



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-memoires-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



MEMOIRE présenté pour l'obtention du
CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

MOREL Cécile
SATURNIN May

L'IMPACT DES PERFORMANCES
EN ARITHMETIQUE ET DES COMPETENCES
COGNITIVES SUR LE DEVELOPPEMENT DES
PERFORMANCES LIEES A LA NOTION DE
FRACTION : UNE ETUDE AU CM1.

Maître de Mémoire
FAYOL Michel

Membres du Jury

CARTIER Myriam
GAUTHIER Corine
OLLAGNON Pascale

Date de Soutenance
27 juin 2013

ORGANIGRAMMES

I. Université Claude Bernard Lyon1

Président
Pr. GILLY François-Noël

Vice-président CEVU
M. LALLE Philippe

Vice-président CA
M. BEN HADID Hamda

Vice-président CS
M. GILLET Germain

Directeur Général des Services
M. HELLEU Alain

1. Secteur Santé :

U.F.R. de Médecine Lyon Est
Directeur **Pr. ETIENNE Jérôme**

U.F.R d'Odontologie
Directeur **Pr. BOURGEOIS Denis**

U.F.R de Médecine et de
maïeutique - Lyon-Sud Charles
Mérieux
Directeur **Pr. BURILLON Carole**

Institut des Sciences Pharmaceutiques
et Biologiques
Directeur **Pr. VINCIGUERRA Christine**

Comité de Coordination des
Etudes Médicales (C.C.E.M.)
Pr. GILLY François Noël

Institut des Sciences et Techniques de
la Réadaptation
Directeur **Pr. MATILLON Yves**

Département de Formation et Centre
de Recherche en Biologie Humaine
Directeur **Pr. FARGE Pierre**

2. Secteur Sciences et Technologies :

U.F.R. de Sciences et Technologies
Directeur **M. DE MARCHI Fabien**

IUFM
Directeur **M. MOUGNIOTTE Alain**

U.F.R. de Sciences et Techniques
des Activités Physiques et
Sportives (S.T.A.P.S.)
Directeur **M. COLLIGNON Claude**

POLYTECH LYON
Directeur **M. FOURNIER Pascal**

Institut des Sciences Financières et
d'Assurance (I.S.F.A.)
Directeur **M. LEBOISNE Nicolas**

Ecole Supérieure de Chimie Physique
Electronique de Lyon (ESCPE)
Directeur **M. PIGNAULT Gérard**

Observatoire Astronomique de
Lyon **M. GUIDERDONI Bruno**

IUT LYON 1
Directeur **M. VITON Christophe**

II. Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION ORTHOPHONIE

Directeur ISTR
Pr. MATILLON Yves

Directeur de la formation
Pr. Associé BO Agnès

Directeur de la recherche
Dr. WITKO Agnès

Responsables de la formation clinique
GENTIL Claire
GUILLON Fanny

Chargée du concours d'entrée
PEILLON Anne

Secrétariat de direction et de scolarité
BADIOU Stéphanie
BONNEL Corinne
CLERGET Corinne

REMERCIEMENTS

Nous remercions chaleureusement notre Maître de Mémoire, Monsieur Michel Fayol, qui a encadré notre travail. Nous avons apprécié ses conseils, ses apports tant au niveau théorique qu'au niveau méthodologique.

Nous remercions les Directeurs scolaires, Madame Françoise Janvrin et Monsieur Dominique Bednarski, qui ont accepté de nous recevoir dans leur établissement pour nos deux passations expérimentales.

Nous remercions ces Directeurs et la Secrétaire scolaire, Madame Christelle Guyon, qui ont eu l'amabilité de mettre à notre disposition les moyens pour effectuer nos expérimentations dans de bonnes conditions.

Nous remercions également les enseignants des écoles élémentaires, Madame Marie-Agnès Martial, Madame Alexia Cairey Remonay, Madame Sylvie Antunes, Madame Marie-Paule Curie, Monsieur Silvin Debien, Monsieur Dominique Bednarski et Monsieur Fabrice Santin qui nous ont permis de constituer la population de notre étude et qui ont contribué à la réalisation de notre Mémoire.

Merci à toutes les personnes rencontrées pendant nos années d'études, intervenants, maîtres et maîtresses de stage pour leur contribution à notre formation.

Un grand merci à nos proches de nous avoir soutenues tout au long de l'élaboration de notre Mémoire.

SOMMAIRE

ORGANIGRAMMES	2
I. UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON1	2
1. Secteur Santé.....	2
2. Secteur Sciences et Technologies.....	2
II. INSTITUT SCIENCES ET TECHNIQUES DE READAPTATION FORMATION ORTHOPHONIE	3
REMERCIEMENTS.....	4
SOMMAIRE.....	5
INTRODUCTION.....	7
PARTIE THEORIQUE.....	8
I. LE DEVELOPPEMENT DE L' ARITHMETIQUE.....	9
1. Définition	9
2. Le développement du nombre.....	9
3. Difficultés.....	11
4. Modèles cognitifs de l'apprentissage de l'arithmétique	11
II. LE DEVELOPPEMENT DES FRACTIONS.....	13
1. Définitions.....	13
2. Apprentissage des fractions	14
3. Difficultés.....	14
4. Modèles cognitifs de l'apprentissage des fractions.....	16
III. LES RELATIONS ENTRE L' ARITHMETIQUE ET LES FRACTIONS	18
1. L'influence de l'arithmétique sur les fractions	18
2. Les capacités cognitives impliquées dans les fractions.....	18
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	20
I. PROBLEMATIQUE.....	21
II. HYPOTHESES	22
1. Hypothèse théorique	22
2. Hypothèses opérationnelles	22
PARTIE EXPERIMENTALE	23
I. LA POPULATION.....	24
1. Choix de la population.....	24
2. Critères d'inclusion et d'exclusion.....	24
3. Description de l'échantillon.....	24
II. MATERIEL	25
1. Épreuves testant les capacités cognitives générales	25
2. Épreuves arithmétiques.....	26
3. Épreuves liées à la notion de fraction.....	28
III. PROCEDURE.....	32
1. Pré-test, post-test	32
2. Lieux.....	33
3. Déroulement.....	33
IV. COTATION	34
PRESENTATION DES RESULTATS.....	35
I. OBJECTIFS	36
II. PERFORMANCES GLOBALES	37
1. Performances au pré-test.....	37
2. Performances au post-test.....	39
3. Performances globales du pré-test et du post-test	40
III. PROGRESSIONS PAR EPREUVE	42
1. L'évolution des performances par épreuve	42
2. Le questionnaire proposé aux enseignants	47

IV. ÉTUDES DE CAS.....	50
1. Groupe faible en arithmétique et faible en fraction.....	51
2. Groupe bon en arithmétique et bon en fraction	51
3. Groupe bon en arithmétique et faible en fraction	52
4. Groupe faible en arithmétique et bon en fraction	52
V. CARACTERISTIQUES DES ELEVES PROGRESSANT LE PLUS.....	53
1. Performances aux capacités cognitives générales.....	54
2. Performances au pré-test.....	54
3. Performances au post-test.....	55
DISCUSSION DES RESULTATS	56
I. ANALYSE DES RESULTATS	57
1. Le développement de l'arithmétique.....	57
2. Le développement des fractions	57
3. L'influence du développement de l'arithmétique et des capacités cognitives générales sur les performances en fraction.....	59
4. L'influence de l'enseignement sur les performances	59
II. VERIFICATION DES HYPOTHESES.....	60
1. Hypothèse opérationnelle 1.....	60
2. Hypothèse opérationnelle 2.....	60
3. Hypothèse opérationnelle 3.....	60
4. Hypothèse opérationnelle 4.....	61
5. Hypothèse théorique	62
III. LIMITES ET APPORTS DE NOTRE TRAVAIL.....	62
1. Les limites	62
2. Les apports.....	63
3. Perspectives de recherche.....	65
CONCLUSION.....	66
BIBLIOGRAPHIE.....	67
ANNEXES.....	70
ANNEXE I : LES SUPPORTS INDIVIDUELS	71
1. Les capacités cognitives générales	71
2. Le cahier d'épreuves.....	72
ANNEXE II : LES SUPPORTS COLLECTIFS	84
1. Le diaporama	84
2. L'épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale	92
ANNEXE III : LE QUESTIONNAIRE PROPOSE AUX ENSEIGNANTS.....	93
ANNEXE IV : LES DONNEES QUANTITATIVES ET QUALITATIVES.....	95
1. La population initiale.....	95
2. La population finale.....	99
3. Les progressions par épreuve	101
TABLE DES ILLUSTRATIONS.....	103
TABLE DES MATIERES	105

INTRODUCTION

Les recherches dans le domaine des fractions demeurent rares mais les quelques données disponibles montrent que les performances des élèves sont faibles, y compris au collège (Barrouillet, Billard, De Agostini, Démonet, Fayol, Gombert, Habib et al., 2007). Des recherches supplémentaires sont donc nécessaires pour faire un état des lieux des difficultés des enfants, en identifier les origines et essayer de définir des interventions adaptées. Nous n'avons pas connaissance de l'existence de test de diagnostic normé.

Selon le programme national (« Bulletin officiel hors-série n° 3 du 19 juin 2008 », s. d.) du cours moyen de première année (CM1), les élèves reçoivent leur premier enseignement des fractions tout en consolidant les connaissances et les compétences acquises dans les classes antérieures.

Les élèves disposeraient même, de bases plutôt solides, avant l'apprentissage scolaire des fractions (Gallistel, 1992 ; Mix, 1999, cités par Meert & Grégoire, 2005). Ainsi des pré-requis ont-ils été définis pour l'apprentissage des fractions (Meert & Grégoire, 2005).

Nous nous sommes basées sur ces pré-requis et d'autres données de la littérature, notamment l'étude de Hecht et Vagi (2010), pour construire les épreuves proposées aux élèves de CM1. Nous avons également consulté des manuels scolaires contemporains et plus anciens, dont Vassort et Vassort (1956). Ces épreuves avaient pour visée l'évaluation des capacités cognitives générales, des performances arithmétiques et celles liées à la notion de fraction chez des élèves tout-venant.

Ensemble, nous avons souhaité travailler avec le Professeur Michel Fayol, éminent chercheur en psychologie cognitive. Cette première rencontre nous a motivées à travailler dans le domaine des fractions. Il nous a semblé riche et pertinent d'étudier le début du développement des fractions et d'identifier, en parallèle, les prédicteurs à cet apprentissage.

D'une part, nous avons cherché à identifier des compétences intuitives au développement des fractions, avant tout apprentissage formel. D'autre part, nous nous sommes intéressées à l'influence des capacités cognitives générales et des performances arithmétiques sur les performances aux épreuves en fraction chez des élèves tout-venant de CM1.

Nous allons développer les connaissances actuelles de la littérature à partir desquelles nous avons élaboré notre étude. Puis, nous présenterons notre problématique et les hypothèses qui en découlent. Nous détaillerons alors notre expérimentation, nous présenterons les données recueillies et les analyses statistiques effectuées. Nous discuterons ensuite l'ensemble de ce travail pour revenir sur la vérification de nos hypothèses et actualiser nos questionnements.

Chapitre I

PARTIE THEORIQUE

I. Le développement de l'arithmétique

1. Définition

Le terme arithmétique est issu du latin « arithmetica », venant lui-même du grec « arithmêtikê » ; il signifie « sciences des nombres ». « *L'arithmétique est l'étude des relations et des propriétés des nombres entiers et rationnels, c'est-à-dire des ensembles N , Z , Q* » (Baruk, 1992, p.131). Nous définissons ces ensembles dans le chapitre II, au 1.1.

2. Le développement du nombre

2.1. Les premiers apprentissages

Le jeune enfant dispose précocement de capacités numériques spécifiques. En effet, le nouveau-né serait susceptible de discriminer, d'un point de vue perceptif, de petites numérosités (Fayol, Roussel & Camos, 2000). Des études ont montré que les enfants, de 2 ans à 4 ans et demi, réussissent d'abord à évaluer la cardinalité d'ensembles d'éléments lors d'épreuves non verbales puis verbales. Il s'agissait de mise en correspondance (*i.e.*, mettre autant de) ou de calculs (*i.e.*, ajouter ou enlever 1 ou 2 éléments) avec des jetons. Ainsi, le jeune enfant mobiliserait des représentations mentales discrètes avant de développer le codage linguistique de la numérosité. Puis, il doit apprendre par cœur la suite de dénomination orale et ce, au moins jusqu'à 16, le système de comptage étant ensuite régulier. Ce dénombrement repose sur deux activités coordonnées : l'énonciation de la suite des nombres et le pointage sans répétition ni omission des éléments à dénombrer (Gelman & Gallistel, 1978, cités par Fayol, Roussel & Camos, 2000). Ainsi, l'acquisition des premiers chiffres serait rapide et aisée (Fayol, Seron & Perros, 2004). Cependant, associer une étiquette verbale à une quantité serait difficile à cause de l'aspect conventionnel du système de dénomination verbale et des processus de catégorisation (*i.e.*, capacités à considérer deux ensembles de nombres comme étant équivalents). L'automatisation dans le traitement du nombre est atteinte graduellement, à mesure que les enfants progressent dans leurs compétences numériques. L'établissement d'une relation précise entre le code arabe et la représentation analogique survient rapidement, au cours de la période comprise entre 6 et 9 à 10 ans.

2.2. Résolution d'opérations

Lors de la résolution d'opérations, l'enfant met en œuvre un certain nombre de stratégies (Barrouillet et al., 2007a). Ainsi la stratégie de récupération des faits arithmétiques est fréquemment utilisée pour l'addition (Ashcraft, 1992, cité par Barrouillet et al., 2007a). Il semblerait que cette mémorisation interfère avec celle des faits multiplicatifs (Fayol, 2012). Effectivement, les connaissances sur les multiplications vont progressivement s'organiser en réseau dans lequel des paires d'opérandes sont reliées aux résultats. Ainsi, lorsque l'enfant est confronté à un opérande, le réseau associé à celui-ci s'active : il s'agit

des différents résultats associés, des opérandes et des résultats voisins (*e.g.*, 4×6 et 5×6). Le risque d'erreur est majoré par la taille des produits (*e.g.*, la table du 7) et lorsqu'un résultat est associé à plusieurs produits (*e.g.*, 2×9 , 9×2 , 3×6 , 6×3 pour 18). Par ailleurs, la soustraction est davantage résolue par des procédures de comptage. Pour la division, l'enfant emploie deux stratégies principales : la récupération des faits multiplicatifs associés (Campbell, 1997, cité par Barrouillet et al., 2007a) et l'addition plusieurs fois répétée du diviseur pour finalement atteindre le dividende.

2.3. Résolution de problèmes

Dans sa vie quotidienne, l'enfant est très tôt confronté à l'arithmétique. En effet, il se trouve face à des situations-problèmes qui lui permettent de développer ses capacités de résolution (Vergnaud, 1985, cité par Fayol, Seron & Perros, 2004). Cet apprentissage implicite est ensuite complété par un apprentissage explicite. A l'école, la résolution des problèmes est abordée à partir de la présentation verbale d'un énoncé. Les difficultés rencontrées lors des résolutions de problèmes dépendent alors, le plus souvent, de la compréhension des énoncés et non de la dimension arithmétique du problème (Fayol, Roussel & Camos, 2000).

Une classification des problèmes additifs a été établie (Riley, Greeno & Heller, 1983, cités par Barrouillet et al., 2007a). Il en existe trois sortes. Les problèmes de type changement se présentent sous la forme d'une transformation temporelle. Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final : « Théo a mangé deux tiers d'un paquet de neuf bonbons. Combien de bonbons reste-t-il ? ». Dans le cas des problèmes de type combinaison, nous partons de situations statiques : « Il y a douze gâteaux. Thibault a un tiers des gâteaux et Florent un quart. Combien ont-ils de gâteaux à eux deux ? ». Pour les problèmes de type comparaison, il s'agit d'évaluer des situations stables avec une mise en relation du type « plus de / moins de » : « Alicia a mangé un tiers du gâteau, Elise un demi et Cassandre un sixième. Qui a mangé le plus de gâteau ? ». Outre le type de problème, la sémantique et la structure du problème influencent également les performances et les stratégies des enfants. Ceci explique également l'importance de la formulation de l'énoncé : si la question est placée au début du problème, la résolution s'en trouve facilitée.

Pour résoudre un problème, l'enfant va construire des structures particulières qui correspondent à chaque type de problème et qui s'adaptent aux différentes variables des énoncés (Schank & Abelson, 1977 ; Kintsch & Greeno, 1985, cités par Barrouillet et al., 2007a). Ainsi, s'il rencontre un problème pour lequel il ne dispose pas de structure prédéfinie en mémoire à long terme, celui-ci sera plus difficile à résoudre. L'enfant sera obligé d'élaborer un modèle mental en mémoire de travail (Kintsch & Greeno, 1985, cités par Barrouillet et al., 2007a). En outre, la résolution de problème dépend du niveau de compétence en compréhension de texte (De Corte & Verschaffel, 1985 ; Cummins et al., 1988, cités par Barrouillet et al., 2007a). Enfin, l'enfant peut produire une réponse aberrante, s'il est confronté à un problème au caractère stéréotypé, en situation de classe (Gravemeijer, 1997, cité par Barrouillet et al., 2007a).

2.4. Les différences filles-garçons

Depuis le XIX^{ème} siècle, il était communément admis que les femmes présentaient des faiblesses en mathématiques. Or, des méta-analyses récentes ont montré que, plus les hommes et les femmes ont un statut social similaire, plus leur niveau de performances s'équivaute (Hyde & Mertz, 2009 ; Guiso, Monte, Sapienza & Zingales, 2008). Ainsi, lorsque l'accès à l'éducation scientifique est égal, il n'existerait plus d'écart de performances, en mathématiques, entre les hommes et les femmes (Cohen & Naccache, 2012).

3. Difficultés

Le système linguistique de dénomination verbale comporte des particularités qui vont rendre son acquisition difficile (Fayol, 2012 ; Fayol, Seron & Perros, 2004). L'absence de transparence entre la langue orale et le système en base 10 a un impact sur l'acquisition des chaînes numériques orale et écrite. Ainsi, en termes de dénomination des quantités, les variations de performances entre les langues dépendraient majoritairement du caractère plus ou moins régulier, des composantes verbales utilisées pour transcrire les nombres.

Les irrégularités du code verbal français entraînent des performances plus faibles en transcodage « code verbal - code analogique » qu'en transcodage « code arabe - code analogique » et « code verbal - code arabe ». Ainsi, les performances sont meilleures lorsque les transcodages n'impliquent pas le code verbal (Jarlegan, Fayol & Barrouillet, 1996). En effet, les difficultés rencontrées jusqu'à l'adolescence, dans le transcodage « code verbal vers code arabe », proviennent de la longueur phonologique des formes orales (*i.e.*, nombre de syllabes) et de la taille des nombres arabes (*i.e.*, nombre de chiffres).

Plus généralement, le transcodage, soumis à des obligations de stockage et de traitement, serait tributaire de la mémoire de travail. Deux autres difficultés sont associées au système de représentation arabe. Il s'agit de l'existence du chiffre 0 et de l'utilisation d'une numération de position (Fayol, 2012 ; Fayol, Seron & Perros, 2004). Une difficulté supplémentaire existe pour les Français, à savoir, la construction des « dizaines complexes ». Effectivement, la formation des suites de soixante-dix, puis de quatre-vingts et de quatre-vingt-dix est irrégulière (Fayol, 2012).

4. Modèles cognitifs de l'apprentissage de l'arithmétique

4.1. Le modèle du Triple code

Il existe plusieurs modèles d'apprentissage. Nous commencerons par évoquer le modèle de Dehaene (Dehaene & Cohen, 1995, 2000, cités par Fayol, Seron & Perros, 2004) ou modèle du Triple code. Ce modèle est constitué des codes verbal, visuel et analogique. Les deux premiers permettent d'effectuer des calculs précis, le troisième est conçu comme une ligne numérique incompressible et permet de traiter la quantité associée à un

nombre. Ces trois codes peuvent entretenir des relations deux à deux. Chacun d'eux intervient dans des situations spécifiques. Ce modèle ne s'intéresse pas au développement des performances.

4.2. Le modèle de McCloskey et al.

Un second modèle est évoqué, celui de McCloskey et ses collaborateurs (McCloskey, 1992 ; McCloskey, Caramazza & Basili, 1985, cités par Fayol, Seron & Perros, 2004). Il contient trois modules associés aux trois mécanismes suivants : compréhension, production et calcul. Les nombres sont interprétés d'un point de vue sémantique, grâce à une représentation abstraite propositionnelle. Ainsi, tout traitement du nombre implique un traitement sémantique. Ce modèle est construit principalement sur les troubles observés, il est applicable aux performances des adultes et semble donc peu approprié par rapport à notre échantillon de CM1.

4.3. Le modèle du complexe d'encodage

Enfin, dans le modèle du complexe d'encodage (Campbell & Clark, 1988, 1992 ; Clark & Campbell, 1991, cités par Fayol, Seron & Perros, 2004), les concepts numériques sont définis comme un réseau de codes multiples associés et connectés, susceptibles de s'activer entre eux. Il n'existe pas une seule représentation sémantique mais un faisceau de représentations. Cette approche est plus complexe que les précédentes et paraît plus difficile à utiliser dans le cadre de notre recherche.

Ces modèles n'abordent pas le développement des performances arithmétiques.

Nous avons développé l'état actuel des connaissances sur l'apprentissage de l'arithmétique, nous allons maintenant nous centrer sur les données de la littérature concernant l'apprentissage des fractions.

II. Le développement des fractions

1. Définitions

1.1. Les ensembles de nombres

L'ensemble des nombres naturels (N) contient les nombres entiers positifs ainsi que zéro. L'ensemble des nombres entiers (Z) est constitué des entiers positifs et négatifs. L'ensemble des nombres rationnels est représenté par Q (*i.e.*, initiale de « quotient »).

1.2. Les nombres fractionnaires

Les termes « fraction » et « fracteur » sont issus du verbe latin « frangere », qui signifie rompre, briser. Une fraction est un nombre rationnel, c'est-à-dire un quotient de deux nombres entiers (Meert & Grégoire, 2005). Elle est représentée soit sous la forme d'une fraction commune (*e.g.*, $1/4$), soit sous la forme d'une fraction décimale (*e.g.*, 0,25).

Les fractions communes se divisent en deux sous-catégories (Van Hout, 2005). Les fractions strictes sont constituées d'un numérateur inférieur ou égal au dénominateur. Les fractions générales possèdent un numérateur supérieur au dénominateur.

Une fraction décimale, ou nombre décimal, correspond à une suite de chiffres dont la valeur dépend du rang du premier chiffre (*e.g.*, 1,34). Cependant, si ce nombre est précédé d'un 0 ou suivi d'un 0, ces zéros sont dits « non significatifs » (*e.g.*, 01,340 = 1,34). En revanche, lorsqu'il existe un ou plusieurs 0 à l'intérieur de la suite de chiffres, ceux-ci sont dits « significatifs » (*e.g.*, 1,304 et 10,34). Effectivement, ils modifient le rang du premier chiffre et, par conséquent, la valeur du nombre résultant (Van Hout, 2005).

1.3. Les opérations sur les fractions

Les propriétés structurelles propres aux nombres naturels vont être utilisées pour les fractions (Van Hout, 2005). « Deux fractions a/b et c/d sont « équivalentes » si et seulement si $a \times d = b \times c$; a/b est supérieure à c/d si $a \times d > b \times c$. » (Van Hout, 2005, p. 44). Pour additionner deux fractions, il est nécessaire de leur substituer des fractions équivalentes de même dénominateur puis d'additionner les numérateurs de ces fractions. La multiplication s'effectue grâce au produit des deux dénominateurs et à celui des deux numérateurs.

Pour les fractions décimales, la technique d'opération sera similaire à celle employée pour les nombres naturels.

2. Apprentissage des fractions

Les enfants disposent très tôt de représentations sur les fractions, puisqu'ils sont amenés à les employer quotidiennement (Barrouillet et al., 2007a). Ils ont ainsi des capacités intuitives concernant les opérations de fraction (Fayol, 2012). Plus tard, les capacités de résolution des opérations complexes à l'école primaire vont dépendre des connaissances conceptuelles sur les nombres, de la notation positionnelle, du sens et de la nature des opérations.

L'apprentissage des fractions correspond à la familiarisation avec une nouvelle catégorie de nombres (Meert & Grégoire, 2005). Le terme fraction est plurivoque dans le sens où il recouvre plusieurs situations différentes. Ainsi, la fraction peut correspondre à une opération de fractionnement (*i.e.*, action de partage en plusieurs unités égales). Elle est également un rapport (*i.e.*, pourcentages, probabilités et échelles). Dans ce cas précis, les enfants vont être confrontés aux notions de fractions équivalentes et de fractions irréductibles. Enfin, la fraction se conçoit comme une mesure. Elle peut être représentée sous la forme d'un nombre décimal. Cette notion serait la plus difficile à assimiler.

L'influence du type de représentations des fractions sur les performances des élèves a été étudiée (Ni, 2001). Les représentations des fractions sont qualifiées de « simples » lorsqu'elles offrent une correspondance immédiate entre le dénominateur de la fraction et le nombre de segments présentés (*e.g.*, la fraction $1/2$ associée à un cercle divisé en deux). Elles sont qualifiées d'« équivalentes » lorsqu'il convient de réaliser une multiplication ou une division pour pouvoir mettre en correspondance le dénominateur et le nombre de segments représentés (*e.g.*, la fraction $3/6$ associée à un cercle divisé en deux). Les élèves mettent plus facilement en correspondance les fractions sous forme symbolique avec leurs représentations sous forme d'aires, puis sous forme de segments de droite. Les représentations graphiques sous forme d'ensembles d'éléments discrets sont les plus difficiles.

3. Difficultés

3.1. Le vocable fraction : un terme plurivoque

D'un point de vue sémantique, le terme de fraction est associé à plusieurs notions. Ceci est source de difficultés pour l'enfant en cours d'apprentissage (Meert & Grégoire, 2005). En effet, dans le cas d'une situation de partage (*i.e.*, opération de fractionnement), les difficultés rencontrées par l'élève vont être fonction de la valeur de la fraction. Ainsi, une fraction avec un numérateur de valeur 1 est plus facile à traiter qu'une fraction avec un numérateur supérieur à 1. La situation se complique encore quand il faut partager plusieurs éléments entre plusieurs personnes (*e.g.*, 3 gâteaux pour 4 personnes).

En ce qui concerne la situation de rapport, il est intéressant de noter que l'enfant perçoit cette notion avant de savoir la représenter (Rouche, 1998, cité par Meert & Grégoire, 2005). Effectivement, l'enfant n'a pas besoin d'effectuer une mesure pour identifier un rapport. Ce concept est abordé à l'école primaire. Les élèves l'emploient pour les pourcentages, les probabilités et les échelles. Ils sont alors confrontés aux notions de

fractions équivalentes et de fractions irréductibles. Ils cherchent le plus grand commun diviseur du numérateur et du dénominateur d'une fraction.

Enfin, les « fractions mesures », dont les fractions décimales, seraient celles posant le plus de difficultés aux élèves. Ceux-ci peinent à considérer la « fraction mesure » comme un nombre à part entière et la barre de fraction n'est pas toujours perçue comme symbole de la division. Si l'enfant a conscience de l'infinité des nombres entiers naturels, il n'accède pas immédiatement à la compréhension de l'infini pour les nombres fractionnaires. Cet accès sera facilité par l'expérience et le calcul sur ces nombres.

3.2. Les représentations de la notion de fraction

Le système conventionnel de représentation des fractions peut gêner l'enfant dans sa compréhension. La construction du système de dénomination orale favorise ou non les performances en fraction (Miura, Okamoto, Vlahovic-Stetic, Kim & Han, 1999, cités par Meert & Grégoire, 2005). Par exemple, la langue coréenne emploie un système numérique oral transparent, ce qui permet à l'enfant coréen d'acquérir une compréhension informelle des fractions. L'enfant français sera, quant à lui, limité par l'opacité du système numérique (Meert & Grégoire, 2005).

Les représentations graphiques des nombres fractionnaires interviennent dans la construction du concept d'équivalence entre deux fractions (Ni, 2001). Les représentations graphiques simples permettent un accès aisé à l'équivalence, ce qui n'est pas le cas des représentations équivalentes.

3.3. Des obstacles

Dans l'apprentissage des fractions, il existe trois obstacles distincts (Brousseau, 1983, cité par Barrouillet et al., 2007b). Les obstacles ontogénétiques sont dus au niveau de développement de l'enfant : celui-ci n'est pas encore capable de résoudre la tâche. Les obstacles didactiques sont d'origine éducative. Les obstacles épistémologiques sont dus au type de connaissances mises en jeu.

« Associer les décimaux à des mesures et les séparer du monde des fractions a créé un certain nombre d'obstacles didactiques qui provoquent des erreurs caractéristiques » (Barrouillet et al., 2007b, p. 140). L'enfant traite les nombres décimaux comme les nombres entiers et va par exemple considérer que 3,143 est plus grand que 3,2 puisque 143 est plus grand que 2. Par ailleurs, l'association des notions propres aux décimaux et des notions propres aux mesures entraîne une gêne pour l'enfant (e.g., 2,350 kg = 2350 g). Enfin, l'obstacle principal de l'apprentissage des décimaux est qu'ils sont souvent considérés, non pas comme des nombres nouveaux, mais comme des mesures (Coquin & Camos, 2006).

Lors de l'apprentissage des fractions, la confrontation à des situations de partage rend difficile l'acceptation de la fraction comme nombre. Les fractions sont associées à des représentations concrètes ce qui complique la réalisation d'opérations (Barrouillet et al., 2007b ; Coquin & Camos, 2006).

4. Modèles cognitifs de l'apprentissage des fractions

4.1. Relations partie/tout, relations entre deux rapports

La compréhension du principe de fraction a été décrite à partir de la partition de surfaces concrètes (Piaget, Inhelder & Szeminska, 1948, cités par Meert & Grégoire, 2005). Entre 4 et 7 ans, l'enfant va acquérir des schémas anticipateurs. Il ne peut réussir la partition tant qu'il n'anticipe pas les relations entre les différentes parties d'un tout et qu'il ne conçoit pas celui-ci comme tel. La réorganisation des actions de l'enfant en opérations réversibles va lui permettre d'affiner ses représentations. Ceci le fera évoluer vers un schéma anticipateur de nature opératoire. La notion du tout et le rapport de partie-tout se mettent en place vers 7 ans. La notion de partie-tout faciliterait la résolution d'opérations sur des fractions (Hecht, Close & Santisi, 2003, cités par Meert & Grégoire, 2005). Par ailleurs, la comparaison des rapports supposerait l'acquisition de capacités opératoires apparaissant au début de l'adolescence (Piaget & Inhelder, 1974, cités par Meert & Grégoire, 2005).

4.2. Représentations des fractions

La représentation des fractions comme partie d'un tout dépend de la langue maternelle. De ce fait, les langues asiatiques facilitent la représentation des fractions (Coquin & Camos, 2006).

