} \begin{cases} \lambda_1 \text{ et } \lambda_2 & \text{des nombres réelles quelconques} \\ N_{1,0} & \text{une solution particulière de A.24} \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

Recherche de la solution particulière :

On recherche une solution particulière de la forme du moment, on pose donc :

$$\left. \begin{aligned} N_{1,0} &= C_1 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \\ \frac{d^2 N_{1,0}}{dx^2} &= -\frac{\pi^2}{L^2} C_1 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d^2 N_{1,0}}{dx^2} - K_{1-2} \frac{N_{1,0}}{E_1 A_1} = -\left(\frac{\pi^2}{L^2} + \frac{K_{1-2}}{E_1 A_1}\right) C_1 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \quad (\text{A.29})$$

On recherche la valeur de  $C_1$  pour que l'équation A.29 soit vérifiée, soit :

$$-\left(\frac{\pi^2}{L^2} + \frac{K_{1-2}}{E_1 A_1}\right) C_1 \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) = -K_{1-2} a_1 \frac{M_m}{EI_{eff}} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \quad (\text{A.30})$$

Soit :

$$C_1 = \frac{a_1 A_1 E_1 M_m}{\left(1 + \frac{A_1 E_1 \pi^2}{K_{1-2} L^2}\right) EI_{eff}} \quad (\text{A.31})$$

Finalement, on obtient une solution particulière de la forme :

$$N_{1,0} = \frac{\gamma_1 A_1 E_1 M_m}{EI_{eff}} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \quad \text{avec } \gamma_1 = 1 + \frac{A_1 E_1 \pi^2}{K_{1-2} L^2} \quad (\text{A.32})$$

Ainsi :

$$N_1 = \lambda_1 e^{s_1 x} + \lambda_2 e^{s_2 x} + \frac{\gamma_1 A_1 E_1 M_m}{EI_{eff}} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \quad (\text{A.33})$$



D'après les hypothèses de chargement (cf. figure A.1), il n'y a pas d'efforts normaux extérieurs appliqué sur la poutre, ce qui signifie :

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} N_1(0) = 0 \\ N_1(L) = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + 0 = 0 \\ \lambda_1 e^{s_1 L} + \lambda_2 e^{s_2 L} + 0 = 0 \end{cases} \\
 &\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = -\lambda_2 \\ \lambda_1 (e^{s_1 L} - e^{s_2 L}) = 0 \end{cases} \\
 &\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases} \quad \text{car } e^{s_1 L} - e^{s_2 L} \neq 0
 \end{aligned} \tag{A.34}$$

Remarque :  $e^{s_1 L} - e^{s_2 L} \neq 0$  car si  $e^{s_1 L} - e^{s_2 L} = 0$  alors  $s_1 = s_2$  soit d'après ??  $K_{1-2} = 0$  (cas trivial où les éléments de la poutre ne sont pas connectés).

Finalement :

$$N_1 = \frac{\gamma_1 a_1 A_1 E_1}{EI_{eff}} M_m \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \tag{A.35}$$

Par raisonnement analogue, on trouve :

$$N_3 = -\frac{\gamma_3 a_3 A_3 E_3}{EI_{eff}} M_m \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \tag{A.36}$$

On en déduit l'effort normal dans la pièce 2 :

$$N_2 = -N_1 - N_3 \tag{A.37}$$

$$= -\frac{\gamma_1 a_1 A_1 E_1 + \gamma_3 a_3 A_3 E_3}{EI_{eff}} M_m \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \tag{A.38}$$

Or par hypothèse (cf. ) :

$$N_2 = -\frac{a_2 A_2 E_2}{EI_{eff}} M_m \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \tag{A.39}$$

Cherchons la valeur de  $a_2$  pour que l'équilibre des efforts normaux soit respecté :

$$-\frac{\gamma_1 a_1 A_1 E_1 + \gamma_3 a_3 A_3 E_3}{EI_{eff}} M_m \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) = -\frac{a_2 A_2 E_2}{EI_{eff}} M_m \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \tag{A.40}$$

$$\gamma_1 a_1 A_1 E_1 + \gamma_3 a_3 A_3 E_3 = a_2 A_2 E_2 \tag{A.41}$$

$$\gamma_1 \left( \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \right) A_1 E_1 - \gamma_3 \left( \frac{h_2 + h_3}{2} + a_2 \right) A_3 E_3 = a_2 A_2 E_2 \tag{A.42}$$

En effet,

$$\begin{cases} a_1 = \left( \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \right) \\ a_3 = \left( \frac{h_2 + h_3}{2} + a_2 \right) \end{cases}$$

Soit, après simplification :

$$a_2 = \frac{1}{2} \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2) - \gamma_3 E_3 A_3 (h_2 + h_3)}{\gamma_1 E_1 A_1 + E_2 A_2 + \gamma_3 E_3 A_3} \quad (\text{A.43})$$

On peut désormais calculer la rigidité effective de la poutre : Avec l'équilibre des moments (equation A.6) et comme tous les éléments ont la même courbure :

$$\begin{cases} M = M_1 + M_2 + M_3 + a_1 N_1 - a_2 N_2 - a_3 N_3 \\ \frac{M}{EI_{eff}} = \frac{M_1}{E_1 I_1} = \frac{M_2}{E_2 I_2} = \frac{M_3}{E_3 I_3} \end{cases}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} M &= \frac{E_1 I_1}{EI_{eff}} M + \frac{E_2 I_2}{EI_{eff}} M + \frac{E_3 I_3}{EI_{eff}} M \\ &\quad + a_1 \frac{\gamma_1 a_1 E_1 A_1}{EI_{eff}} M + a_2 \frac{a_2 E_2 A_2}{EI_{eff}} M + a_3 \frac{\gamma_3 a_3 E_3 A_3}{EI_{eff}} M \\ \Rightarrow EI_{eff} &= E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 + \gamma_1 a_1^2 E_1 A_1 + a_2^2 E_2 A_2 + \gamma_3 a_3^2 E_3 A_3 \end{aligned}$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$EI_{eff} = \sum_{i=1}^3 E_i I_i + \gamma_i a_i^2 E_i A_i \quad \text{avec} \quad \gamma_2 = 1 \quad (\text{A.44})$$

D'autre part,

$$\begin{cases} N_i = \lambda_i \frac{\gamma_i a_i E_i A_i}{EI_{eff}} M \\ M_i = \frac{E_i I_i}{EI_{eff}} M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_i = \frac{N_i}{A_i} = \lambda_i \frac{\gamma_i a_i E_i}{EI_{eff}} M \quad \text{avec} \quad \lambda_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i = 1 \\ -1 & \text{sinon} \end{cases} \\ \sigma_{m,i} = \frac{M_i}{I_i} z_i = \frac{E_i}{EI_{eff}} z_i M \quad \text{avec} \quad -\frac{h_i}{2} \leq z_i \leq \frac{h_i}{2} \end{cases}$$

Ainsi, comme :

$$\sigma_{i,tot} = \sigma_i + \sigma_{m,i}$$

Alors :

$$\boxed{\sigma_{i,tot} = (\lambda_i \gamma_i a_i + z_i) \frac{E_i}{EI_{eff}} M} \quad (A.45)$$

Contrainte de cisaillement :

$$\tau_i(z) = \frac{b_i}{b_{i-1}} + \frac{1}{b_i} \int \int \frac{d\sigma_{i,tot}}{dx} dS$$

Or,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{i,tot}}{dx} &= (\lambda_i \gamma_i a_i + z_i) \frac{E_i}{EI_{eff}} \frac{dM}{dx} \\ &= -(\lambda_i \gamma_i a_i + z - \lambda_i a_i) \frac{E_i}{EI_{eff}} V \end{aligned}$$

D'où

$$\begin{aligned} \int \int \frac{d\sigma_{i,tot}}{dx} dS &= -\frac{E_i}{EI_{eff}} V \int_z^{\lambda_i a_i + \frac{h_i}{2}} ((\gamma_i - 1) \lambda_i a_i + z) dz \int_0^{b_i} db \\ &= -\frac{E_i}{EI_{eff}} V \left[ (\gamma_i - 1) \lambda_i a_i z + \frac{z^2}{2} \right]_z^{\lambda_i a_i + \frac{h_i}{2}} \end{aligned}$$

Soit finalement :

$$\boxed{\tau_i(z) = \frac{b_i}{b_{i-1}} - \frac{E_i}{EI_{eff}} V \left[ (\gamma_i - 1) \lambda_i a_i z + \frac{z^2}{2} \right]_z^{\lambda_i a_i + \frac{h_i}{2}}} \quad \text{avec } z \in \left[ \lambda_i a_i - \frac{h_i}{2}, \lambda_i a_i + \frac{h_i}{2} \right] \quad (A.46)$$

Les organes de liaison reprennent le flux de cisaillement des interfaces, donc :

$$F_{org,i} = \int_{x-\frac{s}{2}}^{x+\frac{s}{2}} V_{s,i-i+1} dx \quad \text{avec } \begin{cases} x & \text{position de l'organe} \\ s & \text{entraxe des organes} \end{cases}$$

À partir des équations A.7 et A.35 d'une part et des équations A.8 et A.36 d'autres part, on obtient :

$$\boxed{F_{org,i} = \frac{\gamma_i a_i E_i A_i}{EI_{eff}} \left( M \left( x + \frac{s}{2} \right) - M \left( x - \frac{s}{2} \right) \right)} \quad \text{avec } i = 1 \text{ ou } 3 \quad (A.47)$$

Or, la valeur de la pente d'une courbe entre deux points cernant un troisième point ce rapproche de la valeur de la dérivée en ce point, lorsque les deux points se rapprochent

du troisième.

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{f\left(x + \frac{a}{2}\right) - f\left(x - \frac{a}{2}\right)}{a} = \frac{df(x)}{dx} \quad (\text{A.48})$$

Et d'après la théorie de la résistance des matériaux, la dérivé du moment est égale à l'opposé de de l'effort de cisaillement :

$$\frac{dM(x)}{dx} = -V(x) \quad (\text{A.49})$$

Ce qui signifie que lorsque que l'entraxe  $s$  des organes est suffisamment petit, la relation A.47 peut s'écrire :

$$\boxed{F_{org,i} = \frac{\gamma_i a_i E_i A_i}{EI_{eff}} s V(x)} \quad (\text{A.50})$$



# Annexe B

## Relations analytiques basées sur le modèle de H. Kreuzinger

Les fonctions de chargement, de contrainte et de déformation dans les trois zones de chargement sont données ci-après :

Chargement repris par la poutre A :

$$p_{A,I} = - \frac{e^{-\sqrt{\alpha} (L+x-d_d+d_g)} \left( -1 + e^{2x\sqrt{\alpha}} \right) \left( e^{\sqrt{\alpha} (L-d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} d_g} \right) \left( e^{2L\sqrt{\alpha}} - e^{\sqrt{\alpha} (L-d_d+d_g)} \right) \eta EI_B}{2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) (EI_A + EI_B)} \quad (B.1)$$

$$p_{A,II} = \eta + \frac{1}{2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) (EI_A + EI_B)} \left( e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \left( e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2x+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+d_g)} + \right. \right. \\ \left. \left. 2 e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - 2 e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} + \right. \right. \\ \left. \left. e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(L+d_g))} - e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(x+d_g))} \right) \right) \eta EI_B \quad (B.2)$$

$$\begin{aligned}
p_{A,III} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (L+x-d_d+d_g)} \left( e^{2L\sqrt{\alpha}} - e^{2x\sqrt{\alpha}} \right) \right. \\
& \left. \left( e^{\sqrt{\alpha} (L-d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} d_g} - e^{\sqrt{\alpha} (2L-2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L-d_d+2d_g)} \right) q EI_B \right) / \\
& \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.3}$$

Chargement repris par la poutre B :

$$\begin{aligned}
p_{B,I} = & \frac{e^{-\sqrt{\alpha} (L+x-d_d+d_g)} \left( -1 + e^{2x\sqrt{\alpha}} \right) \left( e^{\sqrt{\alpha} (L-d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} d_g} \right) \left( e^{2L\sqrt{\alpha}} - e^{\sqrt{\alpha} (L-d_d+d_g)} \right) q EI_B}{2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) (EI_A + EI_B)}
\end{aligned} \tag{B.4}$$

$$\begin{aligned}
p_{B,II} = & \frac{1}{2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) (EI_A + EI_B)} \\
& e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \left( -e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (2x+d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+d_g)} - \right. \\
& 2 e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} + 2 e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} - \\
& \left. e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+2d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(L+d_g))} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(x+d_g))} \right) q EI_B
\end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\begin{aligned}
p_{B,III} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (L+x-d_d+d_g)} \left( e^{2L\sqrt{\alpha}} - e^{2x\sqrt{\alpha}} \right) \right. \\
& \left. \left( -e^{\sqrt{\alpha} (L-d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} d_g} + e^{\sqrt{\alpha} (2L-2d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L-d_d+2d_g)} \right) q EI_B \right) / \\
& \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Effort tranchant le long de la poutre A :

$$\begin{aligned}
T_{A,I} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \, q \left( - \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) \sqrt{\alpha} (d_d^2 - (L-d_g)^2) \, EI_A - \right. \right. \\
& \left. \left( 1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) \left( e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2d_g)} \right) L \, EI_B \right) \Bigg) / \\
& \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \sqrt{\alpha} (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
T_{A,II} = & \frac{1}{2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \sqrt{\alpha} (EI_A + EI_B)} \\
& e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \, q \left( - \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) \sqrt{\alpha} (-L^2 + 2Lx + d_d^2 - d_g^2) \, EI_A - \right. \\
& \left( e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (2x+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} - \right. \\
& \left. \left. e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(L+d_g))} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(x+d_g))} \right) L \, EI_B \right)
\end{aligned} \tag{B.8}$$

$$\begin{aligned}
T_{A,III} = & \frac{1}{2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \sqrt{\alpha} (EI_A + EI_B)} \\
& e^{-\sqrt{\alpha} (L+x+d_d+d_g)} \, q \left( - \left( e^{\sqrt{\alpha} (L+x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (3L+x+d_d+d_g)} \right) \sqrt{\alpha} (L^2 - 2Ld_d + d_d^2 - d_g^2) \, EI_A - \right. \\
& \left( e^{2L\sqrt{\alpha}} + e^{2x\sqrt{\alpha}} \right) \left( e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d+2d_g)} \right) L \, EI_B \right)
\end{aligned} \tag{B.9}$$

Effort tranchant le long de la poutre B :

$$\begin{aligned}
T_{B,I} = & \left( q \left( -L \left( e^{\sqrt{\alpha} (L-x-d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+x-d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (L-x+d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+x+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L-x-d_g)} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. e^{\sqrt{\alpha} (2L+x-d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (-x+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (x+d_g)} - L \sqrt{\alpha} + e^{2L\sqrt{\alpha}} L \sqrt{\alpha} \right) + \right. \\
& \left. \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) \sqrt{\alpha} d_d^2 + 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \sqrt{\alpha} d_g - \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) \sqrt{\alpha} d_g^2 \right) \\
& EI_B \Bigg) / \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \sqrt{\alpha} (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.10}$$



$$\begin{aligned}
T_{B,II} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \right)_{\text{q}} \\
& \left( L \left( e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (2x+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} - \right. \right. \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(L+d_g))} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(x+d_g))} + \\
& \quad \left. e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} (L-2x) \sqrt{\alpha} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} (L-2x) \sqrt{\alpha} \right) - \\
& \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) \sqrt{\alpha} d_d^2 + \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) \sqrt{\alpha} d_g^2 \\
& \left. EI_B \right) / \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \sqrt{\alpha} (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.11}$$

$$\begin{aligned}
T_{B,III} = & \left( \text{q} \left( L \left( e^{\sqrt{\alpha} (3L-x-d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+x-d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (L-x+d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (-L+x+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L-x-d_g)} - \right. \right. \right. \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha} (x-d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L-x+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (x+d_g)} + L \sqrt{\alpha} - e^{2L\sqrt{\alpha}} L \sqrt{\alpha} \left. \right) + \\
& \quad 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \sqrt{\alpha} d_d - \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) \sqrt{\alpha} d_d^2 + \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) \sqrt{\alpha} d_g^2 \\
& \left. EI_B \right) / \left( 2 \left( L - e^{2L\sqrt{\alpha}} L \right) \sqrt{\alpha} (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Flexion le long de la poutre A :

$$\begin{aligned}
M_{A,I} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \right)_{\text{q}} \left( \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) x \alpha (d_d^2 - (L-d_g)^2) EI_A + \right. \\
& \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) \left( e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2d_g)} \right) L EI_B \left. \right) / \\
& \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \alpha (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.13}$$

$$\begin{aligned}
M_{A,II} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \right)_{\text{q}} \left( \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) \alpha (Lx(-L+x) + x d_d^2 + (L-x) d_g^2) EI_A - \right. \\
& \left( e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2x+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+d_g)} + 2 e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - \right. \\
& \quad 2 e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(L+d_g))} - \\
& \quad \left. \left. e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(x+d_g))} \right) L EI_B \right) / \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \alpha (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.14}$$

$$\begin{aligned}
M_{A,III} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (L+x+d_d+d_g)} \right) \left( - \left( e^{\sqrt{\alpha} (L+x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (3L+x+d_d+d_g)} \right) (L-x) \alpha \left( L^2 - 2L d_d + d_d^2 - d_g^2 \right) EI_A - \right. \\
& \left. \left( e^{2L\sqrt{\alpha}} - e^{2x\sqrt{\alpha}} \right) \left( e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d+2d_g)} \right) L EI_B \right) / \\
& \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \alpha (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.15}$$

Flexion le long de la poutre B :

$$\begin{aligned}
M_{B,I} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \right) \left( \right. \\
& \left( L \left( e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2(L+x)+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} + \right. \right. \\
& \left. e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(x+d_g))} - e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \right) L x \alpha + \\
& \left. e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} L x \alpha \right) + \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) x \alpha d_d^2 + \\
& 2 \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) L x \alpha d_g - \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) \\
& \left. x \alpha d_g^2 \right) EI_B \Big/ \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \alpha (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.16}$$

$$\begin{aligned}
M_{B,II} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \right) \left( \right. \\
& \left( L \left( e^{\sqrt{\alpha} (2L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2x+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2d_d+d_g)} + \right. \right. \\
& e^{\sqrt{\alpha} (L+2x+2d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(L+d_g))} - e^{\sqrt{\alpha} (d_d+2(x+d_g))} + \\
& \left. e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \left( -2 + L x \alpha - x^2 \alpha \right) + e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} \left( 2 - L x \alpha + x^2 \alpha \right) \right) + \\
& \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) x \alpha d_d^2 - \left( e^{\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2L+x+d_d+d_g)} \right) \\
& \left. (-L+x) \alpha d_g^2 \right) EI_B \Big/ \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \alpha (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.17}$$

$$\begin{aligned}
M_{B,III} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha}} (L+x+d_d+d_g) \right) \mathcal{Q} \\
& \left( L \left( e^{\sqrt{\alpha}} (3L+d_d) - e^{\sqrt{\alpha}} (L+2x+d_d) - e^{\sqrt{\alpha}} (4L+d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (2(L+x)+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (2L+2d_d+d_g) + \right. \right. \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha}} (2x+2d_d+d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (3L+d_d+2d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (L+2x+d_d+2d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (L+x+d_d+d_g) L (L-x) \alpha + \\
& \quad \left. e^{\sqrt{\alpha}} (3L+x+d_d+d_g) L (L-x) \alpha \right) + 2 \left( e^{\sqrt{\alpha}} (L+x+d_d+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (3L+x+d_d+d_g) \right) \\
& L (L-x) \alpha d_d - \left( e^{\sqrt{\alpha}} (L+x+d_d+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (3L+x+d_d+d_g) \right) (L-x) \alpha d_d^2 + \\
& \left( e^{\sqrt{\alpha}} (L+x+d_d+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (3L+x+d_d+d_g) \right) (L-x) \alpha d_g^2 \\
& EI_B \Big/ \left( 2 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \alpha (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.18}$$

