Université CLAUDE BERNARD LYON1
INSTITUT DES SCIENCES et TECHNIQUES DE READAPTATION

N° 1640

MEMOIRE présenté pour l'obtention du

CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONISTE

Par

BELOT Audrey
VERNET Aurélie

CREATION D'UN OUTIL D'ENTRAÎNEMENT AU TROC ET APPORT SUR LA COMPREHENSION DE LA NUMERATION DECIMALE :

Etude de cas de quatre enfants de CP

Maître de Mémoire

PICARD-GALLET Armelle

Membres du Jury

GAUDIN Sylvie
GAUTHIER Corine
OLLAGNON Pascale

Date de Soutenance

27 septembre 2012

ORGANIGRAMMES

1. Université Claude Bernard Lyon1

Président
Pr. GILLY François-Noël

Vice-président CEVU
M. LALLE Philippe

Vice-président CA
M. BEN HADID Hamda

Vice-président CS
M. GILLET Germain

Directeur Général des Services
M. HELLEU Alain

1.1. Secteur Santé :

U.F.R. de Médecine Lyon Est
Directeur **Pr. ETIENNE Jérôme**

U.F.R de Médecine et de maïeutique - Lyon-Sud Charles Mérieux
Directeur **Pr. KIRKORIAN Gilbert**

Comité de Coordination des Etudes Médicales (C.C.E.M.)
Pr. GILLY François Noël

U.F.R d'Odontologie
Directeur **Pr. BOURGEOIS Denis**

Institut des Sciences Pharmaceutiques et Biologiques
Directeur **Pr. VINCIGUERRA Christine**

Institut des Sciences et Techniques de Réadaptation
Directeur **Pr. MATILLON Yves**

Département de Formation et Centre de Recherche en Biologie Humaine
Directeur **Pr. FARGE Pierre**

1.2. Secteur Sciences et Technologies :

U.F.R. de Sciences et Technologies
Directeur **M. DE MARCHI Fabien**

U.F.R. de Sciences et Techniques des Activités Physiques et Sportives (S.T.A.P.S.)
Directeur **Pr. COLLIGNON Claude**

Institut des Sciences Financières et d'Assurance (I.S.F.A.)
Directeur **Pr MAUME-DESCHAMPS Véronique**

Observatoire Astronomique de Lyon **M. GUIDERDONI Bruno**

IUFM
Directeur **M. BERNARD Régis**

Ecole Polytechnique Universitaire de Lyon (EPUL)
Directeur **M. FOURNIER Pascal**

Ecole Supérieure de Chimie Physique Electronique de Lyon (CPE)
Directeur **M. PIGNAULT Gérard**

IUT LYON 1
Directeur **M. COULET Christian**

2. Institut Sciences et Techniques de Réadaptation FORMATION ORTHOPHONIE

Directeur ISTR
Pr. MATILLON Yves

Directeur de la formation
Professeur associé
BO Agnès

Directeur de la recherche
Dr. WITKO Agnès

Responsables de la formation clinique
THEROND Béatrice
GUILLON Fanny

Chargée du concours d'entrée
PEILLON Anne

Secrétariat de direction et de scolarité
BADIOU Stéphanie
BONNEL Corinne
CLERGET Corinne

REMERCIEMENTS

Nous tenons tout d'abord à adresser nos remerciements à Armelle Picard-Gallet, notre maître de mémoire ainsi qu'à Ewa Mathia, pour nous avoir confié ce projet.

Nous adressons de chaleureux remerciements à Mme Gauthier et Mme Ollagnon, pour leurs relectures avisées, leurs précieux conseils, leur intérêt et leur disponibilité.

Nous remercions Mme Witko pour son soutien, sa supervision et son investissement dans le suivi des mémoires.

Merci à l'école Mazenod, à son directeur, pour avoir accepté ce projet. Merci à Mme Humbert, enseignante de CP, pour l'intérêt porté à notre étude, pour nous avoir accueillies dans sa classe, et pour sa disponibilité.

Merci à Amandine, Louis, Amélie et Corentin, sans qui cette recherche n'aurait pu aboutir.

Un merci affectueux à nos familles pour nous avoir soutenues, mais aussi parfois supportées.

Merci à Guillaume, « notre Guigui » pour nous avoir épaulées, pour son écoute attentive et pour toutes ses attentions.

Un grand merci à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à ce que ce projet aboutisse : merci pour l'accueil, pour les relectures, pour les impressions.

Merci à notre promotion pour son soutien et ses encouragements.

Enfin, merci à toi « binomette », pour ces moments dans lesquels nous nous sommes soutenues mais aussi ceux qui ont fait d'un moment de solitude, une solitude partagée, pour toutes ces pauses café qui nous ont permis de nous évader pour un temps, mais aussi, et surtout, pour les nombreux bons moments.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

> « Le caractère fondamental des trois apprentissages (lire, écrire et compter) n'est pas à démontrer. Leur réussite conditionne l'insertion de l'enfant dans un cursus scolaire normal, et les structurations cognitives qu'ils suscitent rendent possible d'autres apprentissages. Si leur égale importance est indiscutable, il n'en reste pas moins que l'acquisition du nombre occupe une place très spéciale. Le système numérique qui doit être appris est à lui seul un langage avec un vocabulaire et une syntaxe, avec aussi une écriture de signes spécifiques » (Bideaud, Lehalle et Vilette, 2004, p.7).

De plus en plus d'enfants arrivent dans les cabinets d'orthophonie envoyés par l'enseignant, car ils ont des résultats insuffisants en mathématiques. On dit d'eux qu'ils ne sont pas des « matheux », qu'ils ne sont pas logiques. Un bilan du raisonnement logico-mathématique et du calcul leur est alors proposé. Nous avons pu assister à ce type d'évaluation, mais également aux séances de remédiation qui suivaient. Dans ce domaine, être rééducateur nécessite création, ingéniosité et patience.

L'orthophoniste reçoit donc régulièrement des enfants « en panne » en matière de numération. Guéritte-Hess et Bacquet (1982), ainsi que Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005), mettent en avant l'importance de l'équivalence numérique au cours de l'apprentissage de la numération : elle permet d'exprimer une quantité de différentes manières.

Fortes de ce constat clinique, et face au peu d'outils formalisés dans la rééducation de la numération, nous avons souhaité approfondir ce domaine.

C'est ainsi qu'est né notre questionnement : un entraînement de l'équivalence numérique pourrait-il améliorer la compréhension de la numération décimale chez des enfants de CP pour qui cette numération est insuffisamment porteuse de sens ?

Nous aborderons dans notre partie théorique, le nombre et le système numérique, leur histoire et les grandes étapes de leur construction et de leur apprentissage. Nous présenterons également la notion d'équivalence, et son rôle dans la construction du nombre.

A la suite de cela, nous exposerons notre problématique et nos hypothèses. Puis nous expliciterons notre démarche expérimentale en présentant les enfants qui font partie de notre étude, leurs profils respectifs, ainsi que le protocole d'entraînement que nous avons créé et appliqué. Nos résultats seront alors présentés suivis de leur analyse pour valider ou infirmer nos hypothèses. Pour conclure, nous reviendrons sur les limites de notre étude.

Chapitre I

PARTIE THEORIQUE

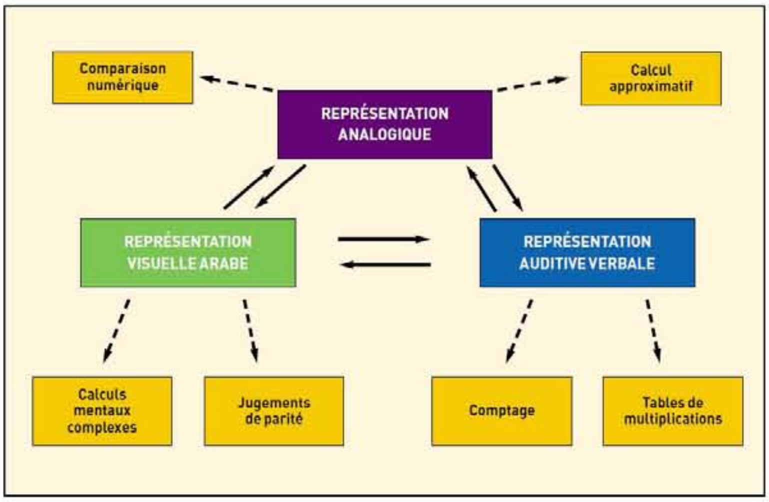


Figure 1 : Représentation du modèle du triple code de Dehaene (Lemer, 2003)

I. Le Nombre

1. Histoire du nombre

Aux tous premiers pas de l'humanité, l'Homme ne devait pas avoir la capacité de concevoir le nombre sous l'angle de l'abstraction, Ifrah parle donc « d'un temps où les hommes ne devaient pas savoir compter » (Ifrah, 1994, p.21).