Les enfants se construiraient une représentation mentale de la quantité initiale et imagineraient son évolution en fonction des retraits et des ajouts : ils seraient ainsi capables de se créer des représentations présymboliques des fractions (Mix, Levine & Huttenlocher, 1999, cités par Meert & Grégoire, 2005). Autrement dit, la compréhension des fractions précéderait celle des symboles conventionnels permettant de les utiliser.

En général, la conception des fractions, comme mesures et parties d'un tout, et les représentations graphiques associées sont plutôt indépendantes en fin de cycle primaire (Meert & Grégoire, 2005). Lorsque les élèves réussissent les opérations de fraction, ils ne comprennent pas pourquoi. Les acquisitions se font donc de manière parcellaire (Fayol, 2012).

4.3. Connaissances conceptuelles et procédurales

Il existe un impact mutuel entre les connaissances procédurales et conceptuelles. En effet, l'évolution de celles-ci dépend du type d'opérations (*i.e.*, les multiplications sont réussies avant les additions de fractions) et les progrès procéduraux n'entraînent pas une amélioration des concepts (Fayol, 2012). Les résultats en calcul impliquant les fractions semblent dépendants des connaissances conceptuelles (Byrnes & Wasik, 1991, cités par Meert & Grégoire, 2005). Les élèves présentant un bon niveau conceptuel et procédural réussissent mieux aux tâches de résolutions de problèmes et d'estimation de fractions que les élèves ayant un bon niveau procédural (Hecht, Steven & Vagi, 2012). Plus précisément, les enfants ayant une bonne compréhension conceptuelle des fractions

résolvent mieux les problèmes en fraction (Hecht et al., 2003, cités par Meert & Grégoire, 2005).

4.4. Organisation des connaissances et gestion des magnitudes

Les fractions représenteraient un concept dont l'acquisition nécessiterait un changement ontologique (Chi & Slotta, 1994, cités par Stafylidou & Vosniadou, 2004). D'abord, la notion mathématique de la fraction serait systématiquement déformée : elle ne serait pas compatible avec les principes que l'enfant applique pour compter les nombres naturels (Gallistel & Gelman, 1992, cités par Meert & Grégoire, 2005). Ensuite, des études récentes démontrent que la réorganisation des connaissances liées aux fractions n'interférerait pas avec la résolution d'opérations sur des entiers. Cette dernière tâche participerait à l'organisation des connaissances fractionnaires (Coquin & Camos, 2006).

Les enfants réfléchissent dans le cadre d'un système où « *les nombres entiers sont sous-tendus par le système primitif de représentation mentale des magnitudes* » (Meert & Grégoire, 2005, p. 240). Lors de la comparaison de fractions avec des termes communs, les représentations de magnitude sont activées (Meert, Grégoire & Noël, 2010). Les élèves mettent ainsi plus de temps à traiter des fractions avec des numérateurs communs qu'avec des dénominateurs communs. Lorsque l'enfant doit comparer des fractions, il existe deux possibilités. Soit, il inhibe le dénominateur et classe les fractions en fonction de leur numérateur ; soit, il prend en considération le dénominateur mais reste sensible à sa valeur relative (*e.g.*, $2/7$ sera alors considéré comme supérieur à $2/6$). Enfin, lors de la comparaison de fractions, les élèves doivent inhiber les connaissances sur les nombres naturels et gérer l'interférence des magnitudes activées.

A notre connaissance, il n'existe pas de modèle développemental général dans le domaine des fractions.

Nous avons défini la notion de fraction, aux niveaux comportemental et cognitif, nous allons maintenant établir les liens entre les capacités arithmétiques et les fractions.

III. Les relations entre l'arithmétique et les fractions

1. L'influence de l'arithmétique sur les fractions

Des pré-requis sont nécessaires à la compréhension de la notion de fraction (Meert & Grégoire, 2005). D'abord, déterminer des grandeurs égales et comprendre la conservation de la grandeur initiale permet de réaliser un partage équitable. Ensuite, la maîtrise des opérations de multiplication, de division et la connaissance des tables de multiplication facilitent la résolution des calculs de fractions. L'enfant peut identifier les diviseurs et les multiples des termes des fractions. Enfin, la compréhension du système en base 10 et de l'écriture de position constitue un pré-requis à l'apprentissage des fractions décimales.

A partir de ces pré-requis, l'enfant élabore ses connaissances sur les nombres rationnels. Il aborde d'abord la fraction en tant qu'opérateur. Il va devoir associer des situations de partage à des « *représentations analogiques et des représentations symboliques conventionnelles numériques et orales* » (Meert & Grégoire, 2005, p. 247-248). Il découvre ainsi cette possibilité d'exprimer les fractions dans trois registres (*i.e.*, réel, analogique et symbolique), et accède à la notion d'équivalence et de proportion. Il devient également capable d'exprimer une fraction en respectant l'écriture de position. Cette découverte s'accompagne d'une restructuration des connaissances de l'élève et d'une réorganisation de la suite numérique. L'enfant acquiert enfin le vocabulaire propre aux fractions et ses procédures de calculs s'adaptent aux spécificités des nombres rationnels.

2. Les capacités cognitives impliquées dans les fractions

Selon Lussier et Fleysas (2001), la mémoire et l'attention sont deux capacités cognitives à la base des processus d'apprentissage (cités par Chomel-Guillaume, Leloup, Bernard, Riva & François-Guinaud, 2009). Nous développons la mémoire de travail visuo-spatiale puis l'attention sélective visuelle.

2.1. La mémoire de travail visuo-spatiale

Selon le modèle de Baddeley (1986, 2000), la mémoire de travail est un système à capacité limitée. Elle permet le maintien de l'information pendant la durée de la réalisation d'une tâche cognitive. La mémoire de travail est constituée d'un administrateur central et de deux systèmes-esclaves : la boucle phonologique et la mémoire de travail visuo-spatiale (ou calepin visuo-spatial).

L'administrateur central est le système responsable d'un ensemble de fonctions de régulation : l'attention, le contrôle de l'action, la résolution de problèmes... D'une part, la boucle phonologique est sollicitée lors de la procédure de comptage et pour l'encodage des faits arithmétiques. Elle semble essentiellement liée aux compétences arithmétiques. D'autre part, la mémoire de travail visuo-spatiale est impliquée dans les représentations numériques mentales et dans l'organisation spatiale. Ces représentations correspondent au code analogique du modèle du Triple code. La maîtrise de ces représentations nécessite

ainsi une bonne organisation spatiale puisque le sujet doit distinguer le numérateur du dénominateur. Ce sous-système semble donc lié aux compétences en fraction.

Détaillons les relations entre la mémoire de travail et les fractions (Halford, 1993, cité par Meert & Grégoire, 2005). Au cours de son apprentissage, l'enfant va d'abord devoir organiser ses représentations pour surmonter les limites de sa mémoire de travail. Celle-ci va ensuite augmenter en capacité avec l'âge. La comparaison de nombres entiers suppose l'utilisation de représentations bidimensionnelles. La comparaison de fractions nécessite, quant à elle, l'emploi de représentations quaternaires. L'empan mnésique de sujets de 10 à 11 ans est corrélé aux performances en comparaison de fractions (Hecht, 1993, cité par Meert & Grégoire, 2005). Les performances en fraction seraient donc dépendantes du développement de la mémoire de travail.

2.2. L'attention sélective visuelle

Selon Sierrof (1994) et Camus (1996), l'attention « *est la sélection d'un événement ou d'une pensée et son maintien dans la conscience* » (cités par Bedey & Etcheverry, 2004). Elle permet au sujet de s'adapter aux multiples informations sensorielles qu'il reçoit. Elle est en lien avec la capacité d'inhibition.

L'attention est divisée en deux composantes : l'attention soutenue et l'attention sélective. L'attention soutenue correspond à la vigilance et à l'état d'alerte. L'attention sélective permet de traiter une information plutôt qu'une autre, elle permet éventuellement de sélectionner le type de réponse à produire. Ces deux composantes attentionnelles peuvent être évaluées selon deux modalités : auditive et visuelle. Cette dernière semble prédominer dans les tâches liées à la notion de fraction.

Toute tâche cognitive consomme des ressources attentionnelles. Cette consommation varie de façon quantitative selon le contexte ou le degré d'automatisme. Elle dépend également de l'âge du sujet : le système mésencéphalo-frontal, à la base des mécanismes attentionnels, mature de la naissance à l'âge adulte.

Nous avons dressé les éléments de la littérature qui nous ont conduites à l'élaboration de ce travail de recherche. Présentons maintenant notre problématique et nos hypothèses.

Chapitre II

PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES

I. Problématique

Dès le plus jeune âge, l'enfant rencontre des situations arithmétiques et des situations liées à la notion de fraction, dans sa vie quotidienne. Il aurait accès à la compréhension de ces situations avant celle des symboles conventionnels. Ces capacités implicites vont ensuite se développer, sans différence entre les filles et les garçons, à niveau d'éducation scolaire égal. Au CM1, l'apprentissage explicite des fractions commence et les acquis arithmétiques antérieurs sont approfondis.

Malheureusement, il n'existe pas à l'heure actuelle de modèles développementaux, concernant les domaines de l'arithmétique et des fractions, même si de nombreuses difficultés sont relevées tout au long de leur apprentissage. Tout d'abord, la langue orale française ralentit ce développement. Selon Jarlegan, Fayol et Barrouillet (1996), les performances en transcodage sont meilleures lorsqu'elles sont non-verbales. De plus, le manque de transparence de la langue ne facilite pas la perception du système en base 10. Ainsi, les irrégularités du français compliquent la compréhension des notions mathématiques. Chacun des domaines de l'arithmétique et des fractions comporte également des notions plus difficiles à intégrer par les élèves : notamment l'écriture de position, en arithmétique, et les fractions décimales. A l'école, l'abord didactique des fractions décimales et des problèmes peut compliquer leur mise en lien avec les autres notions mathématiques.

Les domaines de l'arithmétique et des fractions semblent pourtant fortement liés. D'une part, l'apprentissage des fractions nécessite la réorganisation des connaissances mathématiques. Cette réorganisation serait facilitée par la résolution d'opérations sur les nombres entiers. D'autre part, les fractions ont des points communs avec les notions arithmétiques ; notamment, les fractions décimales ont les mêmes règles opératoires que les nombres naturels. Mais, les fractions sont difficilement considérées comme des nombres. En effet, cette notion regroupe différentes situations et diverses représentations qui ne sont pas mises en lien aisément. Enfin, des pré-requis, appartenant au domaine de l'arithmétique, ont été définis par Meert et Grégoire (2005). Ce seraient des bases à l'apprentissage des fractions.

D'une manière générale, toute tâche cognitive implique la mémoire de travail et l'attention, dont les capacités augmentent avec l'âge. Pour mémoriser les faits arithmétiques et les habiletés liées à la notion de fraction, l'enfant utilise sa mémoire de travail. De plus, il doit mettre en œuvre une capacité attentionnelle sélective efficiente pour se focaliser sur les objets mathématiques qu'il va intégrer. Plus particulièrement, les représentations des fractions paraissent solliciter préférentiellement la modalité visuelle : la mémoire de travail visuo-spatiale (*i.e.*, représentations graphiques, barre de la division permettant de distinguer le numérateur du dénominateur) et l'attention sélective visuelle (*i.e.*, symboles conventionnels et code analogique).

Tous ces éléments nous amènent au questionnement suivant : les performances arithmétiques et cognitives générales ont-elles un impact sur les performances liées à la notion de fraction ainsi que leur évolution chez des élèves de CM1 ?

Notre travail portera sur deux points. Nous commencerons par le bilan des connaissances de CM1 sur ces notions. Ensuite, nous étudierons l'éventuelle influence des performances en arithmétique et des capacités cognitives générales sur les performances et les progrès aux épreuves de fraction.

II. Hypothèses

1. Hypothèse théorique

Les performances aux capacités cognitives générales et les performances ainsi que les progrès en arithmétique prédisent les performances en fraction et leurs améliorations.

2. Hypothèses opérationnelles

2.1. Hypothèse 1

Les performances aux épreuves arithmétiques et en fraction se développent tout au long de l'année de CM1. Elles sont globalement meilleures au post-test qu'au pré-test.

2.2. Hypothèse 2

Le développement des performances arithmétiques influe sur le développement des performances liées aux fractions. De bons résultats aux épreuves arithmétiques s'accompagnent de bons résultats aux épreuves liées aux fractions.

2.3. Hypothèse 3

Les capacités cognitives d'attention sélective visuelle et de mémoire de travail visuo-spatiale sont impliquées dans le développement des performances en fraction. De bons résultats aux épreuves testant ces capacités cognitives devraient s'accompagner de bons résultats aux épreuves liées à la notion de fraction.

2.4. Hypothèse 4

Nous pensons que le développement des performances en fraction s'appuie sur de bonnes capacités cognitives et arithmétiques. Ainsi, les élèves qui progressent le plus, entre le pré-test et le post-test, auraient des bonnes performances arithmétiques et de bonnes compétences cognitives générales. Autrement dit, de bons résultats aux capacités cognitives générales et aux épreuves arithmétiques devraient s'accompagner de progrès en fraction.

Après avoir décrit notre problématique et les hypothèses, nous allons détailler notre protocole expérimental et ses conditions d'application.

Chapitre III

PARTIE EXPERIMENTALE

I. La population

1. Choix de la population

Nous avons travaillé avec une cohorte d'élèves tout-venant de CM1. La première partie de l'expérimentation a eu lieu au mois de novembre 2011, la seconde en mai 2012. Lors de la première expérimentation, l'enseignement explicite concernant les fractions ne devait pas encore avoir été dispensé.

2. Critères d'inclusion et d'exclusion

Les élèves tout-venant de CM1, autorisés par leurs parents, étaient potentiellement les sujets de notre échantillon.

Les élèves répondant aux critères suivants ont été exclus de notre population :

- Prise en charge orthophonique passée ou actuelle
- Difficultés en lecture et/ou en compréhension du français
- Difficultés en mathématiques
- Doublement d'une classe
- Saut de classe
- Difficultés dans les deux épreuves testant l'attention sélective visuelle et la mémoire de travail visuo-spatiale

Concernant le dernier critère d'exclusion, nous nous sommes basées sur les seuils décrits ci-après. À l'épreuve du « Barrage des cloches », tout score inférieur ou égal à 25 correspond au centile 10, c'est-à-dire au seuil de significativité de la Batterie Analytique du Langage Écrit (Jacquier-Roux, Lequette, Pouget, Valdois & Zorman, 2010). Il sera alors considéré comme faible. À l'épreuve de « Mémoire de travail visuo-spatiale », la médiane de la population finale est de 9. Nous considérons que le score est faible s'il est strictement inférieur à la médiane.

3. Description de l'échantillon

Au pré-test, la population se composait de 115 élèves de CM1, répartis sur deux écoles : 51 élèves de l'Ecole publique Château de Pouilly (Dijon) et 64 élèves de l'Ecole privée Notre-Dame (Besançon).

Après l'application des critères d'exclusion, notre échantillon commun au pré-test et au post-test se compose de 79 enfants. La différence avec la population initiale, de 36 élèves, entraînant un risque statistique important, il a été nécessaire d'étudier, d'une part, la population initiale (*i.e.*, les enfants ayant participé au pré-test), d'autre part, la population commune aux deux tests. Dans ce Mémoire, nous nous intéresserons uniquement à cette

dernière population. Toutefois, la présentation des résultats des analyses statistiques effectuées sur la population initiale se trouve en annexe IV, 1.3.

Ainsi, notre échantillon comprend 79 enfants, soit 34 filles et 45 garçons. Parmi les 41 bisontins, il y a 17 filles et 24 garçons. Parmi les 38 dijonnais, il y a 17 filles et 21 garçons. L'écart-type de l'âge des participants est de 0,27 an.

Les enseignants situent le milieu socio-culturel des élèves de l'Ecole Château de Pouilly, à Dijon, dans une moyenne basse et à l'inverse, celui des élèves de l'Ecole de Notre-Dame, à Besançon, dans une moyenne haute.

La constitution de la population étant définie, décrivons la totalité des épreuves administrées.

II. Matériel

L'évaluation des capacités cognitives générales comporte 2 épreuves. Nous avons proposé 6 épreuves arithmétiques et 10 épreuves liées à la notion de fraction. Nous allons décrire maintenant chaque épreuve (cf. annexes I et II).

1. Épreuves testant les capacités cognitives générales

1.1. Mémoire de travail visuo-spatiale

- Type de tâche : rappel immédiat de matrices (configurations visuo-spatiales)
- But : évaluer le traitement visuel et le stock visuo-spatial à court terme (mémoire de travail)
- 12 items
- Consigne : « Vous regarderez bien le modèle. Quand il ne sera plus sur l'écran, vous ferez le même dessin sur vos feuilles ».
- Description de l'épreuve : les élèves disposent d'une feuille de réponses individuelle. Un fichier vidéo projeté et chronométré est diffusé. Un quadrillage avec des cases colorées à des endroits précis apparaît pendant 5 secondes, il est suivi d'un écran blanc pendant 10 secondes. Lorsque les élèves voient un quadrillage, ils mémorisent le patron visuo-spatial. Lorsque l'écran blanc apparaît, ils marquent les cases qui étaient colorées sur leur feuille de réponses. Les six premiers quadrillages comportent 9 cases. Les six suivants sont constitués de 16 cases. Pour chaque série de 6 quadrillages, les cases colorées sont au nombre de 3, 4 puis 5 : les cases sont d'abord présentées regroupées dans l'espace puis diffuses.

1.2. Attention sélective visuelle (barrage de cloches)

Issue de la Batterie Analytique du Langage Écrit (Jacquier-Roux et al., 2010)

-
- Type de tâche : barrage de cibles parmi des distracteurs
 - But : évaluer les stratégies d'inhibition des distracteurs (attention sélective)
 - Consigne : « Barrez le plus possible de cloches. Nous vous arrêterons au bout de deux minutes ».
 - Description de l'épreuve : nous présentons le modèle d'une cloche lors de la consigne. Les élèves disposent d'une feuille de réponses individuelle sur laquelle ils doivent barrer toutes les cloches en 2 minutes. Sur cette feuille sont représentés 35 cloches ainsi que différents objets (arbre, avion, champignon, cheval, clé, guitare, fusil, maison, nuage, oiseau, poisson, pomme, scie, théière, voiture).

2. Épreuves arithmétiques

2.1. Grandeurs égales

- Type de tâche : comparaison de deux fractions représentées sous forme analogique (aire d'un disque)
- But : évaluer la compréhension de l'égalité ou de la différence entre deux fractions analogiques (aire d'un disque)
- 5 items
- Consigne : « Dans chaque cercle une partie est colorée. Si vous pensez que la partie colorée en noir est la même que la partie colorée en gris, écrivez le signe « égal » entre les deux, si vous pensez que ces deux parties colorées sont différentes, écrivez le signe « différent ». Faisons un exemple. Là, vous avez deux cercles. On voit que la partie colorée grise est plus grande que la partie colorée noire. Comme les parties noires et grises n'ont pas la même taille, nous mettons le signe « différent » au milieu. Le signe différent est un égal barré. Vous répondez sur la page suivante ».
- Description de l'épreuve : chaque item est constitué de deux disques comportant des parties colorées. Ces parties sont de même valeur ou de valeurs différentes. Entre ces deux cercles, l'enfant dispose de pointillés pour inscrire le signe égal ou le signe différent selon sa réponse. Les premier et dernier items comportent chacun des cercles pour lesquels les dénominateurs sont identiques (représentations simples). Les deuxième, troisième et quatrième items sont constitués de cercles dont les dénominateurs sont différents (représentations équivalentes).

2.2. Multiplications

- Type de tâche : résolution de multiplications
- But : vérifier la connaissance des multiplications
- 5 items
- Consigne : « Dans cet exercice vous devez entourer la réponse qui convient. On fait le premier cadre ensemble. $25 \times 3 = 75$. Vous répondez sur la page suivante ».
- Description de l'épreuve : chaque item est constitué de la multiplication d'un nombre à 2 chiffres (dont le chiffre des dizaines va de 1 à 5) par un nombre à 1

chiffre allant de 2 à 7. L'élève a le choix entre trois réponses. Il doit entourer la bonne réponse. Certains distracteurs sont le résultat d'une multiplication par un chiffre proche (supérieur ou inférieur), les autres sont neutres.

2.3. Divisions

- Type de tâche : résolution de divisions
- But : vérifier la connaissance des divisions
- 5 items
- Consigne : « On va maintenant faire un exercice avec des divisions, on fait le premier cadre ensemble : $36 : 2 = 18$. Vous répondez sur la page suivante ».
- Description de l'épreuve : chaque item est constitué de la division d'un nombre à 2 chiffres par un nombre à 1 chiffre. L'élève a le choix entre trois réponses : la bonne réponse, un distracteur neutre et un distracteur correspondant à une multiplication. Il doit entourer la bonne réponse.

2.4. Tables de multiplication

- Type de tâche : résolution d'opérations testant les tables de multiplication
- But : vérifier la maîtrise des tables de multiplication
- 5 items
- Consigne : « Cet exercice concerne les tables de multiplication. Il faut entourer la bonne réponse. On fait le premier cadre ensemble. $6 \times 8 = 48$. Vous répondez sur la page suivante ».
- Description de l'épreuve : les chiffres constituant les multiplications vont de 4 à 9. L'élève a le choix entre trois réponses. L'enfant doit entourer la bonne réponse. Toutes les réponses proposées se trouvent dans les tables.

2.5. Système en base 10

- Type de tâche : sélection de la valeur d'un chiffre au sein d'un nombre (unité, dizaine, centaine)
- But : évaluer la connaissance du système en base 10 et des notions unité, dizaine, centaine
- 5 items
- Consigne : « Vous avez des nombres à 3 chiffres. Je vais vous demander de trouver combien il y a d'unités ou de dizaines ou de centaines. Vous aurez trois réponses possibles, il faudra entourer la bonne. Nous allons faire l'exemple ensemble. Le nombre est 312, quel est le chiffre des unités ? C'est le chiffre 2. Vous répondez sur la page suivante ».
- Description de l'épreuve : chaque item comporte une question formulée de la manière suivante : « quel est le chiffre des unités/dizaines/centaines dans... ? » Les questions concernent des nombres à trois chiffres. Les trois possibilités sont

proposées en dessous. Lors de la passation, les questions sont lues par l'une de nous au fur et à mesure pour limiter le coût cognitif lié à la lecture.

2.6. Écriture de position

- Type de tâche : sériation de nombres dans l'ordre croissant
- But : évaluer la connaissance du concept d'écriture de position à travers une sériation
- 5 items
- Consigne : « Vous avez des listes de 4 nombres. Rangez-les dans l'ordre du plus petit au plus grand. Faisons l'exemple ensemble. Il y a 4 nombres : 204, 240, 420 et 402. Le plus petit, c'est 204. Je l'écris en dessous. Puis, il y a 240, 402. Et enfin, le plus grand, c'est 420. Vous répondez sur la page suivante ».
- Description de l'épreuve : chaque item comporte quatre nombres à classer dans l'ordre croissant. L'enfant dispose, en dessous de ces quatre nombres, d'un espace où il peut inscrire sa réponse. Les deux premiers items sont constitués de nombre à trois chiffres, les trois derniers de nombres à quatre chiffres.

3. Épreuves liées à la notion de fraction

3.1. Transcodage aire d'un disque – lettres

- Type de tâche : association du code écrit à la représentation analogique d'une fraction (aire d'un disque)
- But : évaluer la connaissance du vocabulaire propre aux fractions dans le sens représentation analogique – code écrit
- 5 items
- Consigne : « Chaque cercle correspond à une écriture en lettres, entourez la réponse qui correspond au cercle. Par exemple pour le premier cercle, c'est un demi la bonne réponse. Vous répondez sur la page suivante ».
- Description de l'épreuve : chaque item est composé d'un cercle comportant un découpage spécifique, et d'un cadre constitué de trois propositions (code écrit). L'enfant doit entourer la bonne réponse. Les trois premiers items sont des représentations graphiques simples : la réponse proposée correspond directement à la représentation analogique. Aucun calcul n'est nécessaire. Les deux derniers items sont des représentations graphiques équivalentes. L'enfant doit réaliser une division ou une multiplication pour mettre en correspondance le dénominateur et le nombre de segments représentés.

3.2. Transcodage lettres – aire d'un disque

- Type de tâche : association d'une représentation analogique de fraction au code écrit

-
- But : évaluer la connaissance du vocabulaire propre aux fractions dans le sens code écrit - représentation analogique
 - 5 items
 - Consigne : « Chaque écriture en lettres correspond à un (et un seul) cercle. A vous de trouver lequel ! On commence par un exemple. La partie colorée qui correspond à un huitième est la dernière. Vous répondez sur la page suivante ».
 - Description de l'épreuve : chaque item est composé d'un numéral verbal écrit (code écrit) et de trois aires de disques. L'enfant doit choisir l'aire de disque correspondant au numéral verbal écrit. Il souligne ou entoure la bonne réponse. Les trois premiers items sont des représentations graphiques simples et les deux derniers des représentations graphiques équivalentes.

3.3. Valeur inférieure ou égale à l'unité

- Type de tâche : comparaison des valeurs de 2 aires de disques
- But : évaluer la compréhension de la supériorité ou de l'équivalence des valeurs de 2 aires de disques ; ces valeurs sont inférieures ou égales à 1
- 5 items
- Consigne : « Vous avez 2 cercles. Les cercles ont des parties colorées. Si les parties colorées sont de la même taille, soulignez les 2 cercles. Si l'un a des parties colorées plus grandes, soulignez-le. Commençons par un exemple. Là, vous avez deux cercles. Les parties colorées noires ont la même taille que les parties colorées grises. Comme les parties colorées sont de la même taille, nous soulignons les deux cercles. Vous répondez sur la page suivante ».
- Description de l'épreuve : chaque item comporte 2 disques avec des surfaces colorées dont les valeurs sont égales ou non. L'enfant doit souligner le disque dont les surfaces colorées ont une valeur supérieure à celles du disque opposé. Les trois premiers items sont des représentations graphiques simples. Les deux derniers items sont des représentations graphiques équivalentes.

3.4. Valeur supérieure à l'unité

- Type de tâche : comparaison des valeurs des aires de 2 couples de disques
- But : évaluer la compréhension de la supériorité ou de l'égalité des valeurs des aires de 2 couples de disques ; ces valeurs étant supérieures à 1
- 5 items
- Consigne : « Vous avez des couples de 2 cercles. A chaque fois, il y a deux cercles colorés noirs, ils vont ensemble. Il y a deux cercles colorés gris, ils vont ensemble. Si les parties noires et grises sont de la même taille, soulignez les 2 couples. S'il y a des parties colorées de plus grande taille d'un côté, soulignez seulement ce couple-là. On regarde le premier exemple. On voit que les parties grises ont une taille plus grande que les parties noires. Donc, on souligne le couple de 2 cercles gris. Vous répondez sur les 2 pages suivantes ».
- Description de l'épreuve : chaque item comporte 4 disques, soit 2 paires de disques. Les 2 paires de disques ont des surfaces colorées, chacune dans une couleur différente. Pour chaque item, l'élève doit souligner la paire de disques

dont la fraction résultante est supérieure à l'autre. Les deux premiers items sont des représentations graphiques simples. Les trois derniers items sont des représentations graphiques équivalentes.

3.5. Problèmes

- Type de tâche : résolution de problèmes
- But : évaluer l'utilisation de fractions dans des situations-problèmes à résoudre
- 10 items
- Consigne : « Nous allons lire ensemble l'énoncé de chaque problème. Ensuite vous allez réfléchir sans le crayon puis quand on dit stop vous écrivez la bonne réponse, on passe ensuite au problème suivant. On va faire le premier problème ensemble ».
- Description de l'épreuve : à chaque problème sont proposées trois solutions, une seule réponse est juste. La question du problème est positionnée initialement. Les énoncés, présentés sur le diaporama, sont lus au fur et à mesure afin que le coût de la lecture n'interfère pas sur la tâche de résolution de problèmes. Selon la classification de Riley et al. (1983), les quatre premiers problèmes sont de type combinaison. Les trois suivants sont de type changement. Enfin, les trois derniers items sont de type comparaison.

3.6. Addition vers somme analogique

- Type de tâche : sélection de la somme de plusieurs aires de disques
- But : évaluer la résolution d'additions de fractions sous forme d'aires de disques
- 5 items
- Consigne : « A chaque fois vous avez deux cercles qui vont ensemble. Vous allez additionner dans votre tête les parties colorées de chaque cercle et vous entourerez la réponse qui correspond. Par exemple pour le premier il faut entourer... le cercle où deux parts sur six sont colorées. Vous répondez sur les 3 pages suivantes ».
- Description de l'épreuve : une paire de disques est proposée. L'enfant additionne les fractions représentées par chaque aire de disque. Il doit trouver la fraction résultante parmi trois fractions représentées sous forme d'une aire de disque. Les deux premiers items sont des représentations simples. Les trois derniers items sont des représentations équivalentes.

3.7. Somme analogique vers addition

- Type de tâche : sélection de 2 aires de disques correspondant à 1 aire de disque
- But : évaluer la capacité de réversibilité de l'addition de fractions
- 5 items
- Consigne : « Vous avez un cercle. Regardez bien la taille de ses parties colorées. Vous avez ensuite 4 couples de 2 cercles. Quel couple a en tout la même taille de parties colorées (surface colorée) que le cercle du dessus ? On fait le premier ensemble. Le cercle du haut a 3 parties colorées sur les 6. La bonne réponse est le

premier couple de 2 cercles car les parties colorées ont ensemble la même taille que le premier cercle. Vous répondez sur les 3 pages suivantes ».

- Description de l'épreuve : un disque est au-dessus de 4 paires de disques. L'enfant doit retrouver la paire dont la fraction résultante correspond à celle du premier disque. Les trois premiers items sont des représentations simples. Les deux derniers items sont des représentations équivalentes.

3.8. Position d'une valeur sur une droite graduée

- Type de tâche : production de la position d'une fraction de type mesure
- But : évaluer la connaissance de la position d'une fraction décimale sur un segment de droite graduée
- 5 items
- Consigne : « Pour chaque droite, vous avez un nombre ou un cercle avec des parties colorées en noir juste au-dessus. Essayez de mettre une croix à l'endroit de la droite où vous pensez que le nombre ou le cercle se trouve. Regardez l'exemple. On doit trouver où est le nombre 2. Quand on a trouvé, on met une croix au bon endroit. Vous répondez sur les 2 pages suivantes ».
- Description de l'épreuve : chaque item comporte un segment de droite ; au-dessus se trouve un nombre ou une fraction représentée sous la forme d'aires de disques. Il s'agit de situer le nombre entier ou la fraction décimale sur le segment de droite associé. Le premier item est un nombre entier. Les deux suivants et le dernier item sont des représentations graphiques simples : la graduation du segment de droite et le dénominateur de la fraction représentée sous forme d'aire de disque sont identiques. Le quatrième item est une représentation graphique équivalente : celle-ci nécessite la réalisation d'une division ou d'une multiplication pour mettre en correspondance la graduation du segment de droite et la fraction décimale.