Déformations de flexion de la poutre A :

$$\begin{aligned}
w_{A,I} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha}} (-3L+2x+d_d+d_g) \right) \mathcal{Q} \left( - \left( e^{\sqrt{\alpha}} (-3L+2x+d_d+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (-L+2x+d_d+d_g) \right) \right. \\
& \times \alpha^2 (-d_d^2 + (L-d_g)^2) (-L^2 + 2x^2 + d_d^2 - 2Ld_g + d_g^2) EI_A - \\
& 12 \left( L \left( e^{\sqrt{\alpha}} (-L+x+d_d) - e^{\sqrt{\alpha}} (-L+3x+d_d) - e^{\sqrt{\alpha}} (-2L+x+d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (-2L+3x+d_g) - \right. \right. \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha}} (-2L+x+2d_d+d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (-2L+3x+2d_d+d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (-3L+x+d_d+2d_g) - \\
& \quad \left. e^{\sqrt{\alpha}} (-3L+3x+d_d+2d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (-3L+2x+d_d+d_g) L x \alpha + e^{\sqrt{\alpha}} (-L+2x+d_d+d_g) L x \alpha \right) + \\
& \left( e^{\sqrt{\alpha}} (-3L+2x+d_d+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (-L+2x+d_d+d_g) \right) x \alpha d_d^2 + \\
& 2 \left( e^{\sqrt{\alpha}} (-3L+2x+d_d+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (-L+2x+d_d+d_g) \right) L x \alpha d_g - \\
& \left. \left( e^{\sqrt{\alpha}} (-3L+2x+d_d+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (-L+2x+d_d+d_g) \right) x \alpha d_g^2 \right) EI_B \Big/ \\
& \left( 24 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \alpha^2 EI_A (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.19}$$

$$\begin{aligned}
w_{A,II} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha}} (2L+x+7d_d+11d_g) \right) \mathcal{Q} \left( \left( e^{\sqrt{\alpha}} (2L+x+7d_d+11d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (4L+x+7d_d+11d_g) \right) \alpha^2 \right. \\
& \left( L x (L^3 - 2Lx^2 + x^3) + (-2L^2x + 2x^3) d_d^2 + x d_d^4 - 2x (2L^2 - 3Lx + x^2) d_g^2 + (L-x) d_g^4 \right) EI_A - \\
& 12 \left( L \left( e^{\sqrt{\alpha}} (4L+7d_d+10d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (3L+6d_d+11d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (3L+2x+6d_d+11d_g) - \right. \right. \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha}} (3L+8d_d+11d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (3L+2x+8d_d+11d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (4L+7d_d+12d_g) - \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha}} (7d_d+2(L+x+5d_g)) - e^{\sqrt{\alpha}} (7d_d+2(L+x+6d_g)) + \\
& \quad \left. e^{\sqrt{\alpha}} (4L+x+7d_d+11d_g) (-2+Lx\alpha-x^2\alpha) + e^{\sqrt{\alpha}} (2L+x+7d_d+11d_g) (2-Lx\alpha+x^2\alpha) \right) + \\
& \left( e^{\sqrt{\alpha}} (2L+x+7d_d+11d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (4L+x+7d_d+11d_g) \right) x \alpha d_d^2 + \\
& \left. \left( e^{\sqrt{\alpha}} (2L+x+7d_d+11d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (4L+x+7d_d+11d_g) \right) (L-x) \alpha d_g^2 \right) EI_B \Big/ \\
& \left( 24 \left( -1 + e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L \alpha^2 EI_A (EI_A + EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.20}$$

$$w_{A,III} =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{24 EI_A (EI_A + EI_B)} \\ & \left( -4 L^2 (L^2 - 2 L d_d + d_d^2 - d_g^2) EI_A + \frac{(L^2 - 2 L d_d + d_d^2 - d_g^2) (\alpha (5 L^2 - 2 L d_d + d_d^2 + d_g^2) EI_A - 12 EI_B)}{\alpha} - \right. \\ & \quad \frac{\alpha (L^2 - 2 L d_d + d_d^2 - d_g^2) (\alpha (5 L^2 - 2 L d_d + d_d^2 + d_g^2) EI_A - 12 EI_B)}{L \alpha} + \\ & \quad \frac{1}{(-1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}}) L \alpha^2} 2 \left( 3 \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) L x^2 \alpha^2 (L^2 - 2 L d_d + d_d^2 - d_g^2) EI_A - \right. \\ & \quad \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x^3 \alpha^2 (L^2 - 2 L d_d + d_d^2 - d_g^2) EI_A + 6 e^{-\sqrt{\alpha} (L-x+d_d+d_g)} \\ & \quad \left( e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2 L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2 d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d+2 d_g)} \right) L EI_B + 6 e^{-\sqrt{\alpha} (L+x+d_d+d_g)} \\ & \quad \left. \left( -e^{\sqrt{\alpha} (3 L+d_d)} + e^{\sqrt{\alpha} (4 L+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (2 L+2 d_d+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (3 L+d_d+2 d_g)} \right) L EI_B \right) \right) \end{aligned} \quad (B.21)$$

Déformations de la poutre B : De flexion :

$$w_{B,I} =$$

$$\begin{aligned} & \left( q \left( L^3 x - e^{2 L \sqrt{\alpha}} L^3 x - 2 L x^3 + 2 e^{2 L \sqrt{\alpha}} L x^3 + \frac{12 e^{\sqrt{\alpha} (L+x-d_d)}}{\alpha^2} - \right. \right. \\ & \quad \frac{12 e^{\sqrt{\alpha} (L-x+d_d)}}{\alpha^2} - \frac{12 e^{-\sqrt{\alpha} (-L+x+d_d)}}{\alpha^2} + \frac{12 e^{\sqrt{\alpha} (L+x+d_d)}}{\alpha^2} - \frac{12 e^{\sqrt{\alpha} (2 L+x-d_g)}}{\alpha^2} + \\ & \quad \frac{12 e^{\sqrt{\alpha} (-x+d_g)}}{\alpha^2} - \frac{12 e^{\sqrt{\alpha} (x+d_g)}}{\alpha^2} + \frac{12 e^{-\sqrt{\alpha} (-2 L+x+d_g)}}{\alpha^2} - \frac{12 L x}{\alpha} + \\ & \quad \frac{12 e^{2 L \sqrt{\alpha}} L x}{\alpha} + \frac{2 \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x \left( -6 + L^2 \alpha - x^2 \alpha \right) d_d^2}{L \alpha} - \frac{\left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x d_d^4}{L} - \\ & \quad \frac{4 \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x \left( 6 + x^2 \alpha \right) d_g}{\alpha} + \frac{2 \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x \left( 6 + 2 L^2 \alpha + x^2 \alpha \right) d_g^2}{L \alpha} - \\ & \quad \left. \left. 4 \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x d_g^3 + \frac{\left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x d_g^4}{L} \right) \right) \left/ \left( 24 \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) (EI_A + EI_B) \right) \right) \end{aligned} \quad (B.22)$$

$$\begin{aligned}
w_{B,II} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha}} (6L+x+5d_d+15d_g) \right) \eta \\
& \left( L \left( 12 e^{\sqrt{\alpha}} (8L+5d_d+14d_g) - 12 e^{\sqrt{\alpha}} (7L+4d_d+15d_g) + 12 e^{\sqrt{\alpha}} (7L+2x+4d_d+15d_g) - \right. \right. \\
& \quad 12 e^{\sqrt{\alpha}} (7L+6d_d+15d_g) + 12 e^{\sqrt{\alpha}} (7L+2x+6d_d+15d_g) + 12 e^{\sqrt{\alpha}} (5d_d+8(L+2d_g)) - \\
& \quad 12 e^{\sqrt{\alpha}} (5d_d+2(3L+x+7d_g)) - 12 e^{\sqrt{\alpha}} (5d_d+2(3L+x+8d_g)) \left. \right) + \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha}} (6L+x+5d_d+15d_g) (24+12x^2\alpha+L^3x\alpha^2+x^4\alpha^2-2Lx\alpha(6+x^2\alpha)) - \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha}} (8L+x+5d_d+15d_g) (24+12x^2\alpha+L^3x\alpha^2+x^4\alpha^2-2Lx\alpha(6+x^2\alpha)) \left. \right) + \\
& \quad 2 \left( e^{\sqrt{\alpha}} (6L+x+5d_d+15d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (8L+x+5d_d+15d_g) \right) x\alpha(6-L^2\alpha+x^2\alpha)d_d^2 + \\
& \quad \left( e^{\sqrt{\alpha}} (6L+x+5d_d+15d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (8L+x+5d_d+15d_g) \right) x\alpha^2d_d^4 + \\
& \quad 2 e^{\sqrt{\alpha}} (6L+x+5d_d+15d_g) \left( -1+e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) (L-x)\alpha(-6+2Lx\alpha-x^2\alpha)d_g^2 + \\
& \quad \left( e^{\sqrt{\alpha}} (6L+x+5d_d+15d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (8L+x+5d_d+15d_g) \right) (L-x)\alpha^2d_g^4 \left. \right) \Big/ \\
& \left( 24 \left( -1+e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L\alpha^2(EI_A+EI_B) \right)
\end{aligned} \tag{B.23}$$

$$\begin{aligned}
w_{B,III} = & \frac{1}{24(EI_A+EI_B)} \eta \left( \frac{(L^2-2Ld_d+d_d^2-d_g^2)(12+5L^2\alpha-2L\alpha d_d+\alpha d_d^2+\alpha d_g^2)}{\alpha} - \right. \\
& \frac{x(L^2-2Ld_d+d_d^2-d_g^2)(12+5L^2\alpha-2L\alpha d_d+\alpha d_d^2+\alpha d_g^2)}{L\alpha} + \frac{1}{(-1+e^{2L\sqrt{\alpha}})L\alpha^2} \\
& 2 \left( 6 e^{-\sqrt{\alpha}} (L-x+d_d+d_g) \left( -e^{\sqrt{\alpha}} (L+d_d) + e^{\sqrt{\alpha}} (2L+d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (2d_d+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (L+d_d+2d_g) \right) L + \right. \\
& \quad 6 e^{-\sqrt{\alpha}} (L+x+d_d+d_g) \left( e^{\sqrt{\alpha}} (3L+d_d) - e^{\sqrt{\alpha}} (4L+d_g) - e^{\sqrt{\alpha}} (2L+2d_d+d_g) + e^{\sqrt{\alpha}} (3L+d_d+2d_g) \right) L + \\
& \quad 3 \left( -1+e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) Lx^2\alpha^2(L^2-2Ld_d+d_d^2-d_g^2) - \left( -1+e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) x^3\alpha^2(L^2-2Ld_d+d_d^2-d_g^2) \left. \right) + \\
& \left. \frac{12(L^2-2Ld_d+d_d^2-d_g^2)EI_B}{GS_{eff}} - \frac{4(L^2-2Ld_d+d_d^2-d_g^2)(3EI_B+L^2GS_{eff})}{GS_{eff}} \right)
\end{aligned} \tag{B.24}$$

De cisaillement :

$$\begin{aligned}
w_{c,B,I} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha}} (x+d_d+d_g) \right) \eta \left( -e^{\sqrt{\alpha}} (2L+d_d) L + e^{\sqrt{\alpha}} (2(L+x)+d_d) L + e^{\sqrt{\alpha}} (L+d_g) L - e^{\sqrt{\alpha}} (L+2x+d_g) L + \right. \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha}} (L+2d_d+d_g) L - e^{\sqrt{\alpha}} (L+2x+2d_d+d_g) L - e^{\sqrt{\alpha}} (d_d+2d_g) L + e^{\sqrt{\alpha}} (d_d+2(x+d_g)) L - \\
& \quad e^{\sqrt{\alpha}} (x+d_d+d_g) x\alpha(d_d^2-(L-d_g)^2) + e^{\sqrt{\alpha}} (2L+x+d_d+d_g) x\alpha(d_d^2-(L-d_g)^2) \left. \right) EI_B \Big/ \\
& \left( 2 \left( -1+e^{2L\sqrt{\alpha}} \right) L\alpha(EI_A+EI_B)GS_{eff} \right)
\end{aligned} \tag{B.25}$$

$$\begin{aligned}
w_{c,B,II} = & \left( e^{-\sqrt{\alpha} (x+2 d_d+3 d_g)} \right) \mathcal{Q} \\
& \left( L \left( -e^{2\sqrt{\alpha} (L+d_d+d_g)} + e^{2\sqrt{\alpha} (x+d_d+d_g)} - e^{2\sqrt{\alpha} (L+d_d+2 d_g)} + e^{2\sqrt{\alpha} (x+d_d+2 d_g)} + \right. \right. \\
& e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d+3 d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2 x+d_d+3 d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+3 d_d+3 d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (L+2 x+3 d_d+3 d_g)} + \\
& e^{\sqrt{\alpha} (x+2 d_d+3 d_g)} \left( -2 + L x \alpha - x^2 \alpha \right) + e^{\sqrt{\alpha} (2 L+x+2 d_d+3 d_g)} \left( 2 - L x \alpha + x^2 \alpha \right) \Big) + \\
& e^{\sqrt{\alpha} (x+2 d_d+3 d_g)} \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x \alpha d_d^2 - e^{\sqrt{\alpha} (x+2 d_d+3 d_g)} \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) (-L + x) \alpha d_g^2 \Big) \\
& \left. EI_B \right) / \left( 2 \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) L \alpha (EI_A + EI_B) GS_{eff} \right)
\end{aligned} \tag{B.26}$$

$$\begin{aligned}
w_{c,B,III} = & \frac{1}{2 \alpha (EI_A + EI_B) GS_{eff}} \mathcal{Q} \left( -L^2 \alpha + 2 L \alpha d_d - \alpha d_d^2 + \alpha d_g^2 + \frac{1}{\left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) L} \right. \\
& \left( e^{-\sqrt{\alpha} (L-x+d_d+d_g)} \left( e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (2 L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2 d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (L+d_d+2 d_g)} \right) L - \right. \\
& e^{-\sqrt{\alpha} (L+x+d_d+d_g)} \left( e^{\sqrt{\alpha} (3 L+d_d)} - e^{\sqrt{\alpha} (4 L+d_g)} - e^{\sqrt{\alpha} (2 L+2 d_d+d_g)} + e^{\sqrt{\alpha} (3 L+d_d+2 d_g)} \right) L + \\
& \left. \left. \left( -1 + e^{2 L \sqrt{\alpha}} \right) x \alpha \left( L^2 - 2 L d_d + d_d^2 - d_g^2 \right) \right) \right) EI_B
\end{aligned} \tag{B.27}$$



# Annexe C

## Fonctionnement d'un réseau de neurones artificiels

La brique élémentaire du réseau de neurones est le neurone. Il peut être considéré comme une « boîte noire » avec  $n$  entrées et une sortie  $S$  (cf. figure C.1). Son fonctionnement est le suivant :

- Somme pondérée des  $n$  entrées :

$$SP = \sum_{i=1}^n w_i E_i$$

- Comparaison de cette somme à une valeur seuil  $b$  ou biais :

$$C = SP - b$$

- Application d'une fonction de transfert à la valeur de comparaison  $C$  :

$$S = FT[C]$$

Finalement, la relation entre les entrées ( $E_i$ ) et la sortie ( $S$ ) peut s'écrire :

$$\boxed{S = \sum_{i=1}^n w_i E_i - b} \tag{C.1}$$

Différentes fonctions de transfert peuvent être utilisées (cf. figure C.2) selon l'application du réseau de neurones (approximation de fonction, reconnaissance de formes, pilotage de drone, etc.), il est même possible de créer des réseaux avec des fonctions de transfert différentes entre neurones.



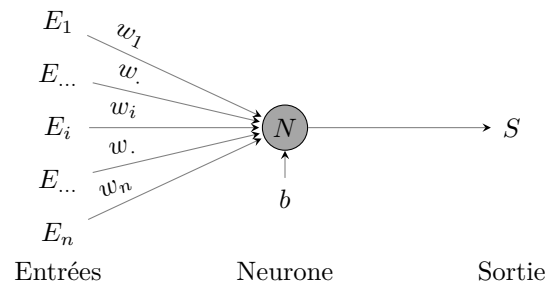


FIGURE C.1 – Brique élémentaire d'un réseau de neurones

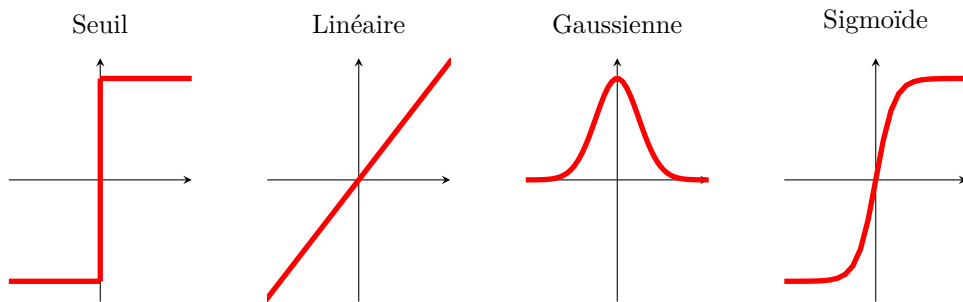


FIGURE C.2 – Fonctions de transfert couramment utilisées

Les neurones sont ensuite assemblés :

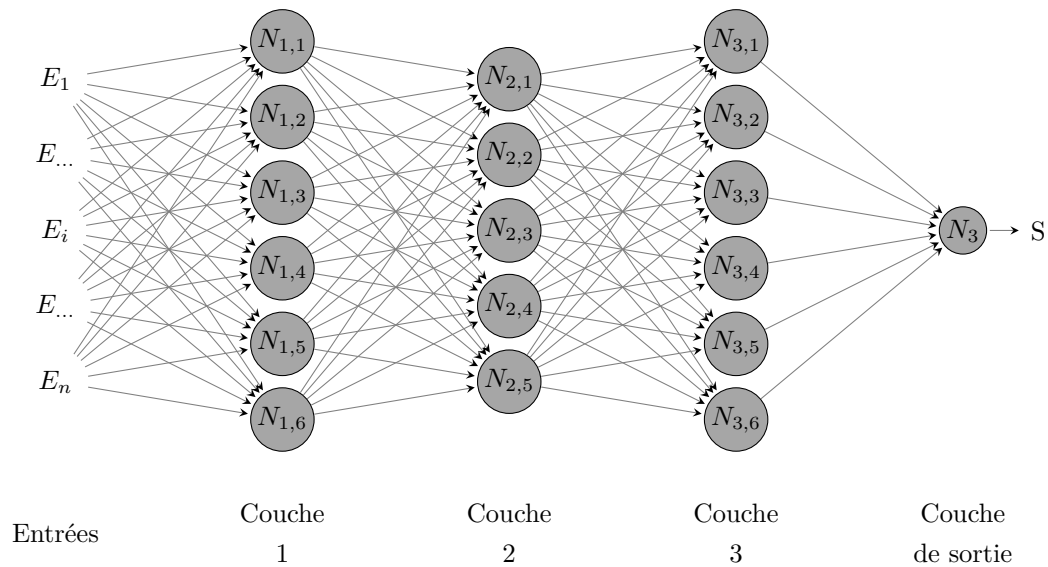


FIGURE C.3 – Exemple d'un réseau de neurones artificiels multicouche

## Classement des données

Avant d'effectuer un apprentissage du réseau de neurones, il convient de classer les données en trois catégories :

- Base d'apprentissage (70% de la base de données)
- Base de validation (20% de la base de données)
- Base de test (10% de la base de données)

La base d'apprentissage définit les données sur lesquelles le réseau de neurones s'entraîne à approximer les valeurs.

La base de validation sert à éviter le sur apprentissage (cf. figure C.4) et s'assurer de la bonne capacité d'interpolation du RdN. En effet, même si l'erreur quadratique continue de diminuer sur la base d'apprentissage, l'erreur sur la base de validation peut en parallèle augmenter.

La base de test sert à tester la robustesse du RdN face à de nouvelles données.

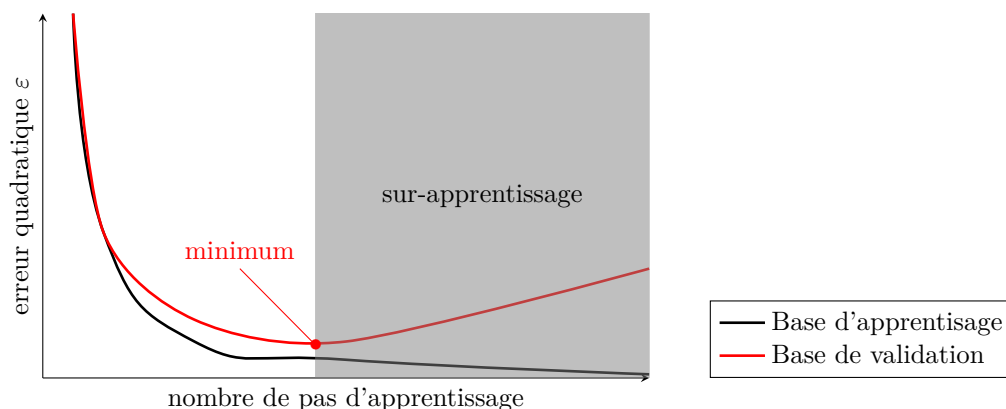


FIGURE C.4 – Utilité du classement en différentes bases de données

## Apprentissage

De nombreuses méthodes d'apprentissage existent, par exemple, les poids et biais sont modifiés selon :

- Règle de Hebb [Heb61] : le niveau d'activation d'un neurone ainsi que de ses voisins,
- Compétitif : le niveau d'activation de chaque neurone,
- Correction de l'erreur : la différence entre la sortie visée et la sortie calculée,
- Évolution différentielle : le croisement et les mutations de neurone.

