



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-memoires-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



MEMOIRE présenté pour l'obtention du
CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

GENDRE Nathalie
PAUTONNIER Lisa

PEUT-ON AMELIORER LES PERFORMANCES
ARITHMETIQUES PAR DES ENTRAINEMENTS AUX
CONFIGURATIONS DE DOIGTS OU A UN JEU DE
PLATEAU LINEAIRE ?

Maître de Mémoire

Pr. Michel FAYOL

Membres du Jury

GAUDIN Sylvie

GAUTHIER Corine

OLLAGNON Pascale

Date de Soutenance

28 Juin 2012

ORGANIGRAMMES

1. Université Claude Bernard Lyon1

Président
Pr. GILLY François-Noël

Vice-président CEVU
M. LALLE Philippe

Vice-président CA
M. BEN HADID Hamda

Vice-président CS
M. GILLET Germain

Directeur Général des Services
M. HELLEU Alain

1.1 Secteur Santé :

U.F.R. de Médecine Lyon Est
Directeur **Pr. ETIENNE Jérôme**

U.F.R d'Odontologie
Directeur **Pr. BOURGEOIS Denis**

U.F.R de Médecine et de
maïeutique - Lyon-Sud Charles
Mérieux
Directeur **Pr. KIRKORIAN Gilbert**

Institut des Sciences Pharmaceutiques
et Biologiques
Directeur **Pr. VINCIGUERRA Christine**

Comité de Coordination des
Etudes Médicales (C.C.E.M.)
Pr. GILLY François Noël

Institut des Sciences et Techniques de
Réadaptation
Directeur **Pr. MATILLON Yves**

Département de Formation et Centre
de Recherche en Biologie Humaine
Directeur **Pr. FARGE Pierre**

1.2 Secteur Sciences et Technologies :

U.F.R. de Sciences et Technologies
Directeur **M. DE MARCHI Fabien**

IUFM
Directeur **M. BERNARD Régis**

U.F.R. de Sciences et Techniques
des Activités Physiques et
Sportives (S.T.A.P.S.)
Directeur **Pr. COLLIGNON Claude**

Ecole Polytechnique Universitaire de
Lyon (EPUL)
Directeur **M. FOURNIER Pascal**

Institut des Sciences Financières et
d'Assurance (I.S.F.A.)
Directeur **Pr MAUME-DESCHAMPS
Véronique**

Ecole Supérieure de Chimie Physique
Electronique de Lyon (CPE)
Directeur **M. PIGNAULT Gérard**

Observatoire Astronomique de
Lyon **M. GUIDERDONI Bruno**

IUT LYON 1
Directeur **M. COULET Christian**

2. Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION
ORTHOPHONIE

Directeur ISTR
Pr. MATILLON Yves

Directeur de la formation
Pr. Associé BO Agnès

Directeur de la recherche
Dr. WITKO Agnès

Responsables de la formation clinique
THEROND Béatrice
GUILLON Fanny

Chargée du concours d'entrée
PEILLON Anne

Secrétariat de direction et de scolarité
BADIOU Stéphanie
BONNEL Corinne
CLERGET Corinne

REMERCIEMENTS

Pour la réalisation de ce mémoire, nous tenons particulièrement à remercier notre maître de mémoire, le Professeur Michel Fayol, pour avoir guidé nos recherches, soutenu et encouragé notre travail avec disponibilité et gentillesse.

Nous remercions également les personnes suivantes :

- Notre jury de relecture et de soutenance : Sylvie Gaudin, Corine Gauthier et Pascale Ollagnon, pour leurs conseils avisés.
- Les équipes éducatives (enseignants et directeurs) des écoles de Grenoble et de sa périphérie pour leur participation active au projet : Anne Divisia, Anne Petitjean, Hervé Ranville (Ecole Bizanet) et G. C.
- Les enfants des trois classes qui ont suivi les entraînements et participé aux tests.

Nous souhaitons également remercier nos proches et nos amies de promotion.

Nathalie remercie également Pierre pour son soutien affectif (et logistique !).

SOMMAIRE

ORGANIGRAMMES	2
REMERCIEMENTS.....	4
SOMMAIRE.....	5
INTRODUCTION.....	7
PARTIE THEORIQUE	8
I. LA REPRESENTATION LINEAIRE DES NOMBRES	9
1. <i>Modèle du triple code de Dehaene</i>	9
2. <i>La représentation analogique de la quantité</i>	10
II. LIENS ENTRE DOIGTS ET NOMBRES	16
1. <i>Différentes hypothèses pour expliquer les liens entre doigts et nombres</i>	16
2. <i>Rôle des doigts dans le développement des habiletés numériques et arithmétiques</i>	18
3. <i>Rôle des doigts à l'âge adulte</i>	21
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	23
I. PROBLEMATIQUE	24
II. HYPOTHESE GENERALE	24
III. HYPOTHESE OPERATIONNELLE N°1	24
IV. HYPOTHESE OPERATIONNELLE N°2	24
V. HYPOTHESE OPERATIONNELLE N°3	25
VI. HYPOTHESE OPERATIONNELLE N°4	25
PARTIE EXPERIMENTALE	26
I. METHODE EXPERIMENTALE ET POPULATION	27
II. MATERIEL.....	29
1. <i>Epreuves directement concernées par les entraînements</i>	29
2. <i>Epreuves indirectement concernées par les entraînements</i>	30
3. <i>Epreuves de niveau de développement (seulement pour le pré-test)</i>	31
4. <i>Entraînements</i>	32
III. PROCEDURE.....	32
1. <i>Epreuves</i>	32
2. <i>Entraînements</i>	36
PRESENTATION DES RESULTATS.....	40
I. ANALYSE DES PERFORMANCES GLOBALES	41
II. ANALYSE TEST PAR TEST	43
1. <i>Performances lors du pré-test</i>	43
2. <i>Performances lors du post-test 1</i>	44
3. <i>Performances lors du post-test 2</i>	44
4. <i>Performances lors du post-test 3</i>	45
III. ANALYSE EPREUVE PAR EPREUVE.....	46
1. <i>Epreuves directement concernées par les entraînements</i>	46
2. <i>Epreuves indirectement concernées par les entraînements</i>	49
IV. REGROUPEMENT DES ENFANTS PAR PROFILS.....	53
1. <i>Relations entre performances en ESTLIN et en DIGIT</i>	53
2. <i>Relations entre performances en ESTLIN, en DIGIT et en DEN</i>	53
3. <i>Relations entre performances en ESTLIN, en DIGIT et en OPE</i>	54
4. <i>Relations entre performances en COMP et en OPE</i>	54
DISCUSSION DES RESULTATS.....	55
I. INTERPRETATION DES RESULTATS EN LIEN AVEC LES HYPOTHESES DE RECHERCHE	56
1. <i>Effet significatif des entraînements sur les performances globales</i>	56
2. <i>Epreuves directement concernées par les entraînements</i>	57
3. <i>Effet des entraînements sur les épreuves indirectement concernées</i>	58
4. <i>Effet durable des entraînements</i>	61
5. <i>Y a-t-il un entraînement plus efficace que l'autre ?</i>	61

6.	<i>Discussion de l'hypothèse générale</i>	62
II.	ANALYSE DE PROFILS PARTICULIERS ET PERSPECTIVES DE REMEDIATION	62
1.	<i>Etude d'Antoine</i>	63
2.	<i>Comparaison d'Alban et Inès</i>	64
3.	<i>Comparaison de Charles, Louana et Baptiste</i>	66
4.	<i>Propositions de changements dans les entraînements</i>	68
III.	LIMITES DE L'ETUDE EXPERIMENTALE	70
1.	<i>Hypothèses et problématique</i>	70
2.	<i>Population</i>	70
3.	<i>Méthode expérimentale</i>	71
4.	<i>Matériel</i>	71
5.	<i>Conditions de passation des tests et des entraînements</i>	72
IV.	APPORTS DE L'ETUDE	73
1.	<i>Apports personnels</i>	73
2.	<i>Apports pédagogiques et thérapeutiques</i>	73
V.	PERSPECTIVES DE RECHERCHE.....	75
	CONCLUSION	77
	REFERENCES	78
	ANNEXES	82
	ANNEXE I : EPREUVES DIRECTEMENT CONCERNEES PAR LES ENTRAÎNEMENTS	83
1.	<i>Estimation linéaire</i>	83
2.	<i>Identification de représentations digitales</i>	88
	ANNEXE II : EPREUVES INDIRECTEMENT CONCERNEES PAR LES ENTRAÎNEMENTS	91
1.	<i>Comparaisons</i>	91
2.	<i>Dénombrement</i>	94
3.	<i>Opérations</i>	95
	ANNEXE III : EPREUVE DE COPIE DE FIGURES	96
	TABLE DES ILLUSTRATIONS	97
I.	LISTE DES FIGURES	97
II.	LISTE DES TABLEAUX	97
	TABLE DES MATIERES	99

INTRODUCTION

Comment l'enfant apprend-il à compter, construit-il des représentations numériques et utilise-t-il ces représentations pour résoudre des problèmes ? Le développement arithmétique suscite de plus en plus l'intérêt des chercheurs. Nous avons voulu inscrire notre travail dans ce domaine en cherchant des activités susceptibles d'améliorer les performances arithmétiques chez le jeune enfant. Nous avons voulu contribuer à la recherche dans ce domaine qui nous a particulièrement intéressées en orthophonie et qui, de plus, reste à investiguer malgré un essor important ces dernières années.

Selon le modèle du triple code de Dehaene (1992), trois représentations des nombres coexistent : la représentation analogique de la quantité, la représentation auditivo-verbale et la représentation visuelle arabe. Les enfants accèdent d'abord à la représentation analogique : ils se représentent les quantités sous la forme d'une « ligne numérique mentale » (Moyer et Landauer, 1967), en compressant d'abord les nombres sur la gauche puis en disposant progressivement (entre 5 et 7 ans) les nombres de manière régulière (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, et Zorzi, 2010). Siegler et Ramani (2008, 2009) ont montré comment on pouvait aider les enfants à construire cette ligne numérique mentale. D'après leurs résultats, un entraînement régulier à un jeu de plateau linéaire et numéroté augmente les performances arithmétiques d'enfants américains âgés entre 4 et 5 ans, davantage qu'un entraînement basé sur des jeux de plateau circulaires ou non numérotés.

Plusieurs études ont également révélé le rôle des doigts dans le développement arithmétique. D'abord, les performances arithmétiques seraient prédites par les gnosies digitales (Fayol, Barouillet et Marinthe, 1998 ; Noël, 2005), c'est-à-dire l'habileté à reconnaître exclusivement par la modalité sensorielle tactile les doigts venant d'être touchés. Ensuite, les doigts permettent de compter et de représenter les nombres par des configurations correspondant à des représentations sémantiques ancrées dans la mémoire à long terme. Ces représentations sont toujours présentes chez l'adulte (Di Luca et Pesenti, 2008), et influencent leurs performances à des tâches arithmétiques comme les comparaisons de nombres (Domahs, Moeller, Huber, Willmes et Nuerk, 2010).

En nous appuyant sur le courant de la psychologie cognitive du développement, nous voulions contribuer à la recherche d'entraînements pouvant améliorer les performances arithmétiques d'enfants d'école maternelle. Nous avons donc proposé deux entraînements à des enfants âgés entre 4 et 6 ans : l'entraînement au jeu de plateau de Siegler et Ramani (2008, 2009) et un entraînement impliquant des manipulations de doigts. Nous avons suivi ces enfants pendant onze mois. Nous avons mesuré leurs performances avant et après les entraînements et nous les avons comparées à celles d'enfants n'ayant suivi aucun entraînement. Nous avons également regardé si des tâches numériques directement ou indirectement liées aux activités proposées pouvaient être améliorées spécifiquement par un des deux entraînements.

Après avoir développé les données théoriques présentées ci-dessus, nous détaillerons notre problématique et nos hypothèses. Nous poursuivrons l'exposé par le protocole expérimental et terminerons avec la présentation des résultats et leur discussion.

Chapitre I

PARTIE THEORIQUE

Lors du développement des représentations numériques, la plupart des chercheurs considèrent que les enfants construisent une « ligne numérique mentale ». En même temps, dans de nombreuses cultures, les enfants s'appuieraient sur leurs doigts pour développer leur compréhension des quantités. Notre mémoire s'ancre dans ces deux perspectives théoriques.

I. La représentation linéaire des nombres

1. Modèle du triple code de Dehaene

1.1. Présentation du modèle

Dehaene a proposé en 1992 un modèle anatomo-fonctionnel du traitement numérique, basé sur les principes suivants. Dans ce modèle, les nombres peuvent être représentés mentalement par trois types de représentations distinctes (d'où la dénomination de triple code) :

- Une représentation analogique de la quantité (utilisée pour le calcul approximatif, l'estimation, et la comparaison des quantités) ;
- Une représentation auditivo-verbale (utilisée pour les faits arithmétiques et le comptage) ;
- Une représentation visuelle-arabe (utilisée pour les jugements de parité, et pour l'arithmétique écrite).

Ce modèle met en évidence la coexistence d'un mode symbolique dépendant du langage qui permet d'effectuer des calculs précis et élaborés et d'un mode analogique qui permet de comparer les quantités entre elles (sous différentes modalités) et rend les calculs approximatifs possibles. L'un des intérêts de ce modèle tient à la présence de ce code analogique qui joue un rôle important « puisque c'est à ce niveau essentiellement que serait évaluée la quantité représentée par les nombres, et ce par le biais de distributions d'activation sur un continuum mental » (Seron et Lochy, 2003, p. 69). Ce code analogique permet en effet une représentation sémantique mais non-verbale de la taille des nombres : son activation chez l'enfant est donc possible puisqu'il ne dépend pas directement du développement du langage.

1.2. Apport de la neurobiologie et de la neuropsychologie

Les données neuropsychologiques et d'imagerie fonctionnelle confirment l'importance des aires pariétales dans la cognition arithmétique (Tudusciuc et Nieder, 2007).

Le modèle anatomo-fonctionnel (Dehaene et Cohen, 1995) associe chacune des composantes du triple code à son substrat cérébral. « Les représentations visuelles arabe et analogique seraient représentées bilatéralement, respectivement dans les aires occipito-temporales (au voisinage de la voie visuelle ventrale impliquée dans la reconnaissance

visuelle) et à proximité des jonctions pariéto-temporo-occipitales. En revanche la représentation auditive verbale ne serait présentée que dans l'hémisphère gauche, dans les aires classiques du langage (Broca et la partie supérieure du lobe temporal) » (Seron et Lochy, 2003, p. 71). Les représentations mises en jeu lors des différentes tâches numériques activeraient différentes parties du cerveau et à des circuits distincts ce qui est confirmé par la pathologie et l'existence de dissociations.

Les troubles peuvent affecter sélectivement les mécanismes de compréhension, de production ou de calcul. Singer et Low en 1933 avaient ainsi mis en évidence une atteinte spécifique de la production en chiffres arabes avec des effets de lexicalisation. En 1980, Ferro et Botelho rapportent le cas de deux patients ayant souffert d'AVC dans les régions postérieures de l'hémisphère gauche (Seron et Lochy, 2003, p. 55). Les composants calculs (procédures), compréhension et production étaient épargnés, tandis que la compréhension des symboles des opérations arithmétiques était altérée. Il y avait donc une atteinte spécifique des signes arithmétiques, ce qui montre une dissociation entre le traitement des numéraux et celui des opérateurs. Enfin, Warrington, en 1982, a mis en évidence une atteinte spécifique des faits arithmétiques chez un patient (Seron et Lochy, 2003, p. 55).

Pour conforter le modèle du triple code, Dehaene et Cohen ont également considéré que les bases cérébrales de l'intuition numérique correspondent au code analogique. En opposant deux cas de patients « anarithmétiques », ils ont montré que le réseau sous-cortical gauche contribue au stockage et à la récupération des faits arithmétiques verbaux, tandis que le réseau pariétal inférieur bilatéral est consacré à la manipulation mentale des quantités numériques (Dehaene et Cohen, 1997).

1.3. Expérimentation chez les Mundurucus

Dehaene, Izard, Spelke et Pica (2006), ont mené une expérimentation qui confirme l'existence de représentations numériques dissociées : la cognition numérique est possible en l'absence d'un lexique numérique. Celle-ci a été menée avec une population de Mundurucus, qui sont des indiens d'Amazonie ayant un lexique de noms de nombres limité de 1 à 5. Les tests réalisés auprès de cette population, montrent que les Mundurucus ont des difficultés à exécuter des opérations arithmétiques « élémentaires » avec des quantités exactes (opérations nécessitant l'utilisation de symboles), mais qu'ils possèdent une capacité d'approximation des nombres comparable à la nôtre (représentations analogiques). Ils sont en effet capables de manipuler de grandes quantités numériques (Pica, Lemer, Izard et Dehaene, 2004) et possèdent de riches intuitions spatiales et géométriques (Dehaene, Izard, Pica et Spelke, 2006). Ces recherches confirment que la compétence de l'espèce humaine pour l'arithmétique approximative est indépendante du langage ; le calcul exact quant à lui est dépendant du code symbolique, développé de manière variable d'une culture à l'autre.

2. La représentation analogique de la quantité

2.1. Liens entre espace et nombres

Il existe une association naturelle entre nombres et espace (concept de mesure, géométrie algébrique). De nombreux travaux réalisés chez des adultes occidentaux, ont déjà montré que le simple fait de penser à un nombre ou d'effectuer un calcul évoque automatiquement un biais spatial (Hubbard, Piazza, Pinel et Dehaene, 2005). La simple présentation d'un chiffre arabe suffit par exemple à biaiser les réponses motrices et l'attention visuo-spatiale, en direction de la droite pour les grands nombres et de la gauche pour les petits nombres. Lorsque l'on demande à des sujets de faire un jugement de parité sur des nombres, les réponses sont plus rapides pour les petits nombres lorsqu'ils se situent à gauche, et elles sont également plus rapides pour les grands nombres lorsque ceux-ci se situent à droite (Dehaene, Bossini et Giraux, 1993). Cet effet SNARC (Spatial-Numerical Association of Response Codes) dépend de variables attentionnelles et culturelles telles que la direction de l'écriture.

Ces liens sont également de nature neuro-anatomique. En effet, les représentations numériques et spatiales trouvent toutes deux leurs origines dans le lobe pariétal. Les données neuropsychologiques et d'imagerie fonctionnelle montrent que, dans ces aires pariétales, nombres et longueurs sont codés par des neurones proches les uns des autres (Tudusciuc, Nieder, 2007). Cependant, si ces liens sont naturels, la direction et la forme du biais spatial par rapport aux représentations numériques sont influencées par l'éducation et la culture, qui peuvent agir sur lui. Dans la culture occidentale, par exemple, ces liens sont renforcés car les enfants fréquentent de nombreux objets qui traduisent cette association nombres/espace (comme les règles, les claviers numériques). Les mathématiques prennent aussi appui sur ce lien naturel. D'ailleurs, « des branches entières des mathématiques sont fondées sur des liens posés entre les nombres et l'espace: mesure de longueurs, définition de repères et de coordonnées, projection des nombres complexes sur le plan... » (Izard, Pica, Spelke, Dehaene, 2008).

Selon Opfer, Thomson et Furlong (2010), ces associations sont présentes très tôt dans le développement des enfants occidentaux (après l'apprentissage des symboles numériques mais avant celui de la lecture). Selon eux, l'apparition de ces associations est davantage liée aux expériences de dénombrement, qui font intervenir le pointage visuo-moteur, essentiel chez le jeune enfant. Leur étude montre en effet une corrélation (dont le sens reste encore à prouver) entre la capacité à se représenter les nombres dans l'espace et le pointage visuo-moteur mis en jeu dans le dénombrement de collections. Ces deux activités font en effet appel à des processus dépendant d'aires cérébrales se chevauchant dans la partie supérieure et postérieure du lobe pariétal : informations visuo-spatiales, pointage, symboles numériques, grandeur des nombres, additions et soustractions d'opérands rapprochés. Les auteurs notent également que l'activation du lobe frontal diminue au profit de celle du lobe pariétal au cours du développement des apprentissages numériques (Ansari *et al.*, 2005, cités par Opfer *et al.*, 2010). Cette plasticité cérébrale est à mettre en lien avec l'importance des expériences numériques précoces.

2.2. Le développement de la ligne numérique mentale

2.2.1. Définition et apparition chez l'enfant

La métaphore de « ligne numérique mentale » a été utilisée par Moyer et Landauer (1967) puis Restle (1970) pour décrire les représentations numériques sous-jacentes à l'estimation et à la comparaison de quantités. Lorsqu'une évaluation rapide des quantités

doit être effectuée, ou lorsque deux quantités importantes doivent être comparées entre elles, les nombres seraient situés sur un continuum sous la forme de grandeurs continues. « Tout se passe effectivement comme si les différents nombres étaient alignés mentalement sur une ligne où chaque position correspond à une certaine quantité » (Dehaene, 1997). Cette ligne est orientée dans l'espace, le zéro étant à l'extrême gauche, et les grands nombres s'étirant vers la droite.

Dès l'âge de 5-6 ans, les enfants comprennent la notion de ligne numérique. Les résultats obtenus par Chillier (1999, 2002) suggèrent que les enfants de cet âge se représentent les quantités discrètes sur une ligne numérique qualitativement semblable à celle de l'adulte. Ils peuvent utiliser l'espace pour caractériser les relations entre les nombres. Cette ligne mentale a été testée à travers trois situations : la comparaison de chiffres arabes, la génération aléatoire de nombres, et l'estimation numérique de quantités discrètes présentées en temps limité. Ainsi, si on leur demande de placer des nombres sur un segment, dont les extrémités sont graduées avec différentes valeurs numériques (par exemple de 1 à 10), leurs réponses sont cohérentes : plus les nombres sont grands, plus ils sont situés vers la droite.

2.2.2. La ligne numérique logarithmique et la compression des nombres

Cependant, à 5 ans, les nombres ne sont pas alignés suivant des intervalles égaux : les enfants allouent plus de place aux petits nombres qu'aux grands : ceux-ci se trouvent alors compressés sur la droite. Le sens des nombres chez l'enfant avant la scolarisation est donc en lien avec un système de nombres approximatifs se caractérisant comme suivant une échelle logarithmique. La précision augmente en résolution pendant l'enfance. Entre 5 et 7 ans, se situe l'âge charnière où les enfants disposent progressivement les nombres de manière régulière (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, Zorzi, 2010). Le but de cette étude était d'évaluer la capacité des enfants à fournir une évaluation fiable (logarithmique ou linéaire) à partir de 3 ans et demi et ensuite de préciser les étapes du développement qui mènent ces enfants à avoir une représentation linéaire et formelle des nombres. Quarante-six enfants de 42 à 75 mois ont été testés. Les différentes tâches consistaient à évaluer la position d'un nombre sur une ligne numérique graduée de 1 à 10 puis de 0 à 100. Dans cette expérimentation, les enfants encore non scolarisés déployaient une stratégie logarithmique pour l'intervalle de 0 à 100 et les enfants les plus jeunes du groupe avaient cette même stratégie pour l'intervalle de 1 à 10. A l'inverse, les enfants plus âgés adoptaient une stratégie linéaire quand ils étaient confrontés à un intervalle familier (1 à 10), les plus âgés d'entre eux ayant même un positionnement des nombres proche de la configuration exacte, celle des adultes.

Ces chercheurs ont montré qu'après avoir utilisé l'échelle logarithmique pour l'ensemble des nombres (y compris les intervalles de 1 à 10), les enfants ont des représentations spatiales multiples du nombre qui coexistent. Ainsi, ils commencent à utiliser l'échelle linéaire pour les petits nombres (1 à 10) mais ils continuent à utiliser l'échelle logarithmique pour les nombres plus grands, en affinant progressivement leur précision. Ensuite, ils utilisent l'échelle linéaire pour les nombres de 1 à 100, et étendent progressivement cette échelle sur des intervalles plus grands, comme l'adulte. Cette étude corrobore les résultats de Siegler et de ses collègues (Siegler et Booth, 2004 ; Siegler et

Opfer, 2003) qui avaient étudié les stratégies utilisées sur des échelles de 1 à 100 et de 1 à 1000 chez des enfants de 5 à 8 ans.

Cette compression des nombres chez les plus jeunes enfants s'explique par la loi de Weber-Fechner : la discrimination de deux quantités numériques est fonction du ratio entre ces quantités ; ainsi, par exemple, les nombres 90 et 100 sont plus difficiles à discriminer que les nombres 10 et 20 et ils sont considérés comme plus proches sur le continuum. En jugeant les nombres sur la base de leur similitude (en termes de ratio), et non sur la distance qui les sépare, les jeunes enfants produisent une ligne numérique logarithmique (Siegler et Opfer, 2003).

Il existe donc deux échelles (logarithmique et linéaire) : au cours de son développement, l'enfant passe de l'une à l'autre mais il n'existe pas vraiment de substitution, plutôt une coexistence des deux échelles en fonction des tâches. Ainsi, l'adulte continue lui aussi d'utiliser parfois l'échelle logarithmique, avec des nombres très grands. « La règle mentale à l'aune de laquelle nous mesurons les grands nombres n'est pas graduée de façon régulière. Elle tend à comprimer les grands nombres dans un espace restreint. Notre cerveau représente les quantités comme le ferait une règle à calcul graduée suivant une échelle logarithmique. » (Dehaene, 1997, p. 87). Si la ligne numérique est universelle, l'échelle que les enfants utilisent diffère selon l'âge et le développement mais aussi selon les pratiques culturelles. Les études montrent en effet une évolution des liens entre nombres et espace en fonction de l'éducation, notamment de l'apprentissage des symboles numériques.

2.3. Caractéristiques de la ligne numérique linéaire

2.3.1. Le rôle de l'éducation

Le continuum mental de la ligne numérique serait chez l'adulte « en connexion avec nos habiletés de lecture orientée de la gauche vers la droite » (Seron et Lochy, 2003, p. 69) ce qui témoigne d'un facteur culturel dans son développement. L'expérimentation menée avec les Mundurucus a confirmé l'aspect culturel de la ligne mentale numérique (Izard, Pica, Spelke et Dehaene, 2008). En effet, dans cette étude, les Mundurucus devaient placer les nombres (présentés en modalité visuelle et auditive) sur un segment dont les extrémités étaient graduées de 1 et 10. Les Mundurucus ont eu des résultats cohérents, ce qui confirme que l'association entre nombres et espace est universelle. Cependant, les résultats des enfants mais aussi des adultes étaient comparables à ceux des enfants occidentaux les plus jeunes, c'est-à-dire que leurs résultats relevaient d'une représentation logarithmique. Le sens des nombres, commun à tous les hommes, s'accompagne donc également d'une intuition de leur organisation dans l'espace. En revanche, la ligne numérique linéaire est une construction culturelle : « Ces résultats indiquent que la répartition des nombres dans l'espace sous une forme logarithmique est extrêmement robuste : ainsi l'idée d'une ligne numérique linéaire, qui nous apparaît si intuitive, est en fait une invention culturelle, dont l'apprentissage se fait lentement, au cours du cursus scolaire » (Izard, Pica, Spelke et Dehaene, 2008). La représentation linéaire ne supprime jamais totalement, même chez l'adulte, la représentation

logarithmique : « En fait, même chez l'adulte occidental, cette représentation logarithmique des nombres reste latente en chacun de nous, et peut, dans certains cas, influencer nos jugements comme lorsqu'on considère des nombres très grands, ou lorsqu'on estime des quantités ou des prix » (Izard, Pica, Spelke et Dehaene, 2008).

2.3.2. L'acquisition des symboles numériques

Les relations entre calculs numériques exacts et estimation, symboles numériques et quantités sont complexes. Il existe chez l'enfant une variété de processus qui, à partir des compétences précoces, doivent se coordonner pour élaborer un outil de quantification précis. La suite des nombres entiers positifs « intègre en effet dans sa construction, des évolutions cognitives diverses : émergence des propriétés numériques du discret jusque-là engluées dans les variables continues, acquisition des noms de nombres, et de leur référence cardinale unique et ordonnée, mise en place de procédures de dénombrement, représentation analogique de la ligne continue (probablement issue du comptage), appréhension dans le même temps du caractère nécessairement itératif de la succession des entiers numériques » (Bideaud, Lehalle et Vilette, 2004, p. 199).

Si l'acquisition de la chaîne numérique est un pré-requis dans la construction de la ligne numérique mentale linéaire, elle ne semble pas être une condition suffisante. Comme le montre l'étude de Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene et Zorzi (2010), la précision de l'estimation d'un nombre sur une échelle graduée est corrélée avec la connaissance des numéraux arabes et l'ordre des nombres. Cependant, dans la seconde expérience qu'ils ont menée, le score de comptage n'est pas corrélé avec la stratégie choisie par les enfants (logarithmique ou linéaire) dans le positionnement d'un nombre sur une ligne. Appliquer une stratégie linéaire impliquerait plutôt un changement de représentation (passage de la représentation logarithmique à la représentation linéaire) ou la création d'une représentation complémentaire des nombres exacts.

Chez l'adulte, l'outil de quantification précis à travers l'utilisation de symboles numériques n'empêche pas le recours à la représentation analogique. En effet, conformément au modèle du triple code, deux types de représentations coexistent avec des liens complexes. Car « si les symboles numériques nous ouvrent effectivement la voie à une arithmétique plus rigoureuse, ils ne sont pas pour autant détachés des racines approximatives de l'intuition numérique. Bien au contraire, chaque fois que nous sommes confrontés à un nombre, notre cerveau ne peut s'empêcher de le traiter comme une quantité continue et de le représenter mentalement avec une précision décroissante » (Dehaene, 1997, p 87).

2.3.3. L'accroissement des capacités arithmétiques

L'apprentissage de symboles tels que les noms de nombres ou les chiffres arabes permet d'augmenter les compétences humaines en donnant accès à de nouveaux moyens de calcul, précis et étendus aux grands nombres : le comptage, l'addition, la multiplication, etc. Mais, comme le souligne Dehaene, « la mise en connexion des symboles avec les quantités correspondantes modifie [également] profondément la représentation mentale des quantités ». En effet, celle-ci « devient précise, même pour les grands nombres. Nous concevons les nombres comme des points sur une échelle linéaire

et non plus seulement comme des quantités approximatives discriminées en fonction de leur rapport, et donc reliées entre elles selon une loi logarithmique » (Dehaene, 2008).

2.3.4. Un renforcement possible de cette ligne par l'entraînement : effet sur les compétences arithmétiques

Un renforcement de la ligne numérique linéaire mentale peut être obtenu par un simple entraînement, ludique pour les enfants. En effet, la relation entre les nombres et la grandeur qu'ils expriment peut être apprise et renforcée par la pratique d'un jeu de plateau linéaire. À travers ce type de jeu, l'enfant découvre des relations entre les nombres : plus le nombre sur le dé est grand, plus la distance à parcourir est importante, et plus cela prend du temps, plus le nombre de mouvements pour déplacer le pion est grand, etc. Tous ces indices fournissent une base solide pour comprendre les relations entre les nombres et les quantités.

En 2008, Siegler et Ramani se sont ainsi intéressés à des enfants américains de quatre et cinq ans, issus de milieux défavorisés, dont les connaissances numériques se sont révélées moins bonnes que la moyenne. L'absence d'exposition à du matériel numérique et notamment à des jeux de plateau explique selon eux cette plus faible connaissance intuitive des nombres. La seconde expérimentation de l'étude a consisté à proposer un entraînement à un jeu de plateau linéaire pendant quatre séances de quinze minutes de jeu, réparties sur deux semaines. Le plateau comportait dix cases, de taille égale, numérotées de 1 à 10 (de gauche à droite). Le but du jeu est d'arriver en premier sur la dernière case. Les résultats de cette expérimentation ont montré que jouer à un jeu de plateau linéaire pouvait améliorer les connaissances numériques des enfants et favoriser leurs capacités à acquérir des compétences numériques ultérieures. Ces quatre séances de quinze minutes ont suffi à éliminer les différences de compétences en estimation numérique par comparaison avec des enfants de milieux socioculturels plus favorisés. Un groupe contrôle, qui bénéficiait d'un entraînement avec un jeu de plateau comportant des couleurs à la place des chiffres n'a pas vu ses compétences augmenter.

Siegler et Ramani (2009) ont ensuite montré que cet effet est plus important lorsqu'il s'agit d'un jeu linéaire plutôt que circulaire car il existe un rapport plus direct entre le jeu linéaire et la représentation mentale d'une ligne numérique que l'on souhaite renforcer chez les enfants. L'amélioration profite à plusieurs tâches de manipulation et d'estimation de nombres. Dans une étude similaire concernant les familles de classes sociales défavorisées, Siegler a pu montrer en 2009 que les connaissances améliorées par le jeu linéaire sont l'appariement nombres /espace, le comptage, la compréhension des quantités numériques et leur identification, la comparaison entre deux quantités et l'estimation sur une ligne numérique. D'une manière plus générale, cet entraînement permet une meilleure compréhension de l'arithmétique. Neuf semaines après l'étude, les bénéfices restent présents. En 2011, ces mêmes auteurs ajoutent que les bénéfices de cet entraînement varient en fonction du niveau initial mais aussi de la classe sociale d'origine. En effet, dans un groupe d'enfants âgés entre 3 et 4 ans, ceux qui obtiennent les moyennes les plus faibles au pré-test progressent davantage que ceux qui obtiennent les moyennes les plus fortes, pour les tâches d'estimation linéaire, d'identification numérique, de problèmes mais pas pour celles de comparaisons numériques. Une différence de marge de progression entre le pré-test et le post-test est également observée

quand le niveau des performances initiales est le même mais que l'origine sociale diffère. Siegler et Ramani ont ainsi pu montrer que les enfants issus de classes défavorisées progressaient au moins autant, sinon plus, que ceux issus de classes moyennes. Ils expliquent ces résultats par une différence qualitative et quantitative d'expériences de jeu de plateau : les enfants issus de classes défavorisées y sont moins exposés que ceux des classes moyennes. Leur étude pointe ainsi l'intérêt de faire pratiquer aux enfants dès leur plus jeune âge des activités faisant appel de manière informelle à l'arithmétique (comme par exemple les jeux de plateau). On retrouve un lien entre cette pratique et les futures performances à des tâches numériques et arithmétiques.

Ainsi, la représentation du nombre fait coexister trois systèmes : la représentation analogique de la quantité, la représentation auditivo-verbale et la représentation visuelle-arabe. Chez l'enfant de 4 à 6 ans, le code symbolique est en cours d'acquisition, les deux dernières représentations ne sont donc pas encore construites ou en début de construction. La représentation analogique de la quantité est cependant déjà présente sous la forme d'une ligne numérique mentale, avec une échelle tout d'abord logarithmique. Selon les études de Siegler et Ramani (2008, 2009), cette ligne numérique mentale peut être consolidée par un entraînement, ce qui renforcerait la représentation analogique de la quantité et améliorerait également la représentation du nombre dans son ensemble. Les performances susceptibles d'être améliorées par un tel entraînement, même de courte durée, concernent les tâches arithmétiques suivantes : comparaison de quantités numériques, estimation de la position d'un nombre sur une ligne numérique, opérations. Un entraînement à un jeu de plateau linéaire devrait donc induire une amélioration des performances arithmétiques d'enfants entre 4 et 6 ans.