Le nombre est né d'un besoin. Au départ, l'Homme avait des troupeaux à garder, de la nourriture à partager : le nombre était alors surtout utilisé pour répondre à la question «combien», et nommer n'était pas une nécessité. A l'origine, les nombres sont donc de petits nombres. Bideaud, Lehalle et Vilette (2004) parlent de la prégnance de l'utilisation du « un », du « deux » et du « beaucoup ». Ces notions seraient celles qui seraient apparues à l'Homme comme les plus instinctives, « un » représentant l'individu plus ou moins individualisé au sein de la communauté, « deux » symbolisant l'opposition à l'autre et la dualité masculin/féminin ». (Bideaud, Lehalle et Vilette, 2004, p.13). Les recherches à ce sujet attestent plus précisément de l'utilisation des quatre premiers nombres. Cette limite serait due au fait que notre capacité de perception directe du nombre ne dépasse – presque jamais – le nombre quatre.

De nombreuses techniques ont été recensées pour dénombrer : l'utilisation de cailloux, d'entailles faites sur des bâtons. Le corps, également, a longtemps permis d'exprimer le nombre. Toutes ces techniques reposaient sur le principe de correspondance terme à terme et suffisaient à comparer une même chose à deux instants différents. L'utilisation d'entailles est devenue obsolète lorsque les quantités ont augmenté. Il a donc fallu cheminer vers un système plus élaboré. Une des traces ayant marqué l'histoire du nombre est la découverte d'un radius de loup, marqué de 55 entailles regroupées par 5. Ce groupement, principe de la base, est un pas décisif vers l'abstraction.

2. Différentes conceptions du nombre

2.1. Des modèles de représentation du nombre

Nous nous intéressons à plusieurs modèles de la cognition numérique, dans le cadre de la neuropsychologie cognitive.

- Dehaene (1992) : le modèle neurocognitif du triple code
  Ce modèle (figure 1) est construit autour de trois représentations connectées entre elles où chacune intervient dans un ensemble précis de tâches, dans un traitement numérique particulier (Fias et Pesenti, 2004 ; Lemer, 2003).
- La représentation visuelle arabe est utilisée pour le traitement des nombres arabes et le calcul à plusieurs chiffres. Elle permet de lire et de produire par écrit les numéraux arabes.
- La représentation auditive verbale permet le comptage, la mémorisation et le traitement des noms de nombres (Fias, W. et Pesenti, M., 2004).
- La représentation analogique est une représentation sémantique non verbale qui sert à établir une estimation sans faire appel à la quantité précise, à réaliser des calculs,

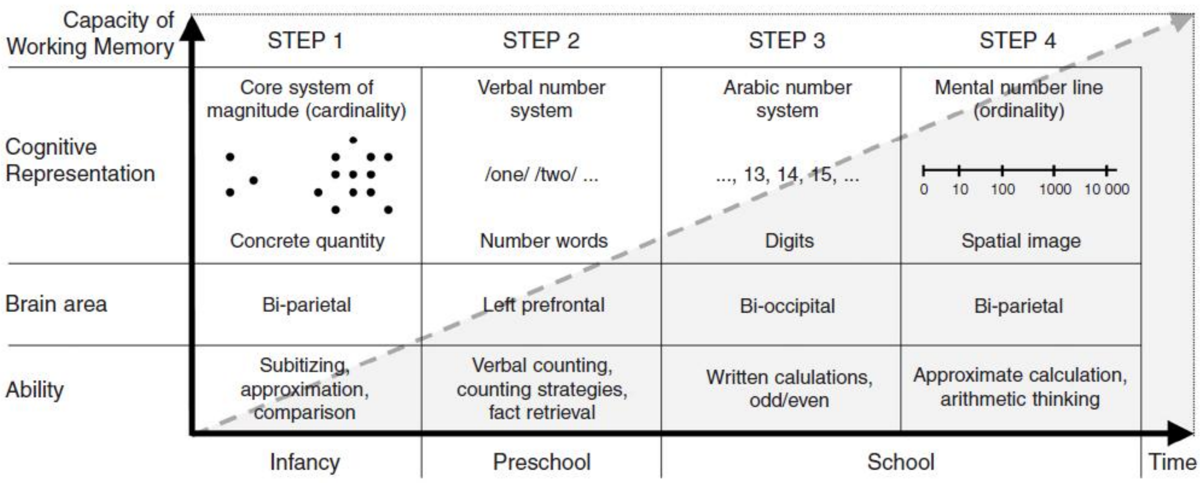


Figure 2 : Modèle développemental de la cognition numérique de Von Aster et Shalev (2007)

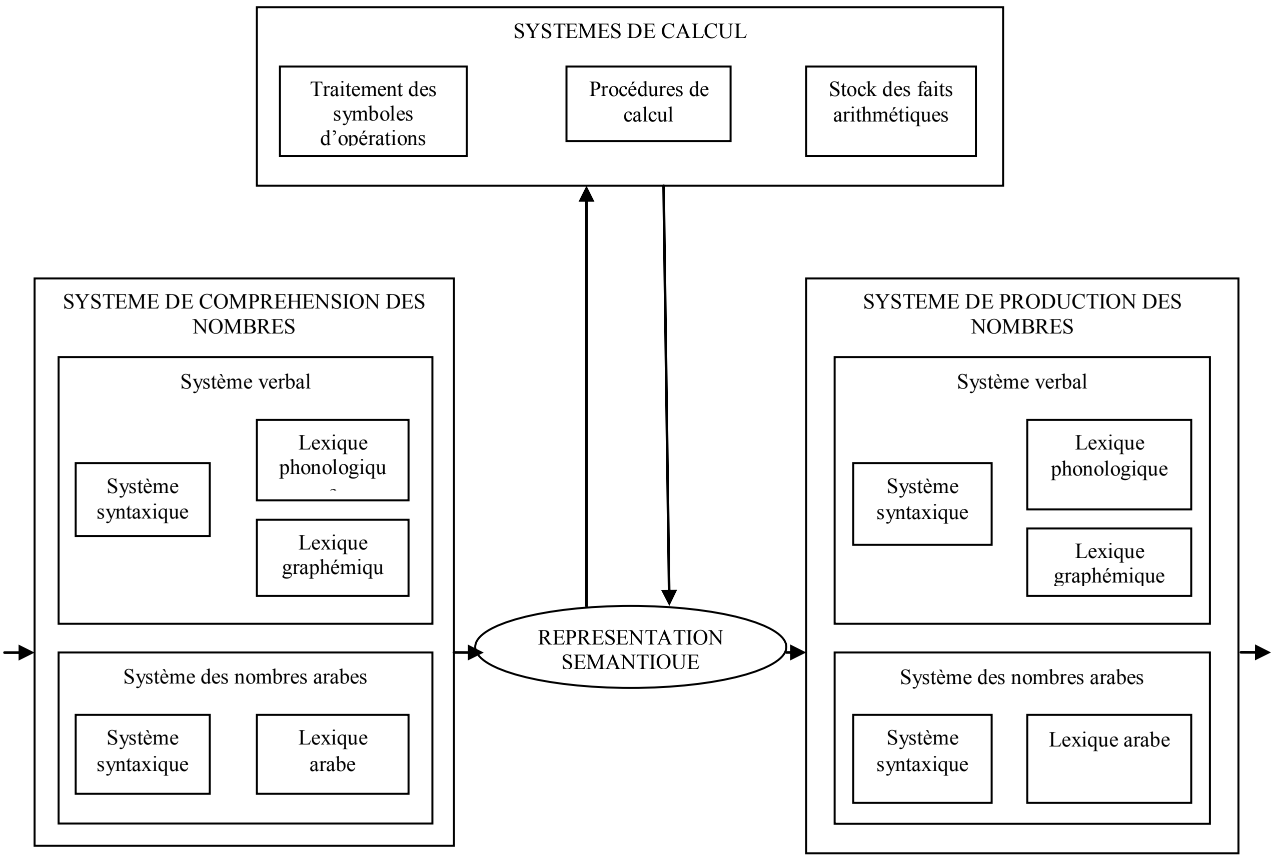


Figure 3 : Représentation du modèle de McCloskey (George-Poriacchia, 2011)