3.9. Identifier une valeur sur une droite graduée

- Type de tâche : production de la valeur d'une fraction de type mesure
- But : évaluer la connaissance de la valeur d'un point, sur un segment de droite graduée, correspondant à une fraction décimale
- 5 items
- Consigne : « Pour chaque droite, vous avez un point d'interrogation à un endroit précis. Essayez d'écrire le nombre ou de dessiner un cercle avec des parties colorées qui pourraient être à la place du point d'interrogation. Par exemple, sur la première droite, nous avons un point d'interrogation. Je sais qu'à cet endroit-là, c'est le nombre 3. J'écris donc « 3 » sous le point d'interrogation. Vous répondez sur les 2 pages suivantes ».
- Description de l'épreuve : chaque item comporte un segment de droite ; au-dessus se trouve un point d'interrogation. Il s'agit de représenter la valeur relative à ce point du segment sous forme de nombre (entier ou décimal) ou de fraction représentée graphiquement ou numériquement. Le premier item est un nombre entier. Les suivants correspondent à des fractions décimales.

3.10. Réduction de valeur

- Type de tâche : réduction de la valeur d'une aire de disque
- But : évaluer les performances en fraction irréductible
- 10 items
- Consigne : « Dans le premier gâteau, beaucoup de parts sont coupées. On voudrait en manger la même quantité mais en découpant le moins de parts possibles. Comment faire ? Quel gâteau allez-vous choisir à la place du premier gâteau ? On fait le premier exemple ensemble. Dans le premier gâteau, il y a 6 parts mangées et 2 restantes. On peut manger la même quantité de gâteau en coupant 4 parts identiques : on en mange trois et on en laisse une. La bonne réponse est le 2ème gâteau. Vous répondez sur les 4 pages suivantes ».
- Description de l'épreuve : chaque item comporte une fraction réductible présentée sous la forme d'une aire de disque. Il s'agit de sélectionner, parmi 3 aires de disques, celle qui correspond à la fraction irréductible de la fraction réductible.

Nous avons détaillé l'ensemble des épreuves, décrivons leur administration.

III. Procédure

1. Pré-test, post-test

Le pré-test a eu lieu en novembre 2011, au sein des classes de CM1. Il comprenait les épreuves sur les capacités cognitives générales (*i.e.*, mémoire de travail visuo-spatiale et attention sélective visuelle), les épreuves arithmétiques et liées à la notion de fraction. Le post-test a eu lieu en mai 2012, il comprenait les mêmes épreuves excepté celles concernant les capacités cognitives générales.

Pour répondre aux épreuves testant les capacités cognitives générales, les élèves disposent d'une feuille de réponses recto-verso.

Le cahier d'épreuves comprend l'ensemble des épreuves communes au pré-test et au post-test. Il est constitué des épreuves arithmétiques et des épreuves liées à la notion de fraction. En plus des items de tests, sont présents les intitulés des épreuves, les consignes et les exemples.

Dans l'intervalle des deux passations, les enseignants ont répondu à un questionnaire pour nous permettre de savoir plus précisément si les enfants ont été exercés aux différents types d'épreuves.

2. Lieux

Nous avons réalisé les passations au sein de deux établissements scolaires, en milieu urbain, Château de Pouilly à Dijon et Notre-Dame à Besançon. Pour le pré-test, à Dijon, nous sommes allées dans les salles de classe respectives des deux CM1. A Besançon, nous étions dans un gymnase aménagé.

3. Déroulement

3.1. Pré-test : novembre 2011

Nous avons passé un après-midi à l'école Château de Pouilly à Dijon pendant lequel nous avons réalisé une passation d'une heure au sein de chaque classe. A l'école Notre-Dame à Besançon, nous avons réalisé une seule passation, d'une heure également, dans une salle de sport où étaient regroupées les trois classes de CM1. Le déroulement des trois interventions était identique. Les passations étaient collectives. Nous intervenions avec l'aide des enseignants.

Un diaporama nous permettait de présenter chaque épreuve de manière semblable au cours de chaque passation. L'une de nous présentait les épreuves avec l'aide du diaporama. Après chaque consigne, les enfants disposaient d'un temps limité pour réaliser l'exercice. La seconde se chargeait du chronomètre et surveillait les enfants pour qu'ils restent concentrés.

Afin de préparer ces interventions, nous avons fait passer ces épreuves à 6 enfants de CM1 et CM2. Nous avons chronométré les temps de réponses de ces enfants. Nous avons ensuite ajouté 30 secondes à la moyenne de chaque épreuve (cf. annexe I, 2.2). Lors des passations de l'étude, les élèves finissaient le plus souvent avant la fin du temps accordé.

Pour ce pré-test, les élèves disposaient d'une feuille de réponses et d'un cahier de réponses. La passation a été séquencée en deux parties : les épreuves concernant les capacités cognitives générales et la première partie des épreuves du cahier (jusqu'aux problèmes) ont été réalisées puis une pause a été proposée pendant laquelle les élèves pouvaient dessiner. Le reste des épreuves a été effectué ensuite.

Les feuilles de réponses et le cahier ont été ramassés à la fin de la passation.

Les élèves de l'école de Dijon ont eu une pause de 10 minutes. La pause a été un peu écourtée pour les élèves de l'école de Besançon, du fait de leur nombre et de leurs difficultés à rester concentrés.

3.2. Questionnaire aux enseignants

Le questionnaire adressé aux enseignants, a été envoyé début avril 2012 par mail (cf. annexe III). Il était présenté sous forme de QCM, synthétisé sur une feuille recto-verso, afin de favoriser la participation des enseignants. Nous leur avons proposé de répondre à

ce questionnaire en l'enregistrant ensuite sous leur nom de famille puis de nous le renvoyer par voie électronique. Nous avons également imprimé ces questionnaires et les avons fait remplir lors de la deuxième intervention par les enseignants qui ne les avaient pas complétés auparavant.

3.3. Post-test : mai 2012

Les conditions de l'intervention en classes ont été identiques au pré-test. La feuille de réponses n'a pas été donnée puisqu'elle concernait les épreuves des capacités cognitives générales que nous n'avons fait passer qu'au pré-test.

La passation a donc été séquencée en deux parties, séparée d'une pause de 10 minutes où les enfants réalisaient un dessin qu'ils conservaient après notre intervention : les épreuves du cahier jusqu'aux problèmes puis la fin du cahier.

Nous avons remercié les enfants de leur participation en leur donnant à tous, par l'intermédiaire des enseignants, une sucette. Nous avons envoyé un mail de remerciements aux Directeurs, aux enseignants ainsi qu'à la secrétaire de l'Ecole de Besançon.

IV. Cotation

Nous avons élaboré une base de données à l'aide d'un tableur. Nous avons fabriqué des transparents de correction pour les épreuves testant les capacités cognitives générales (*i.e.*, attention sélective visuelle et mémoire de travail visuo-spatiale) et un cahier d'épreuves corrigées avec les intitulés de chaque item et les réponses attendues.

En ce qui concerne l'épreuve du « Barrage des cloches », nous avons saisi le nombre de cloches trouvées par l'élève. Pour le reste des épreuves, nous avons effectué un enregistrement fin des données. Chaque item a été noté : 0 en cas d'erreur ou d'absence de réponse, 1 en cas de réponse correcte. Les totaux de chaque épreuve ont été calculés. Les résultats ont ensuite fait l'objet d'analyses statistiques.

A la suite de la description détaillée de notre expérimentation, nous présentons les données recueillies et les résultats des analyses statistiques.

Chapitre IV

PRESENTATION DES RESULTATS

I. Objectifs

Nous analyserons quantitativement les performances des 79 élèves, au pré-test et au post-test. Rappelons tout d'abord que nous nous intéressons aux performances liées à la notion de fractions d'une part, au tout début de l'année de CM1 et, d'autre part, en fin de cette même année. Ce thème n'a pratiquement jamais été abordé. La principale question concerne les déterminants des performances et des progrès.

Nous faisons l'hypothèse que ces déterminants sont de deux types. Premièrement, les performances aux différentes épreuves impliquant des fractions et les progrès concernant celles-ci dépendent des performances antérieures en arithmétique. Ces performances constituent la base des apprentissages ultérieurs. Deuxièmement, nous émettons l'hypothèse que les performances et leurs améliorations dépendent de capacités cognitives générales, notamment l'attention sélective visuelle et la mémoire de travail visuo-spatiale.

Afin de compléter nos éléments de réponses, nous allons analyser qualitativement les progrès des élèves, par épreuve, et les mettre en lien avec les interventions des enseignants. Puis, nous décrirons les profils de performances des élèves et nous nous intéresserons aux caractéristiques des élèves qui progressent le plus.

Pour répondre à nos questions, nous avons élaboré un protocole comportant une série de six épreuves arithmétiques nous permettant d'attribuer à chaque élève un niveau de performances global (sur 30 points). Une seconde série d'épreuves concerne la notion de fraction (sur 60 points).

Nous n'avons pas pris en compte les variables « âge » et « sexe » (cf. annexe IV, 1.1) qui ne semblaient pas pertinentes. Les sigles que nous utilisons tout au long de cette analyse sont répertoriés dans le tableau suivant. Entre parenthèses, vous trouverez le score maximum de l'épreuve.

Tableau I : Correspondance entre les sigles utilisés et leurs significations

Sigles	Significations	Épreuves concernées
ANAL	Analogie (/10)	« Addition vers somme analogique » (/5) « Somme analogique vers addition » (/5)
ATTENTIO	Attention sélective visuelle (/35)	« Barrage des cloches » (/35)
COMPUNIT	Comparaison à l'unité (/10)	« Valeur inférieure ou égale à l'unité » (/5) « Valeur supérieure à l'unité » (/5)
MT	Mémoire de travail (/12)	« Mémoire de travail visuo-spatiale » (/12)
POSITION	Position (/10)	« Position d'une valeur sur une droite graduée » (/5) « Identifier une valeur sur une droite graduée » (/5)
PROBLMES	Problèmes (/10)	« Problèmes » (/10)
REDUCVAL	Réduction de valeur (/10)	« Réduction de valeur » (/10)
TOTARIT	Total des épreuves arithmétiques (/30)	« Grandeurs égales » (/5) « Multiplications » (/5) « Divisions » (/5) « Tables de multiplication » (/5) « Système en base 10 » (/5) « Écriture de position » (/5)
TOTFRA	Total des épreuves liées à la notion de fraction (/60)	« Transcodage » (/10) « Comparaison » (/10) « Problèmes » (/10) « Analogie » (/10) « Position » (/10) « Réduction » (/10)
TRANSCO	Transcodage (/10)	« Transcodage aire d'un disque-lettres » (/5) « Transcodage lettres–aire d'un disque » (/5)

II. Performances globales

Nous présenterons les performances, des 79 élèves communs aux deux tests, recueillies au pré-test, au post-test puis nous les comparerons. Dans chaque sous-partie, nous donnerons les moyennes et dispersions aux épreuves. Puis, nous proposerons l'étude des relations entre les différents types d'épreuves et les capacités cognitives générales par le biais d'analyses de corrélations et de régressions.

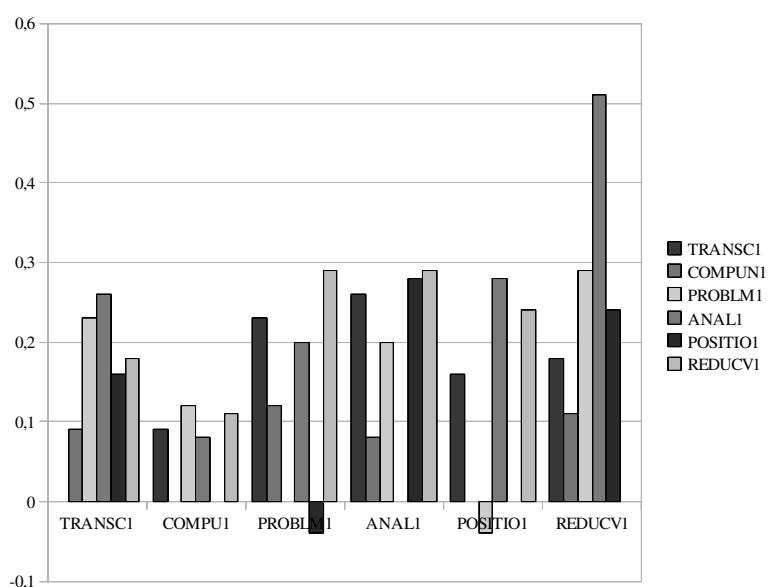
1. Performances au pré-test

Les moyennes et dispersions des 79 élèves aux différentes épreuves apparaissent ci-après.

Tableau II : Performances au pré-test

Épreuves	Moyennes	Écarts-types
ATTENTIO	29.15	3.38
MT	8.90	2.42
TOTARIT1	22.42	3.33
TRANSCO1	4.87	1.64
COMPUNIT1	5.59	2.28
PROBLMES1	3.32	1.61
ANAL1	7.00	2.61
POSITION1	1.85	1.28
REDUCVAL1	5.62	2.41
TOTFRAC1	28.25	6.88

Nous avons, dans un premier temps, traité les corrélations entre épreuves en distinguant celles qui concernent les fractions de l'ensemble des autres. Les corrélations entre épreuves concernant les fractions apparaissent ci-dessous :

**Figure 1 : Corrélations entre les épreuves liées à la notion de fraction au pré-test**

Comme le montrent les valeurs de ce graphique, les performances aux différentes épreuves sont le plus souvent faiblement corrélées. Cela suggère qu'elles sont relativement indépendantes les unes des autres. Ceci nous conduira à mener des analyses spécifiques pour chaque épreuve. Néanmoins, certaines catégories d'épreuves sont mieux corrélées : d'une part, « Analogie » avec « Transcodage », « Position » et « Réduction » ; d'autre part, « Problèmes » et « Réduction ».

Dans un second temps, nous avons calculé les corrélations entre les épreuves évaluant les capacités générales, les performances arithmétiques et le total des résultats aux fractions (TOTFRAC1). Ces corrélations apparaissent dans le tableau ci-dessous.

Tableau III : Corrélations entre les épreuves de capacités générales, arithmétiques et liées à la notion de fraction au pré-test

	ATTENTIO	MT	TOTARIT1	TOTFRAC1
ATTENTIO	1.00	0.07	0.31	0.34
MT	0.07	1.00	0.21	0.27
TOTARIT1	0.31	0.21	1.00	0.48
TOTFRAC1	0.34	0.27	0.48	1.00

La majorité des corrélations sont significatives, ce qui étaye nos hypothèses : les performances initiales globales aux épreuves impliquant les fractions sont corrélées aux performances arithmétiques ($r=.48$) ainsi qu'aux capacités générales, « Attention sélective visuelle » ($r=.34$) et « Mémoire de travail visuo-spatiale » ($r=.27$). Afin d'estimer les poids des contributions respectives de ces dimensions, nous avons réalisé une analyse de régression multiple en introduisant les trois variables de manière à prédire les performances globales aux fractions (TOTFRAC1). Le modèle standard explique 30% de la variance (28% ajusté), $F(3,70) = 10.94$, $p<.00001$. L'analyse ascendante destinée à hiérarchiser les poids des différentes variables met en évidence la contribution significative des trois variables : le niveau en arithmétique (23% de variance ; $p<.00001$) suivi de l'attention sélective visuelle (4% de variance ; $p<.05$) et de la mémoire de travail visuo-spatiale (3% de variance ; $p=.07$ marginalement significatif).

2. Performances au post-test

Nous avons adopté la même démarche concernant les performances finales. Les moyennes et écarts-types des 79 élèves apparaissent dans le tableau ci-dessous.

Tableau IV : Performances au post-test

Épreuves	Moyennes	Écarts-types
TOTARIT2	24.72	3.02
TRANSCO2	6.66	1.96
COMPUNIT2	6.43	2.13
PROBLMES2	5.46	2.27
ANAL2	7.39	2.43
POSITION2	2.44	1.34
REDUCVAL2	6.56	2.18
TOTFRAC2	34.94	7.72

A nouveau, nous avons commencé par traiter les corrélations entre épreuves en distinguant celles qui concernent les fractions de l'ensemble des autres. Elles apparaissent ci-après.

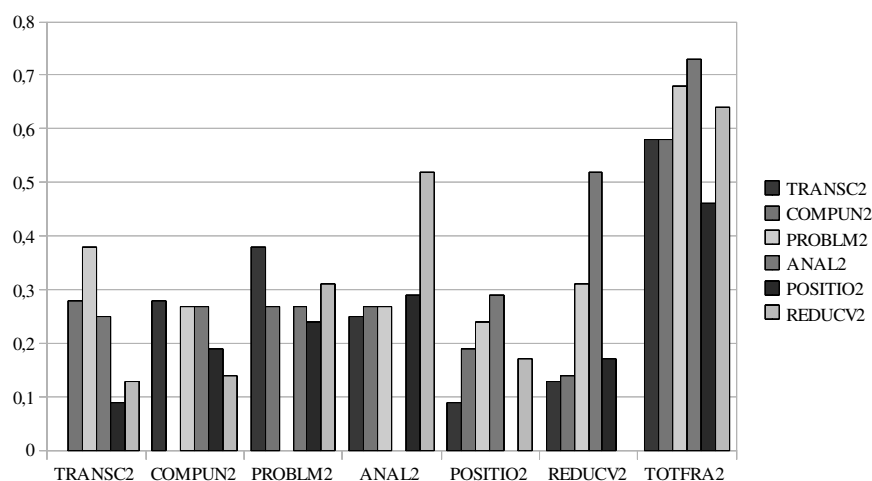


Figure 2 : Corrélations entre les épreuves liées à la notion de fraction au post-test

Les corrélations sont plus élevées et le plus souvent significatives, ce qui suggère que les performances aux différentes dimensions testées sont reliées entre elles.

3. Performances globales du pré-test et du post-test

Les performances moyennes des 79 élèves au pré-test et au post-test apparaissent ci-dessous.

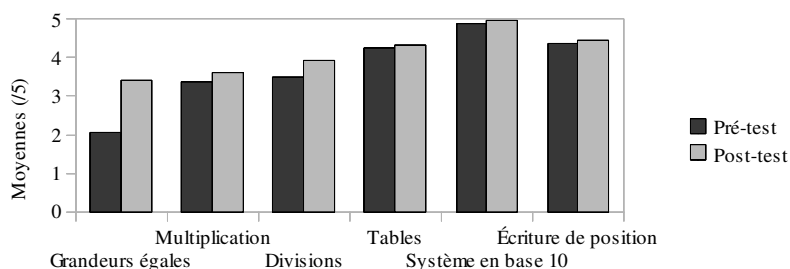


Figure 3 : Evolution des performances arithmétiques

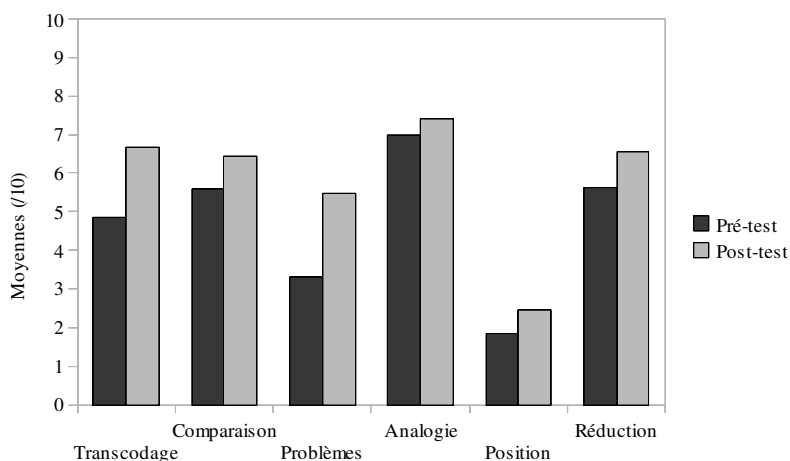


Figure 4 : Evolution des performances en fraction

Nous recherchons les prédicteurs des performances et de leurs améliorations, par l'étude des corrélations. Nous avons ajouté T2T1 qui correspond aux progrès en arithmétique et C2C1 pour les progrès en fraction.

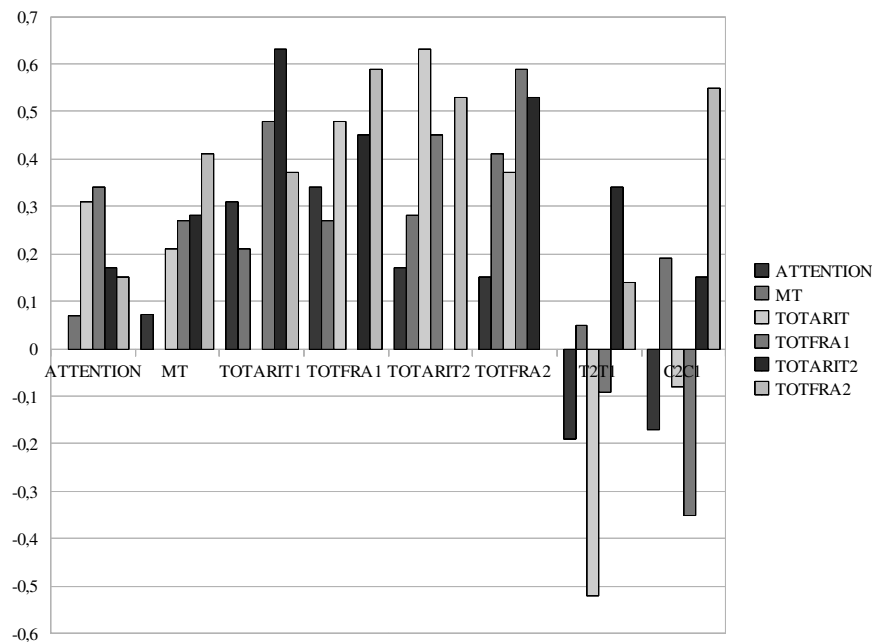


Figure 5 : Corrélations des performances globales au pré-test et au post-test

L'attention sélective visuelle n'est corrélée, qu'au pré-test, aux totaux des performances aux épreuves arithmétiques et aux épreuves liées à la notion de fraction. La mémoire de travail visuo-spatiale est corrélée aux épreuves liées à la notion de fraction, lors du pré-test et du post-test, et aux totaux des performances arithmétiques au post-test.

Les performances aux tâches arithmétiques et aux tâches liées aux fractions sont corrélées au pré-test et au post-test. Ceci suggère que les performances et les progrès aux épreuves liées aux fractions sont sous-tendus par les performances et les progrès aux épreuves arithmétiques.

A partir de ces données, il nous était possible de rechercher les variables susceptibles d'expliquer les performances en fraction, au post-test (TOTFRAC2), ainsi que leurs améliorations (C2C1). Pour cela, nous avons conduit une série d'analyses de régression dont nous rapportons ci-après les résultats.

Les performances finales en arithmétique (TOTARIT2) sont prédites par les performances initiales dans ce domaine ($R^2 = 39\%$ de variance) et, de manière marginalement significative, par la mémoire de travail visuo-spatiale ($R^2 = 2\%$ de variance). L'amélioration des performances (T2T1) dépend également des mêmes variables, la mémoire de travail visuo-spatiale étant toujours marginalement significative.

La performance totale finale aux fractions (TOTFRAC2) dépend de la performance totale initiale dans ce domaine ($R^2 = 34\%$ de variance ; $p < .00001$) et de la capacité en mémoire de travail visuo-spatiale ($R^2 = 7\%$ de variance ; $p < .005$). L'amélioration de la performance totale, C2C1, est prédite par la performance totale initiale en fraction (12%

de variance ; $p < .002$), suivie des contributions propres significatives de la mémoire de travail visuo-spatiale (9% de variance ; $p < .005$), de l'amélioration en arithmétique (T2T1 ; 4% de variance ; $p < .05$) et de la performance initiale en arithmétique (TOTARIT1 ; 5% de variance ; $p < .02$).

Ainsi, au total, les performances aux épreuves en fraction et leurs améliorations dépendent bien, d'une part, des performances initiales en arithmétique (TOTARIT1) et aux épreuves impliquant les fractions (TOTFRAC1) et, d'autre part, de la mémoire de travail visuo-spatiale.

Après avoir décrit les résultats globaux du pré-test puis du post-test, présentons les évolutions des performances par épreuve, en lien avec l'enseignement dispensé.

III. Progressions par épreuve

1. L'évolution des performances par épreuve

Nous souhaitons apprécier l'évolution des performances arithmétiques et de celles liées à la notion de fraction des élèves de CM1 après une période de 6 mois de scolarité.

Dans notre protocole, nous avons proposé une série de six épreuves arithmétiques et une autre série d'épreuves liées aux fractions. Pour chaque épreuve, nous avons calculé les différences entre les performances obtenues aux deux tests.

Nous les avons saisies dans un tableau en annexe (IV, 3.1) en précisant le nombre d'élèves correspondant à chaque valeur. Il est intéressant de noter que ce sont souvent les mêmes élèves, au pré-test et au post-test, qui ont les meilleurs ou les plus faibles résultats. Nous ne retrouvons pas les mêmes élèves qui ont progressé le plus ou le moins, par épreuve.

Pour chaque catégorie d'épreuves, nous allons observer la répartition, parmi les 79 élèves de l'échantillon, des différences entre les performances obtenues au pré-test et au post-test. Nous allons d'abord nous intéresser aux épreuves arithmétiques puis aux épreuves liées à la notion de fraction.

1.1. Les épreuves arithmétiques

Cette série regroupe 6 épreuves, sur 5 points chacune : « Grandeurs égales », « Multiplications », « Divisions », « Tables de multiplication », « Système en base 10 » et « Écriture de position ».

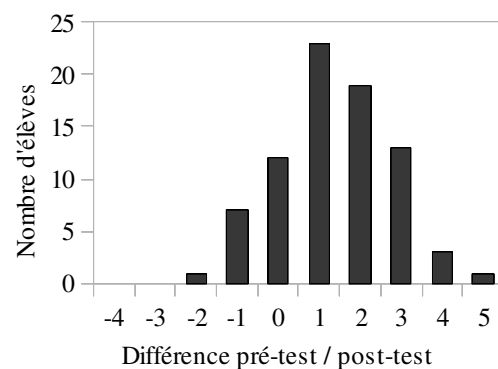


Figure 6 : Evolution des performances à l'épreuve "Grandeurs égales"

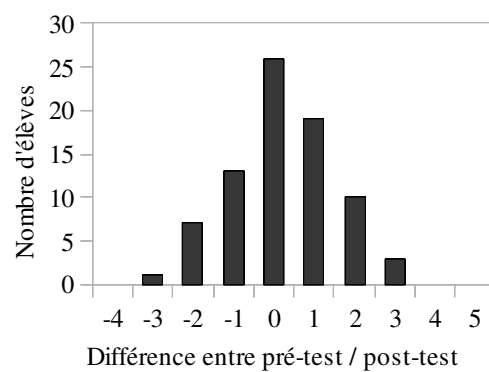


Figure 7 : Evolution des performances à l'épreuve "Multiplications"

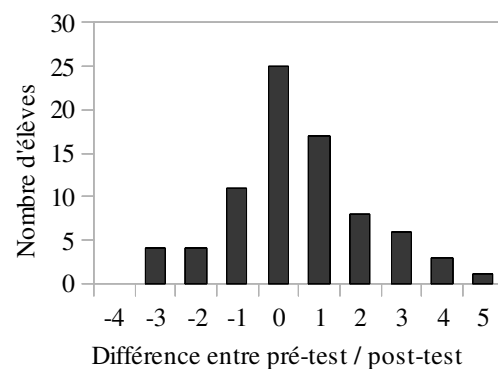


Figure 8 : Evolution des performances à l'épreuve "Divisions"

1.1.1. Grandeurs égales

Intéressons-nous à l'épreuve des « Grandeurs égales » (cf. figure 6). Les valeurs différentielles s'étendent de -2 à 5. Nous remarquons que la courbe a une forme de cloche, dont le point le plus haut serait entre 1 et 2. Ceci montre que les élèves sont majoritairement en progression sur cette épreuve : 59 élèves ont une valeur supérieure ou égale à 1. Le gain majoritaire est de 1 point : 23 élèves sont dans ce cas. Environ un quart des élèves, soit 19 élèves, ont obtenu 2 points de progression.

Parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 seul a perdu 2 points, les autres ont perdu 1 point. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 1 seul a gagné 5 points, 3 en ont gagné 4, les autres en ont gagné 3. Ceci souligne que le gain de points est rare mais la perte de points l'est davantage.

Ainsi, la tendance est-elle au gain de plus d'un point.

1.1.2. Multiplications

Concernant l'épreuve « Multiplications » (cf. figure 7), la valeur minimale est -3 et la valeur maximale est 3. Nous observons également une courbe en forme de cloche. Le pic de fréquence est centré sur 0 : 26 élèves ont obtenu les mêmes performances au pré-test et au post-test. Plus de la moitié des élèves (*i.e.*, 47) n'ont pas progressé ; 21 ont régressé.

Parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 seul a perdu 3 points, les autres ont perdu 2 points. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 3 ont gagné 3 points, les autres ont gagné 2 points. Ceci montre que les gains et les pertes de points s'équilibrent.

Ainsi, la tendance est-elle à la stabilité entre les performances au pré-test et celles au post-test.

1.1.3. Divisions

Concernant l'épreuve « Divisions » (cf. figure 8), la valeur minimale est de -3 et la valeur maximale est de 5. La courbe est en forme de cloche et comporte un pic de fréquence en zéro. 25 élèves ont obtenu des performances égales.

Parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, deux sous-groupes de 4 élèves ont perdu respectivement 3 et 2 points. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 1 seul a gagné 5 points, 3 en ont gagné 4, les autres ont gagné 3 points. Au niveau des extrêmes, les performances tendent vers 0.

La tendance est à la stabilité des performances.