Parallèlement au renforcement de la ligne numérique mentale, il existe d'autres champs d'étude qui présentent des moyens d'améliorer les capacités numériques. Nous allons ainsi présenter les différents courants théoriques qui font état des liens entre les doigts et les nombres, et qui suggèrent que des manipulations digitales seraient également susceptibles d'améliorer le sens du nombre.

II. Liens entre doigts et nombres

1. Différentes hypothèses pour expliquer les liens entre doigts et nombres

1.1. Hypothèse localisationniste

Cette hypothèse prend appui sur la proximité des zones cérébrales mises en jeu dans l'utilisation des nombres et les gnosies digitales. Les travaux de Gerstmann (1940) sur le syndrome portant son nom ont conduit à cette hypothèse. Il correspond à une lésion dans la région supérieure et postérieure du lobe pariétal, se manifestant par les quatre symptômes suivants : désorientation droite-gauche, agraphie, acalculie et agnosie digitale.

Les habiletés de calculs et les gnosies digitales, entre autres, reposeraient alors sur des aires cérébrales proches et dépendantes d'une même vascularisation, ce qui expliquerait qu'elles soient toutes deux atteintes en cas de lésion. Cependant, il est rare de rencontrer des patients qui présentent un cas pur de ce syndrome, d'où les nombreuses controverses à son sujet. Selon Benton (1961), ces quatre symptômes sont en effet dissociables. Néanmoins, il existe de nombreux cas qui présentent à la fois une agnosie digitale et une acalculie. De plus, l'association de ces deux symptômes se retrouve également au niveau développemental (Kinsbourne et Warrington, 1963) : les enfants nés avec une agnosie digitale auraient également des difficultés dans l'acquisition des concepts numériques.

Dans le cas d'enfants tout-venant, avec des capacités préservées, l'hypothèse localisationniste peut aussi être avancée pour expliquer certaines corrélations. Noël (2005) montre en effet que les scores d'enfants de 6 ans, obtenus à des tâches arithmétiques, de graphisme, d'orientation droite-gauche et d'habiletés constructives, sont corrélés significativement avec ceux obtenus à des tâches de gnosies digitales. Selon cet auteur, les gnosies digitales prédisent les performances arithmétiques mieux que le niveau de développement, et de manière spécifique puisqu'elles n'ont pas d'influence sur le niveau de lecture.

1.2. Hypothèse fonctionnaliste

Dans presque toutes les cultures, les doigts, forme de « calculatrice naturelle » à disposition des hommes, sont utilisés pour représenter les nombres (Butterworth, 1999, cité par Penner-Wilger et Anderson, 2008). De plus, les doigts sont utilisés dans beaucoup d'activités numériques pour pointer, dénombrer, représenter des cardinalités, ou encore pour intervenir comme substitut de la mémoire à court terme dans la réalisation d'additions (Noël, 2005). Selon cette hypothèse, les doigts et les nombres sont utilisés pour les mêmes fonctions, leur lien se serait donc établi de manière fonctionnelle au cours du développement.

1.3. Nouvelles hypothèses

Penner-Wilger et Anderson proposent en 2008 une troisième hypothèse pour expliquer les corrélations entre gnosies digitales et représentations numériques : l'« hypothèse d'un redéploiement massif » (Massive Redeployment Hypothesis). Rejetant l'hypothèse localisationniste, ils soutiennent d'abord qu'un substrat neuronal dédié à une fonction, comme par exemple les gnosies digitales, peut être réutilisé plus tard pour en servir d'autres, les représentations numériques par exemple. Cependant, cette réutilisation pourrait selon eux s'expliquer autrement que par l'hypothèse fonctionnaliste, car l'utilisation des doigts ne serait pas indispensable à la construction de représentations numériques. En effet, des enfants souffrant de problèmes moteurs développementaux (ayant donc peu manipulé avec leurs doigts), ont des gnosies digitales et des capacités mathématiques préservées, indépendamment de leur faible manipulation digitale. Dehaene et Cohen (2007) soutiennent l'hypothèse d'un recyclage neuronal (NRH). Ainsi, selon eux, les apprentissages culturels tels que la numération reposent sur des mécanismes cérébraux anciens, qui ont évolué vers un autre usage en se reconvertissant grâce à la plasticité cérébrale. Contrairement à l'hypothèse MRH, leur hypothèse est que

les circuits seraient réutilisés pour une nouvelle fonction au détriment de la fonction initiale.

2. Rôle des doigts dans le développement des habiletés numériques et arithmétiques

2.1. Poids des performances perceptivo-tactiles

Les gnosies digitales prédisent les performances arithmétiques chez les enfants en cours d'apprentissage. Fayol, Barouillet et Marinthe font passer en 1998 des épreuves neuropsychologiques de discrimination et de reconnaissance digitale auprès d'enfants de 5 ans. Selon les résultats, les performances à ces épreuves prédisent un an auparavant les performances arithmétiques. En 2001, ces mêmes auteurs montrent que les performances à des épreuves neuropsychologiques peuvent prédire au moins partiellement leurs performances arithmétiques jusqu'à trois ans après, mais pas leurs performances lexiques, ni graphiques.

En 2005, Noël s'est appuyée sur ces précédents résultats pour conduire une étude dont le but était de préciser les compétences neuropsychologiques prédictrices des performances arithmétiques des enfants entre 5 et 7 ans. Les gnosies digitales (discrimination et reconnaissance) prédisaient mieux les performances arithmétiques que le niveau de développement, et ce de manière spécifique puisqu'elles n'influençaient pas les performances en lecture. Ces habiletés perceptivo-tactiles ne sont pas spécifiques à un seul type de tâches arithmétiques. En effet, elles prédisent non seulement les performances à des tâches reposant sur les représentations digitales (additions, identification de représentations digitales), mais aussi à des tâches qui reposent sur la représentation des quantités. Cette étude a également montré que, lors d'une tâche d'identification de représentations digitales, les sujets répondent plus rapidement lorsque les configurations de doigts sont conventionnelles que lorsqu'elles ne le sont pas, suggérant ainsi qu'à cet âge, l'enfant a construit mentalement des représentations digitales qui lui servent à nommer les nombres.

D'autre part, l'entraînement à des tâches de gnosies digitales améliorerait les performances arithmétiques (Gracia-Bafalluy et Noël, 2008 ; Fischer, 2010). Notons que ce résultat a été discuté.

2.2. Collections-témoins de doigts : un outil pour construire les représentations numériques

Avant même de connaître le nom des nombres, les enfants sont capables de représenter des quantités avec leurs doigts. Brissiaud (1991) rapporte un cas décrit par Descoedres en 1921. Il s'agit d'une petite fille de 4 ans qui pouvait dénombrer des collections et en représenter la quantité avec ses doigts quand bien même elle ne savait à quel numéral verbal cette quantité correspondait.

Il y aurait donc selon Brissiaud deux moyens de dénombrer une collection : le comptage-numérotage, qui consiste à associer chaque objet à un mot-nombre; puis le comptage sur les doigts, où ces derniers sont alors utilisés comme des « collections-témoins ». Ce sont deux modes de quantification indépendants qui conduisent tous deux à la construction des représentations numériques. Brissiaud semble tout de même privilégier le second, car si tous deux reposent sur une correspondance terme à terme, le comptage-numérotage nécessite l'apprentissage de la chaîne numérique, qui est arbitraire, tandis que les collections-témoins de doigts permettent de représenter directement une quantité, de manière analogique. Dans le comptage-numérotage, les mots-nombres sont utilisés comme des numéros, indépendamment de la quantité qu'ils représentent, ce qui conduit les enfants à connaître des difficultés dans l'acquisition du principe cardinal de Gelman (1983) : ils comprennent tardivement que le dernier nombre énoncé ne se réfère pas à l'objet associé mais correspond à la totalité de la collection dénombrée. Le comptage par collections-témoins de doigts éviterait selon Brissiaud cette difficulté, car les doigts représentent directement la quantité. De plus, contrairement au comptage-numérotage, il a la particularité de pouvoir représenter une même quantité avec des représentations de doigts différentes, de sorte que la quantification soit plus prégnante que le moyen de la représenter. Ainsi, pour représenter avec les doigts une collection de deux objets, l'enfant a le choix entre lever le pouce et l'index ou lever l'index et le majeur.

Ces réflexions ont conduit Brissiaud à étudier le développement des acquisitions numériques chez son propre enfant, en lui apprenant à compter sur ses doigts avant de compter avec les mots-nombres. Il ne s'agit pas seulement de lui enseigner le dénombrement, mais aussi de lui apprendre à transcoder un mot-nombre entendu en une collection-témoin de doigts. Son enfant est alors très tôt capable de montrer sur ses doigts à quoi correspond tel mot-nombre, et se montre d'ailleurs très enthousiaste pour apprendre les configurations correspondant à de nouveaux mots-nombres, alors qu'il rechigne à apprendre la suite conventionnelle de la comptine numérique. Quand il s'agit de dénombrer une collection, son enfant fait quelque chose d'inattendu : il répond en énonçant le mot-nombre, et déploie ses doigts un à un seulement après, aboutissant à la collection-témoin de doigts correspondante. Tout se passe comme si cette dernière était une finalité du comptage et non un de ses moyens. Cette utilisation des doigts a selon Brissiaud plusieurs utilités. D'abord, elle permet d'acquérir très vite l'usage cardinal du nombre. Ensuite, elle permet de comprendre l'usage ordinal : chaque doigt déployé correspond à un mot-nombre, de telle sorte qu'on se rapproche d'un système conventionnel. Enfin, la connaissance des configurations digitales a, selon lui, facilité l'apprentissage de la suite numérique.

En plus de favoriser les représentations numériques, les collections-témoins de doigts peuvent aider à la résolution d'opérations. Quand Brissiaud demande à son fils de résoudre des additions, il s'étonne de remarquer que ce dernier n'utilise pas ses doigts, malgré tout l'apprentissage dispensé. Toutefois, son fils ne résout pas aussi facilement toutes les additions, suggérant le recours à des représentations mentales de configurations digitales. En effet, il a plus de mal à résoudre l'addition « $7+3$ » que l'addition « $5+4$ », or les deux opérandes de la seconde opération, contrairement à ceux de la première, peuvent être représentés en même temps sur une main chacun, par des configurations digitales connues, et donnent un résultat correspondant lui aussi à une collection de doigts familière.

Brissiaud recommande donc ce système de quantification analogique qui de plus offre une modalité de codage multi-sensoriel (visuel et kinesthésique) et qui est organisé en collections-témoins emboîtées, avec la particularité de pouvoir utiliser les mains comme groupements privilégiés et de pouvoir compter par paquets de 5. En France, les élèves des écoles maternelles sont ainsi invités à travailler systématiquement, en complément du chiffre visuel arabe, les collections de doigts ainsi que les représentations de quantités sur un dé.

Ainsi, compter sur ses doigts permettrait non seulement de construire plus facilement les représentations du nombre mais aussi de les organiser en concepts et de les utiliser dans des procédures. Selon lui, « l'utilisation de ce système gestuel aide l'enfant à structurer le système verbal (les mots-nombres) en tant que système arithmétique » (Brissiaud, 1991, p. 86).

2.3. Doigts : un intermédiaire entre les compétences numériques préverbaux et les compétences numériques plus tardives ?

Le développement du nombre chez l'enfant ne fait pas l'objet d'un consensus (Fayol et Seron, 2005). Il est admis que les enfants possèdent, avant l'acquisition du langage, des compétences numériques très précoces et peut-être innées, qui servent à se représenter de manière non symbolique, mais très précise, de faibles quantités, et même de grandes quantités de manière approximative. Plus tard, avec l'apparition du langage, l'enfant apprend à compter et intègre d'abord des représentations numériques verbales, au début pas toujours très bien associées aux représentations analogiques, puis ensuite des représentations visuelles indo-arabes. Fayol et Seron s'interrogent alors sur l'existence et la nature du lien qui pourrait unir ces deux systèmes, l'un verbal et l'autre non.

Ce lien intermédiaire, appelé « missing link », pourrait être l'utilisation des doigts et des mains. En effet, alors que le langage n'est pas encore présent, ils permettent déjà de représenter de manière analogique des quantités, en utilisant la correspondance terme à terme alliant un doigt levé à chaque objet de la collection à dénombrer. Ils permettent aussi une représentation abstraite des quantités : trois doigts levés, au même titre que la représentation verbale correspondante, peuvent renvoyer à des collections différentes mais toujours de même quantité. Les doigts peuvent être levés dans un certain ordre, celui qu'observera la suite numérique. Leur facile maniabilité aide aussi à la réalisation d'additions et de soustractions. Enfin, ils interviennent probablement dans la compréhension du concept de base.

2.4. Compter sur ses doigts : utile mais non indispensable ?

Plusieurs auteurs se sont interrogés sur le rôle indispensable ou non des doigts dans le développement numérique de l'enfant. Nous avons vu précédemment que le fait de ne pas pouvoir compter sur les doigts n'avait pas empêché des enfants souffrant de troubles moteurs de construire des représentations numériques (Penner-Wilger et Anderson, 2008). Crollen, Seron et Noël ajoutent en 2011 que le comptage sur les doigts ne serait pas tout à fait inné et plutôt dépendant de l'imitation, puisque les enfants aveugles comptent moins spontanément sur leurs doigts que les enfants non aveugles. De plus, les

enfants s'appuieraient assez tôt sur les représentations auditivo-verbales, mieux utilisées et mieux comprises que les représentations digitales entre 2 et 5 ans (Nicoladis *et al.*, 2010 cités par Crollen *et al.*, 2011). Le système numérique symbolique ne serait donc selon eux pas ancré dans notre corps et compter sur les doigts ne serait pas indispensable à son développement. Cependant, ils reconnaissent l'utilité des doigts dans les tâches numériques complexes, où ils peuvent aider à alléger la mémoire de travail. Selon eux, compter sur les doigts n'est donc pas indispensable au développement des habiletés numériques et arithmétiques mais constitue un outil qui mérite d'être enseigné explicitement à l'école maternelle. En complément du pointage, il favorise la mise en place de la correspondance terme à terme et donc de la notion de permanence du nombre et facilite l'automatisation de la chaîne numérique.

2.5. Doigts comme substitut de la mémoire de travail

La mémoire de travail est un autre facteur prédictif des performances arithmétiques (De Smedt *et al.*, 2009). Cette étude montre que le calepin visuo-spatial prédit mieux, dans un premier temps (en G1, ce qui correspond au CP) les performances arithmétiques que la boucle phonologique. La tendance s'inverse plus tard, quand l'enfant rentre en G2 (CE1). Cela montre qu'au début de l'apprentissage numérique, l'enfant utilise des indices spatiaux, parmi lesquels, le comptage sur des objets réels et sur les doigts. Plus tard, l'enfant semble délaisser ces stratégies pour s'appuyer préférentiellement sur les représentations phonologiques des nombres.

L'étude de Andersson (2010), montre par ailleurs que le calepin visuo-spatial de la mémoire de travail présente des faiblesses chez les enfants ayant des difficultés en mathématiques et explique en partie les différences de résultats observés lors de tâches arithmétiques entre ce type d'enfants et des enfants tout-venant appariés.

Il semblerait que les doigts constituent un indice visuo-spatial, pouvant se substituer au calepin visuel et alléger la charge cognitive de la mémoire de travail. En effet, ils représentent une collection toujours disponible, sur laquelle un contrôle visuel est constamment possible, c'est-à-dire que toute information ne pouvant être mise en mémoire de travail, peut être « stockée » sur les doigts, réutilisée et modifiée, les doigts étant des entités discrètes manipulables.

3. Rôle des doigts à l'âge adulte

Le lien entre les doigts et les nombres a également été mis en évidence chez les adultes.

Lors d'une tâche d'identification numérique de configurations digitales, les enfants sont plus rapides lorsque les configurations sont conventionnelles, correspondant à leur manière habituelle de compter sur les doigts, que lorsqu'elles ne le sont pas (Noël, 2005). Selon Di Luca et Pesenti (2008), il en serait de même chez les adultes. En effet, lors d'une tâche d'identification numérique de configurations digitales, où il s'agit de dire à voix haute combien de doigts sont levés, les adultes répondent plus vite et commettent moins d'erreurs lorsque les configurations digitales sont conventionnelles. Lorsqu'il faut dans une seconde tâche comparer un numéral arabe présenté visuellement à un numéral

prédéterminé, l'amorçage subliminal de la représentation digitale conventionnelle correspondante facilite le traitement du nombre : le sujet commet alors moins d'erreurs et répond plus rapidement que lors de l'amorçage d'une représentation non conventionnelle. Les auteurs suggèrent donc que le traitement visuel, conscient ou non, d'une configuration digitale conventionnelle, active des représentations sémantiques des nombres présentes en mémoire à long terme, alors que les configurations non conventionnelles ne le font pas.

L'adulte dispose donc d'un autre moyen pour représenter les nombres : son système gestuel qui lui permet d'associer à chaque configuration digitale la représentation numérique correspondante, et réciproquement. Selon Domahs, Moeller, Huber, Willmes et Nuerk (2010), ces représentations digitales jouent encore un rôle à l'âge adulte, même lorsqu'il s'agit de réaliser une tâche qui ne les fait pas intervenir. En effet, ils trouvent des différences significatives entre les résultats de trois groupes soumis à une même tâche de comparaison de numéraux indo-arabes visuels. Or, les trois groupes diffèrent uniquement par leur manière de compter sur les doigts (allemands entendants, allemands sourds et signants, chinois entendants). Il semblerait donc que les représentations numériques et le traitement des nombres soient influencés par la manière dont on a appris à compter sur les doigts étant enfant.

Malgré les discussions sur l'importance ou non des doigts dans le développement numérique, nous avons vu que doigts et nombres étaient étroitement liés, d'une part au niveau cérébral et d'autre part au niveau neuropsychologique. Nous nous appuyons sur les études récentes non pas pour montrer que compter sur les doigts est indispensable à l'apprentissage numérique, mais en quoi cela peut y participer. Pour cela, nous supposons qu'un entraînement basé sur les manipulations digitales (représentations digitales en imitation, en compréhension et en production, gnosies digitales et activités tactiles) peut améliorer les performances arithmétiques d'enfants entre 4 et 6 ans. En regard des études citées précédemment, les tâches susceptibles d'être améliorées sont l'identification de représentations digitales, les opérations et le dénombrement.

Jouer à des jeux de société et compter sur ses doigts sont des activités ludiques pour des élèves d'école maternelle mais ne sont pas pour autant des activités anodines. En effet, comme d'autres jeux appréciés chez les jeunes enfants (jeu de catégorisation, jeu de marchande...), ces activités sont essentielles car elles participent à la mise en place de notions logico-mathématiques fondamentales : les enfants construisent le réel mais aussi l'abstraction à travers ces jeux. Nous voulons alors montrer qu'un entraînement ciblé sur un jeu de plateau et des manipulations digitales peut avoir un effet sur leurs performances arithmétiques. En effet, l'intérêt d'utiliser ses doigts pour développer des compétences arithmétiques ne fait pas encore l'objet d'études, et en ce qui concerne le jeu de plateau linéaire, nous voulons retrouver les résultats obtenus par Siegler et Ramani (2008, 2009), mais auprès d'enfants âgés entre 4 et 6 ans.

Chapitre II

PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES

Nous avons mené une étude longitudinale en évaluant l'effet de chaque entraînement lors de post-tests, après avoir mesuré les performances initiales des élèves lors d'un pré-test. Nous tenions à ce que chaque groupe expérimental suive ces deux entraînements. Nous avons donc constitué deux groupes expérimentaux, qui ont chacun suivi les deux entraînements mais à deux périodes différentes, séparées par un post-test. Le groupe expérimental LD a donc suivi l'entraînement au jeu linéaire (L) puis celui aux manipulations digitales (D) ; le groupe DL a d'abord suivi l'entraînement aux manipulations digitales (D) puis celui au jeu linéaire (L). Un troisième groupe, le groupe contrôle, n'a suivi aucun entraînement. L'intérêt du double entraînement croisé est de comparer à moyen terme les deux entraînements, et à long terme d'en observer l'effet combiné sur les performances aux différentes tâches, notamment les opérations (tâche susceptible, d'après la littérature, d'être améliorée par les deux entraînements).

I. Problématique

D'une part, un entraînement à un jeu de plateau linéaire, dont les cases sont de dimension identique, disposées linéairement et numérotées dans l'ordre, améliorerait la représentation mentale des nombres d'enfants de 4 à 5 ans et leur compréhension de l'arithmétique en général (Siegler et Ramani, 2008). D'autre part, les doigts semblent jouer un rôle essentiel dans le développement des compétences numériques. Fort de ce constat, nous avons élaboré un entraînement basé sur les habiletés digitales. C'est pourquoi nous proposons d'étudier l'influence de deux entraînements sur les performances arithmétiques d'enfants de 4 à 6 ans ; l'un basé sur des manipulations digitales, l'autre sur la pratique d'un jeu linéaire.

Nous comparerons d'une part les performances aux différentes tâches numériques, directement liées aux entraînements (estimation linéaire et identification de représentations digitales) mais aussi y étant indirectement concernées (dénombrement, comparaisons, opérations). D'autre part, nous analyserons l'évolution des résultats à court, moyen et long terme.

II. Hypothèse générale

Un groupe d'enfants de 4 à 6 ans, qui aura suivi des entraînements basés sur l'utilisation des doigts et sur la pratique d'un jeu de plateau numéroté et linéaire, améliorera davantage ses scores à des tâches numériques et arithmétiques, qu'un groupe contrôle qui n'aura pas bénéficié de ces entraînements.

III. Hypothèse opérationnelle n°1

Les groupes LD et DL, qui auront bénéficié de deux entraînements, augmenteront significativement leurs scores entre le pré-test et le dernier post-test, par rapport au groupe contrôle.

IV. Hypothèse opérationnelle n°2

Les enfants ayant suivi un entraînement basé sur la pratique d'un jeu numéroté et linéaire augmenteront leurs scores à l'épreuve d'estimation d'un nombre sur une ligne, de manière significative par rapport aux enfants qui n'en auront pas bénéficié.

a) Les enfants du groupe expérimental LD, qui auront bénéficié de l'entraînement basé sur la pratique d'un jeu linéaire entre le pré-test et le post-test 1, augmenteront leurs scores à l'épreuve d'estimation d'un nombre sur une ligne lors du post test 1. Cette progression lors du post-test 1 se fera de manière significative par rapport aux scores observés par le groupe expérimental LD et par rapport aux scores observés par le groupe contrôle, qui n'auront pas suivi cet entraînement.

b) Les enfants du groupe expérimental DL, qui auront bénéficié de ce même entraînement entre le post-test 1 et le post-test 2, augmenteront leurs scores à l'épreuve d'estimation d'un nombre sur une ligne lors du post-test 2. Cette progression se fera de manière significative par rapport aux scores observés pour le même groupe et pour le groupe contrôle lors du post-test 1, et par rapport aux scores observés pour le groupe expérimental LD et pour le groupe contrôle, lors du post-test 2.

V. Hypothèse opérationnelle n°3

Les enfants ayant suivi un entraînement basé sur les manipulations digitales augmenteront leurs scores à l'épreuve d'identification de représentations digitales, et ce de manière significative par rapport aux enfants qui n'en auront pas bénéficié.

a) Les enfants du groupe expérimental DL, qui auront bénéficié de l'entraînement basé sur les manipulations digitales entre le pré-test et le post-test 1, augmenteront leurs scores à l'épreuve d'identification de représentations digitales lors du post-test 1. Cette progression lors du post-test 1 se fera de manière significative par rapport aux scores observés chez le groupe expérimental LD et par rapport aux scores observés pour le groupe contrôle, qui n'auront pas suivi cet entraînement.

b) Les enfants du groupe expérimental LD, qui auront bénéficié de ce même entraînement entre le post-test 1 et le post-test 2, augmenteront leurs scores à l'épreuve d'identification de représentations digitales lors du post-test 2. Cette progression se fera de manière significative par rapport aux scores observés chez le même groupe entre le pré-test et le post-test 1, et par rapport aux scores observés pour le groupe expérimental DL et le groupe contrôle, lors du post-test 2.

VI. Hypothèse opérationnelle n°4

Entre le post-test 2 et le post-test 3, les groupes expérimentaux et le groupe contrôle conserveront leur écart : au post-test 3, les groupes expérimentaux augmenteront ou stabiliseront leurs scores tandis que ceux du groupe contrôle stagneront ou diminueront.

Chapitre III

PARTIE EXPERIMENTALE

I. Méthode expérimentale et population

Afin de vérifier nos hypothèses, nous avons conduit une étude longitudinale de onze mois auprès d'enfants scolarisés en moyenne et grande section de maternelle et âgés de 62,13 mois en moyenne. Ces enfants étaient répartis en trois groupes : un groupe contrôle, qui ne suivait aucun entraînement, et deux groupes expérimentaux, qui bénéficiaient des mêmes entraînements, mais de façon croisée. L'intérêt de ce double entraînement croisé était d'éliminer la part de hasard, les biais dus aux conditions de passation et à la spécificité propre à chaque groupe. Le groupe expérimental DL a donc suivi l'entraînement aux manipulations digitales avant de suivre celui du jeu linéaire ; le groupe LD a d'abord suivi l'entraînement au jeu linéaire puis celui aux manipulations digitales. Avant la période d'entraînement, nous avons évalué les performances des enfants lors d'un pré-test. Puis les enseignants ont dispensé durant six semaines un entraînement aux groupes expérimentaux. Après cette première phase d'entraînements, nous avons de nouveau évalué les performances des enfants lors du post-test 1. Ces épreuves ont été suivies d'une seconde phase d'entraînements à la suite de laquelle nous avons à nouveau évalué les performances des enfants lors du post-test 2. Quatre mois après le post-test 2, période durant laquelle plus aucun entraînement n'était donné, nous avons fait passer un troisième et dernier post-test. Voici un tableau récapitulant le déroulement de notre étude longitudinale :

tableau 1. Calendrier expérimental

	Décembre 2010	Février/Mars 2011	Avril 2011	Avril/Mai 2011	Juin 2011	Octobre 2011
Groupe DL	Pré-test	manipulations digitales	Post-test 1	jeu linéaire	Post-test 2	Post-test 3
Groupe LD		jeu linéaire		manipulations digitales		
Groupe contrôle		Pas d'entraînement		Pas d'entraînement		

Nous avions initialement prévu d'arrêter l'étude au post-test 2. Cependant, au vu des résultats obtenus lors de ce test, nous avons jugé intéressant de poursuivre avec un troisième et dernier post-test qui nous permettait d'évaluer la pérennité des résultats. Pour cette raison, nous avons choisi d'analyser les données en deux temps et de constituer deux échantillons : l'échantillon initial, évalué jusqu'au deuxième post-test, comportait 63 enfants ; l'échantillon final, évalué jusqu'au troisième post-test, était réduit à 56 enfants principalement à cause des changements d'école survenus lors du passage à l'école primaire. Les enfants, scolarisés initialement en grande section de maternelle se trouvaient, lors de ce post-test 3, en primaire (en CP pour la majorité d'entre eux).

Afin de constituer notre échantillon initial, nous avons prospecté auprès de plusieurs écoles maternelles dans la région grenobloise. Nous cherchions trois classes de grande section pour constituer les trois groupes. Les deux groupes expérimentaux de

notre étude furent constitués par deux classes appartenant à la même école, la classe constituant le groupe contrôle faisait partie d'une autre école. Il s'agissait de trois classes à double niveau, avec une majorité d'élèves de grande section et quelques élèves de moyenne section. Les familles fréquentant ces écoles étaient, dans les deux cas, issues de catégories socioprofessionnelles diversifiées.

- Critères d'inclusion

L'enfant devait être en moyenne ou grande section de maternelle lors du pré-test. Il devait fréquenter régulièrement l'école de manière à suivre l'enseignement général et, pour les groupes expérimentaux, les entraînements.

- Critères d'exclusion

Après la passation du pré-test, nous avons exclu de notre échantillon les enfants pour lesquels la réalisation des épreuves dans leur intégralité avait été empêchée par des difficultés attentionnelles, ou lorsque les consignes ne pouvaient pas être comprises ou exécutées. A titre qualitatif, nous avons testé le niveau de développement des enfants (épreuves de copie de figures géométriques et du dessin du bonhomme) pour le mettre en lien avec les compétences numériques et arithmétiques mais nous n'en avons pas fait un critère d'exclusion.

Nous avons également dû exclure de notre échantillon les enfants qui ont déménagé pendant l'année scolaire, ceux qui étaient absents sur une période de tests et/ou d'entraînements, ainsi que ceux dont les parents n'avaient pas donné leur accord pour les tests.

Au moment du pré-test, le plus jeune enfant de notre échantillon initial avait 49 mois (4 ans et 1 mois), le plus âgé avait 70 mois (5 ans et 10 mois) ; la moyenne d'âge était de 62,13 mois (5 ans et 2 mois). Voici un tableau récapitulatif :

tableau 2. Répartition en âge et en sexe de l'échantillon initial

Echantillon initial	Effectif	Age (mois)			Sexe			
		moyenne	+	-	Filles		Garçons	
Groupe DL	22	62,59	69	57	9	40,9 %	13	59,1 %
Groupe LD	21	60,95	70	49	10	47,62 %	11	52,38 %
Groupe contrôle	20	62,48	70	55	10	50 %	10	50 %
Echantillon	63	62,13	70	49	29	46,17 %	34	53,83 %

Lors du post-test 3, en octobre 2011, nous avons pu tester de nouveau 56 enfants, soit 88,9 % de l'échantillon initial. Ils étaient alors scolarisés en grande section de

maternelle, en CP ou en CE1, toujours dans la région grenobloise. Voici un tableau récapitulatif de notre échantillon final :

tableau 3. Répartition en âge et en sexe de l'échantillon final

Echantillon final	Effectif	Age (en mois, au moment du pré-test)			Sexe			
		moyenne	+	-	Filles		Garçons	
Groupe DL	19	62,84	69	57	7	36,8%	12	63,2%
Groupe LD	19	60,95	70	49	10	52,6%	9	47,4%
Groupe contrôle	18	62,44	70	55	8	44,4%	10	55,6%
Echantillon	56	62,08	70	49	25	44,6%	31	55,4%

II. Matériel

Pour chaque enfant et pour chaque test, nous avons constitué un feuillet comprenant des épreuves créées par nous-mêmes ou inspirées et reprises d'études antérieures.

Nous avons appelé « épreuves directement concernées par les entraînements » celles d'identification de représentations digitales et d'estimation linéaire ; dénombrement, comparaisons et opérations étaient appelées « épreuves indirectement concernées par les entraînements ».

L'intégralité des épreuves proposées lors des tests figurent en annexe.

1. Epreuves directement concernées par les entraînements

1.1. Estimation linéaire

Nous avons repris l'épreuve d'estimation linéaire d'un nombre sur une ligne de l'étude de Siegler et Ramani (2008). Nous nous en sommes inspirées pour en créer une seconde dans laquelle la position du nombre sur la ligne était donnée et où l'enfant n'avait plus à estimer la position du nombre mais ce nombre lui-même. Cette épreuve comprend dix items au total.

Exercice 1 : estimation de la position d'un nombre sur une ligne. L'enfant doit faire un trait sur une ligne de 25 cm de long avec « 0 » inscrit au-dessus de l'extrémité gauche et « 10 » inscrit au-dessus de l'extrémité droite, à l'endroit où il pense que se situe le nombre qui lui est donné dans le cercle en haut de la feuille. Les 5 items proposés sont : 5 ; 2 ; 6 ; 3 ; 9. Chaque item est présenté sur une page différente pour que les enfants ne s'aident que du 0 et du 10 pour placer le nombre.

Exercice 2 : estimation du nombre correspondant au trait effectué sur la ligne. Dans cette épreuve, il y a également une ligne de 25 cm avec « 0 » inscrit au-dessus de l'extrémité gauche et « 10 » inscrit au-dessus de l'extrémité droite mais le trait sur la

ligne est déjà tracé : l'enfant doit alors deviner à quel nombre il correspond et inscrire sa réponse dans le cercle situé en haut de la feuille. Les items proposés sont les mêmes, dans un ordre différent : 9 ; 5 ; 3 ; 2 ; 6.

1.2. Identification de représentations digitales

Nous nous sommes inspirées de l'étude de Noël (2005) pour tester la capacité des enfants à identifier des collections de doigts. Lorsque ces représentations correspondent à la manière propre à notre culture de compter sur ses doigts, elles sont dites conventionnelles. Cette épreuve contient douze items :

- six représentations digitales à relier au chiffre indo-arabe correspondant (parmi trois possibilités), dont trois conventionnelles (C) et trois non conventionnelles (NC). Les propositions sont constituées de chiffres proches pour que la tâche ne soit pas trop facile et pour éviter un plafonnement des résultats.

- six paires de représentations digitales à retrouver en reliant chaque représentation non conventionnelle (colonne de droite) à la représentation conventionnelle correspondante (colonne de gauche). Ces configurations représentent les chiffres suivants : 3 ; 7 ; 9 ; 8 ; 3 ; 5.

2. Epreuves indirectement concernées par les entraînements

2.1. Comparaisons

Cette épreuve consiste à évaluer la capacité des enfants à juger de la grandeur relative des quantités et nous nous sommes inspirées des travaux de Noël (2005) pour la réaliser. Deux tâches sont proposées : comparaisons de numéraux indo-arabes et comparaisons de collections.

- numéraux indo-arabes : une série de huit paires de « cartes » est proposée. Un chiffre entre 1 et 9 est représenté sur chaque carte. La moitié des items correspondent à de petites quantités (1 à 5), l'autre moitié à de grandes quantités (5 à 9). La moitié des paires sont proches numériquement (différence de 1, ex : « 4 » et « 3 »), les autres sont éloignées (différence de 3 ou 4, ex : « 5 » et « 8 »). Quatre paires correspondent à des associations non congruentes (NC) : le plus petit chiffre est alors représenté dans une police plus grande que le plus grand chiffre ; les quatre autres paires correspondent à des associations congruentes (C), la police des deux nombres restant la même. Deux mêmes paires sont présentées deux fois dans les deux ordres de présentation, ce qui fait huit items au total. Les items proposés sont les suivants : 1/5 (C) ; 4/3 (C) ; 7/ 6 (NC) ; 5/8 (NC) ; 5/1 (NC) ; 3/4 (NC) ; 6/ 7 (C) ; 8/5 (C).