approximatifs et à faire des comparaisons.
Dehaene, dans son modèle, intègre la ligne numérique mentale dans la représentation analogique des quantités. Cette ligne, compressée et orientée de gauche à droite, avec les petits nombres à gauche et les plus grands à droite, permet de donner une idée du nombre et de sa quantité. Cela permet d'accéder à la conceptualisation du nombre puisque « la compréhension d'un nombre [consiste] à activer une position particulière sur cette ligne » (Fias et Pesenti, 2004). « Une telle représentation analogique serait tout particulièrement pertinente dans les tâches d'approximation et de comparaison numérique nécessitant une évaluation relativement rapide des quantités » (Chillier, 2002). Moyer et Landauer ont été les premiers à mettre en évidence en 1967 l'existence de cette ligne (Chillier, 2002). Ils ont aussi dégagé les effets de distance et de grandeur qui la définissent. Dans le premier cas, le temps requis pour déterminer lequel de deux nombres est le plus grand, diminue avec l'augmentation de la distance numérique entre les chiffres. Dans le second cas, plus deux nombres qui doivent être jugés, sont grands, plus ils semblent subjectivement proches l'un de l'autre et sont, de ce fait, moins discriminables.
Cette notion de ligne numérique mentale décrite sur un plan horizontal semble transposable. En effet, « bien que cela n'ait pas encore été démontré empiriquement, les nombres sont probablement associés également à l'axe vertical » (Dehaene, 1997).

De plus, il s'est intéressé aux circuits neuronaux mis en jeu lors des activités mathématiques, ce qu'il synthétise dans son ouvrage de 1997. Ses études montrent que la pensée mathématique se localise dans les zones pariétale et frontale mais qu'elle requiert la coordination d'un grand nombre d'aires cérébrales.

- Von Aster et Shalev : Le modèle développemental des représentations numériques.

Ce modèle hiérarchique (figure 2) établi en 2007 suggère différentes origines aux troubles du calcul. Il comprend quatre étapes : la première comprend le système qui permet de quantifier de petites collections (subitizing) et de comparer des grandes collections (approximation). Les deux étapes suivantes (processus de symbolisation linguistique et arabe) permettent ensuite l'élaboration de la ligne numérique mentale, qui constitue la dernière étape. Selon les auteurs, les troubles du calcul résultent d'un déficit des représentations de la magnitude, notamment mis en œuvre dans les étapes 1 et 4 (Vilette et Schneider, 2011).

- Le modèle de McCloskey, Camazarra et Basili.

Etabli en 1985 (figure 3), il est construit sur l'hypothèse que le traitement des nombres requiert la maîtrise des informations lexicale et syntaxique, en expression et compréhension. Ses modules sont élaborés autour de la représentation sémantique (Delazer et Girelli, 2004). On distingue d'une part, le système de calcul et d'autre part, les systèmes de compréhension et production du nombre. A l'intérieur de ces deux derniers systèmes existent des sous-systèmes pour le traitement des nombres en code arabe ou en code verbal. Enfin, à l'intérieur de ces sous-systèmes, sont distingués les mécanismes lexicaux et syntaxiques (George-Poriacchia, 2011).

2.2. Les différents courants

De nombreux auteurs se sont intéressés à la construction du nombre. Différents courants sont recensés : réaliste, innéiste, empiriste et constructiviste. Pour les réalistes, l'Homme doit se mettre en adéquation avec les notions idéelles qui existeraient indépendamment de lui. Les innéistes, représentés notamment par Gelman et Wynn, soutiennent que le milieu obéit à des normes dictées par l'organisme du sujet. Ils recherchent l'état initial des notions en s'intéressant aux compétences des bébés. Les empiristes enfin, accordent davantage de crédit au rôle des données qu'à celui du sujet : les milieux imposent leurs normes aux sujets (Chalon-Blanc, 2005).

C'est dans le courant constructiviste que s'inscrivent les travaux de Piaget. Pour lui, les connaissances sont les résultats des activités du sujet que celui-ci projette sur les objets. Il tire les significations des concepts, des propriétés de ses actions : « l'objet peut obliger le sujet à modifier son organisation cognitive et réclamer une modification radicale de la pensée » (Chalon-Blanc, p14, 2005). La découverte se construit au fur et à mesure que le sujet échange et interagit avec son milieu. Piaget met en évidence, deux types de connaissances: les connaissances transmises et les connaissances acquises, les secondes nécessitant les premières pour se construire. Chacune de ces connaissances se décompose en deux catégories selon leur mode de fonctionnement. Conformément à la distinction établie par Ryle en 1949 et cité par Chalon-Blanc (2005), il faut différencier les connaissances procédurales qui nécessitent une exécution, des connaissances déclaratives qui peuvent être simplement évoquées. Piaget, dans sa démarche, cherche à établir un lien entre l'histoire des connaissances et leur évolution : c'est pourquoi il ne demande pas aux enfants de dénombrer, lors de ses entretiens clinico-expérimentaux. Ces questions n'auraient jamais pu être posées aux inventeurs du nombre. L'hypothèse développée par Piaget et Szeminska (1941), est que les opérations arithmétiques s'organisent suite à la généralisation et à la réunion des opérations logiques que sont la classification et la sériation. Le nombre est envisagé comme synthèse de ces deux structures.

3. La construction du nombre

3.1. Le développement de l'intelligence selon Piaget

S'appuyant sur l'épistémologie génétique définie comme étant « l'histoire de la mise en place progressive et successive des structures de l'activité et de leur construction dans et par l'interaction entre le sujet et l'objet » (Dolle, 1999), Piaget décrit quatre stades qui déterminent le développement des structures de l'intelligence, chacun de ces stades se subdivisant lui-même en sous stades:

- le stade de l'intelligence sensori-motrice qui se développe entre 0 et 2 ans ;
- le stade de l'intelligence symbolique ou préopératoire entre 2 à 7-8 ans ;
- le stade de l'intelligence opératoire concrète entre 7-8 et 11-12 ans ;
- le stade de l'intelligence opératoire formelle entre 11-12 ans et 14-16 ans

Pour Piaget, l'intelligence est une adaptation, qui ne s'achève que lorsqu'un équilibre stable est trouvé entre les mécanismes d'assimilation et d'accommodation. L'assimilation correspond à l'intégration d'éléments dans les structures de l'activité du sujet, et l'accommodation correspond à la transformation de cette structure en fonction du milieu. Cependant, ce processus d'équilibration ne peut se faire sans que n'aient lieu des régulations entre assimilation et accommodation. Ces dernières permettent au sujet de réorganiser ses structures cognitives et donc de s'adapter. C'est cette équilibration qui une fois atteinte, permet d'intégrer un processus en formation jusqu'à un nouvel équilibre. Le stade est une sorte de palier d'équilibre.

Dans notre étude, nous nous situons à une période charnière : le passage du stade préopératoire au stade des opérations concrètes. C'est en effet à la fin du stade préopératoire que l'enfant acquiert progressivement une « décentration et une régulation des représentations qui deviennent plus mobiles » (Tran-Thong, 1967).

Dans leur ouvrage de 1966, Piaget et Inhelder envisagent une seule période qui s'étend de 2-3 ans à 11-12 ans. Pour eux, la période des opérations concrètes est l'achèvement de la période préopératoire. Ce stade préopératoire serait donc une période d'organisation et de préparation pour l'acquisition du stade ultérieur. Dolle (1999) développe cette genèse des opérations concrètes ainsi : c'est une période transitionnelle entre l'intelligence sensori-motrice sans langage, ni représentation, ni concepts, vers l'intelligence représentative où les connaissances acquises antérieurement se ré-élaborent et continuent à se développer. « Cette reconstruction est incomparablement plus longue puisqu'elle s'étend de l'âge de 2 ans à l'âge de 11-12 ans ». Les deux étapes nécessaires à cette ré-élaboration sont : le stade préopératoire, au cours duquel l'intelligence acquiert une certaine mobilité mais n'est pas encore réversible ; et le stade des opérations concrètes où la pensée est davantage mobile et permet donc l'acquisition de la réversibilité. La genèse des opérations concrètes est ainsi « un passage de la centration subjective à une décentration cognitive, sociale et morale » (Piaget et Inhelder, 1966).

