Université de Franche-Comté

UFR SMP - Orthophonie

La ligne numérique mentale chez les enfants de 8 à 12 ans : proposition d'un outil d'évaluation

Mémoire
pour obtenir le

CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONIE

présenté et soutenu publiquement le 7 juillet 2015

par :

Aline SIMONIN

Maître de Mémoire : Alain MENISSIER, Orthophoniste, Praticien-chercheur au LASELDI

Composition du jury :

Alain DEVEVEY, Directeur des études, Orthophoniste, Maître de conférences en linguistique française
Alain MENISSIER, Orthophoniste, Praticien-chercheur
Hélène PERROS, Orthophoniste

REMERCIEMENTS

Je tiens à adresser mes sincères remerciements à toutes les personnes m'ayant permis de mener à bien ce mémoire de recherche :

En premier lieu, je souhaite remercier mon maître de mémoire, Alain Ménissier, pour m'avoir proposé ce projet passionnant, pour avoir accepté d'encadrer ce travail et pour les encouragements prodigués.

Je témoigne toute ma reconnaissance envers les élèves, les professeurs et les chefs d'établissements qui m'ont accueillie et m'ont permis de réaliser les expérimentations sans lesquelles ce mémoire n'aurait pu exister.

Merci à Bruno Saussereau pour avoir accepté de réaliser les traitements statistiques.

Je pense aussi à Julie et à Laura.

Merci à Nadine et à Reine pour leurs relectures.

Enfin, je remercie ma famille et mes amis. Ils ont cru en moi, m'ont soutenue et m'ont permis d'aller de l'avant durant ces 4 années de formation. Et particulièrement Sébastien, qui s'est toujours tenu présent dans les bons comme dans les mauvais moments, Romane et Lilia, qui vont enfin pouvoir profiter de leur maman.

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS **2**

SOMMAIRE **3**

INTRODUCTION **4**

PARTIE THEORIQUE **6**

1. LE DENOMBREMENT D'UNE COLLECTION 7
2. LA METAPHORE DE LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE 10
3. LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE DANS LA RECHERCHE SUR LA DYSCALCULIE 18

PROBLEMATIQUE **22**

HYPOTHESES **24**

PARTIE EXPERIMENTALE **25**

1. PRESENTATION DE LA POPULATION 26
2. PRESENTATION DES OUTILS UTILISES 27
3. LE TRAITEMENT STATISTIQUE 31

PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS **33**

1. L'EVOLUTION EN FONCTION DU NIVEAU SCOLAIRE 34
2. LA FORME DE LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE 36
3. COMPARAISON DES LIGNES 0-100 HORIZONTALES ET VERTICALES 44
4. LES ERREURS FREQUEMMENT RENCONTREES 45
5. APPLICATION A UNE POPULATION PRESENTANT DES TROUBLES DE TYPE DYSCALCULIE 48

DISCUSSION **61**

1. LES STRATEGIES UTILISEES DANS LES REPONSES AUX DIFFERENTES TACHES 62
2. CONFRONTATION AUX HYPOTHESES 66
3. LIMITES DE NOTRE ETUDE 72
4. APPORTS DE NOTRE ETUDE 72

CONCLUSION **74**

BIBLIOGRAPHIE **75**

TABLE DES FIGURES **86**

TABLE DES TABLEAUX **87**

ANNEXES **89**

TABLE DES MATIERES **128**

INTRODUCTION

« Sur une ligne avec les chiffres les uns à côté des autres, en partant du zéro, allant à droite, et moins claire quand les nombres grandissent ».

C'est de cette manière que, sur sollicitation, un enfant de neuf ans a pu décrire comment il s'imagine les nombres. C'est une configuration parmi d'autres descriptions de la manière dont nous nous représentons les nombres, cette représentation étant personnelle, mais présentant des caractéristiques communes. Dans le cas présent, la représentation est somme toute précise, mais il faut cependant noter que rares sont les personnes qui peuvent l'exprimer de manière consciente.

Les enfants, comme les adultes, sont confrontés aux nombres quotidiennement et même plusieurs fois dans la journée, que ce soit dans un contexte numérique ou dans un contexte sémantique. Ces rencontres sont à la base de la quantification, de la comparaison, de la décomposition ou de la combinaison d'ensembles, C'est pourquoi nous avons souhaité nous intéresser au concept de nombre dans sa dimension représentation mentale. Connaître la suite numérique ne suffit pas pour comprendre les nombres. Dans le domaine de la cognition mathématique, se représenter mentalement le nombre, c'est en comprendre la magnitude, c'est-à-dire la quantité à laquelle il réfère. La ligne numérique mentale serait une représentation analogique construite dans le temps et évoluant pendant l'enfance jusqu'à aboutir à une forme adulte. Comment cette ligne fonctionne-t-elle ? Comment évolue-t-elle et sous quelles influences ? Telles sont les questionnements qui justifient la conduite de la présente étude.

Dans une première partie, nous nous intéresserons au cheminement théorique qui a conduit aux connaissances actuelles concernant la ligne numérique mentale.

Dans un second temps, nous exposerons notre problématique et nos hypothèses, ainsi que notre protocole expérimental proposé à notre population de 336 enfants tout-venants de 8 à 12 ans. Notre objectif est d'observer l'évolution du fonctionnement de la ligne numérique mentale pendant cette période et de proposer un outil d'évaluation.

Nous présenterons ensuite les résultats obtenus dont nous proposerons une analyse en fonction de la littérature et nous les appliquerons à une population restreinte d'enfants présentant des troubles du calcul. Enfin, nous discuterons de ces résultats, et nous montrerons les limites et les apports de notre travail.

PARTIE THEORIQUE

1. LE DENOMBREMENT D'UNE COLLECTION

Le constructivisme de Piaget postule que l'enfant construit le nombre au travers de ses expériences, l'enfant n'aurait donc aucune réelle conceptualisation du nombre avant l'âge de 7-8 ans. Cette perspective est ébranlée par les études des 30 dernières années sur les compétences numériques des bébés et des jeunes enfants, qui ont conduit plusieurs auteurs (Moyer et Landaner, 1967 ; Restle, 1970 ; Buckley et Gillman, 1974) à considérer que nous possédons un « sens du nombre » inné inscrit dans notre patrimoine génétique et que c'est une compétence partagée avec les animaux. Les résultats obtenus dans ces études suggèrent l'existence de représentations numériques précoces, abstraites et généralisables à différentes modalités (auditive et visuelle) et différents modes de présentation (simultané ou séquentiel).

1.1. Le modèle du Triple Code (Dehaene, 1992)

Ce modèle vise à expliquer les traitements numériques cognitifs de l'adulte, il postule que trois systèmes de représentation sont mobilisés pour le traitement du nombre, chaque type de représentation étant impliqué dans un traitement particulier du nombre. Chaque opération a un code unique pour l'entrée et la sortie, les trois composantes ont des mécanismes de traduction qui leur permettent de communiquer entre elles. Le modèle est dit « asémantique » : il serait possible de transcoder un numéral sans passer par l'intermédiaire sémantique.

- ✓ La **représentation visuelle arabe**, qui correspond à la forme visuelle des nombres arabes, intervient dans les activités de calcul précis et permet de réaliser des calculs mentaux complexes ainsi que des jugements de parité.
- ✓ **Le système auditivo-verbal** est utilisée principalement dans l'activité de comptage, il utilise les modules généraux du langage et a accès aux tables d'addition et de multiplication stockées en mémoire.

Ces deux représentations numériques, auditive et visuelle arabe, sont symboliques et asémantiques. Seuls ces systèmes symboliques permettent de réaliser des calculs précis au-delà des petites quantités.

- ✓ La dernière **représentation**, dite **analogique**, entrerait en jeu dans toute tâche nécessitant d'accéder à la quantité que représente le nombre, elle servirait donc à effectuer des comparaisons numériques et des calculs approximatifs. C'est l'apport essentiel de ce modèle et ce sur quoi se base le concept de ligne numérique mentale. Seul le code analogique contiendrait l'information sur la quantité. Cette capacité

innée, sous-tendue par le lobe pariétal, et plus particulièrement par le sulcus intrapariétal, traduit la sémantique des nombres. Ce système non symbolique permet une évaluation précise des petites quantités et une estimation approximative des grandes collections. Elle comprend deux systèmes de représentations.

1.2. Les systèmes de représentations numériques non symboliques

A l'intérieur de la représentation analogique, on peut distinguer deux systèmes distincts suivant Feigenson, Dehaene et Spelke (2004).

1.2.1. Le système numérique précis (SNP)

Le SNP est responsable du traitement rapide des petites quantités. Il renvoie à la notion de calcul exact et au processus de subitizing, c'est-à-dire la perception intuitive, rapide et innée des petites quantités, sans recourir au comptage. Le SNP est limité et ne permet d'appréhender que les petites quantités, soit 1, 2 et 3 selon Fayol, Perros et Seron (2004) ou 1 à 5 selon Starkey et Cooper (1995).

Concernant le subitizing, Gallistel et Gelman ont développé le modèle de l'accumulateur (1992) qui suppose une représentation de type analogique de la quantité : un dénombrement non verbal se produirait chez les êtres humains comme chez les animaux. Un générateur interne produit constamment des impulsions. Chaque fois qu'une entité est comptée (ou qu'un événement est rencontré), la vanne se ferme pour un temps fixe et bref et permet à l'énergie de passer dans un accumulateur. Celui-ci se remplit ainsi d'incrémentations égales, une pour chaque entité comptée. L'ensemble des incrémentations correspond à la magnitude dans l'accumulateur et représente la numérosité. Il s'agit donc d'un mécanisme qui détermine un nombre discret d'entités individuelles sans prendre en compte les caractéristiques perceptives (configuration, contour, taille, volume, densité) de ces entités.

1.2.2. Le système numérique approximatif (SNA)

C'est celui qui nous intéresse dans cette étude. Il est responsable du traitement approximatif des grandes quantités. Le SNA renvoie au processus d'estimation, soit le processus rapide et intuitif permettant de percevoir approximativement de grandes quantités. Les symboles numériques reposeraient sur le SNA, qui représente le nombre d'objets ou d'événements discrets comme une magnitude mentale continue. Chez les sujets tout-venants, la base soutenant cette hypothèse d'un système distinct pour les quantités plus grandes est issue de l'analyse chronométrique des performances de sujets adultes confrontés à des tâches de

comparaison de numéraux arabes (Dehaene, Dupoux et Mehler, 1990). Les variations continues des temps de réaction indiquent que la comparaison n'est pas effectuée à partir d'opérations de nature symbolique, mais qu'elle repose sur la comparaison de positions sur une ligne numérique mentale. En effet, si la comparaison se faisait sur une base symbolique, l'information de dizaine suffirait lors de la comparaison de nombres à deux chiffres et une discontinuité dans les temps de réaction devrait s'observer au passage de la dizaine. Or, les temps de réaction évoluent de la même manière à l'incrémentation d'une unité qui induit ou non le passage à la dizaine, ce qui plaide en faveur d'une représentation globale de la quantité, c'est le point de vue holistique. Dans le modèle de l'accumulateur de Gallistel et Gelman (2000), le « bruit » introduit dans l'accumulateur est la cause de la nature approximative des représentations du SNA. Le SNA est présent chez de nombreuses espèces animales et chez l'humain dès la naissance, ce qui suggère que c'est un système cognitif ancien phylogénétiquement et précoce développementalement (Brannon, 2006).

1.2.3. Bases neuroanatomiques

Grâce aux techniques de résonnance magnétique, Dehaene *et al.* (1999) ont montré une activation pariétale bilatérale lors de tâches de calcul approximatif, région également impliquée dans les traitements visuo-spatiaux et une activation frontale inférieure gauche dans le calcul exact, région également impliquée dans les traitements langagiers. La technique des potentiels évoqués a mis en évidence des différences dans le décours temporel des activations, confirmant des différences dans les deux tâches. Le calcul exact serait codé dans un format dépendant du langage (codage verbal des faits arithmétiques), alors que le calcul approximatif impliquerait des réseaux visuo-spatiaux non verbaux, également impliqués dans les tâches spatiales.

Cependant Pesenti *et al.* (2000) ne trouvent pas d'activation des zones langagières dans le calcul exact, ce qui sous-entend que la récupération des faits arithmétiques n'implique pas nécessairement un traitement verbal.

1.2.4. Rôle respectif de chaque système

Il n'existe aucun consensus quant aux rôles respectifs de chacun de ces systèmes dans la construction des habiletés numériques. Feigenson, Dehaene et Spelke (2004) attribuent un rôle certain au SNA, alors que Carey (2004) attribue au contraire un rôle majeur au SNP. D'autres suggèrent une implication des deux systèmes.

En tout état de cause, pour les humains, le besoin de l'énumération (SNP) est culturel et non inné. Les groupes de chasseurs-cueilleurs sont des exemples de cultures qui ne requièrent pas le développement de représentations exactes (Pica *et al*., 2004), cela se ressent dans le faible volume de leur lexique numérique. Pour survivre, l'estimation et la discrimination sont suffisantes. Cela s'oppose aux groupes développant de nouvelles technologies qui nécessitent le développement de représentations exactes.

2. LA METAPHORE DE LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE

Depuis les années 60, la métaphore de la ligne numérique mentale est utilisée pour parler des représentations numériques liées à l'évaluation approximative. Il s'agirait d'une représentation possible de la magnitude du nombre, c'est-à-dire de la quantité à laquelle il réfère. D'autres théories minoritaires suggèrent que les nombres sont représentés de manière verbo-spatiale. L'idée d'association entre les nombres et l'espace a conduit à l'hypothèse suivant laquelle les nombres seraient représentés non pas de manière discrète et indépendante, mais sous forme d'un continuum analogique. « *Tout se passe effectivement comme si les différents nombres étaient alignés mentalement sur une ligne où chaque position correspond à une certaine quantité*. » (Dehaene, 2010, p. 93).

La théorie des magnitudes ATOM (A Theory Of Magnitude, Walsh, 2003) suggère que toutes les magnitudes, quelle qu'en soit la modalité, sont représentées dans la même partie du cerveau, le lobe pariétal, qu'elles sont toutes nécessaires pour interagir avec l'environnement et que le but des processus de magnitude est de guider l'action motrice. Ainsi, plus vite les estimations de magnitude sont-elles faites, plus vite sommes-nous capables de planifier et d'exécuter les actions.

La complexité dans l'étude de la magnitude provient du fait que ses propriétés discrètes et continues sont hautement corrélées, il est très difficile d'exclure les propriétés continues (densité, volume, taille,…) afin d'isoler l'influence des propriétés discrètes (la numérosité). Il est donc impossible à l'heure actuelle d'être sûr que les participants aux expérimentations répondent uniquement en fonction de la numérosité (Leibovich et Henik, 2013).

2.1. Une représentation de la magnitude

Cette métaphore propose un mapping direct entre la représentation numérique sur une ligne mentale numérique et l'emplacement de la réponse dans l'espace externe. La compréhension de la magnitude sous-entend l'idée que chaque symbole numérique est connecté à une

magnitude numérique et elle est relative à plusieurs aspects de l'apprentissage numérique précoce comme la comparaison de nombres et la catégorisation de nombres.

2.1.1. La tâche de placement de nombres sur une ligne numérique comme paradigme de la mesure de la magnitude.

Cette tâche consiste pour les enfants à estimer la position d'un nombre donné sur une ligne numérique horizontale dont les deux extrémités ont été numériquement identifiées. Elle repose sur l'idée que la compréhension de la magnitude est nécessaire pour le placement précis : pour placer un symbole numérique donné à sa position correspondante sur le continuum, des informations sur la connexion entre les symboles numériques et leur correspondance sont nécessaires. Si les enfants n'ont pas développé une compréhension nette de la magnitude, leurs estimations sur la ligne numérique sont imprécises. La manière dont les sujets placent les nombres sur la ligne est censée refléter la structure de la LNM et donc la représentation des quantités. Il a été démontré que la magnitude est codée non pas en tant que « petit » ou « grand », mais d'une manière continue (Chillier, 2002).

2.1.2. La loi de Weber-Fechner ou loi scalaire

Initialement décrite en psychophysique pour les grandeurs physiques continues, la loi de Weber-Fechner stipule que le seuil différentiel relatif est constant. En matière mathématique, elle signifie que la discrimination de deux quantités numériques dépend du ratio entre ces quantités et non pas uniquement de la différence absolue (Sekuler et Mierkiewicz, 1977 ; Henik et Tzelgov, 1982 ; Dehaene, 2003).

Les représentations numériques mentales obéissent à la loi de Weber-Fechner, ce qui correspond à leur compression logarithmique lorsque les quantités réelles augmentent. Les adultes y sont soumis quand ils doivent comparer des quantités exprimées tant symboliquement que non symboliquement (Brannon, 2006).

La fraction de Weber (*w)* sur des tâches de comparaison numérique peut être considérée comme la mesure des compétences individuelles du système numérique approximatif.

2.1.3. L'effet de taille et l'effet de distance issus de la loi de compression des nombres

2.1.3.1. L'effet de taille

Selon cet effet, la comparaison des petites quantités est plus rapide que celle des grandes : comparer 4 vs 8 est plus rapide que comparer 32 vs 36 par exemple. L'effet de taille explique que, à distance numérique égale, deux petits nombres sont discriminés plus facilement que

deux grands nombres. Le temps de réaction augmente parallèlement à l'augmentation du plus petit des deux chiffres, signifiant que, plus deux nombres sont grands, plus ils semblent subjectivement proches l'un de l'autre et donc moins discriminables. Cet effet a été confirmé par des tâches de type évaluation de numérosités présentées en temps limité. Dans le modèle de l'accumulateur, la précision des représentations numériques est supposée décroître avec la taille du nombre. Plus le nombre considéré est élevé, plus la variation totale de l'état de l'accumulateur augmente. Dans le modèle de la LN, la précision de la représentation est identique quel que soit le nombre considéré. En revanche, la LN présenterait une compression croissante avec la taille des nombres. La distance subjective entre les petits nombres serait supérieure à celle qui existe entre les grands nombres, ce qui rendrait la comparaison des premiers plus aisée.

2.1.3.2. L'effet de distance

Selon cet effet, il est plus rapide de comparer des quantités éloignées que des quantités proches : comparer 2 vs 9 est plus rapide que comparer 2 vs 4. Dès 5 ans, les enfants sont affectés par cet effet (Gilmore, Shannon, McCarthy et Spelke, 2007), sans par ailleurs qu'un enseignement formel ait été effectué. Les représentations seraient d'autant plus proches sur la ligne numérique qu'elles correspondent à des nombres numériquement proches, il est plus aisé de discriminer la grandeur de deux nombres quand leurs représentations sont éloignées sur la ligne numérique. Autrement dit, à différence réelle identique, la distance subjective entre les petits nombres serait supérieure à celle qui existe entre les grands nombres, ce qui rendrait la comparaison des premiers plus aisée. L'effet de distance se retrouve dans des tâches variées : lors de tâches de vérifications d'additions simples (Zbrodoff et Logan, 1990) ou de correspondances numériques (LeFèvre, Kulak et Bisanz, 1991). L'effet de distance varie en fonction de l'âge, il est plus fort à 6-7 ans qu'à 10-13 ans ou à l'âge adulte.

C'est l'observation de ces effets de taille et de distance qui a conduit des auteurs dont Moyer et Landauer (1967) à émettre l'hypothèse selon laquelle les nombres seraient représentés non pas de manière discrète et indépendante, mais sous forme d'un continuum analogique. Les représentations numériques seraient d'autant plus proches sur la ligne numérique qu'elles correspondent à des nombres proches.

2.1.4. L'effet de rapport

Selon l'effet de rapport, le temps nécessaire pour comparer deux numérosités est fonction du rapport qu'elles entretiennent : plus le rapport s'approche de 1, plus les numérosités sont

difficiles à discriminer (exemple : 4-5 vs 4-8). Ceci tient au statut ambivalent du rapport qui est une combinaison des effets de taille et de distance. Ainsi, le rapport augmente et tend vers 1 lorsque la distance entre les numérosités diminue (paires 4-8 vs 7-8) et/ou lorsque, à distance numérique constante, la taille des numérosités augmente (paire 4-8 vs 16-20).

2.1.5. L'effet d'amorçage (priming)

Brysbaert l'a mis en évidence en 1995, en faisant lire silencieusement des nombres arabes présentés successivement avant de les comparer. En mesurant le temps de fixation sur chaque nombre, il montre que le traitement d'un nombre facilite le traitement du nombre suivant uniquement si celui-ci a une valeur proche, notamment s'il appartient à la même dizaine (même région de la ligne numérique).

2.2. La dimension spatiale de la ligne numérique mentale

La nature spatiale de la LNM a été démontrée via les données lésionnelles en neuropsychologie par des expériences dans lesquelles on demande à des sujets atteints d'héminégligence représentationnelle de faire des bissections sur une ligne physique. Les sujets placent systématiquement le point central à droite du milieu réel. Selon Zorzi, Priftis et Umiltà (2002), cela démontre la nature spatiale de la ligne numérique mentale et son isomorphisme fonctionnel.

2.2.1. L'orientation de gauche à droite

Les données expérimentales chez l'adulte décrivent une ligne orientée de gauche à droite, les petits nombres se situant à gauche (Fias, Brysbaert, Geypens et d'Ydewalle, 1996). Le zéro serait à l'extrême gauche et les grands nombres s'étireraient vers la droite.

Cet axe privilégié de la gauche vers la droite aurait pu être lié à un paramètre biologique tel que la spécialisation hémisphérique ou la préférence manuelle. Or l'effet est identique chez les gauchers et chez les droitiers et ne change pas quand on croise les mains. L'orientation dépend plutôt de conventions culturelles telles que le sens de la lecture, puisqu'une tendance à une association inverse a été constatée chez des personnes de culture arabe (Dehaene *et al.*, 1993) et qu'elle peut être modifiée par des instructions expérimentales (Bächtold, Baumüller et Brugger, 1998). L'axe se retrouve lors du traitement de matériel non numérique ordonné comme les lettres de l'alphabet ou les mois de l'année (Gevers, Reynvoet et Fias, 2003). Hung *et al.* (2008) ont conclu que l'appréhension de cet espace pourrait être très

flexible et que l'orientation mentale pourrait être déterminée à la fois par les expériences de lecture et d'écriture et par le contexte spécifique dans lequel les nombres sont rencontrés.
En définitive, cela pourrait donc refléter, non pas l'orientation intrinsèque de la ligne numérique, mais l'orientation classique qu'une culture se donne pour représenter les nombres ou d'autres séries ordonnées linéaires dans l'espace externe, comme dans les calendriers, les lignes du temps, les graphiques, les outils de mesure… L'imprégnation débuterait dès l'enfance avant l'entrée à l'école : les enfants occidentaux explorent leur environnement de la gauche vers la droite, tandis que les enfants israéliens, qui apprennent à lire de droite à gauche en hébreu montrent le phénomène inverse. « *L'association régulière du début et de la fin du compte s'internalise pour devenir partie intégrante de la représentation mentale des nombres* » (Dehaene, 2010, p.93).

2.2.2. Les points de référence

Lors des tâches de génération aléatoire de nombres, les enfants comme les adultes citent de manière récurrente des numéraux « ronds », tels que 10, 20, 50 ou 100 (Brysaert, 1995). Ceux-ci auraient une valeur repère sur l'échelle subjective. Siegler et Thompson (2014) ont prouvé que certains de ces points de repère pouvaient être utiles dans la prise en charge du sens du nombre chez l'enfant en promouvant un encodage et des stratégies particuliers.

2.2.3. L'effet SNARC (Spatial Numerical Association of Responses Codes)

2.2.3.1. Le principe

Un effet de congruité spatiale, appelé SNARC (association spatio-numérique des codes de réponses), a été mis en évidence par Dehaene (1993) lors d'expériences au cours desquelles il remarque que le cerveau semble associer spontanément les grands nombres avec le côté droit et les petits avec le côté gauche : le temps de réaction est significativement moindre quand il y a congruence entre côté de réponse et grandeur des nombres. Cet effet se produit dès la survenance d'un nombre, même si la tâche n'a rien de numérique. L'effet a été reproduit dans des situations expérimentales très diverses, notamment chez l'enfant en 3ème primaire (équivalent du CE2) dans une tâche de jugement de parité (Berch, Foley, Hill et McDonough Ryan, 1999). L'accès à la représentation de la magnitude numérique pendant les jugements de parité de chiffres arabes serait automatique et irrépressible.

2.2.3.2. Les objections apportées à la dimension spatiale

Cependant, Seron rapporte une étude de Ito et Hatta (2004) qui constate un SNARC classique des nombres arabes chez les Japonais, mais également un SNARC vertical : petit/bas et grand/haut, et ceci alors que la lecture en japonais suit la direction haut vers bas. Il rapporte aussi une étude de Hung, Hung, Tzeng et Wu qui, en 2008, dans une tâche de jugement de parité fait état d'un SNARC classique pour les chiffres arabes chez des sujets chinois, et en revanche, d'un SNARC vertical du haut vers le bas (haut/petit, bas/grand) pour les nombres chinois écrits simples, à l'inverse des Japonais, alors même que le sens prédominant de lecture des mots chinois de nombres va du haut vers le bas.

Santens et Gevers en 2008 contestent le fait d'affirmer l'existence d'une LNM sur la base de l'effet SNARC. En introduisant une dimension uni-manuelle (au lieu de la dimension bi-manuelle gauche / droite habituellement utilisée) dans une tâche de comparaison de magnitude, l'association spatiale numérique observée est la suivante : les petits nombres sont associés à une réponse proche, les grands nombres à une réponse lointaine sans tenir compte de la direction du mouvement. L'étude soutient l'existence d'une catégorisation intermédiaire des nombres comme relativement petits (polarité négative) ou grands (polarité positive) pour expliquer l'effet SNARC.

La dimension uniquement horizontale est également contestée : selon plusieurs auteurs, l'association spatiale numérique n'existe pas seulement dans sa dimension horizontale, mais également dans la dimension verticale. Il a par exemple été démontré que répondre à des nombres relativement grands est plus rapide grâce à une réponse située en haut et inversement pour les petits nombres, la réponse viendra plus rapidement si elle est située en bas (Gevers, Lammertyn, Notebaert, Verguts, et Fias, 2006 ; Ito et Hatta, 2004).

2.2.4. Les échelles de la ligne numérique mentale

2.2.4.1. Logarithmique versus linéaire

La ligne numérique est décrite non seulement comme continue, mais également comme compressible. Les nombres ne seraient pas alignés suivant des intervalles égaux. L'espace entre les nombres diminuerait lorsque les nombres augmentent, de sorte que les petits nombres seraient représentés avec une plus grande précision que les grands nombres. Autrement dit, la représentation entre les nombres au début de la ligne serait exagérée alors que cette distance irait en s'amenuisant au milieu et à la fin de ligne. Cette compression des nombres s'explique par la loi de Weber-Fechner : la discrimination de deux quantités

numériques est fonction du ratio entre ces quantités. Ainsi, les nombres 90 et 100 sont plus difficiles à discriminer que les nombres 10 et 20 et ils sont considérés comme plus proches sur le continuum. En jugeant les nombres sur la base de leur similitude (en termes de ratio), et non sur la distance qui les sépare, on produit une ligne numérique logarithmique (Siegler et Opfer, 2003). « *La règle mentale à l'aune de laquelle nous mesurons les grands nombres n'est pas graduée de façon régulière. Elle tend à comprimer les grands nombres dans un espace restreint. Notre cerveau représente les quantités comme le ferait une règle à calcul graduée suivant une échelle logarithmique*.» (Dehaene, 2010, p.87).

L'échelle subjective est vue différemment par Gallistel et Gelman (2000) : la correspondance entre grandeur mentale et valeur numérique serait linéaire, mais la variabilité (ou la dispersion ou encore le « bruit ») d'une représentation analogique augmenterait proportionnellement à sa grandeur moyenne. Ainsi, une même différence objective entre deux numéraux est moins discriminable lorsque la grandeur de ces numéraux augmente parce que la variabilité des correspondances augmente, produisant un plus grand chevauchement des distributions. Cette augmentation de la variabilité décrit l'hypothèse de la linéarité de la LNM : la distance entre deux nombres successifs reste constante.

Les deux échelles sont considérées comme fonctionnellement équivalentes par Chillier (2002), reprenant Dehaene, Gallistel et Gelman : elles représentent deux conceptualisations possibles de la loi de Weber-Fechner, les effets attendus (grandeur et distance) sont donc les mêmes. Ce qui diffère, c'est la déviation autour d'une représentation moyenne. Dans le modèle linéaire, les imprécisions autour d'une numérosité donnée devraient être distribuées d'une manière symétrique. Dans le modèle compressible ou logarithmique, les imprécisions devraient dévier systématiquement vers des grandeurs plus petites.

Il existe des preuves pour les deux types d'échelle, les deux représentations coexistent chez le même individu dans des conditions différentes, l'adulte éduqué utilisant l'échelle logarithmique ou linéaire selon le contexte de la tâche (Dehaene, 2010).

2.2.4.2. Evolution chez l'enfant

On observe un effet d'âge, qui mène les enfants à avoir progressivement une représentation linéaire et formelle des nombres. Il peut s'expliquer d'une part par la connaissance des mots-nombres, plus précisément par l'élaboration de la suite numérique verbale et d'autre part par un effet de fréquence lié aux apprentissages scolaires.

La précision augmente donc en résolution pendant l'enfance. Des études ont rapporté que la ligne tend à devenir davantage linéaire avec l'âge : Chillier (2002) montre une diminution

de la compressibilité grâce à une épreuve de génération aléatoire de nombres chez des enfants entre 6 et 9 ans. L'effet de distance est présent dès l'âge de 5 ans dans les tâches de comparaison de chiffres arabes et il est plus fort à 6-7 ans que chez l'adulte.

D'autres études ont tenté de préciser les étapes du développement. Entre 5 et 7 ans, se situe l'âge charnière où les enfants disposeraient progressivement les nombres de manière régulière (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, Zorzi, 2010). Ces chercheurs ont montré qu'après avoir utilisé l'échelle logarithmique pour l'ensemble des nombres (y compris les intervalles de 1 à 10), les enfants auraient des représentations spatiales multiples du nombre qui coexistent. Ainsi, ils commenceraient à utiliser l'échelle linéaire pour les petits nombres (1 à 10) mais ils continueraient à utiliser l'échelle logarithmique pour les nombres plus grands, en affinant progressivement leur précision. Ensuite, ils utiliseraient l'échelle linéaire pour les nombres de 1 à 100, et étendraient progressivement cette échelle sur des intervalles plus grands, comme l'adulte.