- collections : Il s'agit de la même épreuve que celle des comparaisons de numéraux indo-arabes sauf que les cartes sont remplacées par des coccinelles et les quantités sont représentées par des points sur leur dos. La congruence est marquée par la taille des points : les items sont congruents quand la taille des points est identique sur les deux coccinelles quel que soit le nombre de points. A l'inverse, les items sont non congruents

lorsqu'une coccinelle (celle ayant moins de points) comporte des points beaucoup plus gros que l'autre. Il s'agit des mêmes items que ceux proposés pour les numéraux indo-arabes.

2.2. Dénombrement

Cette épreuve contient quatre tâches comprenant chacune deux items, soit huit items au total.

L'exercice 1 consiste à relier un numéral arabe présenté dans un carré à une des trois collections situées à côté, dans des cercles. Les items évalués sont le nombre 11 (à relier à une des trois collections rapprochées : 10-12-11) et le chiffre 8 (à relier à une des trois collections éloignées : 6-8-13).

L'exercice 2 consiste à relier une collection à un des trois numéraux arabes proposés. Les sujets doivent dénombrer une collection de 14 lapins (à relier à un des trois numéraux arabes proposés et éloignés : 14-6-11) et une autre de 7 lapins (à relier à un des trois numéraux arabes proches : 6-8-7).

L'exercice 3 consiste à relier une collection à une autre collection. Il s'agit de dénombrer une collection de 9 lapins, les trois propositions étant des collections de carottes : 10-9-8 (collections proches) ; ainsi qu'une collection de 12 lapins, à relier à la collection de carottes correspondante, parmi les propositions éloignées : 12-9-6.

L'exercice 4 consiste à dénombrer une collection et à transcrire le nombre correspondant dans le carré situé à côté de la collection, les collections proposées comportent 13 et 6 lapins.

2.3. Opérations

L'exercice consiste à faire réaliser aux enfants des opérations mentales, sans utiliser les numéraux : l'enfant voit uniquement le déroulement des opérations mais le résultat lui est caché. Nous nous servons d'une boîte et de jetons que nous allons ajouter ou enlever à l'intérieur de cette boîte. Cette épreuve comprend six items : trois additions (1+1, 1+4, 2+2) et trois soustractions (2-1, 3-2, 5-1). L'enfant doit alors dessiner le résultat. Pour ce faire, nous avons créé un tableau de 6 cases sur une page du feuillet (soit 2 colonnes et 3 lignes). A l'issue de chaque transformation, nous désignons aux enfants la case où ils doivent dessiner le ou les jetons présent (s) dans la boîte.

3. Epreuves de niveau de développement (seulement pour le pré-test)

Lors du pré-test, nous avons demandé aux enfants de copier quatre figures géométriques d'après un modèle (rond, carré, triangle, losange) et de dessiner un bonhomme. Cette tâche avait pour objectif d'évaluer de manière qualitative le niveau de

développement de chaque enfant, et pour certains, d'expliquer leurs résultats. La cotation utilisée était celle d'EVALO 2-6.

4. Entraînements

4.1. Entraînement au jeu de plateau linéaire

Les enfants disposent d'une planche de jeu que nous avons créée en adaptant celle utilisée par Siegler et Ramani (2009). Nous avons choisi d'adapter ce jeu de plateau suite à une discussion que nous avons eue avec les professeurs des écoles. En effet, nous avons complexifié le matériel afin de rendre l'entraînement le moins ennuyeux possible car les enfants étaient déjà habitués à jouer à des jeux de plateau plus complexes.

Le plateau est constitué de deux bandes horizontales comprenant dix cases de dimensions identiques et numérotées de 1 à 10. Les deux bandes sont disposées les unes au-dessus des autres. Une case « départ » précède la première bande et une case « arrivée » suit la seconde. La case n°10 de la première bande mène à la suivante grâce à un toboggan. Ce toboggan conduit à une case ronde qui précède la seconde bande et qui fait office de nouveau départ.

4.2. Entraînement aux manipulations digitales liées aux représentations numériques

Cet entraînement repose sur le maniement des doigts, lié ou non à la représentation de nombres. Il est constitué de trois exercices :

- représentations numériques avec les doigts
- reconnaissance et discrimination digitale
- entraînement perceptivo-tactile.

Il ne nécessite pas de matériel spécifique, sauf pour l'entraînement perceptivo-tactile où il s'agit de reconnaître par le sens du toucher des objets dont le choix est laissé libre aux professeurs des écoles. Il s'agit d'objets appartenant au quotidien de l'enfant comme des crayons, des gommes, des lego, etc.

III. Procédure

1. Epreuves

Nous avons pris en charge les enfants par groupes de 4 à 6 élèves (correspondant à leurs groupes de travail habituels), dans une pièce isolée, pour une durée variable, de 45 minutes à une heure. Chaque enfant recevait un feuillet au format A4 contenant toutes les épreuves à réaliser. Pour chaque épreuve, nous donnions une consigne collective en

montrant le modèle, puis nous passions voir chaque enfant et réexpliquions la consigne si nécessaire.

Nous avons choisi de recueillir les réponses de manière écrite afin de pouvoir tester les enfants de manière collective. Cependant, les élèves de moyenne section et de grande section ne sachant pas toujours écrire les nombres, nous avons recueilli leurs réponses orales quand cela était nécessaire, notamment pour les épreuves de dénombrement de collections et d'estimation linéaire, dans lesquelles l'objectif n'était pas d'évaluer leur capacité à transcrire les nombres mais respectivement, leurs capacités de dénombrement et celles d'estimation de la position d'un nombre sur une ligne numérique.

Chaque épreuve était limitée par un temps défini arbitrairement, au terme duquel nous demandions aux enfants de passer à l'épreuve suivante. L'ensemble du test était noté sur 52 points.

Ces épreuves étaient présentées dans l'ordre suivant:

- identification de représentations digitales
- dénombrement
- comparaisons de nombres
- opérations
- comparaisons de quantités
- estimation linéaire
- copie de figures géométriques et dessin du bonhomme (seulement pour le pré-test).

Les items des épreuves étaient identiques pour le pré-test et pour les post-tests. Le choix, la présentation et l'ordre des épreuves ont également été déterminés en fonction de l'objectif suivant : susciter et maintenir l'attention des enfants pendant toute l'épreuve. Ainsi dans la mesure du possible nous avons privilégié des thèmes évocateurs pour eux (coccinelles, lapins et carottes) ; nous avons également essayé d'alterner le type et la difficulté des exercices quand cela était possible (opérations entre les deux types de comparaisons numériques par exemple).

Entre les quatre tests, seul l'ordre de présentation des items à l'intérieur de chaque sous-épreuve a été modifié.

1.1. Epreuves directement concernées par les entraînements

1.1.1. Estimation linéaire (10 points, 10 minutes)

Dans cette épreuve comprenant deux tâches, deux types de cotation successifs ont été utilisés.

Nous avons d'abord opté pour une cotation qui permettait de regrouper ces deux tâches et d'avoir un score global à l'épreuve d'estimation linéaire. Nous avons choisi de

différencier légèrement le système de cotation entre les deux épreuves car dans la première épreuve l'enfant peut plus facilement avoir des points. En effet, sa réponse est plus cadrée dans cette épreuve (il ne peut pas mettre un trait en dehors de la ligne). Dans la deuxième tâche, au contraire, il y a une infinité de réponses possibles, ce qui diminue la part de chance en cas de bonne réponse. Pour cette raison, nous avons souhaité que la cotation de la première épreuve soit plus fine, plus sensible.

Pour le premier exercice, nous donnions la consigne suivante (où N représente un chiffre entre 1 et 9) : « Si sur cette ligne, zéro est ici et dix est là, où est-ce que vous mettriez N ? Faites un trait sur la ligne, là où vous pensez qu'il faut mettre N ». Pour évaluer les enfants, nous mesurons l'écart entre la position estimée et la position cible. Dans cette tâche, nous avons voulu différencier les différents types de réponses (estimation correcte et très précise, démarche correcte mais estimation moins précise, respect du cadre de l'estimation linéaire mais absence de stratégie, non-respect du cadre proposé) pour éviter une cotation de type binaire (bonne réponse/mauvaise réponse), moins sensible. La réponse des enfants était évaluée de la façon suivante :

- 1 point si l'écart entre la position estimée et la position cible est inférieur à 15 mm
- 0,80 points si l'écart se situe entre 15 mm et 30 mm
- 0,60 points si l'écart se situe entre 30 et 45 mm
- 0,40 points si l'écart se situe entre 45 et 60 mm
- 0,20 points si l'écart se situe entre 60 et 75 mm
- 0 point si l'écart est supérieur à 75 mm, s'il y a absence de trait, où s'il y a plusieurs traits.

Pour le second exercice, nous donnions cette consigne : « Si sur cette ligne, zéro est ici et dix est là, à quel nombre pourrait correspondre le trait qui a été tracé ici ? Quand vous avez trouvé ce nombre, vous pouvez l'écrire dans le rond en haut de la feuille ». La réponse des enfants était évaluée de la façon suivante :

- 1 point si le nombre est exact
- 0,75 points si le nombre donné présente un écart positif ou négatif de 1 par rapport au nombre cible (0 et 10 ne sont pas des réponses acceptées)
- 0,50 points si le nombre donné présente un écart positif ou négatif de 2 ou 3 par rapport au nombre cible (0 et 10 ne sont pas des réponses acceptées)
- 0,25 points si le nombre donné présente un écart positif ou négatif supérieur à 4 par rapport au nombre cible (0 et 10 ne sont pas des réponses acceptées)
- 0 point si le nombre donné présente un écart positif et négatif supérieur à 4 par rapport au nombre cible, ou si le nombre donné est 0, 10 ou supérieur à 10.

Cette cotation permettait ici aussi de différencier les différents types de réponses (estimation correcte et très précise, démarche correcte mais estimation moins précise, respect du cadre de l'estimation linéaire mais absence de stratégie, non-respect du cadre proposé).

Pour les deux sous-épreuves, nous avons ensuite utilisé une seconde cotation qui prenait en compte l'amplitude des écarts entre la réponse de l'enfant et la réponse cible. Pour la première tâche, le calcul de l'écart se faisait en mm : les performances de l'enfant

sont d'autant plus élevées que l'écart est faible. Dans la seconde tâche, nous avons également retenu l'écart (en points) entre la réponse de l'enfant et la réponse cible : à nouveau, les performances de l'enfant sont d'autant plus élevées que l'écart est faible.

1.1.2. Identification de représentations digitales (12 points, 8 minutes)

La consigne pour les six premiers items était la suivante : « Ici, vous avez une photo qui représente des doigts levés. A côté, il y a trois nombres qui sont écrits. Il faut trouver combien il y a de doigts levés, et relier la photo au bon nombre ». Nous accordions un point par bonne réponse.

Pour les paires, la consigne était celle-ci : « Ici, vous avez des photos de doigts de chaque côté de la page. Il faut trouver les photos qui vont ensemble, c'est-à-dire relier celles où il y a pareil de doigts levés ». Nous accordions un point par paire identifiée.

1.2. Epreuves indirectement concernées par les entraînements

1.2.1. Comparaisons (16 points, 8 minutes)

Comme les deux épreuves (comparaisons de numéraux indo-arabes et comparaisons de collections) comprenaient les mêmes items, nous les avons séparées par celle des opérations.

Pour la première, nous donnions la consigne suivante : « Vous devez regarder les deux cartes qui sont à côté et vous entourez celle qui a le nombre qui représente la plus grande quantité, c'est-à-dire celle où il y en a le plus ».

Nous accordions un point par réponse correcte.

Pour la seconde, la consigne était la suivante : « A chaque fois, vous regardez les deux coccinelles et vous coloriez la tête de celle qui a le plus de points sur son dos ». Un point était accordé par réponse correcte.

1.2.2. Dénombrement (8 points, 10 minutes)

La consigne pour le premier exercice était la suivante : « Dans les trois cercles, il y a des lapins. A côté il y a un nombre. Il faut trouver dans quel cercle, il y a ce nombre de lapins. Quand vous avez trouvé, vous reliez le carré au cercle de lapins ».

La consigne pour le second exercice était la suivante : « Là c'est pareil, il y a un cercle avec des lapins, et à côté il y a trois nombres. Il faut trouver le nombre de lapins, et relier le bon nombre, parmi les trois, au cercle de lapins ».

La consigne concernant le troisième exercice était celle-ci : « Là, on a un cercle avec des lapins, et là il y a trois cercles avec des carottes. Il faut que chaque lapin ait une carotte à manger, pas plus et pas moins. Vous devez donc trouver le cercle de carottes où

il y a exactement pareil de carottes qu'il y a de lapins dans le cercle à côté. Il faut relier le cercle de carottes au cercle de lapins ».

La consigne du quatrième exercice était la suivante : « Vous comptez combien il y a de lapins et vous écrivez ce nombre dans le carré à côté ».

Nous accordions un point par réponse correcte.

1.2.3. Opérations (6 points, 10 minutes)

Nous ne prévenions pas les enfants qu'ils allaient résoudre des opérations, les termes « addition » et « soustraction » n'étaient pas utilisés.

Nous leur proposons un exemple avant la première opération. Nous mettions un jeton dans la boîte en commentant notre action : « Regardez combien de jetons je mets dans la boîte ». Puis nous leur demandions de nous dire combien ils pourraient dessiner de jetons, en leur cachant l'intérieur de la boîte. Ensuite, nous leur montrions l'intérieur de la boîte pour confirmer leur réponse.

Pour les items, nous mettions un ou plusieurs jeton(s) dans la boîte en commentant notre action : « Regardez combien de jetons je mets dans la boîte ». L'intérieur de la boîte n'était alors plus visible pour les enfants. Ensuite nous disions « maintenant, regardez ce que je fais » avant de rajouter (pour les additions) ou d'enlever (pour les soustractions) un ou plusieurs jetons, toujours en cachant l'intérieur qui contenait déjà le premier jeton. Nous refermions la boîte en disant « maintenant, vous dessinez dans cette case (en montrant l'emplacement sur le feuillet) ce que vous pensez qu'il y a dans la boîte ».

Un point était noté par réponse correcte.

2. Entraînements

Les entraînements ont été réalisés par les enseignants et se sont étendus sur une durée de six semaines chacun : 5 à 10 minutes quotidiennes concernant l'entraînement aux manipulations digitales et neuf séances de 20 minutes pour l'entraînement au jeu linéaire. Cela correspond à une durée effective de trois heures par enfant et par entraînement. Cette organisation a fait suite aux discussions que nous avons eues avec les enseignantes et a répondu à leurs contraintes logistiques. En effet, les manipulations digitales ont pu facilement s'intégrer dans un rituel quotidien et ne demandaient pas une organisation particulière de la classe. En revanche, les entraînements au jeu linéaire, qui se déroulaient en petits groupes, nécessitaient des temps d'activités particuliers, banalisés. C'est pourquoi, ils étaient moins fréquents, mais plus longs, et correspondaient dans la durée au protocole de Siegler et Ramani (2008).

Nous avons détaillé les deux procédures aux enseignants avant chaque période d'entraînement, et nous nous sommes tenues au courant auprès d'elles du déroulement des activités.

2.1. Entraînement au jeu de plateau linéaire

Les élèves jouaient par groupes de six : un jeton faisait office de dé à deux possibilités (1 et 2) et chaque enfant disposait d'un pion.

L'enseignant supervisait la séance. Deux groupes de six enfants jouaient à chaque séance, chacun était accompagné d'un adulte, institutrice ou ATSEM (Agent Territorial Spécialisé des Ecoles Maternelles). Les règles du jeu étaient les suivantes :

Les enfants jouent individuellement, affrontant les cinq autres enfants du groupe.

Les enfants jouent chacun leur tour, en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Les enfants placent leur pion sur la case « départ », le plus petit en taille commence.

L'enfant lance le dé et déplace son pion sur le nombre de cases indiqué. A chaque fois que l'enfant parcourt une case, il doit énoncer verbalement le chiffre qui y est inscrit. Par exemple, si le pion est sur la case 6 et que l'enfant a fait un « 2 », il déplace son pion en récitant « 7, 8 », inscrivant ainsi la chaîne numérique dans un principe d'itération.

Le but du jeu est d'arriver le premier sur la case « arrivée ».

Quand une case « 10 » est atteinte, le pion glisse automatiquement sur le toboggan et rejoint la case cercle (case départ de la ligne suivante). Si un joueur est sur la case « 9 » et fait 2, il parcourt la case 10, glisse sur le toboggan et s'arrête sur la case cercle.

Quand tous les enfants ont atteint la case « arrivée », ils recommencent une partie jusqu'à ce que la séance soit terminée. Chaque séance permet de faire de deux à trois parties en moyenne par enfant (c'est-à-dire parcourir entre 4 et 6 lignes numériques).

2.2. Entraînement aux manipulations digitales liées aux représentations numériques

L'entraînement s'effectuait sous l'égide de l'enseignant, de manière collective et ritualisée puisqu'il se déroulait chaque matin. Il était composé de trois exercices que nous avons voulu inclure dans chaque séance, afin que chaque activité soit entraînée le plus longtemps possible. La difficulté des exercices augmentait avec l'avancée de l'entraînement, afin d'éviter que les enfants ne se lassent.

Nous avons créé nous-mêmes le protocole concernant le premier et le troisième exercice. Le second exercice a été adapté de l'étude de Noël (2005).

2.2.1. Représentations numériques avec les doigts

Nous proposons cinq types d'exercices pour cette activité, qui ne peuvent être tous réalisés au sein de la même séance mais qui peuvent être proposés de façon graduelle au cours de l'entraînement.

1. L'enseignant est face aux élèves, et leur demande d'imiter ce qu'il fait avec les doigts. Les nombres ne sont pas associés. Il peut leur proposer d'abord une série de 10 représentations non conventionnelles, puis une série de 10 représentations conventionnelles.
2. L'enseignant reprend la même procédure que précédemment en associant des nombres aux représentations (ex : «faites 4 comme moi »)
3. Les enfants, avec l'aide de l'enseignant, comptent jusqu'à 10 en associant chaque nombre à la représentation digitale correspondante.
4. L'enseignant réalise une série de 10 représentations conventionnelles et une série de 10 représentations non conventionnelles. Les enfants doivent dire pour chaque représentation à quel nombre elle correspond. L'enseignant interroge les élèves de manière individuelle, mais sachant qu'ils ne peuvent pas tous participer dans la même séance, il le fait également de manière collective. En cas d'erreur, un feed-back correctif est proposé.
5. L'enseignant demande aux enfants de représenter les numéraux arabes avec leurs doigts. Ils doivent effectuer 20 représentations, soit les 10 nombres à représenter deux fois, dans un ordre aléatoire. En cas d'erreur, l'enseignant invite l'enfant à compter ses doigts et à se corriger, avant de donner un feed-back correctif.

2.2.2. Reconnaissance et discrimination digitale

L'enseignant explique que les enfants vont jouer à un jeu dans lequel ils devront deviner, les yeux fermés, quels doigts auront été touchés par la maîtresse pour commencer, puis par un camarade pour les enfants les plus autonomes. Pour cela, ils auront attribué un chiffre à chaque doigt.

L'enseignant fait venir un élève devant le reste de la classe et lui donne les consignes suivantes :

« Mets ta main (prendre la main dominante de l'enfant) bien à plat sur la table »

« Je vais toucher un de tes doigts. Tu ne verras pas mais tu vas sentir que je touche tes doigts, voilà comme ça, tu sens (toucher l'index de la main dominante sans cache ni yeux bandés). Après tu me diras quel doigt j'ai touché, tu me diras 1 pour celui là (en montrant le pouce), 2 pour celui là (en montrant l'index) etc. »

L'enseignant fait un essai, l'enfant a les yeux fermés.

« Je touche un doigt (le même doigt - index). Tu ne vois pas mais tu sens où je touche. »

L'enfant rouvre les yeux. « Dis-moi le numéro du doigt touché. »

Si la réponse est correcte, commencer l'entraînement. Sinon, demander de montrer le doigt touché avec l'autre main. Si l'erreur vient du chiffre, réexpliquer les numéros des doigts.

Si l'enfant réussit facilement cet entraînement au toucher unique, l'enseignant ou un autre enfant peut proposer ensuite deux touchers successifs. Le déroulement est identique sauf que deux doigts sont successivement touchés. L'enfant doit alors donner les numéros des deux doigts touchés, ou par défaut, montrer les doigts touchés avec l'autre main.

2.2.3. Entraînement perceptivo-tactile

L'enseignant appelle les enfants un à un. Il s'agit de reconnaître, les yeux fermés, un objet que la personne en face (institutrice ou camarade) lui met dans la main. Il peut s'agir d'objets courants d'une classe de maternelle (crayon, ciseaux, gomme, pièce de puzzle, jouet de dinette) ou d'objets moins courants. Le feed-back est donné de manière visuelle, en montrant à l'enfant l'objet qu'il vient de toucher.

Nous avons fourni aux professeurs une fiche détaillant le protocole de cet entraînement ; les enseignants se sont également approprié les exercices en fonction des réactions des enfants et de la difficulté des tâches.

Chapitre IV

PRESENTATION DES RESULTATS

Le but des analyses qui vont suivre est d'évaluer la progression des scores des trois groupes, de comparer leurs différences et de juger de leur significativité. Nous rappelons que notre objectif principal est de montrer un effet des entraînements sur :

- les performances globales,
- les performances aux tâches directement concernées par les entraînements
- et également le cas échéant, sur les tâches indirectement concernées.

L'analyse de nos résultats a été effectuée en plusieurs étapes :

Premièrement, nous avons comparé les performances globales des trois groupes lors du pré-test et des deux premiers post-tests.

Ensuite, nous avons étudié les modifications de performances au cours des trois post-tests : les hypothèses principales étaient que lors du post-test 1, le groupe DL devait progresser aux épreuves digitales (DIGIT) et le groupe LD à celles d'évaluations linéaires (ESTLIN), ces progressions étant évaluées par comparaison, d'une part, avec le groupe C et, d'autre part, avec les performances au pré-test ; des effets portant sur les épreuves de dénombrement (DEN), de comparaisons (COMP) et d'opérations (OPÉ) étaient également envisageables. Au post-test 2, les deux groupes DL et LD devaient avoir progressé aux épreuves digitales (DIGIT) et d'estimation linéaire (ESTLIN), et éventuellement aux autres épreuves. Le post-test 3, différé dans le temps de quatre mois, était destiné à évaluer la stabilité des acquisitions et leur éventuelle généralisation aux autres épreuves.

Enfin, nous avons cherché à étayer l'analyse statistique en établissant des profils de progression.

I. Analyse des performances globales

Notre hypothèse principale est que les entraînements (L et D) induiront une amélioration générale des performances en mathématiques par comparaison avec le groupe contrôle. Pour tester cette hypothèse en ce qui concerne les performances globales, nous avons calculé deux indices : d'une part, une performance globale (PG) en sommant les performances collectées à toutes les épreuves ; d'autre part, un indicateur de progrès en soustrayant la performance globale du pré-test de celle du post-test 1 puis du post-test 2. Chacun de ces indices a été soumis à une analyse de variance (ANOVA) à deux facteurs : 3 (Groupes : DL, LD, C) inter-sujets x Tests ou Différences.

L'étude des scores globaux montre que l'effet des groupes n'est pas significatif, $F(2, 120) = 67.56$, $CMe = 12.6$, $p < .00001$, et d'interaction, $F(2, 120) = 10.76$, $CMe = 12.6$, $p < .00002$, sont significatifs. Ce constat nous a conduites à analyser les effets des groupes à chacun des tests. Les performances globales de chacun des trois groupes au pré-test, post-test 1 et post-test 2 sont illustrées dans la figure 1. L'ANOVA conduite au pré-test révèle que les différences entre groupes (DL, LD et C) ne sont pas significatives ($F < 1$). Cela signifie que les trois groupes présentent des performances initiales similaires qui seront alors comparables lors des tests suivants, à la suite des entraînements. Au premier post-test, les différences se rapprochent du seuil de significativité sans l'atteindre, $F(2, 60) = 1.99$, $CMe = 61.49$, $p = .14$. Au

dernier post-test, une comparaison planifiée montre que les performances des deux groupes entraînés (DL = 42.25 ; LD = 41.35) diffèrent significativement de celles du groupe contrôle (C = 34.12), $F(2, 60) = 6.33$, $CMe = 43.86$, $p < .003$.

En résumé, c'est seulement après l'ensemble des séances d'entraînement que les performances globales des groupes entraînés sont supérieures à celles du groupe contrôle.

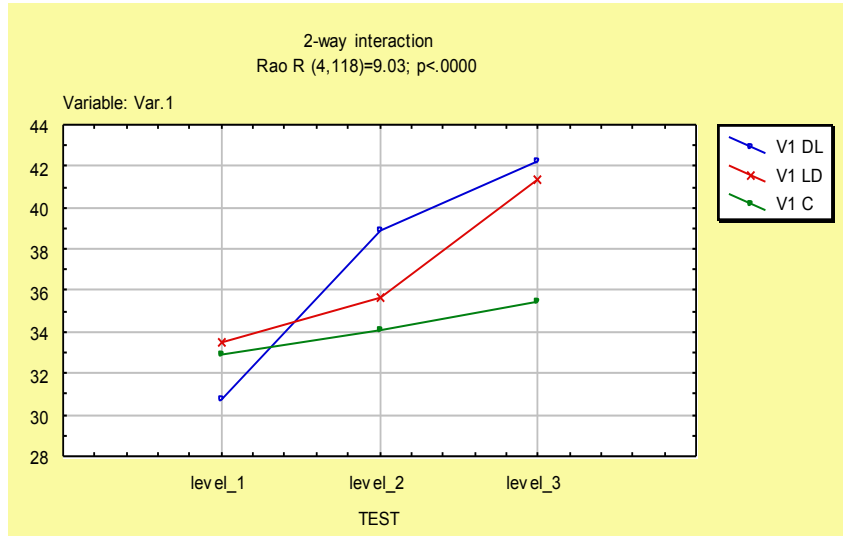


Figure 1. Performances globales des trois groupes lors du pré-test (level 1) et des deux premiers post-tests (level 2 et 3)

Cependant, l'étude des gains de performance met en évidence que les améliorations suivent une trajectoire plus complexe. L'ANOVA conduite en prenant comme VI les trois groupes (inter-sujets) et les trois gains de performance (Post1-Pré ; Post2-Post1 ; Post2-Pré) fait apparaître que tous les effets et l'interaction sont significatifs, respectivement : $F(2, 60) = 5.05$, $CMe = 1206$, $p < .01$; $F(2, 120) = 13.01$, $CMe = 407$, $p < .00001$; $F(4, 120) = 5.03$, $CMe = 407$, $p < .001$. L'interprétation de l'interaction nous a conduites à analyser les performances spécifiquement pour chaque différence, comme cela est illustré dans la figure 2. Concernant Post1-Prétest (level1), l'effet est significatif, $F(2, 60) = 6.7$, $CMe = 737.8$, $p < .005$: les performances du groupe DL sont significativement supérieures à celles des deux autres groupes (LD et C), qui ne diffèrent pas entre elles (Tukey HSD). Pour ce qui a trait à Post2-Post1 (level2), l'effet des groupes n'est pas significatif, $F(2, 60) = 1.68$. Enfin, relativement à Post2-Prétest (level3), l'effet des groupes est significatif, $F(2, 60) = 4.85$, $CMe = 973$, $p < .02$. Toutefois, seule la différence entre DL et le groupe C est significative (Tukey HSD).

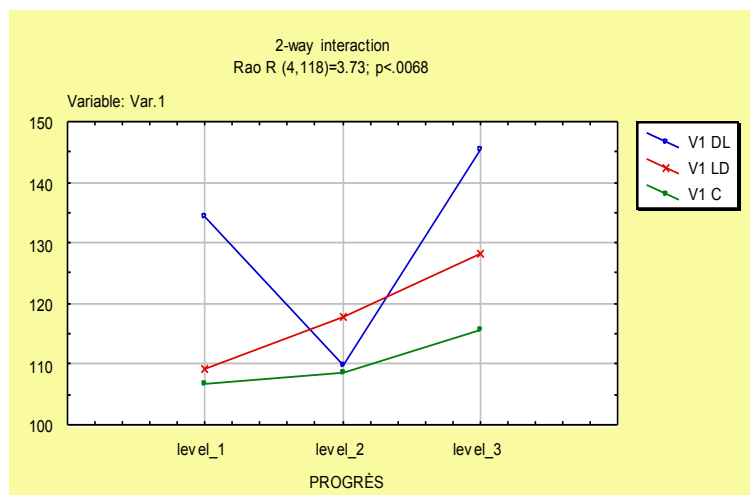


Figure 2. Gains de performance des trois groupes entre le pré-test et les deux premiers post-tests

En conclusion, au post-test 2, à la suite des entraînements, les groupes expérimentaux affichent des performances globales significativement supérieures à celles du groupe contrôle, alors que ces trois groupes ne différaient pas lors du pré-test. Cependant l'analyse des gains de performance montre que seule la progression du groupe DL est significativement plus importante que celle du groupe C. Cette progression est également significativement plus importante que celle du groupe LD. Les progressions des groupes LD et C ne diffèrent pas entre elles. Ainsi, même si le groupe LD présente des performances significativement supérieures à celles du groupe C au post-test 2, il n'a pas beaucoup plus progressé que ce dernier, malgré les entraînements.

Suite à l'analyse des performances globales, il convient désormais d'étudier l'évolution des performances pour chaque sous-épreuve, afin d'analyser si le résultat global reflète bien les tendances de chaque épreuve, notamment du fait de l'évolution dans le temps.

II. Analyse test par test

1. Performances lors du pré-test

L'analyse des performances obtenues lors de ce pré-test est nécessaire pour les comparaisons ultérieures. Rappelons que chacun des enfants des trois groupes a été soumis à une série d'épreuves avant que les deux groupes expérimentaux ne suivent les entraînements. Si nous voulons pouvoir interpréter les résultats suite aux entraînements, il nous faut vérifier préalablement que les performances moyennes de chacun des groupes ne diffèrent pas significativement. Dans le cas contraire, nous devrions recourir à une correction statistique des données.

Le tableau 4 récapitule les performances moyennes des trois groupes aux épreuves initiales. Ces performances ont été soumises à une série d'analyses de variance (ANOVAs) comparant les résultats des 3 groupes à chacune des épreuves. Il fait apparaître que les trois groupes ne diffèrent jamais entre eux : les F n'atteignent jamais le

seuil conventionnel de significativité ; ils sont même souvent inférieurs à 1, ce qui atteste de l'homogénéité des trois populations.

tableau 4. Scores moyens des trois groupes lors du pré-test

	Age	DIGIT	ESTLIN	DEN	COMP	OPÉ
DL	62.84	7.16	3.5	4.84	11.26	
LD	60.95	8	4.1	5.26	11.74	
C	62.14	8.61	3.69	4.94	12.78	
F (2, 53)	<1	1.01 NS	<1	<1	<1	

2. Performances lors du post-test 1

Le tableau 5 fournit les performances aux épreuves du post-test 1. À nouveau, ces performances ont été soumises à une série d'analyses de variance (ANOVAs) comparant les résultats des trois groupes à chacune des épreuves.

tableau 5. Scores moyens des trois groupes lors du post-test 1

	DIGIT	ESTLIN	DEN	COMP	OPÉ
DL	10.53	4.18	6.11	14	4.47
LD	8.26	4.21	5.74	13.16	4.21
C	6.67	2.89	5.56	13.78	4.39
F (2, 53)	7.9 p < .001	4.03 p < .05	<1	<1	<1

Les analyses de variance et les tests post-hoc (Tukey HSD) font apparaître que le groupe DL progresse significativement plus que le groupe C ($p < .001$) et tendanciellement plus que le groupe LD ($p = .06$) aux épreuves DIGIT. En revanche, aux épreuves ESTLIN, les deux groupes entraînés ont des performances supérieures au groupe C mais ne diffèrent pas entre eux. Aucune autre variation n'est significative : les autres épreuves ne manifestent pas d'amélioration des performances par comparaison avec le groupe C. On note que l'entraînement D induit à la fois une amélioration des performances en DIGIT et en ESTLIN, ce qui n'est pas le cas de l'entraînement au jeu linéaire.

3. Performances lors du post-test 2

Le tableau 6 comporte les performances aux épreuves du post-test 2. Les mêmes analyses de variance (ANOVAs) comparant les résultats des trois groupes à chacune des épreuves ont été utilisées.

tableau 6. Scores moyens des trois groupes lors du post-test 2

	DIGIT	ESTLIN	DEN	COMP	OPÉ
DL	11.05	5.88	6.79	13.95	4.95
LD	10.53	4.89	6.95	14.37	4.74
C	7.28	3.63	5.78	13.94	4.11
F (2, 53)	18.35 p < .001	7 p < .02	3.4 p < .05	<1	<1

Les deux groupes expérimentaux ont désormais suivi les deux entraînements. Leurs performances aux deux épreuves directement concernées par ces entraînements diffèrent désormais significativement de celles du groupe C, mais ne diffèrent pas entre les deux groupes (tukey HSD > .05). Les performances des groupes DL et LD en dénombrement (DEN) sont également significativement supérieures à celles du groupe C. En revanche, les performances en comparaisons (COMP) et en opérations (OPÉ) ne diffèrent pas entre les trois groupes.

4. Performances lors du post-test 3

Les mêmes analyses ont été conduites sur les données recueillies quatre mois plus tard, à distance des entraînements, après les vacances scolaires d'été. Ces résultats sont importants car ils permettent d'évaluer la stabilité voire la généralisation des acquis réalisés à partir des entraînements. Le tableau 7 résume les performances.

tableau 7. Scores moyens des trois groupes lors du post-test 3

	DIGIT	ESTLIN	DEN	COMP	OPÉ
DL	10.47	5.01	6.47	15	5
LD	10.26	5.12	6.63	14.6	5.16
C	7.22	2.51	5.78	13.5	3.94
F (2, 53)	12.3 p < .001	10.5 p < .002	<1	<1	4.7 < .02

Les performances des deux groupes DL et LD restent, quatre mois plus tard, significativement supérieures à celles du groupe C (dont on note qu'elles ont peu varié) dans les deux épreuves directement concernées par les entraînements (DIGIT et ESTLIN). Une différence apparaît également en faveur de ces deux groupes en ce qui concerne les opérations (OPÉ) : les groupes DL et LD font mieux que le groupe C et ne diffèrent pas entre eux (Tukey HSD).