3.2. Les modes de pensée développés par Piaget

Piaget distingue trois aspects de la connaissance qui mènent à l'élaboration des opérations concrètes.
Au stade pré-opératoire, il définit tout d'abord la pensée figurative entre 2 et 4/5 ans. Les aspects figuratifs se réfèrent à la représentation imagée, à la perception et à l'imitation. Ils se rapportent aux états perçus des objets. A ce mode de pensée correspond l'irréversibilité de la pensée de l'enfant. L'égocentrisme intellectuel est alors, à son paroxysme. (Dolle, 1999).
Vient ensuite la pensée intuitive qui se développe entre 4/5 et 7 ans. A cette période, l'enfant accède à plus de généralités et est capable de constater l'action, la transformation. L'intuition est à la fois une action effectuée mentalement - donc intériorisée -, et une pensée imagée. Elle est à mi-chemin entre la pensée figurative et la pensée opératoire concrète.
C'est plus tard, autour de 7 ans que l'enfant acquiert la réversibilité de la pensée, qui devient opératoire. Cette mobilité est telle, qu'une action effectuée peut-être annulée ou compensée en pensée. Le raisonnement est alors qualifié d'opératoire. Cela signifie que l'action est réversible et qu'elle repose sur des invariants.

3.3. Les structures logiques qui sous-tendent le nombre

Pour Piaget (1959) « tout enfant [comme les premiers inventeurs des nombres] doit réinventer le nombre et en découvrir seul sa signification ». Par conséquent, pour retracer la genèse du nombre, Piaget et Szeminska (1941) ont inventé des épreuves ayant pour but d'être au plus près de ce temps de découverte du nombre. Il s'agissait là de pouvoir observer ce moment « où les enfants passent de jugements fondés sur les seules qualités des objets à des jugements portant sur les quantités qu'ils véhiculent » (Chalon-Blanc, 2005).

Pour Piaget, une des conditions nécessaire pour la construction du nombre est l'abstraction, c'est-à-dire isoler une propriété commune à des objets distincts (Chalon-Blanc, 2005). Barth (1987) en donne la définition suivante : « une opération mentale qui considère à part un ou plusieurs éléments d'une perception en négligeant les autres ». Piaget définit deux types d'abstraction : l'abstraction empirique comme appartenant aux objets, où les propriétés communes isolées sont visibles ; et l'abstraction réfléchissante, inhérente à l'expérience du sujet, qui donne suite à l'intériorisation et la coordination des propriétés communes non visibles des actions (Brissiaud, 2003 ; Dolle, 1999 ; Chalon-Blanc, 2005).

Piaget définit le nombre comme étant sous-tendu par les opérations infra-logiques, dépendantes des notions spatiales et qui structurent l'objet ; et les opérations logico-arithmétiques, (ou mathématiques) qui portent sur les ressemblances et les différences (Dolle, 1999). Le nombre s'organise ainsi autour des deux grands axes des opérations logico-arithmétiques : les systèmes d'inclusion, (hiérarchie des classes logiques), et les relations asymétriques, (sériations qualitatives) (Piaget et Szeminska 1941). De plus, « un nombre ne devient intelligible que dans la mesure où il demeure identique à lui-même, quelle que soit, la disposition des unités dont il est composé » (1941) : c'est l'invariance du nombre, la conservation.

3.3.1. Classification

L'élaboration de cette structure apparaît au stade préopératoire. La classification opératoire se définit comme la « troisième et dernière étape dans l'acquisition de la logique des classes, qui prépare la voie au nombre et qui consiste à mettre ensemble ce qui va ensemble, en se basant essentiellement sur une ou plusieurs ressemblances, tout en respectant l'extension et la compréhension des éléments à classer » (Campolini, Timmermans et Vansteelandt, 2002).
Pour Piaget et Inhelder (1959), une classe se détermine toujours par sa compréhension et son extension : la compréhension comme étant « les qualités communes entre ses membres et les différences spécifiques distinguant les membres d'une classe de ceux d'une autre classe » ; et l'extension comme étant « les relations de partie à tout déterminées par les quantificateurs 'tous', 'quelque' et 'aucun', appliqués aux membres de la classe considérée et à ceux des classes dont elle fait partie ».
Chalon-blanc (2005) ajoute que la classe est nécessaire pour les raisons suivantes. Elle réunit des éléments et délimite le tout ; et elle assure une équivalence entre les éléments qui deviennent des unités égales.
Piaget et Inhelder (1959) déterminent trois types de comportements structurés en stades : le stade des collections figurales de 2 à 5 ans où l'enfant réalise des assimilations successives ; celui des collections non figurales de 5 à 7 ans où les collections obtenues manquent de hiérarchie ; et celui de l'inclusion des classes et des classifications hiérarchiques à partir de 8 ans où les enfants sont capables de réaliser une classification en tenant compte de l'inclusion (Dolle, 1999). Lorsque l'emboîtement des classes est réussi à 8 ans, on parle de classification opératoire (Piaget et Inhelder, 1959).

3.3.2. Sériation

La sériation s'élabore parallèlement au développement de la classification. Sa définition est la suivante : « activité faisant partie de la logique des relations qui prépare la voie au nombre en groupant les objets selon leurs différences ordonnées » (Campolini, Timmermans et Vansteelandt, 2002). Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) rajoutent à cela que sérier est « une opération mentale qui oblige à porter un double regard sur chaque élément de la série ». Chalon-blanc (2005) rappelle qu'une relation d'ordre est toujours asymétrique puisqu'elle est toujours corrélée à l'avant/l'après, le plus grand/le plus petit. Piaget et Inhelder (1959) ont mis au point une épreuve pour distinguer la sériation qui relève de la perception de celle qui relève de son opération. Il s'agit pour l'enfant de sérier un ensemble de réglettes puis d'être capable d'en intercaler une. Ils ont observé trois types de comportements organisés en stades. Au premier stade, l'enfant ne peut sérier l'intégralité des réglettes, et procède par petites séries qu'il ne peut coordonner. Au second stade, la sériation et l'insertion ne sont réussies qu'au prix de tâtonnements. Enfin, au troisième stade, l'enfant opère par 'stratégie' en commençant par le plus petit bâtonnet, puis le plus petit de celui qui reste, et il est capable de réaliser une insertion sans aucun tâtonnement. A partir de 7-8 ans, lorsque l'épreuve est réussie, on parle de sériation opératoire.

3.3.3. Conservation numérique

Campolini, Timmermans et Vansteelandt (2002) définissent la conservation comme étant « l'étape ultime de la logique des transformations qui implique la capacité de dégager les aspects invariants d'un objet quelconque au travers des transformations qu'il subit, et celle d'imaginer mentalement le retour au point de départ qui annule la transformation ». L'élaboration de la conservation numérique repose sur la correspondance terme à terme (Dolle, 1999). Il en existe deux types : spontanée et provoquée (Piaget et Szeminska, 1991). L'épreuve des œufs et des coquetiers permet de distinguer là aussi trois stades : le premier au cours duquel il n'y a pas de correspondance terme à terme ni d'équivalence durable ; le second où la correspondance terme à terme est réalisée mais sans équivalence durable ; et le troisième où la correspondance est opératoire, numérique et les équivalences durables (Dolle, 1999).
La conservation est opératoire à partir de 7 ans, car quelles que soient les transformations opérées, l'équivalence est maintenue. « La correspondance biunivoque, avec conservation de l'équivalence obtenue en dépit des transformations spatiales de la figure, constitue un a priori fondateur de l'arithmétique. » (Bideaud, Lehalle et Vilette, 2004).

3.4. Les notions de cardinalité et d'ordinalité

« Tout élément d'une sériation n'existe en fait que par sa place par rapport à celui qui le précède et celui qui le suit» (Guéritte-Hess, Causse-Mergui, et Romier, 2005). A travers cette citation, c'est l'aspect ordinal du nombre qui est évoqué. Comprendre le nombre c'est aussi prendre en compte un de ses pré-concepts, ici le rang. On ne retient alors de chaque élément qu'une différence avec l'élément qui le précède et celui qui lui succède. C'est ce qui définit le caractère asymétrique de la relation.

L'aspect cardinal du nombre renvoie à la quantité. Il indique le nombre d'objets d'un ensemble. Le nombre cardinal considère, par exemple, le nombre 6 pour la valeur des 6 unités qui le constituent.