Deux méthodes d'apprentissage complémentaires ont été retenues : la rétropropagation des erreurs [LCTHS88] et [IKL03] l'évolution différentielle. En effet, la continuité et la monotonie de la fonction à approximer n'étant pas connues à l'avance, il est intéressant d'avoir deux méthodes différentes d'apprentissage. La rétropropagation des erreurs est une méthode d'apprentissage très efficace pour l'approximation de fonction essentielle-

lement monotone, car en cas de minimum local, il est difficile d'en sortir. L'évolution différentielle quant à elle arrive bien à éviter les minima locaux pour trouver un minimal global, par contre la convergence est beaucoup plus lente. Ces deux différentes méthodes sont présentées ci-dessous :

### Rétropropagation des erreurs

Tout d'abord tous les poids ( $w_i$ ) et biais ( $b$ ) de chaque neurone sont initialisés aléatoirement. Le calcul de la sortie est réalisé puis l'erreur quadratique  $\varepsilon$  entre la base d'apprentissage et la réponse du RdN est calculée pour chaque élément de la base de données :

$$\varepsilon = (S_{k,BA} - S_{k,RdN})^2 \quad (C.2)$$

Avec :

$\varepsilon$  : erreur quadratique entre la valeur cible et la valeur calculées

$S_{k,BA}$  : valeur de sortie du  $k^{\text{ième}}$  élément de la base de données

$S_{k,RdN}$  : valeur de sortie du RdN pour le  $k^{\text{ième}}$  élément de la base de données

Puis la différentielle de l'erreur quadratique en fonction de chaque paramètre du RdN (poids et biais) est calculée. Les fonctions de transfert étant connu il est aisé de calculer cette différentielle. Cette différentielle est calculée afin de connaître l'influence de chaque paramètre sur l'erreur quadratique, mieux, elle donne la direction du minimum de l'erreur quadratique en fonction de ce paramètre et donc permet de connaître s'il faut augmenter ou diminuer cette valeur pour arriver à ce minimum.

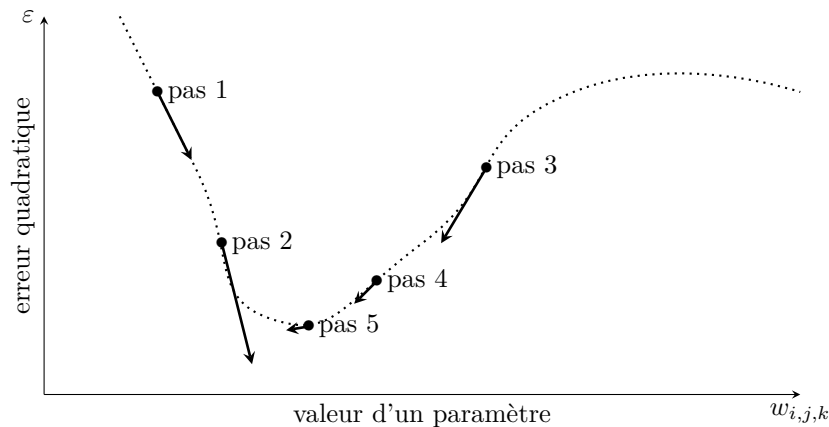


FIGURE C.5 – Recherche d'un paramètre du réseau de neurones pour minimiser l'erreur quadratique

Ainsi chaque paramètre est corrigé en ajoutant un incrément (positif ou négatif) à chaque paramètre du RdN cela la relation C.4 suivante :

$$\delta w_{i,j,k} = -\eta \frac{\delta \varepsilon}{\delta w_{i,j,k}} \quad (\text{C.3})$$

$$\delta b_{i,j} = \eta \frac{\delta \varepsilon}{\delta b_{i,j}} \quad (\text{C.4})$$

Avec :

$\frac{\delta \varepsilon}{\delta w_{i,j,k}}$  : dérivée partielle de l'erreur quadratique selon un poids

$\frac{\delta \varepsilon}{\delta b_{i,j}}$  : dérivée partielle de l'erreur quadratique selon un biais

$w_{i,j,k}$  : poids affecté à la  $k^{\text{ième}}$  entrée du  $j^{\text{ième}}$  neurone de la  $i^{\text{ième}}$  couche

$b_{i,j}$  : biais affecté au  $j^{\text{ième}}$  neurone de la  $i^{\text{ième}}$  couche

$\Delta w_{i,j,k}$  : incrément du poids affecté à la  $k^{\text{ième}}$  entrée du  $j^{\text{ième}}$  neurone de la  $i^{\text{ième}}$  couche

$\Delta b_{i,j}$  : incrément du biais affecté au  $j^{\text{ième}}$  neurone de la  $i^{\text{ième}}$  couche

$\eta$  : vitesse d'apprentissage

Bien sûr le calcul n'est valable que pour un pas d'apprentissage et après la correction des poids et biais, il faut recalculer les différentes différentielles puis recorriger les paramètres et ainsi de suite jusqu'à arriver à une erreur minimum.

### Phénomène de saturation

Lorsque les poids des entrées d'un neurone sont trop élevés, la sortie du neurone est dite « saturée » (cf figure C.6), c'est-à-dire que la valeur de la différentielle est très faible, ce qui implique que les incréments sont également très faibles. Ainsi, les valeurs des paramètres se retrouvent « piégées » dans ces zones.

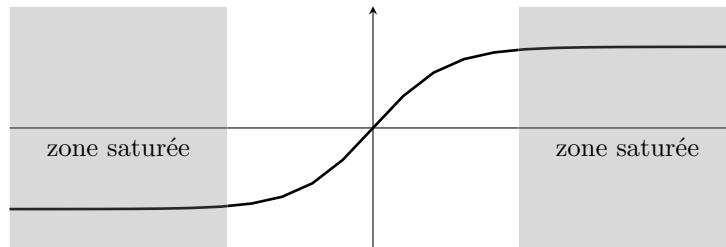


FIGURE C.6 – Zone saturée d'une fonction de transfert sigmoïde

Pour éviter ce phénomène, il faut initialiser les valeurs des paramètres avec des valeurs très petites.

### Groupage

La correction des paramètres est faite normalement après chaque calcul de l'erreur quadratique sur un élément de la base de données. Or, minimiser l'erreur sur un cas

de la base d'apprentissage ne signifie pas forcément minimiser l'erreur sur l'ensemble de la base. En conséquence, au lieu d'appliquer la correction immédiatement, la correction est enregistrée puis la moyenne des corrections est appliquée lorsque tous les cas de la base de données ont été étudiés. La figure C.7 montre un exemple en deux dimensions de ce cas de figure, la plupart des vecteurs étant dirigés vers une même direction, mais certains vecteurs sont orientés vers une direction opposée. Ces vecteurs-là risquent donc de dégrader la réponse du RdN et donc en appliquant un vecteur moyen au réseau de neurones, cet effet est gommé.

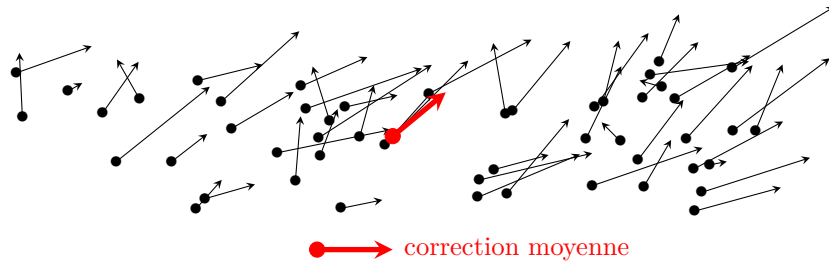


FIGURE C.7 – Groupage des corrections des paramètres

### Momentum

La structure de l'algorithme de rétropropagation a tendance à faire osciller la réponse du RdN autour du minimum quadratique sans jamais l'atteindre. Prendre en compte l'historique des corrections permet d'améliorer la convergence de l'algorithme. En effet, en gardant en mémoire les corrections des pas précédents, l'algorithme acquiert une certaine inertie, ainsi il devient plus difficile de changer complètement le sens de correction et donc à ce que l'algorithme rentre en oscillation.

$$\Delta_p = (\alpha - 1) \Delta_{p-1} + \alpha \Delta_c \quad (\text{C.5})$$

Avec :

$\Delta_p$  : correction à appliquer au pas  $p$

$\Delta_{p-1}$  : correction appliquée au pas  $p - 1$

$\Delta_c$  : correction calculée au pas  $p$  ( $\Delta w_{i,j,k}$  ou  $\Delta b_{i,j}$ )

$\alpha$  : momentum ou facteur d'inertie ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )

### Instabilité

Le coefficient  $\eta$  permet de régler la vitesse d'apprentissage du RdN. Or si ce coefficient est trop petit, la convergence est très lente (cf. figure C.8a), si ce facteur est trop grand, la convergence est impossible (cf. figure C.8c). En conséquence, la modification de la valeur

$\eta$  en cours d'apprentissage est recommandée, et permet une convergence rapide (cf. figure C.8b). Ainsi  $\eta$  est modifié selon :

$$\begin{cases} \text{Si } \varepsilon_{g,p} \geq \varepsilon_{g,p-1} \text{ alors } \eta \leftarrow C_{sup}\eta \text{ avec } C_{sup} > 1 \\ \text{Si } \varepsilon_{g,p} \leq \varepsilon_{g,p-1} \text{ alors } \eta \leftarrow C_{inf}\eta \text{ avec } C_{inf} < 1 \end{cases} \quad (C.6)$$

La modification de la vitesse d'apprentissage suppose que la méthode de groupage a été préalablement utilisée, car la comparaison doit se faire sur la somme de l'erreur quadratique de toute la base d'apprentissage. En effet, dans le cas où la modification se ferait après calcul de chaque élément de la base d'apprentissage, aucun lien de cause à effet n'existe entre l'erreur quadratique d'un élément à un autre, il n'y a donc pas de raison de le modifier. Alors que lorsque l'erreur quadratique de l'ensemble s'améliore, alors une probabilité forte existe pour que la bonne direction ait été prise vers le minimum de l'erreur quadratique.

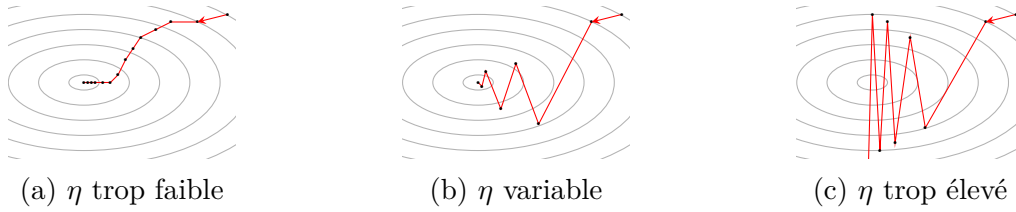


FIGURE C.8 – Convergence de l'algorithme en fonction de la vitesse d'apprentissage  $\eta$

### Évolution différentielle

Cette fois, une population de plusieurs réseaux de neurones est initialisée aléatoirement. Puis une population de mutants est créée selon :

$$R_{i,m} = R_i + \eta (R_j - R_k) \text{ avec } i \neq j, i \neq k \text{ et } j \neq k \quad (C.7)$$

Avec :

$R_i$  : matrice des paramètres du  $i^{\text{ième}}$  individu

$R_{i,m}$  : matrice des paramètres du  $i^{\text{ième}}$  individu muté

$\eta$  : vitesse de mutation

Puis une population nouvelle d'individus est créée provenant du croisement entre la population initiale et la population de mutants, selon :

$$R_{i,j,c} = \begin{cases} R_{i,j} & \text{si } alea \geq C_r \\ R_{i,j,m} & \text{sinon} \end{cases} \quad (C.8)$$

Avec :

$R_{i,j,c}$  :  $j^{\text{ième}}$  paramètre du  $i^{\text{ième}}$  individu croisé

$R_{i,j}$  :  $j^{\text{ième}}$  paramètre du  $i^{\text{ième}}$  individu

$R_{i,j,m}$  :  $j^{\text{ième}}$  paramètre du  $i^{\text{ième}}$  individu muté

$C_r$  : probabilité de croisement  $(0 \leq C_r \leq 1)$

$alea$  : réel aléatoire  $(0 \leq Alea \leq 1)$

Pour chaque paramètre, un nombre entre 0 et 1 est tiré aléatoirement, s'il est supérieur au paramètre de croisement ( $C_r$ ), alors la valeur du paramètre de l'individu mutant est sélectionnée, sinon c'est celui de l'individu initial qui l'est.

Enfin, la population initiale et la population croisée sont comparées individu par individu et les meilleurs individus (erreur quadratique la plus basse) sont gardés.

Il n'est pas nécessaire de prendre que les meilleurs individus, certain moins performant peuvent être gardé afin de permettre d'atteindre des parties de l'espace des solutions encore inexplorées.

# Annexe D

## Base de données poutres reconstituées tourillonnées

| N° | Classe | Charge | Portée<br>(m) | Nb.<br>lam. | $S_{min}$<br>(mm) | nb<br>tour. | Ep.<br>(mm) | $K_{ser}$<br>(N.mm <sup>-2</sup> ) | Ku (N.mm <sup>-2</sup> ) pour $k_{mod} =$ |       |       |       |       |
|----|--------|--------|---------------|-------------|-------------------|-------------|-------------|------------------------------------|-------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|    |        |        |               |             |                   |             |             |                                    | 0.6                                       | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.1   |
| 1  | C18    | R      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 15          | 63.23                              | 61.27                                     | 59.05 | 56.95 | 54.79 | 51.20 |
| 2  | C18    | R      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 30          | 48.02                              | 50.20                                     | 47.69 | 45.48 | 43.43 | 39.59 |
| 3  | C18    | R      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 15          | 29.15                              | 25.75                                     | 24.54 | 23.47 | 22.47 | 20.63 |
| 4  | C18    | R      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 30          | 22.88                              | 21.49                                     | 20.18 | 18.89 | 17.69 | 15.56 |
| 5  | C18    | R      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 15          | 19.15                              | 15.82                                     | 15.00 | 14.24 | 13.44 | 12.01 |
| 6  | C18    | R      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 30          | 15.32                              | 13.64                                     | 12.66 | 11.79 | 10.99 | 9.65  |
| 7  | C18    | R      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 15          | 67.58                              | 65.28                                     | 62.52 | 60.16 | 57.84 | 53.90 |
| 8  | C18    | R      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 30          | 52.95                              | 55.24                                     | 52.44 | 50.01 | 47.57 | 43.02 |
| 9  | C18    | R      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 15          | 32.28                              | 28.55                                     | 27.18 | 25.98 | 24.79 | 22.59 |
| 10 | C18    | R      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 30          | 26.17                              | 24.50                                     | 22.93 | 21.45 | 20.08 | 17.68 |
| 11 | C18    | R      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 15          | 21.64                              | 17.90                                     | 16.93 | 16.01 | 15.12 | 13.48 |
| 12 | C18    | R      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 30          | 17.73                              | 15.72                                     | 14.59 | 13.57 | 12.66 | 11.13 |
| 13 | C18    | R      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 15          | 68.45                              | 66.12                                     | 63.45 | 60.96 | 58.58 | 54.54 |
| 14 | C18    | R      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 30          | 54.64                              | 56.78                                     | 53.52 | 51.40 | 48.85 | 44.12 |
| 15 | C18    | R      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 15          | 33.57                              | 29.69                                     | 28.24 | 26.99 | 25.71 | 23.38 |
| 16 | C18    | R      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 30          | 27.47                              | 25.65                                     | 23.98 | 22.42 | 20.99 | 18.49 |
| 17 | C18    | R      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 15          | 22.71                              | 18.78                                     | 17.76 | 16.75 | 15.81 | 14.09 |
| 18 | C18    | R      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 30          | 18.69                              | 16.53                                     | 15.34 | 14.27 | 13.31 | 11.70 |
| 19 | C18    | R      | 3             | 4           | 40.1              | 76          | 15          | 67.31                              | 63.86                                     | 62.17 | 60.56 | 58.65 | 55.31 |
| 20 | C18    | R      | 3             | 4           | 40.1              | 76          | 30          | 51.10                              | 52.40                                     | 49.74 | 47.57 | 45.54 | 41.74 |
| 21 | C18    | R      | 3             | 4           | 80.3              | 38          | 15          | 30.60                              | 26.86                                     | 25.58 | 24.45 | 23.41 | 21.49 |
| 22 | C18    | R      | 3             | 4           | 80.3              | 38          | 30          | 23.79                              | 21.84                                     | 20.44 | 19.05 | 17.73 | 15.31 |
| 23 | C18    | R      | 3             | 4           | 122.0             | 25          | 15          | 19.17                              | 15.52                                     | 14.67 | 13.85 | 13.12 | 11.56 |
| 24 | C18    | R      | 3             | 4           | 122.0             | 25          | 30          | 15.09                              | 12.65                                     | 11.59 | 10.61 | 9.74  | 8.29  |
| 25 | C18    | R      | 3             | 6           | 40.1              | 76          | 15          | 69.44                              | 67.18                                     | 64.62 | 62.02 | 60.01 | 56.08 |
| 26 | C18    | R      | 3             | 6           | 40.1              | 76          | 30          | 53.89                              | 55.80                                     | 52.95 | 50.45 | 47.99 | 43.19 |
| 27 | C18    | R      | 3             | 6           | 80.3              | 38          | 15          | 32.87                              | 28.64                                     | 27.16 | 25.88 | 24.61 | 22.18 |
| 28 | C18    | R      | 3             | 6           | 80.3              | 38          | 30          | 26.31                              | 23.98                                     | 22.33 | 20.72 | 19.21 | 16.57 |
| 29 | C18    | R      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 15          | 21.03                              | 16.95                                     | 15.93 | 14.96 | 14.02 | 12.29 |
| 30 | C18    | R      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 30          | 17.11                              | 14.18                                     | 12.95 | 11.85 | 10.88 | 9.31  |
| 31 | C18    | R      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 15          | 69.13                              | 66.62                                     | 63.73 | 61.34 | 59.15 | 55.01 |
| 32 | C18    | R      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 30          | 54.48                              | 56.34                                     | 53.52 | 50.76 | 48.09 | 43.03 |
| 33 | C18    | R      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 15          | 33.45                              | 29.02                                     | 27.53 | 26.13 | 24.75 | 22.17 |
| 34 | C18    | R      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 30          | 27.27                              | 24.82                                     | 23.02 | 21.32 | 19.76 | 17.06 |
| 35 | C18    | R      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 15          | 21.64                              | 17.46                                     | 16.36 | 15.31 | 14.32 | 12.53 |
| 36 | C18    | R      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 30          | 17.94                              | 14.79                                     | 13.49 | 12.35 | 11.34 | 9.72  |
| 37 | C18    | R      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 15          | 80.68                              | 73.22                                     | 71.48 | 69.91 | 68.58 | 66.09 |
| 38 | C18    | R      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 30          | 59.20                              | 57.98                                     | 55.82 | 53.90 | 51.86 | 48.40 |
| 39 | C18    | R      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 15          | 33.80                              | 29.95                                     | 28.85 | 27.76 | 26.79 | 24.98 |
| 40 | C18    | R      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 30          | 26.46                              | 23.78                                     | 22.45 | 21.20 | 19.98 | 17.49 |
| 41 | C18    | R      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 15          | 20.82                              | 17.08                                     | 16.20 | 15.48 | 14.75 | 13.38 |
| 42 | C18    | R      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 30          | 16.39                              | 13.74                                     | 12.68 | 11.62 | 10.62 | 8.83  |