En résumé, les groupes DL et LD dont les performances initiales ne différaient pas de celles du groupe C voient leurs résultats s'améliorer dans les deux épreuves directement concernées par les entraînements (DIGIT et ESTLIN). Cette amélioration est stable pour la période considérée (4 mois). Elle est plus importante pour le groupe DL lors de la première phase (entraînement D) que pour le groupe LD relativement à l'entraînement L : le groupe DL améliore davantage ses performances à ESTLIN que ne

le fait le groupe LD à DIGIT. Toutefois, dès le post-test 2 les scores des deux groupes deviennent presque équivalents. La généralisation aux autres épreuves est peu marquée : elle est temporaire pour DEN au post-test 2 ; elle apparaît pour OPÉ au post-test 3.

III. Analyse épreuve par épreuve

Nous cherchons maintenant à évaluer la dynamique des changements de performances en fonction des entraînements et des tests successifs. Pour cela, nous avons analysé les données épreuve par épreuve en procédant à des ANOVAs à mesures répétées ($n = 4$: pré-test (pt), post-test 1 (pt1), post-test 2 (pt2), post-test 3 (pt3)) portant sur les trois groupes (DL, LD, C).

1. Épreuves directement concernées par les entraînements

1.1. Épreuves digitales

La figure ci-après illustre la distribution des performances en fonction des groupes et des tests à l'épreuve d'identification de représentations digitales (DIGIT).

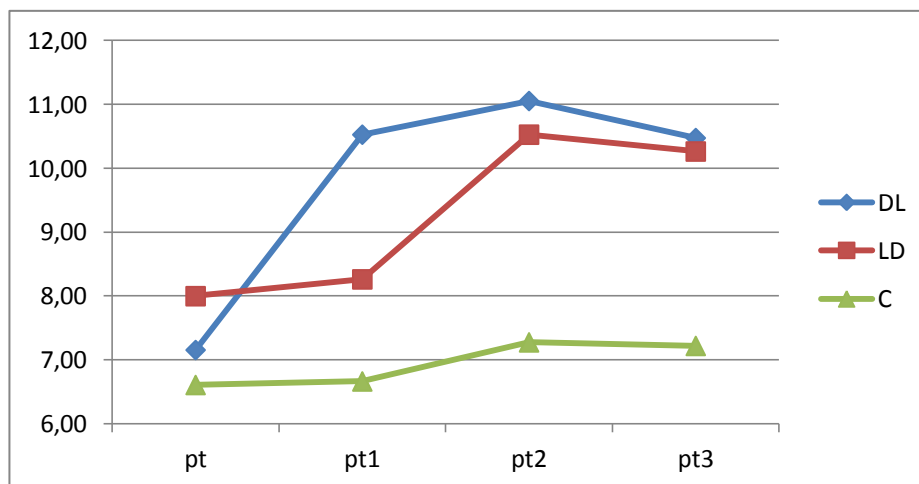


Figure 3. Scores obtenus en DIGIT chez les 3 groupes, lors du pré-test et des post-tests

L'effet des groupes est significatif, $F(2, 53) = 9.49$, $CMe = 17.82$, $p < .0005$: les deux groupes entraînés ($DL = 9.8$; $LD = 9.3$) font mieux que le groupe C (6.9). L'effet des tests l'est également, $F(3, 159) = 20.74$, $CMe = 3.02$, $p < .0001$: il se traduit par une amélioration des performances du pré-test (7.27) au post-test 1 (8.49) puis au post-test 2 (9.62), suivie d'une stagnation au post-test 3 (9.32). Surtout, l'interaction Groupe x Tests est significative, $F(6, 159) = 5.19$, $CMe = 3.02$, $p < .0001$. Cette interaction se manifeste par l'absence de différence significative au pré-test, suivie d'une amélioration très forte

du groupe DL et moindre du groupe LD au post-test 2, puis d'une performance équivalente des groupes DL et LD mais significativement supérieure à celle du groupe C aux post-tests 2 et 3.

1.2. Estimation linéaire

Nous avons en premier lieu retenu une cotation permettant de regrouper les deux sous-épreuves testant l'estimation linéaire (ESTLIN). Cette cotation, permettant de calculer des scores, nous a permis d'évaluer la progression globale des enfants à cette épreuve, illustrée dans le graphique ci-dessous, et de l'inclure dans le score global du test.

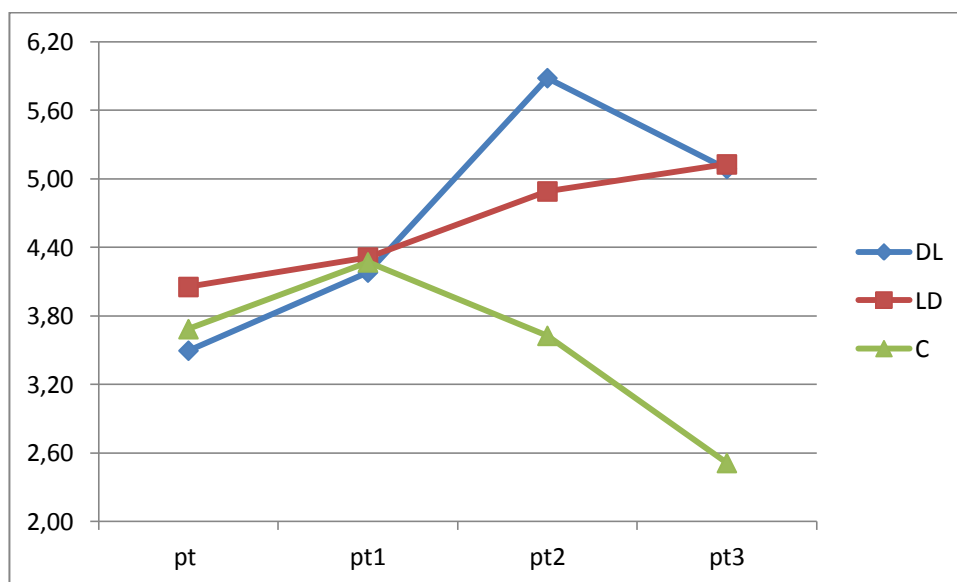


Figure 4. Scores obtenus à ESTLIN par les 3 groupes lors du pré-test et des post-tests

Nous avons ensuite conduit des traitements séparés pour chacune des tâches composant cette épreuve. En effet, d'après la figure 4, le groupe contrôle semble progresser davantage entre le pré-test et le post-test 1 que le groupe LD, pourtant entraîné : la dissociation des deux tâches devrait permettre d'établir une analyse plus fine de cette épreuve et de dissiper cette impression. Rappelons que la première tâche consistait à placer un trait sur une ligne en fonction d'une quantité fournie. La cotation retenue pour cette tâche était le calcul de l'écart (en mm) entre la réponse de l'enfant et la réponse cible : les performances de l'enfant sont d'autant plus élevées que l'écart est faible. Dans la seconde tâche, il fallait associer une quantité (parmi toutes les quantités existantes) à un trait placé sur une ligne. Pour cette tâche, nous avons également retenu l'écart entre la réponse de l'enfant et la réponse cible : à nouveau, les performances de l'enfant sont d'autant plus élevées que l'écart est faible.

La première tâche (le placement des traits en fonction des quantités fournies) donne lieu à des performances dont les tendances sont difficiles à analyser et interpréter (notons que les performances se situant au-delà de deux écart-types ont été éliminées et

remplacées par la moyenne). Comme l'illustre la figure ci-dessous, le groupe LD, pourtant premier à être entraîné, n'améliore que très peu ses placements : les enfants de ce groupe accumulent en moyenne 285 mm d'écarts au pré-test et 269 mm au post-test 1. Le groupe DL améliore ses performances dès qu'il reçoit l'entraînement (post-test 2), mais elles se dégradent au post-test 3. Quant au groupe C, il manifeste des fluctuations de grande amplitude mais sans tendance générale. Les effets de groupe, de test et d'interaction sont significatifs, respectivement : $F(2, 53) = 5.19$, $CMe = 20131$, $p < .01$; $F(3, 159) = 2.84$, $CMe = 9197$, $p < .05$; $F(6, 159) = 2.53$, $CMe = 9197$, $p < .05$.

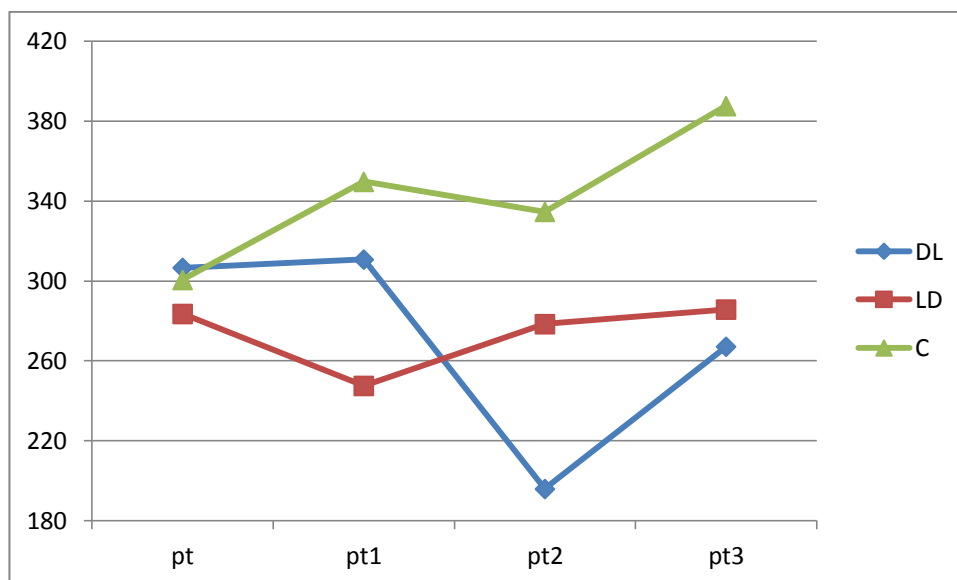


Figure 5. Scores obtenus à la première tâche d'estimation linéaire, lors du pré-test et des post-tests

L'épreuve d'évaluation des quantités à partir des positions fournies sur la ligne numérique conduit à des données plus claires. Comme l'illustre la figure ci-dessous, les performances des groupes DL et LD s'améliorent (les distances à la réponse correcte diminuent) alors que celles du groupe C se dégradent (les distances augmentent). Ici aussi les performances se situant au-delà de 2 écarts-types ont été éliminées et remplacées par la moyenne.

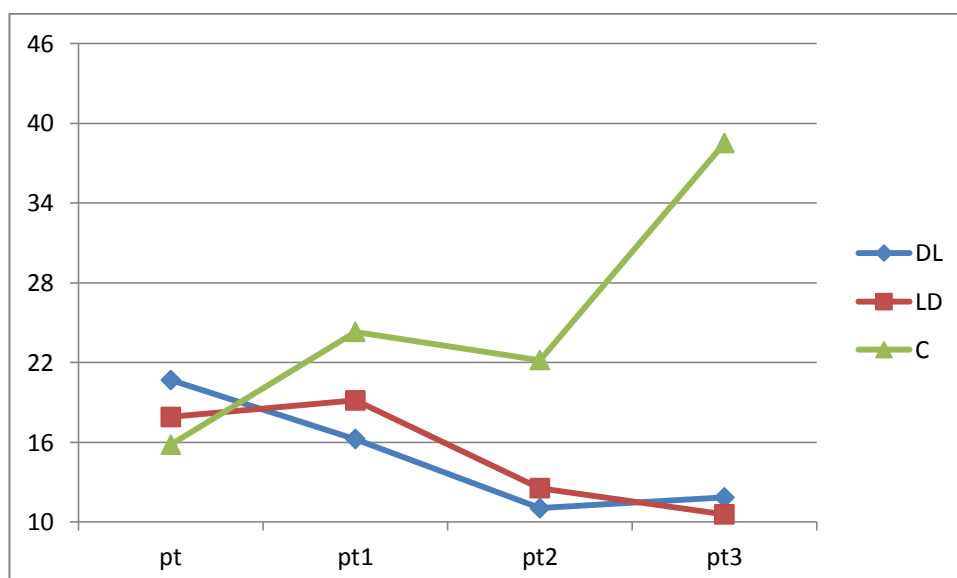


Figure 6. Scores obtenus à la deuxième tâche d'estimation linéaire lors du pré-test et des post-tests

Là encore, les effets de groupe, de test et d'interaction sont significatifs, respectivement : $F(2,53) = 5.03$, $CMe = 359$, $p < .01$; $F(3, 159) = 4.7$, $CMe = 154$, $p < .005$; $F(6, 159) = 6.23$, $CMe = 154$, $p < .00001$. Les groupes DL et LD ne diffèrent pas entre eux mais ont des scores significativement différents de ceux du groupe C (Tukey HSD). Les distances fluctuent d'un test à l'autre sans qu'une tendance claire ne se dégage. L'interaction correspond à l'amélioration des performances des deux groupes DL et LD à partir du post-test 3 par comparaison avec les performances du groupe C (Tukey HSD). Les différences de performances des deux sous-épreuves nous ont conduites à calculer les corrélations entre elles aux post-tests successifs : .15, .32, .40 et .49. Ainsi, les performances sont de plus en plus reliées, sans doute du fait des entraînements. Le dispositif empirique utilisé ne permet toutefois pas de l'affirmer.

2. Epreuves indirectement concernées par les entraînements

2.1. Comparaisons

Les tendances apparaissent sur la figure ci-dessous.

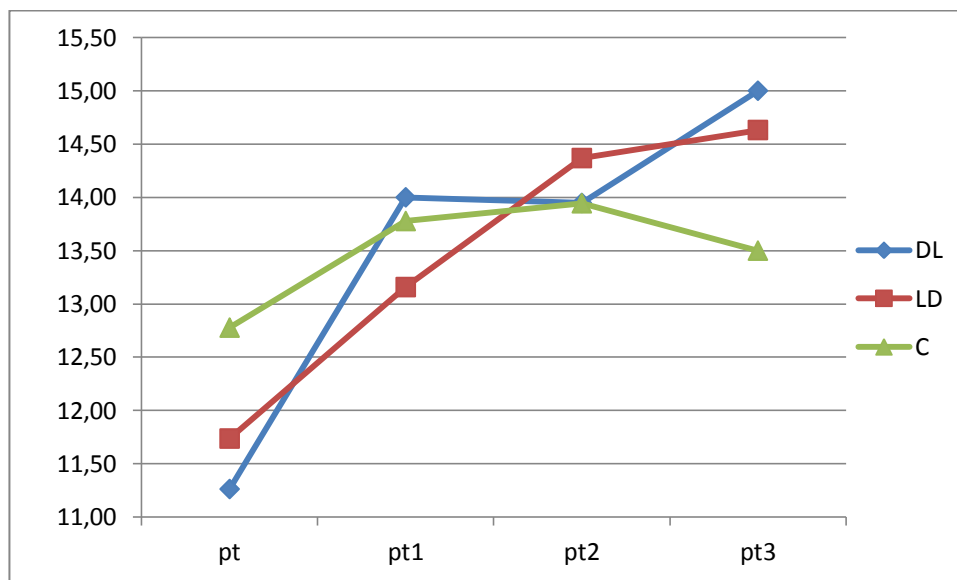


Figure 7. Scores obtenus en comparaisons lors du pré-test et des post-tests

L'effet des tests est significatif, $F(3, 159) = 18.09$, $CMe = 3.72$, $p < .0001$ ainsi que l'effet d'interaction, $F(6, 159) = 2.4$, $CMe = 3.72$, $p < .05$. Précédemment, les analyses n'ont pas mis en évidence d'effet des entraînements sur les performances en COMP aux différentes périodes de test. L'interaction résulte sans doute de l'accroissement de la sensibilité statistique associée au regroupement des différents tests. La figure suggère que l'interaction tient aux différences entre pré-test (où le groupe C l'emporte sur les deux autres) et post-test 3 (où les groupes DL et LD dominent le groupe C).

En regardant plus précisément chacune des quatre modalités proposées dans cette épreuve (Comparaison de chiffres indo-arabes congruents et non congruents, Comparaison de collections congruentes, et non congruentes), nous notons qu'une présentation des gains de performances (différence entre pré-test et post-test 3) semblerait plus pertinente qu'une présentation des scores bruts. En effet, dans certaines modalités, les trois groupes présentent des performances proches mais des gains différents (et en faveur des groupes expérimentaux). Cependant, le manque de sensibilité de cette épreuve ne nous permet pas de présenter une analyse statistique de ces données sous cette forme là.

2.2. Dénombrement

Les performances se distribuent comme l'illustre la figure ci-dessous.

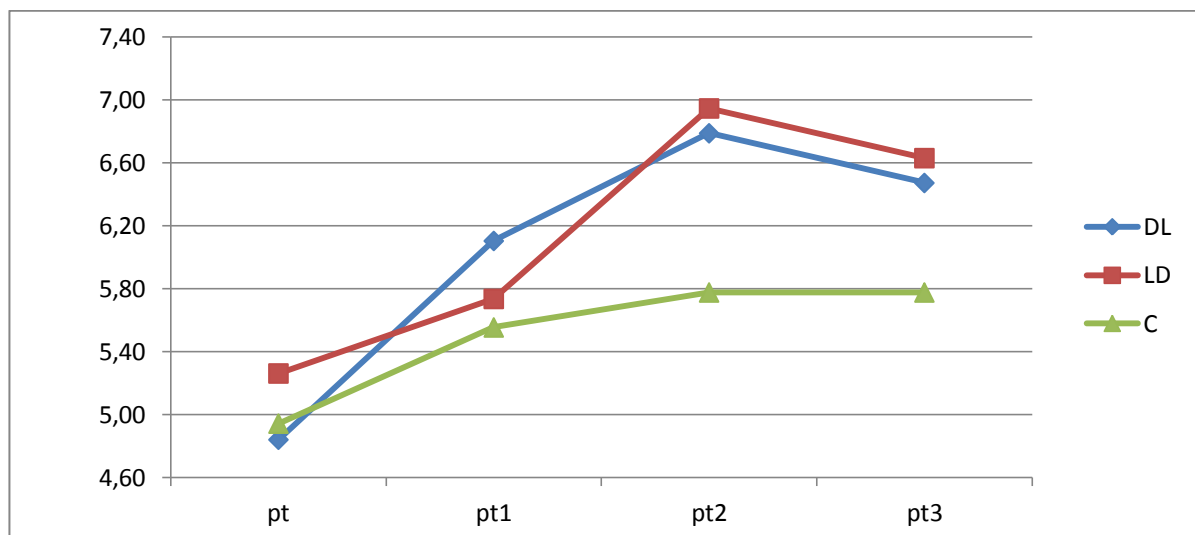


Figure 8. Scores obtenus en dénombrement lors du pré-test et des post-tests

Seul l'effet des tests est significatif, $F(3, 159) = 17.94$, $CMe = 1.36$, $p < .00001$. Les performances s'améliorent pour les trois groupes : de 5 au pré-test à 5.8 au post-test 1 puis 6.5 au post-test 2 et 6.29 au post-test 3. Les comparaisons a posteriori (Tukey HSD) révèlent que seules les différences entre les deux premiers tests (pré-test et post-test 1) et les deux derniers (post-tests 2 et 3) sont significatives. L'interaction n'est pas statistiquement significative mais, comme l'ont montré les analyses précédemment, les différences entre groupes entraînés et groupe C sont significatives au post-test 2 mais plus au post-test 3.

2.3. Opérations

L'effet des tests est significatif, $F(3, 159) = 4.98$, $CMe = 1.45$, $p < .005$. L'effet d'interaction, se rapproche du seuil conventionnel de significativité, $F(6, 159) = 1.78$, $CMe = 1.45$, $p = .1$. Comme l'illustre la figure ci-dessous, et comme l'atteste le résultat des analyses effectuées relativement aux données du post-test 3 (voir ci-dessus), les

performances des groupes DL et LD diffèrent significativement de celles du groupe C, prolongeant ainsi une tendance déjà présente (mais non significative) au post-test 2.

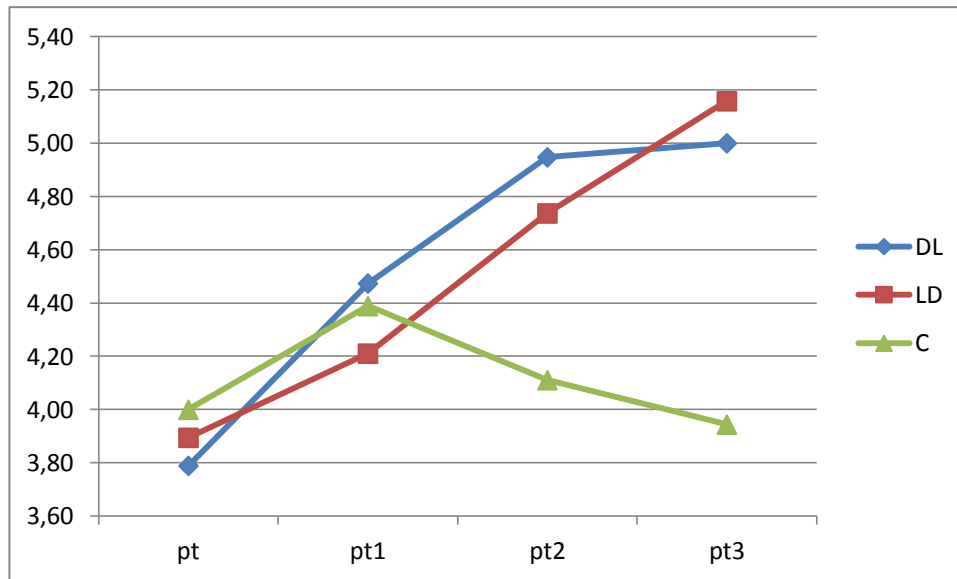


Figure 9. Scores obtenus en opérations lors du pré-test et des post-tests

2.4. Prédiction des performances aux Opérations

Les performances aux opérations présentées de manière non verbale, constituent le meilleur indicateur de la maîtrise des quantités et de leur manipulation. Aussi les avons-nous considérées comme variable dépendante en vue de rechercher quels facteurs parmi tous ceux que nous avons testés (DEN, COMP, ESTLIN, DIGIT) étaient en mesure de les prédire statistiquement, au pré-test d'abord, au post-test 3 ensuite. Nous avons conduit une analyse de régression multivariée sur les données du pré-test. Le résultat est reporté ci-dessous (les deux tâches d'estimation linéaire ont été différenciées) :

tableau 8. Analyse de régression multivariée effectuée sur les données du pré-test

Variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(50)	p-level
ESTLINA	.000877	.1271902	.000013	.0018387	.006898	.9945179
ESTEVAL	-.003995	.1315692	-.000645	.0212568	-.030361	.9758726
DIGIT1	.185860	.1695861	.086097	.0785578	1.095965	.2783450
DEN1	.015657	.1684508	.009325	.1003321	.092946	.9263210
COMP1	.313691	.1638795	.117062	.0611557	1.914158	.0613320

Une analyse ascendante (=forward) montre que, seules les performances aux comparaisons (COMP) ont une contribution significative propre ($R^2 = .19$, $p < .001$).

La même analyse a été conduite au post-test 3, avec les résultats suivants :
tableau 9. Analyse de régression multivariée effectuée sur les données du post-test 3

Variable	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(50)	p-level
POST3A	.176632	.1237971	.001784	.0012505	1.42679	.1598554
POST3B	-.251780	.1217589	-.014109	.0068229	-2.06786	.0438470
DIGIT4	.410014	.1465064	.215159	.0768807	2.79861	.0072716
DEN4	-.208546	.1421371	-.172642	.1176665	-1.46721	.1485797
COMP4	.516721	.1186175	.292349	.0671111	4.35620	.0000657

L'analyse ascendante fait apparaître que les performances en comparaisons (COMP) extraient 35% de la variance ($p < .0001$) et les représentations digitales (DIGIT) ajoutent une contribution propre de 8% ($p < .01$). Aucune autre variable n'influe sur les performances.

Nous en déduisons que la réussite aux opérations est prédite surtout par celle obtenue en comparaisons, au pré-test comme au post-test ; elle reste d'autre part davantage corrélée à l'épreuve DIGIT qu'à l'épreuve ESTLIN.

En résumé :

- Au post-test 1, seul le groupe DL semble avoir tiré bénéfice de l'entraînement : ses performances en DIGIT sont significativement supérieures à celles du groupe C et tendancielllement supérieures à celles du groupe LD. Le groupe LD ne semble pas avoir bénéficié de l'entraînement au jeu linéaire car il affiche des performances similaires à celles du groupe DL. Il n'y a pas de différence significative entre les trois groupes concernant les épreuves indirectement concernées par les entraînements.
- Au post-test 2, les deux groupes entraînés présentent des performances très proches et significativement supérieures au groupe C en ce qui concerne les épreuves directement concernées par les entraînements d'une part, et l'épreuve de dénombrement d'autre part, mais pas les autres épreuves.
- Au post-test 3, les deux groupes maintiennent leurs scores en DIGIT et ESTLIN, leurs performances restent significativement supérieures à celles obtenues par le groupe C à ces épreuves. Concernant les autres épreuves, la différence entre les groupes expérimentaux et le groupe contrôle à l'épreuve de dénombrement n'est alors plus significative, tandis qu'elle le devient à l'épreuve des opérations.

Ces constats orientent notre analyse vers l'analyse de profils, il serait intéressant d'analyser :

- La part d'enfants progressant à la fois en DIGIT et ESTLIN

-
- La part d'enfants parmi ceux-là progressant également en OPE
 - La part d'enfants parmi ceux-là progressant également en DEN
 - La part d'enfants progressant à la fois en OPE et en DEN.

IV. Regroupement des enfants par profils

Pour répondre plus précisément à nos hypothèses, nous avons donc cherché à affiner ces résultats. Nous nous sommes demandé si les corrélations vues précédemment se vérifiaient pour chaque enfant : nous avons donc cherché à analyser s'il se dégageait différents profils d'évolution des performances parmi la population d'enfants ayant suivi les entraînements. Ce travail a été réalisé depuis le pré-test jusqu'au post test 3 en passant par les autres post-tests.

Les constats effectués précédemment ont abouti à divers questionnements guidant notre analyse sur les profils :

- Un enfant progressant en ESTLIN et en DIGIT progresse-t-il toujours en OPE ? et à l'inverse, un enfant ne progressant ni en ESTLIN ni en DIGIT progresse-t-il en OPE ?
- Un enfant progressant en ESTLIN et en DIGIT progresse-t-il toujours en DEN ? et à l'inverse, un enfant ne progressant ni en ESTLIN ni en DIGIT progresse-t-il en DEN ?
- Un enfant progressant en COMP progresse-t-il aussi en OPE ?

Les critères de progression étaient définis de la façon suivante : un enfant qui progresse augmente ses performances d'un test à l'autre ou les maintient dans le cas où elles plafonnent. Les enfants qui ne progressent pas sont ceux dont les performances stagnent d'un test à l'autre et ceux dont les performances diminuent. Notons qu'un sujet qui progresse peut avoir des performances plus réduites en milieu de parcours. L'allure générale de la courbe était prise en compte.

Nous rappelons que notre échantillon final, au post-test 3, était composé de 56 enfants, dont 38 qui avaient suivi les entraînements. Pour répondre aux questions, nous avons donc analysé les profils des 38 enfants entraînés.

1. Relations entre performances en ESTLIN et en DIGIT

Les analyses précédentes ont montré que les performances des enfants entraînés étaient significativement supérieures à celles des enfants non entraînés, à ces deux épreuves. Nous trouvons en effet un profil majoritaire d'enfants progressant à ces deux épreuves : 32 enfants parmi les 38 entraînés ont augmenté leurs performances entre le pré-test et le post-test 2 et/ou entre le pré-test et le post-test 3. Parmi les 6 autres, seul un élève ne progresse ni à l'une ni à l'autre.

2. Relations entre performances en ESTLIN, en DIGIT et en DEN

Parmi les 32 enfants ayant progressé en ESTLIN et en DIGIT, 29 enfants progressent aussi en dénombrement au post-test 2, mais ils ne sont plus que 21 au post-test 3. Cela est en accord avec les analyses statistiques : les performances significativement supérieures des groupes expérimentaux à cette épreuve au post-test 2 ne le sont plus au dernier post-test. Parmi les 6 qui ne progressent pas en DIGIT et/ou en ESTLIN, les enfants stagnent ou progressent, un seul enfant sur les 6 présente une baisse des résultats.

3. Relations entre performances en ESTLIN, en DIGIT et en OPE

Parmi les enfants entraînés, 29 progressent à la fois en ESTLIN, DIGIT et OPE à l'issue du post-test 3. Parmi les 6 qui ne progressent pas en DIGIT et/ou en ESTLIN, 4 progressent quand même en OPE.

4. Relations entre performances en COMP et en OPE

Sur les 38 enfants 29 progressent à la fois en COMP et en OPE. Il est cependant intéressant de montrer que la progression en COMP n'est pas toujours corrélée à une progression en OPE : 5 enfants par exemple ne progressent pas en OPE (leurs performances stagnent ou diminuent) et progressent en COMP.

De cette analyse des profils, nous pouvons donc conclure qu'un enfant qui progresse en estimation linéaire et en représentations digitales progresse presque systématiquement en opérations et en dénombrement (pour le post-test 2), mais l'inverse ne peut être vérifié : une non-progression à ces épreuves n'est pas forcément corrélée à une non-progression aux autres. De même, si une grande partie des enfants progressent à la fois en comparaisons et en opérations, une petite partie montre qu'il est possible de ne progresser qu'en comparaisons par exemple.

L'analyse de ces profils aura permis, d'une part, d'illustrer les analyses statistiques précédentes, et d'autre part, de repérer des profils atypiques pouvant faire l'objet d'études de cas qui viendront étayer la discussion des résultats.

Chapitre V

DISCUSSION DES RESULTATS

Notre étude porte sur l'influence de deux entraînements sur les performances arithmétiques d'enfants tout-venant âgés de 4 à 6 ans. Nous avons cherché à montrer qu'une pratique temporaire d'un jeu de plateau linéaire et qu'un entraînement régulier sur les manipulations digitales peuvent influencer le développement des représentations numériques, notamment la représentation analogique, ainsi que les performances à des tâches arithmétiques. En étudiant plus spécifiquement chaque épreuve, nous nous attendions à des effets spécifiques : que l'entraînement aux manipulations digitales ait un effet sur les performances à l'épreuve d'identification de représentations digitales ; que le jeu linéaire ait un effet sur l'épreuve d'estimation linéaire. Pour les trois autres épreuves indirectement concernées par les entraînements (dénombrement, comparaisons, opérations), nous n'avions pas établi de prédictions mais nous voulions savoir si elles pouvaient être sensibles aux entraînements. Enfin, nous voulions comparer dans la mesure du possible les effets de ces deux entraînements, sur les résultats globaux et sur chacune des épreuves.

Nous avons proposé à deux groupes expérimentaux les deux types d'entraînement de manière croisée, en évaluant leurs performances avant, après et entre chaque entraînement. Un groupe contrôle, qui ne bénéficiait pas d'entraînement, était soumis aux mêmes épreuves. Un dernier post-test, proposé à distance des entraînements, devait évaluer la durabilité des résultats.

I. Interprétation des résultats en lien avec les hypothèses de recherche

1. Effet significatif des entraînements sur les performances globales

La première hypothèse opérationnelle était que les deux groupes expérimentaux augmenteraient significativement leur score global par comparaison avec le groupe contrôle. Conformément à nos attentes, les enfants des deux groupes expérimentaux manifestent au post-test 2 des performances qui sont significativement supérieures à celles du groupe contrôle. Cependant, l'étude des gains de performance montre que la progression du groupe DL est significativement plus importante que celle du groupe C. Les progressions des groupes LD et C ne diffèrent pas entre elles. Ainsi, même si le groupe LD présente des performances significativement supérieures à celles du groupe C au post-test 2, sa progression n'est pas significative par rapport au groupe contrôle malgré les entraînements.

Ces résultats ne permettent donc de valider que partiellement la première hypothèse opérationnelle : l'effet significatif des entraînements n'est observé que pour un groupe expérimental sur les deux.

Concernant l'entraînement au jeu linéaire, nos résultats concordent partiellement avec ceux obtenus par Siegler et Ramani (2008, 2009), qui montraient que les enfants entraînés amélioraient leurs scores à des tâches de comparaison, d'estimation linéaire, de dénombrement, d'identification numérique ainsi qu'à des tâches d'opérations, par rapport à des groupes contrôle qui avaient bénéficié d'entraînements différents (jeu circulaire, jeu non numéroté, activités numériques n'abordant pas les quantités). Notre méthodologie (comparaison des résultats de deux groupes entraînés avec ceux du groupe contrôle)

permet cependant de dissocier ce qui relève des effets de l'entraînement de ce qui relèverait d'une progression « normale » des élèves liée à une maturation cognitive durant 11 mois.

Cette validation partielle de l'hypothèse nous amène à discuter la méthodologie de notre recherche expérimentale. Si la progression n'est significative que pour un des deux groupes expérimentaux, ce n'est pas nécessairement que les entraînements n'ont pas été assez efficaces. En effet, les deux groupes expérimentaux progressent à l'ensemble des épreuves et affichent des scores significativement supérieurs à ceux du groupe contrôle au post-test 2. On peut se demander si l'outil utilisé était suffisamment bien construit pour rendre compte des différences significatives. En effet, nous avons nous-mêmes réalisé certaines de nos épreuves : cette construction n'était peut-être pas assez pertinente pour évaluer finement et isolément les différentes compétences numériques. Le résultat global au test était d'ailleurs calculé par la somme totale des résultats aux épreuves qui n'étaient pas toutes également sensibles, et qui n'étaient pas toutes cotées de manière identique. Par ailleurs, en raison de contraintes temporelles (durée du test déjà très importante pour les enfants), toutes les compétences numériques n'ont pas été analysées pour mesurer les effets des entraînements : par exemple, le test ne comportait pas d'épreuves de transcoding, ou d'estimation globale de la quantité.

2. Épreuves directement concernées par les entraînements

2.1. Effet significatif de l'entraînement au jeu linéaire sur les performances à l'épreuve d'estimation linéaire

À l'issue des deux entraînements, les groupes expérimentaux continuent d'améliorer leurs performances à cette tâche, tandis que celles du groupe contrôle commencent à chuter. L'analyse séparée des deux sous-épreuves de cette tâche nous a permis de faire une analyse plus fine. Dans les deux cas, les effets de groupe, de test et d'interaction sont significatifs. Cependant, au post-test 1, le groupe LD ne semble pas directement tirer bénéfice de l'entraînement et ce quelle que soit la tâche. À l'inverse, le groupe DL progresse significativement au post-test 2 dans les deux épreuves. Nous remarquons au post-test 3, notamment dans la seconde tâche (évaluation des quantités à partir des positions fournies sur la ligne numérique) une progression significative des scores de la part des deux groupes expérimentaux, par rapport au groupe contrôle qui ne progresse pas. Notre deuxième hypothèse opérationnelle est donc validée : nous notons un effet significatif de l'entraînement au jeu linéaire sur les scores obtenus à l'épreuve d'estimation linéaire, ce qui est en accord avec les résultats observés par Siegler et Ramani (2008, 2009). Le jeu linéaire renforce donc la représentation mentale de la ligne numérique chez les enfants entre 4 et 6 ans. Cependant, les performances du groupe LD, difficilement analysables, nous amènent à nuancer ce résultat.

Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer le décalage entre le groupe LD qui n'a pas progressé à l'épreuve d'estimation linéaire lors du post-test 1 et le groupe DL qui tire largement bénéfice du même entraînement lors du post-test 2. Nous avons d'abord pensé à un effet de l'entraîneur (deux enseignants différents), car le groupe LD semble généralement moins progresser que le groupe DL. Cependant, cet effet s'estompe au cours de l'étude car les deux groupes obtiennent des scores similaires à

toutes les épreuves au post-test 3. La seconde explication concerne les périodes auxquelles ont eu lieu les entraînements : le groupe DL a été entraîné sur la deuxième période, les enfants étant donc légèrement plus âgés et peut-être plus aptes à intégrer ces notions que les enfants du groupe LD, entraînés sur la première période. En effet lors des tests, les enfants trouvaient généralement cette épreuve difficile. Or, la littérature montre qu'il existe une période charnière entre 5 et 7 ans durant laquelle les enfants disposent progressivement les nombres de manière régulière sur une ligne (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene et Zorzi, 2010). La période de l'entraînement peut donc expliquer en partie nos résultats.

2.2. Effet significatif de l'entraînement aux manipulations digitales sur l'épreuve d'identification de représentations digitales

Au post-test 1, le groupe expérimental DL ayant suivi l'entraînement aux manipulations digitales, présente à l'épreuve d'identification de représentations digitales des performances significativement plus élevées que celles du groupe contrôle, et tendanciellement supérieures à celles du groupe LD n'ayant pas encore suivi cet entraînement. Au post-test 2, le groupe expérimental LD a augmenté ses performances de manière significative par rapport au groupe contrôle mais n'a pas rejoint le groupe DL, qui continue de progresser. Cependant au post-test 3, les deux groupes expérimentaux obtiennent des performances similaires et significativement supérieures à celles observées pour le groupe contrôle. La troisième hypothèse opérationnelle peut donc être validée : l'entraînement aux manipulations digitales a un effet significatif sur les scores d'identification de représentations digitales.

Qualitativement, nous avons observé lors du pré-test qu'une majorité d'enfants ne reconnaissait pas de manière globale les configurations digitales conventionnelles et comptait chaque doigt levé comme pour une collection. Lors de l'entraînement, les enfants étaient confrontés aux représentations en compréhension (reconnaissance des configurations) et en production. Cela leur a permis de construire de nouvelles représentations symboliques du nombre et de la quantité. Il n'est donc pas surprenant que l'épreuve d'identification de représentations digitales ait été mieux réussie. Cependant, durant les épreuves, les enfants pouvaient associer les représentations digitales à des représentations visuelles, alors que, durant l'entraînement, elles n'étaient associées qu'aux représentations auditivo-verbales : le code visuel arabe (mis en œuvre lors de procédures écrites et lors de jugements de parité) n'intervenait pas lors de l'entraînement. Les doigts ont donc probablement permis de faire des liens entre ces deux types de représentation et celle concernant la quantité. En ce sens, leur utilisation pourrait très bien correspondre au « missing link » évoqué par Fayol et Seron en 2005, lien entre les compétences numériques non verbales et les compétences numériques verbales.

3. Effet des entraînements sur les épreuves indirectement concernées

L'analyse des profils nous a montré qu'un enfant progressant en représentations digitales et en estimation linéaire progressait presque systématiquement en opérations et de manière moins stable, en dénombrement. Voyons donc si les entraînements ont un effet sur les épreuves indirectement concernées.

3.1. Comparaisons

A cette épreuve, les trois groupes progressent entre le pré-test et le post-test 2 ; ensuite, seul le groupe contrôle ne progresse pas entre le post-test 2 et le post-test 3. Aucune différence significative n'est notée au cours des évaluations, bien que les groupes expérimentaux présentent des scores supérieurs à ceux du groupe contrôle à cette épreuve au post-test 3.

Nous n'avions pas formulé d'hypothèses précises concernant les effets des entraînements sur cette tâche. A la lecture de nos résultats, cet effet dans notre étude expérimentale est peu important. Or l'épreuve des comparaisons repose sur la représentation de la quantité (Noël, 2005) et plus précisément sur la représentation analogique de la quantité (Dehaene, 1992) très sollicitée dans les deux entraînements. Il est donc surprenant que les enfants entraînés ne progressent pas davantage à l'épreuve de comparaisons. Nos résultats ne corroborent d'ailleurs pas ceux de Siegler et Ramani (2009), concernant l'amélioration des performances à cette tâche suite à l'entraînement au jeu linéaire. L'allure des courbes suggère néanmoins que les gains de performances sont plus importants pour les groupes expérimentaux que pour le groupe contrôle. En effet, le groupe contrôle domine largement les deux autres groupes lors du pré-test. Cependant, il progresse beaucoup moins que ces derniers, qui lors du post-test 3 présentent non seulement des scores plus importants, mais aussi des gains de performances nettement supérieurs, en comparaison avec le groupe contrôle. En analysant les gains de performances plutôt que les scores bruts, nous aurions pu espérer obtenir une différence significative entre les groupes expérimentaux et le groupe contrôle. Cependant, le manque de sensibilité de cette tâche et les effets plafonds inhérents rendraient probablement cette hypothèse difficile à confirmer.

Pour expliquer ces résultats, nous pouvons nous interroger sur le matériel proposé lors des tests. Cette épreuve comportait une tâche de comparaison de nombres et une tâche de comparaison de collections. Qualitativement, nous pouvions observer que la première, qui comportait des pièges visuo-perceptifs (comparer deux chiffres de taille inégale) était généralement moins réussie que la seconde. Nous n'avons pas différencié dans les scores globaux ces deux tâches. Or la première tâche amenait l'enfant à se focaliser sur la représentation visuelle indo-arabe (plus coûteuse cognitivement pour les enfants) au détriment de la représentation analogique de la quantité. Nous aurions peut-être dû proposer uniquement la tâche de comparaison de collections, plus ciblée, ne faisant intervenir que la représentation analogique de la quantité. Nous aurions alors pu proposer davantage d'items de difficultés différentes pour voir comment évoluait cette représentation. Si nous avions voulu garder les deux tâches pour voir les effets de la représentation analogique sur la comparaison de nombres, il aurait sans doute fallu adapter la consigne à l'enfant et insister sur la représentation analogique, comme l'ont fait Siegler et Ramani en 2009 (par exemple : « est-ce que six cookies c'est plus que un cookie ? »).

Il est donc probable que les deux types d'entraînement améliorent les performances des enfants à l'épreuve de comparaison mais que notre protocole n'a pas réussi à le montrer.

3.2. Dénombrement

Les groupes expérimentaux présentent des performances similaires à cette épreuve lors du post-test 2 : ces performances sont significativement supérieures à celles du groupe contrôle. Cependant les groupes expérimentaux ne maintiennent pas leurs résultats lors du post-test 3. Cela suggère que les entraînements ont un effet sur les performances en dénombrement, mais qu'il n'est pas durable.

Si la représentation mentale de la ligne numérique se construit avec le comptage et la représentation spatio-temporelle des quantités (Bideaud, Lehalle et Vilette, 2004), les effets de la ligne numérique mentale sur le dénombrement sont moins évidents. Siegler a montré en 2009 que la pratique d'un jeu linéaire augmentait chez les enfants de classe défavorisée les performances en dénombrement ; mais dans l'étude de Siegler et Ramani de 2009, les performances en dénombrement ne sont pas améliorées (en lien aussi avec un plafonnement des résultats). D'ailleurs le comptage faisait partie des tâches de l'entraînement contrôle dans cette même étude. En revanche, le dénombrement sollicite les habiletés perceptivo-tactiles pour le pointage (Gothié, 2004). Lors de l'entraînement digital, les enfants étaient exposés à des collections de doigts, et ont développé ces habiletés perceptivo-tactiles. Ils ont également dû mettre en œuvre le dénombrement pour s'assurer de l'équivalence de collections. Notons cependant que l'épreuve de dénombrement sollicite d'autres compétences dont l'absence peut rapidement induire un échec et masquer les éventuels bénéfices des entraînements. Nous avons par exemple remarqué que la mémoire de travail était très sollicitée pendant cette épreuve et induisait pour certains enfants une surcharge cognitive. Ainsi, il leur était difficile de garder en mémoire la consigne et les informations concernant plusieurs collections dénombrées. La coordination entre le geste de pointage et l'énonciation des mots-nombres pouvait aussi être difficile.

3.3. Opérations

Lors du post-test 2, les groupes expérimentaux présentent des performances en opérations tendanciuellement supérieures à celles du groupe contrôle. Lors du post-test 3, l'écart se creuse et cette différence devient significative. Il est difficile de déterminer l'effet ou non des entraînements sur cette épreuve, d'autant plus que l'analyse de régression multivariée montre qu'elle n'est corrélée qu'à celle des comparaisons et, dans une moindre mesure, celle des représentations digitales.

Dans cette épreuve, il ne s'agit pas seulement d'accéder aux représentations numériques, il faut également les manipuler, c'est-à-dire confronter deux quantités l'une à l'autre en les additionnant ou en les soustrayant. Les opérations demandent donc que les représentations numériques soient bien construites, et suffisamment automatisées pour pouvoir agir sur elles. En quoi les entraînements pourraient-ils améliorer les performances aux opérations ? Additionner ou soustraire signifie intervenir sur une quantité pour la modifier. En l'occurrence, les deux entraînements proposés renforcent la représentation analogique de la quantité. Nous pouvons supposer que les entraînements préparent les enfants aux futurs apprentissages : les enfants entraînés auraient alors davantage de

dispositions pour manipuler les quantités que les enfants non entraînés. Cela avait en effet été observé par Siegler et Ramani (2009) : les enfants ayant suivi l'entraînement au jeu linéaire étaient plus sensibles à un court entraînement d'additions que les enfants non entraînés. Quant à l'entraînement digital, il propose notamment de représenter une même quantité de différentes manières, conventionnelle ou non conventionnelle. Cela demande aux enfants d'agir sur leur représentation d'une quantité, de la modifier et de la décomposer : ainsi, le chiffre 7 peut aussi bien être représenté par une main de cinq doigts et une autre de deux que par une configuration non conventionnelle (quatre doigts sur une main et trois sur l'autre par exemple). Cela corrobore ce qu'écrit Brissiaud en 1991 sur l'utilité des doigts, notamment regroupés en collections-témoins, dans la résolution d'opérations. Enfin, ces résultats enrichissent ceux de Noël (2005) qui avait rapporté une corrélation entre les gnosies digitales et les performances à la tâche d'addition, tâche qui selon elle reposait d'ailleurs davantage sur les représentations digitales que sur la représentation analogique de la quantité. De plus, au post-test 3, l'épreuve d'opérations est en partie prédite par celle des représentations digitales, alors qu'aucune corrélation n'est observée avec celle d'estimation linéaire.

4. Effet durable des entraînements

Le troisième post-test a permis de tester la stabilité des performances mesurées lors du post-test 2. Les groupes expérimentaux, qui affichaient, pour les épreuves de représentations digitales, d'estimation linéaire et de dénombrement, des performances significativement supérieures à celles du groupe C, ne conservent leur écart avec ce dernier que pour les épreuves directement concernées. Leurs performances en dénombrement ne sont pas maintenues, tandis que celles en opérations apparaissent alors comme significativement supérieures. L'effet durable des entraînements n'est donc noté que pour les épreuves directement concernées, et l'amélioration des performances en opérations n'y est peut-être pas liée. La quatrième hypothèse ne peut donc pas être entièrement validée.

Cependant, le groupe contrôle ne rattrape pas son retard. Notons d'ailleurs que durant l'intervalle de 4 mois entre les deux derniers post-tests, ont eu lieu les vacances scolaires estivales : par conséquent, peu d'enseignements ont été délivrés durant cette période, ce qui est appréciable pour notre étude car autrement les résultats auraient pu être biaisés. Cela nous permet de relever que les entraînements induisent un effet non négligeable.

5. Y a-t-il un entraînement plus efficace que l'autre ?

Parmi nos hypothèses de travail, nous souhaitions comparer les deux entraînements sur les épreuves indirectement concernées. Cette analyse est rendue difficile par le fait que les deux groupes expérimentaux ont suivi chacun des entraînements. Cependant, l'entraînement aux manipulations digitales semble avoir des effets plus importants que l'entraînement au jeu linéaire notamment en ce qui concerne les épreuves de dénombrement et celles de comparaisons. Par ailleurs, l'analyse du post-test 2 montre que l'effet de l'entraînement aux manipulations digitales sur l'épreuve de représentations digitales semble plus stable que celui du jeu linéaire sur l'estimation linéaire. En effet, en deuxième période, le groupe DL continue à progresser à l'épreuve de représentations

digitales alors que le groupe LD ne progresse que très peu à l'épreuve d'estimation linéaire.

Des arguments peuvent expliquer que les enfants se soient mieux appropriés l'entraînement aux manipulations digitales que le jeu linéaire, ce qui pourrait expliquer ces résultats. Il est possible que le jeu linéaire proposé ait paru trop simple aux enfants, qui étaient habitués à des jeux de plateau plus complexes. Nous souhaitons en effet nous inspirer le plus largement possible de celui utilisé par Siegler et Ramani lors de leur étude. Les institutrices nous ayant déjà alertées sur le décalage, nous avons modifié le jeu initial en le faisant paraître plus complexe, mais il est possible que les enfants se soient lassés, et aient donc moins investi cet entraînement. A l'inverse, l'entraînement digital a été considéré par les enfants comme une activité inédite, et de ce fait il leur a semblé peut-être plus attractif et ludique que le jeu de plateau.

Ces constats établis, il semble cependant difficile de généraliser, au-delà de notre étude, quant à une plus grande efficacité d'un entraînement par rapport à l'autre, pour des raisons méthodologiques, que nous exposerons plus tard. Notons que l'efficacité de l'entraînement aux manipulations digitales trouve au même titre que celui du jeu linéaire un écho dans la littérature : l'entraînement des gnosies digitales joue également un rôle prédictif (Gracia-Bafalluy et Noël, 2008 ; Fischer, 2010).

6. Discussion de l'hypothèse générale

Nous avons posé hypothèse générale suivante : un groupe d'enfants de 4 à 6 ans qui aura suivi des entraînements basés sur l'utilisation des doigts et la pratique d'un jeu de plateau numéroté et linéaire améliorera davantage ses performances à des tâches numériques et arithmétiques qu'un groupe contrôle qui n'aura pas bénéficié de ces entraînements.

En regard des analyses précédentes, les performances des groupes expérimentaux ont globalement augmenté par rapport à celles du groupe contrôle, mais restent hétérogènes, les scores de certaines épreuves n'ayant pas augmenté significativement. Les entraînements n'ont donc pas un effet équivalent sur chacune des épreuves, ni même un effet sur l'ensemble des épreuves si on prend en compte les deux groupes expérimentaux. L'hypothèse est donc partiellement validée. La généralisation des résultats concernant cette hypothèse est délicate : si nous constatons un effet significatif des entraînements sur certaines compétences, nous ne pouvons pas affirmer qu'ils améliorent l'ensemble des compétences numériques chez les enfants de 4 à 6 ans.

II. Analyse de profils particuliers et perspectives de remédiation

Comme nous venons de le voir, les effets des entraînements sont discutables en fonction des épreuves observées. Nous avons jugé intéressant de poursuivre notre étude par l'analyse clinique de cas particuliers, afin de mieux comprendre l'évolution de certains profils en fonction des entraînements. Cette analyse nous aidera par ailleurs également, par la suite, à critiquer notre travail en vue de l'améliorer.

Nous avons interrogé les enseignants sur le caractère de chaque enfant concerné (sociable/inhibé...), sur leur comportement en classe, leur relation aux apprentissages et leur évolution depuis le début de l'étude. Si besoin, nous leur avons demandé de remplir le questionnaire SWAN (Swanson *et al.*, 2001). Il s'agit d'un questionnaire de dépistage permettant de repérer les enfants susceptibles de présenter un trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité (TDA/H). A partir de ces réflexions, nous pourrions proposer des changements dans notre protocole. Pour préserver l'anonymat des enfants, les prénoms ont été modifiés.

1. Etude d'Antoine

Tout d'abord, le cas d'Antoine nous a semblé intéressant. Il s'agit d'un garçon de 63 mois et scolarisé en GSM au moment du pré-test. Il faisait partie du groupe LD. Son profil montre une dissociation entre les épreuves directement concernées par les entraînements : alors qu'il progresse très fortement en ESTLIN entre le pré-test et le post-test 3 (+61%), ses performances en DIGIT ne font que diminuer dans le même temps (-33%). En COMP, il plafonne à 100% dès le pré-test. Ses performances semblent aussi plafonner en DEN (88%) et en OPE (83%) entre le pré-test et le post-test 3, sa marge de progression se trouvant assez réduite.

Son profil est étonnant car il ne correspond pas à celui observé par les enfants de son groupe, qui montrent une progression plus importante et plus suivie en DIGIT qu'en ESTLIN, épreuve dans laquelle la progression est moindre et concerne moins d'enfants. En outre, Antoine présente entre le pré-test et le post-test 3 la plus forte chute de performances des deux groupes expérimentaux en DIGIT (-33%) avec la deuxième plus faible performance de son groupe au post-test 3 (67%, soit -1,4 ECT, moyenne = 86% +/- 14%), tandis qu'il affiche la progression la plus importante de son groupe en ESTLIN, avec un score final de 80%, soit +1,3 ECT (moyenne LD en ESTLIN = 55% +/- 19%). Son profil suggère que l'entraînement au jeu linéaire lui a été plus bénéfique que l'entraînement digital; pourtant, à l'issue du premier entraînement, ses performances diminuent à toutes les tâches sauf à ESTLIN.

Comment expliquer ce profil ? D'après ses enseignantes de GSM et de CP, Antoine était un garçon très émotif, inhibé et manquant de confiance en lui. Il pouvait alors être très perturbé en situation de test, où le contexte avait son importance. Pendant l'année de grande section, il bénéficiait d'ailleurs d'une aide personnalisée en mathématiques car il avait du mal à résoudre des situations problèmes : l'aide personnalisée visait également à lui permettre de prendre confiance en ses capacités de réflexion. A la suite de ce suivi, il a progressé en mathématiques et était décrit un an après, au CP, comme très performant dans cette matière. Cela confirme l'intérêt d'une aide personnalisée en complément des temps de classe collectifs. Nous avons retenu ce profil à cause de cette chute de performance en DIGIT, qui est finalement à nuancer par les éléments éclaircissant son caractère. D'autre part, sa performance au pré-test en DIGIT plafonnait (100%), il n'aurait pas pu progresser.

Nous ne souhaitons pas proposer de remédiations complémentaires à cet enfant qui affiche déjà de bons résultats. Cependant cette étude de cas montre que l'entraînement collectif peut ne pas convenir à tous les enfants. Les enfants introvertis, notamment, peuvent avoir des difficultés à trouver leur place dans un groupe, et donc tirer moins

profit que d'autres de cet entraînement collectif, qui présente donc des limites pour ce profil d'élèves.

2. Comparaison d'Alban et Inès

Nous avons ensuite cherché des enfants ayant des profils semblables au pré-test afin d'analyser leur différence de progression suite aux entraînements et chercher des perspectives de remédiation adaptées.

Notre attention s'est tout d'abord portée sur Alban et Inès, deux enfants du groupe DL. Alban est un garçon âgé de 59 mois au moment du pré-test, Inès est une fille de 58 mois. Ces deux enfants étaient scolarisés dans la même classe, Alban en GSM et Inès en MSM. Lors du pré-test, ces deux enfants ont eu des performances relativement proches aux activités arithmétiques : ce sont des performances homogènes faibles dans l'ensemble des tâches testées. La seule différence est qu'Inès a une performance particulièrement faible en dénombrement (25%), alors que sa performance en estimation linéaire est dans la moyenne (41%), tandis que c'est l'inverse pour Alban (dénombrement : 63%, estimation linéaire : 14%). Leur performance en DIGIT est identique (50%).

A l'issue du premier entraînement (aux manipulations digitales), au post-test 1, les deux enfants ont progressé en DIGIT : Alban semble particulièrement sensible à l'entraînement (+42%), tandis qu'Inès a une progression plus modérée (+17%). Concernant les autres tâches, les scores d'Alban augmentent également globalement (DEN : +25%, COMP : +44%, OPE : +34%, ESTLIN : +10%). L'entraînement semble donc avoir eu pour lui un effet de généralisation sur l'ensemble des tâches proposées. Les performances d'Inès sont moins homogènes (DEN : +25%, COMP : +44%, OPE : -17%, ESTLIN : -4%). A l'issue de ce test, les deux enfants ont alors des performances équivalentes en estimation linéaire et en comparaisons, Alban ayant des performances supérieures dans les trois autres tâches.

Suite à l'entraînement au jeu linéaire, au post-test 2, Alban ne progresse pas du tout en ESTLIN (-19%). Cependant, ses performances restent stables ou augmentent dans les autres tâches (DIGIT : +8%, DEN : +12%, COMP : +0%, OPE : +0%). Ces résultats suggèrent que cet enfant n'est pas du tout sensible à l'entraînement au jeu linéaire, alors que l'effet de l'entraînement aux manipulations digitales semble se poursuivre.

De la même manière, suite à l'entraînement au jeu linéaire, au post-test 2, Inès ne progresse pas du tout en ESTLIN (-32%). Ses performances dans les autres tâches sont hétérogènes (DIGIT : -17%, DEN : =, COMP : -19%, OPE : +50%). Le score en opérations est étonnant, et peut en partie s'expliquer par le manque de sensibilité de cette épreuve. Les autres performances suggèrent que les bénéfices acquis lors du premier entraînement (aux manipulations digitales) ne sont pas stables.

Lors du post-test 3, les performances d'Alban restent élevées et très stables (DIGIT : +0%, DEN : +0%, COMP : +12%, OPE : -17%, ESTLIN : +5%). Cela confirme les effets durables de l'entraînement aux manipulations digitales. Les performances

d'Inès continuent à être hétérogènes (DIGIT : -8%, DEN : -12%, COMP : +0%, OPE : -66%, ESTLIN : +35%). Par rapport au pré-test, seules les performances aux épreuves DEN (+13%) et COMP (+25%) sont améliorées, les épreuves directement entraînées voient leur score diminuer.

Ainsi, la comparaison des performances de ces deux enfants permet de dégager les points suivants :

- Les deux enfants étaient scolarisés dans la même classe, avaient le même âge et présentaient un profil sensiblement équivalent lors du pré-test (performances globalement faibles).
- Ces enfants ont tous les deux suivis un entraînement identique aux manipulations digitales puis au jeu linéaire, avec le même enseignant.
- Les deux enfants ont tous deux été sensibles à l'entraînement aux manipulations digitales (à différents degrés) et aucun des deux n'a été sensible à l'entraînement au jeu linéaire.
- Un des deux enfants (Alban) a été plus sensible que l'autre à l'entraînement aux manipulations digitales. Pour cet enfant, au profil relativement atypique, les résultats aux autres tâches ont été fortement améliorés, et sont restés stables à moyen terme.
- Pour l'autre enfant (Inès) au profil plus typique dans le groupe, les résultats aux autres tâches ont dans un premier temps augmenté, mais de manière moins homogène, et surtout de manière instable.
- Notons que, malgré leur âge et leur profil identique, Inès était en MSM et Alban en GSM. Nous avons demandé aux enfants lors du pré-test de dessiner un bonhomme et de copier des figures géométriques pour évaluer leur niveau de développement. Selon la cotation d'EVALO, le bonhomme d'Inès correspond à la production d'un enfant plus jeune (environ 4 ans) avec notamment des bras directement reliés à la tête. Celui d'Alban, bien plus élaboré, est plus typique chez des enfants plus âgés (d'environ 5 ans 6 mois) avec la présence de vêtements et également le nombre exact de doigts à chaque main. Concernant la copie de figures, les deux enfants avaient réussi la copie du rond et du triangle mais seul Alban avait copié l'angle droit du carré. Cette différence de maturité peut en partie expliquer la différence de réception de l'entraînement sur le long terme.

Concernant Alban, les manipulations digitales semblaient bien adaptées car l'enfant est entré facilement dans l'entraînement. Cependant, ce profil n'est pas évident à analyser car Alban est un garçon qui, selon son enseignante, présente des problèmes de comportement qui entravent fortement les apprentissages. En lui faisant remplir le questionnaire SWAN, nous nous rendons compte qu'Alban entre dans les critères positifs de la forme mixte de ce trouble, avec les versants hyperactivité et inattention également mis en évidence. Ces difficultés comportementales pourraient expliquer en partie pourquoi il ne tire pas bénéfice de l'entraînement au jeu linéaire. En effet, dans cet entraînement, les enfants jouaient par petits groupes et Alban ne réussissait peut-être pas à maintenir son attention, quand c'était au tour des autres enfants de jouer. A l'inverse, l'entraînement aux manipulations digitales se déroulait de manière collective mais, les enfants étaient, chacun, constamment sollicités ; il y avait également des situations duelles qui permettaient à l'enfant de ne pas disperser son attention.

Inès était sensible aux manipulations digitales et les effets avaient d'abord tendance à se généraliser aux autres tâches mais ils n'étaient pas très stables dans le temps. D'un point de vue comportemental, Inès est une enfant timide, qui demande beaucoup d'attention. Peut-être est-ce l'aspect collectif de l'entraînement qui a pu représenter un frein. En effet, selon son enseignante, Inès a tendance à s'éparpiller et perd ses moyens dans les situations collectives. En revanche, le travail en petit groupe lui convient davantage et est plus bénéfique car il permet de canaliser son attention. Son manque de maturité, soupçonné après l'analyse du dessin du bonhomme, était d'ailleurs pointé par les enseignantes.

Nous noterons cependant que le caractère et le comportement ne peuvent cependant suffire à expliquer pourquoi ces deux enfants ont été plus sensibles aux manipulations digitales qu'à l'entraînement linéaire.

Compte tenu des éléments que nous venons de noter, les aménagements suivants pour ces enfants auraient pu être faits : proposer un entraînement individuel où l'enfant n'est en présence que de l'enseignant prodiguant l'entraînement. Cela permettrait d'instaurer un cadre de travail mieux défini, plus adapté aux problématiques de ces enfants. Dans ce cadre, il serait plus aisé pour l'enfant d'être acteur de l'entraînement, ce qui lui permettrait de mieux l'investir. Etre dans une position active permet en effet à l'enfant de mobiliser davantage son attention, d'avoir des initiatives propres pour mieux construire ses représentations mentales dans l'activité.

3. Comparaison de Charles, Louna et Baptiste

Notre attention s'est ensuite portée sur trois enfants du groupe LD ayant un profil comparable : Charles (un garçon), Louna (une fille) et Baptiste (un garçon). Ces enfants sont parmi les plus jeunes à avoir suivi l'entraînement (ils avaient entre 51 et 53 mois au moment du pré-test). Leurs performances générales étaient les plus faibles de leur groupe au moment du pré-test et présentaient une certaine homogénéité. Seule Louna avait une performance élevée en opérations puisqu'elle les réussit toutes lors du pré-test (cependant ses résultats sont faibles dans toutes les autres tâches).

Au post-test 1, seule Louna semble avoir profité du premier entraînement (jeu linéaire) puisque son score en ESTLIN augmente de 19% (alors que le score des deux autres enfants régresse dans la même tâche). Cependant, concernant toutes les autres tâches, les performances des trois enfants sont globalement en légère progression, excepté pour Louna en opérations où elle chute de 33% (mais son score lors du pré-test était étonnant).

Au post-test 2, les trois enfants semblent avoir profité du second entraînement puisque leurs scores en DIGIT augmentent de 17 à 25%. Concernant les autres tâches, on observe globalement une progression similaire. En ESTLIN, les deux enfants qui n'avaient pas progressé lors du post-test 1 voient leurs performances augmenter (+31% pour Charles, +26% pour Baptiste) alors que le score de Louna reste stable (+4%). Les performances sont en progression pour Louna et Baptiste en COMP et DEN alors que Charles ne progresse qu'en DEN. Seuls les scores en OPE sont moins stables (chute pour Charles et Louna, progression pour Baptiste).

Au post-test 3, les performances de ces trois enfants restent globalement stables dans toutes les tâches et même, la plupart du temps, continuent à augmenter. Seul le score de Louna en dénombrement chute un peu.

Suite à cette comparaison, nous nous rendons compte que ces enfants qui avaient des scores très faibles lors du pré-test, ont suivi une progression constante dès le post-test 1 et que cette progression est très stable. A l'issue du post-test 3, leurs performances globales restent en-dessous de la moyenne de leur groupe, mais sont nettement supérieures à celles du groupe contrôle (ce qui n'était pas le cas lors du pré-test).

Si les scores en ESTLIN n'ont pas augmenté suite à l'entraînement au jeu linéaire pour deux de ces enfants (Baptiste et Charles), on peut tout de même se demander si cet entraînement n'a pas eu un effet plus tardif, déclenché à la suite de l'entraînement aux manipulations digitales. En effet, ces enfants sont particulièrement jeunes, et ils ont peut-être mis plus de temps à tirer des bénéfices concernant la ligne numérique mentale. De plus, les productions en dessin du bonhomme et en copies de figures de ces deux élèves correspondaient à des productions d'enfants plus jeunes, contrairement à Louna, qui a davantage bénéficié de l'entraînement au jeu linéaire. Ceci suggère que le niveau de développement a une importance dans la réception d'un tel entraînement.

Dans la littérature, concernant l'estimation linéaire, Siegler et Ramani ont établi que la marge de progression varie selon le niveau de performances initiales chez les enfants âgés entre 4 et 5 ans (2009) et aussi chez ceux âgés entre 3 et 4 ans (2011). Les enfants obtenant les scores les plus faibles lors du pré-test progressent davantage que ceux obtenant des scores plus élevés. Baptiste et Charles ne suivent pas ce profil, ils ne rattrapent pas leur écart. Ramani et Siegler (2011) ont montré que la marge de progression pouvait également varier selon le niveau socio-économique. Cependant, afin d'évaluer des enfants de milieux socio-économiques différents, mais présentant un même niveau de performances au pré-test, ils ont dû prendre en compte des enfants de différents âges. Ils ont ainsi pu montrer que des enfants de niveau socio-économique moyen ne progressent pas autant que des enfants de niveau socio-économique plus faible, mais cependant plus âgés. On peut donc se demander si l'âge a pu, lui aussi, influencer la progression des résultats. En effet, les enfants plus âgés ont progressé davantage que les enfants plus jeunes. D'autre part, la ligne numérique mentale s'acquiert très progressivement, surtout entre 5 et 7 ans (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, Zorzi, 2010). Cela peut expliquer pourquoi certains enfants de moyenne section ont progressé plus lentement que leurs camarades de grande section.

D'après l'enseignante concernée, ces trois enfants ne présentent pas le même profil à l'école mais plusieurs raisons pourraient expliquer leur faible progression. Louna est une enfant ne présentant aucun problème si ce n'est un léger manque de confiance en elle ou un manque d'intérêt pour les mathématiques. Baptiste et Charles ont tous deux des difficultés de comportement qui rejaillissent sur leurs apprentissages et qui peuvent masquer leurs compétences. Baptiste a notamment été suivi par le RASED (Réseau d'Aides Spécialisées aux Elèves en Difficulté) pour son manque d'investissement dans les apprentissages et Charles présente également des symptômes du TDA/H au questionnaire SWAN. Enfin, l'enseignante pointe le fait qu'ils étaient tous les trois en moyenne section et qu'ils avaient plus de mal à intervenir lors des entraînements où les élèves de grande section (de fait de leur âge et de leur maturité) s'imposaient davantage dans les apprentissages (en répondant plus vite et plus fréquemment).

La progression lente mais stable de ces trois élèves suggère qu'un prolongement des deux entraînements leur permettrait de continuer à progresser. Les entraînements semblent efficaces mais longs à porter leurs fruits, il serait donc intéressant de les poursuivre en les diversifiant. Ces élèves étant actuellement en GSM, cette poursuite semble faisable sur le temps de la classe, les contraintes de programme étant moins importantes qu'en CP. Il pourrait s'agir par exemple de proposer différentes expériences de jeu de plateau pour consolider la ligne numérique. Parallèlement, il faudrait aussi consolider les manipulations digitales en poursuivant des exercices réguliers de manipulations digitales (intégration de l'entraînement dans un rituel quotidien de la classe comme le proposaient les institutrices).

4. Propositions de changements dans les entraînements

En tenant compte des effets généraux des entraînements sur les groupes les ayant suivis, de l'analyse des profils, mais aussi de notre sens clinique et de nos échanges avec les institutrices, voici ce que nous pouvons proposer pour améliorer les entraînements :

- Améliorations concernant l'ensemble des entraînements :
 - Entraînement en petit effectif : un adulte avec deux ou trois enfants. Cela pourrait être intégré en aide personnalisée par exemple, et jouer un rôle préventif pour des enfants déjà en difficulté ou susceptibles d'être en difficulté lors d'activités arithmétiques. Nous voyons dans cette forme d'entraînement deux intérêts principaux : rassurer les enfants qui manquent de confiance en eux et canaliser l'attention de ceux qui en ont besoin.
 - Rendre l'enfant acteur de son apprentissage, en l'amenant à être le plus possible dans une posture dynamique lors des entraînements.
 - Proposer le maximum de modalités d'encodage, afin de renforcer les liens entre les différentes représentations numériques et de faciliter leur intégration en mémoire à long terme. C'était déjà le cas en partie pour l'entraînement à la ligne numérique, dans lequel les chiffres étaient oralisés et visualisés à chaque déplacement. Il s'agirait de varier les modalités et de les associer pour montrer qu'une même quantité (représentation analogique) peut être représentée différemment, par des chiffres visibles (représentation visuelle indo-arabe) ou énoncés oralement (représentation auditivo-verbale), par des constellations de dés et représentations digitales (représentations symboliques).
 - Inclure des activités arithmétiques dans les entraînements pour aider à la généralisation des effets sur d'autres compétences arithmétiques :
 - Pour préparer les opérations : faire davantage de compositions de doigts (« comment tu peux faire X avec tes doigts, de plusieurs façons ? ») et dans les deux entraînements, rajouter des questions comme « combien de doigts il faut rajouter/enlever pour faire X ? », « combien de cases il reste à parcourir avant l'arrivée ? », etc.
 - Pour préparer les comparaisons : on peut travailler cette notion en compréhension (« est-ce que j'ai plus de doigts levés que toi ? ») et en production « fais plus que/moins que moi avec tes doigts ») avec

les représentations digitales et on testera ensuite si l'enfant peut généraliser la comparaison de représentations digitales aux comparaisons de représentations visuelles et de représentations analogiques (collections).