Les aspects de cardinalité et d'ordinalité ne peuvent exister indépendamment l'un de l'autre. L'enfant comprend alors que dénombrer une collection revient à en donner son cardinal, après en avoir compté le premier élément, le deuxième et ainsi de suite (aspect ordinal). On observe ici les débuts de la compréhension de la relation ordination-cardination. « Lorsque la coordination entre l'ordre et le nombre est achevée, la numération va pouvoir s'installer. » (Guéritte-Hess, Causse-Mergui, et Romier, 2005).

3.5. Approches contemporaines du nombre

De nombreux auteurs se sont penchés sur les travaux de Piaget. Ils ont apporté de nouveaux éléments, notamment en s'intéressant au rôle du langage.

Fayol (1990) rappelle l'importance du contexte pragmatique sur les performances, c'est-à-dire les interactions entre le sujet et l'expérimentateur, et l'importance de la formulation des questions. C'est un des facteurs qui affecterait les productions de l'enfant, notamment pour l'épreuve de conservation. Il cite par exemple l'étude de Hudson menée en 1983 (Fayol, 1990) qui propose des paires d'ensembles numériques inégaux avec deux types de questions : l'une où la formulation « plus que » est présente (a : « combien y-a-t-il d'oiseaux de plus que de vers ? ») -formulation classique utilisée par Piaget- et l'autre (b : « Chaque oiseau vient manger un ver. Combien d'oiseaux n'auront-ils pas de ver ? ») où elle est absente. Les résultats font clairement apparaître que la question de type (b) entraîne une plus forte proportion de réussite que la question de type (a).
Par ailleurs, pour Baruck, comme l'indique le sous-titre de son ouvrage « Comptes pour petits et grands » (2003), l'apprentissage du nombre et de la numération doit être fondé sur la langue et sur le sens : « une fois que l'on sait que dix dizaines font cent, il n'est pas nécessaire de représenter quoi que ce soit : on est dans un système d'écriture qui a du sens de façon intrinsèque, c'est-à-dire par lui-même ».

Il est aussi reproché à Piaget de n'avoir pas assez accordé de crédit au rôle du comptage, dont Gelman et Gallistel en ont décrit les cinq principes (Baroody, 1991). Ceux-ci sont : la suite stable, la correspondance terme à terme, le principe cardinal, l'abstraction et la non pertinence de l'ordre.
De même, il n'a pu tenir compte des éventuelles capacités proto-numériques des enfants. Les recherches innéistes dirigées par Wynn en 1992, démontrent que les bébés ont des capacités numériques innées à travers des tâches de calculs sur de petits nombres. Kobayashi (cité par Camos, 2011) a observé que les bébés regardent plus longtemps une image représentant un paquet d'objets dont le nombre correspondait au nombre de sons entendus. Ceci signifie que les bébés sont capables de percevoir des nombres et que leur représentation est relativement abstraite. L'étude plus récente de Xu et Spelke (2000) rapporte que les bébés ont des capacités de discrimination d'objets, mais que cela est approximatif. En effet, ils arrivent à distinguer une quantité de 8 objets d'une quantité de 16 objets mais pas 8 objets d'une quantité de 10 objets. Ces recherches contemporaines faisant état de capacités numériques approximatives chez les jeunes enfants, sont complémentaires des conceptions piagétiennes, qui fondent le nombre sur des concepts infra-logiques et logico-mathématiques.

II. La numération

1. Histoire de la numération

« Si plusieurs milliers de langues existent aujourd'hui sur Terre, un seul système de numération domine le monde. Et celui-ci a vu le jour en Inde, il y a près de deux millénaires » (Lemarchand, 2009).

Les Hommes en se sédentarisant deviennent des éleveurs et des agriculteurs ; les nombres auxquels ils doivent faire face sont de plus en plus grands. Les groupements apparaissent très vite comme un mode naturel et efficace de gestion de ces grands nombres : le regroupement est le principe de la base. Leur utilisation marque les débuts des systèmes de numération. La base d'un système est « le nombre d'unités qu'il est nécessaire de grouper à l'intérieur d'un ordre donné pour former une unité de l'ordre immédiatement supérieur » (Ifrah, 1994). L'Homme a ensuite pu nommer ces nombres (numération verbale), et plus tard, dans un souci de communication des données, il les a écrits. Il a alors « pu en tracer les noms, soit tels qu'il les parlait [numération figurée], soit en utilisant un code d'écriture réservé aux nombres [numération écrite]» (Van Hout, 2005).

Différentes bases ont existé, quelques-unes persistent encore, telle la base sexagésimale pour l'expression du temps. Selon Ifrah (1994) c'est cet « accident de la nature » que sont nos dix doigts qui est à l'origine de l'utilisation aussi répandue de la base 10. Certains chercheurs regrettent pourtant la base 12, pourvue de bien plus de diviseurs.
Geneviève Guitel (1975) a fait l'inventaire de nombreux systèmes de numération et les a classés en 3 catégories :

- Type I : ce sont les numérations les plus primitives. Elles appliquent le principe d'addition.
- Type II : elles sont qualifiées d'hybrides car elles appliquent le principe de multiplication ou d'addition. Leur écriture est une transcription intégrale de la numération parlée.
- Type III : cet ensemble regroupe les numérations écrites de position.

Nous utilisons actuellement un système de numération de type III adopté quasi-universellement : le système de numération positionnel en base 10, l'un des plus élaborés. Il se décline sous trois aspects : la numération écrite, la numération orale verbale et la numération figurée.

2. Notre système numérique

2.1. Principes généraux

La numération est un apprentissage qui correspond à la façon d'énoncer ou d'écrire les nombres. Il s'inscrit donc dans le prolongement de la construction du concept du nombre. Ainsi, les pré-requis du nombre, développés précédemment sont nécessaires, mais insuffisants pour une compréhension entière de notre système de numération.

Pour que cet apprentissage se passe dans les meilleurs conditions, l'enfant doit être en possession d'une certaine « pensée mathématique » qui serait la synthèse de la maîtrise des notions de temps, d'espace, du concept de nombre (donc de ses pré-requis) et de la notion de symbolisme (Jaulin-Mannoni, 1995).

Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) définissent la numération comme « une convention, reposant sur un système ». Notre système numérique est régi par trois règles :

- L'arrêt se fait automatiquement à 10. Tout système en base utilise le principe de regroupement. Notre système numérique est en base 10. Avec 10 éléments, on forme un ensemble de valeur supérieure, ainsi 10 unités forment une dizaine ; 10 dizaines, une centaine.
- Dès qu'un regroupement est réalisé, il est positionné à gauche d'une manière croissante : c'est le principe de position (d'où le terme de numération positionnelle). Au sein d'un nombre, « la position donnée à un chiffre est signifiante de *l'unité décimale* comme puissance de dix » (Van Hout, 2005).
- Seuls les dix chiffres arabes 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont utilisés ; le 0 a été inventé pour signifier l'absence de chiffres, le vide. « Le marquant d'une absence de chiffre devient ainsi un chiffre » (Van Hout, 2005).

2.2. Les difficultés liées à l'apprentissage de la numération

2.2.1. Une syntaxe spécifique

Dans notre système numérique, il y a correspondance bi-univoque entre un concept numérique et un seul mot. C'est la lexicalisation directe (Fayol, 1990).
Pour la numération, il existe un code verbal, mais également un code indo-arabe (1,2…) qui associe « les concepts numériques aux unités qui leur correspondent » (Fayol, 2012). Ce code est dit logographique.

Ces codes que nous utilisons sont qualifiés de « symboliques ». Les unités qui le composent ont été choisies de façon arbitraire, le nom d'un nombre ne renvoyant en rien à son cardinal. C'est parce que nous avons appris la chaîne verbale, que nous savons que « cinq » vient après « quatre ». Le langage ne mentionne pas l'aspect cardinal du nombre, il n'est pas « transparent » (Fayol, 2012). A la différence de certains systèmes, tel le système chinois, pour lequel l'organisation linguistique est plus régulière, le système de numération que nous utilisons regorge d'irrégularités qui « constituent autant de défis à la logique » (Dessailly, 1992).

Van Hout (2005) recense différents types d'irrégularités :

- Lexicales : les nombres particuliers de 11 à 16 se distinguent de tous les autres par leur structure en –ze ; et quatre dizaines par une formation en –ente ou –ante.
- Syntaxiques : « la concaténation signifie l'addition » dans dix-sept ou encore quarante et un.
- Orthographiques : certains termes contenant des lettres muettes, tels que « cent », « vingt » peuvent être mal transcrits lors du passage de la numération verbale à la numération alphabétique (Brissiaud, 2007).