La révolution mentale qui conduit à une représentation linéaire des nombres surviendrait typiquement entre le CP et le CM1. Le développement des représentations numériques varie d'un enfant à l'autre car il est influencé par l'expérience individuelle et l'environnement des apprentissages.

Au cours de son développement, l'enfant passe donc de l'une à l'autre échelle, la ligne est d'abord très compressible, puis devient linéaire, mais il n'existe pas vraiment de substitution, plutôt une coexistence des deux échelles en fonction des tâches. L'adulte continue lui aussi d'utiliser parfois l'échelle logarithmique, avec des nombres très grands.

La bascule entre l'échelle logarithmique et l'échelle linéaire serait le résultat de l'éducation et en effet, on retrouve une courbe logarithmique chez les adultes non instruits non occidentaux (Dehaene, Izard, Spelke et Pica, 2008).

Seuls Zwislocki et Goodman (1980) mettent en évidence l'utilisation d'une échelle unique similaire par l'enfant de 5-6 ans et par l'adulte, mais leur étude est moins récente.

2.2.5. L'importance des compétences spatiales dans la construction de la ligne numérique mentale

Gunderson *et al.* en 2012, ont montré que les capacités spatiales des enfants de 5 ans prédisent leurs performances dans une tâche numérique apparemment non spatiale, le calcul approximatif symbolique, à l'âge de 8 ans. Cette relation est influencée par leurs performances dans une tâche évaluant les connaissances de la ligne numérique à l'âge de 6 ans. Cela rejoint l'idée que la LN tient compte de la relation entre les capacités spatiales et

les connaissances numériques symboliques parce qu'elle est une représentation spatialisée des nombres symboliques. Une explication possible serait que les enfants avec de fortes habiletés spatiales pourraient traduire plus facilement leurs connaissances conceptuelles des relations linéaires entre les nombres (par exemple en comprenant que la distance entre 0 et 10 est la même qu'entre 10 et 20) dans une représentation linéaire spatiale correspondante. Une autre possibilité est que les enfants étant exposés aux représentations de LN lors de leurs apprentissages formels, ceux avec de bonnes habiletés spatiales sont meilleurs pour se souvenir de l'agencement de la LN. Les enfants à fortes habiletés spatiales pourraient aussi renforcer leurs connaissances de LN en faisant appel mentalement à cette représentation spatiale même quand ils font des tâches numériques symboliques non spatiales.

2.2.6. Nuances concernant l'aspect spatial mental

Schneider, Grabner et Paetsch (2009) atténuent le lien entre la capacité à utiliser une ligne numérique externe et sa dépendance à la LNM. Selon eux, la relation entre la ligne interne et la ligne externe est seulement indirecte et les modèles d'estimation basés sur la ligne numérique extérieure ne devraient pas être interprétés comme des preuves directes de l'utilisation de cette dernière sur la LNM. Les deux lignes ne peuvent être assimilées, la LNM étant une construction hypothétique postulée pour expliquer certains effets.

De même, Núñez, Doan et Nikoulina (2011) estiment que la représentation numérique n'est pas fondamentalement spatiale, mais plutôt construite sur un sens profond de la magnitude qui se manifeste certes de manière spatiale, mais également de manière non spatiale selon les modalités du stimulus présenté.

3. LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE DANS LA RECHERCHE SUR LA DYSCALCULIE

3.1. Lien avec la dyscalculie développementale et les difficultés mathématiques

La dyscalculie développementale (DD) est un trouble persistant et spécifique du développement numérique et des apprentissages mathématiques. Certains auteurs font l'hypothèse qu'un déficit purement numérique serait à la base de la dyscalculie alors que d'autres mettent l'accent sur le rôle des facteurs cognitifs généraux dans cette problématique. Von Aster (2000) propose une classification de la dyscalculie s'appuyant sur le modèle du triple code de Dehaene et distingue ainsi trois types de dyscalculie :

- ✓ une dyscalculie verbale dans laquelle les enfants éprouvent des difficultés dans la mise en route des procédures de comptage pour effectuer des additions ainsi que pour

stocker et récupérer les faits arithmétiques (touchant la représentation auditivo-verbale) ;

- ✓ une difficulté à lire et écrire les chiffres arabes (touchant la représentation visuelle arabe), il s'agirait un déficit d'accès au sens des nombres ;
- ✓ un défaut du « sens des nombres » se traduisant par des difficultés dans pratiquement tous les domaines de calcul (touchant la représentation analogique).

3.1.1. Les liens entre le SNA et les mathématiques symboliques

Le système numérique approximatif est lié de manière causale aux performances mathématiques chez les adultes (Park et Brannon, 2014). Chez les enfants, Piazza (2010) soutient que l'acuité de la perception des quantités numériques approximatives, qui se développe au cours de l'enfance et s'améliore avec l'âge, prédit les performances en mathématiques. Cette représentation approximative des grandeurs numériques serait la base des apprentissages numériques puis des apprentissages mathématiques. Une corrélation est d'ailleurs observée entre les résultats scolaires en mathématiques et l'acuité numérique à l'âge de 14 ans.

3.1.2. Comment expliquer ce lien ?

Plusieurs théories ont été avancées pour expliquer le lien entre le SNA et les mathématiques symboliques :

- ✓ Les mathématiques symboliques dépendraient spécifiquement du SNA (Barth, Beckmann et Spelke, 2008, Nieder et Dehaene, 2009).
- ✓ Un système de magnitude généralisé sous-tendrait la représentation de toutes les magnitudes quelle que soit la dimension (physique, nombre, taille, durée…), basé sur les chevauchements entre les niveaux cortical, comportemental et neuronal, les différences dans ce système de magnitude généralisé seraient liées aux différences dans les mathématiques symboliques et pas uniquement au SNA.

  Mais il n'est pas prouvé que ce soient les différences dans l'acuité du SNA qui causent les changements dans les performances mathématiques ou que ces deux composantes dépendent elles-mêmes de facteurs communs. Dans quel sens s'articulent le SNA et les mathématiques ? :

  - ✓ Les différences individuelles de l'acuité du SNA joueraient un rôle dans la création de différences individuelles dans le développement mathématique.

- ✓ Le lien pourrait être bidirectionnel et former une spirale vertueuse : le sens précoce du nombre favorise la compréhension des notions d'arithmétiques, qui à leur tour renforcent l'acuité numérique. A l'inverse, les enfants ayant une capacité déficitaire du sens du nombre dès le plus jeune âge entrent dans une spirale négative (Piazza, Pica, Izard, Spelke et Dehaene, 2013).
- ✓ Un troisième facteur interviendrait sous la forme de capacités générales communes aux deux tâches : la différence dans la facilité des opérations sur les symboles numériques (Lyons et Beilock, 2011) ou des différences dans les fonctions exécutives (par exemple les capacités d'inhibition Inglis et Gilmore, 2013).

Andersson (2010) souligne l'importance de la représentation visuo-spatiale des quantités dans les capacités de calcul approché.

Ces études montrent l'intérêt d'une connaissance fine du fonctionnement de la ligne numérique mentale et de son développement, des déficits dans la représentation de la ligne numérique mentale pouvant engendrer des troubles durables dans le raisonnement arithmétique.

Selon Rousselle, Palmers et Noël (2004), ce n'est pas tant que les enfants dyscalculiques n'ont pas une représentation de la magnitude elle-même, mais plutôt qu'ils font face à un ralentissement au niveau de l'accès à la représentation sémantique des nombres. Ces résultats ont émergé d'une étude utilisant une variante d'un Stroop numérique, testant à l'origine le mécanisme automatique de l'accès à la numérosité chez des enfants dyscalculiques et chez des enfants tout-venants. Les deux groupes présentent une activation automatique à la représentation de la magnitude, mais les enfants dyscalculiques sont plus lents que les autres. La corrélation forte entre la fraction de Weber (*w* : la discrimination numérique dépend du ratio entre les deux valeurs) et les capacités mathématiques a amené plusieurs auteurs, dont DeWind et Brannon (2012) à l'hypothèse que les compétences individuelles du SNA constituent le point-clé des mathématiques enseignées à l'école.

Plusieurs études mettent cependant en évidence que l'automaticité dans la compréhension des symboles numériques est un prédicteur plus fiable des performances en mathématiques chez les enfants et les adultes que les tâches de comparaison numériques approximatives (Castronovo et Göbel, 2012 ; Lyons, Price, Vaessen, Blomert et Ansari, 2014).

Les preuves du lien entre le SNA et les mathématiques symboliques sont indirectes, si bien que le rôle joué par le SNA fait l'objet d'un débat actuellement très vif. Le fait que la littérature soit aussi variable sur ce sujet reflète peut-être la possibilité que *w* ne soit pas une

mesure fiable du SNA. Le SNA pourrait ne pas être un système unitaire et, en conséquence, utiliser une mesure unique pour décrire sa précision pourrait être dangereux.

3.2. Zoom sur le sens du nombre

Selon Butterworth (1999), une représentation anormale de la magnitude numérique pourrait être à la base de la dyscalculie développementale primaire, il parle de déficit du « module nombre ». Un faible sens du nombre, c'est-à-dire un déficit du traitement des représentations non symboliques du nombre et une altération des représentations numériques mentales constitue selon Jordan (2010) un facteur de risque de difficultés en mathématiques. La ligne numérique mentale permet d'accéder à la conceptualisation du nombre puisque « *la compréhension d'un nombre [consiste] à activer une position particulière sur cette ligne* » (Fias et Pesenti, 2004, p.72).

En neuropsychologie adulte, les études ont révélé que les dommages au cortex pariétal ont comme résultat typiquement une forme d'acalculie qui perturbe la compréhension du sens du nombre. A contrario, les dommages aux autres lobes cérébraux peuvent affecter les faits arithmétiques mémorisés, mais laissent intacte la compréhension du sens du nombre.

Dans une tâche de comparaison de nombres de 1 à 9 au standard 5, Pinel *et al.* (2005) observent que les zones de la région pariétale sont activées de manière identique à la présentation de numéraux verbaux ou arabes, ce qui fait penser à l'unicité de la représentation sémantique. Pour Dehaene (1992) ou Gallistel et Gelman (1992), la représentation analogique des nombres sous forme de ligne numérique ou d'accumulateur, est la seule véritable représentation sémantique du nombre. D'autres auteurs, comme McCloskey, Caramazza et Basili (1985) supposent pour leur part que la représentation a une structure décimale. Les nombres ne seraient pas uniquement représentés séparément sur une ligne numérique unique et continue. Dietrich, Hubert et Nuerk (2015) postulent que les représentations des quantités suivent une base dix avec les dizaines et les unités représentées séparément sur des lignes numériques distinctes, accompagnées ou non d'une représentation analogique de la grandeur globale du nombre.

PROBLEMATIQUE

Cette étude s'intéresse au fonctionnement de la ligne numérique mentale et à son évolution chez l'enfant de 8 à 12 ans. Nous avons souhaité réaliser une analyse approfondie d'un élément essentiel du sens du nombre, la ligne numérique mentale et non pas un balayage des capacités numériques. Cet aspect est souvent absent des tableaux issus des bilans logico-mathématiques réalisés, car ceux-ci se placent dans une perspective piagétienne, qui n'en tient pas compte. L'intuition des quantités numériques se développe très tôt, s'améliore au cours de la période préscolaire et continue à évoluer après les débuts de l'enseignement scolaire.

L'évaluation d'un enfant en difficulté mathématique comporte trois étapes principales :

- l'anamnèse détaillée
- l'évaluation des capacités mathématiques générales dans le but d'objectiver les difficultés scolaires mathématiques
- l'évaluation des habiletés numériques de base, c'est-à-dire le traitement des quantités présentées dans les codes numériques analogique, arabe et oral.

Cette dernière étape vise à identifier la présence d'un déficit cognitif numérique spécifique afin de poser le diagnostic de dyscalculie développementale. Elle passe par les épreuves suivantes :

- l'évaluation du code oral
- l'évaluation du code arabe
- l'évaluation du code analogique
- l'évaluation du lien entre le code oral et les représentations numériques analogiques et mentales du nombre
- l'évaluation du lien entre le code arabe et les représentations numériques analogiques et mentales du nombre

C'est dans les deux derniers points que se situe le placement de nombres respectivement entendus et arabes sur une ligne numérique, car il permet l'examen de l'accès aux représentations numériques mentales via les codes oral et arabe. Cela évalue ainsi la précision des représentations numériques.

Cette tâche se retrouve dans certaines des batteries actuelles :

- ✓ Le **Zareki-R** (Dellatolas, Von Aster, 2006) comporte le subtest « Positionnement de nombres sur une échelle » dans laquelle l'enfant doit positionner six nombres

entendus sur une échelle numérique verticale de 0 à 100, puis six nombres arabes sur une échelle numérique verticale de 0 à 100 ; les trois premières lignes contenant plusieurs repères alors que les trois dernières sont vierges.

- ✓ Le test **Numérical** (Gaillard, 2000) comporte le subtest « droite à graduer », subtest dans lequel l'enfant doit placer six nombres entendus sur une ligne verticale de 0 à 100 (soit vierge, soit marquée de plusieurs repères). Il contient un autre subtest « compteur de vitesse » dans lequel l'enfant doit écrire le nombre et placer l'aiguille correspondante sur un compteur de 0 à 200 km/h, gradué de 20 en 20 dans des positions correspondant à huit vitesses spécifiques présentées en code oral.
- ✓ Le test **MathEval** (Heremans, 2011) propose de placer quatre nombres arabes sur une ligne numérique horizontale de 0 à 10, deux nombres arabes sur une ligne de 0 à 20 et deux nombres arabes sur une ligne de 0 à 100.

Les critiques qui ont été formulées, notamment par Lafay, Saint-Pierre et Macoir (2014a) à ces outils et à leur traitement de la ligne numérique en particulier tiennent dans le petit nombre d'items tests. De plus, ces items ne vont pas au-delà de 200 dans le meilleur des cas et n'explorent donc que partiellement le système numérique approximatif (SNA), qui s'exprime davantage dans les grands nombres.

Seul le test MathEval soumet une ligne horizontale, les autres proposant l'épreuve sous la forme d'une ligne verticale, alors que la ligne numérique mentale est décrite en majorité comme horizontale dans la littérature (Gevers, Lammertyn, Notebaert, Verguts et Fias, 2006 ; Ito et Hatta, 2004).

Dans les épreuves existantes, la cotation s'applique pour l'ensemble de la population concernée (du CP au CM2), alors que c'est pendant cette période que des auteurs ont montré que le changement d'une ligne numérique mentale logarithmique à linéaire pourrait s'opérer. Nous avons donc pour objectif de proposer une épreuve qui vienne compléter, préciser et détailler l'existant.

HYPOTHESES

Pour répondre à cette problématique et en nous appuyant sur la littérature, nous formulons l'hypothèse théorique suivante :

C'est au cours de la période de 8 à 12 ans et sous l'influence d'apprentissages explicites que les représentations numériques mentales de l'enfant évoluent de telle manière que l'enfant passe d'une représentation compressible des nombres à une représentation linéaire, dite adulte. Il revient cependant à une représentation compressible en fonction de la grandeur des nombres qui lui sont présentés.

Nous voulons donc vérifier que les comportements relatifs à la ligne numérique mentale, à l'âge considéré par l'étude, se rapprochent de ceux de l'adulte. Cela implique notamment le comportement de la ligne vers les grands nombres. Laquelle des hypothèses entre celle de la compressibilité et celle de la linéarité décrit-elle le mieux la ligne numérique mentale dans cette tranche d'âge ?

Hypothèses expérimentales :

- ✓ *Hypothèse expérimentale 1* : **Les performances des enfants en estimation et en placement de nombres s'améliorent avec l'âge.**

- ✓ *Hypothèse expérimentale 2* : **Le versant compréhension sera mieux réussi que le versant production.**

- ✓ *Hypothèse expérimentale 3* : **Les représentations numériques des enfants sont meilleures sur les petits nombres que sur les grands nombres. L'épreuve la plus réussie sera l'épreuve d'estimation des quantités sur l'échelle de 0 à 20 et l'épreuve la plus échouée sera l'épreuve de production des quantités sur l'échelle de 0 à 1000.**

- ✓ *Hypothèse expérimentale 4* : **La ligne numérique horizontale est davantage typique des représentations numériques mentales que la ligne numérique verticale.**

PARTIE EXPERIMENTALE

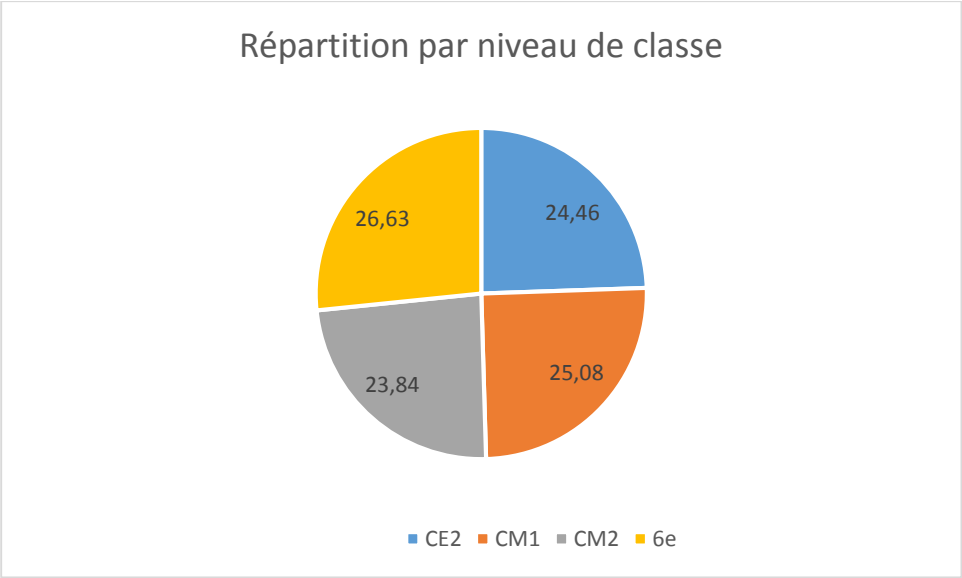


Figure 1 : Répartition des participants par niveau de classe

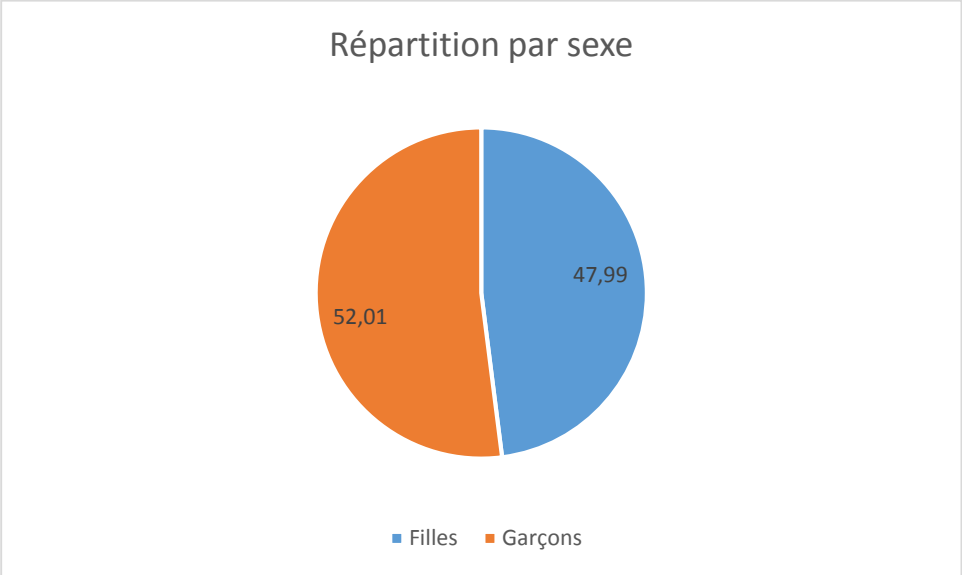


Figure 2 : Répartition des participants par sexe

Afin de vérifier nos hypothèses, nous avons établi un protocole d'étude ayant pour objectif la production et l'estimation de longueurs par un échantillon de la population visée. Nous présenterons dans cette partie notre population d'étude, les outils proposés et la méthodologie de notre protocole expérimental.

1. PRESENTATION DE LA POPULATION

1.1. Les participants

Trois cent trente-six enfants scolarisés du CE2 à la 6e ont participé à cette étude. Ils proviennent tous d'écoles situées dans le Doubs (25), dont trois écoles et collèges privés :

- ✓ le groupe scolaire du Sacré-Cœur à Vercel,
- ✓ le groupe scolaire Jean Bosco à Orchamps-Vennes,
- ✓ l'école primaire privée Saint-Louis à Vernierfontaine,

et trois établissements publics :

- ✓ le collège René Cassin à Baume les Dames,
- ✓ l'école primaire de Roulans,
- ✓ l'école primaire Cour de Baume les Dames.

Tous ces établissements scolaires sont situés en zone rurale.

La répartition des participants selon leur sexe et leur classe est présentée dans les figures 1 et 2.

C'est le niveau scolaire qui nous intéresse ici, et pas l'âge chronologique, puisque nous nous plaçons dans une perspective d'apprentissage. La période 8-12 ans est une période propice à la détection des troubles mathématiques.

1.2. Critères d'exclusion

Pour constituer la population, les enfants tout-venants ont été acceptés sur le seul critère de rendu de l'autorisation parentale.

Nous avons exclu de notre étude les enfants pour lesquels un diagnostic de dyscalculie a été posé, ainsi que ceux présentant des difficultés importantes en mathématiques. Cela représente un total de huit enfants, ayant passé les épreuves, mais finalement exclus de l'étude. Certains d'entre eux sont présentés sous la forme d'étude de cas dans la partie analyse des résultats.

Concernant les enfants présentant des difficultés en langage écrit, il existe une comorbidité bien établie par la littérature entre dyscalculie développementale et dyslexie (Von Aster, 2000). Mais un enfant pour lequel un diagnostic de dyslexie / dysorthographie a été posé ne présentera pas systématiquement des troubles mathématiques. De plus, la fréquence des troubles de la cognition mathématique est inférieure à celle de troubles du langage écrit (Habib, 2009). Les études indiquent également une association fréquente entre la dyscalculie et les troubles d'autres capacités, telles que les fonctions cognitives générales (attention, mémoire de travail, …), les habiletés visuo-spatiales. Au regard du nombre de participants, ces capacités n'ont pas pu être évalués. C'est pourquoi nous avons choisi d'intégrer à notre étude les enfants ayant eu un suivi orthophonique ou en cours de suivi orthophonique pour des troubles du langage écrit, de même que les enfants dyspraxiques et avec difficultés visuo-spatiales (pas de cas recensés).

2. PRESENTATION DES OUTILS UTILISES

2.1. Présentation du protocole

Le protocole prévoit trois types d'épreuves, il est visible en annexe n° 1 :

- ✓ Une épreuve d'estimation de longueurs
- ✓ Une épreuve de production de longueurs
- ✓ Une épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale

Les épreuves d'estimation de longueurs et de production de longueurs sont inspirées du matériel « **Tout compte fait** » (Ménissier, 2007), notamment l'activité « La ligne numérique mentale ». Ces épreuves testent la capacité des individus à mobiliser une échelle linéaire dont les valeurs sont équidistantes. Elles fourniront une information directe sur les représentations mentales des quantités.

2.1.1. L'épreuve d'estimation de longueurs

Il s'agit d'une épreuve explorant le versant compréhension. La tâche consiste à estimer une longueur présentée visuellement en lui accordant une valeur numérique. Elle contient neuf items, présentés par groupe de trois en fonction d'une ligne repère horizontale non marquée, qui doit servir d'étalon :

- ✓ une ligne de 0 à 20
- ✓ une ligne de 0 à 100

- ✓ une ligne de 0 à 1000.

La ligne repère ne mesure pas 20 cm délibérément, afin de ne pas induire de référence à une unité de mesure. Elle est annoncée comme étant équivalente à 20 sur décision unilatérale et arbitraire de l'expérimentatrice. Une deuxième ligne plus petite est présentée dessous. La consigne est la suivante : l'enfant doit trouver le nombre « *qui va bien* » avec la deuxième ligne sachant la longueur arbitraire de la première. Les nombres à trouver, proposés dans l'ordre indiqué, sont respectivement:

- ✓ 14, 11 et 7 sur l'échelle de 0 à 20
- ✓ 23, 48 et 77 sur l'échelle de 0 à 100
- ✓ 350, 675 et 912 sur l'échelle de 0 à 1000.

Sur cette dernière échelle, le résultat est considéré comme exactement correct (100%) pour les propositions comprises respectivement entre 349 et 351, entre 672 et 678 et enfin entre 908 et 916, soit une marge respective de 0,285%, 0,444% et 0,438%.

2.1.2. L'épreuve de production de longueurs

Il s'agit d'une épreuve explorant le versant production. L'opération consiste à produire une longueur correspondant à une valeur numérique en référence à une longueur considérée comme étalon. Cette tâche de placement de nombres sur une ligne numérique est classiquement utilisée pour la mesure de la magnitude. Elle contient également neuf items, groupés par trois, présentés en fonction d'une ligne repère horizontale non marquée, qui doit servir d'étalon :

- ✓ une ligne de 0 à 20
- ✓ une ligne de 0 à 100
- ✓ une ligne de 0 à 1000

Pour chaque sous-épreuve est présentée une ligne vierge, allant de 0 à un nombre variant selon l'épreuve. Cette ligne ne mesure pas 20 cm délibérément. L'enfant doit tracer en dessous de la ligne repère une ligne correspondant à un nombre donné. Les nombres proposés sont les suivants :

- ✓ 5, 9 et 15 pour l'échelle de 0 à 20
- ✓ 17, 59 et 83 pour l'échelle de 0 à 100
- ✓ 890, 210 et 520 pour l'échelle de 0 à 1000

2.1.3. L'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale

Cette épreuve fait partie de la batterie **Zareki-R**, (2006, M. Von Aster, adaptation française : G. Dellatolas, ECPA), outil de dépistage des troubles du calcul et du traitement des nombres, qui permet une évaluation des différentes composantes intervenant dans le traitement des nombres et le calcul chez l'enfant du CP au CM2 (6 ans à 11 ans et demi). Il s'agit de l'épreuve intitulée « Positionnement de nombres sur une échelle », répertoriée dans les items 6.10 à 6.12. Elle se présente sous la forme de trois échelles verticales vierges, le nombre 0 est situé en bas de la page, le nombre 100 en haut. Il est demandé aux enfants de placer les nombres 17, 59 et 83 sur chacune des lignes à leur disposition. L'épreuve a été adaptée par nos soins, le protocole initial demande à ce que la présentation des nombres soit écrite uniquement, une présentation orale faisant l'objet d'une autre épreuve, les items 6.7 à 6.9.
L'utilisation de cette épreuve nous permettra d'opérer une comparaison des performances entre le positionnement de nombres sur une échelle verticale et celui sur une échelle horizontale (cf. hypothèse secondaire n° 4) et donc d'établir le caractère plutôt vertical ou horizontal de la ligne numérique mentale. C'est pour cette raison que les nombres à placer sur l'échelle horizontale de 1 à 100 sont les mêmes que ceux relatifs à l'échelle verticale Zareki-R.

2.1.4. Les domaines explorés

L'organisation des recherches en deux versants, compréhension versus production, est un axe classique en orthophonie. D'une manière générale, comprendre, c'est la capacité d'accéder au sens, c'est construire une représentation mentale et globale de la situation décrite par le texte ou présentée à l'oral. L'expression est le « *produit de ce qui est signifié au travers du corps, de ce que peut fabriquer le corps, et d'une manière générale, de ce qu'émet un être humain en utilisant des canaux divers pour envoyer un message* » (Brin *et al.*, 2004, p. 109). L'axe se retrouve en matière de langage oral pour lequel on parlera de lexique passif ou de syntaxe passive (compréhension) en opposition au lexique actif ou syntaxe active. En matière d'aphasiologie, il est également d'usage d'apprécier les troubles en fonction de classifications fondées entre autre sur la compréhension / expression.
Dans les tests orthophoniques relatifs au calcul et à ses troubles, la partie production est évaluée à travers les domaines suivants : comptine numérique et comptage, dénombrement, numération décimale,… La partie compréhension, quant à elle, est évaluée via les épreuves de vocabulaire mathématique, de résolution de problèmes, …

2.1.5. Choix des items

Nous avons opté pour une sélection de nombres répartis équitablement sur la plage considérée de 0 à 1000. Pour certains d'entre eux, il est possible de se référer à un repère fixe, tel que le milieu de la ligne. Ce repère sera proche, mais le nombre choisi n'est jamais le repère exact.

Les nombres choisis pour l'échelle de 0 à 100 sont ceux prévus par l'épreuve issue de Zareki-R afin de faciliter la comparaison des résultats entre les deux échelles verticale et horizontale et vérifier ainsi notre hypothèse n° 4.

2.2. Conditions de l'intervention

2.2.1. Déroulement des expérimentations

Les épreuves ont été construites de manière à ce que la passation puisse être collective.

Les expériences ont été conduites pendant les heures de cours, avec l'autorisation de l'Inspecteur d'Académie (pour les deux écoles publiques et le collège public), des directeurs et directrices d'école, des enseignants et enseignantes des classes concernées et des parents de chaque élève.

Les expérimentations se sont déroulées d'octobre 2014 à janvier 2015. Les passations ont duré de trente minutes à une heure en fonction des classes. Elles se sont déroulées avec des groupes classes allant de six élèves à vingt-six élèves. Toutes les expériences ont été conduites par la même expérimentatrice.

2.2.2. Phase de pré-expérimentation

Il est primordial de procéder à une phase de pré-test dans le but de procéder à une analyse critique des tâches proposées. Cette phase a été conduite en août 2014 auprès de 2 enfants, âgés respectivement de 7 ans 9 mois, scolarisé en début CE2 et de 10 ans 4 mois, scolarisé en début CM2. La phase de pré-test a permis de corriger certains défauts des tâches proposées et de vérifier l'adéquation de la formulation des questions et des exemples énoncés au public visé. Elle a également permis d'estimer le temps nécessaire à la passation afin d'optimiser l'organisation de la phase de passation proprement dite et notamment de minimiser l'impact sur le fonctionnement habituel de chaque classe visitée.