- Pour préparer le dénombrement : on peut entraîner les enfants à dénombrer les cases du jeu (toutes les cases, les cases parcourues, les cases restant à parcourir) ou dénombrer des collections de doigts (sur un camarade, sur l'entraîneur). La disposition alors travaillée est linéaire, l'objectif est que l'enfant entraîne son dénombrement sur la disposition plus facile et qu'il la généralise aux dispositions aléatoires, plus difficiles, lors des tests.

- Concernant l'entraînement digital

Nous avons montré que les entraînements n'avaient pas eu beaucoup d'effet sur les épreuves indirectement concernées. Pour pallier cela, quelques activités pourraient améliorer les performances en opérations, dénombrement et comparaisons :

- Systématiser dans un premier temps le comptage sur les doigts pour améliorer le dénombrement. Cela peut se faire par exemple sous la forme d'une comptine. Cette première étape permet d'apprendre à utiliser ses configurations digitales comme substitut de la mémoire de travail, avant une deuxième étape d'abstraction, qui sera nécessaire.
- Des tâches de comparaisons, de dénombrement et de compositions digitales en vue d'être généralisées, comme nous l'avons vu ci-dessus.

- Concernant l'entraînement au jeu linéaire

Afin de rendre l'entraînement plus attractif tout en gardant le principe de la ligne numérique, nous pourrions :

- Faire un plateau plus ludique, peut-être construit avec les enfants, avec des pions et des images en adéquation avec leurs centres d'intérêts (course d'animaux, de voitures...). Il faudrait veiller cependant au respect de certains principes : jeu linéaire et pas circulaire, cases numérotées, énonciation de la comptine numérique quand on avance son pion, etc.
- Retravailler la modalité de l'entraînement au jeu linéaire. En effet, sa simplicité a pu nuire à l'adhésion des enfants à l'activité et donc diminuer les effets de l'entraînement. Il serait intéressant d'en proposer une version plus complète : nous pensons à une forme de marelle où les enfants seraient leur propre pion. Ils se déplaceraient avec des contraintes plus ou moins importantes (à cloche-pied, à pieds joints) et en récitant la suite numérique. On pourrait également intégrer des manipulations digitales à cette activité, en demandant par exemple aux enfants qui observent de compter sur leurs doigts en même temps qu'un enfant se déplace. Dans une activité comme celle-ci,

toutes les modalités d'encodage pourraient être travaillées, et les liens entre les trois représentations numériques selon Dehaene pourraient être renforcés.

L'objectif de ces modifications est naturellement que chacun des élèves puisse, en fonction de son mode de fonctionnement et de ses compétences initiales, tirer un bénéfice optimal des entraînements. Les compétences acquises au cours de ces entraînements doivent se généraliser pour pouvoir être transposées *in fine* dans d'autres domaines.

III. Limites de l'étude expérimentale

Nous avons observé que la construction de notre protocole nous amenait à relativiser parfois l'interprétation de nos résultats. Dans ce sens, nous avons réfléchi aux éléments qui pourraient être améliorés.

1. Hypothèses et problématique

Il était sûrement un peu ambitieux d'envisager un effet des entraînements sur l'ensemble des performances numériques des enfants entre 4 et 6 ans. Il était en effet difficile de construire des épreuves qui évalueraient l'ensemble de ces performances : il aurait alors fallu utiliser un test existant. Par ailleurs, nos entraînements stimulent majoritairement des compétences non verbales (manipulations digitales et représentation linéaire du nombre). Or, à cet âge, et plus précisément entre 2 et 5 ans, les enfants s'appuient davantage sur leurs représentations auditivo-verbales (Nicoladis *et al.*, 2010, cités par Crollen *et al.*, 2011), et donc sur des compétences verbales.

Nous avons testé beaucoup de performances, en lien avec deux entraînements différents. La limite principale de notre étude est donc que nous pouvons difficilement isoler des facteurs de réussite distincts concernant l'épreuve globale d'une part et les épreuves spécifiques d'autre part. Par exemple, comment savoir, dans l'entraînement aux manipulations digitales, ce qui influence le plus les performances, entre les représentations digitales en reconnaissance et en production d'une part, et les gnosies digitales d'autre part ? Pour le savoir, nous aurions pu proposer un entraînement comportant uniquement l'une ou l'autre tâche.

2. Population

L'étude aurait sans doute pu être plus concluante si l'effectif de notre échantillon avait été plus important. Cependant, il n'a pas été facile de trouver des écoles volontaires pour expérimenter notre travail, qui exigeait beaucoup d'investissement de la part des enseignants. Notre protocole expérimental se déroulant sur dix mois, nous avons ensuite été confrontées à une réduction de l'échantillon au cours de notre étude en lien avec les absences d'enfants (au cours des différents tests), et également en lien avec le départ de certains enfants entre le post-test 2 et le post-test 3, à cause du passage en CP. Notre effectif initial de 63 enfants s'est alors réduit à 56 enfants (soit environ 89 % de la population initiale). Certes, nous avons estimé de manière qualitative l'origine socio-

culturelle des élèves (notamment pour être sûres que les trois groupes expérimentaux soient comparables) et leur niveau de développement. Cependant, nous ne les avons pas contrôlés de manière plus rigoureuse ce qui aurait pu entraîner une réduction encore plus significative de l'échantillon. Cela a plusieurs implications. Premièrement, l'échantillon de notre étude n'est peut-être pas représentatif de la population. Deuxièmement, l'influence de la taille de l'échantillon a nécessairement un impact sur l'analyse statistique des résultats. En effet, avant de procéder au post-test 3, nous avons analysé les performances de l'échantillon initial jusqu'au post-test 2, la taille de l'échantillon était alors plus importante. Avec cette population un peu plus importante, nous avons trouvé des résultats sensiblement différents. En effet, sur la population initiale de 63 enfants, nous avons pu voir que les entraînements, quel que soit leur ordre (groupes DL et LD), induisaient une amélioration à moyen terme des performances par comparaison avec le groupe C. Cette amélioration concernait, d'une part, les deux activités spécifiquement entraînées et, d'autre part, les comparaisons de nombres et, surtout, les opérations. Or suite à la réduction de notre population à 56 enfants, nous ne retrouvons plus cet effet sur les comparaisons, alors que nous trouvons un effet (mais peu stable) sur le dénombrement. La réduction de notre population a donc un impact sur nos résultats. Nous aurions eu sans doute des résultats plus francs avec une population plus importante.

3. Méthode expérimentale

Les deux entraînements comportent de nombreuses différences. Même s'ils avaient une durée effective identique (trois heures) et qu'ils s'étaient tous deux sur une période de six semaines, la fréquence des séances d'entraînement aux manipulations digitales (cinq à dix minutes par jour) était plus importante que celle concernant l'entraînement au jeu linéaire (neuf séances de vingt minutes). L'entraînement aux manipulations digitales, qui comprend trois sortes d'exercices, est également plus varié et laisse plus de liberté d'intervention aux institutrices que l'entraînement au jeu linéaire, plus répétitif.

Ces différences peuvent expliquer pourquoi l'entraînement aux manipulations digitales semble avoir généré plus d'effets que l'entraînement au jeu linéaire : plus attractif, plus régulier, les enfants y ont peut-être été plus réceptifs. En même temps, ces différences rendent la comparaison des deux entraînements encore plus délicate qu'elle ne l'était déjà.

4. Matériel

La conception des épreuves a été difficile car nous voulions pouvoir évaluer le maximum de performances et de manière la plus sensible possible, mais nous avons conscience que le temps de passation serait limité à cause du nombre d'enfants à tester et des limites de leurs capacités attentionnelles. Nous voulions également que les épreuves ne soient pas trop faciles, afin de laisser une marge de progression. Nous pensons que notre test était globalement bien conçu car nous avons observé peu d'effets plafonds et d'effets planchers : il laissait une marge de progression qui fut observée par les groupes expérimentaux et n'a pas généré d'effet d'apprentissage chez le groupe contrôle, qui lui n'a pas progressé.

Néanmoins, ce test aurait pu être amélioré si nous l'avions testé préalablement, lors d'une étude pilote (ce que nous n'avons pas pu faire étant donné la durée déjà importante de notre étude longitudinale). Nous nous serions alors rendu compte des problèmes que nous avons remarqués au fil des passations, et aurions pu les modifier avant de faire passer le pré-test.

Tout d'abord, les épreuves manquent parfois de sensibilité : les épreuves étaient notées sur 6 points au minimum et sur 16 points au maximum, soit sur 10,4 points en moyenne. Concernant l'épreuve des comparaisons par exemple, notée pourtant sur 16 points, l'écart entre les groupes expérimentaux et le groupe contrôle aurait pu devenir significatif et non plus seulement tendanciel, si l'épreuve avait contenu davantage d'items.

Ensuite, nous nous sommes rendu compte que l'épreuve de dénombrement était sans doute trop compliquée : nous avons proposé quatre tâches différentes (comprenant chacune deux items), dans le but de comparer chacune des tâches mais finalement ce niveau de détail n'a pas été possible (trop peu d'items pour chaque tâche). Lors des passations, nous nous sommes également aperçu que cette épreuve mettait beaucoup en échec certains enfants. Elle demandait en effet un effort considérable d'attention et de mémoire de travail, car il s'agissait parfois de retenir une collection en même temps que d'en dénombrer une autre. Il pouvait arriver que les enfants perdent de vue la consigne. Cette épreuve n'évalue donc pas seulement la capacité à dénombrer, elle n'est pas suffisamment valide et l'interprétation des résultats est alors difficile. Une évaluation individuelle aurait permis de cibler la performance en dénombrement, la réponse orale de l'enfant aurait alors remplacé le choix multiple. D'autre part, nous n'avons proposé que des collections disposées de manière aléatoire, ce qui correspond à la disposition la plus lente à être dénombrée (Beckwith et Restle, 1966, cités par Camos, 1999). Pour atténuer la difficulté de l'épreuve, il aurait fallu proposer des tâches plus faciles (disposition linéaire, circulaire), au moins pour la tâche où il fallait comparer deux collections différentes (par exemple : dire si deux collections, une circulaire et une linéaire, sont identiques ou non). Les enfants auraient alors dénombré plus rapidement et le temps de maintien de l'information en mémoire de travail aurait diminué.

Concernant la tâche d'identification de représentations digitales, dans laquelle il faut notamment relier entre elles six représentations digitales conventionnelles et six représentations digitales non conventionnelles, elle peut vite pénaliser le score puisqu'une erreur en génère forcément une seconde. Il aurait peut-être fallu proposer un choix multiple pour chaque représentation digitale, comme dans la tâche qui la précédait.

5. Conditions de passation des tests et des entraînements

Il est à noter que les tests ne se sont pas toujours déroulés dans les mêmes conditions : d'un enfant à l'autre et d'un test à l'autre, ils n'avaient pas lieu avec le même expérimentateur, ni au même moment de la journée, ni au même endroit (notamment entre le post-test 2 et le post-test 3, où une grande partie des élèves a changé d'école en passant au CP). Parfois la passation était interrompue par le temps de récréation.

Les enfants étaient testés de manière collective, probablement de manière moins rigoureuse que s'ils avaient été testés individuellement, surtout à cet âge où un étayage est

souvent nécessaire. Nous avons donc été confrontées aux problèmes suivants et avons fait tout notre possible pour les limiter : volonté de donner la réponse à haute voix, essai de copie sur les camarades, agitation motrice, difficultés de concentration.

D'autre part, l'épreuve durait 45 minutes au maximum, ce qui demande un effort d'attention très important pour des enfants de 4 à 6 ans (dont la limite attentionnelle moyenne varie entre 15 et 25 minutes): tous les enfants n'étaient probablement pas capables de rester concentrés pendant toute la durée du test.

Ces différences dans les conditions de passation rendent la collecte des données moins rigoureuse. Par exemple, en analysant qualitativement les profils de chaque enfant de la population finale (jusqu'au post-test 3), nous nous sommes rendu compte qu'une grande majorité d'entre eux observait pour certaines épreuves, notamment celle d'estimation linéaire, une progression en dents de scie. L'instabilité de certains résultats peut en partie être expliquée par les conditions de passation.

Chaque enfant était entraîné par son institutrice. Il est donc possible que les deux groupes expérimentaux n'aient pas reçu de manière identique chaque entraînement, ce qui pourrait expliquer par exemple que les deux groupes n'ont pas toujours progressé de manière identique.

IV. Apports de l'étude

1. Apports personnels

D'un point de vue personnel, cette étude expérimentale nous aura permis de découvrir les joies et difficultés du travail de chercheur, et de nous rendre compte du travail préalable à la réalisation des tests, que nous utiliserons dans notre pratique. L'instabilité de nos résultats nous a en effet amenées à réfléchir sur les qualités psychométriques nécessaires pour situer l'enfant dans ses apprentissages et en comparaison avec sa classe d'âge. Ainsi nos épreuves n'étaient pas toutes valides (celle de dénombrement n'était pas assez pure) ni sensibles (opérations sur six points).

En étudiant la ligne numérique mentale et le rôle des doigts dans le développement numérique, nous avons acquis des connaissances cliniques qui sont venues enrichir les savoirs théoriques dispensés à l'école d'orthophonie. Grâce à cette étude longitudinale de dix mois, nous avons ainsi pu développer une connaissance clinique assez fine des capacités cognitives notamment arithmétiques des enfants tout-venant de 4 à 6 ans, en vue de dépister des enfants en difficultés.

2. Apports pédagogiques et thérapeutiques

Le grand public ignore souvent que les compétences logico-mathématiques sont un domaine de rééducation des orthophonistes. De même la prévention est une composante à part entière du champ d'action des orthophonistes (Extrait de l'article 4 du décret d'actes des orthophonistes n° 2002-721 du 2 mai 2002) : « Les orthophonistes proposent des actions de prévention, d'éducation sanitaire ou de dépistage. Ils participent également à la

formation initiale et continue des orthophonistes ainsi que des autres professionnels de l'éducation, de la santé. Ils s'investissent dans la lutte contre l'illettrisme et la recherche dans tous les domaines de l'orthophonie ».

Notre mémoire se situe dans cette perspective de recherche et d'affirmation de notre expertise en ce domaine. En étudiant quels entraînements étaient susceptibles d'améliorer les performances spécifiques et générales d'enfants de moyenne et de grande section de maternelle en arithmétique, nous souhaitions résolument nous inscrire dans ce double champ de compétences peu investigué par les orthophonistes (la prévention en logico-mathématique). Nous souhaitions donner des outils et des pistes de recherche aux enseignants pour dépister, prévenir mais aussi remédier aux difficultés logiques et mathématiques et ce dès leurs premières manifestations. Ainsi comme l'avait montré l'étude de Siegler et Ramani (2008), une intervention précoce dans ce domaine permet très rapidement de remédier aux disparités de performances entre les enfants (souvent liées à des inégalités sociales). On sait par ailleurs que les performances en maternelle sont fortement prédictrices de difficultés mathématiques ultérieures à moyen et long terme (Duncan *et al.*, 2007; Jordan, Kaplan, Ramineni, et Locuniak, 2009 ; Stevenson et Newman, 1986, cités par Ramani et Siegler, 2011), d'où la nécessité d'agir le plus précocement possible.

Nous avons souhaité collaborer avec des équipes éducatives afin de leur proposer notre savoir-faire mais aussi d'expérimenter la complémentarité entre l'orthophonie et l'école. En effet dans notre future pratique professionnelle, qu'elle se fasse en libéral ou en institution (SESSAD, IME, CMP, CMPP, etc.), les échanges que nous aurons avec les enseignants seront essentiels à la mise en place et au suivi du projet thérapeutique de l'enfant. Les échanges avec les professeurs des écoles, les directeurs, et les équipes éducatives en général ont été fructueux de part et d'autre. De notre côté, la pratique quotidienne des enseignants, leurs connaissances précises des enfants de leur classe, de leurs compétences et de leur rythme nous ont permis d'affiner notre protocole expérimental. Par exemple, leurs conseils nous ont permis d'aménager au mieux la durée et la difficulté des tests et de choisir des moments propices pour leur passation. De même, nous avons dû confronter les entraînements que nous souhaitions mener (issus de nos recherches théoriques) aux habitudes concrètes des enfants. Ainsi l'entraînement au jeu linéaire, issu des études de Siegler et Ramani (2008, 2009) a dû être modifié dans sa version originale car les enfants des deux classes pratiquaient déjà des activités de même nature mais de difficulté supérieure et n'auraient pas adhéré à ce type d'entraînement.

En ce qui concerne les professeurs des écoles, ils se sont montrés dès le début de notre recherche très demandeurs de cette expérimentation. En effet, les mathématiques font partie des préoccupations actuelles des enseignants de maternelle. Ainsi, comme l'annonce le plan pour les sciences et les technologies à l'École paru en janvier 2011, la prévention des difficultés logico-mathématiques doit devenir l'une des priorités des enseignants, et ce dès la maternelle. « C'est à la maternelle, lorsque l'enfant commence à dire les nombres, à compter les objets, à décrire leur position et à les grouper, que débute la prévention de l'innumérisme. L'apprentissage se fait par la manipulation, la réflexion et les échanges. Il doit être progressif, sur toute la scolarité de l'élève ». Les professeurs ont été très disponibles pour les temps d'échange et très enthousiastes d'expérimenter nos protocoles. D'un point de vue qualitatif, l'entraînement aux manipulations digitales a semblé très concluant pour les professeurs qui ont noté des répercussions sur les performances aux activités numériques faites en classe. Ainsi, à la rentrée suivante, ils ont

décidé d'aménager cet entraînement et de l'intégrer aux activités rituelles de leurs nouvelles classes.

D'un point de vue plus orthophonique, même si nous n'avons pas entièrement pu le montrer, notre étude souligne l'intérêt des activités informelles dans le développement numérique. En marge de l'enseignement explicite dispensé à l'école, focalisé sur les compétences verbales, il peut être intéressant d'entraîner les compétences non verbales, surtout quand des difficultés langagières apparaissent. Ainsi n'hésiterons-nous pas à mobiliser les doigts en rééducation logico-mathématique, et à préférer des jeux de plateaux linéaires aux jeux circulaires. Dans nos relations futures avec le personnel enseignant, nous saurons par ailleurs mettre en avant une complémentarité entre objectifs thérapeutiques et principes pédagogiques et proposer des activités concrètes pouvant être pratiquées durant l'aide personnalisée par exemple.

V. Perspectives de recherche

Notre étude a soulevé plusieurs questions qui peuvent donner suite à de nouveaux travaux de recherches concernant les liens entre pratique d'activités informelles (mettant en jeu des compétences non verbales), et activités arithmétiques (reposant sur l'apprentissage explicite et donc essentiellement les compétences verbales) :

- Quelle est la nature exacte des effets des manipulations digitales et de la pratique d'un jeu linéaire dans l'évolution des performances en comparaisons, dénombrement et opérations ? Nous sommes persuadées que ces activités ont toute leur importance et il serait intéressant de pouvoir le montrer de manière plus ciblée. Pour cela, il faudrait construire un nouveau protocole expérimental en corrigeant les aspects annoncés précédemment dans notre propre protocole, et améliorer les entraînements selon les propositions établies dans l'analyse de cas particuliers. Concernant les épreuves, les tâches proposées mériteraient de contenir davantage d'items, afin qu'elles soient plus sensibles et qu'elles permettent une marge de progression plus importante.
- Ces entraînements peuvent-ils avoir un effet sur une population pathologique ? Concernant l'entraînement au jeu linéaire, Siegler et Ramani (2011) avaient déjà montré que des enfants de 3 à 4 ans, issus de classes défavorisées et présentant les résultats les plus faibles de leur groupe aux tâches arithmétiques, progressaient au moins autant, sinon plus, que des enfants issus de classes moyennes, avec de meilleurs résultats lors du pré-test. Il pourrait donc être intéressant de faire des études de cas sur des enfants plus âgés présentant des difficultés de construction des structures logico-mathématiques. On pourrait choisir des enfants ayant eu peu d'expériences précoces en jeux de plateau et/ou ayant peu manipulé avec les doigts pour voir si un entraînement ciblé pourrait contribuer au renforcement de ces structures. Les manipulations digitales et le jeu linéaire mettent en jeu des processus utilisés par exemple dans le dénombrement. Ainsi, on pourrait voir si les effets des entraînements observés sur des enfants tout-venant sont également présents chez des enfants dyscalculiques, en choisissant des enfants présentant des troubles différents.
- Enfin, suite à notre étude, il pourrait être intéressant de concevoir un outil de dépistage formalisé qui pourrait être proposé en grande section de maternelle pour dépister les enfants susceptibles de développer des difficultés en arithmétique.

Certaines épreuves de notre test pourraient être reprises et modifiées afin de les étalonner pour des enfants de cet âge là. En effet peu d'outils formels existent pour le moment. Or, si l'entraînement collectif est coûteux en termes d'investissement pour les équipes pédagogiques, l'aide personnalisée, plus ciblée, peut être très bénéfique pour pallier les déficits déjà constatés. En effet, dans l'étude de Siegler et Ramani (2008), un entraînement très court au jeu linéaire (4 séances de 15 minutes) avait par exemple suffi à éliminer les différences de performances en estimation numérique entre les enfants de niveaux différents.

CONCLUSION

Dans le cadre des recherches actuelles sur le développement des compétences numériques et arithmétiques des enfants, nous cherchions à mettre en évidence l'importance d'activités informelles, comme les manipulations digitales et la pratique d'un jeu de plateau, dans ces performances numériques.

Nous voulions obtenir un effet des entraînements aux manipulations digitales et au jeu de plateau sur des tâches arithmétiques faisant intervenir les trois représentations du nombre selon Dehaene (1992). L'analyse des résultats n'a montré qu'un effet partiel de ces entraînements sur l'ensemble des épreuves passées, qui ne nous permet pas de valider entièrement l'hypothèse générale : nous ne pouvons pas affirmer que ces entraînements améliorent l'ensemble des compétences numériques chez les enfants de 4 à 6 ans. Cependant, les deux groupes expérimentaux affichent dès le post-test 2 des scores globaux significativement supérieurs à ceux du groupe contrôle. De plus, chaque entraînement a un effet significatif sur les performances aux épreuves directement concernées : les deux hypothèses opérationnelles correspondantes sont donc validées. En effet, l'entraînement digital améliore les performances à l'épreuve d'identification de représentations digitales et celui du jeu de plateau a un effet sur l'épreuve d'estimation linéaire, en accord avec les résultats observés par Siegler et Ramani (2008, 2009). Les résultats concernant les autres épreuves sont moins évidents. Si les groupes expérimentaux obtiennent des scores souvent supérieurs à ceux du groupe contrôle, les différences ne sont pas toujours suffisamment importantes pour être significatives ou sont instables dans le temps. Aucun effet n'est noté à l'épreuve de comparaisons. En dénombrement, un effet significatif est relevé lors du post-test 2 mais n'est pas maintenu lors du post-test 3. En opérations, l'effet tendanciel observé lors du deuxième post-test devient significatif lors du dernier post-test, mais reste discutable.

L'analyse de cas particuliers et la réflexion concernant la méthode expérimentale nous ont permis d'expliquer ces résultats et de réfléchir à des aménagements susceptibles de rendre notre protocole plus efficace. Concernant les entraînements, il serait intéressant de les rendre plus ludiques et d'y inclure des tâches où les représentations numériques seraient manipulées. A propos des épreuves, il faudrait augmenter leur sensibilité en ajoutant des items, et leur validité en ciblant par exemple la tâche de dénombrement.

En conclusion, notre travail a permis d'apporter de nouvelles perspectives de recherche en psychologie du développement d'une part et en orthophonie d'autre part. Notre étude souligne, en effet, l'intérêt d'activités informelles dans le développement numérique, comme la pratique de jeux de plateau, et appuie les études précédentes mettant en évidence les liens entre doigts et représentations numériques.

REFERENCES

Ouvrages

Bideaud, J., Lehalle, H. et Vilette, B. (2004). *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*. Lille : Presses Universitaires du Septentrion.

Brissiaud, R. (1991). Un outil pour construire le nombre : les collections-témoins de doigts. Dans J. Bideaud, C. Meljac et J-P. Fisher (dir.), *Les chemins du Nombre* (p. 59-90). Lille : Presses universitaires de Lille.

Chillier, L. (2002). La ligne numérique et le codage du nombre chez l'enfant. Dans J. Bideaud et H. Lehalle (dir.), *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (p.129-149). Paris : Hermès Science.

Dehaene, S. (1997). *La bosse des maths*. Paris : Odile Jacob.

Marinthe, C., Fayol, M. et Barrouillet, P. (2001). Gnosies digitales et développement des performances arithmétiques. Dans A. Van Hout et C. Meljac (dir.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (p. 239-254). Paris : Masson.

Seron X. et Lochy A. (2003). La neuropsychologie des troubles du calcul de l'adulte. Dans A. Van Hout, et C. Meljac (dir.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (p. 53-75). Paris: Masson.

Articles

Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions : findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of educational psychology*, 102(1), 115-134.

Camos, V. (1999). Le dénombrement: une activité complexe à deux composantes. *Rééducation Orthophonique*, 199, 21-29.

Benton, A-L. (1961). The fiction of the Gerstmann syndrome. *Journal of Neurology, Neurosurgery and Psychiatry*. 24, 176-181.

Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S. et Zorzi, M. (2010). Numerical Estimation in Preschoolers, *Developmental Psychology*, 46(2), 545-551.

Crollen, V., Seron, X., et Noel, M-P. (2011). Is finger-counting necessary for the development of arithmetic abilities? *Frontiers in Psychology*, 2, 242

Dehaene, S. (1992). *Cognition*, 44, 1-42.

Dehaene, S., Bossini, S. et Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and numerical magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General* 122, 371–396.

-
- Dehaene, S. et Cohen, L. (1995). *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.
- Dehaene, S. et Cohen, L. (1997). Cerebral Pathways for calculation. Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic, *Cortex*, 33, 219-250.
- Dehaene, S., Izard, V., Pica, P. et Spelke, E. (2006). Core knowledge of geometry in an Amazonian indigene group. *Science*, 311, 381-4.
- De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B. et Ghesquière, P. (2009). Working memory and individual differences in mathematics achievement: a longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of experimental child psychology*, 103, 186-201.
- Di Luca, S. et Pesenti, M. (2008). Masked priming effect with canonical finger numeral configurations. *Exp. Brain Res*, 185, 27-39.
- Domahs, F., Moeller, K., Huber, S., Willmes, K. et Nuerk, H-C. (sous-presse). Embodied numerosity : implicit hand-based representations influence symbolic number processing across cultures. *Cognition*.
- Duncan G.J., Dowsett C.J., Claessens A., Magnuson K., Huston A.C., Klebanov, P., (...) Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446.
- Fayol, M., Barouillet, P. et Marinthe, C. (1998). Predicting arithmetical achievement from neuropsychological performance: a longitudinal study. *Cognition*, 68, 63-70.
- Fayol, M. et Seron, X. (2005). About numerical representations: insights from neuropsychological, experimental and developmental studies. *Handbook of Mathematical Cognition*, Ed. J. I. D. Campbell (New York: Psychology Press), 3-22.
- Fischer, J.P. (2010). Numerical performance increased by finger training: A fallacy due to regression toward the mean? *Cortex*, 46, 272-273.
- Gelman, R. (1983). Les bébés et le calcul. *La recherche*, 149(14), 1382-1389.
- Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia, and acalculia. *Archives of Neurology and Psychiatry*, 44, 398-408.
- Gracia-Bafalluy, M., Noël, M. P. (2008). Does finger training increase young children's numerical performance? *Cortex*, 44, 368-375.
- Hubbard, E-M., Piazza, M., Pinel, P. et Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nat Rev Neurosci*, 6, 435-8.
- Izard, V., Pica, P., Spelke E. et Dehaene, S. (2008) Comment les nombres se répartissent dans l'espace. Une intuition originelle logarithmique. *M/S Médecine/Sciences*, 24, 1014.
-

-
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C. et Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850-867.
- Kinsbourne, M. et Warrington, E-K. (1963). The developmental Gerstmann's syndrome. *Archives of Neurolog.*, 8, 490-501.
- Mayer, E., Martory, N-D., Pègna, A-J., Landis, T., Delavelle, J. et Annoni, J-M. (1999). A pure case of Gerstmann syndrome with a subangular lesion. *Brain*. 122, 1107-1120.
- Moyer, R. S. et Landauer, T. K. (1967). Time required for judgments of numerical equality. *Nature*, 225, 1519-1520.
- Noël, M-P. (2005). Finger gnosis : a predictor of numerical abilities in children? *Child Neuropsychology*, 11(5), 413-430.
- Opfer, J. E., Thompson, C.A. et Furlong, E.E. (2010). Early development of spatial-numeric associations: evidence from spatial and quantitative performance of preschoolers. *Developmental Science*, 13(5), 761-771.
- Penner-Wilger, M. et Anderson, M. L. (2008). An alternative view of the relation between finger gnosis and math ability: Redeployment of finger representations for the representation of number. *Proceedings of the 30th Annual Cognitive Science Society*. Austin, TX: Cognitive Science Society.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V. et Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306, 499-503.
- Ramani, G. B. et Siegler, R. S. (2011). Reducing the gap in numerical knowledge between low- and middle-income preschoolers. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 146-159.
- Siegler, R. S. (2009). Improving the numerical understanding of children from low-income families. *Child Development Perspectives*, 3, 118-124.
- Siegler, R. S. et Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237-243.
- Siegler, R. S. et Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428-444.
- Siegler, R. S. et Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science, Special Issue on Mathematical Cognition*, 11, 655-661.
- Siegler, R. S. et Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games - but not circular ones - improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, 101, 545-560.
-

Swanson, J., Schuck S., Mann M., Carlson, C., Hartman, K., Sergeant, J., (...) McCleary, R. (2001). Categorical and dimensional definitions and evaluations of symptoms of ADHD: the SNAP and SWAN ratings scales. Récupéré le 10 avril 2012 sur le site <http://www.adhd.net>

Tudusciuc, O. et Nieder, A. (2007). Neuronal population coding of continuous and discrete quantity in the primate posterior parietal cortex. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 104(36), 14513-14518.

Thèses et mémoires

Chillier, L. *Etudes des représentations mentales analogiques et digitales des nombres chez l'enfant de 6 à 9 ans*. Thèse de doctorat non publiée, Université de Genève, Genève.

Gothié, G. (2004). *Lien entre les capacités perceptivo-tactiles et les représentations numériques chez le jeune enfant* (Mémoire pour l'obtention du CCO). Université Claude Bernard, Lyon.