Ces particularités doivent donc être apprises par cœur, elles sont « probablement à l'origine de la plupart des difficultés rencontrées par l'enfant » (Van Hout 2005).

Pour dénommer l'ensemble des nombres, il existe un nombre fini de termes spécifiques. Pour le faire nous avons recours à une combinatoire mettant en jeu d'abord « des relations additives [20+4=24] puis multiplicatives [6x100 = 600] » (Fayol, 2012). Certains nombres combinent les deux [333 = (3x100) + (3x10) + (3x1)] (Bacquet et Guéritte-Hess, 1982).

2.2.2. Le passage à la numération écrite chiffrée

Bacquet et Guéritte-Hess (1982) mettent en avant la « grande disparité entre ce que l'on entend et ce qu'il faut écrire ».

Le passage de l'écriture alphabétique à l'écriture en chiffres d'un nombre, répond à la consigne bien connue des manuels scolaires : « Ecrire ces nombres en chiffres ». Combien d'enfants peuvent vraiment expliquer la différence entre ces 2 notions, la réponse la plus répandue « les chiffres ça va de 0 à 9, le reste c'est des nombres » (1982). Au cours de ses formations, Baruk (2003) a pour habitude de poser cette question : « qu'est-ce qu'un nombre ? ». Les réponses sont diverses mais trois illustrent bien le 'flou' qui existe autour de ce concept (même pour des adultes, qui de surcroît, enseignent la numération) : « je ne sais pas », « un ensemble de chiffres », « ça sert à compter ».

A l'inverse, il semblerait que la lecture de nombres soit rapidement acquise dès lors que le principe de position est compris.

2.2.3. L'apprenant face à l'apprentissage

Bacquet et Guéritte-Hess (1982) insistent sur un dernier point. L'enfant qui au cours de l'apprentissage de la numération est un apprenant, n'en est pas moins une personne avec une histoire et des difficultés. Ces auteures émettent trois hypothèses face à l'échec de cet apprenant :

- Un parasitage dû à des problèmes affectifs profonds et anciens,
- Une fragilité des structures logico-mathématiques qui permettent la construction du nombre,
- Une préférence pour une méthode d'apprentissage plutôt qu'une autre, due par exemple, à une histoire scolaire particulière parsemée de blocages pédagogiques.

Au-delà du bagage initial de connaissances que l'on reconnaît à un enfant, il est donc important de se demander d'où vient cet échec et comment lui offrir les conditions idéales pour y remédier.

3. Apprentissage de la numération

3.1. Du côté de l'école : Pédagogie et programmes

Quatre grandes périodes marquent l'histoire de l'enseignement de la numération.

3.1.1. Histoire de l'enseignement de la numération

De l'Antiquité aux années 1970, l'apprentissage de la numération a été malmené. D'abord enseignée uniquement aux lettrés, elle a ensuite été réduite principalement aux irrégularités de sa forme orale. Les principes de regroupement et de position n'étaient pas abordés.

Dans les années 1970, à la suite des travaux de Piaget, apparaissent de nouvelles méthodes. L'idée est que l'enfant pourrait être acteur de ses découvertes grâce à la manipulation. Le but est d'amener l'enfant à « comprendre le fonctionnement de la numération » et « percevoir et utiliser la structure de notre système d'écriture » (Equipe de didactique des mathématiques : CP, 2005). Les particularités de notre système de numération sont alors abordées au cours de diverses activités (échanges et regroupements). Ces nouvelles méthodes d'enseignement seraient bénéfiques aux enfants dépourvus de connaissances initiales, tel le dénombrement. Ce point marque la principale différence avec la période qui suit.

A partir de 1985, l'objectif premier est d'offrir à l'enfant des conditions idéales pour que sa compréhension de notre système numérique puisse être « opératoire ». L'équipe de didactique des mathématiques propose deux axes directeurs, qui diffèrent des principes pédagogiques des années 70 :

- les connaissances mathématiques prennent du sens dans les problèmes qu'elles permettent de résoudre, (l'action en tant que manipulation seule est un peu mise de côté au profit d'action en tant qu'anticipation) ;
- tout enfant a un bagage initial de compétences numériques qu'il faut considérer. Ses connaissances antérieures peuvent s'avérer être des fondations solides, ou à l'inverse, de potentielles difficultés si elles ne sont pas suffisamment stables.

3.1.2. Les programmes actuels

La grande section de maternelle (GSM), le cours préparatoire (CP) ainsi que le cours élémentaire 1ère année (CE1) s'inscrivent dans le cycle des apprentissages fondamentaux. C'est dans ce deuxième cycle qu'évolue la population de cette étude. Les programmes de celui-ci ont été redéfinis en 2008 et sont explicités dans le bulletin officiel du 19 juin 2008 (annexe 1).

Au cours de ce cycle, différents grands domaines sont abordés. En matière de mathématiques, « la connaissance et la compréhension des nombres, leur écriture chiffrée (numération décimale) et le calcul sur de petites quantités » (BO N°3 19 juin 2008) sont les objectifs principaux.

L'école maternelle marque les débuts de l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification. L'enseignant est invité à pratiquer « la pédagogie de l'imprégnation » (Equipe de didactique des mathématiques, GS 2005). A travers le jeu et diverses activités proposées, l'enfant doit avoir l'opportunité de donner du sens au concept de nombre et de le manipuler. Les enfants acquièrent la suite des nombres jusqu'à 30 et apprennent à l'utiliser pour dénombrer. Ils découvrent également les correspondances entre désignation orale et l'écriture chiffrée.
Au CP, l'enfant bénéficie en moyenne de cinq heures de cours de mathématiques hebdomadaires. A la fin de cette année, on attend de lui qu'il puisse écrire et nommer les nombres entiers naturels inférieurs à 100 ; il doit également pouvoir comparer, ranger et encadrer ces nombres.

3.2. Du côté de l'école : Méthodes d'apprentissage

3.2.1. Le travail fondé sur « la langue et le sens »

Stella Baruk base l'apprentissage de la numération sur la langue et le sens. Elle est à l'origine de la création d'une « révolution douce » de l'enseignement des mathématiques. Cette auteure défend la place de l'enfant acteur de son instruction: il doit manipuler, chercher, essayer … et donc se tromper. « L'erreur est la condition – dans tous les sens du terme – de tout apprentissage scientifique.» (Baruk, 1985, p.39). L'erreur ne serait que la trace de l'aboutissement du raisonnement de l'enfant, elle pourrait donc nous renseigner sur les incompréhensions et les ambiguïtés.

Partant du principe qu'un enfant naît avec dix doigts et qu'il parle avant d'écrire, Baruk propose un enseignement de la numération fondé sur celui d'une langue vivante. Elle prône une confrontation aux grands nombres, dès le plus jeune âge, afin « d'amener les enfants à savoir lire/écrire n'importe quel nombre ordinaire » (2003). Pour illustrer chacun d'eux, différentes représentations figurées sont utilisées conjointement : doigts réels ou bâtons, points voire constellations de dé, mot-nombre…il faut pouvoir voir, lire, écrire, 'compter' ce nombre.

3.2.2. Les décompositions et les collections témoins

Pour Brissiaud (2007), proposer précocement le comptage aux enfants ne les aide pas à donner du sens au nombre car dans ces situations l'enfant se retrouve simultanément exposé à deux notions nouvelles : mots-nombres et numéros, et il ne saurait les différencier.
Brissiaud recommande alors d'avoir recours aux décompositions (par exemple pour 3 chats = [un là, un là et encore un là] et [non un, deux, trois]), qui permettraient d'« éviter l'usage des mots-nombres en tant que numéros » (2007). Les collections témoins, basées sur la correspondance terme à terme, peuvent être un bon moyen de faire 'apparaître' ces décompositions. Brissiaud promeut alors la numération figurée, même au-delà de 100, différemment de Baruk.

En outre, Fayol, Barouillet et Marinthe ont mis en évidence dans leur étude de 2001 que le score à 5 ans à des épreuves perceptivo-tactiles était un meilleur prédicteur des performances à 8 ans à des tâches arithmétiques (Daclin et Lallemand, 2011).