2.2.3. Les modalités de présentation

Chaque item a été présenté à la fois oralement et à l'écrit, afin de s'assurer de la meilleure compréhension possible. Ceci ne correspond pas à la distinction rencontrée dans les batteries existantes (cf. partie problématique). Nous n'étions pas dans la situation de tester l'accès à la compréhension par l'une ou l'autre modalité orale ou écrite, mais bien de vérifier les modalités de représentation mentale des nombres (lus ou entendus) par les enfants. L'enfant a donc pu s'appuyer sur l'une ou sur l'autre des modalités pour accéder au sens selon sa sensibilité. Dans cette étude la différenciation selon la modalité de représentation du nombre n'est pas pertinente, elle pourrait faire l'objet d'une autre étude.

Les enfants ont eu la possibilité de poser des questions en cas de besoin.

L'utilisation d'instruments de mesure a été interdite.

Lors de la formulation des consignes, les éléments de langage ont été délibérément choisis de manière à éviter toute référence à une unité de longueur ou à des repères.

L'exemple présenté oralement et représenté graphiquement au tableau était le suivant :

- tracé d'une échelle présentée comme valant 10,
- estimation d'une ligne représentant approximativement 6,
- placement du 4.

Nous n'avons pas utilisé le nombre 5 volontairement, afin de ne pas générer de référence au milieu de la ligne.

3. LE TRAITEMENT STATISTIQUE

Les résultats collectés ont été réunis dans un tableur. Ils sont exprimés en chiffres bruts :

- ✓ nombre exprimé dans la tâche d'estimation ;
- ✓ longueur en centimètres dans la tâche de production.

Ils ont été convertis en pourcentage d'écart à la valeur réelle. Les cellules se lisent de la manière suivante :

- ✓ Pour la tâche d'estimation : quand on lui demande d'estimer la longueur d'une ligne en référence à une ligne qui fait 20, l'enfant l'estime à x alors qu'elle vaut 14; soit à y % du résultat attendu (100% représentant le résultat attendu).
- ✓ Pour la tâche de production : quand on lui demande de tracer une ligne qui fait 5 en référence à une ligne qui fait 20, l'enfant trace une ligne de x cm (au lieu de 4,33 cm); soit à y % du résultat attendu (100% représentant le résultat attendu).

Dans un souci d'homogénéisation des résultats à analyser et à comparer, cette cotation s'applique également à l'épreuve issue du Zareki-R, en lieu et place de l'utilisation de la grille de cotation fournie dans la batterie, cette dernière ne répondant pas aux critères paramétriques des statistiques.

Nous avons conservé les données des enfants qui n'ont pas proposé la totalité des réponses attendues d'eux ou qui ont proposé des valeurs manifestement non compatibles avec les questions, en considérant que les non réponses ou les réponses « aberrantes » sont signifiantes quant au fonctionnement cognitif de l'enfant. Ces absences de réponse et les réponses « aberrantes » font l'objet d'une analyse.

Les données brutes ont été transformées en erreurs, déterminées de la manière suivante :

erreur = estimation brute (ou placement brut) – valeur de référence.

L'erreur est donc positive si le participant surestime la longueur et négative s'il la sous-estime.

Elles ont également été transformées en erreurs relatives :

erreurs relatives = (estimation – valeur de référence) / (valeur de référence).

Cela donne un pourcentage positif ou négatif.

En fonction de nos besoins, nous avons en outre travaillé sur les erreurs relatives en valeur absolue. Elles sont définies par : valeur absolue de (estimation – valeur de référence) / (valeur de référence). Elles sont donc exprimées par des pourcentages toujours positifs.

Les percentiles divisent les données en 100 parts égales, 100 sous-ensembles d'effectifs égaux, de sorte que chaque 1/100 représente 1/100 de l'échantillon de population. Ils nous permettront de situer la performance de chaque participant par rapport à celle des autres participants.

PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS

	CE2	CM1	CM2	6e
Moyenne	0,348	0,291	0,203	0,146
Variance	0,031	0,026	0,014	0,010

Tableau n°1 : Moyenne et variance des erreurs relatives en valeur absolue selon la classe, tâche d'estimation

Cette recherche a pour but d'étudier le comportement d'enfants de 8 à 12 ans par rapport à la ligne numérique mentale. Nous souhaitons en particulier voir l'évolution et le fonctionnement de la ligne numérique mentale pendant cette période. Nous exposerons dans cette partie les résultats de nos expérimentations selon ces deux angles, ainsi que la comparaison de la ligne verticale versus ligne horizontale, nous relèverons les erreurs les plus fréquemment constatées et enfin nous étudierons les résultats d'enfants présentant des difficultés mathématiques.

Pour chaque épreuve, les moyennes et la variance des erreurs relatives ont été calculées. Nous avons également déterminé les valeurs erronées les plus fréquemment proposées. Elles sont présentées en annexe 2. Chaque résultat s'inscrit dans une cohérence ou non dans l'ensemble des items proposés.

Dans une perspective globale, les capacités des élèves à estimer et à placer correctement des nombres sur une ligne non marquée sont relativement précises. Les moyennes des erreurs relatives dans les tâches d'estimation et de production sont respectivement de 0,243 et 0,296, et les variances sont de 0,026 et 0,046. Pour rappel, plus la moyenne est proche de 0, moindres sont les erreurs. Une variance proche de 0 signifie une absence de dispersibilité des résultats, c'est-à-dire des résultats homogènes d'un enfant à l'autre. Le comportement des élèves est néanmoins assez contrasté quand on l'étudie par niveau de classe.

1. L'EVOLUTION EN FONCTION DU NIVEAU SCOLAIRE

D'un point de vue statistique, les données n'indiquent pas de corrélation entre l'âge et les moyennes des erreurs, c'est pourquoi nous avons axé l'analyse en fonction du niveau scolaire.

1.1. Les tâches d'estimation de longueurs

Les tests de significativité menés conduisent à évaluer le risque de première espèce inférieur à 10 puissance -5 pour l'estimation, soit un risque très proche de zéro.

La moyenne des erreurs (Tableau 1) diminue au cours de la scolarité : **plus l'élève est dans une classe élevée, meilleurs sont les résultats**. Cela est visible également par la baisse de la variance avec l'avancée du niveau de classe : les résultats sont moins hétérogènes dans les grandes classes que dans les plus petites, où il y a davantage de fluctuation entre les élèves.

	Résultats globaux sur les trois épreuves			
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6e**
Moyenne	**+ 0,057**	**+ 0,088**	**+ 0,057**	
Variance	**+ 0,005**	**+ 0,012**	**+ 0,004**	

Tableau n° 2 : Variations interclasses des moyennes et des variances des erreurs, tâche d'estimation

	CE2	**CM1**	**CM2**	**6e**
Moyenne	0,435	0,370	0,238	0,157
Variance	0,046	0,060	0,021	0,009

Tableau n°3 : Moyenne et variance des erreurs relatives en valeur absolue selon la classe, tâche de production

	Résultats globaux sur les trois épreuves			
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6e**
Moyenne	**+ 0,065**	**+ 0,132**	**+ 0,081**	
Variance	**- 0,014**	**+ 0,039**	**+ 0,013**	

Tableau n° 4 : Variations interclasse des moyennes et des variances des erreurs, tâche de production

Du point de vue de l'estimation de longueurs, la compréhension de la magnitude des nombres s'améliore donc avec le niveau scolaire : les élèves de chaque niveau estiment les nombres d'une manière plus précise que les élèves du niveau inférieur.

En observant le tableau 2 des variations interclasse, nous constatons que deux groupes se dessinent : d'une part, les CE2/CM1 et d'autre part, les CM2/6e. La progression des deux indicateurs, moyenne et variance, est plus marquée entre le CM1 et le CM2 (+0,088 et +0,012) qu'entre le CE2 et le CM1 (+0,057 et +0,005) et entre le CM2 et la 6e (+ 0,057 et +0,004). La rupture interviendrait donc pour la tâche d'estimation de longueurs entre le CM1 et le CM2 : il y aurait un bond dans la compréhension de la magnitude après le CM1.

Les estimations moyennes calculées par item et par niveau de classe (Annexe 3) mettent en évidence la séparation entre les deux mêmes groupes : les CE2 se situent sous l'estimation moyenne pour la totalité des items ; les CM1 également, sauf pour les nombres 7, 14 et 77 ; les CM2 et les 6e sont au-delà pour tous les items sauf le nombre 7. Les CE2 et les CM1 ont donc tendance à faire baisser la moyenne d'estimation.

Ces résultats quantitatifs confirment nos observations empiriques lors des passations : celles-ci ont été plus coûteuses en temps et en explications dans les classes de CE2 et de CM1 que dans les classes supérieures.

1.2. Les tâches de production de longueurs

Les tests de significativité menés conduisent à évaluer le risque de première espèce inférieur à 10 puissance -5 pour la production, soit un risque très proche de zéro.

Dans cette tâche, là-encore, la moyenne des erreurs relatives (Annexe 4) diminue au cours de la scolarité : **un niveau de classe élevé implique de meilleurs résultats que dans un niveau de classe plus bas**.

Leur variance suit la même tendance à la baisse en fonction de la classe (de 0,046 en CE2 à 0,009 en 6e) : la dispersion des résultats diminue de manière significative au cours des classes considérées (Tableau 3).

D'après le Tableau 4, nous observons à nouveau dans le cadre de la tâche de production une séparation nette entre les deux groupes : CE2/CM1 d'un côté (moyenne supérieure ou égale à 0,370 ; variance supérieure ou égale à 0,046) et CM2/6e de l'autre (moyenne inférieure à 0,240 ; variance inférieure à 0,022).

L'évolution de la variance nous donne des résultats corroborant la démarcation entre les deux groupes : elle augmente entre le CE2 et le CM1, puis diminue après le CM1.

Les productions moyennes calculées par item et par niveau de classe (Annexe 4) montrent des résultats plus hétérogènes que pour les estimations : les CE2 et les CM1 fonctionnent de la même manière pour 9 items sur 12. A six reprises, ils contribuent à augmenter la moyenne et à trois reprises à la faire baisser. Les CM2 et les 6e partagent le même fonctionnement, sauf pour l'item 83, pour lequel les 6e font augmenter la moyenne de même que les CE2.
Ces résultats en production vont dans le sens d'une amélioration nette de la compréhension de la magnitude du nombre avec le niveau de classe et d'une rupture moins franche entre deux groupes de notre population d'étude : les CE2/CM1 d'une part et les CM2/6e d'autre part.
A chaque niveau scolaire, la moyenne des erreurs relatives est plus favorable pour la tâche d'estimation que pour la tâche de placement. La variance suit la même loi, sauf pour les 6e.

2. LA FORME DE LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE

2.1. Les tâches d'estimation de longueurs

Les tests de corrélation qui ont été menés font état en estimation d'une corrélation faible entre le test 0-20 et tous les autres (corrélation inférieure à 0,5) et d'une corrélation forte de 0,666 entre le test 0-100 et le test 0-1000 : les enfants qui réussissent sur la ligne 0-100 sont les mêmes que ceux qui réussissent sur la ligne 0-1000.

2.1.1. Analyse des moyennes

D'après le tableau en annexe 7 concernant l'estimation, la moyenne des erreurs relatives est systématiquement supérieure au résultat attendu pour l'échelle de 0 à 20 (erreurs positives). Cette moyenne est systématiquement inférieure au résultat attendu pour les échelles 0-100 et 0-1000 (erreurs négatives). **Les enfants surestiment les petits nombres et sous-estiment les plus grands nombres.**
Si on observe les résultats par échelle, la variance triple entre chaque échelle. Plus l'échelle augmente et plus le nombre de réponses possibles augmente, ce qui explique en partie la plus grande hétérogénéité des réponses.

2.1.2. Analyse des fréquences cumulées

Le calcul des fréquences cumulées rend compte de la symétrie ou dyssymétrie de la répartition des réponses autour de la réponse attendue. L'axe des abscisses comporte les

erreurs relatives signées. L'axe des ordonnées représente le pourcentage cumulé des élèves ayant donné la réponse indiquée sur l'axe des abscisses. Sur l'axe des abscisses, la droite 0 correspond à la valeur attendue.

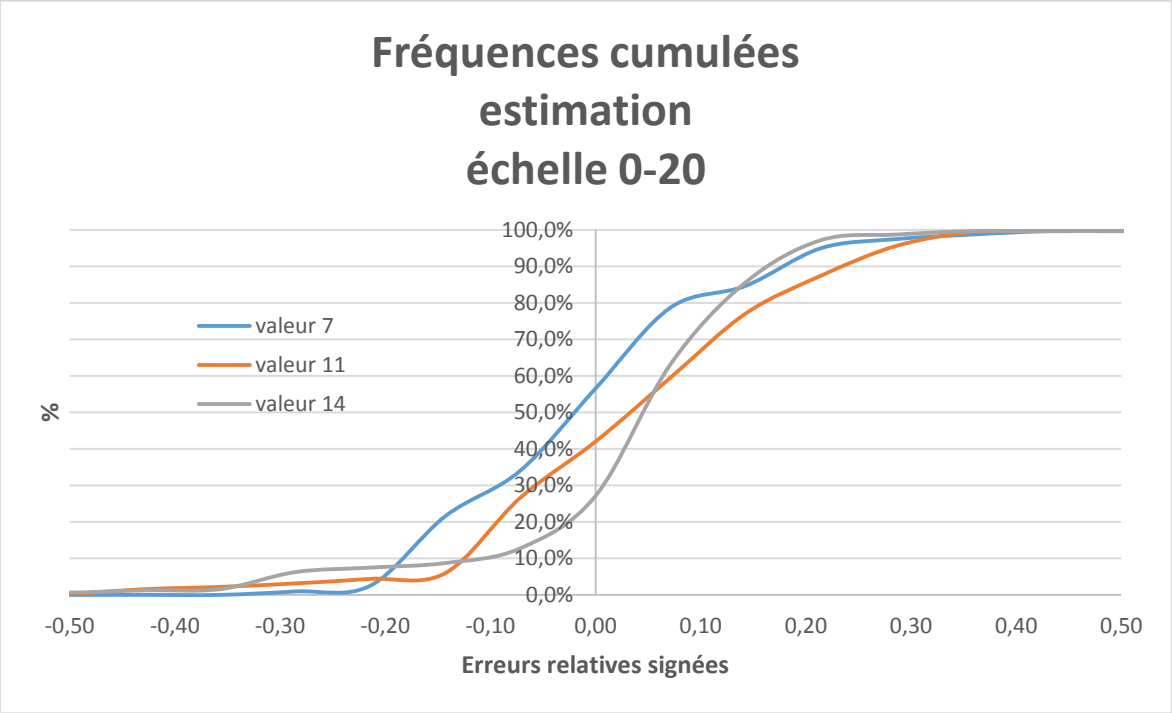


Figure n°3 : Fréquences cumulées des estimations sur l'échelle 0-20

Sur l'échelle 0-20, il y a plus d'erreurs positives que d'erreurs négatives quand le nombre à estimer se rapproche de 20. Pour la valeur 7, 56,6% des élèves donnent une réponse inférieure à celle attendue ; pour la valeur 11, ils sont 42% à donner une valeur inférieure et pour le nombre 14, ils ne sont plus que 27%. Il y a donc davantage d'erreurs positives quand le nombre à estimer se rapproche de la borne supérieure de l'échelle. Dans cette tranche, les participants ont tendance à surestimer les nombres au fur et à mesure que ceux-ci augmentent.

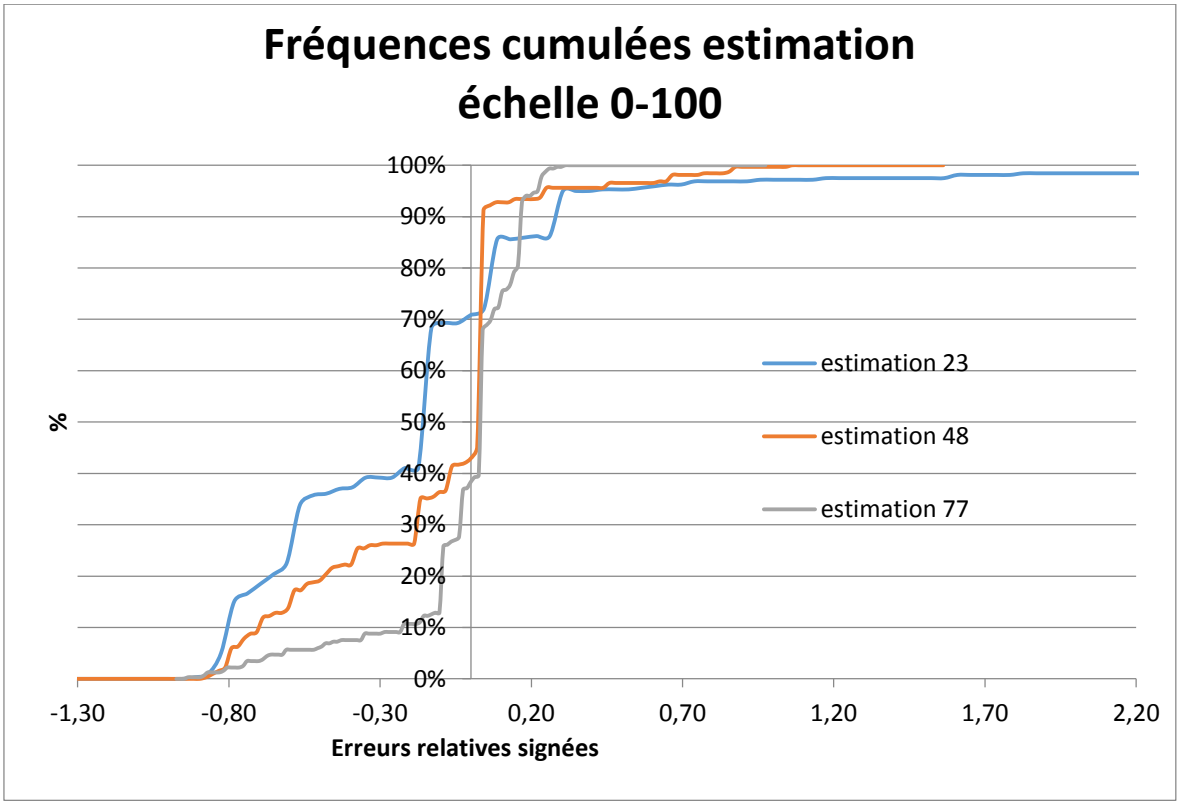


Figure n°4 : Fréquences cumulées des estimations sur l'échelle 0-100

Sur l'échelle de 0 à 100, nous observons un nombre d'erreurs négatives dans une proportion importante pour le nombre 23 (70%). Ce nombre d'erreurs varie autour de 40 pour les nombres 48 et 77, avec pour ceux-ci une progression par une longue saccade entre 40% et respectivement 90% et 70%. Dans cette tranche, les participants sous-estiment fortement le nombre le plus petit 23. Les nombres 48 et 77 sont chacun assimilés à un autre nombre très proche, légèrement supérieur (respectivement 50 et 80).

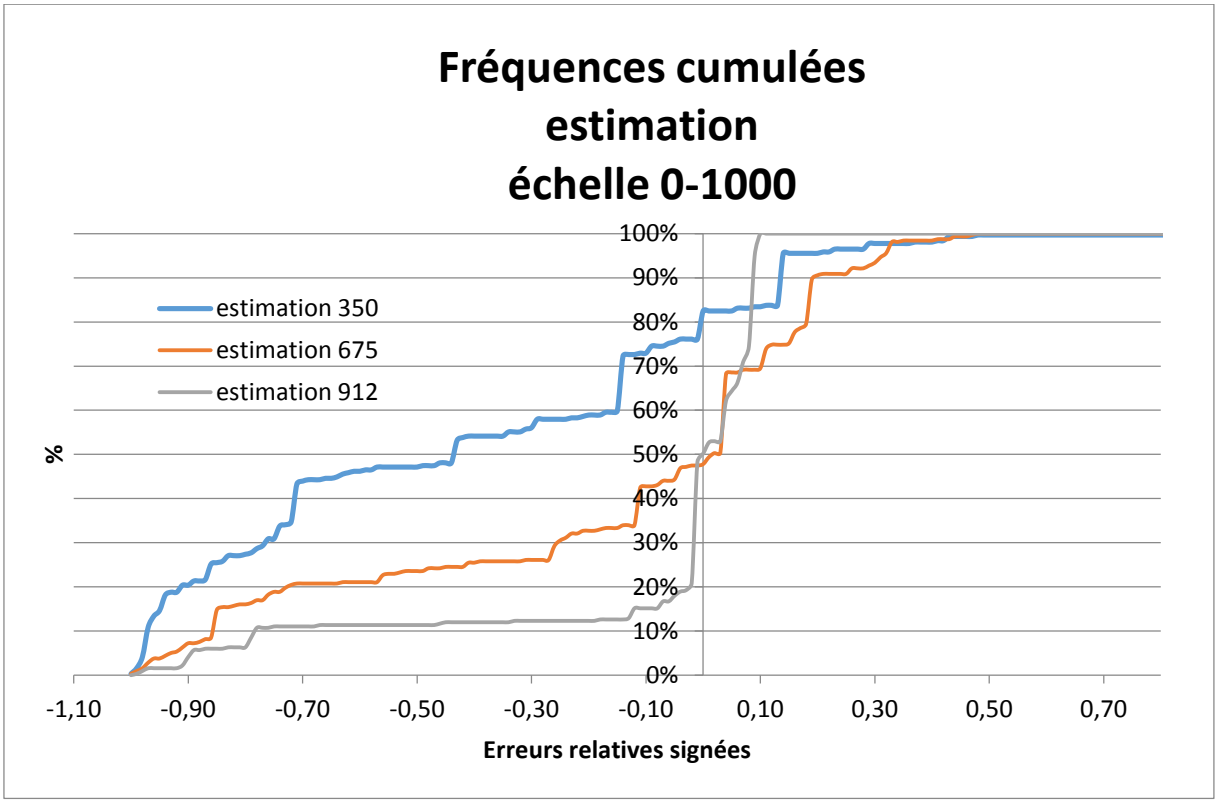


Figure n°5 : Fréquences cumulées des estimations sur l'échelle 0-1000

Sur l'échelle 0-1000, le nombre d'erreurs négatives est à nouveau très élevé pour le plus petit nombre observé 350 (80%), ce nombre est donc sous-estimé lorsqu'on propose cette échelle. Ce taux d'erreurs négatives baisse à environ 50% pour les deux autres nombres 675 et 912, il y aurait autant d'estimations positives que négatives pour ces deux grands nombres. Pour l'item 912, l'augmentation brutale entre 20% et 50% correspond à la réponse 900 majoritaire.

Nous pouvons conclure que **lors d'une tâche d'estimation de nombres sur une ligne vierge supérieure à 0-20, les petits nombres sont sous-estimés, alors que les grands nombres sont plutôt surévalués**, les termes petit et grand étant retenus dans leur acception relative.

2.2. Les tâches de production de longueurs

Les tests de corrélation qui ont été menés évoquent, en placement de nombres, une corrélation faible entre le test 0-20 et tous les autres (corrélation inférieure à 0,5) et une corrélation forte entre le test 0-100 et le test 0-1000 (0,646) ; entre le test 0-100 à l'horizontale et le test 0-100 vertical (0,697) ; entre le test 0-1000 et le test 0-100 en vertical

(0,637) : les enfants qui réussissent sur la ligne 0-100 à l'horizontal sont les mêmes que ceux qui réussissent sur la ligne 0-1000 et que ceux qui réussissent sur la ligne 0-100 en vertical.

2.2.1. Analyse des moyennes

D'après les tableaux de l'annexe 8, les résultats sont plus hétérogènes que pour la tâche d'estimation.

Sur l'échelle 0-100, la totalité des segments est tracée sur une longueur plus grande. Le premier item fait l'objet d'une dispersion importante (de 102% à 213%) au contraire des autres items, beaucoup plus rassemblés autour de leur valeur réelle (104% et 100,89%). C'est comme si l'enfant utilisait le maximum d'espace pour le premier item, il est sans véritable repère, alors que la borne supérieure agit comme une limite et l'aide dans son placement pour les autres items. A noter que l'ordre de passation des items était chronologique.

Sur l'échelle 0-1000, l'item 210 est considérablement déplacé à droite, parfois au double de son emplacement réel. De plus, il y a des écarts très importants dans les réponses entre les niveaux de 138% à 237%. L'item 520 se distingue quant à lui pour sa remarquable concentration de réponses autour d'un emplacement qui n'est pas sa place réelle. Il est toutefois encore fortement placé au-delà de son emplacement réel (163%). Les réponses concernant l'item 890 sont également très resserrées, mais sont déplacées sur la gauche (70%).

Sur l'échelle verticale, les segments correspondant aux nombres 17 et 59 sont trop grands, et le segment correspondant à 83 est trop petit.

Si on observe les résultats par échelle, la variance augmente entre chaque échelle. Plus celle-ci augmente et plus le nombre de réponses possibles augmente, ce qui explique en partie la plus grande hétérogénéité des réponses.

En moyenne, **les participants décalent vers la gauche les nombres sur l'échelle 0-20 et vers la droite pour les échelles 0-100 et 0-1000**.

2.2.2. Analyse des fréquences cumulées

Le caractère tremblé des courbes est le reflet d'un nombre élevé de réponses possibles. Contrairement à la tâche d'estimation pour laquelle les choix de réponses sont forcément des nombres entiers, ce qui sous-entend un nombre limité de réponses, la tâche de placement implique une unité de mesure dans le report des résultats, et donc une quantité d'alternatives beaucoup plus vaste.

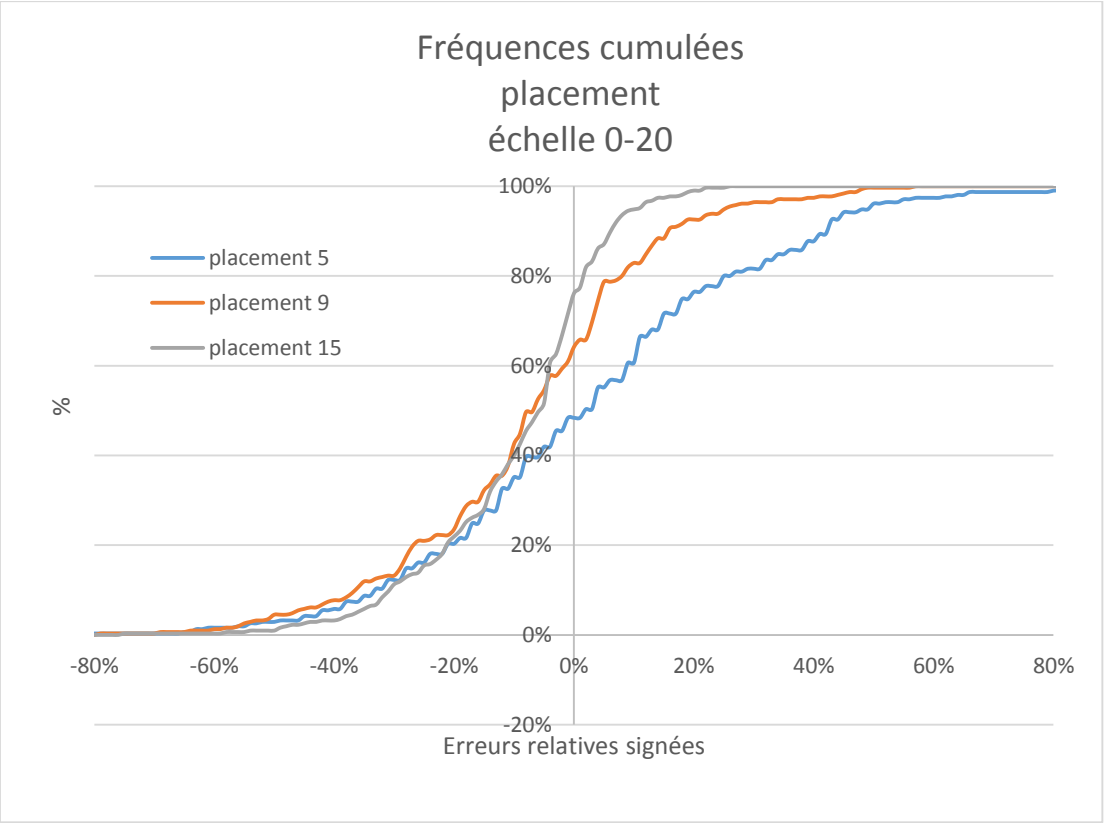


Figure n°6 : Fréquences cumulées des placements sur l'échelle 0-20

L'item 5 obtient environ 45% d'erreurs négatives (placement trop à gauche, soit une sous-estimation). L'item 9 en recueille 60% et l'item 15 en récolte 78%. Les longueurs sont plus surévaluées à mesure qu'elles croissent. C'est le même constat que nous avions dressé pour les trois échelles en estimation.

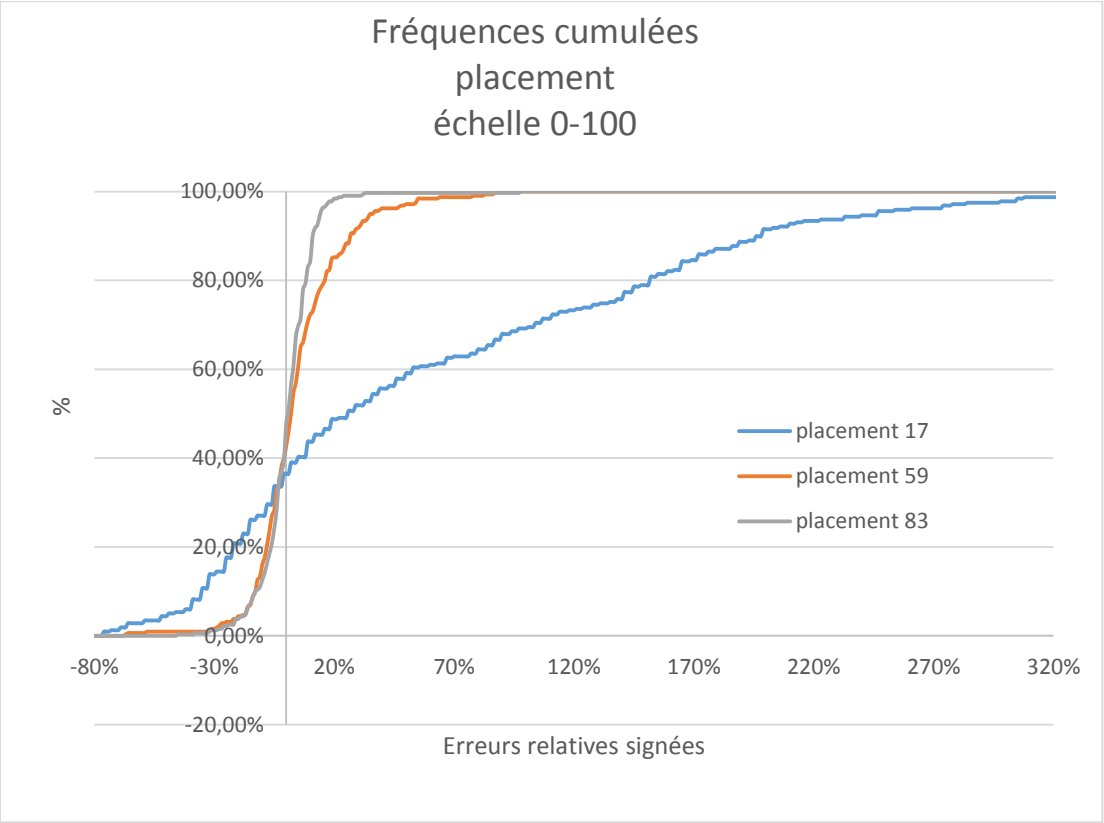


Figure n°7 : Fréquences cumulées des placements sur l'échelle 0-100

Les trois courbes se croisent sur l'axe des ordonnées, ce qui signifie que la proportion de réponses négatives et positives est la même pour les trois (environ 40% de réponses négatives). L'aspect général de la courbe diffère pour l'item 17 : la pente est plus douce et plus régulière. Les items 59 et 83 connaissent une moindre dispersibilité : les réponses sont en majorité très proches de la valeur attendue.