Cours

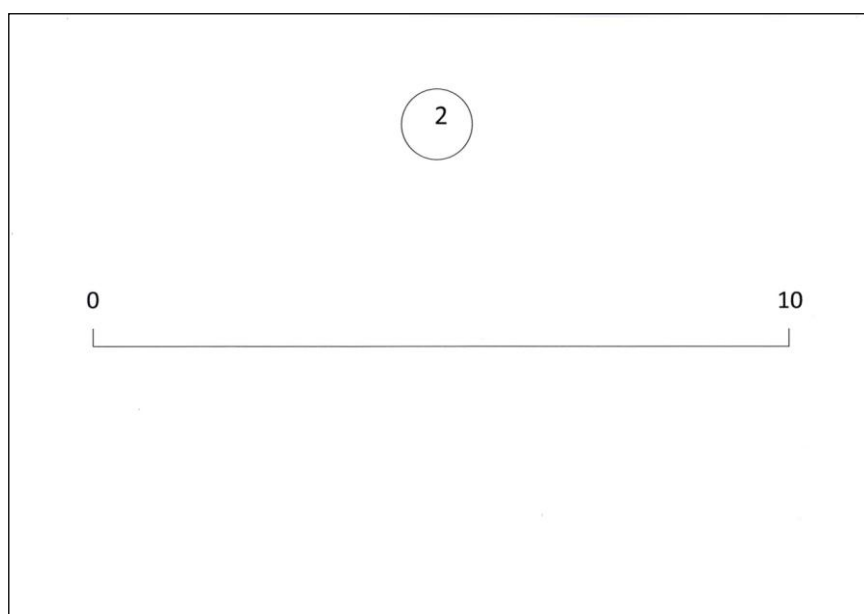
Dehaene, S., (2008). *L'impact des symboles sur la cognition numérique*. Fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire. Cinquième Cours au Collège de France, Récupéré le 10 avril 2012 sur le site du Collège de France : podcastfichiers.college-de-france.fr/dehaene-20080212.pdf

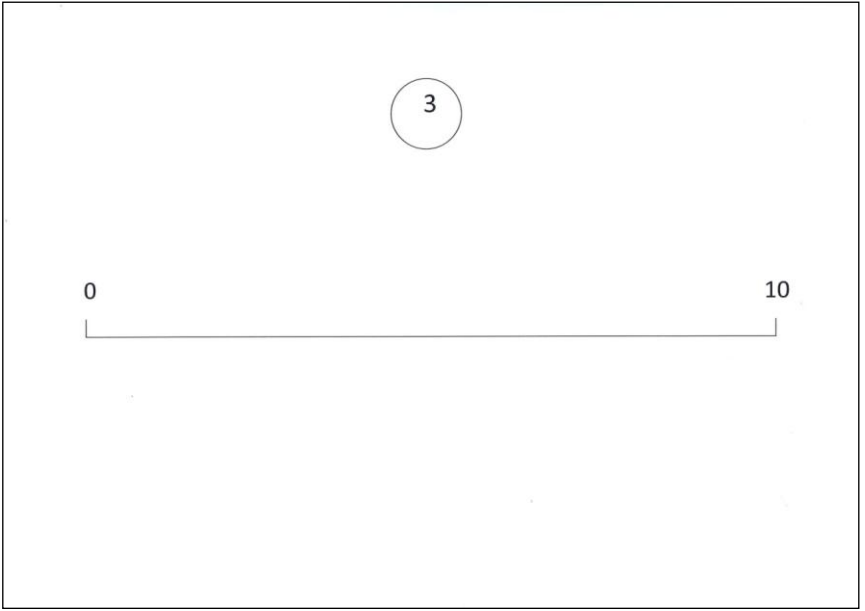
ANNEXES

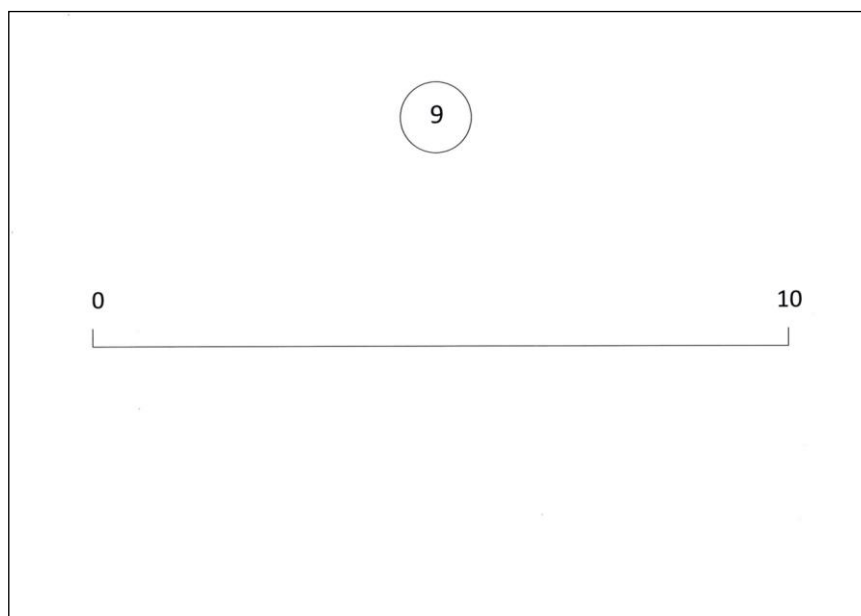
Annexe I : Epreuves directement concernées par les entraînements

1. Estimation linéaire

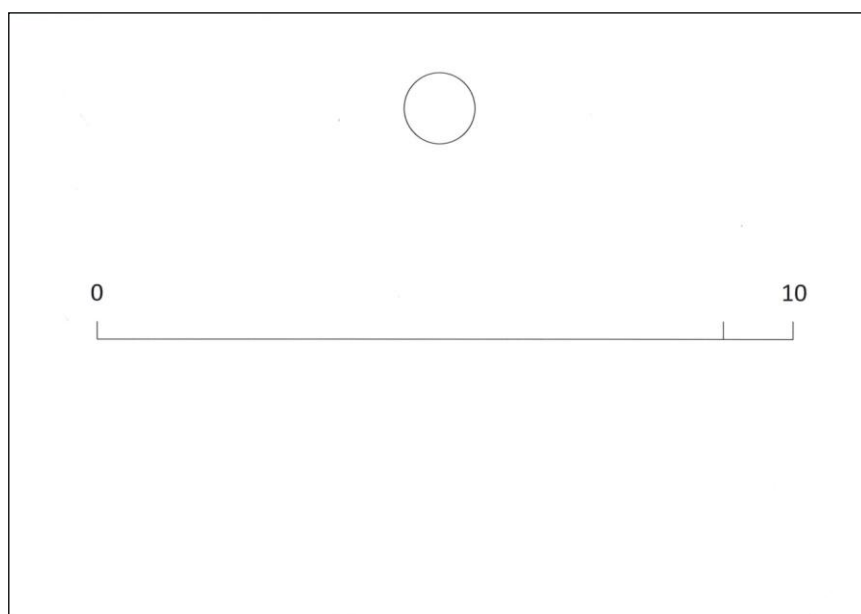
1.1. Estimation de la position d'un nombre sur une ligne

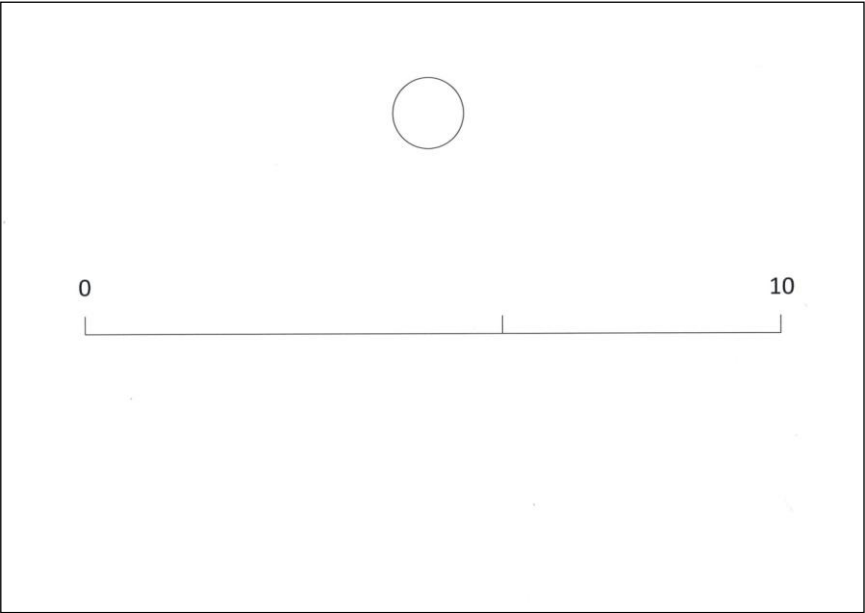
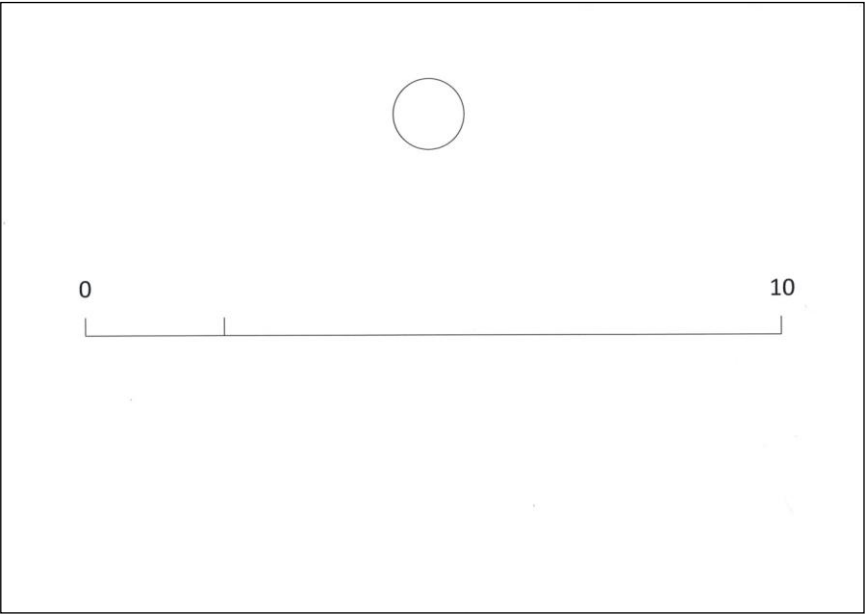


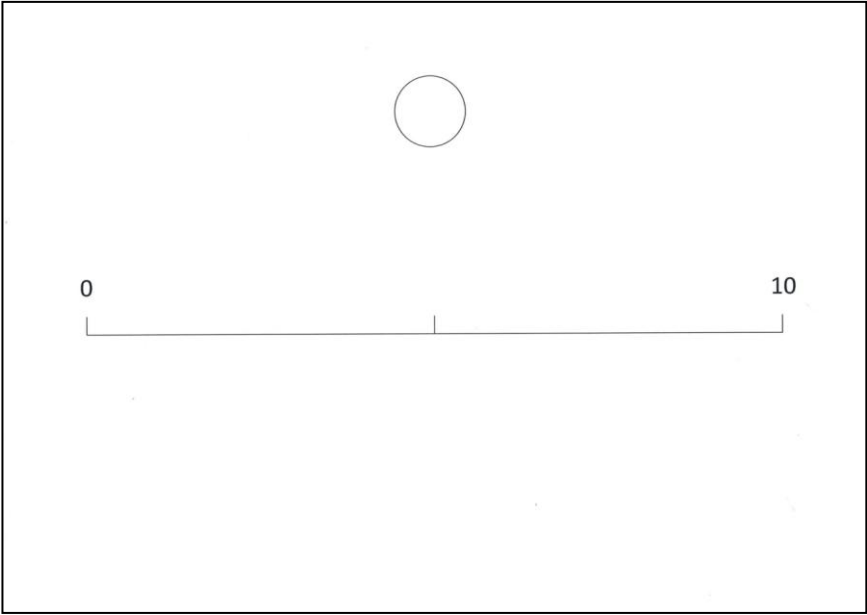
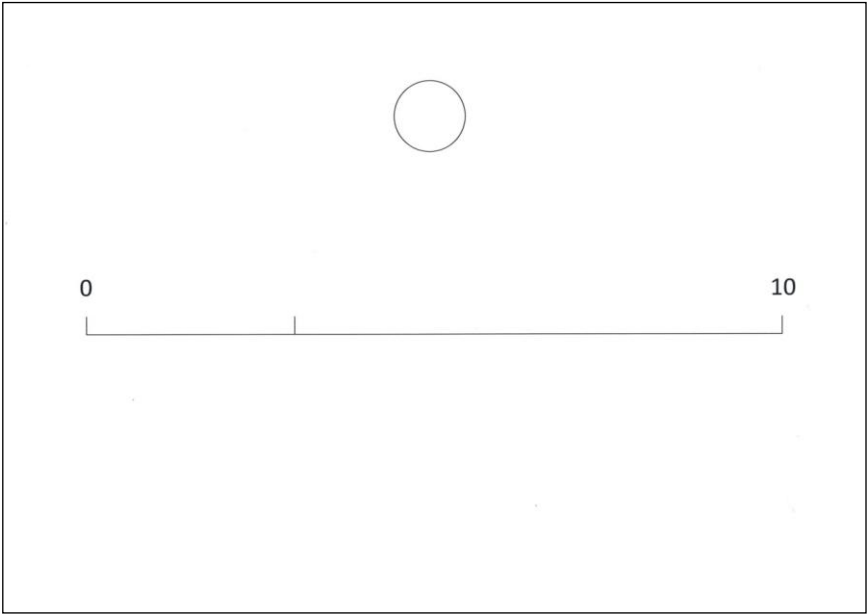




1.2. Estimation du nombre en fonction de la position







2. Identification de représentations digitales



8

7

6



3

5

4



7

9

8



7

6

8



4

3

5



5

7

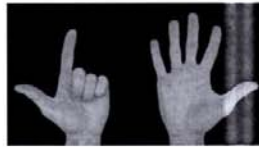
6



•



•



•



•



•



•



•



•



•



•



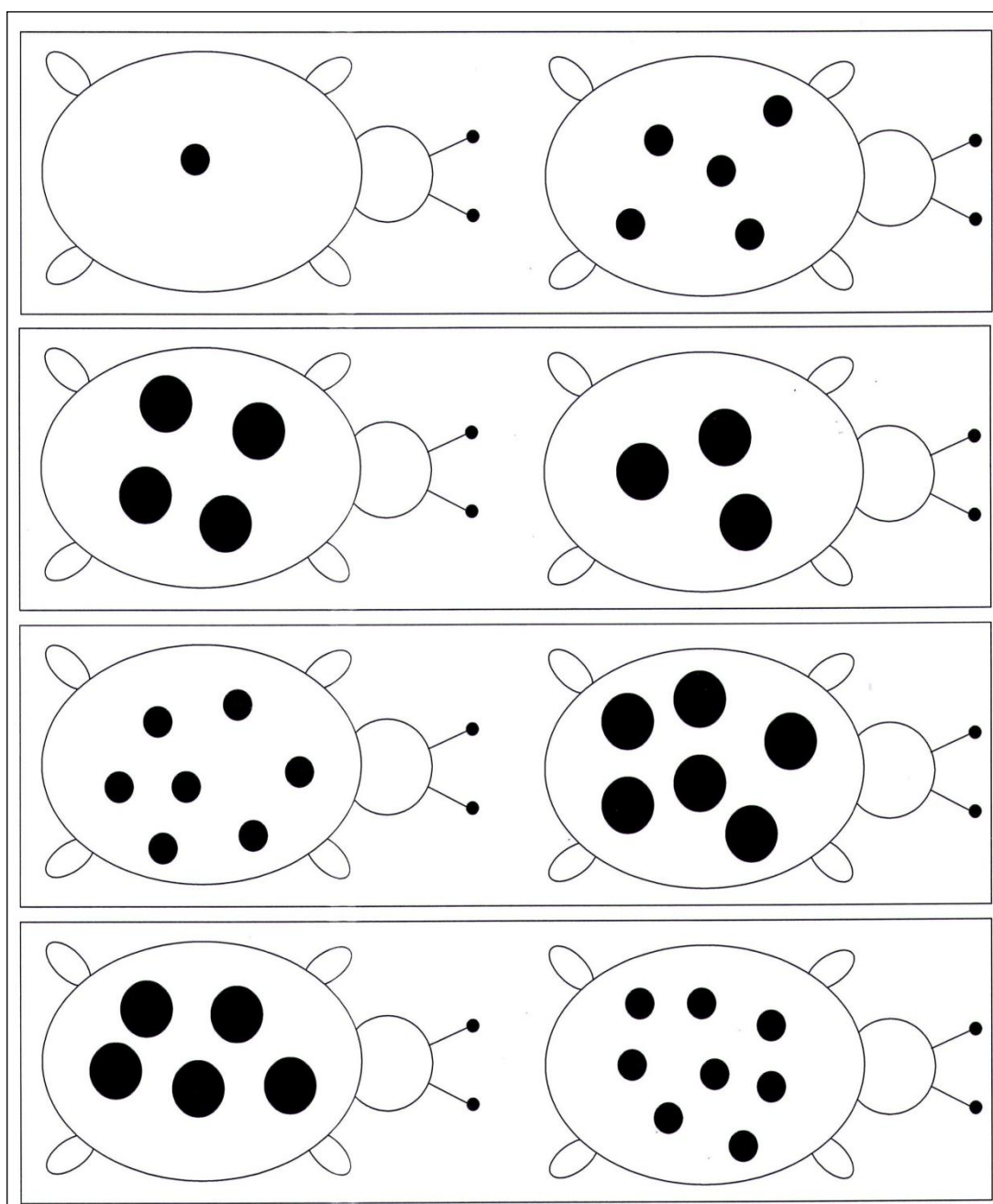
•

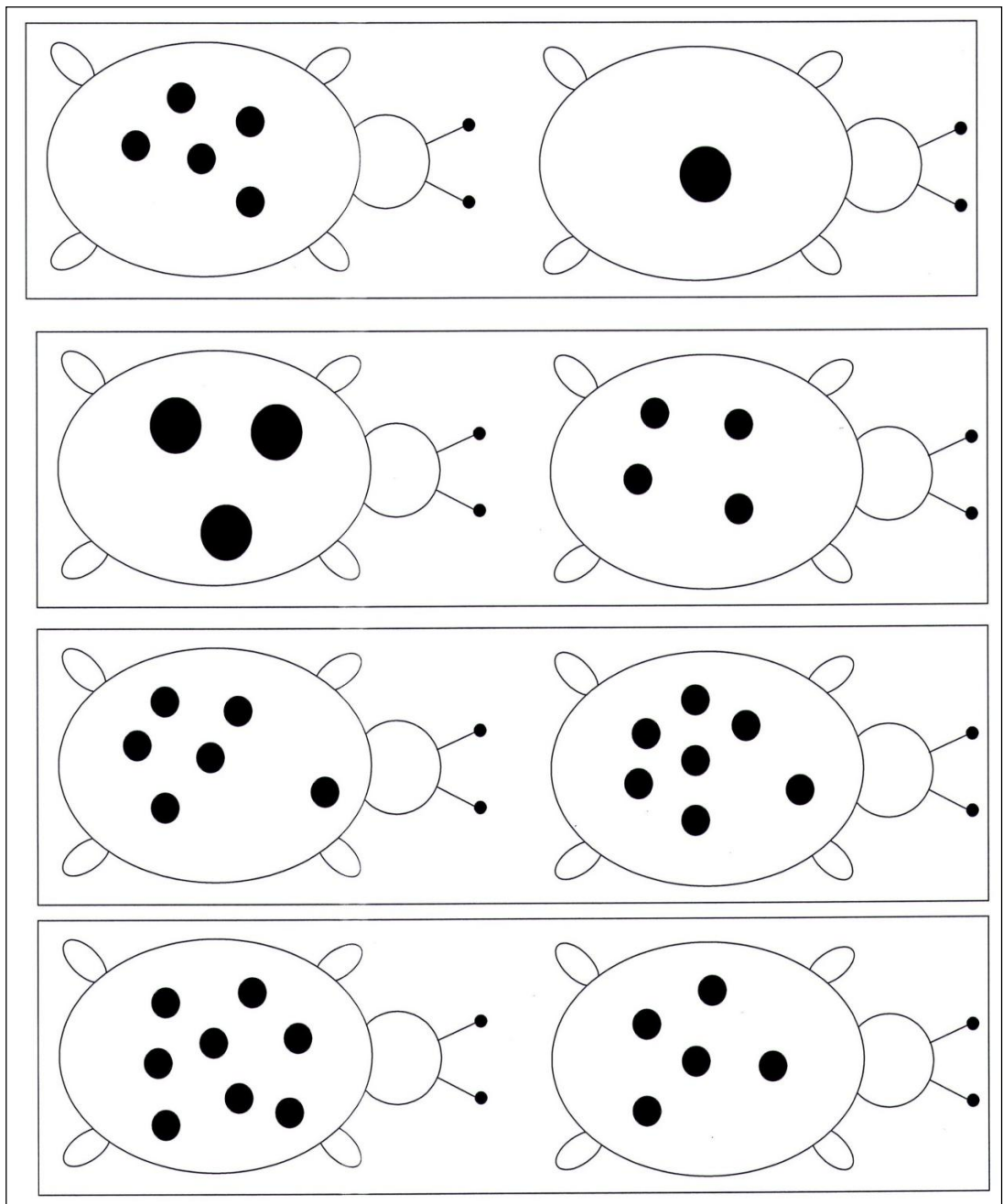


•

Annexe II : Epreuves indirectement concernées par les entraînements

1. Comparaisons

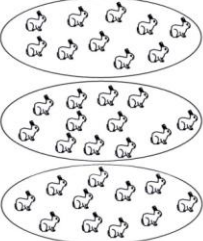
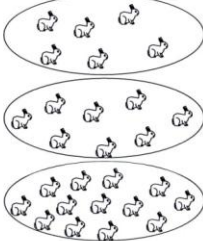
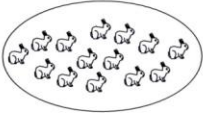
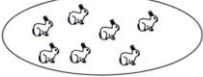


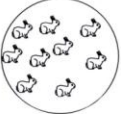
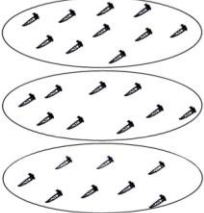
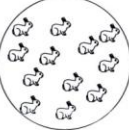
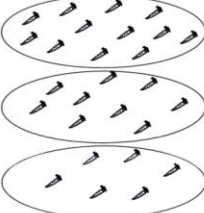


1	5	4	3
7	6	5	8

5	1	3	4
6	7	8	5

2. Dénombrement

11 	8 
 14 6 11	 6 8 7

3. Opérations

Annexe III : Epreuve de copie de figures

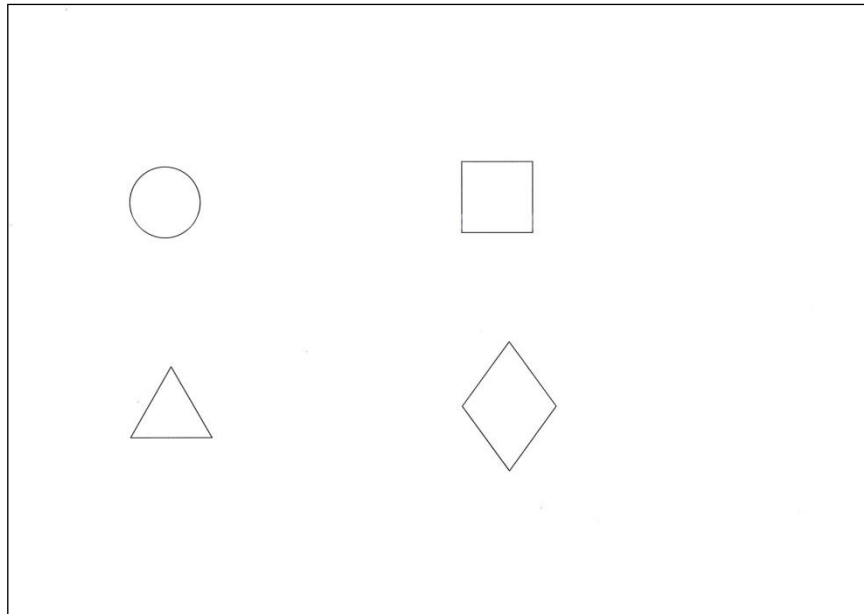


TABLE DES ILLUSTRATIONS

I. Liste des figures

Figure 1. Performances globales des trois groupes lors du pré-test (level 1) et des deux premiers post-tests (level 2 et 3)	42
Figure 2. Gains de performance des trois groupes entre le pré-test et les deux premiers post-tests	43
Figure 3. Scores obtenus en DIGIT chez les 3 groupes, lors du pré-test et des post-tests.....	46
Figure 4. Scores obtenus à ESTLIN par les 3 groupes lors du pré-test et des post-tests	47
Figure 5. Scores obtenus à la première tâche d'estimation linéaire, lors du pré-test et des post-tests	48
Figure 6. Scores obtenus à la deuxième tâche d'estimation linéaire lors du pré-test et des post-tests	49
Figure 7. Scores obtenus en comparaisons lors du pré-test et des post-tests.....	49
Figure 8. Scores obtenus en dénombrement lors du pré-test et des post-tests.....	50
Figure 9. Scores obtenus en opérations lors du pré-test et des post-tests.....	51

II. Liste des tableaux

tableau 1. Calendrier expérimental	27
tableau 2. Répartition en âge et en sexe de l'échantillon initial	28
tableau 3. Répartition en âge et en sexe de l'échantillon final	29
tableau 4. Scores moyens des trois groupes lors du pré-test	44
tableau 5. Scores moyens des trois groupes lors du post-test 1	44
tableau 6. Scores moyens des trois groupes lors du post-test 2.....	45
tableau 7. Scores moyens des trois groupes lors du post-test 3.....	45

tableau 8. Analyse de régression multivariée effectuée sur les données du pré-test	51
tableau 9. Analyse de régression multivariée effectuée sur les données du post-test 3	52

TABLE DES MATIERES

ORGANIGRAMMES.....	2
REMERCIEMENTS	4
SOMMAIRE	5
INTRODUCTION.....	7
PARTIE THEORIQUE	8
I. LA REPRESENTATION LINEAIRE DES NOMBRES	9
1. <i>Modèle du triple code de Dehaene</i>	9
1.1. Présentation du modèle	9
1.2. Apport de la neurobiologie et de la neuropsychologie.....	9
1.3. Expérimentation chez les Mundurucus.....	10
2. <i>La représentation analogique de la quantité</i>	10
2.1. Liens entre espace et nombres	10
2.2. Le développement de la ligne numérique mentale.....	11
2.3. Caractéristiques de la ligne numérique linéaire	13
II. LIENS ENTRE DOIGTS ET NOMBRES	16
1. <i>Différentes hypothèses pour expliquer les liens entre doigts et nombres</i>	16
1.1. Hypothèse localisationniste.....	16
1.2. Hypothèse fonctionnaliste.....	17
1.3. Nouvelles hypothèses	17
2. <i>Rôle des doigts dans le développement des habiletés numériques et arithmétiques</i>	18
2.1. Poids des performances perceptivo-tactiles.....	18
2.2. Collections-témoins de doigts : un outil pour construire les représentations numériques.....	18
2.3. Doigts : un intermédiaire entre les compétences numériques préverbaux et les compétences numériques plus tardives ?	20
2.4. Compter sur ses doigts : utile mais non indispensable ?	20
2.5. Doigts comme substitut de la mémoire de travail	21
3. <i>Rôle des doigts à l'âge adulte</i>	21
PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES.....	23
I. PROBLEMATIQUE	24
II. HYPOTHESE GENERALE	24
III. HYPOTHESE OPERATIONNELLE N°1	24
IV. HYPOTHESE OPERATIONNELLE N°2	24
V. HYPOTHESE OPERATIONNELLE N°3	25
VI. HYPOTHESE OPERATIONNELLE N°4	25
PARTIE EXPERIMENTALE.....	26
I. METHODE EXPERIMENTALE ET POPULATION	27
II. MATIEREL	29
1. <i>Epreuves directement concernées par les entraînements</i>	29
1.1. Estimation linéaire.....	29
1.2. Identification de représentations digitales	30
2. <i>Epreuves indirectement concernées par les entraînements</i>	30
2.1. Comparaisons	30
2.2. Dénombrement	31
2.3. Opérations.....	31
3. <i>Epreuves de niveau de développement (seulement pour le pré-test)</i>	31
4. <i>Entraînements</i>	32
4.1. Entraînement au jeu de plateau linéaire.....	32
4.2. Entraînement aux manipulations digitales liées aux représentations numériques	32
III. PROCEDURE.....	32
1. <i>Epreuves</i>	32
1.1. Epreuves directement concernées par les entraînements	33
1.2. Epreuves indirectement concernées par les entraînements.....	35
2. <i>Entraînements</i>	36
2.1. Entraînement au jeu de plateau linéaire.....	37

2.2.	Entraînement aux manipulations digitales liées aux représentations numériques	37
PRESENTATION DES RESULTATS.....		40
I.	ANALYSE DES PERFORMANCES GLOBALES	41
II.	ANALYSE TEST PAR TEST.....	43
1.	<i>Performances lors du pré-test.....</i>	43
2.	<i>Performances lors du post-test 1.....</i>	44
3.	<i>Performances lors du post-test 2.....</i>	44
4.	<i>Performances lors du post-test 3.....</i>	45
III.	ANALYSE EPREUVE PAR EPREUVE.....	46
1.	<i>Epreuves directement concernées par les entraînements.....</i>	46
1.1.	Épreuves digitales.....	46
1.2.	Estimation linéaire.....	47
2.	<i>Epreuves indirectement concernées par les entraînements.....</i>	49
2.1.	Comparaisons	49
2.2.	Dénombrement	50
2.3.	Opérations.....	50
2.4.	Prédiction des performances aux Opérations	51
IV.	REGROUPEMENT DES ENFANTS PAR PROFILS	53
1.	<i>Relations entre performances en ESTLIN et en DIGIT.....</i>	53
2.	<i>Relations entre performances en ESTLIN, en DIGIT et en DEN.....</i>	53
3.	<i>Relations entre performances en ESTLIN, en DIGIT et en OPE.....</i>	54
4.	<i>Relations entre performances en COMP et en OPE.....</i>	54
DISCUSSION DES RESULTATS.....		55
I.	INTERPRETATION DES RESULTATS EN LIEN AVEC LES HYPOTHESES DE RECHERCHE	56
1.	<i>Effet significatif des entraînements sur les performances globales</i>	56
2.	<i>Epreuves directement concernées par les entraînements.....</i>	57
2.1.	Effet significatif de l'entraînement au jeu linéaire sur les performances à l'épreuve d'estimation linéaire	57
2.2.	Effet significatif de l'entraînement aux manipulations digitales sur l'épreuve d'identification de représentations digitales	58
3.	<i>Effet des entraînements sur les épreuves indirectement concernées.....</i>	58
3.1.	Comparaisons	59
3.2.	Dénombrement	60
3.3.	Opérations.....	60
4.	<i>Effet durable des entraînements.....</i>	61
5.	<i>Y a-t-il un entraînement plus efficace que l'autre ?.....</i>	61
6.	<i>Discussion de l'hypothèse générale</i>	62
II.	ANALYSE DE PROFILS PARTICULIERS ET PERSPECTIVES DE REMEDIATION	62
1.	<i>Etude d'Antoine.....</i>	63
2.	<i>Comparaison d'Alban et Inès</i>	64
3.	<i>Comparaison de Charles, Louna et Baptiste.....</i>	66
4.	<i>Propositions de changements dans les entraînements</i>	68
III.	LIMITES DE L'ETUDE EXPERIMENTALE.....	70
1.	<i>Hypothèses et problématique.....</i>	70
2.	<i>Population.....</i>	70
3.	<i>Méthode expérimentale.....</i>	71
4.	<i>Matériel.....</i>	71
5.	<i>Conditions de passation des tests et des entraînements</i>	72
IV.	APPORTS DE L'ETUDE	73
1.	<i>Apports personnels</i>	73
2.	<i>Apports pédagogiques et thérapeutiques.....</i>	73
V.	PERSPECTIVES DE RECHERCHE	75
CONCLUSION		77
REFERENCES		78
ANNEXES		82
ANNEXE I : EPREUVES DIRECTEMENT CONCERNEES PAR LES ENTRAINEMENTS.....		83
1.	<i>Estimation linéaire</i>	83
1.1.	Estimation de la position d'un nombre sur une ligne.....	83

1.2.	Estimation du nombre en fonction de la position.....	85
2.	<i>Identification de représentations digitales</i>	88
ANNEXE II : ÉPREUVES INDIRECTEMENT CONCERNÉES PAR LES ENTRAÎNEMENTS		91
1.	<i>Comparaisons</i>	91
2.	<i>Dénombrement</i>	94
3.	<i>Opérations</i>	95
ANNEXE III : ÉPREUVE DE COPIE DE FIGURES.....		96
TABLE DES ILLUSTRATIONS		97
I.	LISTE DES FIGURES	97
II.	LISTE DES TABLEAUX.....	97
TABLE DES MATIÈRES		99

GENDRE Nathalie
PAUTONNIER Lisa

**PEUT-ON AMELIORER LES PERFORMANCES ARITHMETIQUES PAR DES
ENTRAINEMENTS AUX CONFIGURATIONS DE DOIGTS OU A UN JEU DE
PLATEAU LINEAIRE ?**

101 Pages

Mémoire d'orthophonie -UCBL-ISTR- **Lyon 2012**

RESUME

Notre recherche s'inscrit dans le courant de la psychologie cognitive du développement. Elle vise à mettre en place deux entraînements susceptibles de favoriser l'acquisition de représentations numériques chez les enfants tout-venant de 4 à 6 ans et de comparer leurs effets à court et moyen terme. Le premier entraînement se présente sous la forme d'un jeu de plateau dont les cases sont de dimension identique, disposées linéairement et numérotées dans l'ordre. En effet cet entraînement favoriserait l'émergence d'une « ligne numérique mentale » et permettrait ainsi le développement de la représentation analogique de la quantité (Siegler et Ramani, 2008, 2009). Le second entraînement se présente sous la forme de manipulations digitales. En effet, les gnoses digitales, entre 5 et 7 ans, prédisent les performances des enfants tout-venant à des tâches comme l'addition et l'identification de représentations digitales (Noël, 2005). Par ailleurs l'utilisation des doigts comme collections-témoins favoriserait l'apprentissage de la suite numérique, le dénombrement de collections (usage cardinal du nombre) et la résolution d'additions (Brissiaud, 1991). En nous appuyant sur ces données de la littérature, notre mémoire a pour objectif de comparer les effets de ces entraînements sur les compétences numériques générales des enfants (performances globales aux tests) et de décrire l'effet propre à chacun des entraînements sur des tâches arithmétiques spécifiques (identification, dénombrement, comparaisons, estimation linéaire, opérations). Pour des raisons sans doute méthodologiques, l'analyse des résultats ne nous permet pas d'affirmer que ces entraînements améliorent l'ensemble des compétences numériques. Cependant, les groupes expérimentaux affichent des scores globaux significativement supérieurs à ceux du groupe contrôle et on retrouve ces mêmes résultats dans les épreuves directement concernées par l'entraînement ; on note également des résultats supérieurs (mais non significatifs ou instables) pour les groupes entraînés, en opérations et en dénombrement.

MOTS-CLES

APPRENTISSAGE DU NOMBRE, LIGNE NUMERIQUE MENTALE, GNOSIES DIGITALES, PERFORMANCES ARITHMETIQUES, ESTIMATION LINEAIRE

MEMBRES DU JURY

GAUDIN Sylvie
GAUTHIER Corine
OLLAGNON Pascale

MAITRE DE MEMOIRE

Pr. Michel FAYOL

DATE DE SOUTENANCE

28/06/2012



MEMOIRE présenté pour l'obtention du
CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

GENDRE Nathalie
PAUTONNIER Lisa

PEUT-ON AMELIORER LES PERFORMANCES
ARITHMETIQUES PAR DES ENTRAINEMENTS AUX
CONFIGURATIONS DE DOIGTS OU A UN JEU DE
PLATEAU LINEAIRE ?

Maître du Mémoire

Pr. Michel FAYOL

Membres du Jury

GAUDIN Sylvie

GAUTHIER Corine

OLLAGNON Pascale

Date de Soutenance

28 Juin 2012

ARTICLE DE SYNTHESE

TABLE DES MATIERES

Résumé	4
Mots-Clés	4
Abstract	4
Keywords	5
Introduction	6
Matériel et Méthode.....	9
Résultats	11
Discussion.....	13
Conclusion	15
Bibliographie	16

RESUME

Notre recherche s'inscrit dans le courant de la psychologie cognitive du développement. Elle vise à mettre en place deux entraînements susceptibles de favoriser l'acquisition de représentations numériques chez des enfants tout-venant de 4 à 6 ans et à comparer leurs effets à court et moyen terme. Le premier entraînement se présente sous la forme d'un jeu de plateau dont les cases sont de dimension identique, disposées linéairement et numérotées dans l'ordre. En effet, cet entraînement favoriserait l'émergence d'une « ligne numérique mentale » et permettrait ainsi le développement de la représentation analogique de la quantité (Siegler et Ramani, 2008, 2009). Le second entraînement se présente sous la forme de manipulations digitales. En effet, les gnosies digitales, entre 5 et 7 ans, prédisent les performances des enfants tout-venant à des tâches comme l'addition et l'identification de représentations digitales (Noël, 2005). Par ailleurs, l'utilisation des doigts comme collections-témoins favoriserait l'apprentissage de la suite numérique, le dénombrement de collections (usage cardinal du nombre) et la résolution d'additions (Brissiaud, 1991). En nous appuyant sur ces données de la littérature, notre mémoire a pour objectif de comparer les effets de ces entraînements sur les compétences numériques générales des enfants (performances globales aux tests) et de décrire l'effet propre à chacun des entraînements sur des tâches arithmétiques spécifiques (identification, dénombrement, comparaisons, estimation linéaire, opérations). Pour des raisons sans doute méthodologiques, l'analyse des résultats ne nous permet pas d'affirmer que ces entraînements améliorent l'ensemble des compétences numériques. Cependant, les groupes expérimentaux affichent des scores globaux significativement supérieurs à ceux du groupe contrôle et on retrouve ces mêmes résultats dans les épreuves directement concernées par l'entraînement ; on note également des résultats supérieurs (mais non significatifs ou instables) pour les groupes entraînés, en opérations et en dénombrement.