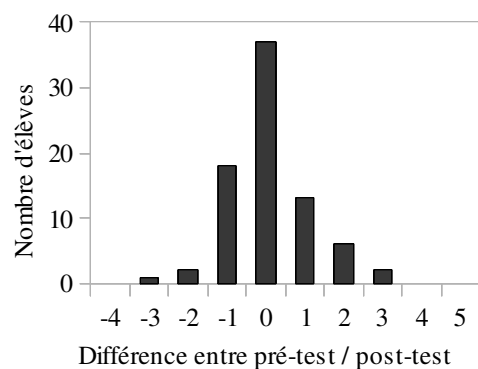


Figure 9 : Evolution des performances à l'épreuve "Tables de multiplication"

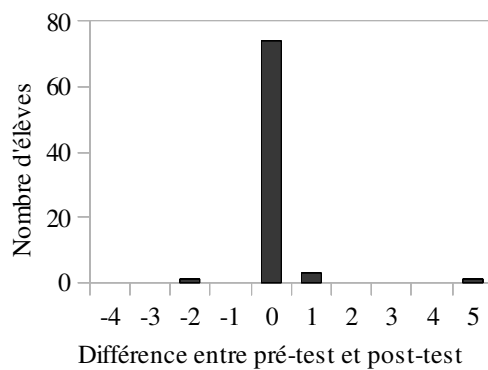


Figure 10 : Evolution des performances à l'épreuve "Système en base 10"

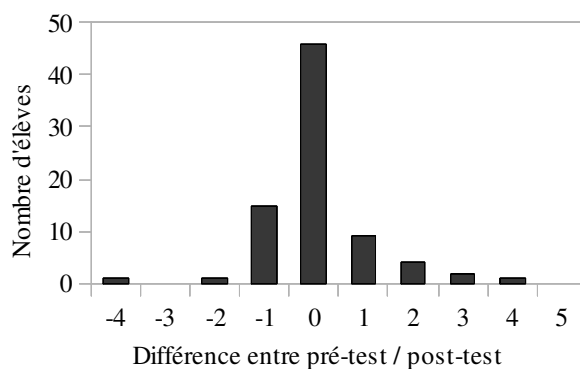


Figure 11 : Evolution des performances à l'épreuve "Ecriture de position"

1.1.4. Tables de multiplication

Pour l'épreuve des « Tables de multiplication » (cf. figure 9), l'étendue des valeurs est de -3 à 3. La courbe est en forme de cloche et aplatie aux extrêmes. Un pic de fréquence est centré sur 0 : près de la moitié des élèves, soit 37 sur 79, ont eu des performances égales.

Parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, un seul a perdu 3 points, 2 en ont perdu 2, les autres ont perdu 1 point. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 2 ont gagné 3 points, les 6 autres en ont gagné 2. Les élèves, situés aux extrêmes de la répartition, gagnent ou perdent peu de points.

Comme précédemment, la tendance est à la stabilité des performances.

1.1.5. Système en base 10

Concernant l'épreuve « Système en base 10 » (cf. figure 10), les valeurs vont de -2 à 5. La courbe est plate, excepté le pic de fréquence en 0. Quasiment tous les élèves, soit 74 sur 79, ont maintenu leurs performances entre le pré-test et le post-test.

Parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 seul a perdu 2 points, les autres ont stabilisé leurs performances. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 1 seul a gagné 5 points, 3 en ont gagné 1 et les autres ont des performances stables.

Ceci souligne le fait que les performances sont essentiellement stables.

1.1.6. Écriture de position

Pour l'épreuve « Écriture de position » (cf. figure 11), la valeur minimale est -4 et la valeur maximale est 4. La courbe est plutôt aplatie et comporte un pic de fréquence en 0 : plus de la moitié des élèves, soit 46, ont obtenu les mêmes performances au pré-test et au post-test.

Parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 seul a perdu 4 points, 1 en a perdu 2, les autres ont perdu 1 point. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 1 seul a gagné 4 points, 2 en ont gagné 3, 4 en ont gagné 2, 1 a gagné 1 point. Ceci montre que la majorité des gains ou pertes est répartie autour de 0.

Ainsi, la tendance est à la stabilité des performances.

Nous avons remarqué que seules les performances à l'épreuve des « Grandeurs égales » ont progressé. Pour les autres épreuves, la tendance est à la constance des performances. Nous suggérons que les performances étaient à leur maximum au pré-test ; les épreuves étaient facilement accessibles à tous dès le pré-test.

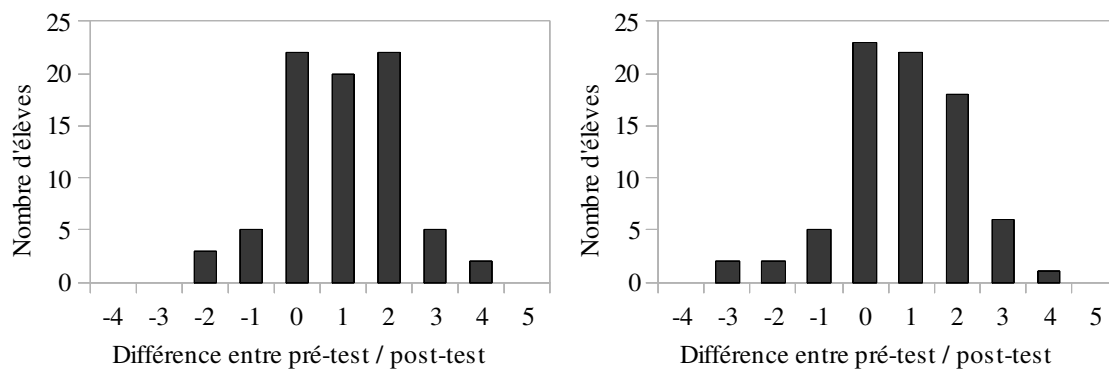


Figure 12 : Evolution des performances aux épreuves "Transcodage aire d'un disque-lettres" (gauche), "Transcodage lettres-aire d'un disque" (droite)

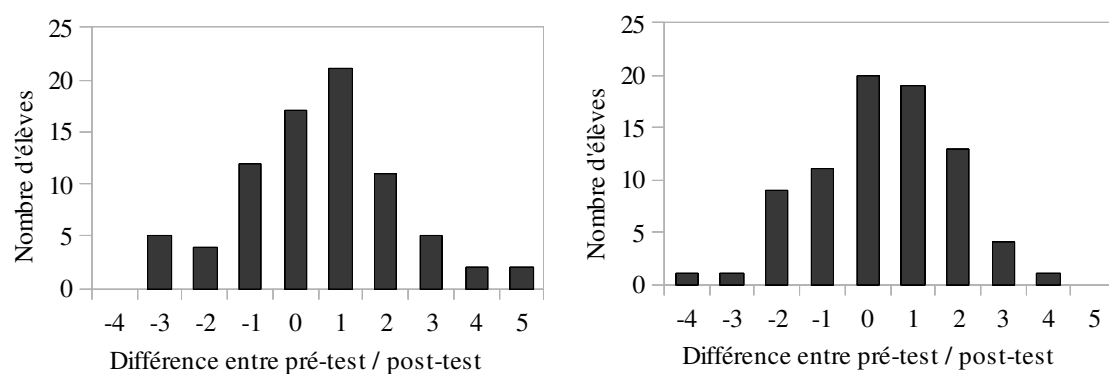


Figure 13 : Evolution des performances aux épreuves "Valeur inférieure ou égale à l'unité" (gauche), "Valeur supérieure à l'unité" (droite)

1.2. Les épreuves liées à la notion de fraction

Ces épreuves correspondent aux 6 catégories suivantes, toutes notées sur 10 : « Transcodage », « Comparaison », « Problèmes », « Analogie », « Position » et « Réduction ».

1.2.1. Transcodage

La catégorie d'épreuves « Transcodage » (cf. figure 12) regroupe 2 épreuves notées sur 5 : « Transcodage aire d'un disque – lettres » et « Transcodage lettres – aire d'un disque ». D'une part, « Transcodage aire d'un disque – lettres » s'étend de -2 à 4. La courbe est en forme de cloche avec 3 pics de fréquences. Les valeurs 0, 1 et 2 représentent chacune un quart des élèves. La moitié des élèves, soit 42 sur 79, a progressé de 1 ou 2 points. D'autre part, « Transcodage lettres – aire d'un disque » a pour valeur minimale -3 et pour valeur maximale 4. La courbe est également en forme de cloche ; le point le plus haut est situé entre 0 et 1. La moitié des élèves, soit 40, a progressé de 1 ou 2 points.

A l'épreuve « Transcodage aire d'un disque – lettres », parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 3 ont perdu 2 points, 5 en ont perdu 1. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 2 ont gagné 4 points, 5 en ont gagné 3, les autres ont gagné 2 points. A l'épreuve « Transcodage lettres – aire d'un disque », parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 2 ont perdu 3 points, 2 en ont perdu 2, les autres ont perdu 1 point. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 1 a gagné 4 points, 6 en ont gagné 3, les autres ont gagné 2 points.

Ainsi, la moitié des élèves a progressé de 1 à 2 points par sous-épreuve. Pour la catégorie « Transcodage », la tendance est à la progression de 2 points.

1.2.2. Comparaison

La catégorie « Comparaison » (cf. figure 13) comporte 2 épreuves : « Valeur inférieure ou égale à l'unité » et « Valeur supérieure à l'unité », notées chacune sur 5.

L'épreuve « Valeur inférieure ou égale à l'unité » s'étend de la valeur -3 à la valeur 5. La courbe est en forme de cloche avec un pic de fréquence en 1 : environ un quart des élèves, soit 21, ont progressé d'1 point. Le centre de la courbe est entre 0 et 1. L'épreuve « Valeur supérieure à l'unité » a des valeurs qui s'étendent de -4 à 4. La courbe est en forme de cloche et son centre est également entre 0 et 1. Le pic de fréquence est en 0 : un quart des élèves, soit 20, maintient ses performances.

A l'épreuve « Valeur inférieure ou égale à l'unité », parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 5 ont perdu 3 points, les autres ont perdu 2 points. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 2 ont gagné 5 points, 2 en ont gagné 4, les autres ont gagné 3 points. A l'épreuve « Valeur supérieure à l'unité », parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 a perdu 4 points, 1 en a perdu 3, les autres ont perdu 2 points. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 1 a gagné 4 points, 4 en ont gagné 3, les autres ont gagné 2 points.

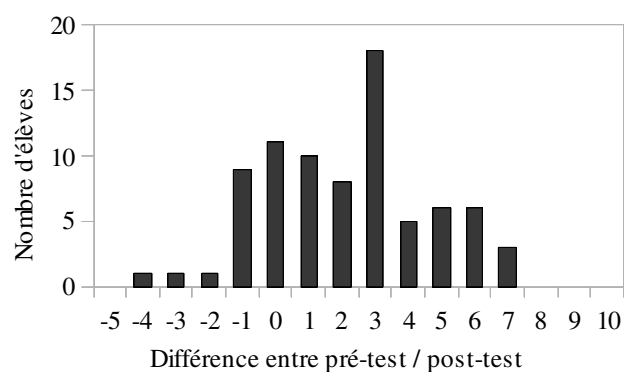


Figure 14 : Evolution des performances à l'épreuve "Problèmes"

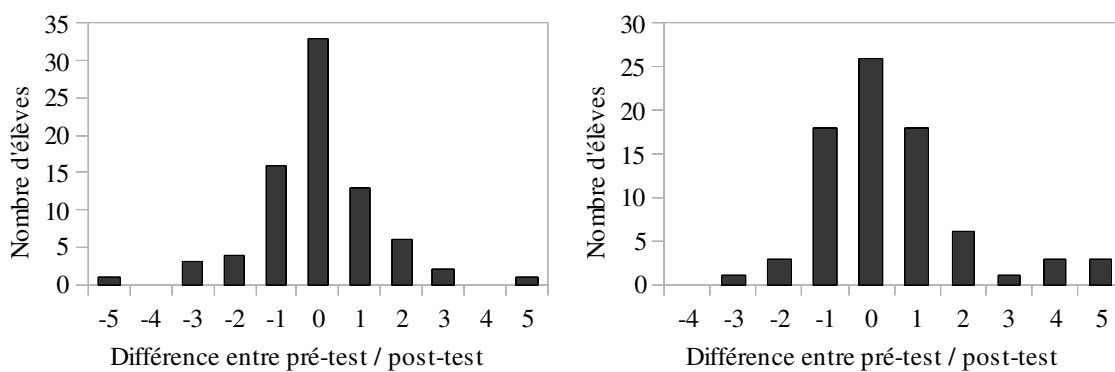


Figure 15 : Evolution des performances aux épreuves "Addition vers somme analogique" (gauche), "Somme vers addition analogique" (droite)

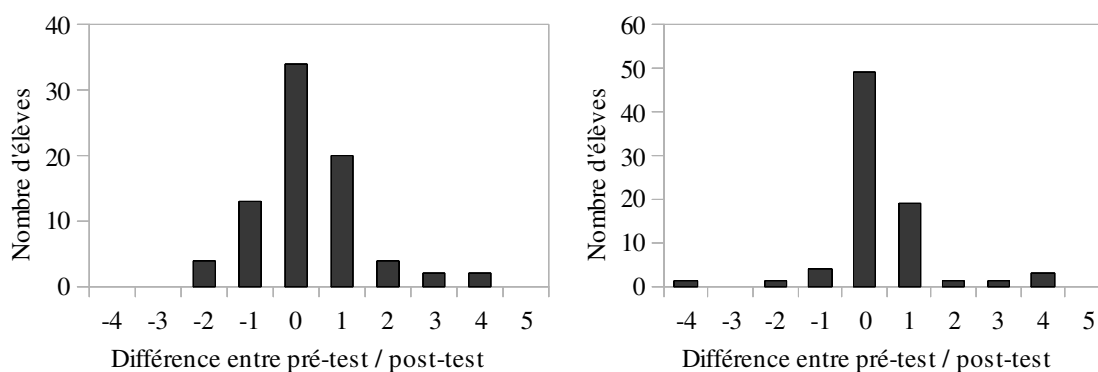


Figure 16 : Evolution des performances aux épreuves "Position d'une valeur sur une droite graduée" (gauche), "Identifier une valeur sur une droite graduée" (droite)

Ainsi, en « Comparaison », la progression globale tend vers le gain d'1 point.

1.2.3. Problèmes

Pour l'épreuve des « Problèmes » (cf. figure 14), les valeurs s'étendent de -4 à 7. La courbe comporte 3 ondulations. Un pic de fréquence est en 3 : presque un quart des élèves, soit 18 sur 79, ont progressé de 3 points. Le second pic est sur 0 : 11 élèves ont des performances constantes. Plus de la moitié des élèves, soit 56, ont progressé de 1 à 7 points.

Parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 3 élèves ont perdu respectivement 4, 3 et 2 points. 5 ont perdu 1 point. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 3 ont gagné 7 points, 5 en ont gagné 6. Ceci montre que la très grande majorité des élèves a progressé et que ceux qui ont régressé sont peu nombreux.

La tendance est à la progression de plus de 2 points.

1.2.4. Analogie

La catégorie d'épreuves « Analogie » (cf. figure 15) comporte 2 épreuves : « Addition vers somme analogique », sur 5, et « Somme vers addition analogique », sur 5. Les valeurs de la première épreuve s'étendent de -5 à 5 tandis que celles de la deuxième épreuve s'étendent de -3 à 5. Les courbes sont en forme de cloche avec un pic de fréquence en 0. Pour la première épreuve, 33 élèves ont des performances constantes alors qu'ils sont un tiers pour la seconde épreuve.

A l'épreuve « Addition vers somme analogique », parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 seul a perdu 5 points, 3 en ont perdu 3, 4 en ont perdu 2. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 1 a gagné 5 points, 2 en ont gagné 3, les autres en ont gagné 2. A l'épreuve « Somme vers addition analogique », parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 seul a perdu 3 points, 3 en ont perdu 2, les autres en ont perdu 1. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 3 ont gagné 5 points, 3 en ont gagné 4, 1 en a gagné 3 et les autres en ont gagné 2.

Nous remarquons une tendance à la constance des performances.

1.2.5. Position

La catégorie d'épreuves « Position » (cf. figure 16) regroupe 2 épreuves sur 5 : « Position d'une valeur sur une droite graduée » et « Identifier une valeur sur une droite graduée ».

L'étendue de la première épreuve est de -2 à 4. La courbe est en forme de cloche avec un pic de fréquence en 0 : 34 élèves ont maintenu leurs performances. L'étendue de l'épreuve suivante est de -4 à 4. La courbe est beaucoup plus aplatie, sauf pour le pic de fréquence en 0 et les deux valeurs le jouxtant, -1 et 1. Plus de la moitié des élèves, soit 49 sur 79, ont les mêmes performances au pré-test et au post-test. Comme à l'épreuve précédente, un quart de l'échantillon, respectivement 20 et 19 élèves, ont progressé d'1 point.

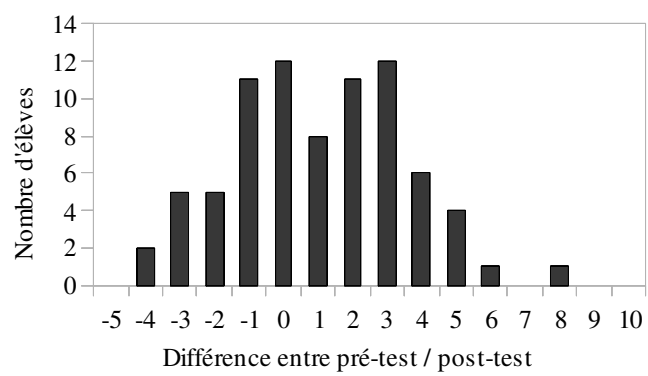


Figure 17 : Evolution des performances à l'épreuve "Réduction"

A l'épreuve « Position d'une valeur sur une droite graduée », parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 4 ont perdu 2 points et les autres en ont perdu 1. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 2 ont gagné 4 points, 2 en ont gagné 3 et 4 en ont gagné 2. A l'épreuve « Identifier une valeur sur une droite graduée », parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 seul a perdu 4 points, 1 en a perdu 2, 4 en ont perdu 1 et les autres ont eu les mêmes scores. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 3 ont gagné 4 points, 1 en a gagné 3, 1 en a gagné 2 et les autres en ont gagné 1.

Ainsi, dans la catégorie « Position », la progression globale tend vers le gain d'un point.

1.2.6. Réduction

Concernant l'épreuve de « Réduction de valeurs » (cf. figure 17), les valeurs s'étendent de -6 à 8. La courbe semble presque symétrique de chaque côté du point 1, avec 2 pics de fréquence en 0 et 3 : à chacune de ces valeurs correspond un groupe de 12 élèves. Un peu plus de la moitié des élèves, soit 43 sur 79, ont progressé de 1 à 8 points.

Parmi les 10% d'élèves ayant le moins progressé, soit 8 élèves, 1 seul a perdu 6 points, 2 en ont perdu 4, 5 en ont perdu 3. Parmi les 10% d'élèves ayant le plus progressé, 1 seul a gagné 8 points, 1 en a gagné 6, 4 en ont gagné 5, 2 en ont gagné 4. Nous remarquons que, dans les extrêmes, les performances tendent déjà vers le centre de la courbe.

La tendance est à la progression, d'un point.

Pour conclure, les performances aux épreuves liées à la notion de fraction progressent davantage que les performances aux épreuves arithmétiques. La progression des performances en fraction est la plus importante, avec un gain supérieur à 2 points aux « Problèmes ». Dans la catégorie d'épreuves « Transcodage », la tendance est à la progression d'environ 2 points. Dans les catégories « Réduction de valeurs » « Comparaison », puis, « Position », les performances initiales tendent à augmenter d'un point. Dans la catégorie d'épreuves « Analogie », la tendance est à la stabilité des performances.

Après avoir observé la progression des performances entre le pré-test et le post-test, complétons ces données par les informations recueillies auprès des enseignants.

2. Le questionnaire proposé aux enseignants

Un questionnaire a été administré aux enseignants pour connaître les domaines travaillés et leurs choix pédagogiques. Ces informations permettent d'analyser l'influence de l'enseignement sur l'évolution des performances des élèves.

Nous avons regroupé les réponses des enseignants aux questionnaires dans un tableau (cf. annexe IV, 3.2). Nous avons mis en regard de chaque item :

- les épreuves concernées
- le nombre d'enseignants ayant travaillé sur l'item
- le pourcentage de la progression des performances des élèves entre le pré-test et le post-test à cet item
- la présence, par un « + », d'une corrélation entre l'enseignement et la progression
- des observations apportant certaines précisions sur l'enseignement dispensé

La présence de corrélation a été arbitrairement attribuée lorsque les deux points suivants étaient concomitants :

- le nombre d'enseignants intervenus, sur un total de 5, est égal ou supérieur à 3 : nous avons choisi ce nombre pour englober plus de la moitié des enseignants
- le pourcentage de progression est égal ou supérieur à 10 % : nous nous sommes inspirées du seuil de pathologie, fréquemment au centile 10, dans les tests orthophoniques

Nous allons présenter les informations recueillies, lorsqu'il y a corrélation, pour les épreuves arithmétiques, pour la comparaison de nombres et, enfin, pour les épreuves en fraction.

2.1. Les épreuves arithmétiques

Concernant les épreuves arithmétiques, nous notons une corrélation globale. Tout au long de l'année scolaire, tous les enseignants - dont quatre de façon plus soutenue - ont travaillé les notions évaluées dans notre protocole expérimental. La progression des performances entre la première intervention et la deuxième intervention est de 10,26%.

2.1.1. Grandeurs égales

Aux « Grandeurs égales », le pourcentage de progression, 66,83%, est le plus important de toutes les épreuves. Quatre enseignants ont utilisé des schémas et l'écriture fractionnaire, certains ont eu également recours aux segments de droites graduées et, plus rarement, aux aires de figures géométriques (*i.e.*, carrés, rectangles, disques).

2.1.2. Divisions

Pour les « Divisions », tous les enseignants sont intervenus. Précisément, deux les ont travaillées toute l'année, deux lors du troisième trimestre et un enseignant lors des deuxième et troisième trimestres. Le pourcentage de progression est de 13,51%.

2.2. La comparaison de nombres : notion hybride

Nous observons également une corrélation pour la comparaison de nombres. Cette notion a été travaillée par les cinq enseignants. Elle intervient dans les épreuves de « Grandeurs égales » appartenant aux épreuves arithmétiques et de « Comparaison », à savoir « Valeur inférieure ou égale à l'unité » et « Valeur supérieure à l'unité », qui sont des épreuves liées à la notion de fraction. La progression à ces trois épreuves est de 28,76%.

2.3. Les épreuves liées à la notion de fraction

Le domaine des fractions a été travaillé avec quatre enseignants, surtout en février et en mars, sous forme d'écriture fractionnaire puis d'aires de figures géométriques et, moins fréquemment, sous forme de segments de droites graduées ou de pliages. Nous notons une corrélation pour l'ensemble de ce groupe d'épreuves. La progression est de 23,6%.

2.3.1. Transcodage

La progression de 36,55% aux deux épreuves de « Transcodage » est corrélée aux cours dispensés par quatre enseignants dans le sens « Transcodage aires de disques – écriture en lettres » avec une progression de 35,29%, ou par trois enseignants dans le sens « Transcodage écriture en lettres – aires de disques » avec une progression de 38,14%. Les transcodages ont été travaillés principalement sous forme d'écritures fractionnaires et d'aires de figures géométriques.

2.3.2. Comparaison

Les deux épreuves de « Comparaison » sont corrélées. Elles ont été travaillées par quatre enseignants et ont un score global de progression de 14,82% : 15,38% d'amélioration pour « Valeur inférieure ou égale à l'unité » et 13,96% pour « Valeur supérieure à l'unité ».

2.3.3. Problèmes

L'épreuve des « Problèmes » est la deuxième épreuve ayant la plus grande progression, 64,46%, et la première dans le cadre des épreuves liées à la notion de fraction. Tous les enseignants ont dispensé cet enseignement sur les fractions.

2.3.4. Position

Nous relevons une corrélation. La progression de 31,89 % aux deux épreuves de « Position » est corrélée à une intervention, sous forme symbolique, de quatre enseignants. L'augmentation est de 25% pour « Position d'une valeur sur une droite graduée » ; l'augmentation est de 40,74% pour « Identifier une valeur sur une droite graduée ».

2.3.5. Réduction

Nous notons une corrélation pour la dernière épreuve, « Réduction de valeurs », sous-tendue par un travail sur les fractions irréductibles, effectué dans trois classes. L'augmentation des performances à cette épreuve est de 16,73%.

En résumé, les « Grandeurs égales » puis les « Problèmes » ont connu les plus fortes corrélations liées à l'importance des taux d'augmentation des performances et à l'intervention de la majorité des enseignants. Les items ayant connu le moins d'interventions de la part des enseignants sont ceux nécessitant un travail sous forme de représentations graphiques. Les items ayant les pourcentages de progression les plus bas sont liés à « Analogie ». Nous avons noté précédemment que c'était la seule épreuve en fraction dont les performances ne progressaient pas au post-test. Nous pouvons désormais ajouter que ce type d'épreuves n'a pas été travaillé dans toutes les classes et rarement sous forme graphique.

Les pourcentages d'augmentation les moins élevés semblent être dus à une saturation des scores dès le pré-test (*i.e.*, « Multiplications », « Tables de Multiplication », « Écriture de position », « Système en base 10 »). Les élèves avaient peut-être acquis ces compétences dans les classes précédentes. La corrélation des « Divisions » est à relativiser, elle comprend l'intervention des cinq enseignants et un taux bas de progression. Nous avons effectivement vu que les élèves avaient plutôt tendance à stabiliser leurs performances.

Après avoir présenté, les progressions par épreuves en lien avec l'enseignement dispensé, développons les différents profils de performances des élèves.

IV. Études de cas

Nous nous sommes basées sur les pré-requis à l'apprentissage des fractions, définis par Meert et Grégoire (2005), pour construire les épreuves arithmétiques de notre protocole. Nous nous attendions donc à ce que les performances en arithmétique soient nécessairement bonnes pour que les performances en fraction le soient.

Nous nous sommes intéressées aux 79 élèves communs au pré-test et au post-test. Nous avons établi les moyennes et écarts-types des totaux des épreuves arithmétiques et des épreuves associées aux fractions pour chaque passation. Pour élaborer les regroupements, nous avons sélectionné les enfants qui avaient des performances inférieures ou égales à -2 écarts-types pour les qualifier de « faibles ». Nous avons fixé ce seuil arbitrairement à -2 écarts-types par rapport à la moyenne, comme la majorité des tests en Orthophonie.

Comme attendu, nous observons la présence de trois groupes : le groupe « faible en arithmétique et en fraction », le groupe « bon en arithmétique et en fraction » ainsi que le groupe « bon en arithmétique et faible en fraction ». Mais, nous obtenons également un quatrième groupe d'enfants qui réussissent bien les épreuves liées à la notion de fraction

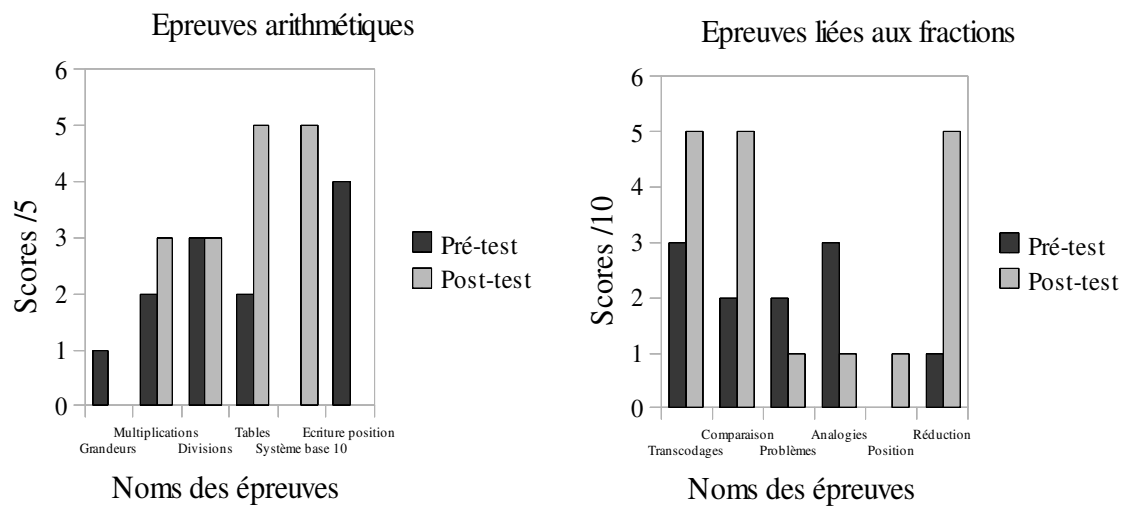


Figure 18 : Performances de l'élève 36

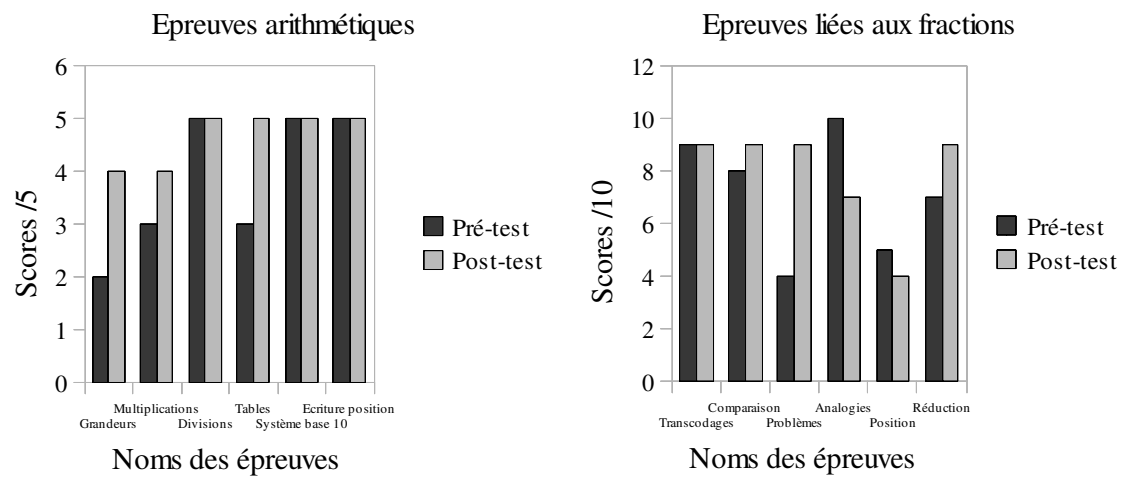


Figure 19 : Performances de l'élève 15

mais échouent aux épreuves arithmétiques. Notre étude met donc en évidence l'existence de quatre profils de performances.

Nous allons présenter les performances d'un élève représentatif pour chacun de ces groupes. Afin de respecter l'anonymat, nous ne nommerons pas les élèves mais nous donnerons leur numéro de dossier.

1. Groupe faible en arithmétique et faible en fraction

Ce groupe est peu représenté dans notre échantillon : selon nos critères d'élaboration du groupe, seul l'élève 36 en fait partie.

Lors du pré-test, l'élève 36 se situe à -3,13 écarts-types de la moyenne au niveau arithmétique (12/30) et à -2,51 écarts-types au niveau des fractions (11/60). Lors du post-test, il se situe à -2,89 écarts-types de la moyenne en arithmétique (16/30). Il obtient tous les points aux « Tables de multiplication » et à l'épreuve « Écriture de position ». En fraction (18/60), il est à -2,19 écarts-types. Il parvient à avoir 5/10 aux épreuves sous forme de représentations graphiques : « Transcodage », « Comparaison » et « Réduction de valeurs ». Malgré un écart moindre à la moyenne de l'échantillon lors du post-test, l'élève est globalement en échec dans les épreuves proposées.