| N°  | Classe | Charge | Portée<br>(m) | Nb.<br>lam. | $S_{min}$<br>(mm) | nb<br>tour. | Ep.<br>(mm) | $K_{ser}$<br>(N.mm <sup>-2</sup> ) | Ku (N.mm <sup>-2</sup> ) pour $k_{mod} =$ |       |       |       |       |
|-----|--------|--------|---------------|-------------|-------------------|-------------|-------------|------------------------------------|-------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|     |        |        |               |             |                   |             |             |                                    | 0.6                                       | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.1   |
| 43  | C18    | R      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 15          | 76.07                              | 72.27                                     | 70.47 | 68.84 | 67.26 | 63.50 |
| 44  | C18    | R      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 30          | 59.17                              | 60.25                                     | 57.69 | 55.25 | 52.93 | 48.74 |
| 45  | C18    | R      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 15          | 34.75                              | 30.68                                     | 29.33 | 28.07 | 26.90 | 24.77 |
| 46  | C18    | R      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 30          | 27.35                              | 24.99                                     | 23.25 | 21.56 | 19.95 | 16.98 |
| 47  | C18    | R      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 15          | 22.05                              | 17.85                                     | 16.85 | 15.88 | 14.91 | 13.06 |
| 48  | C18    | R      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 30          | 17.58                              | 14.48                                     | 13.15 | 11.92 | 10.82 | 9.02  |
| 49  | C18    | R      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 15          | 73.48                              | 71.04                                     | 69.05 | 66.74 | 64.56 | 60.69 |
| 50  | C18    | R      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 30          | 57.32                              | 59.23                                     | 56.42 | 53.72 | 51.27 | 46.34 |
| 51  | C18    | R      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 15          | 34.48                              | 30.16                                     | 28.73 | 26.95 | 26.09 | 23.57 |
| 52  | C18    | R      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 30          | 27.39                              | 24.87                                     | 22.96 | 21.17 | 19.48 | 16.52 |
| 53  | C18    | R      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 15          | 22.10                              | 17.77                                     | 16.63 | 15.52 | 14.46 | 12.46 |
| 54  | C18    | R      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 30          | 17.96                              | 14.58                                     | 13.19 | 11.93 | 10.83 | 9.08  |
| 55  | C18    | P      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 15          | 22.10                              | 22.38                                     | 21.99 | 21.66 | 21.33 | 20.67 |
| 56  | C18    | P      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 30          | 19.48                              | 21.96                                     | 21.07 | 20.36 | 19.45 | 18.29 |
| 57  | C18    | P      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 15          | 11.78                              | 10.91                                     | 10.39 | 10.00 | 9.63  | 8.99  |
| 58  | C18    | P      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 30          | 8.83                               | 9.00                                      | 8.48  | 7.99  | 7.54  | 6.67  |
| 59  | C18    | P      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 15          | 7.84                               | 6.80                                      | 6.46  | 6.15  | 5.91  | 5.38  |
| 60  | C18    | P      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 30          | 5.19                               | 4.80                                      | 4.41  | 4.03  | 3.64  | 2.95  |
| 61  | C18    | P      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 15          | 29.83                              | 30.72                                     | 30.10 | 29.50 | 28.92 | 27.44 |
| 62  | C18    | P      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 30          | 24.46                              | 27.97                                     | 26.58 | 25.65 | 24.59 | 22.98 |
| 63  | C18    | P      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 15          | 15.28                              | 13.91                                     | 13.32 | 12.74 | 12.26 | 11.37 |
| 64  | C18    | P      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 30          | 11.25                              | 11.50                                     | 10.82 | 10.22 | 9.62  | 8.49  |
| 65  | C18    | P      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 15          | 10.12                              | 8.72                                      | 8.27  | 7.89  | 7.52  | 6.83  |
| 66  | C18    | P      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 30          | 6.75                               | 6.29                                      | 5.80  | 5.31  | 4.83  | 3.97  |
| 67  | C18    | P      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 15          | 33.13                              | 34.37                                     | 33.20 | 32.85 | 32.05 | 30.14 |
| 68  | C18    | P      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 30          | 26.45                              | 29.99                                     | 28.55 | 27.55 | 26.43 | 24.65 |
| 69  | C18    | P      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 15          | 16.76                              | 15.22                                     | 14.58 | 13.93 | 13.38 | 12.41 |
| 70  | C18    | P      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 30          | 12.24                              | 12.49                                     | 11.75 | 11.11 | 10.40 | 9.21  |
| 71  | C18    | P      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 15          | 11.02                              | 9.60                                      | 9.10  | 8.65  | 8.25  | 7.47  |
| 72  | C18    | P      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 30          | 7.41                               | 6.91                                      | 6.39  | 5.86  | 5.34  | 4.41  |
| 73  | C18    | P      | 3             | 4           | 40.1              | 76          | 15          | 17.22                              | 17.12                                     | 16.90 | 16.73 | 16.58 | 16.26 |
| 74  | C18    | P      | 3             | 4           | 40.1              | 76          | 30          | 18.76                              | 19.96                                     | 19.56 | 19.09 | 18.55 | 17.57 |
| 75  | C18    | P      | 3             | 4           | 80.3              | 38          | 15          | 10.61                              | 10.36                                     | 10.03 | 9.78  | 9.59  | 9.07  |
| 76  | C18    | P      | 3             | 4           | 80.3              | 38          | 30          | 9.89                               | 9.91                                      | 9.44  | 9.03  | 8.66  | 7.90  |
| 77  | C18    | P      | 3             | 4           | 122.0             | 25          | 15          | 7.37                               | 6.73                                      | 6.38  | 6.13  | 5.95  | 5.49  |
| 78  | C18    | P      | 3             | 4           | 122.0             | 25          | 30          | 6.29                               | 5.90                                      | 5.55  | 5.21  | 4.86  | 4.18  |
| 79  | C18    | P      | 3             | 6           | 40.1              | 76          | 15          | 26.03                              | 26.44                                     | 26.00 | 25.60 | 25.25 | 24.48 |
| 80  | C18    | P      | 3             | 6           | 40.1              | 76          | 30          | 24.59                              | 27.41                                     | 26.55 | 25.44 | 24.74 | 23.35 |
| 81  | C18    | P      | 3             | 6           | 80.3              | 38          | 15          | 14.64                              | 14.23                                     | 13.79 | 13.25 | 12.84 | 12.13 |
| 82  | C18    | P      | 3             | 6           | 80.3              | 38          | 30          | 12.55                              | 12.71                                     | 12.09 | 11.51 | 10.99 | 9.90  |
| 83  | C18    | P      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 15          | 9.78                               | 8.75                                      | 8.36  | 7.98  | 7.65  | 7.04  |
| 84  | C18    | P      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 30          | 8.00                               | 7.53                                      | 7.07  | 6.59  | 6.13  | 5.27  |
| 85  | C18    | P      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 15          | 30.32                              | 31.11                                     | 30.52 | 29.97 | 29.44 | 28.24 |
| 86  | C18    | P      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 30          | 26.87                              | 30.40                                     | 29.08 | 27.94 | 27.13 | 25.54 |
| 87  | C18    | P      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 15          | 16.35                              | 15.91                                     | 15.30 | 14.70 | 14.26 | 13.42 |
| 88  | C18    | P      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 30          | 13.67                              | 13.91                                     | 13.18 | 12.54 | 11.96 | 10.73 |
| 89  | C18    | P      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 15          | 10.85                              | 9.60                                      | 9.20  | 8.76  | 8.39  | 7.72  |
| 90  | C18    | P      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 30          | 8.73                               | 8.23                                      | 7.72  | 7.19  | 6.69  | 5.74  |
| 91  | C18    | P      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 15          | 9.91                               | 9.78                                      | 9.72  | 9.67  | 9.64  | 9.52  |
| 92  | C18    | P      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 30          | 13.89                              | 14.04                                     | 13.89 | 13.75 | 13.62 | 13.35 |
| 93  | C18    | P      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 15          | 7.34                               | 7.13                                      | 7.05  | 6.99  | 6.95  | 6.74  |
| 94  | C18    | P      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 30          | 8.91                               | 8.86                                      | 8.57  | 8.28  | 8.03  | 7.63  |
| 95  | C18    | P      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 15          | 5.72                               | 5.42                                      | 5.31  | 5.23  | 5.16  | 4.90  |
| 96  | C18    | P      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 30          | 6.33                               | 6.07                                      | 5.81  | 5.59  | 5.38  | 4.97  |
| 97  | C18    | P      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 15          | 18.48                              | 18.42                                     | 18.26 | 18.08 | 17.95 | 17.68 |
| 98  | C18    | P      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 30          | 21.75                              | 22.83                                     | 22.44 | 22.08 | 21.71 | 20.65 |
| 99  | C18    | P      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 15          | 11.97                              | 11.60                                     | 11.43 | 11.17 | 10.96 | 10.48 |
| 100 | C18    | P      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 30          | 12.10                              | 12.32                                     | 11.88 | 11.50 | 11.03 | 10.31 |
| 101 | C18    | P      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 15          | 8.68                               | 8.07                                      | 7.83  | 7.60  | 7.39  | 6.98  |
| 102 | C18    | P      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 30          | 8.29                               | 8.15                                      | 7.70  | 7.35  | 7.03  | 6.32  |
| 103 | C18    | P      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 15          | 24.19                              | 24.44                                     | 24.13 | 23.85 | 23.59 | 23.09 |
| 104 | C18    | P      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 30          | 24.99                              | 27.41                                     | 26.83 | 26.23 | 25.35 | 24.12 |
| 105 | C18    | P      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 15          | 14.33                              | 14.03                                     | 13.69 | 13.33 | 12.91 | 12.24 |
| 106 | C18    | P      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 30          | 13.42                              | 13.85                                     | 13.29 | 12.79 | 12.25 | 11.35 |

| N°  | Classe | Charge | Portée<br>(m) | Nb.<br>lam. | $S_{min}$<br>(mm) | nb<br>tour. | Ep.<br>(mm) | $K_{ser}$<br>( $N.mm^{-2}$ ) | Ku ( $N.mm^{-2}$ ) pour $k_{mod} =$ |       |       |       |       |
|-----|--------|--------|---------------|-------------|-------------------|-------------|-------------|------------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|     |        |        |               |             |                   |             |             |                              | 0.6                                 | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.1   |
| 107 | C18    | P      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 15          | 10.08                        | 9.34                                | 8.98  | 8.67  | 8.38  | 7.86  |
| 108 | C18    | P      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 30          | 9.11                         | 8.98                                | 8.48  | 8.09  | 7.69  | 6.87  |
| 109 | C24    | R      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 15          | 62.22                        | 58.03                               | 55.44 | 53.02 | 51.03 | 47.43 |
| 110 | C24    | R      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 30          | 47.49                        | 47.33                               | 44.80 | 42.43 | 40.18 | 35.81 |
| 111 | C24    | R      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 15          | 29.08                        | 24.51                               | 23.24 | 22.10 | 21.03 | 18.95 |
| 112 | C24    | R      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 30          | 22.83                        | 20.30                               | 18.83 | 17.49 | 16.27 | 14.22 |
| 113 | C24    | R      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 15          | 19.10                        | 15.02                               | 14.12 | 13.26 | 12.44 | 11.00 |
| 114 | C24    | R      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 30          | 15.35                        | 12.87                               | 11.88 | 11.00 | 10.22 | 8.95  |
| 115 | C24    | R      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 15          | 67.14                        | 62.23                               | 59.32 | 56.77 | 54.45 | 50.27 |
| 116 | C24    | R      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 30          | 52.96                        | 52.62                               | 49.78 | 46.99 | 44.32 | 39.37 |
| 117 | C24    | R      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 15          | 32.43                        | 27.38                               | 25.99 | 24.64 | 23.35 | 20.98 |
| 118 | C24    | R      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 30          | 26.30                        | 23.28                               | 21.56 | 20.02 | 18.64 | 16.31 |
| 119 | C24    | R      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 15          | 21.81                        | 17.15                               | 16.07 | 15.05 | 14.10 | 12.45 |
| 120 | C24    | R      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 30          | 17.85                        | 14.91                               | 13.75 | 12.73 | 11.84 | 10.38 |
| 121 | C24    | R      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 15          | 68.47                        | 63.57                               | 60.56 | 57.90 | 55.56 | 51.04 |
| 122 | C24    | R      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 30          | 54.96                        | 54.42                               | 51.46 | 48.53 | 45.75 | 41.74 |
| 123 | C24    | R      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 15          | 33.82                        | 28.57                               | 27.11 | 25.67 | 24.31 | 21.82 |
| 124 | C24    | R      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 30          | 27.68                        | 24.41                               | 22.62 | 21.00 | 19.55 | 17.12 |
| 125 | C24    | R      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 15          | 22.93                        | 18.01                               | 16.88 | 15.81 | 14.79 | 13.06 |
| 126 | C24    | R      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 30          | 18.85                        | 15.71                               | 14.48 | 13.41 | 12.47 | 10.94 |
| 127 | C24    | R      | 3             | 4           | 40.1              | 76          | 15          | 65.50                        | 60.82                               | 58.53 | 56.52 | 54.32 | 50.72 |
| 128 | C24    | R      | 3             | 4           | 40.1              | 76          | 30          | 49.84                        | 48.79                               | 46.21 | 43.90 | 41.59 | 37.20 |
| 129 | C24    | R      | 3             | 4           | 80.3              | 38          | 15          | 30.16                        | 25.04                               | 23.76 | 22.57 | 21.42 | 19.21 |
| 130 | C24    | R      | 3             | 4           | 80.3              | 38          | 30          | 23.49                        | 20.19                               | 18.57 | 17.06 | 15.67 | 13.32 |
| 131 | C24    | R      | 3             | 4           | 122.0             | 25          | 15          | 18.83                        | 14.48                               | 13.57 | 12.60 | 11.70 | 10.14 |
| 132 | C24    | R      | 3             | 4           | 122.0             | 25          | 30          | 14.98                        | 11.56                               | 10.46 | 9.49  | 8.67  | 7.38  |
| 133 | C24    | R      | 3             | 6           | 40.1              | 76          | 15          | 68.40                        | 63.39                               | 60.68 | 58.27 | 55.88 | 51.81 |
| 134 | C24    | R      | 3             | 6           | 40.1              | 76          | 30          | 53.36                        | 52.50                               | 49.59 | 46.62 | 43.83 | 38.53 |
| 135 | C24    | R      | 3             | 6           | 80.3              | 38          | 15          | 32.63                        | 26.93                               | 25.46 | 23.94 | 22.54 | 19.86 |
| 136 | C24    | R      | 3             | 6           | 80.3              | 38          | 30          | 26.27                        | 22.35                               | 20.47 | 18.76 | 17.24 | 14.72 |
| 137 | C24    | R      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 15          | 20.99                        | 15.89                               | 14.74 | 13.67 | 12.66 | 10.90 |
| 138 | C24    | R      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 30          | 17.13                        | 13.06                               | 11.81 | 10.73 | 9.82  | 8.41  |
| 139 | C24    | R      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 15          | 68.50                        | 63.17                               | 60.42 | 57.79 | 55.34 | 50.92 |
| 140 | C24    | R      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 30          | 54.42                        | 53.44                               | 50.28 | 47.14 | 44.19 | 38.79 |
| 141 | C24    | R      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 15          | 33.42                        | 27.48                               | 25.87 | 24.27 | 22.77 | 20.00 |
| 142 | C24    | R      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 30          | 27.39                        | 23.16                               | 21.20 | 19.43 | 17.85 | 15.27 |
| 143 | C24    | R      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 15          | 21.74                        | 16.42                               | 15.20 | 14.07 | 13.02 | 11.23 |
| 144 | C24    | R      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 30          | 18.02                        | 13.67                               | 12.36 | 11.23 | 10.28 | 8.82  |
| 145 | C24    | R      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 15          | 76.60                        | 68.73                               | 67.10 | 65.47 | 64.00 | 60.95 |
| 146 | C24    | R      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 30          | 57.45                        | 54.44                               | 51.99 | 49.67 | 47.67 | 44.01 |
| 147 | C24    | R      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 15          | 32.81                        | 27.97                               | 26.78 | 25.53 | 24.47 | 22.56 |
| 148 | C24    | R      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 30          | 25.61                        | 21.85                               | 20.33 | 18.83 | 17.35 | 14.57 |
| 149 | C24    | R      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 15          | 20.29                        | 15.76                               | 14.89 | 14.03 | 13.16 | 11.47 |
| 150 | C24    | R      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 30          | 16.05                        | 12.32                               | 11.09 | 9.95  | 8.93  | 7.32  |
| 151 | C24    | R      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 15          | 74.17                        | 69.19                               | 67.23 | 65.05 | 62.61 | 59.01 |
| 152 | C24    | R      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 30          | 57.78                        | 56.66                               | 53.63 | 50.97 | 48.47 | 43.27 |
| 153 | C24    | R      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 15          | 34.18                        | 28.76                               | 27.24 | 25.90 | 24.62 | 22.02 |
| 154 | C24    | R      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 30          | 26.94                        | 22.82                               | 20.86 | 19.00 | 17.29 | 14.41 |
| 155 | C24    | R      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 15          | 21.87                        | 16.57                               | 15.37 | 14.21 | 13.11 | 11.09 |
| 156 | C24    | R      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 30          | 17.42                        | 12.99                               | 11.59 | 10.37 | 9.34  | 7.78  |
| 157 | C24    | R      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 15          | 72.22                        | 67.97                               | 65.08 | 62.53 | 60.34 | 56.31 |
| 158 | C24    | R      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 30          | 56.44                        | 55.69                               | 52.59 | 49.62 | 46.64 | 40.90 |
| 159 | C24    | R      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 15          | 34.05                        | 28.29                               | 26.72 | 25.21 | 23.72 | 20.81 |
| 160 | C24    | R      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 30          | 27.23                        | 22.77                               | 20.70 | 18.79 | 17.08 | 14.30 |
| 161 | C24    | R      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 15          | 21.97                        | 16.45                               | 15.12 | 13.91 | 12.74 | 10.74 |
| 162 | C24    | R      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 30          | 17.93                        | 13.17                               | 11.69 | 10.47 | 9.45  | 7.97  |
| 163 | C24    | P      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 15          | 22.97                        | 22.93                               | 22.51 | 22.05 | 21.51 | 20.51 |
| 164 | C24    | P      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 30          | 19.36                        | 21.13                               | 19.97 | 19.16 | 18.42 | 17.07 |
| 165 | C24    | P      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 15          | 11.86                        | 10.43                               | 9.94  | 9.55  | 9.13  | 8.39  |
| 166 | C24    | P      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 30          | 8.37                         | 8.04                                | 7.46  | 6.93  | 6.39  | 5.38  |
| 167 | C24    | P      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 15          | 7.80                         | 6.30                                | 5.98  | 5.63  | 5.35  | 4.71  |
| 168 | C24    | P      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 30          | 4.65                         | 3.90                                | 3.45  | 3.01  | 2.60  | 1.89  |
| 169 | C24    | P      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 15          | 30.48                        | 30.77                               | 30.01 | 29.17 | 28.16 | 26.68 |
| 170 | C24    | P      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 30          | 24.35                        | 26.57                               | 25.23 | 24.15 | 23.16 | 21.38 |