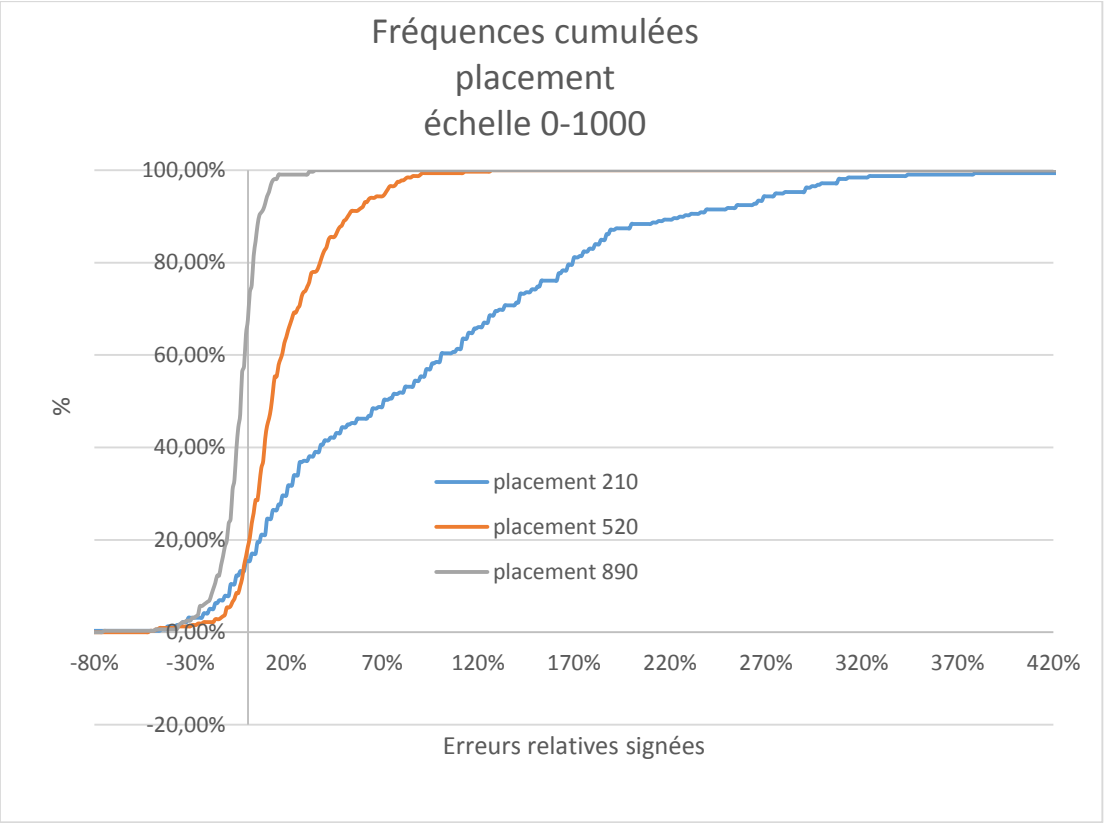


Figure n°8 : Fréquences cumulées des placements sur l'échelle 0-1000

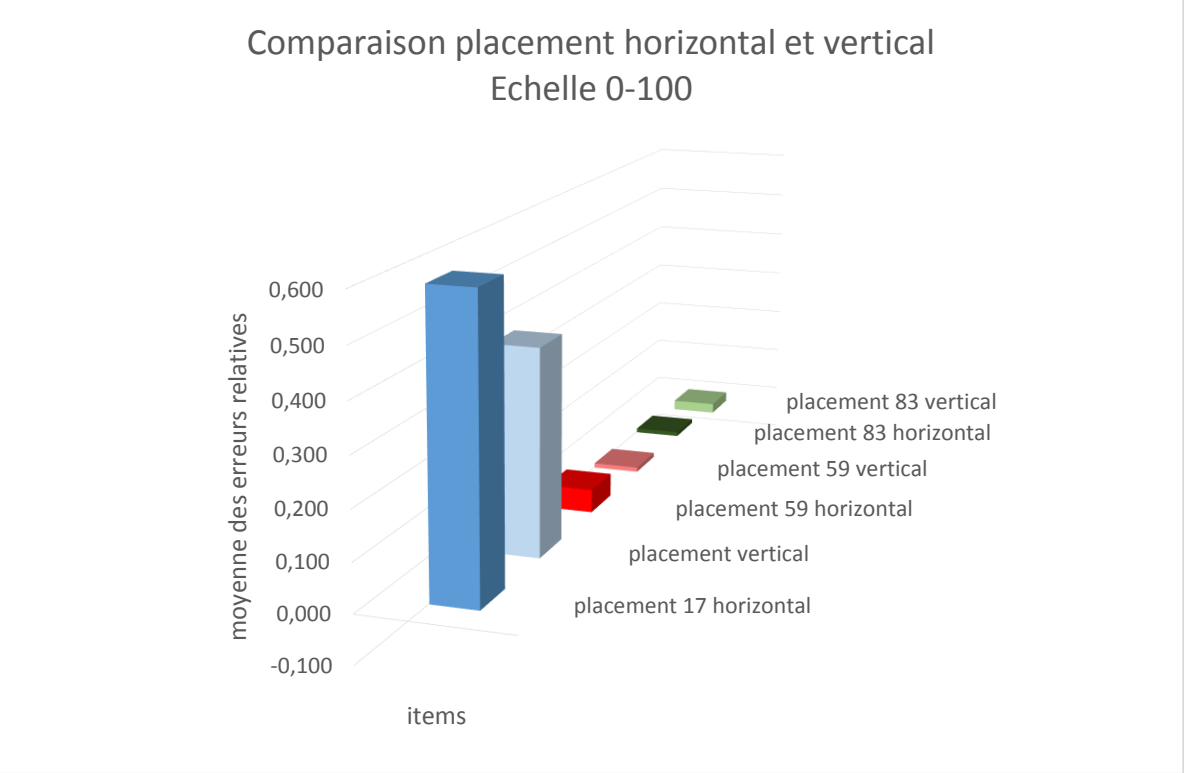
Les courbes des items 210 et 520 se croisent sur l'axe des ordonnées : ils engendrent les deux moins de 20% de réponses négatives. L'item le plus élevé 890 en obtient près de 70%, les réponses sont de plus bien rassemblées autour de la valeur attendue, ce que nous relions à la valeur repère 900. L'item le plus petit 210 est celui qui recueille le plus grand nombre de réponses supérieures différentes.

Alors que pour les tâches d'estimation, nous avions nettement vu l'augmentation du nombre d'erreurs négatives avec la numérosité, pour les tâches de production, à partir des fréquences cumulées, il est impossible de tirer une conclusion. L'analyse par échelle est tout autant opaque : sur l'échelle 0-20, on aboutit à l'inverse de ce que l'on observe sur l'échelle 0-20 en estimation ; sur l'échelle 0-100, les trois items ont la même proportion d'erreurs négatives ; sur l'échelle 0-1000, les deux plus petits items ont très peu d'erreurs négatives, alors que l'item le plus grand en a beaucoup.

Aucune tendance ne se dégage, il est impossible de conclure sur une tendance à la surestimation ou à la sous-estimation à partir des fréquences cumulées des placements.

3. COMPARAISON DES LIGNES 0-100 HORIZONTALES ET VERTICALES

Dans la batterie Zareki-R, les tâches de placement de nombres proposées n'impliquent que des lignes verticales, alors que les études décrivent une ligne numérique mentale plutôt horizontale. C'est pourquoi nous avons proposé les mêmes items sur les deux types d'échelles vierges.



La comparaison de chaque item montre que chacun suit la même tendance : l'item 17, le plus petit, connaît un taux d'erreur relative beaucoup plus élevé par rapport aux deux autres items, tant en placement horizontal qu'en placement vertical. Seuls les écarts sur cet item sont significatifs.

Sur les autres items, nous notons que l'item 83 en vertical est le seul à être placé à une valeur moindre que celle attendue, pour les autres items, le placement est supérieur à ce qui est attendu.

Non seulement les items 17 et 59 sont placés en moyenne à un endroit plus proche de leur place réelle sur la ligne verticale, mais nous notons aussi que la variance en verticale est moindre. Pour l'item 83, la moyenne des erreurs relatives est moins élevée en horizontal, mais la variance est plus favorable au placement vertical.

	Résultats test production échelle horizontale 0-100				
	6ème	**CM2**	**CM1**	**CE2**	**TOTAL**
moyenne	**0,166**	**0,253**	**0,412**	**0,516**	**0,332**
variance	**0,021**	**0,059**	**0,109**	**0,109**	**0,092**

	Résultats test production échelle verticale				
	6ème	**CM2**	**CM1**	**CE2**	**TOTAL**
moyenne	**0,130**	**0,218**	**0,319**	**0,372**	**0,257**
variance	**0,006**	**0,034**	**0,060**	**0,083**	**0,059**

Tableau 5 : Moyenne et variance des échelles 0-100 horizontale et verticale

Les résultats plus détaillés au niveau des classes suivent la tendance générale favorable au placement vertical.

En conclusion, nous pouvons en déduire que les participants réussissent davantage l'épreuve sur une ligne verticale que sur une ligne horizontale.

4. LES ERREURS FREQUEMMENT RENCONTREES

Au niveau individuel, nous constatons l'apparition des types d'erreurs suivants qui reviennent de manière régulière. Nous proposons ici une classification de ces erreurs, sachant que certaines peuvent être inclues dans plusieurs subdivisions.

4.1. Les erreurs aberrantes

Il s'agit des erreurs qui sortent des limites imposées par la tâche. Elles sont matérialisées par une couleur différente dans les tableaux des occurrences fréquentes en annexe 2. Ainsi dans la tâche d'estimation des nombres, certains enfants ont indiqué un nombre ne faisant pas partie de l'échelle proposée par exemple 23 lorsque l'étalon repère est à 20. Parallèlement, d'autres enfants ont tracé une ligne plus grande que la ligne repère pour représenter un nombre inférieur à celui représenté par la ligne modèle.

4.2. Les erreurs de logique

Quand l'enfant respecte les limites du cadre imposé, il arrive qu'il propose un nombre ou un tracé très éloignés de ceux attendus. Cela se repère dans le tableau des données par des pourcentages inférieurs à la moitié de la valeur réelle ou supérieurs à 150 %, ces limites étant arbitraires. La non prise en compte de valeurs « repères » est un autre type d'erreur de logique. Nous entendons par là le fait de proposer une réponse supérieure à la moitié de la ligne, quand la valeur est manifestement en-decà de cette moitié. Les proportions élémentaires ne sont pas respectées.

4.3. Les réponses incohérentes entre elles

A l'intérieur d'une même production, l'enfant propose des réponses incohérentes, telles des longueurs identiques pour des nombres différents en tâche de production et des nombres très proches pour des longueurs très différentes en tâche d'estimation. Cela s'est produit particulièrement pour l'échelle de 0 à 1000. Ainsi, l'enfant 160 propose trois lignes de longueur très proches pour les trois items de production dans la ligne 0 à 1000. L'enfant 150 trace une ligne pour la valeur 9 inférieure à celle tracée pour la valeur 5. Pour la tâche d'estimation, il s'agit de réponses incluant des nombres très différents entre eux. Ainsi, l'enfant 280 propose-t-il les nombres 10, 17 et 999 pour évaluer les nombres 350, 675 et 912, comme s'il ne prenait en compte le changement d'échelle qu'au troisième item. L'enfant 281 propose 4 comme évaluation de l'item 350 sur l'échelle de 0 à 1000, soit 1% de la valeur réelle, alors que les nombres 675 et 912 sont estimés à respectivement 69% et 109% de leur valeur réelle. Cela se traduit aussi sous la forme de propositions identiques pour des valeurs différentes : l'enfant 46 indique 10 pour les valeurs 9 et 15, proposées sur la même échelle.

4.4. Les erreurs liées à l'absence de changement d'échelle

Dans un nombre significatif de cas, l'enfant répond comme s'il ne tenait pas compte du changement d'échelle. Ainsi, certaines réponses concernant le placement de nombres sur les échelles de 0 à 100 et de 0 à 1000 semblent correspondre à un placement sur une échelle de 0 à 20. Ces erreurs font preuve de défaut d'inhibition, c'est-à-dire d'une incapacité à ne pas tenir compte de stimuli non pertinents.

4.5. Réponses faisant appel à des nombres « repères »

A partir du relevé des valeurs les plus fréquemment données pour chaque item (Annexe 2), nous pouvons remarquer la répétition sur certains items de réponses liées à des valeurs repères, telles que le quart, la moitié et les trois quarts. Concernant l'échelle 0-20, 10 est la réponse la plus fréquemment relevée au lieu de 11 et les participants répondent 15 en majorité au lieu de 14. Pour l'item 23, c'est 20 qui est la réponse la plus fréquemment donnée, pour l'item 48, c'est 50 et pour l'item 77, c'est 80. Sur l'échelle de 0 à 1000, la réponse la plus fréquente pour l'item 350 est 300, 700 est la réponse la plus fréquemment donnée pour l'item 690 et les participants répondent en majorité 900 pour 890.

L'item 7 est le seul pour lequel la bonne réponse est celle qui est la plus fréquemment donnée. Nous relions cette bonne performance des participants à la proximité avec les nombres pour lesquels le subitizing est activé, c'est-à-dire relevant d'une appréhension quasi-instantanée et précise des numérosités de petite taille. C'est une opération qui ne relève pas de l'estimation approximative et qui est limitée aux petits nombres, car il est généralement admis que le subitizing est mis en œuvre pour les nombres jusqu'à 3 ou 4. Ce phénomène peut être expliqué par « l'étalement » des représentations dans la zone des petits nombres qui rend les différences entre ces numérosités particulières saillantes. Ces réponses sont en rapport avec la mise en œuvre d'une stratégie particulière (cf. partie discussion). Siegler et Opfer (2003) font le constat identique, c'est-à-dire que les estimations des adultes et des enfants sur une ligne numérique de 0 à 1000 sont moins variables pour les nombres proches de 0, 250, 500, 750 et 1000 que pour les autres nombres.

Ces erreurs n'appartiennent pas à la même catégorie que les autres erreurs dans le sens où leur présence est plutôt bon signe, elles marquent à la fois une bonne connaissance de la magnitude et un recours à une stratégie efficiente, donc une bonne organisation par le participant.

4.6. Autres réponses erronées

Les erreurs suivantes n'ont été commises qu'une seule fois chacune.

- ✓ **Estimation décroissante alors que les nombres vont croissant.** Cette anomalie est constatée sur la ligne verticale uniquement, ce qui nous laisse à penser que les repères de début et de fin de ligne n'ont pas été correctement appréhendés.

- ✓ **Ajout de l'indication d'une unité de mesure** : le centimètre pour un enfant de CM1.

n° enfant	CLASSE	Ligne 20								
		valeur	%	err.rel.	valeur	%		valeur	%	err.rel.
Valeurs		14	100	val.abs.	11	100		7	100	val.abs.
017	6e	13	93	0,071	10	91	0,091	7	100	0,000
069	CM1	15	107	0,071	8	73	0,273	5	71	0,286
070	CM1	17	121	0,214	10	91	0,091	7	100	0,000
072	CM1	13	93	0,071	11	100	0,000	7	100	0,000
096	CM2	15	107	0,071	12	109	0,091	5	71	0,286
282	CE2	12	86	0,143	16	145	0,455	8	114	0,143
328	CM2	17	121	0,214	10	91	0,091	7	100	0,000
187	CM1	16	114	0,143	14	127	0,273	6	86	0,143
334	CE2	10	71	0,286	16	145	0,455	8	114	0,143
	moyenne	14,22	101,4	0,143	11,89	108	0,202	6,67	95,1	0,111
	variance			0,006			0,025			0,013

Tableau n°6 : Résultats estimation échelle 0-20 des enfants avec troubles mathématiques

- ✓ **Indication de nombres en chiffres arabes différents de ceux demandés,** ce qui laisse supposer des difficultés de transcodage.

- ✓ **Indication du nombre correspondant à la fin de la ligne repère :** par exemple, pour la ligne 0-1000, le participant indique 1000 ou, pour la ligne 0-100, un nombre très proche (98, 99).

5. APPLICATION A UNE POPULATION PRESENTANT DES TROUBLES DE TYPE DYSCALCULIE

Dans cette partie, nous observerons au niveau individuel les résultats obtenus collectivement afin de vérifier la pertinence de l'examen des troubles mathématiques sous l'angle de la ligne numérique mentale. Le groupe des enfants identifiés comme présentant des troubles logico-mathématiques sera observé dans un premier temps, puis nous procéderons à deux études de cas.

5.1. Les enfants présentant des troubles de nature logico-mathématique

Parmi les neuf enfants exclus de l'étude, du fait de la mention de troubles logico-mathématiques dans l'autorisation parentale, nous avons des informations plus précises quant aux types de difficultés rencontrées pour deux d'entre eux, pour lesquels les comptes rendus de bilan orthophonique ont été obtenus.

5.1.1. Les tâches d'estimation de longueurs

Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 7 vont de 71% à 114%, c'est-à-dire que la plus petite valeur donnée est égale à 71% de la valeur attendue et la plus grande à 114% de la valeur attendue. L'écart est assez resserré. Nous notons également quatre résultats parfaitement exacts (100%). La variance et la moyenne sont toutes les deux très inférieures à celles des enfants tout-venants. Ce nombre étant proche du subitizing, nous pouvons supposer qu'il fait davantage l'objet d'exercices lors des prises en charge orthophoniques, ce qui expliquerait les meilleurs résultats du groupe des enfants présentant un trouble spécifique du calcul.

n° enfant	CLASSE	Ligne 100								
		valeur	%	err.rel.	valeur	%	err.rel.	valeur	%	err.rel.
Valeurs		23	100	val.abs.	48	100	val.abs.	77	100	val.abs.
017	6e	30	130	0,304	43	90	0,104	80	104	0,039
069	CM1	20	87	0,130	70	146	0,458	80	104	0,039
070	CM1	5	22	0,783	9	19	0,813	72	94	0,065
072	CM1	23	100	0,000	50	104	0,042	78	101	0,013
096	CM2	5	22	0,783	10	21	0,792	75	97	0,026
282	CE2	5	22	0,783	11	23	0,771	94	122	0,221
328	CM2	20	87	0,130	50	104	0,042	70	91	0,091
187	CM1	6	26	0,739	10	21	0,792	90	117	0,169
334	CE2	9	39	0,609	18	38	0,625	34	44	0,558
	moyenne	13,67	59,44	0,473	30,11	62,89	0,493	74,78	97,11	0,136
	variance			0,096			0,104			0,027

Tableau n°7 : Résultats estimation échelle 0-100 des enfants avec troubles mathématiques

n° enfant	CLASSE	Ligne 1000								
		valeur	%	err.rel.	valeur	%	err.rel.	valeur	%	err.rel.
Valeurs		350	100	val.abs.	675	100	val.abs.	912	100	val.abs.
017	6e	600	171	0,714	800	119	0,185	900	99	0,013
069	CM1	90	26	0,743	95	14	0,859	1001	110	0,098
070	CM1	100	29	0,714	700	104	0,037	800	88	0,123
072	CM1	70	20	0,800	300	44	0,556	899	99	0,014
096	CM2	10	3	0,971	199	29	0,705	999	110	0,095
282	CE2	15	4	0,957	700	104	0,037	983	108	0,078
328	CM2	80	23	0,771	500	74	0,259	900	99	0,013
187	CM1	10	3	0,971	83	12	0,877	996	109	0,092
334	CE2	22	6	0,937	43	6	0,936	45	5	0,951
	moyenne	110,78	31,67	0,842	380	56,22	0,495	835,89	91,89	0,164
	variance			0,012			0,121			0,079

Tableau n°8 : Résultats estimation échelle 0-1000 des enfants avec troubles mathématiques

Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 11 s'étendent de 73% à 145%. En moyenne, le point est légèrement surestimé (108%). La moyenne des erreurs relatives est supérieure à celle des enfants tout-venants, alors que la variance est identique.
Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 14 s'étendent de 71% à 121%, la moyenne est très proche de la valeur réelle (101,44).
Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 23 s'étendent de 22% à 130%. La valeur 5 correspondant à 22% n'est pas anecdotique, puisqu'elle est citée trois fois. La moyenne des erreurs est moindre que celle des enfants typiques, la moyenne des erreurs relatives est plus grande et les variances sont sensiblement les mêmes.
Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 48 s'étalent de 19% à 146%. Elle est largement sous- évaluée (63% en moyenne), soit vingt points de moins que la moyenne des typiques. Les erreurs relatives sont doublées et la variance est plus élevée.
Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 77 s'étendent de 44 à 122%. La moyenne des erreurs relatives est sensiblement la même et la variance est moindre.
Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 350 s'étendent sur la large palette de 3% à 171%. Là, encore, elle est largement sous-évaluée en moyenne (moins du tiers de la valeur réelle). Un seul enfant indique un nombre supérieur à 350 (600). Cela explique une variance très faible (0,01) et une moyenne des erreurs relatives très élevée.
Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 675 s'étendent de 6% à 119%, pour une moyenne de 56,22%, largement inférieure à celle des participants tout-venants. Les moyennes des erreurs relatives et leur variance sont le double de celles du groupe contrôle.
Les résultats de la tâche d'estimation du nombre 912 s'étendent de 5% à 110%. Cette large étendue se compose en fait d'un unique 5%, le reste des propositions variant entre 88 et 110%, ce qui donne au final une moyenne de 92%. A noter une proposition de 1001, soit une valeur supérieure à la ligne repère. Les moyennes et erreurs relatives sont proches de celles des participants tout-venants.

5.1.2. Les tâches de production de longueurs

Les résultats de la tâche de production de la longueur 5 sur une échelle de 0 à 20 s'étirent de 58% à 145%. Au final, elle est très légèrement surestimée (103,44%). La moyenne des erreurs relatives est multipliée par 6 par rapport à celle des élèves tout-venants, quand les variances sont proches.

n° enfant	CLASSE	Ligne 20								
		cm	%	err.rel.	cm	%	err.rel.	cm	%	err.rel.
VALEURS		4,33	100	val.abs.	7,79	100	val.abs.	12,98	100	val.abs.
017	6e	5	115	0,155	9	116	0,155	16	123	0,233
069	CM1	4,7	109	0,085	10	128	0,284	11	85	0,153
070	CM1	4	92	0,076	7,9	101	0,014	11,6	89	0,106
072	CM1	3,8	88	0,122	9,3	119	0,194	13,8	106	0,063
096	CM2	6,3	145	0,455	7,8	100	0,001	11,5	89	0,114
282	CE2	4,2	97	0,030	8,4	108	0,078	11,3	87	0,129
328	CM2	4,7	109	0,085	7,7	99	0,012	11,2	86	0,137
178	CM1	5,1	118	0,178	7,6	98	0,024	11	85	0,153
334	CE2	2,5	58	0,423	3,7	47	0,525	11	85	0,153
		4,48	103,44	0,179	7,93	101,78	0,143	92,78	92,78	0,138
				0,021			0,027			0,002

Tableau n°9 : Résultats placement échelle 0-20 des enfants avec troubles mathématiques

n° enfant	CLASSE	Ligne 100								
		cm	%	err.rel.	cm	%	err.rel.	cm	%	err.rel.
VALEURS		2,94	100	val.abs.	10,21	100	val.abs.	14,36	100	val.abs.
017	6e	1,5	51	0,490	9,1	89	0,109	15,9	111	0,107
069	CM1	8,5	289	1,891	8,7	85	0,148	12,9	90	0,102
070	CM1	15,4	524	4,238	19,9	195	0,949	20,7	144	0,442
072	CM1	1,7	58	0,422	9,7	95	0,050	13,8	96	0,039
096	CM2	7,6	259	1,585	11,1	109	0,087	14,6	102	0,017
282	CE2	10,2	347	2,469	8,4	82	0,177	11,1	77	0,227
328	CM2	1,5	51	0,490	8,5	83	0,167	15,2	106	0,058
178	CM1	8,9	303	2,027	12,3	120	0,205	15,6	109	0,086
334	CE2	5,3	180	0,803	18,4	180	0,802	28,2	196	0,964
		11,79	229,11	1,602	114,56	115,33	0,299	8,39	114,56	0,227
				1,386			0,098			0,083

Tableau n°10 : Résultats placement échelle 0-100 des enfants avec troubles mathématiques

Les résultats de la tâche de production de la longueur 9 sur une échelle de 0 à 20 vont de 47 à 128%. Ils sont très légèrement surévalués, quand les enfants typiques les sous-évaluent plus nettement.

Les résultats de la tâche de production de la longueur 15 sur une échelle de 0 à 20 sont regroupés de 85% à 123% pour une moyenne de 92,78%, meilleure que celle des enfants tout-venants. La variance est exceptionnellement faible (0,01).

Les résultats de la tâche de production de la longueur 17 sur une échelle de 0 à 100 s'étirent de 51% à 524%. La tâche est en moyenne plus que doublée (229%). Aucune proposition n'est approchante de la valeur réelle (propositions les plus proches à 58% pour la portion inférieure et 180% pour la partie supérieure). La moyenne des erreurs relatives et leur variance sont doublées.

Les résultats de la tâche de production de la longueur 59 sur une échelle de 0 à 100 s'étirent de 82% à 195%. La majorité des suggestions est comprise entre moins vingt et plus vingt points (seules deux propositions sont à 120 et 180). Malgré cela, les moyennes des erreurs relatives et les variances sont nettement supérieures à celles des participants tout-venants.

Les résultats de la tâche de production de la longueur 83 sur une échelle de 0 à 100 s'étirent de 77% à 196% pour une moyenne de 114%, alors que la moyenne des longueurs produites par les enfants sans troubles mathématiques reconnus est égale à 100% de la longueur attendue. Nous observons les mêmes rapports pour la moyenne des erreurs relatives et des variances.

Les résultats de la tâche de production de la longueur 210 sur une échelle de 0 à 1000 s'étirent de 80% à 501%, en excluant là aussi un enfant qui n'a pas répondu à cet item. En ce qui concerne la moyenne, la moyenne des erreurs relatives et la variance, les tendances relevées pour la population typique sont amplifiées.

Les résultats de la tâche de production de la longueur 520 sur une échelle de 0 à 1000 s'étirent de 50% à 544%. La tâche est davantage surestimée (moyenne de 172%) que par la population sans trouble. De même, la moyenne des erreurs relatives et la variance accentuent à l'extrême la tendance dessinée par cette population contrôle.

Les résultats de la tâche de production de la longueur 890 sur une échelle de 0 à 1000 sont resserrés de 84% à 133%, en excluant le même enfant qui n'a pas répondu à cet item. Seule une proposition à 133% est supérieure à la longueur attendue, les autres variant entre 84 et 96%. La proximité avec la valeur finale de l'échelle pourrait expliquer ces résultats proches de la valeur attendue sans la dépasser.

n° enfant	CLASSE	Ligne 1000								
		cm	%	err.rel.	cm	%	err.rel.	cm	%	err.rel.
VALEURS		15,4	100	val.abs.	3,63	100	val.abs.	9	100	val.abs.
017	6e	13,1	85	0,149	2,9	80	0,201	4,5	50	0,500
069	CM1	14,8	96	0,039	11,3	311	2,113	10,5	117	0,167
070	CM1	20,5	133	0,331	18,2	501	4,014	20,4	227	1,267
072	CM1	14	91	0,091	10,4	287	1,865	12,8	142	0,422
096	CM2	14,1	92	0,084	7,8	215	1,149	10,5	117	0,167
282	CE2	14,6	95	0,052	7,4	204	1,039	8,2	91	0,089
328	CM2	14,5	94	0,058	6,2	171	0,708	12,7	141	0,411
178	CM1	13	84	0,156	11,3	311	2,113	11,2	124	0,244
334	CE2	0	0	1,000	0	0	1,000	49	544	4,444
		172,56	85,56	0,218	12,22	231,11	1,578	98,67	172,56	0,857
				0,084			1,117			1,719

Tableau n°11 : Résultats placement échelle 0-1000 des enfants avec troubles mathématiques

n° enfant	CLASSE	Ligne verticale								
		cm	%	err.rel.	cm	%	err.rel.	cm	%	err.rel.
VALEURS		3,4	100	val.abs.	11,8	100	val.abs.	16,6	100	val.abs.
017	6e	7,7	226	1,265	12,5	106	0,059	16,7	101	0,006
069	CM1	7,3	215	1,147	10,8	92	0,085	16,5	99	0,006
070	CM1	9,6	282	1,824	12,4	105	0,051	15,1	91	0,090
072	CM1	2,6	76	0,235	11,4	97	0,034	16,9	102	0,018
096	CM2	6,2	182	0,824	9,5	81	0,195	15,3	92	0,078
282	CE2	3	88	0,118	9,6	81	0,186	15,1	91	0,090
328	CM2	4,3	126	0,265	11	93	0,068	16	96	0,036
178	CM1	7,2	212	1,118	13	110	0,102	17	102	0,024
334	CE2	6,7	197	0,971	19,8	168	0,678	19	114	0,145
			178,22	0,863		103,67	0,162		98,67	0,055
				0,283			0,036			0,002

Tableau n°12 : Résultats estimation échelle 0-100 verticale des enfants avec troubles mathématiques

Les résultats de la tâche de production de la longueur 17 sur une échelle verticale de 0 à 100 s'étirent de 76% à 282%. Elle est largement surestimée en moyenne (178%), la moyenne des erreurs relatives et leur variance sont supérieures chez les enfants avec troubles mathématiques.