Au niveau des capacités cognitives générales, au test du « Barrage des cloches », l'élève avait trouvé 26 cloches, ce qui correspond au centile 20 : ce score est plutôt faible. Au test de « Mémoire de travail visuo-spatiale », l'élève a 7/12, soit 2 points en dessous de la médiane.

Ainsi, l'élève 36, a des scores faibles aux épreuves évaluant l'attention sélective visuelle et la mémoire de travail visuo-spatiale. Il présente également des difficultés dans les deux ensembles d'épreuves proposées. Les performances de l'élève 36 sont en décalage dans tous les domaines explorés par rapport au niveau de l'échantillon.

Au niveau orthophonique, nous proposerions d'évaluer de façon plus approfondie les traitements attentionnel et mnésique. Nous demanderions des bilans complémentaires orthoptique et psychométrique. Il semblerait également important de vérifier la compréhension des consignes.

2. Groupe bon en arithmétique et bon en fraction

Ce groupe représente la majorité de l'échantillon, soit 75 élèves sur 79 au pré-test et 72 élèves sur 79 au post-test. Nous choisissons d'observer les performances particulièrement élevées de l'élève 15.

Lors du pré-test, il est à 0,17 écarts-types de la moyenne en arithmétique (23/30) et à 2,14 écarts-types de la moyenne en fraction (43/60). Lors du post-test, il se situe à 1,09 écarts-types en arithmétique (28/30) : il gagne 2 points aux « Grandeurs égales » et aux « Tables de multiplication ». Il a tous les points à 4 épreuves sur 6 (« Divisions », « Tables de multiplication », « Système en base 10 » et « Écriture de position »). Il est à 1,56 écarts-types en fraction (47/60) : il maintient 9/10 aux « Transcodage » et obtient ce score à

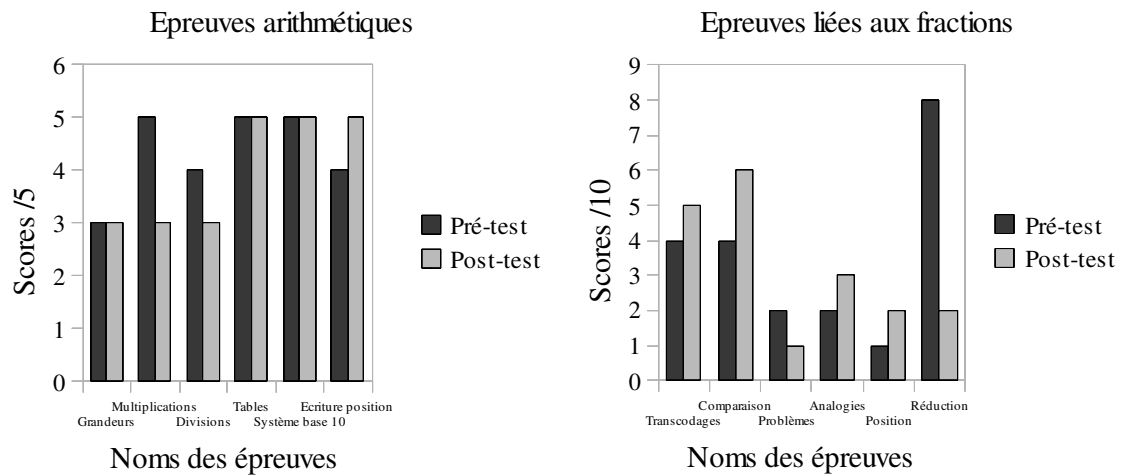


Figure 20 : Performances de l'élève 65

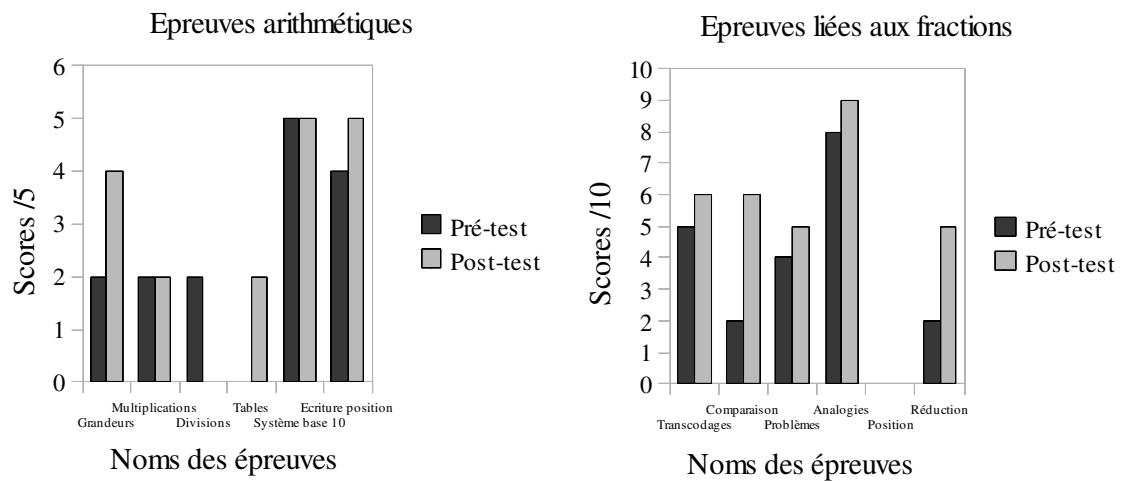


Figure 21 : Performances de l'élève 41

« Comparaison », aux « Problèmes » et à « Réduction de valeurs ». Sa faiblesse aurait été à l'épreuve « Position » où il a 4/10 mais la moyenne de l'échantillon à cette épreuve est de 2,44/10 : le niveau de difficultés de « Position » était sûrement trop élevé par rapport au niveau de l'échantillon.

Au test du « Barrage des cloches », il a le score maximum, soit 35/35. A l'épreuve de « Mémoire de travail visuo-spatiale », il a 11/12, soit 2 points de plus que la médiane.

Ainsi, l'élève 15 a de très bons scores aux épreuves évaluant l'attention sélective visuelle et la mémoire de travail visuo-spatiale. Il présente des bons scores dans les épreuves arithmétiques et dans les épreuves liées à la notion de fraction. Ses performances sont dans la norme, voire au-dessus du niveau moyen de l'échantillon.

3. Groupe bon en arithmétique et faible en fraction

Ce groupe est représenté par une faible part de l'échantillon. Au pré-test, il intègre deux élèves (50 et 63) ; au post-test, il concerne quatre élèves (20, 65, 88, 92). Nous avons choisi de décrire les performances de l'élève 65 qui présente de très bonnes performances aux capacités cognitives générales.

Au pré-test, il se situe à 1,08 écarts-types de la moyenne aux épreuves arithmétiques (26/30) et à -1,05 écarts-types de la moyenne aux épreuves liées à la notion de fraction (21/60) : il a 8/10 à « Réduction de valeurs » et des notes inférieures à 5/10 aux autres épreuves. Au post-test, il est à -0,24 écarts-types en arithmétique (24/30). En fraction, il se situe à -2,06 écarts-types (19/60) : il a 5/10 aux « Transcodage », 6/10 à « Comparaison » et des scores faibles aux autres épreuves.

Au test du « Barrage des cloches », il a 33/35, soit le centile 80. A l'épreuve de « Mémoire de travail visuo-spatiale », il a 10/12, soit 1 point de plus que la médiane.

Ainsi, cet élève a de bons scores aux épreuves évaluant l'attention sélective visuelle et la mémoire de travail visuo-spatiale. Il a également de bons scores aux épreuves arithmétiques mais a un score faible en fraction, au post-test. L'élève présente un décalage pour les épreuves liées aux fractions par rapport au niveau de l'échantillon.

Il serait intéressant de vérifier les compétences langagières, qui peuvent être liées aux difficultés en résolution de problèmes. Il serait opportun d'évaluer les compétences logiques qui sous-tendraient les acquisitions mathématiques, notamment la conservation de surface en jeu lorsque les représentations des fractions sont sous forme d'aires ou de segments de droites.

4. Groupe faible en arithmétique et bon en fraction

Ce groupe n'intègre qu'une faible part de l'échantillon. L'élève 62 est dans ce cas au post-test. L'élève 41, auquel nous allons nous intéresser, fait partie du groupe au pré-test et au post-test.

Au pré-test, il se situe à -2,23 écarts-types de la moyenne pour les épreuves arithmétiques (15/30) et à -1,05 pour les épreuves liées aux fractions (21/60). Au post-test, il est à -2,23 écarts-types en arithmétique (18/30) : il maintient 5/5 en « Système en base 10 » et a 5/5 en « Écriture de position ». Il est à -0,51 écarts-types aux épreuves liées aux fractions (31/60). Il obtient au minimum la moyenne dans toutes les épreuves, excepté dans « Position ».

Pour les capacités cognitives générales, l'élève a 27/35 au test du « Barrage des cloches », il se situe au centile 25, soit un score faible. Au test de « Mémoire de travail visuo-spatiale », il a 4/12, soit un score très faible.

Ainsi, les performances de l'élève sont décalées aux épreuves arithmétiques par rapport au niveau moyen de l'échantillon. Ceci peut être lié aux performances faibles dans les capacités cognitives générales.

Il serait important de vérifier les capacités cognitives générales (*i.e.*, traitements attentionnel et mnésique) plus finement. Il serait également intéressant d'évaluer les structures logiques. D'une part, elles sous-tendraient les acquisitions mathématiques. D'autre part, ceci permettrait de répondre en partie à la question du mode de fonctionnement des enfants du groupe : se basent-ils sur des compétences logiques solides pour développer l'apprentissage des fractions en dépit d'une faiblesse en arithmétique ?

Après avoir étudié les différents profils de performances, intéressons-nous aux élèves progressant le plus.

V. Caractéristiques des élèves progressant le plus

Nous avons sélectionné les élèves de la population commune aux deux tests, dont les performances connaissent les plus importantes progressions. Pour cela, nous avons effectué les différences des performances obtenues entre le pré-test et le post-test. Les totaux des différences de performances s'étendent de -10 points à 25 points. Nous avons arbitrairement choisi les élèves qui gagnent au moins 20 points. Il s'agit des élèves ayant les dossiers n° 9, 19, 38, 56, 63, 82.

Nous allons décrire leurs performances aux capacités cognitives générales, leurs performances arithmétiques et liées aux fractions lors du pré-test et du post-test. Nous cherchons à caractériser les élèves qui sont les plus favorisés par notre protocole.

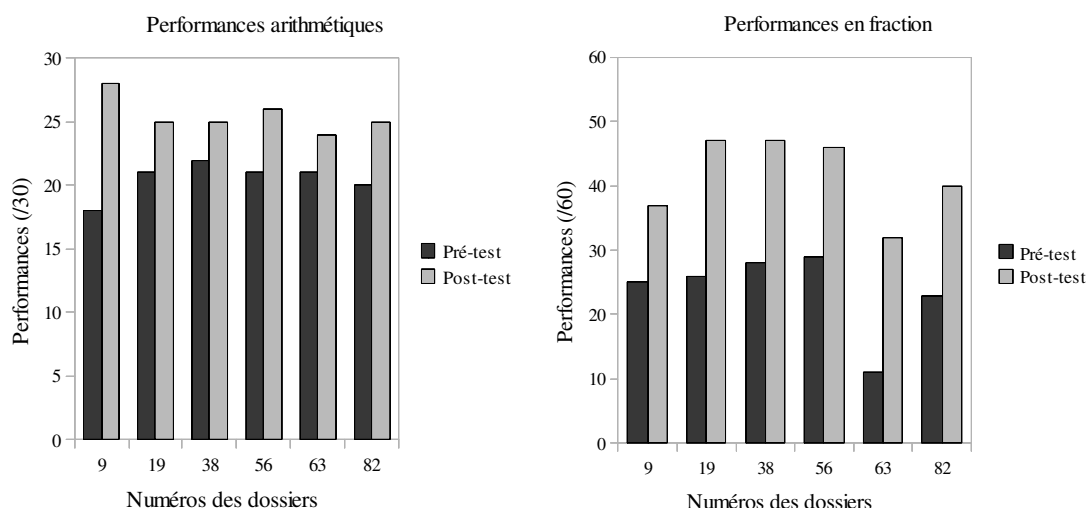


Figure 22 : Evolution des performances globales des élèves progressant le plus

1. Performances aux capacités cognitives générales

Les performances obtenues aux tests évaluant les capacités cognitives générales apparaissent dans le tableau ci-dessous. Dans un souci de clarté, nous mettons un astérisque lorsque le score est faible.

Tableau IX : Performances aux capacités cognitives générales des élèves qui progressent le plus

Capacités cognitives	N° de dossier					
	9	19	38	56	63	82
Attention /35	23*	30	28	23*	27	31
Mémoire /12	10	10	11	10	8*	11

Au niveau de l'attention sélective visuelle, les scores s'étendent de 23 à 31. Deux élèves ont des performances déficitaires à l'épreuve testant cette compétence. Au niveau de la mémoire de travail visuo-spatiale, les scores s'étendent de 8 à 11. Un troisième élève a une performance faible à l'épreuve évaluant cette compétence.

Ainsi, les performances aux capacités cognitives générales sont dans la norme ou faibles sans être chutées.

2. Performances au pré-test

Au niveau des tâches arithmétiques, la médiane de la population à l'ensemble des épreuves est égale à 22. La moyenne est de 15. Les scores des 6 élèves vont de 18 à 22. L'élève, qui a le score le plus bas, a des performances déficitaires en attention sélective visuelle. Un seul des 6 élèves a un score total strictement égal à la médiane ; les autres ont des totaux inférieurs à la médiane mais supérieurs à la moyenne.

Au niveau des tâches liées à la notion de fraction, la médiane de la population à l'ensemble des épreuves est égale à 28. La moyenne est à 30. Les totaux vont de 11 à 29. L'élève qui a le score le plus bas a des performances faibles en mémoire de travail. 2 élèves sur les 6 ont un score égal ou supérieur à la médiane. Aucun n'atteint la moyenne.

D'une part, les performances initiales arithmétiques des élèves sont égales ou moins bonnes - mais elles en sont proches - que celles des 50 % meilleurs de la population. D'autre part, les performances initiales en fraction des élèves sont égales ou moins bonnes - mais elles en sont proches - que celles des 50 % meilleurs de la population, sauf pour un élève qui a des performances faibles en mémoire de travail visuo-spatiale.

3. Performances au post-test

Au niveau arithmétique, la médiane de la population à l'ensemble des épreuves est égale à 25. Les totaux vont de 24 à 28. L'élève qui a le score le plus bas a des performances faibles en mémoire de travail ; c'est le seul des 6 élèves à avoir un score inférieur à la médiane. Les élèves progressent d'environ 1 point dans chacune des épreuves, excepté en « Ecriture de position » où ils perdent 0,3 point.

Au niveau des fractions, la médiane de la population à l'ensemble des épreuves est égale à 35. Les totaux vont de 32 à 47, ils sont tous supérieurs à la moyenne. L'élève qui a le score le plus bas a des performances faibles en mémoire de travail ; c'est le seul des 6 élèves à avoir un score inférieur à la médiane. Les élèves progressent surtout aux problèmes avec un gain moyen de 5 points. Dans chacune des autres épreuves, ils progressent de 1 à 2 points, sauf dans « Identification d'une valeur sur une droite graduée » où ils gagnent 0,3 point.

Les performances finales se situent dans la meilleure moitié de la population que ce soit pour les épreuves arithmétiques ou celles liées à la notion de fraction, sauf pour l'élève ayant des performances faibles en mémoire de travail visuo-spatiale.

Dans cette partie, nous avons présenté les résultats de notre expérimentation. Nous allons les interpréter afin de vérifier nos hypothèses et discuter l'ensemble de notre recherche.

Chapitre V

DISCUSSION DES RESULTATS

I. Analyse des résultats

Dans ce travail, nous avons souhaité faire le point sur les connaissances arithmétiques et celles liées aux fractions, au CM1. Nous avons cherché à identifier des compétences prédictives à l'apprentissage des fractions.

La variable « sexe » n'est pas corrélée, conformément aux données de la littérature (Cohen & Naccache, 2012 ; Hyde & Mertz, 2009 ; Guiso et al., 2008). De plus, la variable « âge », contrôlée dans notre protocole, n'est pas significative.

Nous allons analyser les données que notre étude a apportées sur le développement des performances arithmétiques et celles liées aux fractions, sur l'influence de l'arithmétique, des capacités cognitives générales et de l'enseignement.

1. Le développement de l'arithmétique

Au pré-test, les performances sont bonnes. Celles de l'épreuve « Système en base 10 » sont déjà très élevées. Ceci interroge sur la validité de nos épreuves. L'épreuve la moins réussie est celle des « Grandeurs égales » : le pré-requis évalué ici, la capacité à déterminer des grandeurs égales (Meert & Grégoire, 2005) sous forme analogique, ne semble pas acquis. Fayol et Serron (2004) suggèrent que la relation précise entre code arabe et représentation analogique se met en place entre 6 et 10 ans. Pour évaluer l'égalité des grandeurs, sous forme analogique, des élèves pourraient passer par le code arabe. Dans ce cas, il est possible qu'ils aient des difficultés liées à la correspondance imprécise entre les codes.

Au post-test, seules les performances à l'épreuve des « Grandeurs égales » ont progressé : la compréhension de la représentation analogique s'est améliorée. Les autres performances sont constantes.

Ainsi, ces épreuves arithmétiques ont permis une évaluation globale des pré-requis. Les performances des élèves sont souvent bonnes ; ils progressent dans la détermination des grandeurs égales.

2. Le développement des fractions

Au pré-test, les épreuves sont plutôt indépendantes comme les études l'avaient démontré auparavant (Fayol, 2012 ; Meert & Grégoire, 2005). Les performances globales de la moitié des épreuves se situent dans une moyenne haute : ceci confirme l'existence de compétences intuitives (Fayol, 2012 ; Barouillet et al., 2007a). D'une part, la catégorie « Analogie » est la mieux réussie, suivie de « Réduction » et « Comparaison ». Ces épreuves, présentées sous forme analogique, ne nécessitent pas la connaissance des symboles conventionnels des fractions. Le niveau moyen de performance étant déjà élevé, nous supposons que les opérations et la comparaison de fractions sont appréhendées de façon analogique avant d'être acquises dans le code symbolique, cette idée est en lien avec la thèse des représentations présymboliques des fractions (Mix et al., 1999, cités par

Meert & Grégoire, 2005). D'autre part, la catégorie d'épreuves « Position » est la moins bien réussie ; ce qui corrobore les données de la littérature (Barrouillet et al., 2007b ; Meert & Grégoire, 2005). Ceci suggère une imprécision numérique et des lacunes au niveau des représentations numériques mentales. Selon le modèle du Triple code (Dehaene & Cohen, 1995, 2000, cités par Fayol, Seron & Perros, 2004), le code analogique, évalué ici, semble encore en développement en fin de primaire. Enfin, certaines épreuves sont mieux corrélées. « Analogie » est liée aux catégories « Transcodage », « Position » et « Réduction » : nous supposons qu'un même processus cognitif est mis en œuvre pour ces épreuves, il pourrait s'agir d'un recours à la flexibilité mentale pour faire des correspondances entre différentes représentations. « Problèmes » et « Réduction » sont en lien : nous pensons que ces deux épreuves nécessitent spécifiquement le recours à des opérations de fractions.

Au post-test, il est intéressant de noter que les nombreuses corrélations vont dans le sens d'une mise en lien des différentes acquisitions concernant la notion de fraction, contrairement aux données de la littérature (Fayol, 2012 ; Meert & Grégoire, 2005). La progression des performances en fraction est la plus importante aux « Problèmes » puis aux « Transcodages ». Nous pouvons penser que ceci est dû aux expériences et calculs rencontrés entre le pré-test et le post-test. Les élèves ont développé des liens entre les différentes représentations des fractions. De plus, ces deux épreuves nécessitent la réalisation de différents calculs de fractions. Contrairement à nos attentes, les opérations de fractions ne sont pas les moins réussies (Brousseau, 1983, cité par Barrouillet et al., 2007b). Ensuite, le niveau de performances, déjà élevé au pré-test, stagne dans la catégorie « Analogie ». De même, les progrès sont faibles en « Réduction » et en « Comparaison ». De plus, ces deux catégories d'épreuves nécessitent des habiletés développées plus tardivement. La notion de fraction irréductible est travaillée en fin d'année de CM1. Nous nous attendions à des difficultés en « Comparaison » : ce n'est que vers l'adolescence que les notions permettant la comparaison de rapports s'acquièrent (Piaget & Inhelder, 1974, cités par Meert & Grégoire, 2005). En outre, Ni (2001) suggère que les représentations graphiques peuvent compliquer la tâche. Enfin, les progrès les plus faibles sont dans la catégorie « Position ». Selon les données de la littérature, nous nous attendions à y trouver des difficultés. Nous identifions deux raisons possibles. D'une part, les épreuves de cette catégorie sont représentées sous forme de segments de droite - les représentations sous forme d'aires étant plus simples (Ni, 2001). D'autre part, les fractions décimales sont considérées, dans la littérature, comme étant plus difficiles que les fractions communes (Barrouillet et al., 2007b ; Meert & Grégoire, 2005). Globalement, les performances aux épreuves en fraction et leurs améliorations dépendent des performances initiales aux épreuves impliquant les fractions.

Etant donné que les performances en résolution de problèmes progressent, nous pouvons en déduire que les connaissances conceptuelles sur les fractions se sont améliorées (Hecht et al., 2003, cités par Meert & Grégoire, 2005). L'obstacle ontogénétique (Barrouillet et al., 2007b) diminue sans doute du pré-test au post-test : les élèves sont plus aptes à résoudre les tâches proposées.

Les progrès aux fractions dépendent des performances initiales et les difficultés prédominent dans l'interprétation quantitative des fractions décimales.

3. L'influence du développement de l'arithmétique et des capacités cognitives générales sur les performances en fraction

Concernant l'arithmétique, la majorité des élèves correspond au profil de performances « bon en arithmétique et bon en fraction ». De plus, les performances et les progrès aux tâches arithmétiques et aux tâches liées aux fractions sont significativement corrélés lors du pré-test et du post-test.

Concernant les capacités cognitives générales, les corrélations de l'attention sélective visuelle et de la mémoire de travail visuo-spatiale avec les performances diffèrent selon la période de passation. Au pré-test, l'attention est corrélée aux performances arithmétiques et aux performances en fraction. La mémoire de travail visuo-spatiale est corrélée, de manière marginalement significative, aux performances en fraction. Les épreuves arithmétiques sont situées au début de notre protocole et la situation expérimentale est nouvelle pour ces enfants. Nous pensons donc que les élèves doivent fournir un effort attentionnel pour se concentrer sur les épreuves, d'autant plus dans un cadre inconnu. Les épreuves liées aux fractions sont de nouvelles tâches avec un vocabulaire propre et des représentations différentes des représentations arithmétiques connues. Ceci nécessite la mobilisation de ressources attentionnelles importantes pour traiter ces tâches plus difficiles et inhabituelles. La mémoire de travail visuo-spatiale est corrélée aux performances liées aux fractions car ces tâches font appel à des capacités cognitives plus complexes et sont souvent présentées sous forme de représentations visuo-spatiales (*i.e.*, aires de disque, segments de droite). Au post-test, la mémoire de travail visuo-spatiale est corrélée aux épreuves arithmétiques et liées aux fractions. L'attention sélective visuelle n'est pas corrélée : les élèves connaissent la situation expérimentale, ils ont déjà rencontré le type d'épreuves proposées et ont acquis des connaissances et des expériences dans les domaines évalués. Les élèves ont davantage d'automatismes et donc de ressources attentionnelles disponibles pour effectuer les tâches proposées.

Lors de nos analyses qualitatives, nous notons qu'une minorité des élèves fonctionne différemment de la tendance générale. Cependant, parmi les élèves qui progressent le plus, la performance faible en mémoire de travail visuo-spatiale de l'élève 63 ne lui permet pas d'atteindre la médiane en fraction.

Ainsi, la mémoire de travail visuo-spatiale est un prédicteur du développement des performances en fraction.

4. L'influence de l'enseignement sur les performances

Les enseignants ont travaillé sur des manuels différents, ils n'ont pas tous abordé les mêmes notions, ni les mêmes représentations.

Nous faisons un lien entre le travail scolaire et les progrès des performances aux épreuves qui ont fait l'objet d'un enseignement ciblé. Il semblerait donc que l'enseignement ait une influence majeure sur les progrès des performances pour les « Grandeurs égales » et aux « Problèmes », une influence moindre concernant « Transcodage » et « Position » enfin, une influence mineure pour « Réduction » et « Comparaison ». Il est vraisemblable que

les enseignants aient adapté leurs cours au niveau des élèves et à leurs capacités d'apprentissage en travaillant davantage certaines notions.

Les obstacles didactiques sont sources de difficultés en fraction (Barrouillet et al., 2007b) mais nous ne pouvons établir de liens objectifs avec l'enseignement dispensé. Les expériences personnelles et l'environnement de chaque enfant interagissent avec l'enseignement et le milieu scolaire.

Après l'analyse des résultats, nous développons la validation de nos hypothèses.

II. Vérification des hypothèses

1. Hypothèse opérationnelle 1

Nous avons émis l'hypothèse d'un développement des performances aux épreuves arithmétiques et en fraction tout au long de l'année de CM1 : les performances globales seraient meilleures au post-test qu'au pré-test. Effectivement, les analyses qualitatives et quantitatives vont dans ce sens.

Nous considérons donc cette hypothèse validée.

2. Hypothèse opérationnelle 2

Nous supposons une influence du développement des performances arithmétiques sur le développement des performances liées aux fractions : de bons résultats aux épreuves arithmétiques s'accompagneraient de bons résultats aux épreuves liées aux fractions.

Au niveau quantitatif, il ressort que les performances arithmétiques prédisent les performances en fraction.

Au niveau qualitatif, la majorité des élèves correspond au profil de performances « bon en arithmétique et bon en fraction ». Mais, l'existence du groupe « faible en arithmétique et bon en fraction » démontre qu'une minorité des élèves fonctionne différemment par rapport à la tendance générale exprimée dans les analyses statistiques. De ce fait, de bons résultats aux épreuves arithmétiques ne s'accompagnent pas toujours de bons résultats aux épreuves liées à la notion de fraction.

L'hypothèse est partiellement validée.

3. Hypothèse opérationnelle 3

Nous avons supposé une implication des capacités cognitives générales (*i.e.*, attention sélective visuelle, mémoire de travail visuo-spatiale) dans le développement des

performances en fraction : de bons résultats aux épreuves testant les capacités cognitives générales s'accompagneraient de bons résultats aux épreuves liées à la notion de fraction.

Au niveau quantitatif, nous avons montré une corrélation significative entre les performances en mémoire de travail visuo-spatiale et les performances en fraction. En revanche, l'attention sélective visuelle n'a pas été identifiée comme étant prédictive des progrès et des performances finales en fraction.

Au niveau qualitatif, nous nous sommes intéressées au groupe « bon en arithmétique et faible en fraction ». Dans le cas de l'élève 65, nous notons de très bonnes performances aux capacités cognitives générales mais de faibles performances en fraction. A l'inverse, parmi les six élèves progressant le plus, deux ont des performances faibles en attention sélective visuelle et un a des performances faibles en mémoire de travail visuo-spatiale. Ainsi, de bons résultats aux épreuves testant les capacités cognitives générales ne s'accompagnent donc pas toujours de bons résultats aux épreuves liées à la notion de fraction.

L'hypothèse est partiellement validée.

4. Hypothèse opérationnelle 4

Nous supposons que le développement des performances en fraction s'appuierait sur de bonnes performances en capacités cognitives et en arithmétique. Ainsi, les élèves qui progresseraient le plus, entre le pré-test et le post-test, auraient obtenu de bonnes performances arithmétiques et cognitives générales. De bons résultats aux capacités cognitives générales et aux épreuves arithmétiques s'accompagneraient de progrès en fraction.

Nous nous sommes intéressées aux six élèves qui progressent le plus. Ils obtiennent des performances d'abord proches ou égales à la médiane : ils ont déjà un certain potentiel. Puis, au post-test, ils ont des performances égales ou au-dessus de la médiane. Ils appartiennent alors tous au groupe « bon en arithmétique et bon en fraction ». Nous pouvons considérer que les performances initiales sont plutôt bonnes.

En revanche, nous observons qu'au pré-test, l'élève 63 appartenait au profil de performances « bon en arithmétique et faible en fraction ». Il est qualifié de « bon en arithmétique » car il ne se situe pas à -2 écarts-types de la moyenne. C'est le seul élève qui n'atteint pas les médianes en arithmétique et en fraction, au pré-test et au post-test. Ceci semble en lien avec ses performances faibles en mémoire de travail visuo-spatiale. Par ailleurs, deux élèves (9, 56) ont obtenu des performances faibles en attention sélective visuelle. Ce score ne leur est pas défavorable. Ainsi, de bons résultats aux capacités cognitives générales et aux épreuves arithmétiques ne s'accompagnent pas toujours de progrès en fraction.

L'hypothèse est partiellement validée.

5. Hypothèse théorique

Nous formulons l'hypothèse selon laquelle les performances aux capacités cognitives générales et le développement des performances en arithmétique, prédisent les performances liées à la notion de fraction et leurs progressions au post-test.

Entre le pré-test et le post-test, les performances globales de toutes les épreuves sont améliorées. En général, le développement des performances arithmétiques et les performances en mémoire de travail visuo-spatiale prédisent les performances en fraction même si, pour quelques élèves, cette corrélation ne se vérifie pas. Les caractéristiques des élèves progressant le plus corroborent ces données.

Notre hypothèse théorique est donc partiellement validée.

Après avoir vérifié la validité des hypothèses, nous allons développer les points à améliorer et les éléments positifs de notre recherche.

III. Limites et apports de notre travail

1. Les limites

1.1. Concernant le matériel d'évaluation

Lors du choix et de la réalisation du matériel, nous n'avions pas les connaissances dans le domaine de la cognition mathématique qui nous font préciser aujourd'hui plusieurs points à améliorer.

Concernant l'élaboration du matériel, des modifications semblent nécessaires. Au niveau de la forme, des termes manquent de précision. Dans les épreuves de « Transcodage », nous aurions dû employer les termes de « code verbal écrit » au lieu de l'expression « écriture en lettres ». Dans la catégorie « Position », il aurait été préférable d'utiliser les termes « segment de droite graduée » au lieu de « droite graduée ». Au niveau du fond, les épreuves arithmétiques nécessitent des modifications. Concernant nos objectifs, un des pré-requis, définis par Meert et Grégoire (2005), n'est pas directement évalué. Il s'agit de la compréhension de la conservation de la grandeur initiale. Par ailleurs, nous avons noté une saturation de la majorité des épreuves arithmétiques, développée dans la partie « Présentation des résultats ». Nous nous demandons ainsi si l'analyse des résultats aurait différé si nous avions complexifié ces items. Nous remettons également en cause la pertinence de l'épreuve « Système en base 10 » étant donné la saturation des scores obtenus par les élèves dès le pré-test.