| N°  | Classe | Charge | Portée<br>(m) | Nb.<br>lam. | $S_{min}$<br>(mm) | nb<br>tour. | Ep.<br>(mm) | $K_{ser}$<br>(N.mm <sup>-2</sup> ) | Ku (N.mm <sup>-2</sup> ) pour $k_{mod} =$ |       |       |       |       |
|-----|--------|--------|---------------|-------------|-------------------|-------------|-------------|------------------------------------|-------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|     |        |        |               |             |                   |             |             |                                    | 0.6                                       | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.1   |
| 171 | C24    | P      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 15          | 15.26                              | 13.30                                     | 12.64 | 12.06 | 11.54 | 10.52 |
| 172 | C24    | P      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 30          | 10.75                              | 10.35                                     | 9.63  | 8.94  | 8.26  | 6.99  |
| 173 | C24    | P      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 15          | 9.92                               | 8.12                                      | 7.65  | 7.22  | 6.80  | 5.99  |
| 174 | C24    | P      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 30          | 6.15                               | 5.26                                      | 4.69  | 4.14  | 3.63  | 2.76  |
| 175 | C24    | P      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 15          | 33.66                              | 34.14                                     | 33.23 | 32.07 | 30.84 | 29.23 |
| 176 | C24    | P      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 30          | 26.31                              | 28.57                                     | 27.17 | 26.00 | 24.90 | 22.96 |
| 177 | C24    | P      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 15          | 16.78                              | 14.56                                     | 13.83 | 13.18 | 12.60 | 11.45 |
| 178 | C24    | P      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 30          | 11.75                              | 11.28                                     | 10.51 | 9.75  | 9.00  | 7.63  |
| 179 | C24    | P      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 15          | 10.91                              | 8.96                                      | 8.42  | 7.95  | 7.48  | 6.59  |
| 180 | C24    | P      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 30          | 6.81                               | 5.84                                      | 5.22  | 4.63  | 4.08  | 3.14  |
| 181 | C24    | P      | 3             | 4           | 40.1              | 76          | 15          | 18.59                              | 18.30                                     | 18.07 | 17.81 | 17.62 | 17.17 |
| 182 | C24    | P      | 3             | 4           | 40.1              | 76          | 30          | 19.32                              | 20.35                                     | 19.60 | 19.05 | 18.27 | 17.27 |
| 183 | C24    | P      | 3             | 4           | 80.3              | 38          | 15          | 11.10                              | 10.40                                     | 10.11 | 9.75  | 9.43  | 8.89  |
| 184 | C24    | P      | 3             | 4           | 80.3              | 38          | 30          | 9.85                               | 9.40                                      | 8.89  | 8.40  | 7.92  | 6.96  |
| 185 | C24    | P      | 3             | 4           | 122.0             | 25          | 15          | 7.51                               | 6.44                                      | 6.17  | 5.85  | 5.60  | 5.07  |
| 186 | C24    | P      | 3             | 4           | 122.0             | 25          | 30          | 6.14                               | 5.35                                      | 4.93  | 4.51  | 4.09  | 3.36  |
| 187 | C24    | P      | 3             | 6           | 40.1              | 76          | 15          | 27.26                              | 27.24                                     | 26.72 | 26.21 | 25.68 | 24.36 |
| 188 | C24    | P      | 3             | 6           | 40.1              | 76          | 30          | 24.97                              | 26.96                                     | 25.76 | 24.91 | 23.91 | 22.33 |
| 189 | C24    | P      | 3             | 6           | 80.3              | 38          | 15          | 14.95                              | 13.95                                     | 13.36 | 12.92 | 12.42 | 11.60 |
| 190 | C24    | P      | 3             | 6           | 80.3              | 38          | 30          | 12.48                              | 11.99                                     | 11.30 | 10.63 | 9.97  | 8.70  |
| 191 | C24    | P      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 15          | 9.90                               | 8.35                                      | 7.92  | 7.54  | 7.14  | 6.41  |
| 192 | C24    | P      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 30          | 7.81                               | 6.85                                      | 6.29  | 5.73  | 5.22  | 4.30  |
| 193 | C24    | P      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 15          | 31.22                              | 31.48                                     | 30.78 | 30.08 | 29.22 | 27.56 |
| 194 | C24    | P      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 30          | 27.20                              | 29.49                                     | 28.18 | 27.20 | 26.11 | 24.32 |
| 195 | C24    | P      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 15          | 16.64                              | 15.44                                     | 14.77 | 14.25 | 13.70 | 12.73 |
| 196 | C24    | P      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 30          | 13.60                              | 13.07                                     | 12.32 | 11.57 | 10.83 | 9.43  |
| 197 | C24    | P      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 15          | 10.97                              | 9.16                                      | 8.68  | 8.25  | 7.83  | 6.99  |
| 198 | C24    | P      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 30          | 8.55                               | 7.50                                      | 6.87  | 6.27  | 5.70  | 4.71  |
| 199 | C24    | P      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 15          | 11.35                              | 11.05                                     | 10.97 | 10.89 | 10.83 | 10.70 |
| 200 | C24    | P      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 30          | 15.16                              | 15.25                                     | 15.04 | 14.84 | 14.63 | 14.11 |
| 201 | C24    | P      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 15          | 8.11                               | 7.74                                      | 7.67  | 7.51  | 7.37  | 7.16  |
| 202 | C24    | P      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 30          | 9.32                               | 8.94                                      | 8.55  | 8.26  | 7.99  | 7.46  |
| 203 | C24    | P      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 15          | 6.19                               | 5.67                                      | 5.57  | 5.39  | 5.21  | 4.96  |
| 204 | C24    | P      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 30          | 6.46                               | 5.91                                      | 5.63  | 5.36  | 5.08  | 4.51  |
| 205 | C24    | P      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 15          | 20.22                              | 20.00                                     | 19.78 | 19.57 | 19.38 | 19.02 |
| 206 | C24    | P      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 30          | 22.68                              | 23.73                                     | 23.22 | 22.54 | 21.80 | 20.88 |
| 207 | C24    | P      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 15          | 12.65                              | 12.02                                     | 11.71 | 11.39 | 11.06 | 10.55 |
| 208 | C24    | P      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 30          | 12.36                              | 12.15                                     | 11.55 | 11.04 | 10.59 | 9.62  |
| 209 | C24    | P      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 15          | 9.06                               | 8.09                                      | 7.78  | 7.55  | 7.23  | 6.72  |
| 210 | C24    | P      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 30          | 8.39                               | 7.73                                      | 7.30  | 6.87  | 6.43  | 5.60  |
| 211 | C24    | P      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 15          | 25.73                              | 25.76                                     | 25.38 | 25.02 | 24.67 | 24.01 |
| 212 | C24    | P      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 30          | 25.69                              | 27.85                                     | 26.87 | 25.94 | 25.06 | 23.80 |
| 213 | C24    | P      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 15          | 14.86                              | 14.20                                     | 13.61 | 13.12 | 12.72 | 12.06 |
| 214 | C24    | P      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 30          | 13.62                              | 13.47                                     | 12.79 | 12.18 | 11.63 | 10.46 |
| 215 | C24    | P      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 15          | 10.36                              | 9.14                                      | 8.76  | 8.45  | 8.08  | 7.46  |
| 216 | C24    | P      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 30          | 9.17                               | 8.49                                      | 8.00  | 7.49  | 6.98  | 6.05  |
| 217 | C30    | R      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 15          | 61.79                              | 54.09                                     | 51.53 | 49.16 | 47.08 | 43.07 |
| 218 | C30    | R      | 2             | 4           | 40.2              | 51          | 30          | 47.29                              | 43.98                                     | 41.22 | 38.49 | 35.90 | 31.30 |
| 219 | C30    | R      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 15          | 28.97                              | 22.90                                     | 21.61 | 20.29 | 19.05 | 16.84 |
| 220 | C30    | R      | 2             | 4           | 82.1              | 25          | 30          | 22.83                              | 18.62                                     | 17.22 | 15.88 | 14.70 | 12.79 |
| 221 | C30    | R      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 15          | 19.07                              | 13.99                                     | 12.95 | 12.01 | 11.17 | 9.74  |
| 222 | C30    | R      | 2             | 4           | 121.0             | 17          | 30          | 15.37                              | 11.82                                     | 10.82 | 9.95  | 9.22  | 8.06  |
| 223 | C30    | R      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 15          | 66.89                              | 58.29                                     | 55.32 | 52.75 | 50.14 | 45.25 |
| 224 | C30    | R      | 2             | 6           | 40.2              | 51          | 30          | 52.97                              | 49.04                                     | 45.76 | 42.61 | 39.71 | 34.64 |
| 225 | C30    | R      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 15          | 32.51                              | 25.71                                     | 24.14 | 22.63 | 21.22 | 18.75 |
| 226 | C30    | R      | 2             | 6           | 82.1              | 25          | 30          | 26.37                              | 21.40                                     | 19.80 | 18.26 | 16.93 | 14.77 |
| 227 | C30    | R      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 15          | 21.87                              | 15.92                                     | 14.73 | 13.66 | 12.70 | 11.10 |
| 228 | C30    | R      | 2             | 6           | 121.0             | 17          | 30          | 17.91                              | 13.71                                     | 12.55 | 11.55 | 10.70 | 9.38  |
| 229 | C30    | R      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 15          | 68.47                              | 59.68                                     | 56.60 | 53.86 | 51.08 | 45.92 |
| 230 | C30    | R      | 2             | 8           | 40.2              | 51          | 30          | 54.88                              | 50.81                                     | 47.34 | 44.50 | 42.40 | 39.51 |
| 231 | C30    | R      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 15          | 33.95                              | 26.85                                     | 25.18 | 23.60 | 22.12 | 19.54 |
| 232 | C30    | R      | 2             | 8           | 82.1              | 25          | 30          | 27.78                              | 22.65                                     | 20.80 | 19.19 | 17.79 | 15.62 |
| 233 | C30    | R      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 15          | 23.00                              | 16.73                                     | 15.47 | 14.34 | 13.33 | 11.66 |
| 234 | C30    | R      | 2             | 8           | 121.0             | 17          | 30          | 18.92                              | 14.45                                     | 13.22 | 12.17 | 11.28 | 9.89  |

| N°  | Classe | Charge | Portée<br>(m) | Nb.<br>lam. | $S_{min}$<br>(mm) | nb<br>touri. | Ep.<br>(mm) | $K_{ser}$<br>( $N.mm^{-2}$ ) | Ku ( $N.mm^{-2}$ ) pour $k_{mod} =$ |       |       |       |       |
|-----|--------|--------|---------------|-------------|-------------------|--------------|-------------|------------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|     |        |        |               |             |                   |              |             |                              | 0.6                                 | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.1   |
| 235 | C30    | R      | 3             | 4           | 40.1              | 76           | 15          | 64.84                        | 57.14                               | 54.47 | 52.08 | 50.01 | 46.24 |
| 236 | C30    | R      | 3             | 4           | 40.1              | 76           | 30          | 49.36                        | 45.04                               | 42.17 | 39.49 | 36.76 | 32.03 |
| 237 | C30    | R      | 3             | 4           | 80.3              | 38           | 15          | 30.02                        | 23.21                               | 21.75 | 20.38 | 18.99 | 16.40 |
| 238 | C30    | R      | 3             | 4           | 80.3              | 38           | 30          | 23.38                        | 18.06                               | 16.30 | 14.75 | 13.41 | 11.31 |
| 239 | C30    | R      | 3             | 4           | 122.0             | 25           | 15          | 18.72                        | 13.14                               | 12.05 | 11.03 | 10.10 | 8.54  |
| 240 | C30    | R      | 3             | 4           | 122.0             | 25           | 30          | 14.96                        | 10.23                               | 9.14  | 8.25  | 7.52  | 6.44  |
| 241 | C30    | R      | 3             | 6           | 40.1              | 76           | 15          | 68.02                        | 59.41                               | 56.36 | 53.67 | 51.27 | 46.32 |
| 242 | C30    | R      | 3             | 6           | 40.1              | 76           | 30          | 53.17                        | 48.39                               | 44.86 | 41.53 | 38.36 | 32.80 |
| 243 | C30    | R      | 3             | 6           | 80.3              | 38           | 15          | 32.59                        | 24.85                               | 23.06 | 21.37 | 19.79 | 16.98 |
| 244 | C30    | R      | 3             | 6           | 80.3              | 38           | 30          | 26.26                        | 20.01                               | 18.05 | 16.34 | 14.90 | 12.68 |
| 245 | C30    | R      | 3             | 6           | 122.0             | 25           | 15          | 20.96                        | 14.40                               | 13.14 | 11.98 | 10.97 | 9.32  |
| 246 | C30    | R      | 3             | 6           | 122.0             | 25           | 30          | 17.14                        | 11.61                               | 10.39 | 9.39  | 8.59  | 7.41  |
| 247 | C30    | R      | 3             | 8           | 40.1              | 76           | 15          | 68.19                        | 59.24                               | 56.02 | 53.26 | 50.55 | 45.18 |
| 248 | C30    | R      | 3             | 8           | 40.1              | 76           | 30          | 54.41                        | 49.19                               | 45.47 | 41.98 | 38.86 | 34.72 |
| 249 | C30    | R      | 3             | 8           | 80.3              | 38           | 15          | 33.41                        | 25.33                               | 23.43 | 21.66 | 20.02 | 17.19 |
| 250 | C30    | R      | 3             | 8           | 80.3              | 38           | 30          | 27.43                        | 20.77                               | 18.73 | 16.97 | 15.49 | 13.23 |
| 251 | C30    | R      | 3             | 8           | 122.0             | 25           | 15          | 21.78                        | 14.89                               | 13.55 | 12.36 | 11.32 | 9.64  |
| 252 | C30    | R      | 3             | 8           | 122.0             | 25           | 30          | 18.06                        | 12.16                               | 10.89 | 9.86  | 9.02  | 7.81  |
| 253 | C30    | R      | 5             | 4           | 40.1              | 126          | 15          | 75.15                        | 65.40                               | 63.67 | 61.88 | 59.77 | 56.04 |
| 254 | C30    | R      | 5             | 4           | 40.1              | 126          | 30          | 56.71                        | 50.43                               | 47.85 | 45.50 | 43.22 | 38.71 |
| 255 | C30    | R      | 5             | 4           | 80.2              | 63           | 15          | 32.45                        | 25.90                               | 24.54 | 23.39 | 22.15 | 19.87 |
| 256 | C30    | R      | 5             | 4           | 80.2              | 63           | 30          | 25.28                        | 19.56                               | 17.68 | 15.91 | 14.28 | 11.60 |
| 257 | C30    | R      | 5             | 4           | 120.0             | 42           | 15          | 20.11                        | 14.35                               | 13.30 | 12.32 | 11.22 | 9.29  |
| 258 | C30    | R      | 5             | 4           | 120.0             | 42           | 30          | 15.90                        | 10.58                               | 9.28  | 8.18  | 7.28  | 6.03  |
| 259 | C30    | R      | 5             | 6           | 40.1              | 126          | 15          | 73.44                        | 65.75                               | 62.72 | 60.35 | 58.19 | 53.95 |
| 260 | C30    | R      | 5             | 6           | 40.1              | 126          | 30          | 57.19                        | 52.12                               | 48.97 | 45.72 | 42.51 | 36.41 |
| 261 | C30    | R      | 5             | 6           | 80.2              | 63           | 15          | 33.98                        | 26.48                               | 24.86 | 23.26 | 21.62 | 18.57 |
| 262 | C30    | R      | 5             | 6           | 80.2              | 63           | 30          | 26.78                        | 20.04                               | 17.85 | 15.93 | 14.30 | 11.83 |
| 263 | C30    | R      | 5             | 6           | 120.0             | 42           | 15          | 21.74                        | 14.79                               | 13.40 | 12.08 | 10.90 | 8.99  |
| 264 | C30    | R      | 5             | 6           | 120.0             | 42           | 30          | 17.37                        | 11.08                               | 9.71  | 8.62  | 7.77  | 6.61  |
| 265 | C30    | R      | 5             | 8           | 40.1              | 126          | 15          | 71.68                        | 63.52                               | 60.63 | 58.06 | 55.58 | 50.95 |
| 266 | C30    | R      | 5             | 8           | 40.1              | 126          | 30          | 56.10                        | 51.13                               | 47.45 | 43.82 | 40.36 | 34.13 |
| 267 | C30    | R      | 5             | 8           | 80.2              | 63           | 15          | 33.88                        | 25.97                               | 24.11 | 22.28 | 20.55 | 17.42 |
| 268 | C30    | R      | 5             | 8           | 80.2              | 63           | 30          | 27.18                        | 19.95                               | 17.74 | 15.85 | 14.27 | 11.94 |
| 269 | C30    | R      | 5             | 8           | 120.0             | 42           | 15          | 21.93                        | 14.58                               | 13.12 | 11.81 | 10.64 | 8.84  |
| 270 | C30    | R      | 5             | 8           | 120.0             | 42           | 30          | 17.93                        | 11.28                               | 9.91  | 8.83  | 7.99  | 6.85  |
| 271 | C30    | P      | 2             | 4           | 40.2              | 51           | 15          | 23.30                        | 22.65                               | 22.04 | 21.35 | 20.73 | 19.50 |
| 272 | C30    | P      | 2             | 4           | 40.2              | 51           | 30          | 19.24                        | 19.65                               | 18.71 | 17.80 | 16.99 | 15.39 |
| 273 | C30    | P      | 2             | 4           | 82.1              | 25           | 15          | 11.89                        | 9.80                                | 9.29  | 8.84  | 8.39  | 7.48  |
| 274 | C30    | P      | 2             | 4           | 82.1              | 25           | 30          | 8.11                         | 7.10                                | 6.47  | 5.82  | 5.22  | 4.16  |
| 275 | C30    | P      | 2             | 4           | 121.0             | 17           | 15          | 7.77                         | 5.81                                | 5.42  | 5.01  | 4.66  | 3.95  |
| 276 | C30    | P      | 2             | 4           | 121.0             | 17           | 30          | 4.36                         | 3.10                                | 2.59  | 2.12  | 1.71  | 1.03  |
| 277 | C30    | P      | 2             | 6           | 40.2              | 51           | 15          | 30.71                        | 30.01                               | 28.79 | 27.65 | 26.85 | 25.11 |
| 278 | C30    | P      | 2             | 6           | 40.2              | 51           | 30          | 24.20                        | 24.81                               | 23.54 | 22.34 | 21.30 | 19.14 |
| 279 | C30    | P      | 2             | 6           | 82.1              | 25           | 15          | 15.24                        | 12.47                               | 11.77 | 11.15 | 10.52 | 9.34  |
| 280 | C30    | P      | 2             | 6           | 82.1              | 25           | 30          | 10.49                        | 9.20                                | 8.40  | 7.59  | 6.84  | 5.53  |
| 281 | C30    | P      | 2             | 6           | 121.0             | 17           | 15          | 9.84                         | 7.46                                | 6.94  | 6.45  | 5.96  | 5.07  |
| 282 | C30    | P      | 2             | 6           | 121.0             | 17           | 30          | 5.86                         | 4.30                                | 3.67  | 3.09  | 2.59  | 1.74  |
| 283 | C30    | P      | 2             | 8           | 40.2              | 51           | 15          | 33.84                        | 33.12                               | 31.48 | 30.30 | 29.38 | 27.44 |
| 284 | C30    | P      | 2             | 8           | 40.2              | 51           | 30          | 26.17                        | 26.74                               | 25.35 | 24.03 | 22.90 | 20.51 |
| 285 | C30    | P      | 2             | 8           | 82.1              | 25           | 15          | 16.74                        | 13.62                               | 12.86 | 12.17 | 11.46 | 10.17 |
| 286 | C30    | P      | 2             | 8           | 82.1              | 25           | 30          | 11.48                        | 10.09                               | 9.18  | 8.30  | 7.50  | 6.09  |
| 287 | C30    | P      | 2             | 8           | 121.0             | 17           | 15          | 10.86                        | 8.22                                | 7.65  | 7.09  | 6.55  | 5.59  |
| 288 | C30    | P      | 2             | 8           | 121.0             | 17           | 30          | 6.50                         | 4.83                                | 4.14  | 3.52  | 2.97  | 2.07  |
| 289 | C30    | P      | 3             | 4           | 40.1              | 76           | 15          | 19.15                        | 18.52                               | 18.24 | 17.92 | 17.66 | 16.88 |
| 290 | C30    | P      | 3             | 4           | 40.1              | 76           | 30          | 19.52                        | 19.66                               | 18.74 | 18.05 | 17.43 | 16.25 |
| 291 | C30    | P      | 3             | 4           | 80.3              | 38           | 15          | 11.29                        | 10.13                               | 9.66  | 9.31  | 8.97  | 8.36  |
| 292 | C30    | P      | 3             | 4           | 80.3              | 38           | 30          | 9.81                         | 8.69                                | 8.09  | 7.51  | 6.78  | 5.68  |
| 293 | C30    | P      | 3             | 4           | 122.0             | 25           | 15          | 7.56                         | 6.09                                | 5.73  | 5.43  | 5.08  | 4.44  |
| 294 | C30    | P      | 3             | 4           | 122.0             | 25           | 30          | 6.04                         | 4.72                                | 4.21  | 3.73  | 3.31  | 2.59  |
| 295 | C30    | P      | 3             | 6           | 40.1              | 76           | 15          | 27.70                        | 26.99                               | 26.33 | 25.53 | 24.68 | 23.55 |
| 296 | C30    | P      | 3             | 6           | 40.1              | 76           | 30          | 25.08                        | 25.65                               | 24.47 | 23.38 | 22.43 | 20.63 |
| 297 | C30    | P      | 3             | 6           | 80.3              | 38           | 15          | 15.07                        | 13.29                               | 12.70 | 12.13 | 11.65 | 10.70 |
| 298 | C30    | P      | 3             | 6           | 80.3              | 38           | 30          | 12.42                        | 11.06                               | 10.22 | 9.43  | 8.50  | 7.11  |