3.2.3. La manipulation

Dès le stade sensori-moteur développé par Piaget, l'enfant, par son interaction avec l'environnement, « développe sa compréhension du monde, et en cela la manipulation est fondamentale pour [lui] » (Machabey, 2010). L'apprenant doit pouvoir faire ses propres expériences, se tromper. Piaget (1941) qualifie la manipulation « d'essentielle ». En effet, « la conversation avec le sujet est à la fois plus sûre et beaucoup plus féconde lorsqu'elle a lieu à l'occasion d'expériences effectuées au moyen d'un matériel adéquat […] lorsque l'enfant agit d'abord et ne parle que de ses propres actions ». En ce qui concerne la numération, c'est par la manipulation qu'il découvre le fonctionnement de notre système. Puis, lorsque la compréhension de ce dernier sera suffisante, l'enfant se détachera naturellement de ce besoin de toucher pour aller vers une utilisation plus « automatisée » du système numérique.

Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) insistent, elles aussi, sur l'importance de la manipulation. Pour elles, « ce qui est essentiel pour comprendre, c'est avant tout de faire ». Mettre à disposition de l'enfant un matériel concret qu'il peut manipuler, ordonner, déplacer à sa guise est « un mécanisme formateur de la raison elle-même » (Machabey, 2010). Le sujet, en exerçant lui-même des actions sur les objets, et grâce aux questionnements précis de l'adulte, va au-delà de la constatation d'un résultat ; il crée des processus mentaux.

Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) soutiennent qu'on ne peut aborder le système décimal sans un travail préalable. Ces auteures insistent d'une part sur l'importance d'activités de manipulation portant d'abord sur des systèmes en base non dix. En effet cela permet à l'enfant de comprendre le fonctionnement d'un système (principes de regroupement et de position). Il est à noter que cette pratique a malheureusement été abandonnée des programmes scolaires. D'autre part, elles proposent à l'enfant des situations dans le but d'entraîner sa mobilité de pensée. Ce travail introductif basé sur les groupements en tant que « moyen efficace de gestion du nombre » se poursuit par un apprentissage plus explicite du système décimal. Elles insistent également sur l'importance de l'équivalence numérique, qui sera définie plus loin.

III. L'équivalence

1. Une notion au carrefour de différents domaines

Dans la vie quotidienne, les équivalences sont omniprésentes dans :

- La numération (1 centaine = 10 dizaines, 1dizaine = 10 unités) ;
- La monnaie ;
- Le système métrique : longueur, poids, volume, calories ;
- Le temps : le calendrier (1 an = 12 mois = 365 jours), l'heure (1h = 60 min = 3600 sec).

Il est aussi possible d'étendre cette notion d'équivalence à la langue française dans les domaines suivants :

- La lecture (versant compréhension) : les équivalences permettent par exemple de parler de différentes façons d'une même personne : le garçon, peut ainsi être Pierre, il, le frère, le cousin, l'élève ;
- La grammaire (orthographe) : elle**s** = la poule ? les poules ? ;
- L'enrichissement lexical, les synonymes et autres figures de styles à caractère analogique, telles que les métaphores ou les allégories.

Selon le Larousse, « Equivalence (n.f) du latin *aequivalens*, de même valeur :

1. Qualité de ce qui est équivalent.
2. Equivalence logique : relation exprimant que deux propositions P et Q sont conséquences l'une de l'autre. (On écrit P $\Leftrightarrow$Q ce qui se lit « P est vrai si et seulement si Q est vrai ») – Relation d'équivalence : relation binaire dans un ensemble E, qui est réflexive, symétrique et transitive ».

Pour définir ces termes, Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) proposent les exemples suivants :

- Relation réflexive : un paquet (a) a la même masse que lui-même (a R a) ;
- Relation symétrique : si un sac (a) a la même masse qu'un autre (b), alors, celui-ci a la même masse que le premier (a R b implique b R a) ;
- Relation transitive : si un premier objet a la même masse qu'un deuxième et que le deuxième a la même masse que le troisième, alors le premier a la même masse que le troisième (a R b, et b R c => a R c).

Ces trois qualificatifs étaient déjà utilisés par Stella Baruk dans le Dictionnaire des mathématiques élémentaires (1995). Elle, s'est intéressée à l'équivalence dans le champ des mathématiques, puisqu'en effet, on parle de fractions, équations et vecteurs équivalents. L'équivalence est « une relation au sein d'un ensemble, qui permet d'en répartir les éléments selon un critère donné. On forme ainsi des « classes d'équivalence » dans lesquelles tous les éléments sont équivalents pour une propriété donnée». La réalisation de ces classes fait appel à la capacité d'extraire un critère spécifique et est ainsi corrélée à la structure de classification. Ces deux notions sont donc amenées à se développer conjointement. De ce fait, tout comme les classes, les relations d'équivalence peuvent se définir en compréhension et en extension

Campolini, Timmermans et Vansteelandt (2002) définissent l'équivalence comme étant une « caractéristique de la logique des classes qui permet de nommer de diverses façons une seule et même quantité à partir d'unités différentes, tout en introduisant la notion d'égalité ».

Pour déterminer une équivalence, il s'agit de faire état d'une propriété ou d'une valeur commune, afin de substituer un élément en l'échangeant par un autre. Dans le cas de l'équivalence, la substitution peut être déterminée par des règles devenues conventionnelles, par exemple (30 ou 31 jours font 1 mois) ou arbitraires (2 bougies 'font' 1 cuillère).

2. Différents types d'équivalence

Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) ont classé les rapports numériques selon trois catégories :

- Ceux déterminés par la morphologie (5 doigts pour une main) ;
- Ceux définis conventionnellement (7 jours pour une semaine) ;
- Ceux définis par les objets eux-mêmes (la boîte d'œufs).

Bacquet et Guéritte-Hess (1982) abordent les équivalences sous diverses facettes lors de la rééducation de la numération. Leur mise en œuvre s'appuie sur différents principes tels que : l'utilisation d'une règle du jeu arbitraire ou conventionnelle, les passages de « l'un à l'autre » des membres des égalités avec modification de chacun des paramètres, et enfin les transformations successives régulières ou irrégulières qui peuvent s'opérer.
Elles préconisent, en outre, de procéder à une hiérarchisation des exercices en fonction de la difficulté. Elles proposent des exercices :

- d'équivalences par regroupement avec changement de dénomination (avec ou sans contenant) : « 3 nouilles = 1 sachet »,
- des équivalences par échanges, qui nécessitent un lieu transitionnel « la banque » : « 2 bougies = 1 cuillère »,
- les équivalences basées sur la valeur numérique : « 1€ = 100cts »,
- les équivalences basées sur les symboles : « 3 petits = 1 gros »,
- les équivalences basées sur la position : « 3 dans le tiroir du bas donne 1 dans celui du haut ».

3. L'équivalence numérique

La mobilité de la pensée permet une décentration et une modification des conduites, en fonction des situations. Qualifiée « d'opération hautement complexe » (Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier, 2005), cette capacité est un pré-requis à l'apprentissage de la numération. L'entraîner est d'autant plus important. Par ailleurs, l'équivalence numérique nécessite une pluralité des points de vue, un double regard, puisqu'il s'agit de penser sur deux modes à la fois à propos d'une quantité. De ce fait, l'équivalence fait appel à la mobilité de pensée. Cette notion d'équivalence est indispensable à un apprentissage de notre système de numération fondé sur le sens mais elle est également la « clé » de nombreuses autres notions mathématiques telles les conversions.

Fayol (2002), présente l'équivalence comme une compétence numérique essentielle. Il aborde deux conceptions différentes : dans la première, la réalisation des classes d'équivalence est sous-tendue par les principes de catégorisation dont la connaissance des noms de nombres. Mix (1999), atteste du lien entre cette connaissance et la capacité à admettre l'équivalence de collections hétérogènes. Dans la seconde conception, les classes d'équivalence sont guidées par les principes innés et spécifiques décrits par Gelman et Gallistel, et cités précédemment (p15, paragraphe 3.5).

4. Le troc, un « jeu d'équivalence »

Le troc consiste en l'échange direct d'un objet par un autre, où la monnaie n'intervient pas (Larousse, 2005).

L'échange opéré est subjectif, puisqu'il repose sur un choix arbitraire. En effet, les deux parties se mettent préalablement d'accord sur l'équivalence entre les objets à échanger. Leur valeur est définie par avance. Il est possible de procéder à plusieurs échanges successifs, qui font apparaître une hiérarchie : le dernier élément a davantage de valeur que le premier élément.

En cela, le troc réunit les grands principes utilisés par Bacquet et Guéritte-Hess (1982) dans le cadre de la rééducation de la numération : l'utilisation d'une règle du jeu, les passages de l'un à l'autre des membres des égalités, et les transformations successives.