Les résultats de la tâche de production de la longueur 59 sur une échelle verticale de 0 à 100 s'étirent de 81% à 168% avec une moyenne proche de la valeur réelle (103%). Ici aussi, les moyennes des erreurs relatives et la variance sont supérieures à ce qui est constaté chez les participants tout-venants.

Les résultats de la tâche de production de la longueur 83 sur une échelle verticale de 0 à 100 sont concentrés autour de la valeur réelle : de 91% à 114%. En moyenne, la tâche est très légèrement sous-évaluée (98,67%), tout comme chez les élèves tout-venants. En revanche, la variance, très basse, est moindre chez ces enfants avec troubles mathématiques.

5.1.3. Confrontation aux résultats des enfants tout-venants

Pour la majorité des items, les tendances relevées dans notre population ayant servi à construire l'étalonnage sont retrouvées, elles sont même amplifiées. Ce fait concerne en premier lieu le sens de l'estimation et du placement (sur ou sous-évaluation). C'est seulement pour les items 9 (placement) et 7 (estimation) que les résultats des enfants dyscalculiques divergent avec ceux des enfants typiques.

Concernant la justesse de l'estimation ou du placement, là encore, l'inclinaison dessinée par la population tout-venant est confirmée par les enfants dyscalculiques et elle est grossie dans 17 cas sur 21 : pour les items pour lesquels les sujets lambda obtiennent une moyenne proche de 100%, les sujets dyscalculiques obtiennent également de très bons résultats (exemples : items 59 et 83 sur la ligne verticale, item 77 en estimation) et inversement, quand la moyenne des enfants tout-venants s'écarte de 100%, celle des enfants dyscalculiques s'en éloigne encore plus. C'est le cas pour les items 210 (191% et 231%), 17 (142% et 178%), 520 (119% et 172%) en placement, les items 23 (79% et 59%), 48 (84% et 62%), 350 (58% et 31%), 675 81% et 56%) en estimation.

Il arrive que la performance des élèves avec troubles mathématiques soit meilleure que celle des autres : items 14 et 77 en estimation, items 15 et 83 en placement. Un enfant peut en effet avoir des troubles en logico-math sans perturbation au niveau de la magnitude des nombres ; c'est ainsi le cas dans les cas de dyscalculie de type procédural, ou même chez des enfants dysphasiques.

Ce type de conclusion est concordant avec plusieurs études récentes qui ont montré que les enfants dyscalculiques ont des difficultés à traiter les grands nombres présentés analogiquement sur plusieurs types de tâches et pour plusieurs tranches d'âge. La difficulté se manifeste par l'absence de précision ou le besoin de davantage de temps : Desoete, Ceulemans, De Weerdt et Pieters (2012) avec des enfants de 5-6 ans sur une tâche de comparaison de nuages de points ; Ferreira *et al.* (2012) avec des enfants de 10-11 ans dans une tâche de comparaison de nombres présentés analogiquement ; Mazzocco, Feigenson et Halberda (2011) avec des adolescents de 14-15 ans dans une tâche d'estimation de nuages de points.

Parmi les réponses des enfants dyscalculiques, on retrouve les erreurs décrites dans la partie analyse de données en plus grande proportion que pour la population tout-venant. Chacun des 9 enfants concernés produit au moins un type d'erreur et la majorité (8) en cumule plusieurs. Parmi les erreurs, on rencontre tous les types d'erreurs : les réponses incohérentes entre elles (8 occurrences), l'absence de changement d'échelle (7 occurrences), les erreurs aberrantes (3 occurrences) et les erreurs de logique (2 occurrences).

En ce qui concerne les stratégies utilisées (détail des stratégies développé dans la partie discussion), elles sont difficiles à objectiver, car il s'agissait d'une passation collective. Nous pouvons tout de même déduire de l'observation des feuilles de rendu, le recours à la référence aux valeurs précédentes ou non. Dans le premier cas, les nombres sont barrés et les lignes sont tracées avec des reprises, quelques fois des lignes verticales en pointillé sont même tracées pour relier chaque segment. Dans le second cas, des erreurs incohérentes entre elles sont présentes. Des indices attestant d'une stratégie de référence aux valeurs précédentes ont été retrouvés chez quatre enfants. Pour quatre autres élèves, il est certain que les valeurs précédentes ne constituent pas un modèle pour eux et qu'ils ne font pas de comparaison entre chaque item. Il est à noter que le même participant pourra recourir à cette stratégie et donner pour d'autres items des réponses aberrantes. Le repérage digital est utilisé par une enfant qui fera l'objet d'une étude de cas, dans laquelle nous remarquerons que l'utilisation des doigts n'est pas classique et ne constitue donc pas une aide pour ce type de tâche. Les réponses faisant appel à des nombres repères ne sont présentes qu'à de rares occasions. **Cela montre que les sujets dyscalculiques mettent peu en œuvre de stratégies efficientes et quand ils le font, leur usage n'est pas stable**.

5.2. Charles

5.2.1. Présentation du patient

Charles est âgé de 11 ans, 9 mois au moment de la passation. Il est en classe de 6e. Il est suivi depuis ses 9 ans pour dysorthographie et dyscalculie.

Le bilan initial daté de 2012 faisait état d'un raisonnement logico-mathématique hétérogène. Les notions de conservation, de comparaison et d'inclusion correspondaient au niveau attendu pour les enfants de son âge, elles n'ont pas été évaluées à nouveau. Celles de classification et les notions numériques (dénombrement, connaissances scolaires telles que la chaîne numérique, la multiplication, …) étaient inférieures au niveau attendu pour son âge. Certaines difficultés (notamment dénombrement en pointant) pouvaient être en lien avec le trouble psychomoteur et les difficultés visuelles.

Le bilan d'évolution a été établi en octobre 2014. Le domaine logico-mathématique a été évalué à l'aide de l'UDN II (Utilisation Du Nombre, Meljac et Lemmel, ECPA, 1999) et de « Tout compte fait » (Ménissier, Orthoéditions, 2007). Il a été complété par le TCS (Test de Compréhension Syntaxique, Maeder, Orthoéditions, 2006).

- ✓ Au niveau des classifications : il n'y a pas eu de progression depuis le bilan précédent, c'est une notion à développer, Charles ne parvient pas à isoler un seul critère.
- ✓ Au niveau de l'utilisation du nombre : la notion est acquise, mais le comptage n'est pas correct et fausse l'exercice.
- ✓ Au niveau du calcul additif : Charles est très lent pour résoudre des opérations simples mentalement. Avec des jetons, il ne parvient pas à expliquer comment procéder, il a beaucoup de mal à s'organiser pour placer les jetons, en ajouter ou en enlever. Il ne joue pas l'opération, mais la résout mentalement, puis met des tas de jetons côte à côte. Il n'y a pas d'évolution depuis le bilan précédent.
- ✓ Au niveau de la compréhension de lecture, Charles est dans la moyenne des enfants de son âge pour toutes les épreuves, mais le temps de réalisation est trop long.

Au vu des résultats et devant le peu d'évolution dans l'acquisition des compétences de raisonnement logique, le diagnostic de trouble structurel du raisonnement logico-mathématique, type dyscalculie a été posé.

Les objectifs de prise en charge sont les suivants : développer le tri, la classification, perfectionner le dénombrement, l'organisation et travailler sur le sens des opérations. Des

estimation	item		réponse	erreur relative	percentiles
0-20	7		7	0,000	100
	11		10	-0,091	85
	14		13	-0,071	72
0-100	23		30	0,304	26
	48		43	-0,104	32
	77		80	0,039	83
0-1000	350		600	0,714	64
	675		800	0,185	76
	912		900	-0,013	96
production	item	cm attendus	réponse en cm	erreur relative	**percentiles**
0-20	5	4,33	5	0,155	45
	9	7,79	9	0,155	22
	14	12,98	16	0,233	9
0-100	17	2,94	1,5	-0,490	20
	59	10,21	9,1	-0,109	30
	83	14,36	15,9	0,107	22
0-1000	210	3,63	2,9	-0,201	56
	520	15,4	13,1	-0,149	21
	890	9	4,5	-0,500	1
vertical	17	3,4	7,7	1,265	15
	59	11,8	12,5	0,059	52
	83	16,6	16,7	0,006	89

Tableau n° 13 : Résultats Charles

aménagements au collège ont été proposés : diminuer la charge de travail, lire les consignes à voix haute et s'assurer qu'elles sont bien comprises, encourager la verbalisation de la démarche, se montrer patient face à sa lenteur. En classe, Charles bénéficie d'une AVS, qui est présente en cours de mathématiques et de français. Elle n'était pas présente lors de la passation du test.

5.2.2. Résultats (Tableau 13)

Dans les tableaux d'étalonnage, les erreurs positives et négatives sont mises sur le même plan d'égalité, elles réfèrent aux mêmes percentiles. Il est nécessaire d'effectuer une analyse qualitative concernant les sur ou sous estimations.

5.2.2.1. Estimation

- ✓ sur la ligne de 0 à 20, Charles propose pour les nombres 14 et 11, un écart de une unité en plus seulement. Il réussit parfaitement le dernier item. Les trois items sont dans la norme.
- ✓ sur la ligne de 0 à 100, Charles surestime le premier et le dernier item, il sous-estime le deuxième item. Les trois items sont dans la norme.
- ✓ sur la ligne de 0 à 1000, Charles surestime le premier et le deuxième item, puis réussit le dernier item. Les trois items sont largement au-dessus de la moyenne.
- ✓

5.2.2.2. Production

- ✓ Sur la ligne de 0 à 20, Charles surestime successivement les valeurs de 15, 16 et 23 points, l'item est sous le percentile 10.
- ✓ Sur la ligne de 0 à 100, Charles sous-estime d'abord de moitié le premier item et de 11 points le deuxième item. Puis, il surestime le dernier item de 11 points. Les 3 items sont dans la norme.
- ✓ Sur la ligne de 0 à 1000, Charles place l'item 210 à 20% en-dessous de la place réelle, l'item 520 à 15% en dessous et l'item 890 à la moitié. Les deux premiers items se situent dans la norme, le 3^{e} au centile 1.
- ✓ Concernant l'échelle verticale, Charles n'utilise pas la base à 0 pour commencer sa ligne, mais sa propre base, qu'il situe plus haut et qu'il élève avec la progression des items. Le nombre 17 est plus que doublé, ce qui donne un percentile de 15 dans la zone fragile. Les nombres 59 et 83 sont réussis (percentiles à 52 et 89).

5.2.3. Analyse

Les résultats pour l'estimation sont plutôt homogènes, l'épreuve est particulièrement bien réussie. En placement, les deux items situés au percentile 1 ou inférieur au centile 10 concernent le plus grand nombre de deux échelles horizontales. Charles éprouve donc des difficultés avec les grands nombres. La ligne numérique mentale serait encore de type compressée.

5.2.3.1. Stratégie utilisée

S'agissant d'une passation collective, il n'a pas été possible d'isoler les stratégies utilisées par Charles lors de la passation. Nous notons toutefois que certaines valeurs sont barrées, ce qui montre une analyse de ses propres productions et un rétrocontrôle par rapport aux valeurs précédentes.

5.2.3.2. Les tracés aberrants

En estimation de la longueur 350, Charles inscrit 600, soit un quasi doublement de la valeur initiale.

En production, il n'y a pas de tracé aberrant, mais l'association de deux tracés peut sembler très surprenante : le nombre 210 est abaissé de 20 points, alors que le nombre 520, le suivant chronologiquement lors de la passation, est estimé à la moitié de sa valeur. Visuellement, on remarque que 520 fait moins du double de 210.

5.2.3.3. Echelle horizontale versus échelle verticale

Les comportements concernant le nombre 17 sont à l'opposé l'un de l'autre. Sur l'échelle verticale, le nombre est surévalué de plus du double (226%), alors que sur l'échelle horizontale, il est sous-évalué de moitié (51%). La magnitude de ce nombre n'est pas correctement appréhendée dans les deux cas. Pour les deux autres nombres, 59 et 83, la représentation verticale est la plus efficiente (écarts de 6 et 1 points en plus au lieu de respectivement 11 points en moins et en plus).

Nous pouvons conclure à un sens du nombre relativement performant chez Charles et à une relative bonne compréhension de la magnitude du nombre, **compréhension qui va toutefois en se dégradant pour les nombres les plus grands de chaque échelle et qui n'est pas**

stable. Pour les petits nombres, cela va dans le même sens que les conclusions des comptes rendus des bilans logico-mathématiques déjà passés. Ils avaient conclu à une dyscalculie liée à un déficit des compétences logiques. Pour les grands nombres, cet aspect n'avait pas été exploré par les bilans et cela montre ainsi l'intérêt d'avoir des outils pour évaluer la compréhension de la magnitude des grands nombres.

5.3.Louane

5.3.1. Présentation de la patiente

Louane est âgée de 9 ans, 4 mois. Elle est en classe de CE2 (elle a été maintenue une année en CE1). Elle a été suivie en orthophonie pour des difficultés d'acquisition du langage écrit pendant la période d'avril 2012 à juillet 2013. Ces difficultés ont évolué dans un sens favorable. La prise en charge a mis en lumière des difficultés de compréhension des énoncés lus et des difficultés d'ordre logique. Elle est suivie en orthophonie pour retard en logico-mathématique depuis septembre 2013. Le compte-rendu du bilan logico-mathématique initial, daté du 29 août 2013, évalué à l'aide de l'UDN II fait ressortir les éléments suivants :

- Au niveau des classifications : le niveau de compétences est inférieur à celui attendu à l'âge de Louane, elle ne parvient pas à dégager un seul critère, ni à classer les objets selon ce seul et même critère.
- Au niveau des conservations : Louane est en retard dans ces domaines, aussi bien pour la substance que pour les longueurs (compétences normalement acquises à 7 ans).
- Au niveau des comparaisons : la comparaison de quantités est acquise ; concernant la modification de quantités, Louane est à un niveau intermédiaire, elle parvient à trouver les deux tiers des solutions. Ces compétences sont normalement acquises à 7 ans. La transformation de quantités n'est pas acquise, ce qui est normal à son âge (compétences normalement acquises à 9 ans).
- Au niveau de l'utilisation du nombre, Louane utilise bien le nombre lorsque c'est nécessaire (compétences normalement acquises à 6 ans).

Au vu des résultats, le diagnostic orthophonique est un retard en logico-mathématique, notamment dans des domaines de la conservation et des classifications. Louane n'arrive pas à se décentrer pour changer de point de vue et a du mal à prendre du recul pour analyser les demandes qui lui sont adressées.

Le projet thérapeutique porte sur la classification (via la manipulation de matériel), afin qu'elle parvienne à dégager un critère elle-même ; sur les conservations ; sur la flexibilité mentale (changer de point de vue, se décentrer, …). Des aménagements scolaires ont été préconisés : donner une seule consigne à la fois, s'assurer qu'elle a bien compris la consigne en la faisant reformuler, … La prise en charge a porté essentiellement sur le domaine logique. Le bilan de renouvellement du 27 août 2014 montre les éléments d'évolution suivants :

- La conservation n'a pas évolué, Louane avance les mêmes justifications que l'année précédente.
- Le domaine de la classification est acquis, le changement de critère ne pose plus de problème.
- La sériation est acquise.
- L'utilisation du nombre : Louane compte sur un petit support (9 éléments), puis s'aide des couleurs et ne compte plus.
- La comparaison : Louane ne cherche pas d'autres solutions.
- Les connaissances : la dictée et la lecture de nombres supérieurs à 100 se révèlent difficiles, le dénombrement est chuté.

Louane n'évoque pas ses difficultés scolaires. Certains signes montrent qu'elle en est consciente (pleurs, maux de ventre au moment d'aller à l'école). Quand on lui pose la question lors de la prise en charge, elle nie rencontrer des difficultés.

5.3.2. Passation

La passation s'est déroulée en individuel pour Louane lors de deux séances orthophoniques en février 2015. Le temps de passation a été excessivement long comparativement à une classe de CE2. Comme c'était une passation individuelle, nous lui avons posé quelques questions en fin de test en rapport avec les tracés présentés.

5.3.3. Résultats (Tableau 14)

5.3.3.1. Estimation

- ✓ Sur la ligne de 0 à 20, Louane surestime les deux plus petits nombres et sous-estime le plus grand. Elle obtient un percentile inférieur à 15 pour l'item 11.
- ✓ Sur la ligne de 0 à 100, Louane sous-estime les trois nombres. Elle obtient un percentile inférieur à 15 pour l'item 77.

estimation	item		réponse donnée	erreur relative	percentiles
0-20	7		8	0,143	89
	11		16	0,455	12
	14		10	-0,286	23
0-100	23		9	-0,609	47
	48		18	-0,625	35
	77		34	-0,558	14
0-1000	350		22	-0,937	0
	675		43	-0,936	0
	912		45	-0,951	0
production	item	cm attendus	réponse en cm	erreur relative	**percentiles**
0-20	5	4,33	2,5	-0,423	20
	9	7,79	3,7	-0,525	7
	15	12,98	11	-0,153	47
0-100	17	2,94	5,3	0,803	63
	59	10,21	18,4	0,802	0
	83	14,36	28,2	0,964	0
0-1000	210	3,63	-	-	-
	520	15,4	-	-	-
	890	9	49	4,444	0
vertical	17	3,4	6,7	0,971	47
	59	11,8	19,8	0,678	0
	83	16,6	19	0,145	0

Tableau n° 14 : Résultats Louane

- ✓ Sur la ligne de 0 à 1000, Louane sous-estime les trois nombres. Il est visible qu'elle n'a pas opéré de changement d'échelle. Elle est sur le percentile 0.
- ✓

5.3.3.2. Production

- ✓ Sur la ligne de 0 à 20, Louane place les deux petits nombres à une longueur d'environ la moitié de leur longueur réelle. Le troisième nombre est placé à une place située à 15 points en dessous de la place réelle. Elle obtient un percentile inférieur à 15 pour l'item 9.
- ✓ Sur la ligne de 0 à 100, les items 59 et 83 sont placés à l'extérieur du cadre imposé par la ligne étalon et obtiennent 0 percentile.
- ✓ Sur la ligne de 0 à 1000, Louane ne place pas les deux premiers nombres, malgré nos encouragements à le faire. Elle dit « je ne peux pas, je n'ai pas de solution ». Pour le dernier nombre, Louane le situe à 544% de sa longueur correspondante réelle. Elle trace deux lignes et une moitié de ligne. Elle est la seule à procéder de cette manière parmi le panel d'enfants constituant la population. Cela correspond à un percentile de 0.
- ✓ Sur la ligne verticale, Louane place le nombre 17 au double de sa place réelle, le nombre 59 à 68 points au-delà de sa place réelle et le nombre 83 à 14 points de sa place réelle. Elle commet une erreur quand elle doit lire le nombre 59, il est lu 69, cela correspond au percentile 8 dans le niveau CE2. L'item 83 correspond au percentile 0.

5.3.4. Analyse

Les résultats sont aléatoires : certains sont réussis (8/21) et d'autres sont très éloignés des valeurs attendues. Louane se situe sur le percentile 0 pour six items, qui sont des grands nombres ou des nombres les plus grands sur leur échelle. Elle se place dans une zone fragile pour cinq items, qui concernent les nombres médians ou supérieurs dans leur échelle. Il y a une dégradation en fonction de la grandeur des nombres. Les nombres les plus petits dans leur échelle semblent poser moins de difficultés, mais aucune échelle n'est parfaitement maîtrisée. Son sens des nombres est largement atteint et particulièrement en ce qui concerne les grands nombres jusqu'à 1000.

5.3.4.1. Les stratégies utilisées

Comme bon nombre de ses pairs, Louane utilise les doigts pour s'aider lors de ces tâches. Nous notons cependant qu'elle ne les utilise pas de manière efficiente. Lors des tâches de production, elle s'aide des doigts en les prenant dans le sens de la longueur, alors que les autres enfants les utilisent dans le sens de la largeur. Cette façon de faire rend la manipulation malaisée et elle en tire moins profit. Surtout, nous ne savons pas quelle est la représentation mentale associée à cette utilisation.

Lors de la tâche de placement de nombres, elle trace la ligne par à-coups, en comptant. L'hypothèse que nous posons est la suivante : elle utilise l'unité de mesure du centimètre et chaque trait de crayon correspond dans son esprit à 1 cm.

Le passage entre les différentes échelles montre l'absence de flexibilité mentale, puisqu'elle n'ajuste pas sa stratégie et continue de compter en avançant de la même distance pour une unité.

Elle se réfère à la fin de la ligne quand c'est nécessaire.

5.3.4.2. Les tracés aberrants

Sur l'échelle verticale, le nombre 59 est situé à deux millimètres en dessous de la fin de l'échelle 100, plus proche de 100 que le nombre 83. C'est seulement quand nous lui faisons remarquer ces deux particularités que Louane s'aperçoit que ce n'est pas possible et s'apprête à modifier sa production. Quand nous lui demandons quels nombres pourraient être placés entre le nombre 83 et le nombre 100, elle nous donne plusieurs réponses : « 99 » ; « on ne peut pas » et « 1 ». Nous notons une fuite des idées : elle change de sujet rapidement quand elle se trouve en difficulté.

Louane effectue un tracé hors du cadre pour l'item 520 : elle trace deux lignes et une moitié de ligne. Elle est la seule à procéder de cette manière parmi le panel d'enfants constituant la population. Cela révèle une absence de prise en compte de la consigne.

5.3.4.3. L'absence de réponse

L'absence de réponse pour deux items peut nous éclairer sur le comportement d'autres enfants n'ayant pas répondu à l'un des items. A l'origine, nous pensions qu'il s'agissait d'un manque de temps ou d'une erreur d'inattention. Il pourrait s'agir en fait comme pour Louane d'une incompréhension de la consigne donnée par inhibition de l'information selon laquelle il ne faut pas se référer à l'unité de mesure couramment utilisée en classe, le centimètre.

En conclusion, la manière dont Louane répond à ce test est conforme aux observations lors des activités de rééducation, c'est-à-dire **une difficulté prononcée pour appréhender les nombres**. Les bilans avaient montré des faibles connaissances des nombres supérieurs à 100 et un dénombrement difficile, cela se retrouve dans cette passation. Ces épreuves vont plus loin en nous renseignant sur son comportement face aux grands nombres. La prise en charge axée sur la logique, pourtant longue, n'ayant pas porté ses fruits, à la lumière de ces nouvelles informations, une réorientation vers la compréhension et l'utilisation du nombre serait à envisager.
L'absence de prise de recul explique qu'elle se réfère obligatoirement à une unité de mesure, que l'on devine être le centimètre, même s'il n'est pas appliqué de manière correcte. Elle utilise une unité connue, car apprise en classe. Ce déficit en changement de point de vue a déjà été observé lors du bilan et des activités proposées lors de la prise en charge.

A travers ces deux études de cas, nous constatons que, grâce à ces épreuves d'estimation et de placement de nombres, nous obtenons des informations supplémentaires par rapport aux épreuves traditionnelles des bilans logico-mathématiques classiques, notamment en ce qui concerne les grands nombres. Ces informations vont dans le même sens que celles décrites dans les bilans, elles précisent le comportement adopté par les enfants et permettent d'ajuster au plus près les axes thérapeutiques.
Les enfants en difficultés mathématiques utilisent de manière préférentielle des stratégies moins efficaces que celles choisies par les enfants tout-venants et quand ils utilisent les mêmes, ils le font de manière moins efficace. L'usage de stratégies n'est pas stable. Il y a coexistence pour le même enfant d'éléments indiquant le recours à des stratégies, principalement la référence aux valeurs précédentes et d'erreurs incohérentes entre elles, manifestant une absence de comparaison entre les productions. Cependant les observations cliniques lors des passations laissent à penser que ces stratégies ne sont pas systématiquement efficientes et que leur efficacité est dépendante du degré de performance en mathématiques. **La question se pose de savoir si c'est l'utilisation de stratégies moins efficaces que les autres qui empêchent les bonnes performances ou si ce sont les moindres compétences d'ordre mathématique qui conduisent à des choix de stratégies moins efficaces ?**

DISCUSSION

Le protocole a été élaboré dans le but d'observer l'évolution des représentations numériques en fonction de l'âge et de proposer un outil d'évaluation de la ligne numérique mentale. Dans un premier temps, nous dégagerons les stratégies utilisées dans les réponses aux différentes tâches. A la lumière de ces nouveaux éléments, nous reviendrons sur les hypothèses qui sous-tendent notre travail. Nous expliquerons ensuite les limites de notre étude et ses apports dans la pratique orthophonique.

1. LES STRATEGIES UTILISEES DANS LES REPONSES AUX DIFFERENTES TACHES

Certaines stratégies reviennent régulièrement dans la réalisation des tâches. Leur repérage a surtout une dimension qualitative. Il est à noter qu'elles ne sont pas forcément conscientes, en tout cas, elles sont difficilement verbalisables par la majorité des enfants, ceux-ci ne s'en rendant souvent compte que lorsque la stratégie utilisée est décrite et explicitée par un camarade. De même, elles ne sont pas en concurrence les unes avec les autres, mais peuvent être utilisées simultanément par le même enfant. L'utilisation de méthodes est en lien avec le développement cognitif.

Il est à noter que l'interdiction des instruments de mesure perturbe considérablement les groupes sur deux points :

- ✓ Ils imaginent pouvoir répondre plus facilement aux questions grâce à une règle. Or ce ne serait pas forcément le cas, l'utilisation de la règle requérant l'usage de la « règle de trois », qui n'est pas encore apprise explicitement à ces âges, ni valablement maîtrisée a fortiori.
- ✓ Le tracé d'une ligne sans règle ne correspond pas à ce que l'on attend d'eux habituellement en classe, où l'attention se porte plus volontiers sur le système numérique précis.

1.1. Le repérage digital

L'utilisation des doigts est l'une des stratégies les plus fréquemment utilisées lors des passations. C'est un élément bien établi dans la littérature. Elle suit une évolution développementale. Les individus les emploient pour :

- ✓ La représentation des quantités, donc les petites quantités par la force des choses : tout (petit) nombre peut être associé analogiquement à un ensemble de doigts : une collection-témoin de doigts (Brissiaud, 1994), ce qui constitue une aide pour construire le nombre, c'est-à-dire pour se représenter des quantités.

- ✓ Le pointage des nombres pour les dénombrer, cela peut se faire visuellement ou manuellement.
- ✓ La résolution de problèmes en appui du raisonnement et éventuellement d'une représentation graphique (Siegler (1987)).

Les doigts pourraient jouer un rôle crucial dans le développement des compétences arithmétiques, tant procédurales que déclaratives. Ils sont associés par les enfants à des configurations. Les mouvements et les positions des doigts sont très souvent associés à des significations numériques. L'utilisation des doigts contribuerait donc à l'élaboration de procédures et/ou de représentations numériques. L'acquisition des capacités numériques serait perturbée lorsque les représentations digitales ne se développent pas normalement. Par ailleurs l'utilisation des doigts dans le domaine des mathématiques est une pratique encouragée par le système scolaire, tout au moins en début d'apprentissage.

Les travaux de Gerstmann (1940) chez l'adulte comme ceux plus récents de Rourke (1993) chez l'enfant en cours d'apprentissage attestent l'existence de relations étroites entre les gnosies digitales et les performances arithmétiques. Fayol, Barrouillet et Marinthe (2005) établissent le sens de la relation : la causalité va des gnosies digitales vers les connaissances arithmétiques. Toutefois le caractère nécessaire de l'utilisation des doigts n'a pas été établi. Les études d'entraînement sont trop rares pour attester que le recours aux doigts influe sur l'acquisition du nombre.

L'utilisation du doigt est bénéfique à plusieurs niveaux (Alibali et DiRusso, 1999) :

- ✓ C'est un geste actif, qui correspond à la manipulation.
- ✓ Ce geste permet d'alléger la mémoire de travail et par conséquent de libérer des ressources cognitives en les rendant disponibles pour d'autres traitements.

Ces bénéfices sont observés lors des passations, en effet, l'emploi des doigts y est de deux ordres :

- ✓ Soit les enfants prennent en compte la largeur d'un ou de plusieurs doigts et les déplacent horizontalement.
- ✓ Soit ils prennent un écartement, qu'ils reportent de ligne en ligne.

C'est donc une utilisation autre que celle décrite par la littérature, les doigts servant de substituts à l'instrument de mesure, sans en avoir la précision.

Cependant, l'usage inapproprié et prolongé des doigts au cours du développement chez les enfants présentant des difficultés en mathématiques reflète un besoin persistant d'aides

externes compensant probablement leurs déficiences à se représenter correctement les numérosités mentalement (Brissiaud, 1992).

1.2.L'utilisation de repères

L'usage de repères créés par les participants renvoie à la relation qu'entretiennent le nombre et l'espace. Rappelons que, d'après les résultats de neuroimagerie, ces deux domaines partagent les mêmes zones anatomiques. Ce procédé a sensiblement la même fréquence d'utilisation que le repérage digital. Il consiste à marquer la ligne vierge de traits représentant des repères pour l'enfant. Cela peut se faire à l'écrit ou de manière plus temporaire avec le crayon sans laisser de marques visibles.

Parmi ces repères, le plus utilisé est celui du milieu de la ligne. Le recours à un découpage en quartiles s'observe également. D'autres méthodes sont plus détaillées, comme le repérage de l'unité, objectivement possible uniquement sur l'échelle 0-20, mais utilisé parfois sur les autres échelles.

Quel rôle jouent les repères dans la représentation du nombre ?

Les effets des points de repère dans les représentations spatiales sont bien établies à la fois chez les enfants et chez les adultes. Selon Siegler et Thompson, qui en 2014 ont étudié le placement de repères concernant les nombres décimaux de 0 à 1, les effets du marquage se voient non seulement sur la ligne numérique mentale, mais également dans les tâches de comparaison numérique de magnitude et se retrouvent corrélés avec la réussite mathématique. Des auteurs, tels que Siegler et Opfer (2003) font état de points de référence qui correspondent à des nombres « ronds » tels que 5, 10, 20, 50 ou 100, ce que nous retrouvons dans notre étude. Ainsi l'enfant 24 en CE2 répond successivement dans l'estimation d'une longueur : sur l'échelle 0 à 20 : 5, 10 et 15 ; sur l'échelle 0 à 100 : 25, 50 et 75 et sur l'échelle 0 à 1000 : 250, 750, 800. L'hypothèse d'une estimation précise sur la ligne numérique implique une segmentation subjective de la ligne en quartiers. Ashcraft et Moore (2012) ont trouvé que l'estimation est plus précise pour les nombres proches du point du milieu. Lew (2011) suggère que les facteurs sources de précision sont d'une part la stabilité ressentie par les participants quant aux repères construits et leur place relative par rapport aux frontières de l'environnement.