Concernant l'épreuve normalisée, le choix du « Barrage des cloches » est remis en cause. Un des intérêts de cette épreuve est l'analyse des stratégies de barrage. Or, la situation

collective n'a pas permis cette analyse qualitative. Le choix de cette épreuve ne semble pas le plus pertinent pour l'évaluation de l'attention sélective visuelle.

1.2. Concernant les conditions de passation

Nous envisageons des améliorations au niveau du contexte et du contenu des tests.

Au niveau du contexte de l'expérimentation, les différents lieux et moments de passation ont certainement eu une influence sur la disponibilité des élèves et donc sur leurs performances. D'une part, la passation a eu lieu soit immédiatement après le repas du midi, soit chevauchant l'horaire habituel de la récréation des enfants, ou encore, en fin de journée scolaire. A ces trois moments de la journée, les élèves peuvent être moins concentrés. De toute évidence, la mobilisation des ressources attentionnelles fluctue pendant une heure d'évaluation. D'autre part, le lieu de la passation nous a semblé plus favorable lorsqu'il s'agissait du lieu de travail habituel et moins facilitant lorsque c'était dans le gymnase.

Au niveau du contenu de l'expérimentation, nous pensons que des consignes et des modalités de réponses sont à préciser. Effectivement, dans l'épreuve « Système en base 10 », notre consigne est paradoxale. Le terme « combien » incite à répondre à la question « quel est le nombre de » alors que nous employons ensuite « le chiffre de ». De plus, les consignes de la catégorie « Comparaison » paraissaient difficiles à appliquer pour certains. Plusieurs élèves levèrent la main pour demander des explications : ils ne semblaient pas comprendre qu'il était parfois possible d'entourer ou de souligner un ou deux cercles selon l'item. De surcroît, nous aurions dû être plus rigoureuses sur la modalité de réponses. Dans les exemples et consignes, nous proposons aléatoirement d'entourer ou de souligner la bonne réponse car nous n'attachions pas d'importance à la façon de répondre. Cependant, cela semblait dérouter plusieurs élèves.

Enfin, nous aurions pu limiter des biais liés au contexte de passation en modulant le contenu de l'expérimentation. Nous pensons qu'une randomisation de l'ordre des épreuves, voire des items au sein des épreuves, permettrait de contrôler l'effet de fatigue.

Aussi bien l'expérimentation que le matériel nécessiteraient des modifications sur le fond et la forme. Intéressons-nous aux éléments positifs et porteurs de notre étude.

2. Les apports

2.1. Sur le plan personnel

Le travail en binôme a été le fruit d'un intérêt commun pour le domaine de la cognition mathématique et la méthodologie de la psychologie cognitive du développement. Mutuellement, nous nous sommes transmis des connaissances issues de la littérature scientifique tout en acquérant ensemble une lecture méthodique. Celle-ci nous paraît essentielle pour actualiser nos connaissances scientifiques et cliniques. Nous avons

également mis en commun nos savoir-faire lors de l'élaboration et de l'administration des épreuves. Toutes deux, nous nous sommes appropriées la méthodologie scientifique en réalisant de concert le protocole expérimental.

Ce travail a été riche en rencontres et en échanges. Les entrevues avec le Professeur Fayol nous ont permis de définir ensemble le cadre de notre étude et son déroulement. En partageant son expérience et son savoir-faire de chercheur, il nous a permis d'élaborer notre travail de recherche en lien avec les données scientifiques actuelles et les besoins des cliniciens. La mise en œuvre de cette étude nous a permis de rencontrer et d'échanger avec les enseignants et directeurs d'école primaire. Interlocuteurs et collaborateurs pour ce travail, ils le seront également lors de notre future pratique professionnelle. Nous avons également eu un contact, en situation collective, avec les élèves de CM1. Nous avons tenté de proposer une expérimentation adaptée à leurs capacités, un travail situé entre les compétences qu'ils ont acquises et celles qu'ils sont en train d'acquérir.

Cette capacité d'adaptation sera toujours mobilisable dans notre pratique professionnelle et dans notre vie personnelle.

2.2. Sur le plan expérimental

Notre étude répond à un manque de données développementales dans le domaine des fractions.

Nous avons relevé le peu d'études sur les débuts de l'apprentissage arithmétique et sur l'apprentissage des fractions. De plus, l'absence d'outil d'évaluation normé au niveau des fractions a orienté le sujet de notre travail de recherche.

Cette étude apporte des données quantitatives et qualitatives sur l'apprentissage des fractions, en CM1. De plus, elle définit les performances arithmétiques et les performances en mémoire de travail visuo-spatiale comme prédictives de cet apprentissage.

2.3. Sur le plan clinique

Les réponses apportées à notre problématique ont une implication directe dans notre future pratique professionnelle.

Les données sur l'apprentissage des fractions, issues de cette étude, nous permettent d'avoir des repères développementaux. Cette connaissance est inhérente à tout travail avec une population en difficultés. L'identification de compétences préalables au développement des fractions nous donne des perspectives de travail préventif et rééducatif. Enfin, nous proposons un premier format d'évaluation des connaissances arithmétiques et des connaissances liées aux fractions, au CM1.

3. Perspectives de recherche

Nous nous sommes limitées à une évaluation des performances au cours de l'année de CM1. La poursuite de notre étude sur plusieurs niveaux scolaires semble nécessaire pour une connaissance plus précise de l'évolution des performances liées aux fractions chez l'enfant, voire l'adolescent.

Nous avons proposé une évaluation restreinte des capacités cognitives générales puisque l'évaluation portait sur l'attention sélective visuelle et sur la mémoire de travail visuo-spatiale. Celle-ci a porté sur deux épreuves qui ne permettent pas une exploration exhaustive des deux capacités cognitives que nous souhaitons évaluer. Une étude récente a montré des difficultés aux tâches mnésiques spatiales, et non aux tâches mnésiques visuelles, chez les sujets ayant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et en résolution de problèmes arithmétiques (Passolunghi & Mammarella, 2012). Ces difficultés sont exacerbées lors d'une double tâche. D'autres capacités cognitives générales ont certainement une influence sur les performances dans les épreuves testant la compétence en fraction. Plusieurs études ont montré un lien significatif entre les fonctions exécutives et les performances en résolution de problèmes (Swanson & Sachse-Lee, 2001 ; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004 ; Swanson, Jerman & Zheng, 2008, cités par Passolunghi & Mammarella, 2012).

Il nous paraît complémentaire d'examiner les compétences logiques des enfants puisqu'elles sous-tendraient les acquisitions mathématiques. Les travaux de Piaget sont la référence principale des praticiens travaillant avec les enfants en difficultés en mathématiques. Bien que la théorie piagétienne soit critiquée, la dimension logique sous-tend la compréhension du nombre et ne peut être occultée (Grégoire, 2008). Il s'agit d'un domaine à investiguer au même titre que d'autres compétences pré-numériques : une étude récente a mis en évidence des déficits sévères en connaissance de la suite numérique, en comptage et au niveau des opérations logiques, chez des enfants en difficultés d'apprentissage en mathématiques (Desoete & Grégoire, 2006).

A partir des résultats de la présente étude, il serait intéressant d'élaborer un protocole de rééducation pour développer les compétences prédictives ou celles en lien avec les fractions. L'administration d'un protocole sur une large population permettrait d'évaluer son efficacité et d'envisager son utilisation ultérieure en séances d'orthophonie.

Nous avons démontré l'intérêt de notre étude dans le contexte scientifique et clinique actuel. Les connaissances développementales dans le domaine des fractions ne font qu'émerger et ouvrent de nombreuses perspectives de recherche.

CONCLUSION

Ce travail apporte des réponses sur l'influence des performances arithmétiques et cognitives générales (*i.e.*, attention sélective visuelle, mémoire de travail visuo-spatiale) des élèves de CM1 sur les performances aux fractions et leur évolution.

Nous avons mis en exergue quatre prédicteurs du développement des performances en fraction, au CM1. Il s'agit d'abord des performances initiales en fraction, ensuite en mémoire de travail visuo-spatiale, puis des progrès en arithmétique et, enfin, des performances initiales arithmétiques. Les études de cas montrent quatre profils de performances différents : le groupe « faible en arithmétique et en fraction », le groupe « bon en arithmétique et en fraction », le groupe « bon en arithmétique et faible en fraction », puis le groupe « faible en arithmétique et bon en fraction ». Les cas particuliers montrent que les élèves qui progressent le plus ou le moins n'ont pas tous respectivement de très bons ou de très faibles résultats aux prédicteurs. Toutefois, la majorité des élèves constitue le groupe « bon en arithmétique et en fraction ». La tendance générale est à la progression des performances globales et à l'obtention de bonnes performances aux prédicteurs.

Au niveau orthophonique, notre travail a des portées cliniques intéressantes. Nous proposons un format d'évaluation des connaissances liées aux fractions au CM1. Les données issues de ce travail apportent des repères développementaux sur l'apprentissage des fractions, au CM1, auprès d'élèves francophones. L'évaluation proposée, les données normatives et l'identification de quatre prédicteurs au développement des fractions sont des bases pour un travail préventif et rééducatif.

Au niveau expérimental, notre étude ouvre des pistes de recherche. L'évaluation proposée doit s'étendre à d'autres niveaux scolaires. Il conviendrait d'affiner l'identification de prédicteurs aux performances en fraction comme les performances mnésiques spatiales, les fonctions exécutives ou encore les compétences logiques. Il serait important d'élaborer un protocole de rééducation basé sur les présents résultats. Une étude de faisabilité permettrait de valider son recours par les cliniciens.

Notre travail s'inscrit dans une projection clinique professionnelle, en interaction avec les problématiques de recherche.

BIBLIOGRAPHIE

Barrouillet, P., Billard, C., De Agostini, M., Démonet, J.-F., Fayol, M., Gombert, J.-E., Habib, M., et al. (2007a). Apprentissage de l'arithmétique. *Troubles des apprentissages : dyslexie, dysorthographe, dyscalculie* (p. 107–135). Paris : INSERM.

Barrouillet, P., Billard, C., De Agostini, M., Démonet, J.-F., Fayol, M., Gombert, J.-E., Habib, M., et al. (2007b). Dyscalculie et troubles de l'apprentissage de l'arithmétique. *Troubles des apprentissages : dyslexie, dysorthographe, dyscalculie* (p. 291–342). Paris : INSERM.

Baruk, S. (1992). *Dictionnaire des mathématiques élémentaires*. Paris : Seuil.

Bedey, P., & Etcheverry, K. (2004). *Anitest : Batterie d'évaluation de l'attention chez l'enfant de 7 ans 6 mois à 11 ans 5 mois*. Isbergues: Ortho Edition.

Bulletin officiel hors-série n° 3 du 19 juin 2008. (s. d.). Consulté juillet 1, 2012, de <http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/approfondissements.htm>

Cohen, L., & Naccache, L. (2012). *Pourquoi les filles sont si bonnes en maths et 40 autres histoires sur le cerveau de l'homme*. Paris : Odile Jacob.

Coquin, D., & Camos, V. (2006). Décimaux et fractions. In *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille : Solal Editeurs.

Chomel-Guillaume, S., Leloup, G., Bernard, I., Riva, I., & François-Guinaud, C. (2009). *Les aphasies : Evaluation et rééducation*. Paris : Masson.

Dehaene, S. (2010). *La bosse des maths : Quinze ans après* (édition revue et augmentée.). Paris : Odile Jacob.

Desoete, A., & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 16(4), 351-367. doi:10.1016/j.lindif.2006.12.006

Fayol, M., Roussel, J.-L., & Camos, V. (2000). Acquisition et mise en œuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. *Neuropsychologie des troubles du calcul*. Marseille : Solal.

Fayol, M., & Seron, X. (2004). About Numerical Representations Insights from Neuropsychological, Experimental, and Developmental Studies. *The Handbook of Mathematical Cognition*. Brighton et Hove : Psychology Press.

Fayol, M., Seron, X., & Perros, H. (2004). Les représentations numériques : caractéristiques, troubles, développement. *Développement cognitif et troubles des apprentissages : évaluer, comprendre, rééduquer et prendre en charge* (p. 69–107). Marseille : Solal Editeurs.

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre* (1re éd.). Paris : Presses Universitaires de France.

Grégoire, J. (2008). Développement logique et compétences arithmétiques. Le modèle piagétien est-il toujours actuel ? *Enseignement et apprentissage des mathématiques* (p. 57-77). Paris : De Boeck Supérieur.

Guiso, L., Monte, F., Sapienza, P., & Zingales, L. (2008). Diversity. Culture, gender, and math. *Science (New York, N.Y.)*, 320(5880), 1164–1165. doi:10.1126/science.1154094

Hecht, S. A., & Vagi, K. J. (2010). Sources of Group and Individual Differences in Emerging Fraction Skills. *Journal of Educational Psychology*, 102(4), 843–859. doi:10.1037/a0019824

Hecht, S. A., & Vagi, K. J. (2012). Patterns of strengths and weaknesses in children's knowledge about fractions. *Journal of Experimental Child Psychology*, 111(2), 212–229. doi:10.1016/j.jecp.2011.08.012

Hyde, J. S., & Mertz, J. E. (2009). Gender, culture, and mathematics performance. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 106(22), 8801–8807. doi:10.1073/pnas.0901265106

Jacquier-Roux, M., Lequette, C., Pouget, G., Valdois, S., & Zorman, M. (2010). *Batterie Analytique du Langage Ecrit* (Laboratoire des Sciences de l'Education UMPF., Vol. 1-2). Grenoble.

Jarlegan, A., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1996). De soixante-douze à 72 et inversement : une étude du transcodage chez les enfants de 7 ans. *Revue de Psychologie de l'Education*, 3, 87–107.

Meert, G., & Grégoire, J. (2005). L'apprentissage des nombres rationnels et ses obstacles. *La dyscalculie : Trouble du développement numérique de l'enfant* (p. 223–251). Marseille : Solal Editeurs.

Meert, G., Grégoire, J., & Noël, M.-P. (2010). Comparing the magnitude of two fractions with common components: which representations are used by 10- and 12-year-olds? *Journal of Experimental Child Psychology*, 107(3), 244–259. doi:10.1016/j.jecp.2010.04.008

Ni, Y. (2001). Semantic Domains of Rational Numbers and the Acquisition of Fraction Equivalence. *Contemporary Educational Psychology*, 26(3), 400–417. doi:10.1006/ceps.2000.1072

Passolunghi, M. C., & Mammarella, I. C. (2012). Selective spatial working memory impairment in a group of children with mathematics learning disabilities and poor problem-solving skills. *Journal of learning disabilities*, 45(4), 341-350. doi:10.1177/0022219411400746

Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The Development of Students' Understanding of the Numerical Value of Fractions. *Learning and Instruction*, 14(5), 503–518.

Van Hout, A. (2005). L'apprentissage des nombres rationnels. *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (2e éd., p. 41–52). Issy-les-Moulineaux : Masson.

Vassort, L., & Vassort, M. (1956). Les Fractions. *Le Calcul Vivant : Cours moyen. Classe de septième*. Paris : Hachette.

ANNEXES

Annexe I : Les supports individuels

1. Les capacités cognitives générales

1.1. La mémoire de travail visuo-spatiale

NOM : _____ Date de naissance : _____

Prénom : _____ Je suis un garçon / une fille _____

Mémoire et vision dans l'espace

Feuille individuelle. Un quadrillage correspond à un dessin. Sens de réponse de gauche à droite.
Consigne : « Regardez bien le modèle. Quand il ne sera plus sur l'écran, vous ferez le même dessin sur vos feuilles. »

1.2. L'attention sélective visuelle

Attention

Consigne : « Barrez le plus possible de cloches. Nous vous arrêterons au bout de 2 minutes. »

2. Le cahier d'épreuves

2.1. Les 16 épreuves

Entre chaque page du cahier individuel se trouvait une feuille blanche afin que les élèves se concentrent le plus possible sur ce qu'ils faisaient et pour que ceux-ci n'anticipent pas la suite des épreuves.

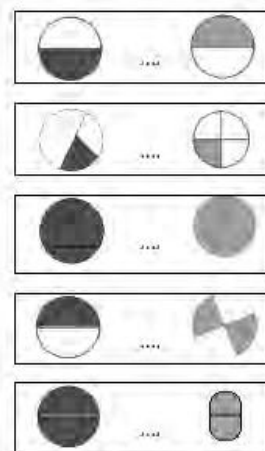
Les grandeurs égales

Consigne : « Dans chaque cercle une partie est colorée. Si vous pensez que la partie colorée en noir est la même que la partie colorée en gris, écrivez le signe « égal » entre les deux, si vous pensez que ces deux parties colorées sont différentes, écrivez le signe « différent ».
Faisons un exemple. Là, vous avez deux cercles. On voit que la partie colorée grise est plus grande que la partie colorée noire. Comme les parties noires et grises n'ont pas la même taille, nous mettons le signe « différent » au milieu. »

Exemple :



- 1 -



- 2 -

Multiplications

Consigne : « Dans cet exercice vous devez entourer la réponse qui convient. On fait le premier cadre ensemble. »

Exemple :

$25 \times 3 = ?$		
75	70	65

- 3 -

$41 \times 3 = ?$		
450	200	203

$22 \times 3 = ?$		
66	170	43

$56 \times 4 = ?$		
264	112	224

$34 \times 6 = ?$		
305	204	232

$15 \times 7 = ?$		
90	105	135

- 4 -

Divisions

Consigne : « On va maintenant faire un exercice avec des divisions, on fait le premier cadre ensemble. »

Exemple :

$36 : 2 = ?$		
18	72	12

- 5 -

$26 : 2 = ?$		
9	52	13

$44 : 4 = ?$		
11	176	9

$36 : 3 = ?$		
12	72	18

$55 : 5 = ?$		
275	11	14

$48 : 6 = ?$		
288	6	8

- 6 -

Tables de multiplication

Consigne : « Cet exercice concerne les tables de multiplications. Il faut entourer la bonne réponse. On fait le premier cadre ensemble. »

Exemple :

6 x 8 = ?		
48	36	42

- 8 -

7 x 7 = ?		
49	42	63

9 x 8 = ?		
81	72	56

6 x 5 = ?		
30	35	40

4 x 8 = ?		
32	36	35

8 x 7 = ?		
54	56	63

- 8 -

Le système en base 10

Consigne : « Vous avez des nombres à 3 chiffres. Je vais vous demander de trouver combien il y a d'unités ou de dizaines ou de centaines. Vous aurez trois réponses possibles, il faudra entourer la bonne. Nous allons faire l'exemple ensemble. Le nombre est 312, quel est chiffre des unités ? C'est le chiffre 2. »

Exemple :

Quel est le chiffre des unités de 312 ?		
3	1	2

- 9 -

Quel est le chiffre des unités de 649 ?		
6	4	9

Quel est le chiffre des dizaines de 234 ?		
2	3	4

Quel est le chiffre des dizaines de 983 ?		
9	8	3

Quel est le chiffre des centaines de 123 ?		
1	2	3

Quel est le chiffre des centaines de 398 ?		
3	9	8

- 10 -

L'écriture de position

Consigne : « Vous avez des listes de 4 nombres. Rangez-les dans l'ordre du plus petit au plus grand.
Faisons l'exemple ensemble. Il y a 4 nombres : 204, 240, 420 et 402. Le plus petit, c'est 204. Je l'écris en dessous. Puis, il y a 240, 402. Et enfin, le plus grand, c'est 420. »

Exemple :

Classe ces nombres du plus petit au plus grand :			
204	240	420	402
204 / 240 / 402 / 420			

- 11 -

410	401	104	140
706	670	760	607
6300	3006	3600	6003
9800	8009	8900	9008
5007	7500	7005	5700

- 12 -

Transcodage aire d'un disque - lettres

Consigne : « Chaque cercle correspond à une écriture en lettres, entourez la réponse qui correspond au cercle. Par exemple pour le premier cercle c'est un demi la bonne réponse. »

Exemple :



Un tiers	Un demi	Un quart
----------	---------	----------

- 13 -

	Deux demis	Deux tiers	Un tiers
	Trois tiers	Cinq tiers	Trois cinquièmes
	Un sixième	Un septième	Deux cinquièmes
	Un tiers	Un demi	Trois quarts
	Un sixième	Un tiers	Un quart

- 14 -

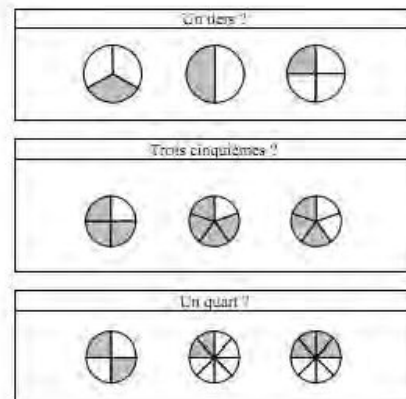
Transcodage lettres - aire d'un disque

Consigne : « Chaque écriture en lettres correspond à un (et un seul) cercle. A vous de trouver lequel ! On commence par un exemple. La partie colorée qui correspond à un huitième est la dernière. »

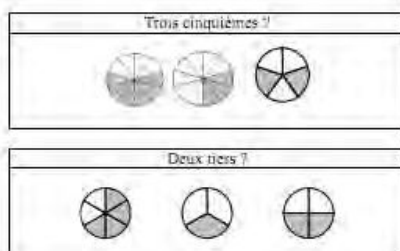
Exemple : Un huitième :



- 15 -



- 16 -

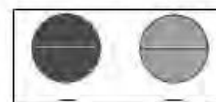


- 17 -

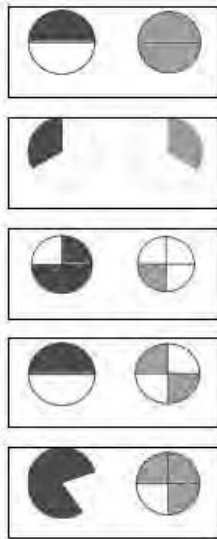
Valeur inférieure ou égale à l'unité

Consigne : « Vous avez 2 cercles. Les cercles ont des parties colorées. Si les parties colorées sont de la même taille, surlignez les 2 cercles. Si l'un a des parties colorées plus grandes, surlignez-le. Commençons par un exemple. Là, vous avez deux cercles. Les parties colorées noires ont la même taille que les parties colorées grises. Comme les parties colorées sont de la même taille, nous surlignons les deux cercles. »

Exemple :



- 18 -



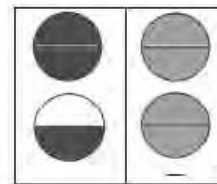
- 19 -

Valeur supérieure à l'unité

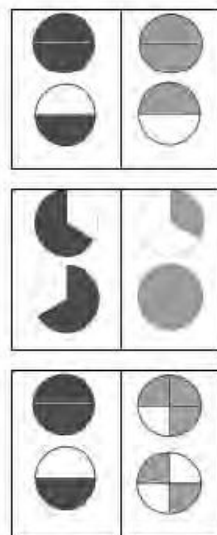
Consigne : « Vous avez des couples de 2 cercles. A chaque fois, il y a deux cercles colorés noirs, ils vont ensemble. Il y a deux cercles colorés gris, ils vont ensemble. Si les parties noires et grises sont de la même taille, soulignez les 2 couples. S'il y a des parties colorées de plus grande taille d'un côté, soulignez seulement ce couple-là.

On regarde le premier exemple. On voit que les parties grises ont une taille plus grande que les parties noires. Donc, on souligne le couple de 2 cercles gris. »

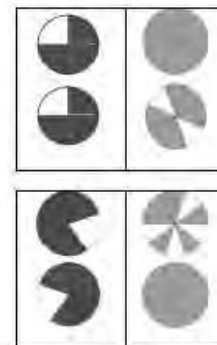
Exemple :



- 20 -



- 21 -



- 22 -

Problèmes

Consigne : « Nous allons lire ensemble l'énoncé de chaque problème. Ensuite vous allez réfléchir sans le crayon puis quand on dit stop vous écrivez la bonne réponse, on passe ensuite au problème suivant. On va faire le premier problème ensemble. »

Exemple :

« Combien de pages reste-t-il à lire ? Julie a lu la moitié d'un livre de cinquante pages. »		
25	30	35

- 23 -

« Combien ont-ils gagné de billes à eux trois ? Paul a gagné un cinquième des billes, Juliette un cinquième et Valentine trois cinquièmes. »		
$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$

« Combien ont-ils de gâteaux à eux deux ? Il y a douze gâteaux. Thibault a un tiers des gâteaux et Florent un quart. »		
7	10	12

« Combien ont-elles de bonbons à elles trois ? Il y a neuf bonbons. Emeline a un tiers des bonbons, Lucie a un tiers des bonbons et Eloise a également un tiers des bonbons. »		
3	6	9

« Combien ont-ils de kilos de fruits tous ensemble ? Manon a un quart de kilo de pommes, Julie a un demi kilo de bananes, Pierre a un quart de kilo d'abricots. »		
Trois quarts de kilo	Trois demi kilos	Un kilo entier

« Combien de gâteau reste-t-il ? Bénédictine a mangé un tiers du gâteau au chocolat. »		
Un tiers	Deux tiers	Trois tiers

- 24 -

« Combien de bonbons reste-t-il ? Téo a mangé deux tiers d'un paquet de neuf bonbons. »		
9	6	3

« Combien de miel reste-t-il dans le pot ? Colin a mangé un tiers du pot et Arnaud aussi. »		
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$

« Qui a mangé le plus de gâteau ? Alicia a mangé un tiers du gâteau, Elise un demi et Cassandre un sixième. »		
Alicia	Elise	Cassandre

« Qui a mangé le plus de quiche ? Mathieu a mangé un quart de la quiche, Emmanuel un tiers et Vincent un cinquième. »		
Mathieu	Emmanuel	Vincent

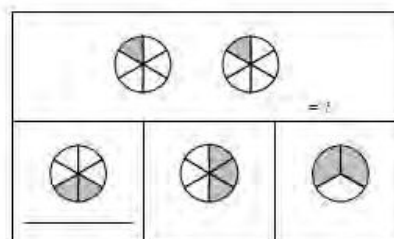
« Qui a fait le plus de gâteaux ? Marguerite a fait un quart des gâteaux, Mathilde un demi et Laurianne un huitième. »		
Marguerite	Mathilde	Laurianne

- 25 -

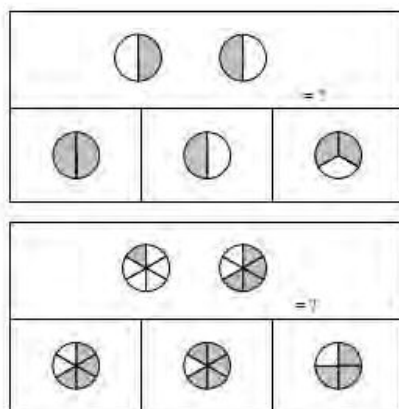
Addition vers somme analogique

Consigne : « A chaque fois vous avez deux cercles qui vont ensemble. Vous allez additionner dans votre tête les parties colorées de chaque cercle et vous entourerez la réponse qui correspond. Par exemple pour le premier il faut entourer... le cercle où deux parts sur six sont colorées. »

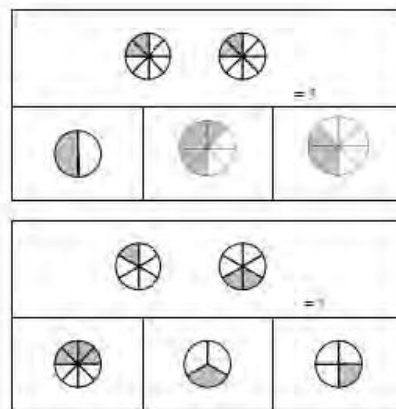
Exemple :



- 26 -



- 27 -

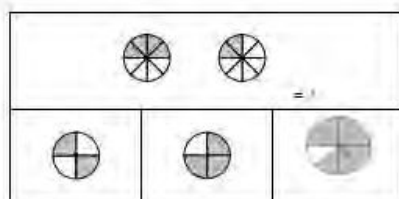


- 28 -

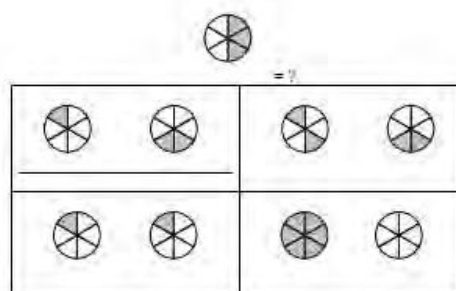
Somme vers addition analogique

Consigne : « Vous avez un cercle. Regardez bien la taille de ses parties colorées. Vous avez ensuite 4 couples de 2 cercles. Quel couple a en tout la même (taille de parties colorées) surface colorée que le cercle du dessus ? On fait le premier ensemble. Le cercle du haut a 2 parties colorées sur les 6. La bonne réponse est le premier couple de 2 cercles car les parties colorées ont ensemble la même taille que le premier cercle. »

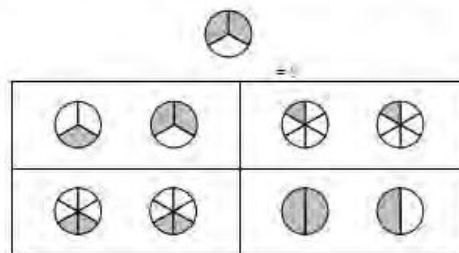
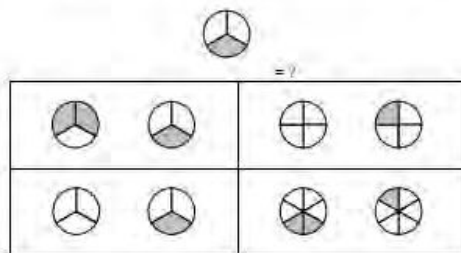
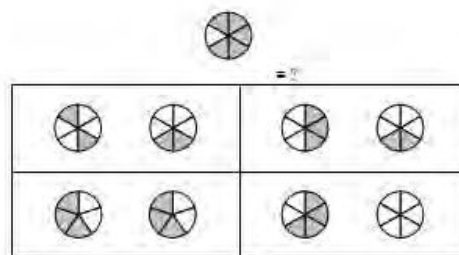
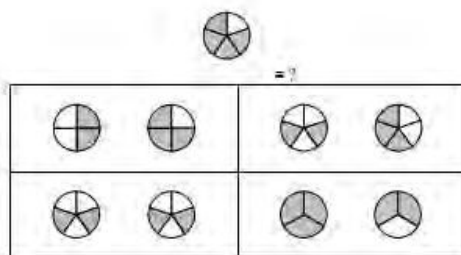
Exemple