| N°  | Classe | Charge | Portée<br>(m) | Nb.<br>lam. | $S_{min}$<br>(mm) | nb<br>tour. | Ep.<br>(mm) | $K_{ser}$<br>( $N.mm^{-2}$ ) | Ku ( $N.mm^{-2}$ ) pour $k_{mod} =$ |       |       |       |       |
|-----|--------|--------|---------------|-------------|-------------------|-------------|-------------|------------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|     |        |        |               |             |                   |             |             |                              | 0.6                                 | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.1   |
| 299 | C30    | P      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 15          | 9.94                         | 7.79                                | 7.32  | 6.86  | 6.41  | 5.55  |
| 300 | C30    | P      | 3             | 6           | 122.0             | 25          | 30          | 7.71                         | 6.04                                | 5.38  | 4.79  | 4.25  | 3.37  |
| 301 | C30    | P      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 15          | 31.56                        | 30.88                               | 29.95 | 28.76 | 27.77 | 26.35 |
| 302 | C30    | P      | 3             | 8           | 40.1              | 76          | 30          | 27.30                        | 28.02                               | 26.72 | 25.46 | 24.41 | 22.28 |
| 303 | C30    | P      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 15          | 16.72                        | 14.68                               | 14.01 | 13.33 | 12.77 | 11.69 |
| 304 | C30    | P      | 3             | 8           | 80.3              | 38          | 30          | 13.54                        | 12.06                               | 11.12 | 10.23 | 9.24  | 7.74  |
| 305 | C30    | P      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 15          | 11.00                        | 8.54                                | 8.03  | 7.49  | 6.99  | 6.04  |
| 306 | C30    | P      | 3             | 8           | 122.0             | 25          | 30          | 8.44                         | 6.61                                | 5.90  | 5.25  | 4.67  | 3.72  |
| 307 | C30    | P      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 15          | 11.96                        | 11.53                               | 11.44 | 11.36 | 11.26 | 11.10 |
| 308 | C30    | P      | 5             | 4           | 40.1              | 126         | 30          | 15.69                        | 15.52                               | 15.24 | 14.88 | 14.57 | 13.89 |
| 309 | C30    | P      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 15          | 8.45                         | 7.88                                | 7.67  | 7.52  | 7.36  | 7.02  |
| 310 | C30    | P      | 5             | 4           | 80.2              | 63          | 30          | 9.44                         | 8.58                                | 8.22  | 7.88  | 7.51  | 6.78  |
| 311 | C30    | P      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 15          | 6.38                         | 5.64                                | 5.38  | 5.20  | 5.03  | 4.66  |
| 312 | C30    | P      | 5             | 4           | 120.0             | 42          | 30          | 6.49                         | 5.59                                | 5.22  | 4.88  | 4.50  | 3.80  |
| 313 | C30    | P      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 15          | 20.96                        | 20.44                               | 20.16 | 19.90 | 19.66 | 19.11 |
| 314 | C30    | P      | 5             | 6           | 40.1              | 126         | 30          | 23.02                        | 23.45                               | 22.46 | 21.81 | 21.22 | 19.92 |
| 315 | C30    | P      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 15          | 12.91                        | 11.86                               | 11.38 | 11.02 | 10.72 | 10.04 |
| 316 | C30    | P      | 5             | 6           | 80.2              | 63          | 30          | 12.43                        | 11.45                               | 10.85 | 10.27 | 9.64  | 8.46  |
| 317 | C30    | P      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 15          | 9.21                         | 7.79                                | 7.42  | 7.09  | 6.75  | 6.10  |
| 318 | C30    | P      | 5             | 6           | 120.0             | 42          | 30          | 8.40                         | 7.18                                | 6.62  | 6.10  | 5.59  | 4.66  |
| 319 | C30    | P      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 15          | 26.34                        | 25.88                               | 25.42 | 24.98 | 24.55 | 23.37 |
| 320 | C30    | P      | 5             | 8           | 40.1              | 126         | 30          | 25.89                        | 26.79                               | 25.68 | 24.84 | 24.05 | 22.43 |
| 321 | C30    | P      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 15          | 15.09                        | 13.59                               | 13.03 | 12.60 | 12.17 | 11.32 |
| 322 | C30    | P      | 5             | 8           | 80.2              | 63          | 30          | 13.69                        | 12.61                               | 11.92 | 11.20 | 10.47 | 9.13  |
| 323 | C30    | P      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 15          | 10.48                        | 8.71                                | 8.26  | 7.85  | 7.46  | 6.66  |
| 324 | C30    | P      | 5             | 8           | 120.0             | 42          | 30          | 9.18                         | 7.84                                | 7.20  | 6.61  | 6.03  | 5.02  |

# Annexe E

## Calculs des précisions de mesures

### E.1 Éprouvettes pour le cisaillement des rainures

La précision relative de la mesure du module d'élasticité est donnée par la relation (E.1) ci-dessous :

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{2 \left( \frac{\Delta f_1}{f_1} \right)^2 + 4 \left( \frac{\Delta \ell}{\ell} \right)^2 + \left( \frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left( \frac{\Delta I}{I} \right)^2} \quad (\text{E.1})$$

Il faut déterminer dans cette relation l'erreur relative sur la fréquence fondamentale, sur la longueur de la poutre, sur sa masse ainsi que celle sur son inertie. Pour cela il faut considérer les valeurs moyennes des propriétés du bois (donnée par sa classe mécanique) et les dimensions théoriques.

La fréquence fondamentale théorique se calcul à partir de la relation (7.39), ce qui donne :

$$\begin{aligned} f_1 &= \sqrt{\frac{E \cdot \pi^2 \cdot I}{4 \cdot \ell^4 \cdot m}} \\ &= \sqrt{\frac{11000 \cdot \pi^2 \cdot \frac{120 \times 24^3}{12}}{4 \times 4000^4 \times 420 \times 0.12 \times 0.24}} \\ &= 3.48 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Ainsi l'erreur relative sur la fréquence fondamentale est de :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_1}{f_1} &= \frac{0.14}{3.48} \\ &= 0.04 \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

L'erreur relative sur la longueur de la poutre dépend de la précision machine de la tronçonneuse ( $0.1mm$ ) :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta \ell}{\ell} &= \frac{0.1}{4000} \\ &= 2.50 \times 10^{-5}\end{aligned}\tag{E.4}$$

La masse de chaque planche est déduite après la pesée de chacune d'entre elles en s'appuyant sur deux balances à cause de la longueur des planches (cf. figure 7.33), l'une d'une précision de  $0.1g$  et l'autre de  $0.01g$ . Il est ainsi possible de calculer la précision relative de la mesure en considérant la masse moyenne d'un bois classé C24 ( $420kg.m^{-3}$ ) :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta m}{m} &= \frac{0.1 + 0.01}{420 \times 10^3 \times 0.12 \times 0.024 \times 4} \\ &= \frac{0.11}{6048} \\ &= 2.27 \times 10^{-5}\end{aligned}\tag{E.5}$$

L'erreur sur l'inertie est donnée par la précision de la raboteuse ( $0.1mm$ ) :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{I} &= \sqrt{\left(\frac{0.1}{120}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{24}\right)^2} \\ &= 7.26 \times 10^{-3}\end{aligned}\tag{E.6}$$

Au final, l'erreur relative sur la mesure du module d'élasticité est :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta E}{E} &= \sqrt{2 \left(\frac{0.14}{3.48}\right)^2 + 4 \left(\frac{0.1}{4000}\right)^2 + \left(\frac{0.11}{6048}\right)^2 + (7.26 \times 10^{-3})^2} \\ &= 5.7 \times 10^{-2}\end{aligned}\tag{E.7}$$

## E.2 Éprouvettes pour l'arrachement des vis

La précision de la mesure de la masse volumique se fait en deux étapes. Premièrement, le calcul de la précision de mesure du volume de l'éprouvette. Il est calculé à partir des 6 points de mesure suivant (le nom et la valeur nominale est donnée entre parenthèses) : longueur ( $L = 70mm$ ), grande largeur ( $l_g = 50mm$ ), petite largeur ( $l_p = 38mm$ ), hauteur totale ( $h_t = 20mm$ ) et les 2 petites hauteurs ( $h_1 = h_2 = 14mm$ ). Ainsi, pour calculer la précision de la mesure de la masse volumique, celle du volume doit être calculée au

préalable à partir de la relation suivante :

$$V_{part} = L \left( l_p h_t + \frac{h_1 + h_2}{2} (l_g - h_t) \right) \quad (E.8)$$

Le volume nominal d'une partie de l'éprouvette est donc de :

$$\begin{aligned} V_{nom.} &= 70 \left( 36 \times 20 + \frac{14 + 14}{2} (50 - 38) \right) \\ &= 64960 mm^3 \end{aligned} \quad (E.9)$$

La précision de mesure est fonction de celle du pied à coulisse utilisé (0.01mm) :

$$\frac{\Delta V}{V} = \sqrt{\left( \frac{\Delta L}{L} \right)^2 + \left( \frac{\Delta S}{S} \right)^2} \quad (E.10)$$

Avec :

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{l_p h_t \sqrt{\left( \frac{\Delta l_p}{l_p} \right)^2 + \left( \frac{\Delta h_t}{h_t} \right)^2} + \frac{h_1 + h_2}{2} (l_g - l_p) \sqrt{\left( \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{h_1 + h_2} \right)^2 + \left( \frac{\Delta l_g + \Delta l_p}{l_g - l_p} \right)^2}}{l_p h_t + \frac{h_1 + h_2}{2} (l_g - l_p)} \quad (E.11)$$

La précision relative est donc égale à :

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.08\% \quad (E.12)$$

Soit une précision de :

$$\Delta V = 52 mm^3 \quad (E.13)$$

La précision de la masse de l'éprouvette est donnée directement par la précision de la balance :

$$\Delta m = 0.01 g \quad (E.14)$$

La précision relative est obtenue à partir de la masse moyenne d'une éprouvette supposée appartenir à la classe C24 :

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta m}{V \rho_{m,C24}} = \frac{0.01}{64960 \times 420.10^{-6}} = 0.04\% \quad (E.15)$$



La masse volumique est obtenue par la relation :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{E.16})$$

Donc la précision relative de la mesure de la masse volumique est obtenue par :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2} = \sqrt{(0.08\%)^2 + (0.04\%)^2} = 0.09\% \quad (\text{E.17})$$

## Annexe F

### Détails des mesures du cisaillement des rainures

TABLE F.1 – Propriétés mesurées à priori des éprouvettes de type C2.5

| Nom        | Éprouvette rainurée<br>transversalement |           | Éprouvette rainurée<br>longitudinalement |           |
|------------|-----------------------------------------|-----------|------------------------------------------|-----------|
|            | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                  | $E$ (MPa) | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                   | $E$ (MPa) |
| C2-01      | 337                                     | 11992     | 337                                      | 11633     |
| C2-02      | 351                                     | 11992     | 352                                      | 11633     |
| C2-03      | 351                                     | 11992     | 351                                      | 10006     |
| C2-04      | 390                                     | 11992     | 388                                      | 11691     |
| C2-05      | 328                                     | 11992     | 328                                      | 10006     |
| C2-06      | 339                                     | 11992     | 339                                      | 11633     |
| C2-07      | 334                                     | 11992     | 334                                      | 11633     |
| C2-08      | 331                                     | 11992     | 331                                      | 10006     |
| C2-09      | 311                                     | 10474     | 309                                      | 10006     |
| C2-10      | 316                                     | 10474     | 316                                      | 10006     |
| C2-11      | 329                                     | 10474     | 329                                      | 10006     |
| C2-12      | 313                                     | 10474     | 313                                      | 10006     |
| C2-13      | 323                                     | 10474     | 322                                      | 10006     |
| C2-14      | 319                                     | 10474     | 319                                      | 10006     |
| C2-15      | 316                                     | 10474     | 315                                      | 10006     |
| C2-16      | 333                                     | 10474     | 332                                      | 11633     |
| C2-17      | 314                                     | 10474     | 314                                      | 10006     |
| C2-18      | 332                                     | 12077     | 332                                      | 11633     |
| C2-19      | 350                                     | 12077     | 350                                      | 11633     |
| C2-20      | 339                                     | 12077     | 339                                      | 11633     |
| C2-21      | 343                                     | 12077     | 342                                      | 11633     |
| C2-22      | 348                                     | 12077     | 347                                      | 10006     |
| C2-23      | 332                                     | 12077     | 332                                      | 11633     |
| C2-24      | 335                                     | 12077     | 335                                      | 10006     |
| C2-25      | 336                                     | 12077     | 336                                      | 11633     |
| C2-26      | 340                                     | 12077     | 340                                      | 11633     |
| C2-27      | 342                                     | 12077     | 341                                      | 11633     |
| C2-28      | 345                                     | 12077     | 344                                      | 11633     |
| C2-29      | 343                                     | 12077     | 343                                      | 11633     |
| C2-30      | 325                                     | 10417     | 325                                      | 11633     |
| C2-31      | 338                                     | 10417     | 338                                      | 11633     |
| C2-32      | 339                                     | 10417     | 338                                      | 11633     |
| C2-33      | 321                                     | 10417     | 322                                      | 10006     |
| C2-34      | 320                                     | 10417     | 320                                      | 10006     |
| C2-35      | 365                                     | 10417     | 366                                      | 10006     |
| C2-36      | 315                                     | 10417     | 315                                      | 10006     |
| Moyenne    | 334                                     | 11335     | 334                                      | 10866     |
| Écart-type | 16                                      | 804       | 16                                       | 825       |
| COV (%)    | 4.8                                     | 7.1       | 4.7                                      | 7.6       |

TABLE F.2 – Propriétés mesurées à priori des éprouvettes de type C5

| Nom        | Éprouvette rainurée<br>transversalement |           | Éprouvette rainurée<br>longitudinalement |           |
|------------|-----------------------------------------|-----------|------------------------------------------|-----------|
|            | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                  | $E$ (MPa) | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                   | $E$ (MPa) |
| C5-01      | 366                                     | 11060     | 366                                      | 13191     |
| C5-02      | 343                                     | 11060     | 343                                      | 11139     |
| C5-03      | 410                                     | 11060     | 409                                      | 10343     |
| C5-04      | 353                                     | 11060     | 355                                      | 10343     |
| C5-05      | 365                                     | 11060     | 365                                      | 13191     |
| C5-06      | 349                                     | 11060     | 349                                      | 10785     |
| C5-07      | 347                                     | 11060     | 347                                      | 10785     |
| C5-08      | 350                                     | 11060     | 352                                      | 11139     |
| C5-09      | 348                                     | 11060     | 348                                      | 10785     |
| C5-10      | 359                                     | 10380     | 359                                      | 11139     |
| C5-11      | 325                                     | 10380     | 325                                      | 10785     |
| C5-12      | 355                                     | 10380     | 355                                      | 10785     |
| C5-13      | 336                                     | 10380     | 336                                      | 10785     |
| C5-14      | 380                                     | 10380     | 380                                      | 10343     |
| C5-15      | 309                                     | 10380     | 309                                      | 10785     |
| C5-16      | 307                                     | 10380     | 307                                      | 10785     |
| C5-17      | 308                                     | 10380     | 306                                      | 10785     |
| C5-18      | 368                                     | 11588     | 368                                      | 13191     |
| C5-19      | 369                                     | 11588     | 369                                      | 13191     |
| C5-20      | 368                                     | 11588     | 368                                      | 13191     |
| C5-21      | 316                                     | 11588     | 319                                      | 10785     |
| C5-22      | 351                                     | 11588     | 351                                      | 10785     |
| C5-23      | 339                                     | 11588     | 338                                      | 10785     |
| C5-24      | 325                                     | 11588     | 324                                      | 10785     |
| C5-25      | 342                                     | 11588     | 341                                      | 10785     |
| C5-26      | 353                                     | 11588     | 352                                      | 11139     |
| C5-27      | 350                                     | 11996     | 350                                      | 11139     |
| C5-28      | 334                                     | 11996     | 334                                      | 11139     |
| C5-29      | 333                                     | 11996     | 332                                      | 11139     |
| C5-30      | 326                                     | 11996     | 326                                      | 10785     |
| C5-31      | 411                                     | 11996     | 408                                      | 10343     |
| C5-32      | 355                                     | 11996     | 355                                      | 11139     |
| C5-33      | 354                                     | 11996     | 354                                      | 13191     |
| C5-34      | 340                                     | 11996     | 338                                      | 11139     |
| C5-35      | 348                                     | 11996     | 350                                      | 10785     |
| C5-36      | 359                                     | 11996     | 359                                      | 11139     |
| Moyenne    | 349                                     | 11301     | 348                                      | 11235     |
| Écart-type | 24                                      | 607       | 23                                       | 917       |
| COV (%)    | 6.8                                     | 5.4       | 6.7                                      | 8.2       |

TABLE F.3 – Propriétés mesurées à priori des éprouvettes de type *P2*

| Nom        | Éprouvette rainurée<br>longitudinalement |           | Éprouvette rainurée<br>longitudinalement |           |
|------------|------------------------------------------|-----------|------------------------------------------|-----------|
|            | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                   | $E$ (MPa) | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                   | $E$ (MPa) |
| P2-01      | 422                                      | 11139     | 423                                      | 11691     |
| P2-02      | 466                                      | 11139     | 473                                      | 12054     |
| P2-03      | 427                                      | 11139     | 429                                      | 12054     |
| P2-04      | 435                                      | 11139     | 440                                      | 11691     |
| P2-05      | 430                                      | 11139     | 431                                      | 12054     |
| P2-06      | 446                                      | 11139     | 447                                      | 12054     |
| P2-07      | 464                                      | 8350      | 465                                      | 12054     |
| P2-08      | 477                                      | 8350      | 482                                      | 12054     |
| P2-09      | 453                                      | 8350      | 457                                      | 12054     |
| P2-10      | 494                                      | 8350      | 515                                      | 12054     |
| P2-11      | 541                                      | 11691     | 543                                      | 12054     |
| P2-12      | 583                                      | 11691     | 584                                      | 12054     |
| P2-13      | 530                                      | 11691     | 531                                      | 12054     |
| P2-14      | 532                                      | 11691     | 532                                      | 12054     |
| P2-15      | 550                                      | 11691     | 564                                      | 12054     |
| P2-16      | 334                                      | 8350      | 334                                      | 11633     |
| P2-17      | 325                                      | 8350      | 325                                      | 10006     |
| P2-18      | 326                                      | 8350      | 327                                      | 10006     |
| P2-19      | 338                                      | 8350      | 338                                      | 11633     |
| P2-20      | 325                                      | 8350      | 325                                      | 10006     |
| P2-21      | 337                                      | 11691     | 338                                      | 11633     |
| P2-22      | 334                                      | 11691     | 338                                      | 11633     |
| P2-23      | 324                                      | 11139     | 328                                      | 11633     |
| P2-24      | 327                                      | 11139     | 327                                      | 11633     |
| P2-25      | 305                                      | 11139     | 306                                      | 10006     |
| P2-26      | 303                                      | 11139     | 304                                      | 10006     |
| P2-27      | 324                                      | 8350      | 324                                      | 11633     |
| P2-28      | 326                                      | 11691     | 326                                      | 11633     |
| P2-29      | 321                                      | 11691     | 324                                      | 10006     |
| P2-30      | 405                                      | 11139     | 406                                      | 11691     |
| P2-31      | 393                                      | 11139     | 395                                      | 11691     |
| P2-32      | 398                                      | 8350      | 398                                      | 11691     |
| P2-33      | 382                                      | 11691     | 383                                      | 11691     |
| P2-34      | 396                                      | 11691     | 396                                      | 11691     |
| P2-35      | 395                                      | 11691     | 396                                      | 11691     |
| P2-36      | 392                                      | 11691     | 397                                      | 11691     |
| Moyenne    | 405                                      | 10486     | 407                                      | 11528     |
| Écart-type | 80                                       | 1456      | 81                                       | 714       |
| COV (%)    | 19.7                                     | 13.9      | 20.0                                     | 6.2       |