Les stratégies suivantes sont moins décrites dans la littérature.

1.3. L'utilisation du début ou de la fin de la ligne en fonction du nombre cible

Il s'agit pour l'enfant de tracer la ligne demandée en prenant en référence visuelle le début ou la fin de la ligne. On peut rapprocher cette stratégie de celle de l'utilisation de repères, le début et la fin de ligne pouvant constituer un type de repère, stable, non construit par l'enfant, disponible de manière plus automatique pour lui. Le recours à la fin de la ligne a été montré par l'enregistrement des mouvements oculaires pendant une tâche de placement de nombres : les enfants passent davantage de temps à observer le milieu et la fin de la ligne (Schneider *et al*., 2009). L'observation attentive du début ou de la fin de ligne dépend de la valeur de l'item. Les participants sélectionnent l'un ou l'autre en fonction de sa proximité avec la valeur demandée. Dans notre étude, les résultats relativement bons enregistrés pour le placement du grand nombre 912 sur la ligne 0-1000 vont dans le même sens : la proximité avec 1000 permet de « cadrer » la proposition. Le nombre 83 en vertical engendre souvent cette technique et cela expliquerait en partie les bons résultats obtenus.

1.4. La référence aux valeurs précédentes

Certains enfants combinent cette méthode à celle des repères en reportant les repères établis pour la première ligne sur les autres lignes de la feuille, de manière plus ou moins heureuse. Le « modèle » peut être reporté par écrit ou seulement visuellement. Cette stratégie fait appel à la mémoire de travail, à la planification, c'est-à-dire aux projections dans le futur, à l'anticipation et au rétrocontrôle, qui se définit comme la vérification par comparaison entre le but à atteindre et le but atteint. Celui-ci n'est toutefois pas toujours efficace et peut laisser passer des erreurs incohérentes entre elles.

1.5. Les subvocalisations

De nombreux enfants subvocalisent avant de répondre par écrit. Ils font ainsi appel à la mémoire de travail en stockant les éléments nécessaires à la réflexion. Ils opèrent un transcodage spontané entre le nombre énoncé oralement (système auditivo-verbal), la quantité (système analogique) et le nombre en chiffres arabes (système visuel arabe). Ces subvocalisations font le lien entre les représentations analogiques et les représentations symboliques. Rappelons que, selon le modèle de Dehaene, seule la dimension analogique contient l'information sémantique du nombre.

2. CONFRONTATION AUX HYPOTHESES

Notre hypothèse de passage d'une représentation compressible à une représentation linéaire prend principalement pour appui les travaux menés par Chillier (2002) qui a montré, d'une part la présence d'un effet de grandeur relatif à la ligne numérique compressible présent à tous les âges concernés par son étude (de 6 à 9 ans) et d'autre part, l'accroissement des connaissances numériques digitales avec l'âge.

2.1. Hypothèse expérimentale 1

Les performances des enfants en estimation de longueur et en placement de nombres s'améliorent avec l'âge.

Cette hypothèse est validée. L'évolution des moyennes des erreurs relatives fait ressortir une amélioration nette en fonction de l'âge. Cette dernière est confirmée par la diminution de la variance : la dispersibilité des réponses est moindre au fur et à mesure de l'avancée en âge. Plus que l'âge, il semble que cela soit le niveau scolaire qui joue un rôle dans l'amélioration des performances. En cela, le concept de ligne numérique mentale serait très culturel. Ces résultats sont à rapprocher de ceux décrits par la littérature : les représentations des enfants sont d'abord très imprécises. Ensuite, elles deviennent de plus en plus fines (Opfer et Siegler, 2007). Booth et Siegler (2004) observent que les représentations de 0 à 100 s'inscrivent dans une fonction linéaire à partir de 6-7 ans. Les représentations de 0 à 1000 mettent davantage de temps à se préciser : pour les enfants de 7-8 ans, elles sont encore grossières et deviennent plus précises à partir de 9-10 ans. Lors du passage d'une estimation de 0 à 100 à une estimation de 0 à 1000 l'enfant retournerait à une représentation logarithmique pour les grandes numérosités qui ne lui sont pas encore familières. Selon Von Aster et Shalev (2007), la ligne numérique est fonctionnelle dès lors que l'enfant identifie les positions ordinales des nombres les uns par rapport aux autres.

Dans notre étude, l'amélioration des données n'est pas toujours constante (cf. l'augmentation de la variance en CM1 pour les trois lignes). Le processus ne serait donc pas continu et cela se traduit par une régression dans la dispersibilité. Nous avons pu mettre en évidence une rupture entre les CE2/ CM d'une part, et les CM2/6^{e} d'autre part, à travers l'analyse des variations interclasses des moyennes et des variances. Ces données statistiques concordent avec les constations empiriques faites lors des passations : les CE2 ont besoin de davantage de temps et d'explications avant et pendant les passations. Ils déploient davantage d'efforts

pour accepter l'idée qu'on ne fasse pas référence à une unité de mesure connue et matérialisée et que la valeur attribuée à la ligne puisse varier.

Nous relions ces constations aux connaissances scolaires : en CE1, on aborde les nombres jusqu'à 1000 (en fait 999) et en CE2, on va jusqu'au million. L'étude ayant lieu au premier trimestre, on peut considérer que les CE2 ont un niveau de fin CE1 et les CM1 un niveau de fin CE2. Ceci est cohérent avec le fait qu'ils assimilent progressivement les apprentissages, ils auraient besoin de temps pour construire les représentations mentales des plus grands nombres. On peut également opérer un parallèle avec l'acquisition de la chaîne numérique en ce qui concerne le dénombrement et dont le sens du nombre est un prolongement.

Nous associons également ces constats aux progrès dans les fonctions exécutives : pour les tâches d'inhibition, on observe des niveaux de maturité hétérogènes en lien avec les processus de filtrage, de suppression et de blocage distingués par Friedman et Miyake (2004) et des variations en lien avec la diversité des tâches proposées. Les recherches ont permis d'établir d'importants progrès pour les capacités d'inhibition par filtrage entre 6 et 10 ans (Klenberg *et al*., 2001), d'inhibition par suppression entre 10 et 12 ans (Passler, Isaac et Hynd, 1985) et d'inhibition par blocage entre 7 et 10 ans (Klenberg *et al.*, 2001) voire plus pour certaines tâches.

Les âges de maturité pour les tâches de flexibilité sont variables, mais on peut parler de progrès importants entre 10 et 12 ans (Klenberg, Korkman et Lahti-Nuuttila, 2001). Les capacités de planification quant à elles progressent de façon quasi-constante pendant la période scolaire avec, au niveau des capacités de résolution de problèmes, une progression entre 6 et 15 ans (Klenberg, Korkman, et Lahti-Nuuttila, 2001) et au niveau des capacités visuo-constructives (Figure de Rey) des progrès entre 11 et 12 ans (Anderson *et al.*, 2001).

2.2. Hypothèse expérimentale 2

Le versant compréhension sera mieux réussi que le versant production.

Au vu de nos expérimentations, le versant compréhension (tâche d'estimation) engendre des résultats meilleurs que le versant production (tâche de placement). Cela se vérifie sur la moyenne des erreurs relatives, tant en global qu'au niveau de chaque niveau scolaire et sur la variance, sauf pour les 6e pour cette dernière.

Pour formuler cette hypothèse, nous nous étions basée sur le constat que c'est le cas pour le langage oral : développementalement, la compréhension chez le petit enfant est plus précoce que la production (il comprend le discours avant de le produire). De la même manière, il comprend le nombre avant de le produire et de le manipuler.

L'effet de grandeur est plus clair et plus lisible sur la partie compréhension que sur la partie production. Est-ce à dire que ce versant compréhension est un meilleur indicateur de la magnitude du nombre et de sa compréhension ? Il faut noter toutefois que la production (tracé d'une ligne) fait appel à d'autres éléments tels que les capacités graphiques, qui sont moins mises en jeu dans la partie estimation (indication d'un nombre arabe). Il est possible qu'il y ait un décalage entre l'intention et le réalisé. Nous aurions pu minimiser cet aspect en demandant aux enfants non de tracer une ligne, mais d'indiquer un repère sur la ligne étalon existante. Il nous est cependant apparu que cela risquait d'engendrer d'autres problèmes de compréhension et qu'il était important de distinguer deux lignes, la ligne étalon et la ligne réponse pour éviter les confusions.

2.3. Hypothèse expérimentale 3

Les représentations numériques des enfants sont meilleures sur les petits nombres que sur les grands nombres. L'épreuve la plus réussie sera l'épreuve d'estimation des quantités sur l'échelle de 0 à 20 et l'épreuve la plus échouée sera l'épreuve de production des quantités sur l'échelle de 0 à 1000.

Cette hypothèse est validée : les enfants se représentent mieux les petits nombres que les grands. Au niveau des échelles, l'épreuve d'estimation sur l'échelle 0-20 est celle pour laquelle les participants obtiennent la meilleure moyenne des erreurs relatives, l'épreuve de placement des nombres sur l'échelle 0-1000 obtenant la moyenne des erreurs relatives la plus élevée. La validation de l'hypothèse est cependant à relativiser si on se place au niveau des items, car, si c'est bien l'item 210 (placement échelle 0-1000) qui recueille la moins

bonne moyenne, la meilleure moyenne concerne, non pas une tâche d'estimation, mais une tâche de placement pour l'item 83, tant sur la ligne horizontale que verticale.

L'échelle proposée revêt une grande importance. Ainsi les nombres 15 et 17 en production engendrent des comportements très différents, alors que ce sont deux nombres proches. Leur « statut » dans les épreuves n'est pas le même : 15 est considéré comme un grand nombre, car il est proposé sur l'échelle 0-20, tandis que 17, pourtant supérieur, est considéré comme un petit nombre, car présenté sur l'échelle 0-100. Les échelles 0-100 et 0-1000 fonctionnent de manière similaire par opposition à l'échelle 0-20, pour laquelle l'influence du système numérique précis se fait sentir.

Les études indiquent qu'il faut environ deux ans pour que les enfants soient capables d'estimer précisément la magnitude de nombres compris entre 0 et 100 et à nouveau deux ans pour faire de même pour les nombres entre 0 et 1000 (Booth et Siegler : 2006, Laski et Yu, 2014).

En observant les moyennes des erreurs relatives et leur variance calculées par échelle, nous constatons que les représentations numériques des enfants sont meilleures sur les petits nombres que sur les grands nombres. Ceci est visible sur la tâche d'estimation comme sur la tâche de placement. Seule la variance des CM1 pour l'échelle 0-1000 en production est meilleure que celle pour l'échelle 0-100. Nous pouvons faire l'hypothèse que cela est lié aux items en eux-mêmes : les items 520 et 890, de par leur proximité avec le milieu de la droite pour l'un et la fin de la droite pour l'autre, ont engendré une moindre dispersibilité des réponses pour ces élèves.

2.4. Hypothèse expérimentale 4

La ligne numérique horizontale est davantage typique des représentations numériques mentales que la ligne numérique verticale.

Dans la batterie Zareki-R, les tâches de placement de nombres proposées n'impliquent que des lignes verticales, alors que les études décrivent une ligne numérique mentale horizontale (Moyer et Landauer, 1967 ; Dehaene, 1992, Fias, Brysbaert, Geypens et d'Ydervalle, 1996). C'est pour faciliter la comparaison que nous avons proposé la même tâche et les mêmes items sur les deux types d'orientation.

Cette hypothèse est invalidée. Contrairement à ce que nous voulions démontrer, la moyenne des erreurs relatives est plus basse pour l'échelle verticale que pour l'échelle horizontale, de

même que la variance. Cette hiérarchie concerne tous les niveaux de classe. Elle se retrouve également quand on examine chaque item au niveau détaillé.

Notre interprétation de cette constatation peut se rapprocher de celle de Schneider, Grabner et Paetsch qui, dans un article de 2009 estiment que la ligne numérique mentale ne serait pas correctement représentée par une ligne numérique physique. Leur étude portait sur le lien entre la ligne numérique mentale, les connaissances conceptuelles mathématiques et la réussite scolaire. Pour eux, l'effet distance (comparer des nombres éloignés serait plus facile que comparer des nombres proches) et l'effet SNARC (effet de congruité spatiale : les petits nombres seraient associés au côté gauche et les grands nombres seraient associés au côté droit) ne sont pas significativement corrélés. Cela montrerait, comme notre étude, que la relation entre la ligne numérique interne et la ligne numérique externe ne serait qu'indirecte, ces deux lignes ne pouvant pas être assimilées. La ligne numérique mentale serait une construction hypothétique postulée pour expliquer certains effets comportementaux, mais ne se retrouverait pas en tant que telle dans les représentations mentales.

Ces résultats remettent en cause également le lien entre la culture et la ligne numérique mentale. Si les résultats en vertical sont meilleurs que ceux proposés en horizontal, cela signifierait que les effets de la culture ne sont pas aussi forts que prédit. Cela rejoint des études portant sur l'effet SNARC dans des cultures utilisant d'autres sens d'écriture que le nôtre. Une étude de Ito et Hatta (2004) constate en effet un effet de congruité classique des nombres arabes chez les Japonais, mais également un SNARC vertical : petit/bas et grand/haut, et ceci alors que la lecture en japonais suit la direction haut vers bas. Une autre étude de Hung, Hung, Tzeng et Wu, en 2008, dans une tâche de jugement de parité, fait état d'un SNARC classique pour les chiffres arabes chez des sujets chinois, et en revanche, d'un SNARC vertical du haut vers le bas (haut/petit, bas/grand) pour les nombres chinois écrits simples, à l'inverse des Japonais, alors même que le sens prédominant de lecture des mots chinois de nombres va du haut vers le bas.

Même si c'est le cas et que les tâches d'estimation et de placement de nombres sur une ligne numérique ne reflètent pas la ligne numérique mentale, il n'en reste pas moins que ces tâches expriment la manière dont l'enfant appréhende la magnitude du nombre, et à ce titre, elles gardent leur pertinence en tant qu'outils d'évaluation.

Cette conclusion a également une incidence sur les rééducations proposées pendant lesquelles il sera judicieux d'alterner les présentations de la ligne numérique : à l'horizontale,

puis à la verticale. Cela permettra de ne pas figer les schémas mentaux et de développer la flexibilité.

2.5. Hypothèse générale

C'est au cours de la période de 8 à 12 ans et sous l'influence d'apprentissages explicites que les représentations numériques mentales de l'enfant évoluent de telle manière que l'enfant passe d'une représentation compressible des nombres à une représentation linéaire, dite adulte. Il revient cependant à une représentation compressible en fonction de la grandeur des nombres qui lui sont présentés.

Eu égard aux observations faites, cette hypothèse est validée en partie. Dans les deux types de tâche, les enfants se représentent mieux les petits nombres que les grands. En matière d'estimation, les moyennes des erreurs relatives montrent une surestimation des petits nombres et une sous-évaluation des grands, ce qui est un argument en faveur de la compressibilité de la ligne : la discrimination des quantités diminue avec l'augmentation de la numérosité. Mais cela ne peut pas être confirmé par la tâche de production, les fréquences cumulées des erreurs relatives n'aboutissant pas à une conclusion franche.

Si l'on combine ces informations avec l'amélioration constante des estimations et des placements avec l'âge et la rupture entre les CM1 et le CM2, on peut convenir que la période considérée constitue la charnière entre les deux étapes compressibilité et linéarité.

Cependant, il s'agit d'une tendance à la linéarité de la ligne, on ne peut pas affirmer sa complète linéarité en 6^{e} ni son entière maturité. On ne peut pas non plus certifier que celle des adultes est linéaire. Il faudrait pouvoir appliquer le même test à des adultes pour connaître réellement le fonctionnement de leur ligne numérique mentale et pouvoir effectuer les comparaisons adéquates. Comme les adultes (Dehaene, 2010), les enfants reviendraient à une représentation logarithmique pour les plus grands nombres, tant qu'ils ne sont pas tout à fait familiarisés avec ceux-ci et en fonction du contexte. Les représentations numériques seraient donc dépendantes de la tâche à laquelle elles sont soumises, elles varient en fonction des circonstances dans lesquelles on les active. Ici les variations d'échelle et la nature de la tâche constituent des contextes différents.

Cette évolution est importante, car selon Delaballe et Taverne (2013), les enfants ayant une représentation des nombres proche d'un modèle linéaire ont de meilleures performances arithmétiques que les autres.

3. LIMITES DE NOTRE ETUDE

3.1. Limites quant à la population

Il n'a pas été tenu compte de la connaissance de la suite numérique jusqu'à 1000, ni de la latéralité.

Il n'a pas été tenu compte non plus des difficultés praxiques rencontrées par les élèves. L'épreuve de la ligne numérique requiert des aptitudes visuelles et neurovisuelles, Des aspects tels qu'un balayage visuel inefficace ou une amputation du champ visuel n'ont pas été vérifiés.

3.2. Limites dans les items proposés

Il aurait été judicieux de proposer le même nombre dans deux échelles distinctes afin d'observer les effets de statuts différents pour le même nombre.

Le choix de certains items peut être contestable, car trop proches d'une valeur repère : 48 ; 912. Ils gênent la lisibilité des résultats.

3.3. Limites quant au protocole

Les tâches ont été proposées en classe entière. Malgré notre surveillance et celle des enseignants, les enfants ont pu observer la feuille de leurs voisins. C'est ainsi que les résultats sont à considérer avec prudence puisque l'on ne peut pas être sûrs qu'ils reflètent précisément les performances réelles de chacun.

Le temps est certainement un indicateur supplémentaire intéressant du niveau de l'enfant dans sa compréhension de la magnitude des nombres, mais s'agissant d'un protocole en passation collective, il n'a pas été possible de l'exploiter statistiquement.

4. APPORTS DE NOTRE ETUDE

4.1. Apports dans la pratique orthophonique

Cette étude pourra permettre de compléter les bilans investiguant les difficultés mathématiques. Au-delà de la seule forme de la ligne numérique mentale en fonction des âges, l'estimation et le placement de nombres sont des moyens efficaces pour connaître l'état de la compréhension du nombre chez l'enfant. Notre travail a le mérite de proposer un

étalonnage précis pour les classes du CE2 à la 6e et pour une sélection d'items large, grâce à laquelle nous pourrons situer les performances du patient par rapport au comportement d'autres enfants du même niveau. L'épreuve peut donner lieu à une analyse quantitative plus fournie de la ligne numérique mentale qu'avec les outils actuels. Elle permet également une analyse qualitative par l'observation des comportements adoptés pendant l'épreuve : recours à tel type de stratégies, efficacité de cette stratégie et sachant quelles fonctions cognitives cette stratégie met en jeu, suspicion de déficience de telle fonction cognitive.

Notre étude se place dans l'optique d'observer la dyscalculie développementale primaire en tant que déficit du sens du nombre et non un trouble de l'accès au sens du nombre : « *les difficultés mathématiques résulteraient d'un déficit du traitement des représentations non symboliques et d'une altération des représentations numériques mentales, impliquant entre autres choses, des difficultés à comparer, à reconnaître et à estimer des quantités , et des difficultés à placer des nombres sur une ligne numérique.* » (Lafay, Macoir, Saint-Pierre, 2014b, p 2).

Même si les tâches ne reflètent pas exactement la ligne numérique mentale, ces épreuves restent un bon moyen d'analyser la représentation de la magnitude du nombre des enfants.

Notre discussion permettra un guide d'analyse quantitative et qualitative pour ses utilisateurs, en mettant en avant les éléments marquants et significatifs.

4.2. Apports personnels

L'étude nous a permis d'adopter un point de vue non pas piagétien, mais de type cognition mathématique, c'est une innovation par rapport aux stages, pendant lesquels nous avons essentiellement observé des bilans et des prises en charge de type logico-mathématique, et même plus souvent de type logique uniquement (analyse et développement des compétences logiques qui sont la classification, la combinatoire, la sériation, la conservation, l'inclusion), ce qui correspond à une partie seulement de ce qui constitue le concept de nombre. La représentation de la numérosité, objet de cette étude, fait également partie du concept de nombre, comme les procédures de comptage et les connaissances culturelles.

CONCLUSION

A travers notre étude, nous souhaitions observer les évolutions de la ligne numérique mentale lors d'une période clé dans l'acquisition des connaissances numériques et arithmétiques. Au-delà de son seul fonctionnement, la ligne numérique nous renseigne sur la compréhension de la magnitude numérique et sa construction progressive.

Nous avons proposé des épreuves d'estimation de longueurs et de placement de nombres sur des échelles différentes par la valeur qui leur était attribuée et par leur orientation.

Notre étude apporte des éléments de connaissance supplémentaire sur trois sujets : sa dimension verticale versus horizontale, le comportement dans la zone des grands nombres et les stratégies mises en œuvre.

Cette étude a sollicité de nombreux questionnements, tant sur le développement de la ligne chez l'enfant plus âgé et l'adulte que sur les éléments qualitatifs tels que les mécanismes de mises en œuvres de stratégies et d'activation des fonctions cognitives et ceci constitue de nouvelles pistes de recherche. Notre analyse pourrait être complétée par des données quantitatives et qualitatives sur un échantillon plus restreint sur le point particulier du niveau de précision des représentations numériques mentales des enfants avec troubles mathématiques et de leurs stratégies, ainsi que du rattrapage éventuel qu'ils opèrent.

Etudier le fonctionnement du système numérique approximatif a plusieurs intérêts : comprendre le lien qui existe entre lui, le système numérique précis et les représentations symboliques et l'implication dans les apprentissages arithmétiques et mathématiques. Selon l'étude de Gendre et Pautonnier (2012), la ligne numérique mentale peut être consolidée par un entraînement avec un matériel de type jeu de plateau, ce qui renforcerait la représentation analogique de la quantité et améliorerait également la représentation du nombre dans son ensemble. Les performances susceptibles d'être améliorées par un tel entraînement, même de courte durée, concernent les tâches arithmétiques suivantes : comparaison de quantités numériques, estimation de la position d'un nombre sur une ligne numérique, opérations.

BIBLIOGRAPHIE

Alibali, M. W. et DiRusso, A. A., (1999). The function of gesture in learning to count : More than keeping track, *Cognitive development,* 14 (1), 37-56.

Anderson, P., Anderson, V. et Garth, J. (2001). Assessment and development of organizational ability: The Rey Complex Figure Organizational Strategy Score (RCF-OSS). *The clinical neuropsychologist*, 15(1), 81-94.

Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions : Findings from a three-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 102, 115-134.

Ashcraft, M. H. et Moore, A. M. (2012). Cognitive processes of numerical estimation in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111, 246-267.

Bächtold, D., Baumüller M. et Brugger, P. (1998). Stimulus-response compatibility in representational space. *Neuropsychologia,* 36(8), 731-5.

Barth, H., Beckmann, L. et Spelke E. (2008). Nonsymbolic, Approximate Arithmetic in Children : Abstract Addition Prior to Instruction. *Developmental Psychology,* 2008, 44, 1466–1477.

Berch, D. B., Foley, E.J., Hill, R. J. et McDonough Ryan, P. (1999). Extracting parity and magnitude from Arabic numerals : developmental changes in number processing and mental representation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 286-308.

Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S. et Zorzi, M. (2010). Numerical Estimation in Preschoolers. *Developmental Psychology*, 46(2), 545-551.

Booth, J. et Siegler, R. S. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75(2), 428-444.

Booth, J. et Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in numerical estimation. *Developmental Psychology*, 41, 189-201. doi : 10.1037/0012-1649.41.6.189

Brannon, E. (2006). The representation of numerical magnitude. *Curent opinion in Neurobiology*, 16(2), 222-229.

Brin, F., Courrier, C., Lederlé, E. et Masy, V. (2004). *Dictionnaire d'orthophonie* (3e édition). Isbergues : Ortho Edition.

Brissiaud, R. (1992). A tool for number construction : finger symbol sets. Dans J. Bideaud, C. Meljac et J.P. Fischer (Eds), *Pathways to number,* (p. 41-65). Hillsdale : Lawrence Erlbaum.

Brissiaud, R. (1994). Penser l'usage du mot "fois" et l'interaction oral / écrit lors de l'apprentissage initial de la multiplication. Dans M. Artigue, R. Gras, C. Laborde et P. Tavignot (Eds), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (p. 195-202). Grenoble : La pensée sauvage.

Brysbaert, M. (1995). Arabic number reading : On the nature of the numerical scale and the origin of phonological recoding. *Journal of Experimental Psychology : General*, 124(4), 434-452. http://dx.doi.org/10.1037/0096-3445.124.4.434

Buckley, P. B. et Gillman, C. B. (1974). Comparison of digits and dots patterns. *Journal of Experimental Psychology*, 103(6), 1131-1136.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. Londres : Macmillan.

Carey, S. (2004). Bootstrapping and the origin of concepts. *Daedalus*, 133, 59-68.

Castronovo, J. et Göbel, S. (2012). Impact of High Mathematics Education on the Number Sense. *PLoS ONE*, 7(4). doi : 10.1371/journal.pone.0033832

Chillier, L. (2002). La ligne numérique et les codages du nombre chez l'enfant. Dans J. Bideaud et H. Lehalle (dir.), *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (p. 127-147). Paris : Hermès.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.

Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law : a logarithmic number line. *Cognitive Sciences*, 7(4), 145-147.

Dehaene, S. (2010). La bosse des maths, 15 ans après. Paris : Odile Jacob.

Dehaene, S., Dupoux, E. et Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital : analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of experimental psychology : Human perception and performance*, 16, 626-641.

Dehaene, S., Izard, V., Pica, P. et Spelke, E. S. (2008). Comment les nombres se répartissent dans l'espace, une intuition originelle logarithmique. *Medecine Sciences*, 12(24), 1014-1016. http://dx.doi.org/10.1051/medsci/200824121014

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R. et Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking : Behavioral and brain-imaging evidence, *Science*, 284, 970-974.

Delaballe Lugagne Delpon F. et Taverne Schlienger E. (2013). Les déterminants de la performance arithmétique de 7 à 10 ans. (Mémoire d'orthophonie). Paris 6.

Dellatolas, G. et Von Aster, M. (2006). Zareki-R : Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant. Paris : ECPA.

Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerdt, F. et Pieters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology*, 82 (1), 64-81.

DeWind, N. K. et Brannon, E. M. (2012). Malleability of the approximate number system : effects of feedback and training. *Frontiers in Cognitive Neuroscience*, 6, 68. doi : 10.3389/fnhum.2012.00068

Dietrich, J. F., Huber, S. et Nuerk, H.-C**.** (2015). Methodological aspects to be considered when measuring the approximate number system (ANS) – a research review. *Frontiers in Psychology*, 6:295. doi:10.3389/fpsyg.2015.00295.

Fayol, M. (2012). L'acquisition du nombre. Paris : Presses universitaires de France.

Fayol, M., Perros, H. et Seron, X. (2004). Les représentations numériques : caractéristiques, troubles, développement. Dans M-N. Metz-Lutz, E. Demont, C. Seegmuller, M. de Agostini et N. Bruneau (Eds.), *Développement cognitif et troubles des apprentissages (*69-107). Marseille : Solal.

Feigenson, L., Dehaene, S. et Spelke, E. S. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences,* 8(7), 307-314.

Ferreira, F., Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Lonnemann, J., Krinzinger, H., Willmes, K. et Haase, V. (2012). Explaining school mathematics performance from symbolic and nonsymbolic magnitude processing : similarities and differences between typical and low-achieving children. *Psychology and Neuroscience*, 5(1), 37-46. doi : 10.3922/j.psns.2012.1.06

Fias, W., Brysbaert, M., Geypens, F. et d'Ydewalle, G. (1996). The importance of magnitude information in numerical processing : Evidence from the SNARC effect. Mathematical Cognition, 2, 95-110.

Fias, W. et Pesenti, M. (2004). Le modèle du triple code de Dehaene. Dans M. Pesenti et X. Seron (Eds.), *La cognition numérique* (p. 69-94). Paris : Lavoisier-Hermès Science Editions.

Friedman, N. P. et Miyake A. (2004). The relations among inhibition and interference control functions : a latent-variable analysis. *Journal of Experimental Psychology : General*, 133(1), 101-35.

Gaillard, F. (2000). Numerical : test neurocognitif pour l'apprentissage du nombre et du calcul. Signes Editions.

Gallistel, C. R. et Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43-74.

Gallistel, C. R. et Gelman, R. (2000). Non-verbal cognition : from reals to integers. *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 59-65.

Gendre, N. et Pautonnier, L. (2012). Peut-on améliorer les performances arithmétiques par des entraînements aux configurations de doigts ou à un jeu de plateau linéaire ? (Mémoire d'orthophonie). Université de Lyon.

Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia, acalculia. *Archives of Neurology and Psychology,* 44, 398–408.

Gevers, W., Lammertyn, J., Notebaert, W., Verguts, T. et Fias, W. (2006). Automatic response activation of implicit spatial information : Evidence from the SNARC effect. *Acta psychologica,* 122 (3), 221-233.

Gevers W., Reynvoet B. et Fias W. (2003). The mental representation of ordinal sequences is spatially organized. *Cognition*, 87(3), 87-95.

Gilmore, C., Shannon E., McCarthy, S. et Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction, *Nature*, 447. doi:10.1038/nature05850

Ginsburg, H. P., Posner, J. K. et Russell, R. (1981). The Development of Knowledge Concerning Written Arithmetic : A Cross-Cultural Study. *International Journal of Psychology, 16. doi :*10.1080/00207598108247400

Gullick, M.-M., Wolford, G. et Temple, E. (2012). Understanding less than nothing : neural distance effects for negative numbers. *Neuroimage*, 62(1), 542-554.

Gunderson, E., Ramirez, G., Beilock, S. et Levine, S. (2012). The Relation Between Spatial Skill and Early Number Knowledge: The Role of the Linear Number Line. *Developmental Psychology*, 48(5), 1229–1241.

Habib, M. (2014). *La constellation des dys. Bases neurologiques de l'apprentissage et de ses troubles*. Marseille : De Boeck.

Henik, A. et Tzelgov, J. (1982). Is three greater than five : The relation between physical and semantic size in comparison tasks. *Memory & Cognition*, 10, 389-395.