MOTS-CLES

Apprentissage du nombre, ligne numérique mentale, gnosies digitales, performances arithmétiques, estimation linéaire

ABSTRACT

The training study reported here is aimed at comparing the efficiency of two contrasted displays previously tested regarding the improvement of mathematical knowledge and performance in kindergarten children (4 to 6 year-olds) on children's numerical skills (general performances) and on more specific abilities (finger counting, counting tools, comparison, linear estimation, and operations). Three groups of children, matched on age and performance level, have been compared following a test-training-posttest (immediate and delayed) design : a control group, and two experimental groups trained on using a linear board game (Siegler & Ramani, 2008, 2009), and on using fingers (Brissiaud, 1991; Noël, 2005). The two experimental groups have been trained for 6 weeks, 3 to 4 days a week and 10 to 20 minutes per day. The total duration of the training is 3 hours per child. The first activity is based on a linear board game with 10 equal-sized squares arranged in a horizontal line, each square numbered from one to ten, from left to right. Playing this race game has been proved to help the development of

“linear representations of numerical magnitudes”. The second activity relies on finger manipulations : children were trained to imitate, produce and understand digital configurations and to recognize their fingers and objects with eyes closed. If the results did not show an improvement in all the tests (most probably for methodological reasons), the two experimental groups had better global results than the control group. Their scores were also significantly higher than those of the control group in linear estimation and finger counting. Besides, the study has shown effects on operations and counting tasks, but they were either not significant or irregular.

KEYWORDS

Numerical learning, linear number line, digital gnosis, arithmetic abilities, linear estimation.

INTRODUCTION

1. Théorie

Jouer à des jeux de société et compter sur ses doigts sont des activités ludiques pour des élèves d'école maternelle mais ne sont pas pour autant des activités anodines. En effet, elles participent à la mise en place de notions logico-mathématiques fondamentales.

1.1. La représentation analogique et linéaire des nombres

Dans le modèle de traitement numérique du triple code (Dehaene, 1992), les nombres sont représentés mentalement par trois types de représentations : une représentation analogique de la quantité, une représentation auditivo-verbale et une représentation visuelle-arabe. Ce modèle fait coexister un mode symbolique dépendant du langage (qui permet d'effectuer des calculs précis et élaborés) et un mode analogique qui permet d'estimer des quantités et de les comparer entre elles, et d'effectuer des calculs approximatifs. Chez l'enfant de 4 à 6 ans, le code symbolique est en cours d'acquisition, les représentations auditivo-verbale et visuelle-arabe ne sont donc pas encore construites ou en début de construction. Le code analogique joue un rôle essentiel « puisque c'est à ce niveau essentiellement que serait évaluée la quantité représentée par les nombres, et ce par le biais de distributions d'activation sur un continuum mental » (Seron et Lochy, 2003, p. 69). Il permet une représentation sémantique mais non-verbale de la taille des nombres : son activation chez l'enfant est donc possible puisqu'il ne dépend pas directement du développement du langage. L'importance du code analogique est également confirmée par la présence de cultures développant une cognition numérique en l'absence de lexique numérique (Dehaene, Izard, Spelke et Pica, 2006). Le modèle anatomo-fonctionnel (Dehaene et Cohen, 1995) associe chacune des composantes du triple code à son substrat cérébral (Seron et Lochy, 2003, p. 71). Les représentations mises en jeu lors de différentes tâches numériques activeraient des circuits cognitifs distincts ce qui est confirmé par les techniques d'imagerie cérébrale et la pathologie (existence de dissociations). Les troubles peuvent en effet affecter sélectivement les mécanismes de compréhension, de production ou de calcul (Seron et Lochy, 2003, p. 55).

Les représentations numériques sont associées naturellement aux représentations spatiales en lien avec leurs origines neuro-anatomiques communes dans le lobe pariétal (Tudusciuc, Nieder, 2007). Selon Opfer, Thomson et Furlong (2010), ces associations se développent tôt chez les enfants occidentaux : il existe en effet une corrélation entre la capacité à se représenter les nombres dans l'espace et le pointage visuo-moteur mis en jeu dans le dénombrement. En effet, les processus utilisés dans le dénombrement (informations visuo-spatiales, pointage, symboles numériques, grandeur des nombres, additions et soustractions d'opérands rapprochés), se situent dans des aires cérébrales proches. Ainsi la représentation analogique de la quantité est déjà présente chez l'enfant de 5-6 ans, sous la forme d'une ligne numérique mentale (Chillier, 2002). La métaphore de « ligne numérique mentale » (Moyer et Landauer, 1967) décrit les représentations numériques sous-jacentes à l'estimation et à la comparaison de quantités (mises en jeu dans le système analogique). Lors de ces tâches, « tout se passe effectivement comme si les différents nombres étaient alignés mentalement sur une ligne où chaque position

correspond à une certaine quantité » (Dehaene, 1997). Cette ligne est orientée dans l'espace, le zéro étant à l'extrême gauche, et les grands nombres s'étirant vers la droite. Cependant, à 5 ans, les enfants allouent plus de place aux petits nombres qu'aux grands, qui se trouvent alors compressés sur la droite (suivant une échelle logarithmique). Entre 5 et 7 ans, se situe l'âge charnière où les enfants disposent peu à peu les nombres de manière régulière (Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, Zorzi, 2010). Si la ligne numérique est universelle, l'échelle que les enfants utilisent diffère donc selon leur développement mais aussi selon la culture et l'éducation, notamment l'apprentissage des symboles numériques (Izard, Pica, Spelke et Dehaene, 2008). Selon les études de Siegler et Ramani (2008, 2009), cette ligne numérique mentale peut être consolidée, chez l'enfant de 4 à 6 ans, par un entraînement à un jeu de plateau linéaire, même de courte durée. En renforçant la représentation analogique de la quantité, cet entraînement améliorerait la compréhension des liens entre nombres et quantités. Les performances susceptibles également d'être améliorées par un tel entraînement concernent les tâches arithmétiques suivantes : comparaison de quantités numériques, estimation de la position d'un nombre sur une ligne numérique, opérations.

Parallèlement au renforcement de la ligne numérique mentale par un jeu de plateau linéaire, différents courants théoriques font état de liens entre doigts et nombres suggérant que des manipulations digitales seraient aussi susceptibles d'améliorer le sens du nombre.

1.2. Lien entre doigts et nombres

Plusieurs hypothèses font état d'un lien cérébral entre compétences numériques et gnosies digitales. En 1940, les travaux de Gerstmann sur des patients cérébro-lésés décrivent le syndrome éponyme qui associe quatre symptômes : désorientation droite-gauche, agraphie, acalculie et agnosie digitale (incapacité à reconnaître et différencier ses doigts). Compétences numériques et gnosies digitales, entre autres, seraient alors atteintes en cas de lésions cérébrales proches, dans le lobe pariétal. Ces travaux suggèrent un lien de proximité entre doigts et nombres, expliqué par l'hypothèse localisationniste. En même temps, les doigts sont souvent utilisés dans les activités numériques, pour pointer, dénombrer, représenter des cardinalités ou réaliser des additions (Noël, 2005). De plus, les doigts sont utilisés pour représenter les nombres dans presque toutes les cultures (Butterworth, 1999, cité par Penner-Wilger et Anderson, 2008). Une seconde hypothèse tente alors d'expliquer qu'un lien fonctionnel entre doigts et nombres se serait établi au cours de l'évolution humaine. Enfin, de nouvelles hypothèses rejettent les précédentes et expliquent que plusieurs fonctions peuvent être soutenues par un substrat neuronal identique. Avec l'hypothèse de redéploiement massif (MRH, Massive Redeployment Hypothesis), Penner-Wilger et Anderson (2008) soutiennent ainsi que les aires cérébrales dévolues initialement aux gnosies digitales peuvent être utilisées ultérieurement pour servir une autre fonction, comme celle du nombre. En 2007, dans la lignée de la MRH, Dehaene et Cohen (cités par Penner-Wilger et Anderson, 2008), proposent l'hypothèse d'un recyclage neuronal (NRH). Dans cette hypothèse cependant, les circuits neuronaux réutilisés servent la nouvelle fonction au détriment de la fonction initiale.

En neuropsychologie, il a été démontré que les gnosies digitales prédisent les performances arithmétiques de l'enfant de 5 ans (en cours d'apprentissage), un an après (Fayol, Barouillet et Marinthe, 1998) et même, partiellement, jusqu'à trois ans après (Marinthe, Fayol et Barouillet, 2001). La discrimination et la reconnaissance de doigts

seraient un meilleur prédicteur que le niveau de développement et seraient spécifiques à l'arithmétique, les performances lexicales n'étant pas améliorées (Noël, 2005).

Comment expliquer l'importance des doigts dans l'apprentissage du nombre ? Les doigts permettent de compter bien avant de connaître le nom des nombres (Brissiaud, 1991). Toujours disponibles, ils offrent un codage multi-sensoriel, peuvent être regroupés en collections-témoins permettant de représenter les quantités et facilitant l'apprentissage des noms de nombres et la compréhension de concepts. Fayol et Seron (2005), suggèrent que l'utilisation des mains et des doigts joue le rôle de lien intermédiaire entre les compétences numériques précoces et non-verbales, et celles d'ordre symbolique qui apparaissent avec le langage. En effet, ils permettent très tôt de représenter des quantités de manière analogique grâce à la correspondance terme à terme, puis de manière abstraite grâce aux représentations digitales conventionnelles et symboliques. Ils représentent donc des cardinalités, mais aussi l'ordinalité, quand les doigts sont levés dans l'ordre un à un. Ce sont également des entités discrètes et manipulables qui facilitent la résolution d'additions et de soustractions. Crollen, Seron et Noël (2011) jugent pourtant que compter sur ses doigts n'est pas indispensable au développement des compétences numériques, car la représentation auditivo-verbale, mieux comprise, serait préférentiellement utilisée. Néanmoins, ils en reconnaissent l'utilité et conseillent son enseignement explicite à l'école maternelle. Selon eux, compter sur les doigts permet de soulager la mémoire de travail, notamment lors d'activités numériques complexes.

2. Problématique

D'une part, un entraînement à un jeu de plateau linéaire, dont les cases sont de dimension identique, disposées linéairement et numérotées dans l'ordre, améliorerait la représentation mentale des nombres d'enfants de 4 à 5 ans et leur compréhension de l'arithmétique en général (Siegler et Ramani, 2008). D'autre part, les doigts semblent jouer un rôle essentiel dans le développement des compétences numériques : fort de ce constat, nous avons élaboré un entraînement basé sur les habiletés digitales. C'est pourquoi nous proposons d'étudier l'influence de deux entraînements sur les performances arithmétiques d'enfants de 4 à 6 ans : l'un basé sur des manipulations digitales, l'autre sur la pratique d'un jeu linéaire.

3. Hypothèse théorique

Un groupe d'enfants de 4 à 6 ans, qui aura suivi des entraînements basés sur l'utilisation des doigts et sur la pratique d'un jeu de plateau numéroté et linéaire, améliorera davantage ses scores à des tâches numériques et arithmétiques, qu'un groupe contrôle qui n'aura pas bénéficié de ces entraînements.

MATERIEL ET METHODE

1. Protocole expérimental

Notre étude longitudinale a duré onze mois et s'est déroulée auprès d'un groupe contrôle et deux groupes expérimentaux. Un pré-test, avant le début des entraînements, a été réalisé afin de juger de l'homogénéité des performances initiales. Trois post-tests ont ensuite été réalisés : un à la fin de chacune des deux périodes d'entraînement, et un dernier réalisé à l'écart de celles-ci (4 mois après) afin d'évaluer la stabilité des résultats.

2. Population et échantillon

Trois classes d'école maternelle ont été retenues pour former les deux groupes expérimentaux (DL et LD) et le groupe contrôle (C). Dans chacune de ces classes, la majorité des enfants étaient en grande section, quelques-uns étaient en moyenne section. 63 enfants composaient notre échantillon au début de l'étude, ils n'étaient plus que 56 à la fin de l'expérimentation. La moyenne d'âge au pré-test était de 62 mois (5 ans et 2 mois) et il y avait 55,4% de garçons pour 44,6% de filles. Pour être inclus dans l'étude, l'enfant devait être en moyenne ou grande section de maternelle lors du pré-test et fréquenter régulièrement l'école. Etaient exclus de l'échantillon les enfants pour lesquels la réalisation des épreuves avait été compromise (difficultés attentionnelles, de compréhension ou d'exécution des consignes). A titre qualitatif, nous avons évalué le niveau de développement des enfants pour le mettre en lien avec les compétences numériques mais nous n'en avons pas fait un critère d'exclusion.

3. Epreuves : matériel et procédure

Pour chaque enfant et pour chaque test, nous utilisons un feuillet A4 comprenant cinq épreuves créées par nous-mêmes ou inspirées et reprises d'études antérieures. Nous administrons nous-mêmes les tests, par groupes de 4 à 6 élèves, pendant 45 minutes environ. Les consignes sont données de manière collective. Les réponses se font par écrit ; cependant, nous tenons compte d'une réponse orale lorsque les enfants peinent à transcrire les nombres, car ce n'est pas cette compétence qui est évaluée dans notre étude. Les 52 items de ce test ne sont pas modifiés de test en test, seul leur ordre varie.

- Estimation linéaire. Il s'agit de l'épreuve de Siegler et Ramani (2008) où il faut placer un nombre (entre 1 et 9) sur une ligne dont les extrémités sont graduées de 0 et 10. Nous nous sommes inspirées de cette épreuve pour en créer une seconde, dans laquelle l'enfant doit procéder dans le sens inverse : deviner à quel chiffre correspond le trait déjà effectué.

- Identification de représentations digitales. Dans un premier temps, il faut relier une configuration digitale, conventionnelle ou non, à la représentation visuelle arabe correspondante parmi 3 propositions. La moitié des configurations ne sont pas conventionnelles. La seconde tâche consiste à retrouver les 6 paires de configurations digitales, en associant chaque représentation conventionnelle à celle qui ne l'est pas.

- Comparaisons. La première tâche consiste à identifier, parmi deux représentations visuelles-arabes, celle qui représente la plus grande quantité. Les paires sont proches ou éloignées et la moitié d'entre elles sont non congruentes (police de taille différente). Dans la seconde tâche, il faut comparer chaque paire de collections, la moitié d'entre elles étant également non congruentes (différence dans la taille des points à dénombrer).
- Dénombrement. Plusieurs tâches sont proposées : relier un numéral à la collection correspondante, parmi trois propositions ; dénombrer une collection et choisir parmi trois propositions le numéral visuel correspondant ; relier une collection à une autre ; dénombrer une collection et en déterminer la quantité (répondre par écrit ou à l'oral).
- Opérations. L'exercice consiste à faire réaliser aux enfants des opérations mentales, sans utiliser les numéraux, par des manipulations de jetons dans une boîte (que nous ajoutons pour les 3 additions, et enlevons pour les 3 soustractions). L'enfant imagine le résultat et dessine sur le feuillet le nombre de jetons auquel cela correspond.

4. Entraînements : matériel et procédure

Les entraînements ont été réalisés par les enseignants sous nos directives et avaient une durée effective de 3 heures chacun et par enfant, réparties sur 6 semaines.

- Entraînement au jeu linéaire. Le jeu de plateau correspond à une adaptation de celui utilisé par Siegler et Ramani (2008, 2009) : il comprend deux bandes linéaires reliées par un toboggan, chaque bande comprend 10 cases de taille identique et numérotées de 1 à 10. Une case « départ » précède la première et une case « arrivée » la dernière. Le but du jeu est de gagner la course. Un jeton faisant office de dé à 2 possibilités ne permet d'avancer son pion que de une ou deux cases à la fois. La particularité de l'entraînement est que l'enfant doit réciter à voix haute les chiffres parcourus par le pion.
- Entraînement aux manipulations digitales. La première activité fait intervenir la représentation numérique par les configurations digitales (en imitation, production et compréhension). Dans la seconde activité, les enfants doivent reconnaître et discriminer leurs doigts touchés par un tiers alors que leurs yeux sont fermés. Enfin, ils doivent reconnaître des objets par le seul sens du toucher.

5. Prédications (hypothèses opérationnelles)

Nous nous attendions d'abord à ce que les groupes expérimentaux augmentent leurs scores de manière significative entre le pré-test et le dernier post-test, par rapport au groupe contrôle. Ensuite, les enfants ayant suivi l'entraînement au jeu linéaire devaient augmenter leurs scores à l'épreuve d'estimation linéaire, de manière significative par rapport aux enfants n'en ayant pas bénéficié. Les enfants ayant suivi l'entraînement aux manipulations digitales devaient augmenter leurs scores à l'épreuve d'identification de représentations digitales, de manière significative par rapport aux enfants n'en ayant pas bénéficié. Enfin, l'écart entre les groupes devait être conservé entre le post-test 2 et le post-test 3. En ce qui concerne les épreuves de comparaisons, dénombrement et opérations, une amélioration des scores était attendue pour les groupes expérimentaux sans pour autant préciser si un entraînement particulier aurait plus d'impact que l'autre.

RESULTATS

1. Analyse des performances globales

Pour analyser l'effet des entraînements sur les performances numériques, nous avons calculé deux indices : une performance globale (total des scores de chaque épreuve) et un indicateur de progrès en soustrayant la performance globale du pré-test de celle du post-test1 puis du post-test 2. Chacun de ces indices a été soumis à une analyse de variance (ANOVA) à deux facteurs : 3 (Groupes : DL, LD, C) inter-sujets x Tests ou Différences.

L'ANOVA conduite au pré-test révèle que les différences entre les trois groupes ne sont pas significatives ($F < 1$) et que leurs performances initiales sont donc similaires. Au post-test 1, les différences ne sont pas encore significatives mais elles le deviennent au post-test 2 : après avoir suivi les entraînements, les performances des deux groupes entraînés diffèrent significativement de celles du groupe contrôle.

Cependant, l'étude des gains de performance montre que seule la progression du groupe DL est significativement plus importante que celle du groupe C, qui ne diffère pas du groupe LD. Ainsi, même si le groupe LD présente des performances significativement supérieures à celles du groupe C au post-test 2, il n'a pas beaucoup plus progressé que ce dernier, malgré les entraînements.

2. Analyse test par test

Les performances des trois groupes lors de chaque test ont été soumises à une série d'analyses de variance (ANOVAs) comparant leurs résultats à chacune des épreuves : estimation linéaire (ESTLIN), épreuves digitales (DIGIT), comparaisons (COMP), opérations (OPE), et dénombrement (DEN).

Comme indiqué précédemment, les performances au pré-test sont homogènes et rendent donc les 3 groupes facilement comparables.

D'après les analyses du post-test 1, le groupe DL progresse significativement plus que le groupe C et tendanciellement plus que le groupe LD en DIGIT. En revanche, en ESTLIN, les deux groupes entraînés ont des performances supérieures au groupe C mais ne diffèrent pas entre eux. Aucune autre variation n'est significative. On note que l'entraînement aux manipulations digitales induit à la fois une amélioration des performances en DIGIT et en ESTLIN, ce qui n'est pas le cas de celui au jeu linéaire.

Lors du post-test 2, alors que les groupes expérimentaux ont désormais suivi les deux entraînements, leurs performances en ESTLIN et DIGIT, qui sont proches, diffèrent désormais significativement de celles du groupe C. Les performances des groupes DL et LD en DEN sont également significativement supérieures à celles du groupe C. En revanche, les performances en COMP et en OPE ne diffèrent pas entre les trois groupes.

Les performances des groupes DL et LD aux épreuves du post-test 3 restent significativement supérieures à celles du groupe C (dont les performances ont peu varié) en DIGIT et en ESTLIN. Une différence apparaît également en faveur des groupes DL et LD en OPE : ces deux groupes font mieux que le groupe C et ne diffèrent pas entre eux.

3. Analyse épreuve par épreuve

Nous voulons maintenant évaluer la dynamique des changements de performances en fonction des entraînements et des tests successifs. Pour cela, nous avons analysé les données épreuve par épreuve en procédant à des ANOVAs à mesures répétées ($n = 4$: pré-test (pt), post-test 1 (pt1), post-test 2 (pt2), post-test 3 (pt3)) portant sur les trois groupes.

3.1. Identification de représentations digitales et estimation linéaire

Concernant l'épreuve DIGIT, l'effet des groupes est significatif, $F(2, 53) = 9.49$, $CMe = 17.82$, $p < .0005$: les deux groupes entraînés (DL = 9.8 ; LD = 9.3) font mieux que le groupe C (6.9). L'effet des tests l'est également, $F(3, 159) = 20.74$, $CMe = 3.02$, $p < .0001$: il se traduit par une amélioration des performances du pré-test (7.27) au post-test 1 (8.49) puis au post-test 2 (9.62), suivie d'une stagnation au post-test 3 (9.32). Surtout, l'interaction Groupe x Tests est significative, $F(6, 159) = 5.19$, $CMe = 3.02$, $p < .0001$. Cette interaction se manifeste par l'absence de différence significative au pré-test, suivie d'une amélioration très forte du groupe DL et moindre du groupe LD au post-test 2, puis d'une performance équivalente des groupes DL et LD mais significativement supérieure à celle du groupe C aux post-tests 2 et 3.

Concernant l'épreuve ESTLIN, la première tâche donne lieu à des performances dont les tendances sont difficiles à analyser. Le groupe LD n'améliore que très peu ses placements suite à l'entraînement (pt1). Le groupe DL améliore ses performances dès qu'il reçoit l'entraînement (pt2), mais elles se dégradent au post-test 3. Quant au groupe C, il manifeste des fluctuations de grande amplitude mais sans tendance générale. La seconde tâche conduit à des données plus claires. Les performances des groupes DL et LD s'améliorent (les distances à la réponse correcte diminuent) alors que celles du groupe C se dégradent (les distances augmentent). Les différences de performances des deux sous-épreuves nous ont conduites à calculer les corrélations entre elles aux post-tests successifs. Les performances apparaissent de plus en plus reliées, sans doute du fait des entraînements. Le dispositif empirique utilisé ne permet toutefois pas de l'affirmer.

3.2. Comparaisons, dénombrement et opérations

Concernant les comparaisons, l'effet des tests est significatif, $F(3, 159) = 18.09$, $CMe = 3.72$, $p < .0001$ ainsi que l'effet d'interaction, $F(6, 159) = 2.4$, $CMe = 3.72$, $p < .05$. Cependant, les analyses précédentes n'ont pas mis en évidence d'effet des entraînements aux différents tests. L'interaction résulte sans doute de l'accroissement de la sensibilité statistique associée au regroupement des tests, et donc des différences entre pré-test (où le groupe C l'emporte sur les deux autres) et post-test 3 (où les groupes DL et LD dominent le groupe C).

Concernant le dénombrement, seul l'effet des tests est significatif, $F(3, 159) = 17.94$, $CMe = 1.36$, $p < .00001$. Les comparaisons a posteriori révèlent que seules les différences entre les deux premiers tests (pt et pt1) et les deux derniers (pt2 et pt3) sont significatives. L'interaction n'est pas statistiquement significative mais, comme l'ont montré les analyses précédentes, les différences entre groupes entraînés et groupe C sont significatives au post-test 2 mais plus au post-test 3.

Concernant les opérations, l'effet des tests est significatif, $F(3, 159) = 17.94$, $CMe = 1.36$, $p < .00001$. L'effet d'interaction se rapproche du seuil conventionnel de significativité, $F(6, 159) = 1.78$, $CMe = 1.45$, $p = .1$. Au post-test 3, les performances des groupes DL et LD diffèrent significativement de celles du groupe C, prolongeant ainsi une tendance déjà présente (mais non significative) au post-test 2. Par ailleurs, les performances aux opérations, présentées de manière non verbale, constituent le meilleur indicateur de la maîtrise des quantités et de leur manipulation. Aussi les avons-nous considérées comme variable dépendante en vue de rechercher quels facteurs parmi tous ceux que nous avons testés (DEN, COMP, ESTLIN, DIGIT) étaient en mesure de les prédire statistiquement, au pré-test d'abord, au post-test 3 ensuite. Nous avons conduit une analyse de régression multivariée sur les données du pré-test. Les résultats montrent que la réussite aux opérations est prédite surtout par celle obtenue en COMP, au pré-test comme au post-test ; elle reste d'autre part davantage corrélée à l'épreuve DIGIT qu'à l'épreuve ESTLIN.

DISCUSSION

1. Validation des hypothèses

L'effet des entraînements sur les performances globales n'est que partiel : si les deux groupes expérimentaux observent des résultats significativement supérieurs à ceux du groupe contrôle et ce dès le post-test 2, leur progression par rapport à ce dernier n'est significative que pour le groupe DL. Ce résultat concorde donc partiellement avec celui obtenu par Siegler et Ramani (2008, 2009) qui avaient noté un effet de l'entraînement au jeu de plateau linéaire sur les performances en comparaisons, estimation linéaire, dénombrement et opérations. Cependant, nos épreuves n'étaient peut-être pas assez sensibles pour révéler l'étendue des différences interindividuelles et rendre compte d'une progression significative du second groupe.

Nous avons supposé que l'entraînement au jeu linéaire aurait un effet sur les performances en estimation linéaire, et que celui basé sur les manipulations digitales en aurait un sur la tâche d'identification de représentations digitales. Ces deux hypothèses ont pu être vérifiées, ce qui corrobore d'une part les études de Siegler et Ramani (2008, 2009) et, d'autre part, ouvre de nouvelles perspectives pour les recherches sur les liens entre doigts et nombres. A ces deux tâches en effet, les groupes expérimentaux progressent plus et obtiennent de meilleurs résultats que le groupe contrôle.

Nous ne notons aucun effet des entraînements sur les performances en comparaisons. Cela est surprenant car il s'agit d'une tâche qui évalue la représentation

analogique de la quantité, pourtant entraînée par la pratique du jeu linéaire et par les manipulations digitales. Nos résultats ne corroborent pas ceux de Siegler et Ramani (2009). Nous supposons que le manque de sensibilité de cette tâche, lié à des effets plafonds, ainsi que les pièges perceptifs qu'elle contenait, peuvent expliquer en partie l'absence de différences significatives.

En ce qui concerne le dénombrement, nous relevons un effet des entraînements lors du post-test 2 mais cet effet n'est pas maintenu lors du post-test 3. Siegler et Ramani (2009) n'avaient d'ailleurs relevé aucun effet de la pratique du jeu de plateau sur cette performance. Il faut préciser que cette tâche fait intervenir d'autres performances que le pointage (connaissance des représentations visuelles et verbales, maintien des représentations verbales en mémoire de travail) qui peuvent également induire un échec. Néanmoins, l'entraînement digital a probablement contribué à l'effet remarqué au post-test 2, puisque le pointage utilisé dans le dénombrement sollicite des habiletés perceptivo-tactiles (Gothié, 2004).

Un effet est également noté en opérations, mais seulement lors du post-test 3. Cet effet est discutable car d'après l'analyse de corrélations, les performances à cette tâche sont surtout liées à celles en comparaisons, celle-ci n'étant améliorée par aucun entraînement. De façon moindre, les résultats en opérations sont également prédits par ceux en identification de représentations digitales, davantage que par ceux obtenus en estimation linéaire. L'effet néanmoins tardif, relevé à long terme, suppose aussi que ces pratiques informelles préparent les enfants aux futurs apprentissages, comme l'observaient Siegler et Ramani (2009) : les enfants entraînés apprenaient alors plus facilement à résoudre des problèmes que les autres. L'effet de l'entraînement digital est probablement dû aux activités proposées, qui non seulement renforcent la représentation analogique de la quantité (comme dans l'entraînement au jeu de plateau), mais qui demandent également de la manipuler. Quand il s'agit, par exemple, de représenter avec les doigts un chiffre de différentes manières, la quantité est manipulée, comme c'est le cas dans les tâches d'additions et de soustractions.

Enfin, l'effet des entraînements n'est pas toujours stable et durable d'après l'analyse des résultats du post-test 3. Les performances des groupes expérimentaux en dénombrement ne sont pas maintenues, tandis que celles en opérations apparaissent alors comme significativement supérieures. Néanmoins, le groupe contrôle ne rattrape pas son retard, et les différences significatives sont maintenues pour les épreuves d'identification de représentations digitales et d'estimation linéaire.

2. Limites

Notre étude rencontre certaines limites qui peuvent en partie expliquer les résultats obtenus. Tout d'abord, en onze mois, nous avons été confrontées à une réduction de l'échantillon. Des analyses antérieures, portant sur l'échantillon initial jusqu'au post-test 2, avaient, en effet, conduit à des résultats différents. Ils révélaient un effet des entraînements sur l'épreuve de comparaisons, et surtout, sur celles des opérations. Nous pensons donc que des résultats plus francs pourraient être obtenus à partir d'une population plus importante. Ensuite, la durée de passation des épreuves était sans doute trop longue (45 minutes) et trop coûteuse sur le plan cognitif. En effet, les capacités attentionnelles des enfants de 4 à 6 ans varient en moyenne entre 15 et 25 minutes.

Fractionner l'administration du test conduirait sans doute à des performances plus authentiques.

3. Implications théoriques et pratiques

Notre étude a plusieurs implications théoriques. D'une part, nous retrouvons partiellement les résultats obtenus aux Etats-Unis par Siegler et Ramani (2008, 2009) sur une population d'enfants tout-venant français. Le jeu linéaire consolide la ligne numérique mentale et donc la représentation analogique de la quantité. D'autre part, nous participons à la recherche des liens entre doigts et nombres, en proposant un entraînement digital qui améliore, au moins partiellement, les performances numériques.

D'un point de vue pratique, nous espérons que cette étude aura des apports pédagogiques et thérapeutiques. De tels entraînements peuvent d'abord prévenir les difficultés mathématiques, en réduisant les disparités dues aux inégalités sociales (enfants qui ne pratiqueraient pas ces activités en dehors de l'école par exemple), mais aussi les repérer, et peut-être, y remédier.

CONCLUSION

Les résultats, au moins partiels, montrent donc que la pratique régulière d'un jeu de plateau linéaire et les manipulations digitales renforcent le développement de la ligne numérique mentale, la représentation analogique de la quantité, et la capacité à agir sur cette dernière. Certaines performances numériques sont donc directement améliorées par ces entraînements.

En soulignant l'importance de ces activités ludiques et informelles, nous espérons ouvrir de nouvelles perspectives de recherche en orthophonie, et plus particulièrement en logico-mathématiques. Le raisonnement du jeune enfant se construit en effet grâce aux expériences de manipulation d'objets réels. Ces entraînements pourraient-ils par exemple conduire aux mêmes résultats auprès d'une population d'enfants dyscalculiques ?

Il serait également intéressant de poursuivre la réflexion sur les liens entre compétences logico-mathématiques et le langage (oral et écrit) et explorer plus en profondeur ce lien intermédiaire, « missing link » (Fayol et Seron, 2005), que les doigts peuvent jouer, entre compétences pré et post-langagières.

BIBLIOGRAPHIE

Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S. et Zorzi, M. (2010). Numerical Estimation in Preschoolers, *Developmental Psychology*, 46(2), 545-551.

Brissiaud, R. (1991). Un outil pour construire le nombre : les collections-témoins de doigts. Dans J. Bideaud, C. Meljac et J-P. Fisher (dir.), *Les chemins du Nombre* (p. 59-90). Lille : Presses universitaires de Lille.

Chillier, L. Etudes des représentations mentales analogiques et digitales des nombres chez l'enfant de 6 à 9 ans. Thèse de doctorat non publiée, Université de Genève, Genève.

Chillier, L. (2002). La ligne numérique et le codage du nombre chez l'enfant. Dans J. Bideaud et H. Lehalle (dir.), *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (p.129-149). Paris : Hermès Science.

Crollen, V., Seron, X., et Noel, M-P. (2011). Is finger-counting necessary for the development of arithmetic abilities? *Frontiers in Psychology*, 2, 242.

Dehaene, S. (1992). *Cognition*, 44, 1-42.

Dehaene, S. (1997). La bosse des maths. Paris : Odile Jacob.

Dehaene, S. et Cohen, L. (1995). *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.

Dehaene, S., Izard, V., Pica, P. et Spelke, E. (2006). Core knowledge of geometry in an Amazonian indigene group. *Science*, 311, 381-4.

Fayol, M., Barouillet, P. et Marinthe, C. (1998). Predicting arithmetical achievement from neuropsychological performance: a longitudinal study. *Cognition*, 68, 63-70.

Fayol, M. et Seron, X. (2005). About numerical representations: insights from neuropsychological, experimental and developmental studies. *Handbook of Mathematical Cognition*, Ed. J. I. D. Campbell (New York: Psychology Press), 3-22.

Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia, and acalculia. *Archives of Neurology and Psychiatry*, 44, 398-408.

Gothié, G. (2004). Lien entre les capacités perceptivo-tactiles et les représentations numériques chez le jeune enfant (Mémoire pour l'obtention du CCO). Université Claude Bernard, Lyon.

Izard, V., Pica, P., Spelke E. et Dehaene, S. (2008) Comment les nombres se répartissent dans l'espace. Une intuition originelle logarithmique. *M/S Médecine/Sciences*, 24, 1014.

Marinthe, C., Fayol, M. et Barrouillet, P. (2001). Gnosies digitales et développement des performances arithmétiques. Dans A. Van Hout et C. Meljac (dir.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (p. 239-254). Paris : Masson.

Moyer, R. S. et Landauer, T. K. (1967). Time required for judgments of numerical equality. *Nature*, 225, 1519-1520.

Noël, M-P. (2005). Finger gnosis : a predictor of numerical abilities in children? *Child Neuropsychology*, 11(5), 413-430.

Opfer, J. E., Thompson, C.A. et Furlong, E.E. (2010). Early development of spatial-numeric associations: evidence from spatial and quantitative performance of preschoolers. *Developmental Science*, 13(5), 761-771.

Penner-Wilger, M. et Anderson, M. L. (2008). An alternative view of the relation between finger gnosis and math ability: Redeployment of finger representations for the representation of number. *Proceedings of the 30th Annual Cognitive Science Society*. Austin, TX: Cognitive Science Society.

Seron X. et Lochy A. (2003). La neuropsychologie des troubles du calcul de l'adulte. Dans A. Van Hout, et C. Meljac (dir.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (p. 53-75). Paris: Masson.

Siegler, R. S. et Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science, Special Issue on Mathematical Cognition*, 11, 655-661.

Siegler, R. S. et Ramani, G. B. (2009). Playing linear number board games - but not circular ones - improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, 101, 545-560.

Tudusciuc, O. et Nieder, A. (2007). Neuronal population coding of continuous and discrete quantity in the primate posterior parietal cortex. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 104(36), 14513-14518.