- 29 -

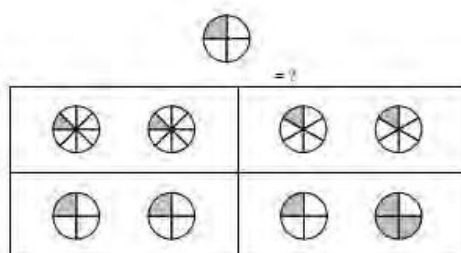


- 30 -



- 31 -

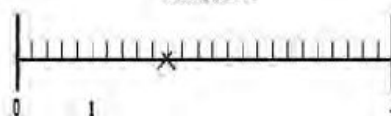
- 32 -



Position d'une valeur sur droite graduée

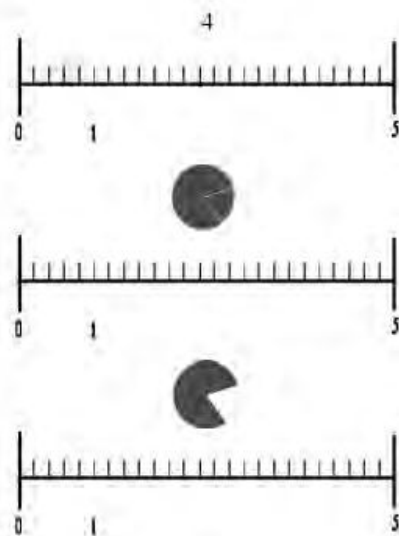
Consigne : « Pour chaque droite, vous avez un nombre ou un cercle avec des parties colorées juste au-dessus. Essayez de mettre une croix à l'endroit de la droite où vous pensez que le nombre ou le cercle se trouve ? Regardez l'exemple. On doit trouver où est le chiffre 2. Quand on a trouvé, on met une croix au bon endroit. »

Exemple : 2

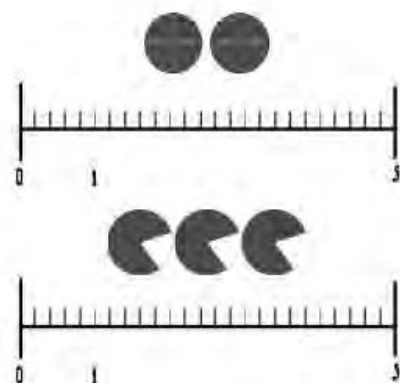


- 33 -

- 34 -



- 35 -



- 36 -

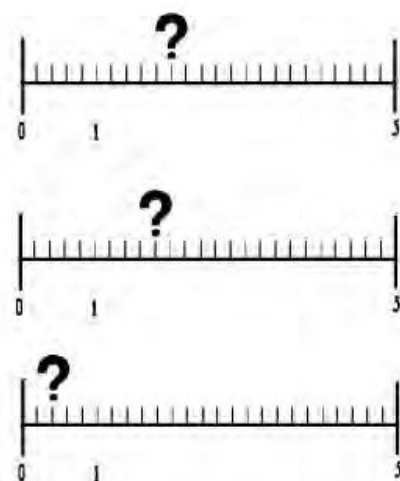
Identifier une valeur sur droite graduée

Consigne : « Pour chaque droite, vous avez un point d'interrogation à un endroit précis. Essayez d'écrire le nombre ou de dessiner un cercle avec des parties colorées qui pourraient être à la place du point d'interrogation. Par exemple, sur la première droite, nous avons un point d'interrogation. Je sais qu'à cet endroit-là, c'est le chiffre 3. J'écris donc « 3 » sous le point d'interrogation. »

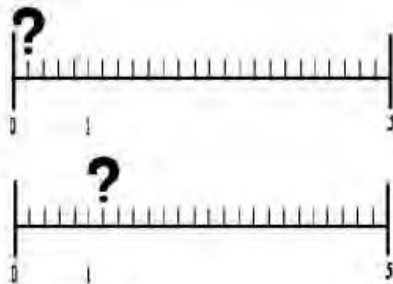
Exemple :



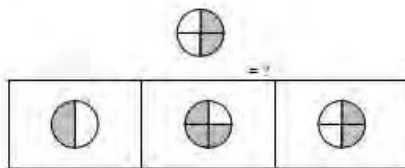
- 37 -



- 38 -



- 39 -



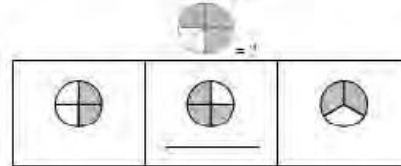
- 41 -

Réductions de valeurs

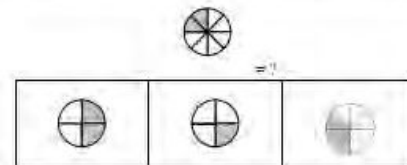
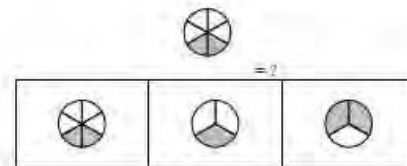
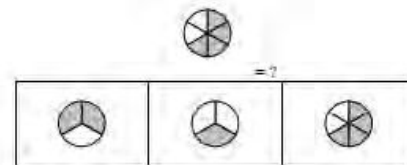
Consigne : « Dans le premier gâteau, beaucoup de parts sont coupées. On voudrait en manger la même quantité mais en découpant le moins de parts possibles. Comment faire ? Quel gâteau allez-vous choisir à la place du premier gâteau ? »

On fait le premier exemple ensemble. Dans le premier gâteau, il y a 6 parts mangées et 2 restantes. On peut manger la même quantité de gâteau en coupant 4 parts identiques : on en mange trois et on en laisse une. La bonne réponse est le 2ème gâteau. »

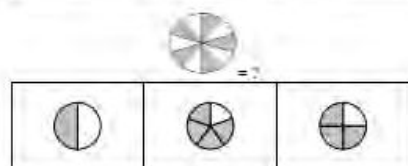
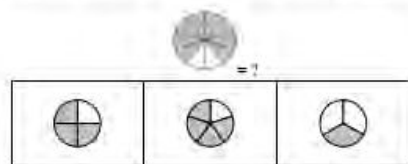
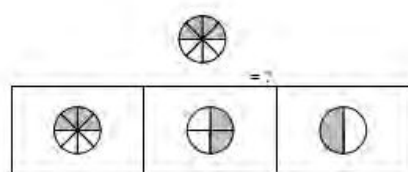
Exemple :



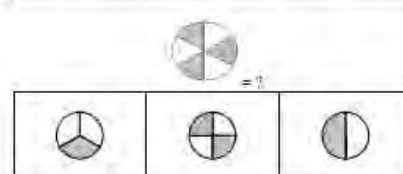
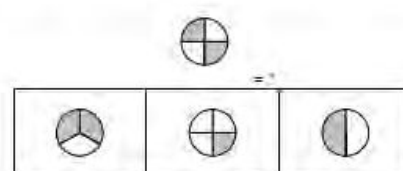
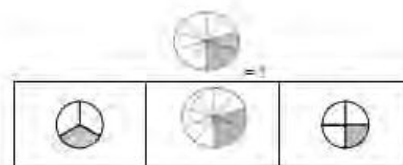
- 40 -



- 42 -



- 43 -



- 44 -

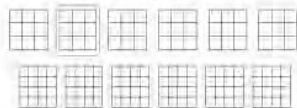
2.2. Le chronométrage des épreuves

Épreuves	Durée
Grandeurs égales	1 minute
Multiplications	2 minutes
Divisions	2 minutes
Tables de multiplication	1 minute
Système en base 10	1 minute
Écriture de position	2 minutes
Transcodage aire d'un disque - lettres	2 minutes
Transcodage lettres – aire d'un disque	2 minutes
Valeur inférieure ou égale à l'unité	1 minute
Valeur supérieure à l'unité	1 minute
PAUSE	10 minutes
Problèmes	20 secondes par item
Addition vers somme analogique	1 minute 30 secondes
Somme analogique vers addition	2 minutes
Position d'une valeur sur une droite graduée	2 minutes
Identifier une valeur sur une droite graduée	2 minutes
Réduction de valeur	2 minutes 30 secondes

Epreuve 1 : Mémoire et vision dans l'espace

- Par exemple, la seconde réponse sera située dans le quadrillage entouré, etc.

Mémoire et vision dans l'espace



Epreuve 1 : Mémoire et vision dans l'espace

- Vous regarderez bien le modèle. Quand il ne sera plus sur l'écran, vous ferez le même dessin sur vos feuilles.

- Par exemple :

- Je vois en premier
- Pendant l'écran blanc, je colorie dans le premier quadrillage de ma feuille les deux mêmes cases



Epreuve 1 : Mémoire et vision dans l'espace

C'est parti !



Epreuve 2 : Attention

- L'exercice est chronométré.
- Vous répondrez au dos de la feuille individuelle.
- Vous ne la retournerez que lorsque nous vous dirons « TOP ».
- Vous poserez vos stylos dès que nous dirons « STOP ».



Epreuve 2 : Attention

- Regardez bien le modèle de la cloche :



- Retournez vos feuilles.
- Barrez le plus possible de cloches. Nous vous arrêterons au bout de 2 minutes.



Epreuve 2 : Attention

C'est parti !



Le cahier d'épreuves

- Maintenant, nous allons travailler seulement sur vos cahiers d'épreuves.
- Nous allons passer d'épreuve en épreuve ensemble.
- A chaque fois, nous vous donnons la consigne et un exemple.
- Vous pourrez utiliser les pages blanches comme brouillon.
- Il n'y a qu'une seule réponse possible à chaque exercice.



Cahier d'épreuves : Les grandeurs égales

- Dans chaque cercle une partie est colorée. Si vous pensez que la partie colorée en noir est la même que la partie colorée en gris, écrivez le signe « égal » entre les deux ; si vous pensez que ces deux parties colorées sont différentes, écrivez le signe « ≠ ».
- Faisons un exemple. Là, vous avez deux cercles. On voit que la partie colorée grise est plus grande que la partie colorée noire. Comme les parties noires et grises n'ont pas la même taille, nous mettons le signe « ≠ » au milieu.
- Exemple :



Astuce : le signe « ≠ » est un égal « = » barré.



Cahier d'épreuves : Les grandeurs égales

A vous !
Vous répondez sur la page suivante.



Cahier d'épreuves : Multiplications

- Dans cet exercice vous devez entourer la réponse qui convient. On fait le premier cadre ensemble.

$$25 \times 3 = ?$$

Réponse : 75



Cahier d'épreuves : Multiplications

A vous !
Vous répondez sur la page suivante.



Cahier d'épreuves : Divisions

- On va maintenant faire un exercice avec des divisions, on fait le premier cadre ensemble.

$$36 : 2 = ?$$

Réponse : 18



Cahier d'épreuves : Divisions

A vous !
Vous répondez sur la page suivante.



Cahier d'épreuves : Tables de multiplication

- Cet exercice concerne les tables de multiplications. Il faut entourer la bonne réponse. On fait le premier cadre ensemble.

$$6 \times 8 = ?$$

Réponse : 48



Cahier d'épreuves : Tables de multiplication

A vous !
Vous répondez sur la page suivante.



Cahier d'épreuves : Le système en base 10

- Vous avez des nombres à 3 chiffres. Je vais vous demander de trouver combien il y a d'unités ou de dizaines ou de centaines. Vous aurez trois réponses possibles, il faudra entourer la bonne.
- Nous allons faire l'exemple ensemble. Le nombre est 312, quel est chiffre des unités ? C'est le chiffre 2.
- Je vous lis les énoncés au fur et à mesure.



Cahier d'épreuves :
Le système en base 10

Quel est le chiffre des unités de
649 ?



Cahier d'épreuves :
Le système en base 10

Quel est le chiffre des dizaines de
234 ?



Cahier d'épreuves :
Le système en base 10

Quel est le chiffre des dizaines de
983 ?



Cahier d'épreuves :
Le système en base 10

Quel est le chiffre des centaines de
123 ?



Cahier d'épreuves :
Le système en base 10

Quel est le chiffre des centaines de
398 ?



Cahier d'épreuves :
L'écriture de position

- Vous avez des listes de 4 nombres. Rangez-les dans l'ordre du plus petit au plus grand.
- Faisons l'exemple ensemble. Il y a 4 nombres : 204, 240, 420 et 402. Le plus petit, c'est 204. Je l'écris en dessous. Puis, il y a 240, 402. Et enfin, le plus grand, c'est 420.



Cahier d'épreuves :
L'écriture de position

A vous !
Vous répondez sur la page suivante.



Cahier d'épreuves :
Transcodage d'un
disque - lettres

- Chaque cercle correspond à une écriture en lettres, entourez la réponse qui correspond au cercle. Par exemple pour le premier cercle c'est un demi la bonne réponse.
- Un demi = 



Cahier d'épreuves : Transcodage aire d'un disque- lettres

A vous !
Vous répondez sur la page suivante.



Cahier d'épreuves : Transcodage lettres - aire d'un disque

- Chaque écriture en lettres correspond à un (et un seul) cercle. A vous de trouver lequel ! On commence par un exemple. La partie colorée qui correspond à un huitième est la dernière.

Un huitième



Cahier d'épreuves : Transcodage lettres - aire d'un disque

A vous !
Vous répondez sur les 2 pages suivantes.



Cahier d'épreuves : Valeur inférieure ou égale à l'unité

- Vous avez 2 cercles. Les cercles ont des parties colorées. Si les parties colorées sont de la même taille, soulignez les 2 cercles. Si l'un a des parties colorées plus grandes, soulignez-le.
- Commençons par un exemple. Là, vous avez deux cercles. Les parties colorées noires ont la même taille que les parties colorées grises. Comme les parties colorées sont de la même taille, nous soulignons les deux cercles.



Cahier d'épreuves : Valeur inférieure ou égale à l'unité

A vous !
Vous répondez sur la page suivante.



Cahier d'épreuves : Valeur supérieure à l'unité

- Vous avez des couples de 2 cercles. A chaque fois, il y a deux cercles colorés noirs, ils vont ensemble. Il y a deux cercles colorés gris, ils vont ensemble. Si les parties noires et grises sont de la même taille, soulignez les 2 couples. Si il y a des parties colorées de plus grande taille d'un côté, soulignez seulement ce couple-là.
- On regarde le premier exemple. On voit que les parties grises ont une taille plus grande que les parties noires. Donc, on souligne le couple de 2 cercles gris.



Cahier d'épreuves : Valeur supérieure à l'unité

A vous !
Vous répondez sur les 2 pages suivantes.



PAUSE

Nous vous proposons de faire un dessin pour vous reposer un peu.



Cahier d'épreuves : Problèmes

- Nous allons lire ensemble l'énoncé de chaque problème. Ensuite vous allez réfléchir sans le crayon puis quand on dit stop vous écrivez la bonne réponse, on passe ensuite au problème suivant. On va faire le premier problème ensemble.



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Combien de pages reste-t-il à lire ?
Julie a lu la moitié d'un livre de cinquante pages. »

La réponse est 25.



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Combien ont-ils gagné de billes à eux trois ?
Paul a gagné un cinquième des billes, Juliette un cinquième et Valentine trois cinquièmes. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Combien ont-ils de gâteaux à eux deux ?
Il y a douze gâteaux. Thibault a un tiers des gâteaux et Florent un quart. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Combien ont-elles de bonbons à elles trois ?
Il y a neuf bonbons. Emeline a un tiers des bonbons, Lucie a un tiers des bonbons et Eloïse a également un tiers des bonbons. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Combien ont-ils de kilos de fruits tous ensemble ?
Manon a un quart de kilo de pommes, Julie a un demi kilo de bananes, Pierre a un quart de kilo d'abricots. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Combien de gâteau reste-t-il ?
Bénédicte a mangé un tiers du gâteau au chocolat. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Combien de bonbons reste-t-il ?
Théo a mangé deux tiers d'un paquet de neuf bonbons. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Combien de miel reste-t-il dans le pot ?
Colin a mangé un tiers du pot et Arthur aussi. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Qui a mangé le plus de gâteau ?
Alicia a mangé un tiers du gâteau, Elise un demi et Cassandre un sixième. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Qui a mangé le plus de quiche ?
Matthieu a mangé un quart de la quiche, Emmanuel un tiers et Vincent un cinquième. »



Cahier d'épreuves : Problèmes

« Qui a fait le plus de gâteaux ?
Marguerite a fait un quart des gâteaux, Mathilde un demi et Laurianne un huitième. »



Cahier d'épreuves : Addition vers somme analogique

- A chaque fois vous avez deux cercles qui vont ensemble. Vous allez additionner dans votre tête les parties colorées de chaque cercle et vous entourerez la réponse qui correspond. Par exemple pour le premier il faut entourer... le cercle où deux parts sur six sont colorées »



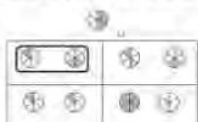
Cahier d'épreuves : Addition vers somme analogique

A vous !
Vous répondez sur les 3 pages suivantes.



Cahier d'épreuves : Somme vers addition analogique

- Vous avez un cercle. Regardez bien la taille de ses parties colorées. Vous avez ensuite 4 couples de 2 cercles. Quel couple a en tout la même (taille de parties colorées) surface colorée que le cercle du dessus ?
- On fait le premier ensemble. Le cercle du haut a 3 parties colorées sur les 6. La bonne réponse est le premier couple de 2 cercles car les parties colorées ont ensemble la même taille que le premier cercle.



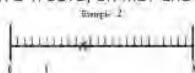
Cahier d'épreuves : Somme vers addition analogique

A vous !
Vous répondez sur les 3 pages suivantes.



Cahier d'épreuves : Position d'une valeur sur droite graduée

- Pour chaque droite, vous avez un nombre ou un cercle avec des parties colorées en noir juste au-dessus. Essayez de mettre une croix à l'endroit de la droite où vous pensez que le nombre ou le cercle se trouve ?
- Regardez l'exemple. On doit trouver où est le chiffre 2. Quand on a trouvé, on met une croix au bon endroit.



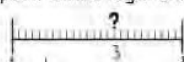
Cahier d'épreuves : Position d'une valeur sur droite graduée

A vous !
Vous répondez sur les 2 pages suivantes.



Cahier d'épreuves : Identifier une valeur sur une droite graduée

- Pour chaque droite, vous avez un point d'interrogation à un endroit précis. Essayez d'écrire le nombre ou de dessiner un cercle avec des parties colorées qui pourraient être à la place du point d'interrogation.
- Par exemple, sur la première droite, nous avons un point d'interrogation. Je sais qu'à cet endroit-là, c'est le chiffre 3. J'écris donc « 3 » sous le point d'interrogation.



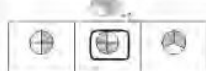
Cahier d'épreuves : Identifier une valeur sur une droite graduée

A vous !
Vous répondez sur les 2 pages suivantes.



Cahier d'épreuves : Réductions de valeurs

- Dans le premier gâteau, beaucoup de parts sont coupées. On voudrait en manger la même quantité mais en découpant le moins de parts possibles. Comment faire ? Quel gâteau allez-vous choisir à la place du premier gâteau ?
- On fait le premier exemple ensemble. Dans le premier gâteau, il y a 6 parts mangées et 2 restantes. On peut manger la même quantité de gâteau en coupant 4 parts identiques : on en mange trois et on en laisse une. La bonne réponse est le 2ème gâteau.

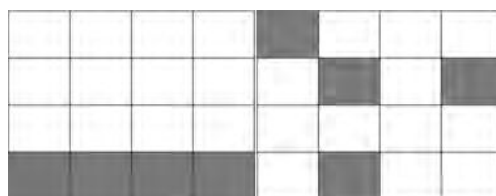
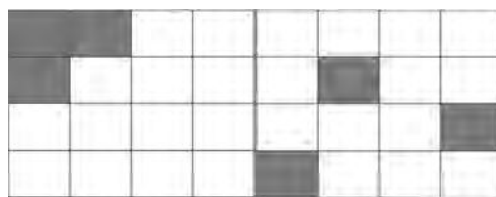
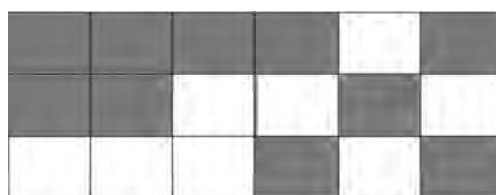
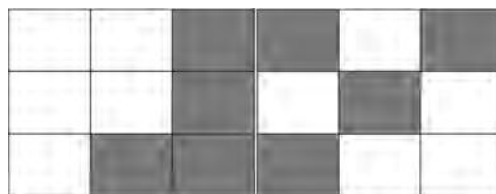
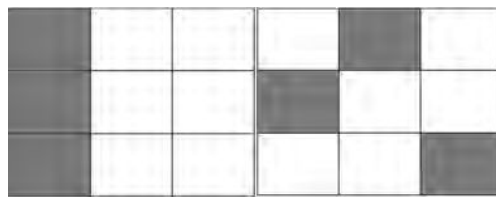


Cahier d'épreuves : Réductions de valeurs

A vous !
Vous répondez sur les 4 pages suivantes.



2. L'épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale



Annexe III : Le questionnaire proposé aux enseignants

Aux enseignants des classes de CM1

Madame, Monsieur,

Pour nous permettre une étude plus fine des performances de vos élèves, nous vous remercierions de répondre aux questions suivantes.

- 1) Si vous utilisez un ou plusieurs livres de mathématiques pouvez-vous les indiquer ?
- 2) Les situations de partage, sans manipulation concrète, ont été travaillées cette année ?
 - Oui : quand ? sous quelle forme (schémas, aires, droites graduées, écriture fractionnaire) ?
 - Non
- 3) Les multiplications ont été travaillées cette année ?
 - Oui : quand ?
 - Non
- 4) Les divisions ont été travaillées cette année ?
 - Oui : quand ?
 - Non
- 5) Les tables de multiplication ont été travaillées cette année ?
 - Oui : quand ?
 - Non
- 6) La connaissance du système en base 10 a été travaillée cette année (unités, dizaines, centaines) ?
 - Oui : quand ?
 - Non
- 7) L'écriture de position a été travaillée cette année (lecture et écriture de nombres) ?
 - Oui : quand ?
 - Non
- 8) La comparaison des nombres a été travaillée cette année ?
 - Oui : quand ?
 - Non
- 9) Quelle a été la période d'enseignement des fractions : du mois de au mois de.....
- 10) Quel(s)forme(s) utilisez-vous pour cet enseignement :
 - Ecriture fractionnaire
 - Représentation graphique à préciser :
- 11) Les termes propres aux fractions (demi, quart, tiers...) ont été enseignés au mois de :
Sous quelle forme (écriture fractionnaire, représentation graphique à préciser) ?
- 12) Les élèves se sont entraînés à représenter les fractions sous forme de :
 - Ecriture fractionnaire
 - Représentations graphiques à préciser :
- 13) Les élèves se sont entraînés à transformer des représentations graphiques en écritures fractionnaires :
 - Oui : quelle représentation graphique ?
 - Non

-
- 14) Les élèves se sont entraînés à transformer des écritures fractionnaires en représentation graphique :
- Oui : quelle représentation graphique ?
 - Non
- 15) Les élèves se sont entraînés à réaliser des comparaisons de fraction inférieures à l'unité :
- Oui : sous quelle forme (écriture fractionnaire, représentation graphique à préciser...) ?
 - Non
- 16) Les élèves se sont entraînés à réaliser des comparaisons de fraction supérieures à l'unité :
- Oui : sous quelle forme (écriture fractionnaire, représentation graphique à préciser...) ?
 - Non
- 17) Les élèves se sont entraînés à réaliser des sommes de fractions sous formes de représentation graphique :
- Oui : quelle représentation graphique ?
 - Non
- 18) Les élèves se sont entraînés à réaliser des sommes de fractions sous formes d'écritures fractionnaires :
- Oui
 - Non
- 19) Les élèves se sont entraînés à réaliser des problèmes dans lesquels intervenaient des fractions sous formes d'écritures fractionnaires :
- Oui
 - Non
- 20) Les élèves se sont entraînés à positionner des fractions sous formes d'écritures fractionnaires sur une droite graduée :
- Oui
 - Non
- 21) Les élèves se sont entraînés à positionner des fractions sous formes de représentations graphiques sur une droite graduée :
- Oui : quelle représentation graphique ?
 - Non
- 22) Les élèves se sont entraînés à identifier un point précis sur une droite graduée et à le représenter sous forme écriture fractionnaire :
- Oui
 - Non
- 23) Les élèves se sont entraînés à identifier un point précis sur une droite graduée et à le représenter sous forme de représentation graphique :
- Oui : quelle représentation graphique ?
 - Non
- 24) Les élèves se sont entraînés aux calculs de fractions irréductibles :
- Oui : sous quelle forme (écriture fractionnaire, représentation graphique à préciser...) ?
 - Non
-

Annexe IV : Les données quantitatives et qualitatives

1. La population initiale

Au pré-test, la population se composait de 115 élèves de CM1, répartis sur deux écoles : 51 élèves de l'Ecole publique Château de Pouilly (Dijon) et 64 élèves de l'Ecole privée Notre-Dame (Besançon). Après l'application des critères d'exclusion, la population initiale est de 96 sujets, 41 filles et 55 garçons. Ils sont tous nés en 2002. L'âge moyen des élèves est de 9,41 ans. L'écart-type de cet échantillon est de 0,28 an.

1.1. La variable indépendante du sexe

Garçons	MT	TOTARIT	TRANSCO	COMPUNIT	PROBLMES	ANAL	POSITION	REDUCVAL
moyenne	8,32	22,08	4,73	5,59	3,45	6,96	1,75	5,68
Écart-type	2,84	3,53	1,72	2,2	1,67	2,57	1,25	2,28

Filles	MT	TOTARIT	TRANSCO	COMPUNIT	PROBLMES	ANAL	POSITION	REDUCVAL
moyenne	8,36	22,16	4,69	5,6	3,33	7	1,82	5,76
Écart-type	2,8	3,47	1,72	2,22	1,6	2,56	1,26	2,25

1.2. Analyses statistiques

STATISTICA BASIC STATISTICS Descriptive Statistics N of Cases = 97								
Variable	N	Min	Max	Mean	Std. Err.	Std. Dev.	Skewness	Kurtosis
AGE	96	8.88980	9.86721	9.41039	.0288315	.282490	-.04501	-1.25856
MT	96	.00000	12.00000	8.32292	.2899995	2.841403	-1.26586	1.21389
TOTARIT	96	12.00000	29.00000	22.08333	.3602103	3.529326	-.41520	-.17400
TRANSCO	96	1.00000	10.00000	4.72917	.1755188	1.719726	.49500	.19178
COMPUNIT	96	.00000	10.00000	5.59375	.2248675	2.203242	-.27594	-.46877
PROBLMES	96	.00000	7.00000	3.44792	.1706989	1.672501	.43035	-.41787
ANAL	97	.00000	10.00000	6.95833	.2592435	2.553252	-.97623	.16454
POSITION	96	.00000	6.00000	1.75000	.1273894	1.248157	.58879	.78648
REDUCVAL	96	.00000	10.00000	5.67708	.2329703	2.282634	-.56786	-.23957

STATISTICA BASIC STATISTICS Correlation Missing data deletion: Casewise. N=96.									
	AGE	MT	TOTARIT	TRANSCO	COMPUNIT	PROBLMES	ANAL	POSITION	REDUCVAL
AGE	1.00000	.14927	-.18659	-.10270	-.12517	-.01386	.10639	.07050	-.06822
MT	.14927	1.00000	.26915	.06548	.01949	.01576	.28043	.20702	.17530
TOTARIT	-.18659	.26915	1.00000	.41652	.14518	.21117	.32459	.14815	.37837
TRANSCO	-.10270	.06548	.41652	1.00000	.07623	.20365	.27167	.12015	.20005
COMPUNIT	-.12517	.01949	.14518	.07623	1.00000	.11846	.12541	-.02584	.10132
PROBLMES	-.01386	.01576	.21117	.20365	.11846	1.00000	.22018	-.05169	.29471
ANAL	.10639	.28043	.32459	.27167	.12541	.22018	1.00000	.22672	.50794
POSITION	.07050	.20702	.14815	.12015	-.02584	-.05169	.22672	1.00000	.18566
REDUCVAL	-.06822	.17530	.37837	.20005	.10132	.29471	.50794	.18566	1.00000

STATISTICA BASIC STATISTICS Correlation Missing data deletion: Casewise. N=96. Displaying only correlations significant at p< .05									
	AGE	MT	TOTARIT	TRANSCO	COMPUNIT	PROBLMES	ANAL	POSITION	REDUCVAL
AGE	1.00000								
MT		1.00000	.26915					.20702	
TOTARIT		.26915	1.00000	.41652		.21117	.32459		.37837
TRANSCO			.41652	1.00000		.20365	.27167		
COMPUNIT					1.00000				
PROBLMES			.21117	.20365		1.00000	.22018		.29471
ANAL		.28043	.32459	.27167		.22018	1.00000	.22672	.50794
POSITION		.20702					.22672	1.00000	
REDUCVAL			.37837			.29471	.50794		1.00000

Prédire Reducval

Variable	Mean	St.dev.	N	
TOTARIT	22.08333	3.529326	96	
ANAL	6.95833	2.566655	96	
REDUCVAL	5.67708	2.282634	96	

Variable	TOTARIT	ANAL	REDUCVAL
TOTARIT	1.000000	.324594	.378375
ANAL	.324594	1.000000	.507939
REDUCVAL	.378375	.507939	1.000000

Standard variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(93)	p-level
TOTARIT	.2386449	.0911357	.1543464	.0589431	2.618566	.0103095
ANAL	.4304760	.0911357	.3828403	.0810508	4.723463	.0000082

Forward variable	Step #NOM?	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level	Variables included
ANAL	1	.5079386	.2580016	.2580016	32.68491	.0000001	1
TOTARIT	2	.5558350	.3089526	.0509509	6.85689	.0103095	2

variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(93)	p-level
ANAL	.4304760	.0911357	.3828403	.0810508	4.723463	.0000082
TOTARIT	.2386449	.0911357	.1543464	.0589431	2.618566	.0103095

Prédire Résol Pbs

STATISTICA MEANS and STANDARD DEVIATIONS
REGRESSION
STATS

Variable	Mean	St.dev.	N	
TOTARIT	22.08333	3.529326	96	
TRANSCO	4.72917	1.719726	96	
PROBLMES	3.44792	1.672501	96	
ANAL	6.95833	2.566655	96	

Variable	TOTARIT	TRANSCO	PROBLMES	ANAL
TOTARIT	1.000000	.416522	.211169	.324594
TRANSCO	.416522	1.000000	.203650	.271667
PROBLMES	.211169	.203650	1.000000	.220180
ANAL	.324594	.271667	.220180	1.000000

Standard variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(92)	p-level
TOTARIT	.1139887	.1132984	.0540177	.0536906	1.006092	.3170084
TRANSCO	.1148856	.1113515	.1117308	.1082937	1.031738	.3048977
ANAL	.1519697	.1070276	.0990275	.0697421	1.419911	.1590115

Forward variable	Step #NOM?	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level	Variables included
ANAL	1	.2201803	.0484794	.0484794	4.789242	.0311705	1
TRANSCO	2	.2661129	.0708161	.0223367	2.235631	.1382825	2
TOTARIT	3	.2844786	.0809281	.0101120	1.012222	.3170084	3

variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(92)	p-level
ANAL	.1519697	.1070276	.0990275	.0697421	1.419911	.1590115
TRANSCO	.1148856	.1113515	.1117308	.1082937	1.031738	.3048977
TOTARIT	.1139887	.1132984	.0540177	.0536906	1.006092	.3170084

1.3. Présentation des résultats

Nous présenterons successivement les résultats recueillis aux épreuves arithmétiques, puis aux épreuves relatives aux fractions. Nous passerons ensuite à l'étude des relations entre les premières et les secondes, par le biais d'analyses de corrélations et de régressions. Nous n'avons pas pris en compte la variable « sexe » qui ne semblait pas pertinente.