Heremans, M. (2011). MathEval Dépistage de la dyscalculie. Repéré à Matheval : *https://sites.google.com/site/testmatheval/*

Hung, Y.-H., Hung, D. L., Tzeng, O. J.-L. et Wu, D. H. (2008). Flexible spatial mapping of different notations of numbers in Chinese readers. *Cognition*, 106, 1441-1450.

Inglis, M. et Gilmore, C. (2013). Sampling from the mental number line : How are approximate number system representations formed? *Cognition*, 129, 63-69. http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2013.06.003

Ito, E. et Hatta, T. (2004). Performance of verbal fluency tasks in Japanese healthy adults : Effect of gender, age, and education on the perfomance. *Japanese Journal of Neuropsychology,* 20, 254-263.

Jordan, N. C. (2010). Prédicteurs de réussite et de difficultés d'apprentissage en mathématiques chez le jeune enfant. *Encyclopédie sur le développement des jeunes enfants - Numératie* (pp.12-19). Alberta. Reperé à : http://www.enfant-encyclopedie.com/pages/PDF/numeratie.pdf

Klenberg, L., Korkman, M. et Lahti-Nuuttila, P. (2001). Differential development of attention and executive functions in 3- to 12-year old Finnish children. *Developmental Neuropsychology*, 20, 407–428.

Lafay, A., Saint-Pierre, M.-C. et Macoir, J. (2014a). L'évaluation des habiletés mathématiques de l'enfant : inventaire critique des outils disponibles. *Glossa*, 116, 33-58.

Lafay, A., Saint-Pierre, M.-C. et Macoir, J. (2014b). Revue narrative de littérature relative aux troubles numériques impliqués dans la dyscalculie développementale : déficit du sens du nombre ou déficit de l'accès aux représentations numériques mentales. *Canadian Psychology*, 56(1), 96-107. http://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0037264

Laski, E. V. et Yu, Q. (2014). Number line estimation and mental addition : Examining the potential roles of language and education. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116, 29-44.

LeFèvre, J.-A., Kulak, A. G. et Bisanz, J. (1991). Individual differences and developmental change in the associative relations among numbers. *Journal of experimental Child Psychology* , 52, 256-274.

Leibovich, T. et Henik, A. (2013). Magnitude processing in non-symbolic stimuli. *Frontiers in Psychology*, 4. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00375

Lew, A.-R. (2011). Looking beyond the boundaries : Time to put landmarks back on the cognitive map? *Psychological Bulletin*, 137(3), 484-507.

Lyons, I. et Beilock, S. L. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition*, 121, 256-261.

Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L. et Ansari, D. (2014) Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science*, 17, 714-26. doi: 10.1111/desc.12152

Maeder, C. (2006). TCS : Test de Compréhension Syntaxique. Paris : Orthoédition.

Marinthe, C., Fayol, M. et Barrouillet, P. (2005). Des gnosies digitales à la performance arithmétique. Dans A. Van Hout, C. Meljac et J.-P. Fischer (Eds.). *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (2e édition, p. 255-270). Paris : Masson.

Mazzocco, M., Feigenson, L. et Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability. *Child Development,* 82(4), 1224-1237.

McCloskey, M., Caramazza, A. et Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain & Cognition*, 4, 171-196.

Meljac C. et Lemmel G. (1999). UDN-II : Construction et utilisation du nombre, Paris : ECPA.

Ménissier, A. (2007). Tout compte fait, Paris : Orthoédition.

Moyer, R. E. et Landauer, T. K. (1967). Recognition memory and reaction time. *Acta Psychologica*, 27, 298-305.

Nieder, A. et Dehaene, S. (2009). Representation of Number in the Brain. *Annual Review of Neuroscience*, 32, 185–208. doi :10.1146/annurev.neuro.051508.135550

Noël, M.-P. (2005). *La dyscalculie, trouble du développement numérique de l'enfant*, Marseille : Solal.

Núñez, R., Doan, D. et Nikoulina, A. (2011). Squeezing, striking, and vocalizing : Is number representation fundamentally spatial? *Cognition*, 120 (2), 225-235. http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2011.05.001

Opfer, J. E. et Siegler, R. S. (2007). Representational change and children's numerical estimation, *Cognitive Psychology,* 55 (3), 169-195.

Park, J. et Brannon, E.-M. (2014). Improving arithmetic performance with number sense training : An investigation of underlying mechanism. *Cognition,* 133, 188-200. http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2014.06.011

Passler, M. A., Isaac, W. et Hynd, G.W. (1985). Impulsivity : A multidimensional concept with developmental aspects. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 8, 269–277.

Pesenti, M., Thioux, M., Seron, X. et De Volder, A. (2000), Neuroanatomical substrates of Arabic number processing, numerical comparison, and simple addition : A PET study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 12, 461-479.

Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 542-551.

Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S. et Dehaene, S. (2013). Education increases the acuity of the non verbal approximate number system. *Psychological Science*, 24(6), 1037-1043.

Pica, P., Lemer C., Izard, V. et Dehaene S., (2004). Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group, *Science*, 306, 499-503. doi : 10.1126/science.1102085

Prather, R.-W. (2014). Numerical discrimination is mediated by neural coding variation, *Cognition,* 133(3), 601-610. http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2014.08.003

Restle, F., (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology (Monograph)*, 83, 274-278.

Revkin, S., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L. et Dehaene S. (2008). Does subitizing reflect numerical estimation ? *Psychological Science*, 19(6), 607-613.

Rourke, B. P. (1993). Arithmetic disabilities, specific and otherwise : A neuropsychological perspective. *Journal of Learning Disabilities,* 26, 214–226.

Rousselle, L., Palmers, E. et Noël, M-P. (2004). Magnitude comparison in preschoolers : what counts ? Influence of perceptual variables. *Journal of Experimental Child Psychology*, *87*, 57- 84.

Santens, S. et Gevers, W. (2008). The SNARC effect does not imply a mental number line. *Cognition,* 108, 263-270. http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2008.01.002

Schneider, M., Grabner, R. et Paetsch, J. (2009). Mental Number Line, Number Line Estimation, and Mathematical Achievement : Their Interrelations in Grades 5 and 6, *Journal of Educational Psychology*, 101(2), 359-372.

Sekuler, R. et Mierkiewicz, D. (1977). Children's Judgments of Numerical Inequality, *Child Development*, 48, 630-633. doi : 10.2307/1128664

Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies : An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology : General*, 116, 250-264.

Siegler, R. S. et Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237-243.

Siegler, R. et Thompson, C. (2014). Numerical landmarks are useful—except when they're not. *Journal of Experimental Child Psychology*, 120, 39-58. http://dx.doi.org/10.1016/j.jecp.2013.11.014

Starkey, P. et Cooper, R., (1995). The development of subitizing in young children, *British Journal of Developmental Psychology*, 13(4), 399-420. doi : 10.1111/j.2044-835X.1995.tb00688.x

Von Aster, M. (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation : varieties of developmental dyscalculia. *European Child and Adolescence Psychiatry*, 9, 41-57.

Von Aster M. et Shalev R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine Child Neurology*, 49(11), 868-873.

Walsh, V. (2003). A theory of magnitude : common cortical metrics of time, space and quantity. *Trends in Cognitive Sciences*, 7, 483–488. doi : http://dx.doi.org/10.1016/j.tics.2003.09.002

Zbrodoff, N. J. et Logan, G. D. (1990). On the relation between production and verification tasks in the psychology of simple arithmetic. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory and Cognition*, 16, 83-97.

Zorzi, M., Priftis, K. et Umiltà, C. (2002). Brain damage : Neglect disrupts the mental number line. *Nature*, 417, 138-139. doi:10.1038/417138a

Zwislocki, J. J. et Goodman, D. A. (1980). Absolute scaling of sensory magnitudes : A validation. *Perception & Psychophysics*, 18, 28-38.

TABLE DES FIGURES

Figure n°1 : Répartition des participants par niveau de classe……Verso 25

Figure n°2 : Répartition des participants par sexe……Verso 25

Figure n°3 : Fréquences cumulées des estimations sur l'échelle 0-20 …….. 37

Figure n°4 : Fréquences cumulées des estimations sur l'échelle 0-100……. 38

Figure n°5 : Fréquences cumulées des estimations sur l'échelle 0-1000…… 39

Figure n°6 : Fréquences cumulées des placements sur l'échelle 0-20..…… 41

Figure n°7 : Fréquences cumulées des placements sur l'échelle 0-100…….. 42

Figure n°8 : Fréquences cumulées des placements sur l'échelle 0-1000……. 43

TABLE DES TABLEAUX

Tableau n°1 : Moyenne et variance des erreurs relatives en valeur absolue selon la classe, tâche d'estimation……..Verso 33

Tableau n°2 : Variations interclasses des moyennes et des variances des erreurs, tâche d'estimation……Verso 34

Tableau n°3 : Moyenne et variance des erreurs relatives en valeur absolue selon la classe, tâche de production…….……Verso 34

Tableau n°4 : Variations interclasse des moyennes et des variances des erreurs, tâche de production……..Verso 34

Tableau n°5 : Moyenne et variance sur échelles 0-100 horizontale et verticale……45

Tableau n°6 : Résultats estimation échelle 0-20 des enfants avec troubles mathématiques……...……Verso 47

Tableau n°7 : Résultats estimation échelle 0-100 des enfants avec troubles mathématiques……...……Verso 48

Tableau n°8 : Résultats estimation échelle 0-1000 des enfants avec troubles mathématiques……...……Verso 48

Tableau n°9 : Résultats placement échelle 0-20 des enfants avec troubles mathématiques……...……Verso 49

Tableau n°10 : Résultats placement échelle 0-100 des enfants avec troubles mathématiques……...……Verso 49

Tableau n°11 : Résultats placement échelle 0-1000 des enfants avec troubles mathématiques……...……Verso 50

Tableau n°12 : Résultats estimation échelle 0-100 verticale des enfants avec troubles mathématiques……...……Verso 50

Tableau n°13 : Résultats Charles ……Verso 53

Tableau n°14 : Résultats Louane…….……Verso 57

ANNEXES

TABLES DES ANNEXES

- **Annexe n°1** : Protocole
- **Annexe n°2** : Réponses les plus fréquences en estimation
- **Annexe n°3** : Moyennes des estimations par item et par niveau de classe
- **Annexe n°4** : Moyennes des productions par item et par niveau de classe
- **Annexe n°5** : Moyennes des estimations par échelle et par niveau de classe (erreurs relatives en valeur absolue)
- **Annexe n°6** : Moyennes des productions par échelle et par niveau de classe (erreurs relatives en valeur absolue)
- **Annexe n°7** : Moyennes et variances des estimations par échelle et par niveau de classe (erreurs relatives)
- **Annexe n°8** : Moyennes et variances des productions par échelle et par niveau de classe (erreurs relatives)
- **Annexe n°9** : Moyennes et variances des productions par item et par niveau de classe (erreurs relatives)
- **Annexe n°10** : Moyennes et variances des productions par item et par niveau de classe (erreurs relatives)
- **Annexe n°11** : Etalonnage placements CE2
- **Annexe n°12** : Etalonnage placements CM1
- **Annexe n°13** : Etalonnage placements CM2

- **Annexe n°14** : Etalonnage placements 6e
- **Annexe n°15** : Etalonnage estimation CE2
- **Annexe n°16** : Etalonnage estimation CM1
- **Annexe n°17** : Etalonnage estimation CM2
- **Annexe n°18** : Etalonnage estimation 6e

ANNEXE 1 : PROTOCOLE

Estimation d'une longueur :

On dit que la première ligne, c'est 20. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

On dit que la première ligne, c'est toujours 20. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

On dit que la première ligne, c'est toujours 20. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

Production d'une longueur :

On dit que la première ligne, c'est 20. Dessine en dessous une ligne qui fait 5.

Dessine en dessous une ligne qui fait 9.

Dessine en dessous une ligne qui fait 15.

Estimation d'une longueur :

On dit que la première ligne, c'est 100. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

On dit que la première ligne, c'est toujours 100. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

On dit que la première ligne, c'est toujours 100. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

Production d'une longueur :

On dit que la première ligne, c'est 100. Dessine en dessous une ligne qui fait 17.

Dessine en dessous une ligne qui fait 68.

Dessine en dessous une ligne qui fait 91.

Estimation d'une longueur :

On dit que la première ligne, c'est 1000. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

On dit que la première ligne, c'est 1000. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

On dit que la première ligne, c'est 1000. Trouve le nombre qui va bien avec la deuxième ligne.

Production d'une longueur :

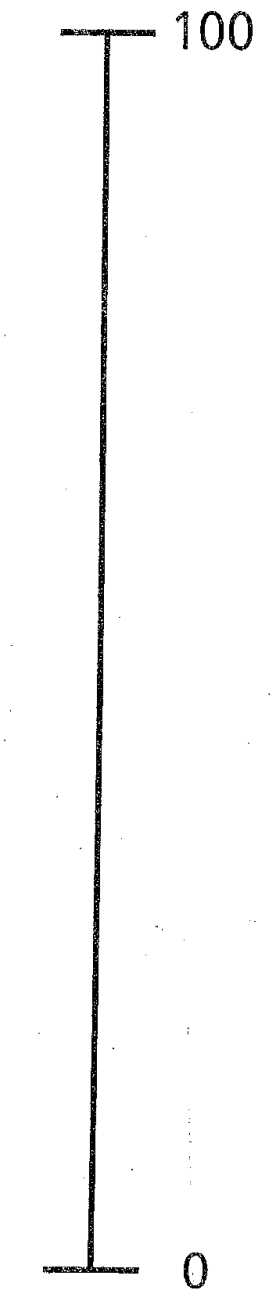
On dit que la première ligne, c'est 1000. Dessine en dessous une ligne qui fait 890.

Dessine en dessous une ligne qui fait 210.

Dessine en dessous une ligne qui fait 520.

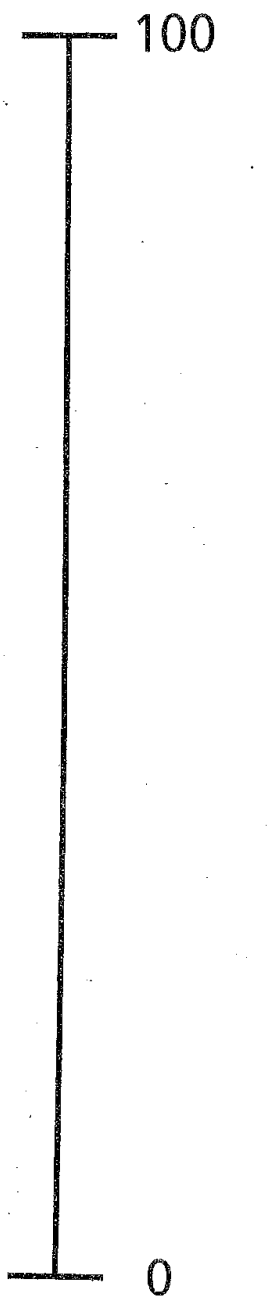
6. Positionnement de nombres sur une échelle verticale 6.10 à 6.12

6.10



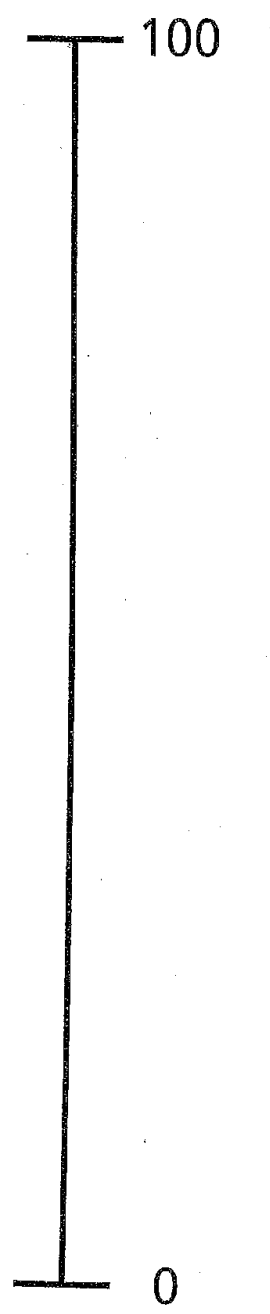
17

6.11



59

6.12



83

ANNEXE 2 : Liste des réponses aux tâches d'estimation

Ligne 0-20

réponses	item		
	7	***11***	***14***
3	3	0	0
4	5	1	0
5	61	4	2
6	40	2	0
7	**72**	3	0
8	71	4	2
9	19	5	1
10	33	**66**	15
11	8	49	4
12	4	56	4
13	3	56	13
14	1	33	46
15	0	26	**116**
16	0	12	72
17	0	1	37
18	0	0	5
19	0	0	3
20	0	1	0
28	0	1	0
59	0	1	1

Ligne 0-100

	item		
réponses	**23**	**48**	**77**
2	1	0	0
3	2	0	0
4	13	0	0
5	32	0	1
6	5	1	0
7	6	2	0
8	6	2	0
9	7	2	1
10	36	12	2
11	6	1	0
12	1	5	0
13	3	3	0
14	1	1	1
15	6	9	2
16	0	1	0
17	0	2	0
18	6	0	0
19	0	3	1
20	**88**	11	3
21	3	0	0
22	0	4	0
23	5	1	0
24	4	1	1
25	43	4	2
26	0	4	1
27	1	1	0
28	1	1	0
30	29	10	3

32	0	2	0
33	1	0	0
34	0	1	0
36	1	0	0
37	1	0	0
38	1	0	1
39	0	0	1
40	2	28	2
42	0	1	1
43	0	3	0
44	0	1	1
45	1	15	0
46	0	1	0
47	0	1	0
48	0	3	0
49	0	7	0
50	1	**149**	4
51	0	3	0
52	0	2	0
55	0	2	1
59	0	1	0
60	2	6	5
64	0	0	1
65	1	0	4
66	0	0	0
67	0	0	1
68	0	0	1
70	0	3	41
71	0	0	1
72	0	0	2
73	0	0	1

74	0	0	2
75	0	0	29
76	0	0	1
77	0	0	4
78	1	1	3
79	0	0	1
80	1	4	**92**
81	1	0	3
82	0	0	3
83	0	0	7
84	0	0	1
85	0	1	10
86	0	0	1
87	0	0	3
88	0	0	8
89	0	1	4
90	0	3	39
91	0	0	4
93	0	0	2
94	0	0	1
95	0	0	9
96	0	0	3
97	0	0	2
98	2	0	0
99	0	1	1
101	0	0	1

Ligne 0-1000

	item		
réponses	**350**	**675**	**912**
4	1	0	0
5	3	0	1
6	2	0	0
7	4	0	0
8	2	0	0
9	0	1	0
10	15	1	0
11	2	0	0
12	4	0	0
13	4	0	0
14	1	0	0
15	3	1	0
16	0	1	0
17	3	1	1
18	1	1	0
20	10	1	1
21	1	0	0
23	1	1	0
25	1	0	0
27	0	0	1
30	5	3	1
37	1	0	0
40	2	2	0
44	1	0	0
48	1	0	0
49	0	1	0
50	10	1	0

53	1	0	0
55	1	1	0
59	3	2	0
60	1	1	0
65	0	1	0
70	1	2	0
75	1	0	0
77	1	0	0
78	2	0	0
80	2	1	1
83	3	0	1
85	2	0	0
88	1	0	0
89	0	1	0
90	9	1	4
93	1	0	0
95	0	0	2
97	0	1	1
98	0	0	1
99	2	2	0
100	26	17	2
101	1	0	1
102	0	1	0
105	2	0	0
106	0	1	0
108	0	1	0
110	1	0	0
120	1	0	0
121	0	0	1
123	0	1	0
124	0	0	0

127	1	1	0
129	1	0	0
130	1	1	0
133	1	0	0
138	1	0	0
140	0	1	0
144	1	0	0
150	3	2	0
159	0	1	1
160	0	1	0
162	0	1	0
165	0	1	0
170	0	2	0
180	1	1	0
183	0	2	0
189	1	0	1
190	1	2	3
193	0	0	2
196	0	0	2
197	0	0	1
198	0	0	2
199	1	1	3
200	15	0	1
203	2	0	0
205	1	0	0
227	0	0	1
230	3	0	0
240	1	0	0
243	1	0	0
245	1	0	0
246	0	0	0

250	6	1	0
270	1	0	0
275	1	0	0
279	1	0	0
290	2	0	0
299	1	0	0
300	**40**	5	1
303	0	1	0
305	1	0	0
311	1	0	0
316	0	1	0
320	5	0	0
324	0	1	0
328	1	0	0
330	1	0	0
333	1	0	0
335	2	0	0
350	20	2	0
369	0	1	0
370	2	0	0
380	1	0	0
390	1	0	0
399	1	0	0
400	37	3	0
409	0	1	0
425	1	0	0
430	2	0	0
450	4	0	0
469	0	1	0
479	1	0	0
492	1	0	0

495	0	0	1
499	0	1	0
500	3	9	1
504	0	1	0
508	0	1	0
509	0	2	0
510	0	2	0
519	1	1	0
520	0	2	0
530	0	1	0
534	0	1	0
555	0	1	0
560	0	1	0
580	0	1	0
583	0	1	0
600	0	26	0
601	0	1	0
610	0	1	1
620	0	1	0
625	0	1	0
629	0	1	0
630	0	1	0
640	0	1	0
650	1	8	0
655	0	1	0
660	0	1	0
675	0	1	0
680	0	3	0
681	0	1	0
682	0	1	0
683	0	0	0

686	0	1	0
690	0	1	0
691	0	1	0
699	0	2	0
700	0	**56**	0
701	0	1	0
702	0	1	0
710	0	1	0
720	0	1	0
725	0	1	0
745	0	1	0
749	0	1	0
750	1	13	1
755	0	1	0
756	0	1	0
759	0	1	0
775	0	1	0
780	0	3	0
781	0	1	0
783	0	1	0
784	0	1	0
785	0	1	0
786	0	1	0
789	0	2	0
790	0	1	1
797	0	1	0
799	0	2	0
800	0	28	7
802	0	2	0
803	0	1	0
805	0	1	0

809	0	3	0
820	0	1	0
850	0	4	5
869	0	0	1
870	0	2	3
875	0	0	1
880	0	2	2
883	0	1	0
885	0	2	1
887	0	1	0
889	0	1	0
890	0	1	3
891	0	1	0
893	0	0	1
897	0	1	0
898	0	0	1
899	0	1	3
900	2	6	**76**
901	0	0	5
903	0	0	1
905	0	0	2
906	0	0	1
908	0	0	1
909	0	0	1
910	0	0	4
914	0	1	0
919	0	0	1
920	0	0	4
923	0	0	1
925	0	0	2
928	0	0	1

948	0	0	1
950	0	1	27
953	0	0	1
956	0	0	1
957	0	0	2
959	0	0	3
962	0	0	1
963	0	0	1
967	0	0	1
970	0	2	4
972	0	0	1
975	0	0	1
979	0	0	2
980	0	0	11
983	0	0	3
985	0	0	4
989	0	0	4
990	0	1	15
991	0	0	2
992	0	0	1
993	0	0	2
994	1	0	1
995	0	0	11
996	0	0	6
997	0	1	15
998	0	0	12
999	0	0	13
1000	0	0	2
1003	0	0	1

ANNEXE 3 : Moyennes des estimations par item et par niveau de classe (erreurs relatives en valeur absolue)

	Résultats 7				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,264**	**0,207**	**0,197**	**0,181**	**0,210**
variance	**0,022**	**0,039**	**0,031**	**0,033**	**0,032**

	Résultats 11				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,198**	**0,182**	**0,155**	**0,153**	**0,171**
variance	**0,048**	**0,023**	**0,016**	**0,014**	**0,025**

	Résultats 14				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,146**	**0,128**	**0,096**	**0,107**	**0,118**
variance	**0,014**	**0,014**	**0,005**	**0,005**	**0,010**

	Résultats 23				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,516**	**0,476**	**0,355**	**0,187**	**0,377**
variance	**0,074**	**0,121**	**0,096**	**0,021**	**0,094**

	Résultats 48				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,379**	**0,284**	**0,150**	**0,110**	**0,226**
variance	**0,099**	**0,083**	**0,049**	**0,017**	**0,072**

	Résultats 77				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,212**	**0,169**	**0,101**	**0,079**	**0,137**
variance	**0,062**	**0,034**	**0,010**	**0,009**	**0,030**

	Résultats 350				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,661**	**0,615**	**0,501**	**0,260**	**0,501**
variance	**0,103**	**0,121**	**0,150**	**0,071**	**0,135**

	Résultats 675				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,478**	**0,364**	**0,205**	**0,170**	**0,298**
variance	**0,124**	**0,103**	**0,050**	**0,037**	**0,092**

	Résultats 912				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,278**	**0,194**	**0,071**	**0,070**	**0,149**
variance	**0,125**	**0,093**	**0,010**	**0,030**	**0,070**

ANNEXE 4 : Moyennes des productions par item et par niveau de classe (erreurs relatives en valeur absolue)

	Résultats 5				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,270**	**0,268**	**0,182**	**0,182**	**0,225**
variance	**0,029**	**0,043**	**0,024**	**0,024**	**0,032**

	Résultats 9				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,252**	**0,193**	**0,130**	**0,108**	**0,169**
variance	**0,031**	**0,024**	**0,010**	**0,010**	**0,022**

	Résultats 15				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,183**	**0,126**	**0,105**	**0,092**	**0,125**
variance	**0,024**	**0,013**	**0,009**	**0,009**	**0,015**

	Résultats 17				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**1,282**	**0,978**	**0,592**	**0,346**	**0,787**
variance	**0,763**	**0,774**	**0,431**	**0,142**	**0,648**

	Résultats 59				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,173**	**0,164**	**0,100**	**0,088**	**0,131**
variance	**0,030**	**0,034**	**0,010**	**0,007**	**0,021**

	Résultats 83				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,093**	**0,093**	**0,067**	**0,063**	**0,079**
variance	**0,015**	**0,008**	**0,003**	**0,003**	**0,007**

	Résultats 210				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**1,423**	**1,300**	**0,743**	**0,443**	**0,965**
variance	**0,851**	**1,114**	**0,424**	**0,256**	**0,818**

	Résultats 520				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,092**	**0,085**	**0,089**	**0,065**	**0,082**
variance	**0,006**	**0,007**	**0,009**	**0,008**	**0,007**

	Résultats 890				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,332**	**0,277**	**0,191**	**0,106**	**0,223**
variance	**0,061**	**0,065**	**0,028**	**0,012**	**0,048**

	Résultats 17 vertical				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,914**	**0,759**	**0,510**	**0,278**	**0,606**
variance	**0,596**	**0,522**	**0,244**	**0,047**	**0,405**

	Résultats 59 vertical				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,128**	**0,126**	**0,090**	**0,066**	**0,102**
variance	**0,014**	**0,016**	**0,008**	**0,003**	**0,011**

	Résultats 83 vertical				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,073**	**0,073**	**0,054**	**0,047**	**0,061**
variance	**0,014**	**0,013**	**0,004**	**0,001**	**0,008**

ANNEXE 5 : Moyennes des estimations par échelle et par niveau de classe (erreurs relatives en valeur absolue)

	Résultats estimations				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,348**	**0,291**	**0,203**	**0,146**	**0,243**
variance	**0,031**	**0,026**	**0,014**	**0,010**	**0,026**

	Résultats test estimation échelle 0-20				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,203**	**0,172**	**0,149**	**0,147**	**0,167**
variance	**0,017**	**0,016**	**0,010**	**0,010**	**0,014**

	Résultats test estimation échelle 0-100				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,369**	**0,310**	**0,202**	**0,125**	**0,246**
variance	**0,054**	**0,046**	**0,029**	**0,010**	**0,043**

	Résultats test estimation échelle 0-1000				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,472**	**0,391**	**0,259**	**0,167**	**0,316**
variance	**0,088**	**0,075**	**0,037**	**0,031**	**0,070**

ANNEXE 6 : Moyennes des productions par échelle et par niveau de classe (erreurs relatives en valeur absolue)

	Résultats test production				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,435**	**0,370**	**0,238**	**0,157**	**0,296**
variance	**0,046**	**0,060**	**0,021**	**0,009**	**0,046**

	Résultats test production échelle 0-20				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,235**	**0,196**	**0,139**	**0,127**	**0,173**
variance	**0,014**	**0,012**	**0,006**	**0,007**	**0,012**

	Résultats test production échelle 0-100				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,516**	**0,412**	**0,253**	**0,166**	**0,332**
variance	**0,109**	**0,109**	**0,059**	**0,021**	**0,092**

	Résultats test production échelle 0-1000				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,616**	**0,554**	**0,341**	**0,205**	**0,424**
variance	**0,144**	**0,060**	**0,065**	**0,037**	**0,134**

	Résultats test production échelle verticale				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,372**	**0,319**	**0,218**	**0,130**	**0,257**
variance	**0,083**	**0,060**	**0,034**	**0,006**	**0,059**

ANNEXE 7 : Moyennes et variances des estimations par échelle et par niveau de classe (erreurs relatives)

	Résultats tests estimation				
	6ème	**CM2**	**CM1**	**CE2**	**TOTAL**
moyenne	**-0,007**	**-0,038**	**-0,118**	**-0,206**	**-0,089**
variance	**0,009**	**0,023**	**0,034**	**0,049**	**0,034**

	Résultats tests estimation échelle 0-20				
	6ème	**CM2**	**CM1**	**CE2**	**TOTAL**
moyenne	**0,080**	**0,073**	**0,070**	**0,027**	**0,064**
variance	**0,020**	**0,018**	**0,025**	**0,049**	**0,028**

	Résultats tests estimation échelle 0-100				
	6ème	**CM2**	**CM1**	**CE2**	**TOTAL**
moyenne	**-0,027**	**-0,085**	**-0,151**	**-0,253**	**-0,125**
variance	**0,015**	**0,047**	**0,084**	**0,099**	**0,067**

	Résultats tests estimation échelle 0-1000				
	6ème	**CM2**	**CM1**	**CE2**	**TOTAL**
moyenne	**-0,074**	**-0,104**	**-0,274**	**-0,393**	**-0,205**
variance	**0,032**	**0,064**	**0,121**	**0,132**	**0,101**

ANNEXE 8 : Moyennes et variances des productions par échelle et par niveau de classe (erreurs relatives)

	Résultats test production				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**CLASSE**
moyenne	**0,278**	**0,244**	**0,118**	**0,037**	**0,166**
variance	**0,055**	**0,069**	**0,026**	**0,009**	**0,049**

	Résultats test production échelle 0-20				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**CLASSE**
moyenne	**-0,106**	**-0,053**	**-0,015**	**-0,018**	**-0,047**
variance	**0,044**	**0,038**	**0,019**	**0,018**	**0,031**