TABLE F.4 – Propriétés mesurées à priori des éprouvettes de type *P5*

| Nom        | Éprouvette rainurée<br>longitudinalement |           | Éprouvette rainurée<br>longitudinalement |           |
|------------|------------------------------------------|-----------|------------------------------------------|-----------|
|            | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                   | $E$ (MPa) | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ )                   | $E$ (MPa) |
| P5-01      | 377                                      | 11139     | 378                                      | 8350      |
| P5-02      | 375                                      | 11139     | 376                                      | 8350      |
| P5-03      | 359                                      | 11139     | 360                                      | 11139     |
| P5-04      | 356                                      | 11139     | 356                                      | 8350      |
| P5-05      | 357                                      | 11139     | 358                                      | 8350      |
| P5-06      | 362                                      | 11139     | 362                                      | 11139     |
| P5-07      | 367                                      | 8350      | 367                                      | 11139     |
| P5-08      | 358                                      | 8350      | 358                                      | 11691     |
| P5-09      | 366                                      | 8350      | 366                                      | 11691     |
| P5-10      | 363                                      | 8350      | 363                                      | 8350      |
| P5-11      | 302                                      | 11139     | 303                                      | 11139     |
| P5-12      | 305                                      | 11139     | 305                                      | 11139     |
| P5-13      | 304                                      | 11139     | 305                                      | 11139     |
| P5-14      | 370                                      | 8350      | 371                                      | 11691     |
| P5-15      | 335                                      | 8350      | 335                                      | 8350      |
| P5-16      | 356                                      | 11691     | 356                                      | 11139     |
| P5-17      | 361                                      | 11139     | 361                                      | 11691     |
| P5-18      | 365                                      | 11139     | 364                                      | 8350      |
| P5-19      | 367                                      | 8350      | 367                                      | 11691     |
| P5-20      | 369                                      | 8350      | 370                                      | 11139     |
| P5-21      | 371                                      | 8350      | 371                                      | 11139     |
| P5-22      | 365                                      | 8350      | 365                                      | 8350      |
| P5-23      | 367                                      | 11691     | 367                                      | 8350      |
| P5-24      | 363                                      | 11691     | 363                                      | 11691     |
| P5-25      | 360                                      | 11691     | 360                                      | 11691     |
| P5-26      | 362                                      | 11691     | 362                                      | 11139     |
| P5-27      | 423                                      | 11139     | 424                                      | 11139     |
| P5-28      | 387                                      | 11139     | 387                                      | 11691     |
| P5-29      | 366                                      | 11139     | 366                                      | 11139     |
| P5-30      | 372                                      | 8350      | 373                                      | 11139     |
| P5-31      | 357                                      | 8350      | 357                                      | 8350      |
| P5-32      | 438                                      | 8350      | 450                                      | 8350      |
| P5-33      | 429                                      | 11691     | 431                                      | 11691     |
| P5-34      | 380                                      | 11691     | 383                                      | 8350      |
| P5-35      | 410                                      | 11691     | 413                                      | 11139     |
| P5-36      | 367                                      | 11691     | 367                                      | 11139     |
| Moyenne    | 366                                      | 10270     | 367                                      | 10347     |
| Écart-type | 29                                       | 1480      | 30                                       | 1449      |
| COV (%)    | 7.8                                      | 14.4      | 8.1                                      | 14.0      |

TABLE F.5 – Mesures de contrainte maximum et de raideur sur le type C2

| Nom   | $\rho_{moy}$<br>( $kg.m^{-3}$ ) | $\tau_{max}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.14 MPa)}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.28 MPa)}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.56 MPa)}$<br>( $MPa$ ) |
|-------|---------------------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| C2-01 | 337.0                           | 1.31                      | 4184                          | 8605                          | 10797                         |
| C2-02 | 351.6                           | 1.53                      | 4513                          | 9692                          | 13276                         |
| C2-03 | 351.0                           | 1.54                      | 4514                          | 10584                         | 12230                         |
| C2-04 | 388.8                           | 1.48                      | 3861                          | 7191                          | 9644                          |
| C2-05 | 327.6                           | 1.31                      | 4234                          | 8755                          | 11591                         |
| C2-06 | 338.8                           | 1.49                      | 4257                          | 9661                          | 12468                         |
| C2-07 | 334.2                           | 1.40                      | 5398                          | 10914                         | 14544                         |
| C2-08 | 330.8                           | 1.08                      | 6461                          | 10513                         | 12525                         |
| C2-09 | 309.8                           | 1.47                      | 7318                          | 9417                          | 12306                         |
| C2-10 | 315.8                           | 1.60                      | 6369                          | 12453                         | 15265                         |
| C2-11 | 328.7                           | 1.53                      | 5576                          | 9943                          | 12627                         |
| C2-12 | 312.8                           | 1.30                      | 6128                          | 10335                         | 11642                         |
| C2-13 | 322.6                           | 1.47                      | 5391                          | 12243                         | 15902                         |
| C2-14 | 319.2                           | 1.39                      | 4568                          | 10637                         | 10838                         |
| C2-15 | 315.5                           | 1.53                      | 7481                          | 8228                          | 9206                          |
| C2-16 | 332.4                           | 1.54                      | 9153                          | 13220                         | 23427                         |
| C2-17 | 314.4                           | 1.24                      | 10441                         | 10400                         | 13686                         |
| C2-18 | 331.7                           | 1.40                      | 6712                          | 8188                          | 11484                         |
| C2-19 | 349.7                           | 1.68                      | 12341                         | 10593                         | 15166                         |
| C2-20 | 338.6                           | 1.82                      | 9695                          | 10219                         | 14470                         |
| C2-21 | 342.4                           | 1.44                      | 11255                         | 10172                         | 12921                         |
| C2-22 | 347.3                           | 1.68                      | 7647                          | 8872                          | 14504                         |
| C2-23 | 331.7                           | 1.45                      | 9253                          | 10193                         | 17203                         |
| C2-24 | 335.2                           | 1.51                      | 9289                          | 10876                         | 15465                         |
| C2-25 | 336.2                           | 1.48                      | 8059                          | 13159                         | 18473                         |
| C2-26 | 340.3                           | 1.53                      | 11195                         | 11996                         | 17592                         |
| C2-27 | 341.8                           | 1.55                      | 10788                         | 16967                         | 22228                         |
| C2-28 | 344.6                           | 1.41                      | 11291                         | 11107                         | 14588                         |
| C2-29 | 342.9                           | 1.31                      | 8765                          | 9915                          | 12806                         |
| C2-30 | 325.1                           | 1.68                      | 10512                         | 13273                         | 19558                         |
| C2-31 | 337.8                           | 1.77                      | 9591                          | 15113                         | 18029                         |
| C2-32 | 338.5                           | 1.31                      | 10371                         | 13567                         | 19913                         |
| C2-33 | 321.4                           | 1.45                      | 12334                         | 11895                         | 17296                         |
| C2-34 | 320.2                           | 1.50                      | 7586                          | 14287                         | 18033                         |
| C2-35 | 365.5                           | 1.66                      | 10495                         | 10566                         | 15637                         |
| C2-36 | 314.8                           | 1.16                      | 11544                         | 10045                         | 17810                         |

TABLE F.6 – Mesures de contrainte maximum et de raideur sur le type C5

| Nom   | $\rho_{moy}$<br>( $kg.m^{-3}$ ) | $\tau_{max}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.14 MPa)}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.28 MPa)}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.56 MPa)}$<br>( $MPa$ ) |
|-------|---------------------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| C5-01 | 366.0                           | 1.00                      | 8144                          | 6426                          | 9524                          |
| C5-02 | 342.8                           | 1.02                      | 4699                          | 5912                          | 6747                          |
| C5-03 | 409.6                           | 1.62                      | 5894                          | 10327                         | 14015                         |
| C5-04 | 354.4                           | 1.21                      | 5256                          | 8686                          | 12190                         |
| C5-05 | 364.9                           | 1.08                      | 7376                          | 8896                          | 9523                          |
| C5-06 | 348.8                           | 1.07                      | 6941                          | 7838                          | 9490                          |
| C5-07 | 346.7                           | 1.13                      | 5036                          | 7792                          | 8211                          |
| C5-08 | 351.0                           | 1.08                      | 4560                          | 5641                          | 6300                          |
| C5-09 | 347.9                           | 0.91                      | 5089                          | 5484                          | 6952                          |
| C5-10 | 358.7                           | 1.07                      | 4728                          | 6268                          | 6958                          |
| C5-11 | 324.7                           | 0.98                      | 4841                          | 5161                          | 5928                          |
| C5-12 | 355.0                           | 1.06                      | 5157                          | 5772                          | 8397                          |
| C5-13 | 336.1                           | 0.98                      | 4649                          | 5837                          | 6871                          |
| C5-14 | 379.8                           | 1.26                      | 7420                          | 9422                          | 10948                         |
| C5-15 | 309.3                           | 1.26                      | 5403                          | 6551                          | 7317                          |
| C5-16 | 306.7                           | 1.13                      | 7169                          | 6920                          | 6910                          |
| C5-17 | 367.9                           | 1.22                      | 6416                          | 8905                          | 9046                          |
| C5-18 | 369.3                           | 1.23                      | 7178                          | 11356                         | 12105                         |
| C5-19 | 368.3                           | 1.06                      | 6071                          | 6505                          | 8836                          |
| C5-20 | 317.7                           | 1.39                      | 5228                          | 8283                          | 8441                          |
| C5-21 | 351.2                           | 1.45                      | 4720                          | 7956                          | 9215                          |
| C5-22 | 338.4                           | 1.14                      | 6381                          | 6847                          | 8654                          |
| C5-23 | 324.2                           | 0.94                      | 4828                          | 6155                          | 6847                          |
| C5-24 | 341.1                           | 1.19                      | 6343                          | 9055                          | 9309                          |
| C5-25 | 352.7                           | 1.02                      | 5975                          | 6368                          | 7513                          |
| C5-26 | 349.6                           | 1.18                      | 8038                          | 9262                          | 9469                          |
| C5-27 | 333.9                           | 1.17                      | 4235                          | 5704                          | 6465                          |
| C5-28 | 332.4                           | 1.23                      | 4985                          | 7139                          | 8164                          |
| C5-29 | 325.6                           | 1.14                      | 5333                          | 6648                          | 8127                          |
| C5-30 | 409.8                           | 1.29                      | 4463                          | 7972                          | 10347                         |
| C5-31 | 354.9                           | 1.25                      | 4450                          | 5571                          | 6464                          |
| C5-32 | 354.0                           | 1.35                      | 6916                          | 9049                          | 11202                         |
| C5-33 | 338.7                           | 0.92                      | 4111                          | 5845                          | 6368                          |
| C5-34 | 348.7                           | 1.14                      | 7370                          | 9833                          | 9957                          |
| C5-35 | 358.6                           | 1.40                      | 7710                          | 10292                         | 13072                         |



TABLE F.7 – Mesures de contrainte maximum et de raideur sur le type P2

| Nom   | $\rho_{moy}$<br>( $kg.m^{-3}$ ) | $\tau_{max}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.14 MPa)}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.28 MPa)}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.56 MPa)}$<br>( $MPa$ ) |
|-------|---------------------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| P2-01 | 422.7                           | 1.73                      | 13247                         | 16020                         | 20951                         |
| P2-02 | 469.3                           | 1.54                      | 16561                         | 25833                         | 25906                         |
| P2-03 | 427.8                           | 1.70                      | 10360                         | 14472                         | 16016                         |
| P2-04 | 437.6                           | 1.57                      | 12808                         | 16727                         | 21129                         |
| P2-05 | 430.5                           | 1.37                      | 12381                         | 12564                         | 15805                         |
| P2-06 | 446.7                           | 1.61                      | 20540                         | 18935                         | 23050                         |
| P2-07 | 464.5                           | 1.69                      | 10835                         | 15730                         | 16967                         |
| P2-08 | 479.7                           | 1.97                      | 15332                         | 19010                         | 20556                         |
| P2-09 | 455.2                           | 1.53                      | 12422                         | 17069                         | 21846                         |
| P2-10 | 504.7                           | 1.47                      | 12849                         | 15949                         | 19773                         |
| P2-11 | 542.2                           | 1.83                      | 15921                         | 19841                         | 23835                         |
| P2-12 | 583.5                           | 1.95                      | 12635                         | 17538                         | 20965                         |
| P2-13 | 530.7                           | 2.12                      | 14421                         | 22179                         | 21443                         |
| P2-14 | 532.1                           | 1.23                      | 9140                          | 13390                         | 22316                         |
| P2-15 | 557.0                           | 1.77                      | 15270                         | 20197                         | 24470                         |
| P2-16 | 333.8                           | 1.50                      | 12553                         | 19300                         | 22435                         |
| P2-17 | 325.1                           | 1.54                      | 12397                         | 21177                         | 27872                         |
| P2-18 | 326.6                           | 0.97                      | 10742                         | 11411                         | 15397                         |
| P2-19 | 337.6                           | 1.67                      | 20511                         | 28646                         | 28258                         |
| P2-20 | 324.6                           | 1.56                      | 12387                         | 20446                         | 30875                         |
| P2-21 | 337.5                           | 1.68                      | 16461                         | 22259                         | 23526                         |
| P2-22 | 335.9                           | 1.55                      | 14042                         | 17770                         | 26623                         |
| P2-23 | 326.1                           | 1.50                      | 15573                         | 20842                         | 25515                         |
| P2-24 | 327.2                           | 1.20                      | 16248                         | 16002                         | 22404                         |
| P2-25 | 305.8                           | 1.72                      | 17282                         | 17310                         | 24893                         |
| P2-26 | 303.6                           | 1.74                      | 15184                         | 23495                         | 33227                         |
| P2-27 | 324.5                           | 1.00                      | 17448                         | 20363                         | 29364                         |
| P2-28 | 325.9                           | 1.52                      | 17239                         | 21547                         | 25581                         |
| P2-29 | 322.3                           | 1.54                      | 17120                         | 17673                         | 24684                         |
| P2-30 | 405.6                           | 1.53                      | 18215                         | 24152                         | 24003                         |
| P2-31 | 394.0                           | 1.58                      | 20052                         | 15023                         | 18068                         |
| P2-32 | 398.3                           | 1.51                      | 11543                         | 14699                         | 18686                         |
| P2-33 | 382.5                           | 1.56                      | 16775                         | 18886                         | 20619                         |
| P2-34 | 396.0                           | 1.62                      | 14304                         | 14738                         | 17949                         |
| P2-35 | 395.5                           | 1.79                      | 12379                         | 20575                         | 27623                         |
| P2-36 | 394.8                           | 1.45                      | 14972                         | 21929                         | 26735                         |

TABLE F.8 – Mesures de contrainte maximum et de raideur sur le type P5

| Nom   | $\rho_{moy}$<br>( $kg.m^{-3}$ ) | $\tau_{max}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.14 MPa)}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.28 MPa)}$<br>( $MPa$ ) | $K_{(0.56 MPa)}$<br>( $MPa$ ) |
|-------|---------------------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| P5-01 | 377.1                           | 1.48                      | 18106                         | 19582                         | 22620                         |
| P5-02 | 375.3                           | 1.55                      | 13566                         | 18196                         | 19589                         |
| P5-03 | 359.2                           | 1.55                      | 13740                         | 16277                         | 18858                         |
| P5-04 | 356.0                           | 1.40                      | 16440                         | 17839                         | 17761                         |
| P5-05 | 357.7                           | 1.36                      | 13431                         | 17835                         | 15592                         |
| P5-06 | 362.1                           | 1.40                      | 16814                         | 18261                         | 21290                         |
| P5-07 | 367.3                           | 1.61                      | 12116                         | 17320                         | 18353                         |
| P5-08 | 358.3                           | 1.40                      | 11357                         | 12834                         | 13172                         |
| P5-09 | 366.4                           | 1.42                      | 16048                         | 17459                         | 20858                         |
| P5-10 | 362.8                           | 1.35                      | 15176                         | 19558                         | 21834                         |
| P5-11 | 302.5                           | 1.25                      | 12103                         | 16312                         | 21224                         |
| P5-12 | 304.3                           | 1.27                      | 10295                         | 14864                         | 18198                         |
| P5-13 | 370.7                           | 1.10                      | 12855                         | 18362                         | 21628                         |
| P5-14 | 335.1                           | 1.39                      | 14352                         | 16793                         | 21652                         |
| P5-15 | 355.7                           | 1.22                      | 14842                         | 19779                         | 19273                         |
| P5-16 | 361.2                           | 1.54                      | 17356                         | 27708                         | 32385                         |
| P5-17 | 364.7                           | 1.20                      | 12095                         | 19198                         | 21244                         |
| P5-18 | 367.2                           | 1.25                      | 12032                         | 18909                         | 23596                         |
| P5-19 | 369.5                           | 1.34                      | 16914                         | 26162                         | 29889                         |
| P5-20 | 370.7                           | 1.35                      | 16245                         | 22283                         | 29262                         |
| P5-21 | 365.3                           | 1.42                      | 17639                         | 23423                         | 25341                         |
| P5-22 | 366.6                           | 1.48                      | 20673                         | 25810                         | 27221                         |
| P5-23 | 362.9                           | 1.40                      | 12042                         | 13783                         | 16927                         |
| P5-24 | 359.9                           | 1.34                      | 16749                         | 20359                         | 24711                         |
| P5-25 | 361.6                           | 1.30                      | 18394                         | 23272                         | 23185                         |
| P5-26 | 423.7                           | 1.64                      | 15440                         | 22285                         | 30331                         |
| P5-27 | 386.6                           | 1.69                      | 12883                         | 18589                         | 24450                         |
| P5-28 | 365.8                           | 1.65                      | 16060                         | 24254                         | 28447                         |
| P5-29 | 372.6                           | 1.48                      | 15662                         | 25886                         | 28522                         |
| P5-30 | 356.9                           | 1.35                      | 15904                         | 27248                         | 27844                         |
| P5-31 | 443.7                           | 1.71                      | 18015                         | 24571                         | 32699                         |
| P5-32 | 430.3                           | 2.01                      | 15259                         | 20679                         | 29220                         |
| P5-33 | 381.8                           | 1.41                      | 17148                         | 22245                         | 24943                         |
| P5-34 | 411.6                           | 1.90                      | 19284                         | 26340                         | 34700                         |
| P5-35 | 366.7                           | 1.36                      | 16179                         | 21478                         | 23700                         |



# Annexe G

## Détails des mesures sur l'arrachement des vis

### G.1 Support en bois massif

TABLE G.1 – Propriétés des éprouvettes en bois massif avec une vis de conicité 1° et d'un pas de 2.0mm

| $n^{\circ}$ | Nom      | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ ) | $K$ ( $N.mm^{-1}$ ) | $F_{max}$ (N) |
|-------------|----------|------------------------|---------------------|---------------|
| 1           | C1P20-01 | 299.06                 | 1646                | 1655          |
| 2           | C1P20-02 | 302.23                 | 1928                | 1716          |
| 3           | C1P20-03 | 305.98                 | 1725                | 1904          |
| 4           | C1P20-04 | 307.65                 | 1738                | 1960          |
| 5           | C1P20-05 | 315.01                 | 1890                | 1819          |
| 6           | C1P20-07 | 318.44                 | 2524                | 2188          |
| 7           | C1P20-09 | 319.86                 | 1881                | 1755          |
| 8           | C1P20-10 | 322.96                 | 2202                | 2253          |
| 9           | C1P20-11 | 332.08                 | 1951                | 1619          |
| 10          | C1P20-12 | 333.33                 | 2577                | 1687          |
| 11          | C1P20-14 | 336.20                 | 2162                | 2004          |
| 12          | C1P20-16 | 338.39                 | 2572                | 1834          |
| 13          | C1P20-17 | 340.09                 | 2386                | 1990          |
| 14          | C1P20-18 | 341.15                 | 1964                | 1762          |
| 15          | C1P20-19 | 343.17                 | 1731                | 1967          |
| 16          | C1P20-20 | 346.44                 | 1898                | 1583          |
| 17          | C1P20-22 | 394.86                 | 3165                | 1814          |
| 18          | C1P20-24 | 398.54                 | 3269                | 1840          |
| 19          | C1P20-25 | 400.03                 | 2165                | 1959          |
| 20          | C1P20-26 | 401.10                 | 2359                | 1795          |