Les épreuves arithmétiques

Les performances se répartissent comme indiqué sur le tableau ci-après.

	Grandeurs égales	Multiplications	Divisions	Tables	Base 10	Ecriture position	Total
Moyenne	2.03	3.33	3.38	4.22	4.91	4.22	22.08
Ecart-type	1.15	1.10	1.37	1.11	0.54	1.22	3.53

Dans l'ensemble, les performances sont plutôt bonnes. Elles atteignent presque un maximum dans l'épreuve de « Système en base 10 » ; effectivement, 91 élèves sur 96 l'ont réussie. De plus, quasiment deux tiers des élèves ont des scores supérieurs à la moyenne pour les épreuves suivantes : « Écriture de position » où 59 élèves ont plus de la moyenne, « Tables de multiplication » où ils sont 54 et « Divisions », où ils sont 42. Presque la moitié de l'échantillon, soit 43 élèves, ont des performances supérieures à la moyenne pour l'épreuve de « Multiplications ». Enfin, l'épreuve la moins réussie est celle des « Grandeurs égales » avec la moyenne la plus faible. Seulement un tiers des élèves, à savoir 31 élèves, ont un score supérieur à la moyenne.

Les épreuves liées à la notion de fraction

Les performances se répartissent comme indiqué sur le tableau ci-dessous.

	Transcodage	Comparaison	Problèmes	Analogie	Position	Réduction
Moyenne	4.73	5.59	3.45	6.96	1.75	5.68
Ecart-type	1.72	2.20	1.67	2.57	1.25	2.28

Dans les épreuves liées à la notion de fraction, le nombre d'élèves ayant des notes supérieures à la moyenne est assez semblable quelle que soit l'épreuve. Ils sont environ deux tiers à obtenir des scores supérieurs à la moyenne dans trois catégories d'épreuves : 63 en « Analogie », 59 en « Réduction de valeurs » et 58 en « Position ». Presque la moitié de l'échantillon ont des notes supérieures à la moyenne pour les trois autres catégories d'épreuves. Ils sont 49 en « Comparaison », 48 en « Transcodage » et 43 en « Problèmes ». La moyenne la plus faible concerne la catégorie « Position ».

Les relations entre les épreuves

La variable « âge » n'est corrélée à aucun résultat, c'est pourquoi nous n'en tiendrons plus compte. Les performances de « Comparaison » ne sont corrélées à aucune autre. Celles de « Position » le sont peu, ce qui tient à la faiblesse du score à cette épreuve, qui rend peu probable une association avec d'autres épreuves. L'épreuve de « Mémoire de travail visuo-spatiale » l'est significativement avec le « Total en Arithmétique » ainsi qu'avec les épreuves d'« Analogie » et de « Position ».

C'est la catégorie « Analogie » qui est la plus corrélée et le plus fortement à certaines autres.

Pour mieux comprendre comment s'organisent les connaissances relatives aux fractions, nous avons conduit deux analyses de régression. La première vise à déterminer quelles variables expliquent les performances en « Problèmes ». Le tableau des corrélations

montre qu'elles sont reliées significativement au « Total en Arithmétique », à « Transcodage » et « Analogie ». L'analyse standard puis l'analyse ascendante mettent en évidence que la catégorie « Analogie » est la seule à avoir une contribution propre, comme l'atteste le tableau ci-dessous.

Forward variable	BETA	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level
ANAL	0.15	0.22	0.05	0.05	4.79	0.03
TRANSCO	0.11	0.27	0.07	0.02	2.24	0.14
TOTARIT	0.11	0.28	0.08	0.01	1.01	0.32

La même démarche, conduite avec « Réduction » montre que deux variables ont une contribution propre. Tout d'abord, la catégorie « Analogie » sort en premier et explique 26% de variance ($p < .0001$). Vient ensuite le « Total en Arithmétique » qui ajoute 5% de variance ($p < .01$).

Forward variable	BETA	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level
ANAL	0.43	0.51	0.26	0.26	32.68	0.00
TOTARIT	0.24	0.56	0.31	0.05	6.86	0.01

2. La population finale

2.1. Analyses statistiques

Pré-test

STATISTICA Descriptive Statistics
BASIC N of Cases = 79
STATISTICS

Variable	N	Min	Max	Mean	Std.Err.	Std.Dev.	Skewness	Kurtosis
ATTENTIO	79	20.00000	35.00000	29.15190	.3805088	3.382036	-.41171	-.523777
MTVS	79	.00000	12.00000	8.89873	.2717912	2.415733	-1.66418	3.635413
MATH1	79	12.00000	28.00000	22.41772	.3742818	3.326689	-.52252	.021873
TRANS1	79	1.00000	10.00000	4.87342	.1840501	1.635873	.49705	.704685
COMP1	79	.00000	10.00000	5.59494	.2563817	2.278770	-.26295	-.552679
PB1	79	.00000	7.00000	3.31646	.1806479	1.605633	.49440	-.097384
ANAL1	79	.00000	10.00000	7.00000	.2938292	2.611611	-1.01905	.232437
LN1	79	.00000	6.00000	1.84810	.1442263	1.281912	.55377	.747530
RED1	79	.00000	10.00000	5.62025	.2710192	2.408871	-.52137	-.415987

	ATTENTIO	MTVS	MATH1	TRANS1	COMP1	PB1	ANAL1	LN1	RED1
ATTENTIO	1.00000	.07095	.31449	.10780	.08294	.08547	.38900	.15620	.26211
MTVS	.07095	1.00000	.21113	-.05844	-.00522	.16372	.32311	.16885	.27751
MATH1	.31449	.21113	1.00000	.30903	.20525	.21975	.32022	.15035	.40401
TRANS1	.10780	-.05844	.30903	1.00000	.09268	.23021	.25507	.16189	.17634
COMP1	.08294	-.00522	.20525	.09268	1.00000	.11958	.07540	-.00378	.10708
PB1	.08547	.16372	.21975	.23021	.11958	1.00000	.20484	-.04486	.28670
ANAL1	.38900	.32311	.32022	.25507	.07540	.20484	1.00000	.27572	.51355
LN1	.15620	.16885	.15035	.16189	-.00378	-.04486	.27572	1.00000	.24264
RED1	.26211	.27751	.40401	.17634	.10708	.28670	.51355	.24264	1.00000

Variable	N	Min	Max	Mean	Std.Err.	Std.Dev.	Skewness	Kurtosis
ATTENTIO	79	20.00000	35.00000	29.15190	.3805088	3.382036	-.41171	-.523777
MTVS	79	.00000	12.00000	8.89873	.2717912	2.415733	-1.66418	3.635413
MATH1	79	12.00000	28.00000	22.41772	.3742818	3.326689	-.52252	.021873
TOT1	79	10.00000	43.00000	28.25316	.7741500	6.880795	-.38285	.389092

	ATTENTIO	MTVS	MATH1	TOT1
ATTENTIO	1.00000	.07095	.31449	.34155
MTVS	.07095	1.00000	.21113	.27383
MATH1	.31449	.21113	1.00000	.48372
TOT1	.34155	.27383	.48372	1.00000

STANDARD variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(75)	p-level
ATTENTIO	.2093144	.1014600	.4258527	.2064215	2.063025	.0425721
MTVS	.1787153	.0985331	.5090395	.2806543	1.813760	.0737145
MATH1	.3801573	.1035381	.7863027	.2141542	3.671666	.0004490

FORWARD variable	Step #NOM?	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level
MATH1	1	.4837156	.2339808	.2339808	23.51967	.0000065
ATTENTIO	2	.5232606	.2738016	.0398209	4.16744	.0447259
MTVS	3	.5516488	.3043164	.0305148	3.28973	.0737145

Post-test

Variable	N	Min	Max	Mean	Std.Err.	Std.Dev.	Skewness	Kurtosis
MATH2	79	16.00000	30.00000	24.72152	.3398917	3.021023	-.67055	.076049
TRANS2	79	2.00000	10.00000	6.65823	.2205641	1.960416	-.24875	-.701345
COMP2	79	1.00000	9.00000	6.43038	.2401473	2.134476	-.81849	-.273277
PB2	79	1.00000	10.00000	5.45570	.2559246	2.274707	.11262	-.701756
ANAL2	79	.00000	10.00000	7.39241	.2734715	2.430668	-1.64894	2.332375
LN2	79	.00000	6.00000	2.44304	.1504584	1.337303	.94998	.957252
RED2	79	1.00000	10.00000	6.55696	.2455358	2.182370	-.62562	-.287752
TOT2	79	18.00000	48.00000	34.93671	.8680079	7.715023	-.43256	-.329840

	MATH2	TRANS2	COMP2	PB2	ANAL2	LN2	RED2	TOT2
MATH2	1.00000	.34090	.22759	.34519	.37822	.31336	.37774	.53170
TRANS2	.34090	1.00000	.27765	.38324	.25451	.09273	.12897	.57665
COMP2	.22759	.27765	1.00000	.26539	.27098	.18836	.14329	.58402
PB2	.34519	.38324	.26539	1.00000	.26868	.24044	.31236	.68033
ANAL2	.37822	.25451	.27098	.26868	1.00000	.29291	.51657	.73081
LN2	.31336	.09273	.18836	.24044	.29291	1.00000	.17355	.46128
RED2	.37774	.12897	.14329	.31236	.51657	.17355	1.00000	.64021
TOT2	.53170	.57665	.58402	.68033	.73081	.46128	.64021	1.00000

Pré-test et post-test

Variable	N	Min	Max	Mean	Std.Err.	Std.Dev.
ATTENTIO	79	20.0000	35.00000	29.15190	.3805088	3.382036
MTVS	79	.0000	12.00000	8.89873	.2717912	2.415733
MATH1	79	12.0000	28.00000	22.41772	.3742818	3.326689
TOT1	79	10.0000	43.00000	28.25316	.7741500	6.880795
MATH2	79	16.0000	30.00000	24.72152	.3398917	3.021023
TOT2	79	18.0000	48.00000	34.93671	.8680079	7.715023
M2M1	79	-5.0000	10.00000	2.30380	.3101415	2.756598
T2T1	79	-10.0000	21.00000	6.68354	.7516172	6.680520

	ATTENTIO	MTVS	MATH1	TOT1	MATH2	TOT2	M2M1	T2T1
ATTENTIO	1.00000	.07095	.31449	.34155	.17234	.15466	-.19066	-.17318
MTVS	.07095	1.00000	.21113	.27383	.27540	.40688	.04703	.18785
MATH1	.31449	.21113	1.00000	.48372	.62660	.36619	-.52011	-.07532
TOT1	.34155	.27383	.48372	1.00000	.45182	.58620	-.08860	-.35300
MATH2	.17234	.27540	.62660	.45182	1.00000	.53170	.33974	.14867
TOT2	.15466	.40688	.36619	.58620	.53170	1.00000	.14077	.55108
M2M1	-.19066	.04703	-.52011	-.08860	.33974	.14077	1.00000	.25382
T2T1	-.17318	.18785	-.07532	-.35300	.14867	.55108	.25382	1.00000

MATH2/MAT1

variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(75)	p-level
ATTENTIO	-.028193	.0930571	-.025183	.0831237	-.302961	.7627634
MTVS	.149925	.0903726	.187490	.1130165	1.658966	.1012984
MATH1	.603810	.0949631	.548331	.0862376	6.358370	.0000000

FORWARD variable	Step #NOM?	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level
MATH1	1	.6265972	.3926241	.3926241	49.77487	.0000000
MTVS	2	.6434759	.4140612	.0214371	2.78053	.0995302

M2MOINSM1

variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(75)	p-level
ATTENTIO	-.030897	.1019835	-.025183	.0831237	-.30296	.7627634
MTVS	.164307	.0990415	.187490	.1130165	1.65897	.1012984
MATH1	-.545079	.1040724	-.451669	.0862376	-5.23750	.0000014

FORWARD variable	Step #NOM?	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level
MATH1	1	.5201064	.2705107	.2705107	28.55330	.0000009
MTVS	2	.5442957	.2962578	.0257471	2.78053	.0995302

TOT2

variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(74)	p-level
ATTENTIO	-.060785	.0960884	-.138662	.2191946	-.632597	.5289484
MTVS	.256913	.0927458	.820491	.2961983	2.770075	.0070812
MATH1	.093343	.1036061	.216474	.2402760	.900938	.3705441
TOT1	.491461	.1063800	.551046	.1192775	4.619867	.0000159

FORWARD variable	Step #NOM?	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level
TOT1	1	.5862014	.3436321	.3436321	40.31226	.0000000
MTVS	2	.6397246	.4092476	.0656155	8.44140	.0048018

T2 MOINS T1

variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(73)	p-level
ATTENTIO	-.043975	.1056768	-.086865	.2087428	-.41613	.6785319
MTVS	.250784	.1027839	.693523	.2842407	2.43991	.0171196
MATH1	.330565	.1353524	.663826	.2718090	2.44225	.0170177
TOT1	-.534819	.1190329	-.519252	.1155683	-4.49303	.0000258
M2M1	.358190	.1184218	.868060	.2869911	3.02469	.0034343

FORWARD variable	Step #NOM?	Multiple R	Multiple R-Square	R-Square change	F - to entr/rem	p-level
TOT1	1	.3530021	.1246105	.1246105	10.96084	.0014405
MTVS	2	.4605660	.2121210	.0875105	8.44140	.0048345
M2M1	3	.5029055	.2529140	.0407930	4.09521	.0466160
MATH1	4	.5548885	.3079012	.0549872	5.87930	.0177610

3. Les progressions par épreuve

3.1. Différences des performances par épreuve

Différence	Grandeur/5	Multipl. /5	Divisions /5	Tables /5	Base 10 /5	Ecriture /5	Transco a-1 /5	Transco l-a /5	Valeur <1 /5	Valeur >1 /5	Problèmes /10	Add-somme /5	Somme -add /5	Position /5	Identifier /5	Réduction /10
-6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
-5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
-4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	2
-3	0	1	4	1	0	0	0	2	5	1	1	3	1	0	0	5
-2	1	7	4	2	1	1	3	2	4	9	1	4	3	4	1	5
-1	7	13	11	18	0	15	5	5	12	11	9	16	18	13	4	11
0	12	26	25	37	74	46	22	23	17	20	11	33	26	34	49	12
1	23	19	17	13	3	9	20	22	21	19	10	13	18	20	19	8
2	19	10	8	6	0	4	22	18	11	13	8	6	6	4	1	11
3	13	3	6	2	0	2	5	6	5	4	18	2	1	2	1	12
4	3	0	3	0	0	1	2	1	2	1	5	0	3	2	3	6
5	1	0	1	0	1	0	0	0	2	0	6	1	3	0	0	4
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	-	-	-	-	1
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3	-	-	-	-	0
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	1
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0

3.2. Dépouillement des questionnaires proposés aux enseignants

Items	Epreuves E	Regroupement s R	Intervention s (/5)	% progrès par E	% progrès par R	Corrélation par E	Corrélation par R	Observations	
1	Toutes les épreuves	Toutes les épreuves	5		17,7		+	Euromaths : 3, Cap Maths : 2, A portée de maths : 2, Pour comprendre les maths : 2, Clé des Maths : 1	
2	Grandeurs égales	Epreuves arithmétiques	4	66,83	10,26	+	+	Schémas : 4, Aires : 1, Droites graduées : 3, Ecriture fractionnaire : 4	
3	Multiplications		5	7,12				1er trimestre : 2, tte année : 3	
4	Divisions		5	13,51		+		2e-3e trimestre : 1, 3e trimestre : 2, tte année : 2	
5	Tables de multiplication		4	1,88				3e trimestre : 3, tte année : 1	
6	Système en base 10		5	1,43				1er trimestre : 3, tte année : 2	
7	Ecriture de position		4	1,6				1er trimestre : 3, tte année : 1	
8	Grandeurs égales, Comparaison	Grandeurs égales + Comparaison	5	28,76	28,76	+	+	1er-2e trimestre : 1, 1er trimestre : 1, tte année : 2	
9	Transcodages, Comparaison, Analogies, Problèmes, Position, Réduction	Epreuves liées à la notion de fraction	4		23,6		+	Fév-mars, fév-juin, janv-juin, octobre-décembre, rien	
10	Transcodages, Comparaison, Analogies, Problèmes, Position, Réduction		4					Ecriture fractionnaire : 5, aires : 4, droites : 2, plages : 1	
11	Transcodages lettres	Transcodages	4		36,55		+	Nov : 1, janv : 2, mar : 1, fév : 1 // Ecriture fractionnaire : 2, aires/droites : 2, écriture décimale : 1	
12	Transcodage (représentation graphique)		4					Ecriture fractionnaire : 4, aires : 2, droites : 2	
13	Transcodage aires – lettres		4	35,29		+			
14	Transcodage lettres – aires		3	38,14		+			
15	Valeur inférieure ou égale à unité	Comparaison	4	15,38	14,82	+	+	Ecriture fractionnaire : 2, aires/droites : 3	
16	Valeur supérieure ou égale à unité		4	13,96		+			
17	Analogie (représentation graphique)	Analogies	2		5,57				
18	Analogie (symboles)		4						
19	Problèmes	Problèmes	4	64,46	64,46	+	+		
20	Position d'une valeur sur une droite graduée (symboles)	Position	4	25	31,89	+	+		
21	Position d'une valeur sur une droite graduée (représentation graphique)		2						
22	Identifier une valeur sur une droite graduée (symboles)		4	40,74		+			
23	Identifier une valeur sur une droite graduée (représentation graphique)		3			+			
24	Réduction de valeur	Réduction de valeur	3	16,73	16,73	+	+	Ecriture fractionnaire : 2, aires/droites : 1	

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Tableau I : Correspondance entre les sigles utilisés et leurs significations

Tableau II : Performances au pré-test

Tableau III : Corrélations entre les épreuves de capacités générales, arithmétiques et liées à la notion de fraction au pré-test

Tableau IV : Performances au post-test

Tableau V : Performances aux capacités cognitives générales des élèves qui progressent le plus

Figure 1 : Corrélations entre les épreuves liées à la notion de fraction au pré-test

Figure 2 : Corrélations entre les épreuves liées à la notion de fraction au post-test

Figure 3 : Evolution des performances arithmétiques

Figure 4 : Evolution des performances en fraction

Figure 5 : Corrélations des performances globales au pré-test et au post-test

Figure 6 : Evolution des performances à l'épreuve "Grandeurs égales"

Figure 7 : Evolution des performances à l'épreuve "Multiplication"

Figure 8 : Evolution des performances à l'épreuve "Divisions"

Figure 9 : Evolution des performances à l'épreuve "Tables de multiplication"

Figure 10 : Evolution des performances à l'épreuve "Système en base 10"

Figure 11 : Evolution des performances à l'épreuve "Ecriture de position"

Figure 12 : Evolution des performances aux épreuves "Transcodage aire d'un disque-lettres", "Transcodage lettres-aire d'un disque"

Figure 13 : Evolution des performances aux épreuves "Valeur inférieure ou égale à l'unité", "Valeur supérieure à l'unité"

Figure 14 : Evolution des performances à l'épreuve "Problèmes"

Figure 15 : Evolution des performances aux épreuves "Addition vers somme analogique", "Somme vers addition analogique"

Figure 16 : Evolution des performances aux épreuves "Position d'une valeur sur une droite graduée", "Identifier une valeur sur une droite graduée"

Figure 17 : Evolution des performances à l'épreuve "Réduction"

Figure 18 : Performances de l'élève 36

Figure 19 : Performances de l'élève 15

Figure 20 : Performances de l'élève 65

Figure 21 : Performances de l'élève 41

Figure 22 : Evolution des performances globales des élèves progressant le plus

TABLE DES MATIERES

ORGANIGRAMMES.....	2
I. UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON1	2
1. <i>Secteur Santé</i>	2
2. <i>Secteur Sciences et Technologies</i>	2
II. INSTITUT SCIENCES ET TECHNIQUES DE READAPTATION FORMATION ORTHOPHONIE	3
REMERCIEMENTS	4
SOMMAIRE.....	5
INTRODUCTION.....	7
PARTIE THEORIQUE.....	8
I. LE DEVELOPPEMENT DE L' ARITHMETIQUE.....	9
1. <i>Définition</i>	9
2. <i>Le développement du nombre</i>	9
2.1. Les premiers apprentissages	9
2.2. Résolution d'opérations.....	9
2.3. Résolution de problèmes.....	10
2.4. Les différences filles-garçons	11
3. <i>Difficultés</i>	11
4. <i>Modèles cognitifs de l'apprentissage de l'arithmétique</i>	11
4.1. Le modèle du Triple code	11
4.2. Le modèle de McCloskey et al.....	12
4.3. Le modèle du complexe d'encodage.....	12
II. LE DEVELOPPEMENT DES FRACTIONS.....	13
1. <i>Définitions</i>	13
1.1. Les ensembles de nombres	13
1.2. Les nombres fractionnaires.....	13
1.3. Les opérations sur les fractions.....	13
2. <i>Apprentissage des fractions</i>	14
3. <i>Difficultés</i>	14
3.1. Le vocable fraction : un terme plurivoque	14
3.2. Les représentations de la notion de fraction.....	15
3.3. Des obstacles	15
4. <i>Modèles cognitifs de l'apprentissage des fractions</i>	16
4.1. Relations partie/tout, relations entre deux rapports.....	16
4.2. Représentations des fractions.....	16
4.3. Connaissances conceptuelles et procédurales	16
4.4. Organisation des connaissances et gestion des magnitudes	17
III. LES RELATIONS ENTRE L' ARITHMETIQUE ET LES FRACTIONS	18
1. <i>L'influence de l'arithmétique sur les fractions</i>	18
2. <i>Les capacités cognitives impliquées dans les fractions</i>	18
2.1. La mémoire de travail visuo-spatiale	18
2.2. L'attention sélective visuelle	19
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES	20
I. PROBLEMATIQUE.....	21
II. HYPOTHESES	22
1. <i>Hypothèse théorique</i>	22
2. <i>Hypothèses opérationnelles</i>	22
2.1. Hypothèse 1	22
2.2. Hypothèse 2.....	22
2.3. Hypothèse 3.....	22
2.4. Hypothèse 4	22
PARTIE EXPERIMENTALE	23
I. LA POPULATION.....	24
1. <i>Choix de la population</i>	24
2. <i>Critères d'inclusion et d'exclusion</i>	24

3.	<i>Description de l'échantillon</i>	24
II.	MATERIEL	25
1.	<i>Épreuves testant les capacités cognitives générales</i>	25
1.1.	Mémoire de travail visuo-spatiale.....	25
1.2.	Attention sélective visuelle (barrage de cloches)	25
2.	<i>Épreuves arithmétiques</i>	26
2.1.	Grandeurs égales.....	26
2.2.	Multiplications.....	26
2.3.	Divisions.....	27
2.4.	Tables de multiplication	27
2.5.	Système en base 10.....	27
2.6.	Écriture de position.....	28
3.	<i>Épreuves liées à la notion de fraction</i>	28
3.1.	Transcodage aire d'un disque – lettres.....	28
3.2.	Transcodage lettres – aire d'un disque.....	28
3.3.	Valeur inférieure ou égale à l'unité.....	29
3.4.	Valeur supérieure à l'unité.....	29
3.5.	Problèmes	30
3.6.	Addition vers somme analogique.....	30
3.7.	Somme analogique vers addition	30
3.8.	Position d'une valeur sur une droite graduée	31
3.9.	Identifier une valeur sur une droite graduée	31
3.10.	Réduction de valeur	32
III.	PROCEDURE.....	32
1.	<i>Pré-test, post-test</i>	32
2.	<i>Lieux</i>	33
3.	<i>Déroulement</i>	33
3.1.	Pré-test : novembre 2011	33
3.2.	Questionnaire aux enseignants.....	33
3.3.	Post-test : mai 2012	34
IV.	COTATION	34
	PRESENTATION DES RESULTATS	35
I.	OBJECTIFS	36
II.	PERFORMANCES GLOBALES	37
1.	<i>Performances au pré-test</i>	37
2.	<i>Performances au post-test</i>	39
3.	<i>Performances globales du pré-test et du post-test</i>	40
III.	PROGRESSIONS PAR EPREUVE	42
1.	<i>L'évolution des performances par épreuve</i>	42
1.1.	Les épreuves arithmétiques.....	42
1.1.1.	Grandeurs égales	43
1.1.2.	Multiplications	43
1.1.3.	Divisions	43
1.1.4.	Tables de multiplication	44
1.1.5.	Système en base 10.....	44
1.1.6.	Écriture de position	44
1.2.	Les épreuves liées à la notion de fraction	45
1.2.1.	Transcodage	45
1.2.2.	Comparaison.....	45
1.2.3.	Problèmes.....	46
1.2.4.	Analogie	46
1.2.5.	Position.....	46
1.2.6.	Réduction	47
2.	<i>Le questionnaire proposé aux enseignants</i>	47
2.1.	Les épreuves arithmétiques.....	48
2.1.1.	Grandeurs égales	48
2.1.2.	Divisions	48
2.2.	La comparaison de nombres : notion hybride	49
2.3.	Les épreuves liées à la notion de fraction	49
2.3.1.	Transcodage	49
2.3.2.	Comparaison.....	49
2.3.3.	Problèmes.....	49
2.3.4.	Position.....	49
2.3.5.	Réduction	50

IV. ÉTUDES DE CAS	50
1. Groupe faible en arithmétique et faible en fraction	51
2. Groupe bon en arithmétique et bon en fraction	51
3. Groupe bon en arithmétique et faible en fraction	52
4. Groupe faible en arithmétique et bon en fraction	52
V. CARACTERISTIQUES DES ELEVES PROGRESSANT LE PLUS	53
1. Performances aux capacités cognitives générales	54
2. Performances au pré-test	54
3. Performances au post-test	55
DISCUSSION DES RESULTATS	56
I. ANALYSE DES RESULTATS	57
1. Le développement de l'arithmétique	57
2. Le développement des fractions	57
3. L'influence du développement de l'arithmétique et des capacités cognitives générales sur les performances en fraction	59
4. L'influence de l'enseignement sur les performances	59
II. VERIFICATION DES HYPOTHESES	60
1. Hypothèse opérationnelle 1	60
2. Hypothèse opérationnelle 2	60
3. Hypothèse opérationnelle 3	60
4. Hypothèse opérationnelle 4	61
5. Hypothèse théorique	62
III. LIMITES ET APPORTS DE NOTRE TRAVAIL	62
1. Les limites	62
1.1. Concernant le matériel d'évaluation	62
1.2. Concernant les conditions de passation	63
2. Les apports	63
2.1. Sur le plan personnel	63
2.2. Sur le plan expérimental	64
2.3. Sur le plan clinique	64
3. Perspectives de recherche	65
CONCLUSION	66
BIBLIOGRAPHIE	67
ANNEXES	70
ANNEXE I : LES SUPPORTS INDIVIDUELS	71
1. Les capacités cognitives générales	71
1.1. La mémoire de travail visuo-spatiale	71
1.2. L'attention sélective visuelle	71
2. Le cahier d'épreuves	72
2.1. Les 16 épreuves	72
2.2. Le chronométrage des épreuves	83
ANNEXE II : LES SUPPORTS COLLECTIFS	84
1. Le diaporama	84
2. L'épreuve de mémoire de travail visuo-spatiale	92
ANNEXE III : LE QUESTIONNAIRE PROPOSE AUX ENSEIGNANTS	93
ANNEXE IV : LES DONNEES QUANTITATIVES ET QUALITATIVES	95
1. La population initiale	95
1.1. La variable indépendante du sexe	95
1.2. Analyses statistiques	95
1.3. Présentation des résultats	96
2. La population finale	99
2.1. Analyses statistiques	99
3. Les progressions par épreuve	101
3.1. Différences des performances par épreuve	101
3.2. Dépouillement des questionnaires proposés aux enseignants	102
TABLE DES ILLUSTRATIONS	103
TABLE DES MATIERES	105

Cécile Morel

May Saturnin

**L'IMPACT DES PERFORMANCES EN ARITHMETIQUE ET DES COMPETENCES
COGNITIVES SUR LE DEVELOPPEMENT DES PERFORMANCES LIEES A LA
NOTION DE FRACTION : UNE ETUDE AU CM1.**

107 Pages

Mémoire d'orthophonie -UCBL-ISTR- Lyon 2013

RESUME

Les recherches dans le domaine des fractions sont rares. Les données disponibles montrent des performances faibles des élèves au primaire et au collège (Barrouillet et al., 2007). Notre étude comprend deux axes. D'une part, elle propose un état des lieux des performances en fraction des élèves de cours moyen de première année (CM1). D'autre part, elle s'intéresse aux liens entre les performances arithmétiques, cognitives générales (*i.e.*, mémoire de travail visuo-spatiale et attention sélective visuelle) et celles liées aux fractions. Cette étude longitudinale comprend deux passations collectives. Nous avons évalué les performances en fraction de 79 élèves tout-venant de CM1. Le pré-test a eu lieu avant l'apprentissage scolaire des fractions, le post-test après. Les résultats démontrent une corrélation significative entre le développement des performances arithmétiques et les performances en mémoire de travail visuo-spatiale avec le développement des performances en fraction. Les performances initiales en arithmétique et en fraction prédisent également les performances finales en fraction. Nous avons identifié quatre prédicteurs des performances et des améliorations en fraction. Quatre types de profil émergent : faible en arithmétique et faible en fraction, fort en arithmétique et fort en fraction, fort en arithmétique et faible en fraction, faible en fraction et fort en arithmétique. Ainsi, notre étude propose des prédicteurs au développement des fractions, un protocole d'évaluation, des profils de performances et des données développementales sur l'apprentissage des fractions au CM1. Il serait intéressant d'élargir cette recherche à d'autres niveaux scolaires et à d'autres compétences. Les données recueillies pourraient être utilisées pour l'élaboration d'un protocole de rééducation dans le domaine des fractions.

MOTS-CLES

Enfant – Evaluation – Développement – Fraction – Arithmétique – Mémoire de travail visuo-spatiale – Attention sélective visuelle

MEMBRES DU JURY

CARTIER Myriam

GAUTHIER Corine

OLLAGNON Pascale

MAITRE DE MEMOIRE

FAYOL Michel

DATE DE SOUTENANCE

27 juin 2013