	Résultats test production échelle 0-100				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**CLASSE**
moyenne	**0,414**	**0,321**	**0,153**	**0,009**	**0,219**
variance	**0,171**	**0,160**	**0,081**	**0,036**	**0,135**

	Résultats test production échelle 0-1000				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**CLASSE**
moyenne	**0,541**	**0,490**	**0,267**	**0,146**	**0,356**
variance	**0,187**	**0,069**	**0,079**	**0,043**	**0,156**

	Résultats test production échelle verticale				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**CLASSE**
moyenne	**0,262**	**0,217**	**0,068**	**0,011**	**0,136**
variance	**0,116**	**0,069**	**0,064**	**0,015**	**0,080**

ANNEXE 9 : Moyennes et variances des productions par item et par niveau de classe (erreurs relatives)

	Résultats 7				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,018**	**0,075**	**0,030**	**0,031**	**0,039**
variance	**0,092**	**0,076**	**0,069**	**0,065**	**0,075**

	Résultats 11				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,057**	**0,072**	**0,110**	**0,114**	**0,089**
variance	**0,084**	**0,051**	**0,028**	**0,025**	**0,046**

	Résultats 14				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,007**	**0,064**	**0,081**	**0,093**	**0,063**
variance	**0,035**	**0,026**	**0,007**	**0,008**	**3,867**

	Résultats 23				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,403**	**-0,282**	**-0,189**	**-0,045**	**-0,222**
variance	**0,178**	**0,268**	**0,186**	**0,054**	**0,186**

	Résultats 48				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,266**	**-0,163**	**-0,073**	**-0,044**	**-0,132**
variance	**0,172**	**0,137**	**0,066**	**0,028**	**0,105**

	Résultats 77				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,090**	**-0,009**	**0,007**	**0,008**	**-0,019**
variance	**0,098**	**0,062**	**0,020**	**0,015**	**0,049**

	Résultats 350				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,595**	**-0,505**	**-0,323**	**-0,180**	**-0,392**
variance	**0,187**	**0,244**	**0,296**	**0,106**	**0,232**

	Résultats 675				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,372**	**-0,199**	**-0,017**	**-0,047**	**-0,153**
variance	**0,215**	**0,196**	**0,092**	**0,064**	**0,158**

	Résultats 912				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,211**	**-0,118**	**0,027**	**0,004**	**-0,070**
variance	**0,157**	**0,117**	**0,015**	**0,035**	**0,088**

ANNEXE 10 : Moyennes et variances des productions par item et par niveau de classe (erreurs relatives)

	Résultats 5				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,033**	**0,017**	**0,062**	**0,062**	**0,028**
variance	**0,100**	**0,115**	**0,053**	**0,054**	**0,082**

	Résultats 9				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,132**	**-0,086**	**-0,042**	**-0,049**	**-0,077**
variance	**0,077**	**0,054**	**0,025**	**0,019**	**0,044**

	Résultats 15				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,151**	**-0,091**	**-0,065**	**-0,067**	**-0,093**
variance	**0,035**	**0,020**	**0,016**	**0,012**	**0,022**

	Résultats 17				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**1,135**	**0,871**	**0,428**	**0,023**	**0,599**
variance	**1,117**	**0,972**	**0,597**	**0,261**	**0,909**

	Résultats 59				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,089**	**0,085**	**0,032**	**-0,008**	**0,048**
variance	**0,053**	**0,054**	**0,019**	**0,014**	**0,036**

	Résultats 83				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,019**	**0,006**	**-0,002**	**0,013**	**0,009**
variance	**0,023**	**0,017**	**0,008**	**0,006**	**0,013**

	Résultats 210				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**1,371**	**1,268**	**0,704**	**0,388**	**0,920**
variance	**0,998**	**1,197**	**0,481**	**0,302**	**0,903**

	Résultats 520				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,044**	**-0,036**	**-0,059**	**-0,034**	**-0,043**
variance	**0,012**	**0,013**	**0,013**	**0,011**	**0,012**

	Résultats 890				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,297**	**0,238**	**0,156**	**0,084**	**0,191**
variance	**0,083**	**0,086**	**0,040**	**0,016**	**0,062**

	Résultats 17 vertical				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,800**	**0,659**	**0,229**	**0,038**	**0,422**
variance	**0,792**	**0,664**	**0,451**	**0,123**	**0,595**

	Résultats 59 vertical				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**0,017**	**0,028**	**-0,004**	**-0,003**	**0,010**
variance	**0,030**	**0,031**	**0,016**	**0,007**	**0,021**

	Résultats 83 vertical				
	CE2	**CM1**	**CM2**	**6ème**	**TOTAL**
moyenne	**-0,031**	**-0,036**	**-0,020**	**-0,003**	**-0,022**
variance	**0,019**	**0,017**	**0,006**	**0,003**	**0,011**

ANNEXE 11 : Etalonnage Placements CE2

Centiles	Echelle 0-20			Echelle 0-100			Echelle 0-1000			Echelle verticale		
	Item 5	Item 9	Item 15	Item 17	Item 59	Item 83	Item 210	Item 520	Item 890	Item 17	Item 59	Item 83
95	0,031	0,035	0,017	0,088	0,009	0,010	0,091	0,011	0,007	0,029	0,017	0,001
90	0,053	0,040	0,025	0,218	0,021	0,011	0,157	0,022	0,007	0,059	0,025	0,006
85	0,076	0,053	0,037	0,320	0,028	0,017	0,240	0,044	0,013	0,118	0,034	0,012
80	0,109	0,089	0,040	0,388	0,048	0,025	0,449	0,067	0,026	0,176	0,042	0,018
75	0,145	0,102	0,052	0,463	0,060	0,031	0,570	0,089	0,026	0,265	0,042	0,018
70	0,169	0,114	0,071	0,565	0,077	0,039	0,928	0,100	0,032	0,324	0,051	0,024
65	0,178	0,117	0,083	0,762	0,079	0,045	1,121	0,111	0,039	0,382	0,051	0,024
60	0,192	0,153	0,091	0,871	0,089	0,052	1,231	0,144	0,045	0,529	0,076	0,030
55	0,224	0,181	0,129	1,075	0,107	0,060	1,259	0,178	0,052	0,647	0,085	0,042
50	0,247	0,245	0,137	1,380	0,119	0,065	1,424	0,211	0,058	0,794	0,085	0,042
45	0,284	0,268	0,179	1,517	0,126	0,072	1,617	0,244	0,071	0,882	0,093	0,054
40	0,307	0,268	0,199	1,517	0,138	0,079	1,672	0,278	0,084	0,971	0,110	0,059
35	0,330	0,281	0,217	1,653	0,166	0,095	1,810	0,333	0,091	1,088	0,136	0,059
30	0,353	0,332	0,256	1,721	0,185	0,109	1,865	0,389	0,104	1,324	0,153	0,066
25	0,375	0,345	0,291	1,891	0,246	0,121	1,920	0,433	0,117	1,500	0,178	0,084
20	0,423	0,409	0,307	1,993	0,273	0,130	2,278	0,467	0,143	1,588	0,203	0,107
15	0,432	0,476	0,323	2,333	0,293	0,136	2,554	0,522	0,169	1,824	0,229	0,114
10	0,432	0,499	0,376	2,469	0,371	0,164	2,691	0,611	0,188	2,000	0,297	0,133
05	0,561	0,551	0,492	2,844	0,548	0,205	2,939	0,833	0,292	2,118	0,390	0,169

ANNEXE 12 : Etalonnage Estimation CE2

	Echelle 0-20			Echelle 0-100			Echelle 0-1000		
	Item 7	Item 11	Item 14	Item 23	Item 48	Item 77	Item 350	Item 675	Item 912
95	0,070	0,070	0,070	0,130	0,130	0,130	0,160	0,050	0,020
90	0,070	0,070	0,070	0,130	0,130	0,130	0,160	0,120	0,020
85	0,140	0,140	0,140	0,130	0,130	0,170	0,300	0,120	0,020
80	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,350	0,160	0,020
75	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,440	0,200	0,020
70	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,440	0,200	0,050
65	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,700	0,260	0,080
60	0,210	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,720	0,330	0,100
55	0,210	0,140	0,140	0,260	0,130	0,300	0,720	0,460	0,100
50	0,210	0,140	0,210	0,350	0,170	0,350	0,770	0,770	0,100
45	0,210	0,210	0,210	0,390	0,170	0,350	0,810	0,820	0,100
40	0,210	0,210	0,210	0,570	0,390	0,390	0,890	0,860	0,100
35	0,210	0,210	0,210	0,610	0,390	0,520	0,940	0,860	0,110
30	0,210	0,290	0,210	0,610	0,830	0,610	0,960	0,850	0,130
25	0,290	0,290	0,290	0,650	1,000	0,610	0,970	0,860	0,680
20	0,290	0,290	0,290	0,780	1,260	0,610	0,980	0,860	0,790
15	0,290	0,360	0,290	0,830	1,430	0,780	0,980	0,890	0,800
10	0,290	0,430	0,360	0,830	1,610	1,000	0,990	0,940	0,900
05	0,360	0,500	0,430	0,870	1,700	2,260	1,000	0,970	0,910

ANNEXE 13 : Etalonnage Placements CM1

Centiles	Echelle 0-20			Echelle 0-100			Echelle 0-1000			Echelle verticale		
	Item 5	Item 9	Item 15	Item 17	Item 59	Item 83	Item 210	Item 520	Item 890	Item 17	Item 59	Item 83
95	0,017	0,013	0,007	0,130	0,012	0,007	0,019	0,012	0,001	0,030	0,008	0,070
90	0,031	0,028	0,015	0,186	0,023	0,007	0,048	0,023	0,007	0,147	0,017	0,013
85	0,077	0,041	0,023	0,230	0,045	0,014	0,064	0,023	0,014	0,176	0,025	0,019
80	0,077	0,064	0,030	0,312	0,068	0,027	0,075	0,034	0,014	0,206	0,000	0,025
75	0,110	0,077	0,038	0,378	0,090	0,027	0,092	0,034	0,020	0,236	34,000	0,025
70	0,110	0,090	0,041	0,489	0,101	0,033	0,103	0,045	0,027	0,265	0,043	0,031
65	0,123	0,102	0,046	0,654	0,112	0,040	0,130	0,057	0,027	0,294	0,052	0,037
60	0,133	0,118	0,053	0,819	0,144	0,046	0,176	0,057	0,027	0,353	0,060	0,043
55	0,169	0,140	0,080	1,012	0,179	0,053	0,213	0,068	0,040	0,412	0,076	0,049
50	0,193	0,154	0,092	1,122	0,212	0,059	0,241	0,068	0,045	0,529	0,085	0,049
45	0,239	0,154	0,118	1,205	0,245	0,072	0,268	0,079	0,053	0,618	0,102	0,055
40	0,285	0,179	0,141	1,425	0,280	0,085	0,312	0,101	0,049	0,676	0,110	0,067
35	0,308	0,221	0,154	1,673	0,334	0,092	0,378	0,112	0,066	0,853	0,144	0,078
30	0,340	0,282	0,177	1,728	0,390	0,105	0,516	0,133	0,079	0,941	0,169	0,085
25	0,387	0,295	0,192	1,866	0,434	0,118	0,709	0,145	0,092	1,059	0,186	0,085
20	0,447	0,359	0,223	2,004	0,468	0,144	0,874	0,157	0,105	1,265	0,220	0,102
15	0,456	0,386	0,292	2,555	0,523	0,170	1,012	0,190	0,118	1,441	0,246	0,121
10	0,502	0,436	0,323	2,968	0,612	0,189	1,288	0,223	0,131	1,971	0,281	0,133
05	0,631	0,475	0,346	3,133	0,834	0,293	1,453	0,334	0,170	2,588	0,256	0,212

ANNEXE 14 : Etalonnage Estimation CM1

Centiles	Echelle 0-20			Echelle 0-100			Echelle 0-1000		
	Item 7	Item 11	Item 14	Item 23	Item 48	Item 77	Item 350	Item 675	Item 912
95	0,070	0,070	0,070	0,130	0,130	0,130	0,150	0,050	0,020
90	0,070	0,070	0,070	0,130	0,130	0,130	0,150	0,050	0,020
85	0,070	0,140	0,070	0,130	0,130	0,170	0,150	0,050	0,020
80	0,070	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,120	0,020
75	0,070	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,300	0,130	0,020
70	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,440	0,190	0,050
65	0,140	0,140	0,140	0,350	0,130	0,220	0,720	0,190	0,070
60	0,140	0,140	0,140	0,390	0,130	0,350	0,720	0,200	0,080
55	0,140	0,140	0,140	0,610	0,130	0,480	0,720	0,270	0,090
50	0,140	0,140	0,210	0,610	0,220	0,570	0,720	0,270	0,100
45	0,140	0,210	0,210	0,610	0,740	0,610	0,770	0,330	0,100
40	0,140	0,210	0,210	0,610	0,830	0,610	0,810	0,420	0,100
35	0,140	0,210	0,210	0,700	1,000	0,610	0,840	0,570	0,100
30	0,140	0,290	0,210	0,740	1,040	0,610	0,870	0,800	0,100
25	0,140	0,290	0,290	0,830	1,260	0,650	0,900	0,860	0,130
20	0,210	0,360	0,290	0,830	1,350	0,830	0,950	0,860	0,130
15	0,210	0,360	0,290	0,830	1,610	0,830	0,960	0,860	0,790
10	0,210	0,360	0,360	0,870	1,700	1,220	0,980	0,860	0,830
05	0,360	0,430	0,360	1,170	1,700	2,520	0,980	0,920	0,920

ANNEXE 15 : Etalonnage Placements CM2

Centiles	Echelle 0-20			Echelle 0-100			Echelle 0-1000			Echelle verticale		
	Item 5	Item 9	Item 15	Item 17	Item 59	Item 83	Item 210	Item 520	Item 890	Item 17	Item 59	Item 83
95	0,008	0,015	0,003	0,021	0,002	0,005	0,048	0,023	0,007	0,060	0,009	0,007
90	0,017	0,025	0,010	0,049	0,012	0,011	0,075	0,034	0,020	0,089	0,018	0,007
85	0,040	0,038	0,023	0,055	0,022	0,018	0,092	0,057	0,027	0,119	0,026	0,013
80	0,040	0,041	0,026	0,083	0,022	0,025	0,119	0,068	0,027	0,207	0,035	0,019
75	0,063	0,054	0,038	0,123	0,029	0,032	0,147	0,090	0,033	0,236	0,043	19,000
70	0,086	0,077	0,041	0,151	0,039	0,033	0,202	0,090	0,040	0,266	0,043	0,025
65	0,110	0,077	0,046	0,191	0,041	0,033	0,268	0,112	0,040	0,295	0,052	0,025
60	0,110	0,090	0,056	0,253	0,051	0,040	0,378	0,123	0,046	0,325	0,052	0,031
55	0,123	0,102	0,069	0,322	0,059	0,046	0,461	0,123	0,046	0,354	0,060	0,031
50	0,133	0,115	0,077	0,328	0,072	0,047	0,626	0,134	0,053	0,413	0,069	0,037
45	0,156	0,128	0,084	0,362	0,080	0,061	0,764	0,134	0,066	0,413	0,086	0,043
40	0,170	0,143	0,115	0,464	0,088	0,066	0,902	0,157	0,072	0,472	0,086	0,049
35	0,179	0,154	0,123	0,525	0,100	0,080	0,929	0,179	0,079	0,530	0,094	0,055
30	0,203	0,179	0,138	0,695	0,129	0,087	1,067	0,223	0,092	0,560	0,103	0,061
25	0,248	0,192	0,146	0,872	0,147	0,094	1,150	0,279	0,105	0,619	0,111	0,073
20	0,308	0,205	0,192	1,144	0,159	0,115	1,288	0,323	0,124	0,736	0,120	0,091
15	0,331	0,218	0,215	1,280	0,176	0,115	1,508	0,345	0,144	0,854	0,137	0,097
10	0,387	0,259	0,231	1,892	0,225	0,137	1,701	0,457	0,248	0,913	0,170	0,115
05	0,493	0,346	0,269	1,994	0,353	0,207	2,004	0,590	0,345	1,383	0,255	0,146

ANNEXE 16 : Etalonnage Estimation CM2

Centiles	Echelle 0-20			Echelle 0-100			Echelle 0-1000		
	Item 7	Item 11	Item 14	Item 23	Item 48	Item 77	Item 350	Item 675	Item 912
95	0,070	0,070	0,070	0,130	0,090	0,090	0,070	0,030	0,020
90	0,070	0,070	0,070	0,130	0,130	0,130	0,100	0,050	0,020
85	0,070	0,070	0,070	0,130	0,130	0,170	0,150	0,050	0,020
80	0,070	0,070	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,050	0,020
75	0,070	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,050	0,020
70	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,050	0,050
65	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,230	0,050	0,050
60	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,300	0,120	0,060
55	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,260	0,430	0,120	0,070
50	0,140	0,140	0,140	0,260	0,130	0,350	0,640	0,130	0,080
45	0,140	0,210	0,140	0,350	0,130	0,350	0,720	0,180	0,080
40	0,140	0,210	0,140	0,390	0,130	0,350	0,720	0,200	0,090
35	0,210	0,210	0,210	0,570	0,130	0,350	0,750	0,220	0,010
30	0,210	0,210	0,210	0,610	0,170	0,480	0,790	0,260	0,010
25	0,210	0,290	0,210	0,610	0,300	0,520	0,810	0,310	0,010
20	0,210	0,290	0,210	0,700	0,390	0,570	0,840	0,340	0,010
15	0,210	0,290	0,210	0,780	0,830	0,610	0,870	0,480	0,010
10	0,290	0,360	0,290	0,830	1,260	0,780	0,970	0,540	0,010
05	0,360	0,430	0,290	0,830	1,570	0,910	0,980	0,830	0,110

ANNEXE 17 : Etalonnage Placements 6e

Centiles	Echelle 0-20			Echelle 0-100			Echelle 0-1000			Echelle verticale		
	Item 5	Item 9	Item 15	Item 17	Item 59	Item 83	Item 210	Item 520	Item 890	Item 17	Item 59	Item 83
95	0,030	0,012	0,003	0,020	0,009	0,004	0,019	0,011	0,000	0,029	0,008	0,006
90	0,039	0,027	0,009	0,048	0,019	0,005	0,047	0,022	0,007	0,059	0,017	0,006
85	0,039	0,027	0,017	0,054	0,028	0,012	0,063	0,022	0,013	0,118	0,025	0,012
80	0,062	0,037	0,022	0,088	0,030	0,024	0,074	0,033	0,013	0,147	0,034	0,018
75	0,076	0,040	0,025	0,116	0,038	0,026	0,091	0,033	0,019	0,175	0,042	0,018
70	0,085	0,050	0,037	0,150	0,040	0,032	0,102	0,044	0,026	0,235	0,042	0,024
65	0,085	0,053	0,037	0,184	0,040	0,033	0,129	0,056	0,026	0,265	0,051	0,030
60	0,100	0,063	0,044	0,190	0,048	0,040	0,174	0,056	0,026	0,294	0,051	0,036
55	0,122	0,076	0,060	0,218	0,058	0,040	0,212	0,067	0,039	0,324	0,058	0,036
50	0,132	0,076	0,068	0,252	0,060	0,052	0,240	0,067	0,039	0,382	0,068	0,042
45	0,154	0,089	0,071	0,286	0,070	0,059	0,267	0,078	0,058	0,441	0,076	0,048
40	0,169	0,104	0,083	0,320	0,079	0,072	0,311	0,100	0,058	0,529	0,085	0,054
35	0,178	0,114	0,091	0,328	0,099	0,072	0,377	0,111	0,065	0,588	0,102	0,060
30	0,215	0,130	0,106	0,361	0,109	0,086	0,515	0,132	0,078	0,676	0,110	0,066
25	0,225	0,140	0,122	0,388	0,119	0,100	0,708	0,144	0,091	0,824	0,136	0,084
20	0,270	0,178	0,153	0,497	0,136	0,107	0,873	0,156	0,104	0,941	0,161	0,090
15	0,353	0,194	0,169	0,531	0,158	0,114	1,011	0,189	0,117	1,265	0,186	0,102
10	0,409	0,230	0,214	0,762	0,186	0,130	1,287	0,222	0,130	1,559	0,229	0,120
05	0,478	0,269	0,322	1,415	0,245	0,164	1,424	0,333	0,169	2,029	0,305	0,145

ANNEXE 18 : Etalonnage Estimation 6e

Centiles	Echelle 0-20			Echelle 0-100			Echelle 0-1000		
	Item 7	Item 11	Item 14	Item 23	Item 48	Item 77	Item 350	Item 675	Item 912
95	0,070	0,070	0,070	0,130	0,130	0,130	0,010	0,040	0,020
90	0,070	0,070	0,070	0,130	0,130	0,130	0,010	0,050	0,020
85	0,070	0,140	0,140	0,130	0,130	0,130	0,010	0,050	0,020
80	0,070	0,140	0,140	0,130	0,130	0,170	0,070	0,050	0,020
75	0,070	0,140	0,140	0,130	0,130	0,170	0,120	0,050	0,020
70	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,050	0,020
65	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,050	0,020
60	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,120	0,020
55	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,120	0,020
50	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,120	0,050
45	0,140	0,140	0,140	0,170	0,130	0,170	0,150	0,120	0,050
40	0,140	0,210	0,140	0,170	0,170	0,170	0,150	0,160	0,050
35	0,140	0,210	0,210	0,170	0,170	0,300	0,220	0,180	0,050
30	0,210	0,210	0,210	0,170	0,390	0,350	0,320	0,200	0,060
25	0,210	0,210	0,210	0,350	0,390	0,350	0,440	0,210	0,070
20	0,210	0,290	0,210	0,350	0,390	0,390	0,440	0,260	0,080
15	0,210	0,290	0,210	0,350	0,390	0,430	0,580	0,320	0,100
10	0,290	0,360	0,210	0,390	0,570	0,610	0,720	0,570	0,090
05	0,360	0,360	0,210	0,610	1,130	0,830	0,770	0,760	0,130

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS **2**

SOMMAIRE **3**

INTRODUCTION **4**

PARTIE THEORIQUE **6**

1. LE DENOMBREMENT D'UNE COLLECTION 7

1.1. Le modèle du Triple Code (Dehaene, 1992) *7*

1.2. Les systèmes de représentations numériques non symboliques *8*

1.2.1. Le système numérique précis (SNP) 8

1.2.2. Le système numérique approximatif (SNA) 8

1.2.3. Bases neuroanatomiques 9

1.2.4. Rôle respectif de chaque système 9

2. LA METAPHORE DE LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE 10

2.1. Une représentation de la magnitude *10*

2.1.1. La tâche de placement de nombres sur une ligne numérique comme paradigme de la mesure de la magnitude. 11

2.1.2. La loi de Weber-Fechner ou loi scalaire 11

2.1.3. L'effet de taille et l'effet de distance issus de la loi de compression des nombres 11

2.1.3.1. L'effet de taille 11

2.1.3.2. L'effet de distance 12

2.1.4. L'effet de rapport 12

2.1.5. L'effet d'amorçage (priming) 13

2.2. La dimension spatiale de la ligne numérique mentale *13*

2.2.1. L'orientation de gauche à droite 13

2.2.2. Les points de référence 14

2.2.3. L'effet SNARC (Spatial Numerical Association of Responses Codes) 14

2.2.3.1. Le principe 14

2.2.3.2. Les objections apportées à la dimension spatiale 15

2.2.4. Les échelles de la ligne numérique mentale 15

2.2.4.1. Logarithmique versus linéaire 15

2.2.4.2. Evolution chez l'enfant 16

2.2.5. L'importance des compétences spatiales dans la construction de la ligne numérique mentale 17

2.2.6. Nuances concernant l'aspect spatial mental 18

3. LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE DANS LA RECHERCHE SUR LA DYSCALCULIE 18

3.1. Lien avec la dyscalculie développementale et les difficultés mathématiques *18*

3.1.1. Les liens entre le SNA et les mathématiques symboliques 19

3.1.2. Comment expliquer ce lien ? 19

3.2. Zoom sur le sens du nombre *21*

PROBLEMATIQUE **22**

HYPOTHESES **24**

PARTIE EXPERIMENTALE **25**

1. PRESENTATION DE LA POPULATION 26
   - *1.1. Les participants* *26*
   - *1.2. Critères d'exclusion* *26*
2. PRESENTATION DES OUTILS UTILISES 27
   - *2.1. Présentation du protocole* *27*
     - 2.1.1. L'épreuve d'estimation de longueurs 27
     - 2.1.2. L'épreuve de production de longueurs 28
     - 2.1.3. L'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale 29
     - 2.1.4. Les domaines explorés 29
     - 2.1.5. Choix des items 30
   - *2.2. Conditions de l'intervention* *30*
     - 2.2.1. Déroulement des expérimentations 30
     - 2.2.2. Phase de pré-expérimentation 30
     - 2.2.3. Les modalités de présentation 31
3. LE TRAITEMENT STATISTIQUE 31

PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS **33**

1. L'EVOLUTION EN FONCTION DU NIVEAU SCOLAIRE 34
   - *1.1. Les tâches d'estimation de longueurs* *34*
   - *1.2. Les tâches de production de longueurs* *35*
2. LA FORME DE LA LIGNE NUMERIQUE MENTALE 36
   - *2.1. Les tâches d'estimation de longueurs* *36*
     - 2.1.1. Analyse des moyennes 36
     - 2.1.2. Analyse des fréquences cumulées 36
   - *2.2. Les tâches de production de longueurs* *39*
     - 2.2.1. Analyse des moyennes 40
     - 2.2.2. Analyse des fréquences cumulées 40
3. COMPARAISON DES LIGNES 0-100 HORIZONTALES ET VERTICALES 44
4. LES ERREURS FREQUEMMENT RENCONTREES 45
   - *4.1. Les erreurs aberrantes* *45*
   - *4.2. Les erreurs de logique* *46*
   - *4.3. Les réponses incohérentes entre elles* *46*
   - *4.4. Les erreurs liées à l'absence de changement d'échelle* *46*
   - *4.5. Réponses faisant appel à des nombres « repères »* *47*
   - *4.6. Autres réponses erronées* *47*

5. APPLICATION A UNE POPULATION PRESENTANT DES TROUBLES DE TYPE DYSCALCULIE 48
5.1. Les enfants présentant des troubles de nature logico-mathématique 48
5.1.1. Les tâches d'estimation de longueurs 48
5.1.2. Les tâches de production de longueurs 49
5.1.3. Confrontation aux résultats des enfants tout-venants 51
5.2. Charles 53
5.2.1. Présentation du patient 53
5.2.2. Résultats (Tableau 13) 54
5.2.2.1. Estimation 54
5.2.2.2. Production 54
5.2.3. Analyse 55
5.2.3.1. Stratégie utilisée 55
5.2.3.2. Les tracés aberrants 55
5.2.3.3. Echelle horizontale versus échelle verticale 55
5.3. Louane 56
5.3.1. Présentation de la patiente 56
5.3.2. Passation 57
5.3.3. Résultats (Tableau 14) 57
5.3.3.1. Estimation 57
5.3.3.2. Production 58
5.3.4. Analyse 58
5.3.4.1. Les stratégies utilisées 59
5.3.4.2. Les tracés aberrants 59
5.3.4.3. L'absence de réponse 59

DISCUSSION 61

1. LES STRATEGIES UTILISEES DANS LES REPONSES AUX DIFFERENTES TACHES 62
1.1. Le repérage digital 62
1.2. L'utilisation de repères 64
1.3. L'utilisation du début ou de la fin de la ligne en fonction du nombre cible 65
1.4. La référence aux valeurs précédentes 65
1.5. Les subvocalisations 65
2. CONFRONTATION AUX HYPOTHESES 66
2.1. Hypothèse expérimentale 1 66
2.2. Hypothèse expérimentale 2 68
2.3. Hypothèse expérimentale 3 68
2.4. Hypothèse expérimentale 4 69
2.5. Hypothèse générale 71
3. LIMITES DE NOTRE ETUDE 72
3.1. Limites quant à la population 72

3.2. Limites dans les items proposés *72*
3.3. Limites quant au protocole *72*
4. APPORTS DE NOTRE ETUDE 72
4.1. Apports dans la pratique orthophonique *72*
4.2. Apports personnels *73*
CONCLUSION **74**
BIBLIOGRAPHIE **75**
TABLE DES FIGURES **86**
TABLE DES TABLEAUX **87**
ANNEXES **89**
TABLE DES MATIERES **128**

SIMONIN Aline

Titre : La ligne numérique mentale chez les enfants de 8 à 12 ans : proposition d'un outil d'évaluation

Résumé : Notre étude, inscrite dans une perspective neuropsychologique, a été menée auprès de 336 enfants scolarisés du CE2 à la 6e et porte sur l'évolution de la ligne numérique mentale, en tant que représentation mentale des nombres, chez les enfants de 8 à 12 ans. Nous nous sommes particulièrement intéressée au comportement adopté pour les grands nombres jusqu'à 1000. Nous avons utilisé un protocole élaboré à partir des tests « Tout compte fait » et « Zareki » pour évaluer le niveau de précision dans la représentation numérique dans des conditions différentes : sur des échelles horizontales de 0 à 20, de 0 à 100, de 0 à 1000 dans des tâches d'estimation et de placement et sur une échelle verticale de 0 à 100 dans une tâche de placement. Nos résultats indiquent que la précision numérique augmente avec l'âge du participant, diminue avec la taille des nombres et que le versant compréhension est mieux réussi que le versant production. Pour cela des stratégies sont préférentiellement utilisées, mais toutes ne sont pas efficientes. En revanche, contrairement à nos attentes, une ligne horizontale n'est pas plus facilitatrice qu'une ligne verticale pour la précision des placements. La période entre le CM1 et le CM2 constituerait une charnière entre les étapes compressibilité et linéarité et les enfants, comme les adultes, reviendraient à une représentation logarithmique en fonction des situations.

Mots clés : Mathématiques – Estimation – Ligne numérique mentale – Evaluation – Enfant

Mémoire soutenu à l'Université de Franche-Comté – UFR SMP – Orthophonie

Le : 7 juillet 2015

Maître de Mémoire : Alain MENISSIER, Orthophoniste, Praticien-chercheur au LASELDI

JURY :
Alain DEVEVEY - Directeur des études, Orthophoniste, Maître de conférences en linguistique française
Alain MENISSIER - Orthophoniste, Praticien-chercheur
Hélène PERROS - Orthophoniste