TABLE G.2 – Propriétés des éprouvettes en bois massif avec une vis de conicité 1° et d'un pas de 2.5mm

| $n^{\circ}$ | Nom      | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ ) | $K$ ( $N.mm^{-1}$ ) | $F_{max}$ (N) |
|-------------|----------|------------------------|---------------------|---------------|
| 1           | C1P25-01 | 299.93                 | 2487                | 1637          |
| 2           | C1P25-02 | 300.73                 | 2371                | 1955          |
| 3           | C1P25-03 | 306.37                 | 3191                | 2141          |
| 4           | C1P25-04 | 308.02                 | 2838                | 1829          |
| 5           | C1P25-05 | 316.22                 | 2766                | 2112          |
| 6           | C1P25-07 | 318.03                 | 2837                | 1990          |
| 7           | C1P25-09 | 320.28                 | 2336                | 2196          |
| 8           | C1P25-10 | 323.24                 | 3301                | 2013          |
| 9           | C1P25-11 | 330.95                 | 2105                | 1808          |
| 10          | C1P25-12 | 333.64                 | 2585                | 2054          |
| 11          | C1P25-14 | 335.78                 | 2741                | 1616          |
| 12          | C1P25-16 | 337.62                 | 2092                | 2179          |
| 13          | C1P25-17 | 339.94                 | 2451                | 2006          |
| 14          | C1P25-18 | 341.91                 | 2400                | 1929          |
| 15          | C1P25-19 | 342.87                 | 3961                | 2025          |
| 16          | C1P25-20 | 345.01                 | 2887                | 1758          |
| 17          | C1P25-22 | 395.40                 | 2396                | 1959          |
| 18          | C1P25-24 | 397.86                 | 2952                | 1837          |
| 19          | C1P25-25 | 399.61                 | 3095                | 2152          |
| 20          | C1P25-26 | 401.91                 | 3678                | 1980          |

TABLE G.3 – Propriétés des éprouvettes en bois massif avec une vis de conicité  $2^\circ$  et d'un pas de  $2.0mm$ 

| $n^\circ$ | Nom      | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ ) | $K$ ( $N.mm^{-1}$ ) | $F_{max}$ (N) |
|-----------|----------|------------------------|---------------------|---------------|
| 1         | C2P20-01 | 300.32                 | 1377                | 1812          |
| 2         | C2P20-02 | 301.20                 | 2741                | 1812          |
| 3         | C2P20-03 | 304.98                 | 2993                | 2171          |
| 4         | C2P20-04 | 308.36                 | 2417                | 2092          |
| 5         | C2P20-05 | 315.52                 | 2392                | 2140          |
| 6         | C2P20-07 | 318.51                 | 2815                | 1743          |
| 7         | C2P20-09 | 319.63                 | 2003                | 2246          |
| 8         | C2P20-10 | 324.16                 | 2197                | 2031          |
| 9         | C2P20-11 | 331.69                 | 2404                | 1934          |
| 10        | C2P20-12 | 333.09                 | 1889                | 1867          |
| 11        | C2P20-14 | 336.40                 | 2945                | 2224          |
| 12        | C2P20-16 | 337.78                 | 2101                | 1840          |
| 13        | C2P20-17 | 339.30                 | 3432                | 1515          |
| 14        | C2P20-18 | 342.15                 | 2329                | 2198          |
| 15        | C2P20-19 | 342.98                 | 2335                | 2128          |
| 16        | C2P20-20 | 345.58                 | 2314                | 2186          |
| 17        | C2P20-22 | 396.19                 | 3677                | 2186          |
| 18        | C2P20-24 | 398.17                 | 2396                | 2003          |
| 19        | C2P20-25 | 399.05                 | 2913                | 1994          |
| 20        | C2P20-26 | 402.26                 | 3085                | 2086          |

TABLE G.4 – Propriétés des éprouvettes en bois massif avec une vis de conicité 2° et d'un pas de 2.5mm

| $n^{\circ}$ | Nom      | $\rho$ ( $kg.m^{-3}$ ) | $K$ ( $N.mm^{-1}$ ) | $F_{max}$ (N) |
|-------------|----------|------------------------|---------------------|---------------|
| 1           | C2P25-01 | 300.46                 | 2708                | 1807          |
| 2           | C2P25-02 | 301.66                 | 3261                | 1807          |
| 3           | C2P25-03 | 305.69                 | 2910                | 1818          |
| 4           | C2P25-04 | 306.83                 | 2865                | 2060          |
| 5           | C2P25-05 | 316.46                 | 2522                | 2145          |
| 6           | C2P25-07 | 318.21                 | 2270                | 1954          |
| 7           | C2P25-09 | 320.50                 | 3502                | 1848          |
| 8           | C2P25-10 | 324.10                 | 3753                | 1997          |
| 9           | C2P25-11 | 331.39                 | 2434                | 1916          |
| 10          | C2P25-12 | 332.89                 | 2163                | 1763          |
| 11          | C2P25-14 | 336.35                 | 3452                | 1805          |
| 12          | C2P25-16 | 337.56                 | 2389                | 1970          |
| 13          | C2P25-17 | 338.69                 | 2766                | 1906          |
| 14          | C2P25-18 | 342.35                 | 2596                | 1842          |
| 15          | C2P25-19 | 343.11                 | 2589                | 1646          |
| 16          | C2P25-20 | 345.43                 | 3958                | 1779          |
| 17          | C2P25-22 | 396.12                 | 2428                | 2111          |
| 18          | C2P25-24 | 397.64                 | 2922                | 1739          |
| 19          | C2P25-25 | 400.13                 | 2907                | 1858          |
| 20          | C2P25-26 | 400.78                 | 2632                | 1949          |



## G.2 Support en lamibois

TABLE G.5 – Propriétés des éprouvettes en lamibois pour les vis de type C1P20

| $n^{\circ}$ | Nom      | $K$ ( $N.mm^{-1}$ ) | $F_{max}$ (N) |
|-------------|----------|---------------------|---------------|
| 1           | C1P20-01 | 16927               | 2287          |
| 2           | C1P20-02 | 25742               | 3027          |
| 3           | C1P20-03 | 20905               | 2713          |
| 4           | C1P20-04 | 22634               | 2632          |
| 5           | C1P20-05 | 17768               | 2600          |
| 6           | C1P20-06 | 13730               | 1924          |
| 7           | C1P20-07 | 12087               | 2149          |
| 8           | C1P20-08 | 20017               | 2883          |
| 9           | C1P20-09 | 12702               | 1878          |
| 10          | C1P20-10 | 17636               | 2285          |
| 11          | C1P20-11 | 21181               | 3012          |
| 12          | C1P20-12 | 20047               | 2644          |
| 13          | C1P20-13 | 11297               | 2249          |
| 14          | C1P20-14 | 8109                | 2609          |
| 15          | C1P20-15 | 8971                | 2719          |
| 16          | C1P20-16 | 13610               | 3080          |
| 17          | C1P20-17 | 18016               | 2809          |
| 18          | C1P20-18 | 13388               | 2083          |
| 19          | C1P20-19 | 10239               | 2558          |
| 20          | C1P20-20 | 17186               | 3012          |

TABLE G.6 – Propriétés des éprouvettes en lamibois pour les vis de type C1P25

| $n^{\circ}$ | Nom      | $K \text{ (} N.mm^{-1} \text{)}$ | $F_{max} \text{ (} N \text{)}$ |
|-------------|----------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1           | C1P25-01 | 8331                             | 2850                           |
| 2           | C1P25-03 | 16700                            | 2353                           |
| 3           | C1P25-04 | 18215                            | 2544                           |
| 4           | C1P25-05 | 8978                             | 2612                           |
| 5           | C1P25-06 | 20751                            | 1913                           |
| 6           | C1P25-07 | 23234                            | 2184                           |
| 7           | C1P25-08 | 40382                            | 2797                           |
| 8           | C1P25-09 | 11466                            | 1419                           |
| 9           | C1P25-10 | 29031                            | 2809                           |
| 10          | C1P25-11 | 44436                            | 3495                           |
| 11          | C1P25-12 | 35495                            | 2881                           |
| 12          | C1P25-13 | 30848                            | 2419                           |
| 13          | C1P25-14 | 13807                            | 2615                           |
| 14          | C1P25-15 | 18948                            | 1517                           |
| 15          | C1P25-16 | 25693                            | 2981                           |
| 16          | C1P25-17 | 18972                            | 3066                           |
| 17          | C1P25-18 | 26581                            | 2705                           |
| 18          | C1P25-19 | 23885                            | 2625                           |
| 19          | C1P25-20 | 16445                            | 1654                           |

TABLE G.7 – Propriétés des éprouvettes en lamibois pour les vis de type C2P20

| $n^{\circ}$ | Nom      | $K \text{ (} N.mm^{-1} \text{)}$ | $F_{max} \text{ (} N \text{)}$ |
|-------------|----------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1           | C2P20-01 | 25200                            | 2491                           |
| 2           | C2P20-02 | 12886                            | 2554                           |
| 3           | C2P20-03 | 29870                            | 2707                           |
| 4           | C2P20-04 | 16411                            | 2296                           |
| 5           | C2P20-05 | 22686                            | 2130                           |
| 6           | C2P20-06 | 18918                            | 2212                           |
| 7           | C2P20-07 | 8678                             | 2485                           |
| 8           | C2P20-08 | 18233                            | 2390                           |
| 9           | C2P20-09 | 38960                            | 2494                           |
| 10          | C2P20-10 | 26514                            | 1664                           |
| 11          | C2P20-11 | 16886                            | 2188                           |
| 12          | C2P20-12 | 20439                            | 2290                           |
| 13          | C2P20-13 | 27964                            | 2584                           |
| 14          | C2P20-14 | 35391                            | 1758                           |
| 15          | C2P20-15 | 23648                            | 1660                           |
| 16          | C2P20-16 | 31076                            | 2426                           |
| 17          | C2P20-17 | 4381                             | 1875                           |
| 18          | C2P20-18 | 20756                            | 2852                           |
| 19          | C2P20-19 | 16689                            | 2359                           |
| 20          | C2P20-20 | 35717                            | 2982                           |

TABLE G.8 – Propriétés des éprouvettes en lamibois pour les vis de type C2P25

| $n^{\circ}$ | Nom      | $K$ ( $N.mm^{-1}$ ) | $F_{max}$ (N) |
|-------------|----------|---------------------|---------------|
| 1           | C2P25-01 | 13970               | 2600          |
| 2           | C2P25-02 | 39476               | 2104          |
| 3           | C2P25-03 | 40812               | 2050          |
| 4           | C2P25-04 | 17554               | 2388          |
| 5           | C2P25-05 | 21756               | 2195          |
| 6           | C2P25-06 | 19540               | 2286          |
| 7           | C2P25-07 | 8342                | 1077          |
| 8           | C2P25-08 | 19416               | 2229          |
| 9           | C2P25-09 | 27588               | 2486          |
| 10          | C2P25-10 | 11012               | 1714          |
| 11          | C2P25-11 | 13729               | 1330          |
| 12          | C2P25-12 | 26828               | 1983          |
| 13          | C2P25-13 | 17377               | 1919          |
| 14          | C2P25-14 | 21317               | 2672          |
| 15          | C2P25-15 | 13251               | 1839          |
| 16          | C2P25-16 | 25329               | 2590          |
| 17          | C2P25-17 | 27335               | 1777          |
| 18          | C2P25-19 | 23546               | 1390          |
| 19          | C2P25-20 | 7287                | 1641          |



# Annexe H

## Détails des mesures sur l'assemblage rainuré vissé

TABLE H.1 – Comportement assemblage de type *C1P20*

| Nom      | $K \text{ (} N.mm^{-1} \text{)}$ | $\tau_{(max)} \text{ (MPa)}$ |
|----------|----------------------------------|------------------------------|
| C1P20-01 | 17.6                             | 1.12                         |
| C1P20-02 | 15.8                             | 0.89                         |
| C1P20-03 | 23.8                             | 1.16                         |
| C1P20-04 | 27.6                             | 1.01                         |
| C1P20-05 | 27.2                             | 1.13                         |
| C1P20-06 | 20.9                             | 0.98                         |
| C1P20-07 | 14.2                             | 1.33                         |
| C1P20-08 | 16.0                             | 1.02                         |
| C1P20-09 | 15.7                             | 0.99                         |
| C1P20-10 | 16.7                             | 1.33                         |

TABLE H.2 – Comportement assemblage de type *C1P25*

| Nom      | $K \text{ (} N.mm^{-1} \text{)}$ | $\tau_{(max)} \text{ (MPa)}$ |
|----------|----------------------------------|------------------------------|
| C1P25-01 | 17.5                             | 1.05                         |
| C1P25-02 | 19.1                             | 1.21                         |
| C1P25-03 | 18.8                             | 1.25                         |
| C1P25-04 | 17.8                             | 1.36                         |
| C1P25-05 | 15.5                             | 1.18                         |
| C1P25-06 | 17.6                             | 1.11                         |
| C1P25-07 | 13.0                             | 1.25                         |
| C1P25-08 | 16.2                             | 1.31                         |
| C1P25-09 | 15.3                             | 1.28                         |
| C1P25-10 | 17.4                             | 1.08                         |

TABLE H.3 – Comportement assemblage de type *C2P20*

| Nom      | $K \text{ (} N.mm^{-1} \text{)}$ | $\tau_{(max)} \text{ (MPa)}$ |
|----------|----------------------------------|------------------------------|
| C2P20-01 | 15.0                             | 1.11                         |
| C2P20-02 | 18.5                             | 1.04                         |
| C2P20-03 | 18.4                             | 1.08                         |
| C2P20-04 | 18.1                             | 1.11                         |
| C2P20-05 | 12.5                             | 0.97                         |
| C2P20-06 | 12.8                             | 1.14                         |
| C2P20-07 | 15.9                             | 1.20                         |
| C2P20-08 | 17.6                             | 1.10                         |
| C2P20-09 | 15.4                             | 1.23                         |
| C2P20-10 | 18.1                             | 0.91                         |

TABLE H.4 – Comportement assemblage de type *C2P25*

| Nom      | $K \text{ (} N.mm^{-1} \text{)}$ | $\tau_{(max)} \text{ (MPa)}$ |
|----------|----------------------------------|------------------------------|
| C2P25-01 | 19.3                             | 1.21                         |
| C2P25-02 | 18.5                             | 1.21                         |
| C2P25-03 | 14.6                             | 0.95                         |
| C2P25-04 | 19.0                             | 0.95                         |
| C2P25-05 | 16.7                             | 1.07                         |
| C2P25-06 | 18.7                             | 1.12                         |
| C2P25-07 | 17.7                             | 1.27                         |
| C2P25-08 | 17.1                             | 1.19                         |
| C2P25-09 | 13.9                             | 1.08                         |
| C2P25-10 | 17.3                             | 1.12                         |





# Résumé détaillé

L'assemblage de planches par technique de collage est utilisé pour réaliser des éléments de structure en bois performants. Le collage permet d'obtenir des rigidités et des résistances d'assemblages excellentes. Cependant, ces produits sont souvent polluants à différents degrés et ne permettent pas de s'adapter à une cadence industrielle de fabrication, notamment à cause des temps de pressage. Le niveau de performance s'effondre lorsque l'assemblage par collage est remplacé par des organes de type tige, tels que des pointes, vis ou tourillons en bois, mais ils confèrent un temps de mise en œuvre instantané. Dans ces types d'assemblages mécaniques, la surface de contact entre les planches n'est plus du tout utilisée pour transmettre des efforts.

Ce travail a permis de montrer comment la préparation mécanique des interfaces permet de fortement améliorer le comportement de ces assemblages. La finalité étant de produire des éléments de structure sans émission de composés organiques volatils (COV), dont la fabrication serait réalisable par un robot industriel, de manière flexible et en utilisant des essences mixtes de bois locaux.

La première partie de cette étude est consacrée à répertorier et analyser les différents systèmes reconstitués en bois, ainsi que de montrer comment mener un dimensionnement en tenant compte du caractère imparfait de la connexion. Cette partie montre que la prise en compte du caractère non linéaire des liaisons mécaniques dans les systèmes reconstitués est souvent très imprécise et conduit à des écarts importants de dimensionnement.

La deuxième partie décrit une méthodologie pour pallier ce manque, développée à partir de la modélisation non linéaire d'un élément de construction de type poutre. Cette approche conduit à proposer des raideurs sécantes précises de la liaison permettant le calcul linéaire exact pour les ingénieurs. Cette méthodologie permet de caractériser la raideur d'une liaison par une approche liée au comportement plutôt qu'une approche normative générale. Suite à la mise en évidence de la souplesse de la liaison par organes, une troisième partie expose une réflexion sur l'utilisation des surfaces en contact pour transmettre les efforts. Un traitement mécanique de type rainurage est réalisé à l'interface de contact des pièces à assembler. Il permet de transmettre des efforts de cisaillement et de torsion dans le plan de croisement des planches. Le maintien des éléments en contact est également étudié en développant un principe de vis conique en bois. Pour valider ces principes, des campagnes d'essais sont réalisées afin de mesurer les performances obtenues par le rainurage, la vis conique en bois et leurs utilisations simultanées.

La dernière partie est consacrée à la mise en œuvre de l'assemblage amélioré dans des éléments de structure afin d'en confirmer son potentiel. Le premier élément est une poutre ajourée, le second est un élément de mur contreventant. Les résultats d'essais sont comparés à des modèles numériques incluant le comportement non linéaire des assemblages rainurés vissés. Ces réalisations en grandeurs réelles permettent de valider également leur faisabilité par un robot industriel.



# Full abstract

Plank bonding connection is used to produce efficient structural timber. The bonding achieves excellent rigidity and connection resistance. However, these products are often pollutants and are incompatible with industrial production rates due to the pressing time. Their performances collapse when the adhesive connection is replaced by rod-like fasteners, such as nails, screws or wooden dowels, but these connections allow a quick assembly. In these assemblies the contact surfaces between planks are not used for transmitting loads.

The purpose of this study is to point out how mechanical preparation of the interfaces improves the performance of timber connections. The aim is to produce structural members without volatile organic compounds (VOC), achievable by an industrial robot allowing for flexibility, and using mixed wood local species.

The first part of this study consists in identifying and analyzing reconstituted wood systems, as well as showing how to conduct a design by taking into account the partial composite action of connectors. This part explains that the chosen behavior of the mechanical connections in reconstituted systems is frequently very imprecise and leads to significant differences in design.

The second part describes a methodology to overcome this lack, developed from the nonlinear modeling of a beam-type component. This approach leads to determine the fastener's secant stiffness for an exact linear calculation for engineers. The outcome of this methodology is the quantification of the fastener's secant stiffness by a related behavior rather than a general normative behavior.

Due to the flexibility of members, a third part presents a reflection on the use of the contact surfaces for transmitting loads. The plank interfaces were machined in order to obtain grooves. This binding allows the transmission of shear and torsion forces in the intersection plane of the planks. Maintaining the contact is managed by the development of a wooden conical screw. To validate these principles, test campaigns were carried out to measure the performance of the groove, the wooden conical screw and their simultaneous use.

The last section deals with the implementation of the improved assembly in structural members in order to confirm its potential. The first element type is a castellated beams and the second one is a bracing wall. Experimental results are compared with numerical models including the nonlinear grooved screwed connection behavior. Furthermore, these full scale elements validate the feasibility by an industrial robot.

# Résumé

Les éléments de structure en bois collés sont performants, mais non adaptés à une cadence industrielle de fabrication. Leurs performances s'effondrent lorsque le collage est remplacé par des connecteurs. L'objectif est de préparer des interfaces pour améliorer le comportement de ces liaisons. Une analyse des produits reconstitués montre que le modèle de comportement des liaisons est souvent imprécis et conduit à des écarts de dimensionnement importants. Une méthodologie est développée pour pallier ce manque, par la caractérisation de la raideur de liaison par une approche liée à son comportement plutôt qu'à une approche normative générale.

Une réflexion est menée sur le rainurage des surfaces en contact pour transmettre les efforts, ainsi que leurs maintiens par des vis coniques bois. Des campagnes d'essais sont réalisées pour mesurer les performances du rainurage, des vis coniques bois et de leurs utilisations simultanées. L'assemblage est mis en œuvre dans des éléments de structure pour confirmer leurs potentiels. Les résultats d'essais sont comparés à des modèles numériques incluant le comportement non linéaire des assemblages rainurés vissés.

**Mots clés :** Bois, Assemblages, Structure, Usinage.

# Abstract

Plank bonding connection is efficient but incompatible with an industrial production rate. The performance collapses when the adhesive connection is replaced by fasteners. The purpose of this study is to point out how mechanical preparation of the interfaces improves performance of timber connections. An analysis of reconstituted wooden systems explains that the chosen behavior of the mechanical connections in reconstituted systems is frequently very imprecise and leads to significant differences in design. A methodology is developed to characterize the fastener's secant stiffness by a related behavior rather than a general normative behavior.

A reflection is led on the use of grooved surfaces for transmitting loads, as well as a contact holding by wooden conical screws. Test campaigns were carried out to measure the performance of the groove, the wooden conical screw and their simultaneous use. The assembly is implemented in structural members in order to confirm its potential. Experimental results are compared with numerical models including nonlinear grooved screwed connection behavior.

**Key words :** Wood, Connection, Structure, Milling.