Chapitre II

PROBLEMATIQUE ET HYPOTHESES

I. Problématique

L'élève est confronté dès le cycle des apprentissages fondamentaux, et plus particulièrement au CP, à l'apprentissage de la numération. Celle-ci prend appui sur « le nombre ». Pour Piaget et Szeminska (1941), les opérations arithmétiques s'organisent suite à la généralisation et à la réunion des opérations logiques que sont la classification et la sériation. Le nombre est envisagé comme synthèse de ces deux structures.

L'apprentissage de la numération ne se fait pas sans difficultés comme le montre le nombre toujours grandissant de demandes de bilans orthophoniques concernant des difficultés en « mathématiques ».

Nous nous sommes intéressées à ces enfants pour qui cet apprentissage n'a pas été concluant. Ceux pour qui les notions de « dizaines », « unité »… sont familières mais pas encore porteuses de suffisamment de sens.

Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) mettent en avant l'importance de la mobilité de pensée et son rôle dans les équivalences numériques. Elle permet, en effet, de « pouvoir donner plusieurs dénominations d'une [même] quantité ». L'équivalence numérique met donc en jeu cette capacité, qui est indispensable à une bonne compréhension de notre système numérique en base 10. Le principe de la base étant le regroupement, c'est cette équivalence numérique qui nous permet d'affirmer qu'une dizaine correspond également à dix unités et vice versa. Par extension, le passage d'une dénomination à l'autre fait appel au principe de position. L'enfant comprend, par exemple, que le '2' dans '24' n'a pas la même valeur que celui dans '82'. « La compréhension d'un nombre [consiste] à activer une position particulière sur [la ligne numérique mentale] » (Fias et Pesenti, 2004). L'enfant accède donc à une meilleure représentation des quantités.

En outre, le système décimal est au cœur de l'arithmétique puisque, pour lire, comparer des nombres… sans erreur, il est primordial d'avoir d'abord compris les principes qui régissent ce système.

Nous avons élaboré un protocole d'entraînement au troc. En effet, ce dernier met en jeu, à la fois l'équivalence numérique et la manipulation. Le troc est un « jeu d'équivalences » car il requiert une pensée mobile et fait appel aux regroupements de différents niveaux. Par ailleurs, la manipulation est fondamentale pour l'enfant car elle lui permet de constituer ses premières expériences motrices, et progressivement, d'accéder à l'élaboration de concepts. Dans l'approche constructiviste, les connaissances sont les résultats des actions du sujet projetées sur l'objet (Chalon-Blanc, 2005). La manipulation permet à l'enfant de structurer sa pensée et son raisonnement. A l'aide de ce matériel spécifique, nous voulons tenter de répondre à la question suivante :

Le troc est envisagé ici comme la combinaison de l'équivalence numérique et de la manipulation. Nous nous demandons alors si un entraînement centré sur celui-ci - chez les enfants de CP ayant échoué à l'épreuve de numération décimale - permettrait une généralisation de la compréhension de la numération décimale ?

II. Hypothèses et questions de recherche

1. Hypothèse générale

Nous nous proposons de vérifier l'hypothèse suivante : un entraînement spécifique au troc mène à une meilleure maîtrise de la numération décimale chez les enfants présentant un retard d'acquisition, évalué par une épreuve de numération.

2. Hypothèses opérationnelles

2.1. Hypothèse opérationnelle 1

Les enfants auront de meilleurs résultats à l'épreuve de numération du B-LM Cycle I, (Métral, 2008) en post-test 1 comparés à ceux obtenus en pré-test.

De plus, les résultats du post-test 1 devraient se stabiliser dans le temps : les résultats du post-test 2 seront au moins identiques à ceux du premier post-test.

2.2. Hypothèse opérationnelle 2

L'entraînement proposé améliore les compétences arithmétiques des enfants en post-test 1. Celles-ci sont sollicitées dans les épreuves du ZAREKI-R, dont l'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale (Von Aster et Dellatolas, 2006).

Par ailleurs, nous nous attendons à une stabilité des résultats du post-test 1 : les résultats en post-test 2 seront au moins identiques à ceux du premier post-test.

2.3. Hypothèse opérationnelle 3

Un nombre plus important de questions d'équivalence est réussi lorsque la manipulation est proposée à l'enfant.

Chapitre III

PARTIE EXPERIMENTALE

I. Protocole expérimental

1. Contexte de l'étude

1.1. Cadre clinique

Nous avions pour objectif d'apporter des éléments à la rééducation logico-mathématique. Nous avons donc choisi de nous inscrire dans une démarche clinique. Nous nous sommes intéressées aux effets d'un entraînement du troc sur la numération, ainsi que sur les capacités arithmétiques. Pour se faire, nous avons élaboré un matériel spécifique basé sur la manipulation et les échanges, en prenant appui sur les principes de remédiation proposés par Meljac et Charron (2002) : présupposer la compétence, réinjecter le plaisir, valoriser la vicariance en multipliant les voies d'accès à un résultat, répondre aux démarches actuelles en les utilisant et enfin alterner les centrations sur les concepts et les procédures.

Afin de mesurer l'impact de cet entraînement, nous avons opté pour la méthodologie « pré-test – entraînement - post-test ». Nous avons proposé huit séances, à quatre enfants, chez qui nous avions préalablement objectivé un retard en numération grâce au B-LM Cycle II. Puis nous avons comparé leurs compétences numériques et arithmétiques aux pré et post-tests.

Enfin, pour limiter les biais liés à l'expérimentateur, nous avons choisi d'intervenir systématiquement auprès des mêmes enfants. C'est-à-dire que tout au long de l'expérimentation, nous sommes chacune intervenues auprès des enfants que nous avons vus pour la première fois en pré-test.

1.2. Calendrier expérimental

L'ensemble des phases de pré-test, entraînement et post-test se sont déroulées au sein d'une école primaire publique de la ville de Lyon. L'établissement a mis à notre disposition une grande salle, comportant une cloison, délimitant deux espaces. Nous pouvions ainsi intervenir toutes les deux en même temps, sans importuner l'autre par le bruit. Un autre avantage de cette salle est que nous n'étions pas dérangées par l'environnement extérieur.

Les phases de pré-test se sont déroulées courant décembre 2011. Les passations ont eu lieu de manière individuelle et ont duré une heure trente en moyenne.

Les séances d'entraînement, de trente minutes chacune, se sont déroulées au mois de janvier 2012 à raison de deux entraînements par semaine, sur une période de quatre semaines. Nous avons ainsi pu réaliser huit séances d'entraînement par enfant. Chacune de nous a donc pris en charge deux enfants individuellement.

Lors des post-tests, chacun d'une durée moyenne de 40 minutes, la passation était individuelle. Nous avons, chacune, évalué les enfants que nous avions suivis lors des pré-tests et des entraînements. Le post-test 1 s'est déroulé fin janvier 2012. Le post-test 2 a été réalisé début juin 2012.

2. Méthode expérimentale

2.1. Méthode de sélection de la population

Pour notre étude, nous avons rencontré treize élèves d'une même classe de CP au mois de décembre 2011. Chacun de ces enfants a été évalué individuellement pour déterminer s'il pouvait correspondre aux critères de notre étude. A l'issue des épreuves proposées, nous en avons retenu quatre qui répondaient aux critères définis. La présentation du profil de chaque enfant se trouve plus loin.

2.1.1. Critères d'exclusion

- Les enfants suivant une rééducation orthophonique ou ayant déjà eu un suivi orthophonique afin de ne pas créer de biais par rapport à l'entraînement proposé ;
- Les enfants présentant un trouble des apprentissages ;
- Les enfants ayant un trouble de la mémoire verbale de travail, évalué par l'épreuve d'empans (endroit et envers) de chiffres du ZAREKI-R (Von Aster et Dellatolas, 2006). Il s'agit pour l'enfant de répéter des empans croissants de chiffres. Les enfants ayant un score inférieur brut à 7 ont été exclus de l'étude.
- Les enfants ayant obtenu des scores pathologiques à plusieurs épreuves du ZAREKI-R (Von Aster et Dellatolas, 2006). En effet, un seul score obtenu en dessous du seuil attendu ne peut être considéré comme pathologique. L'ensemble des épreuves utilisées sera détaillé plus loin, puisque ces épreuves font également partie des phases de pré et post-tests.

2.1.2. Critères d'inclusion

- Les enfants ayant échoué à l'épreuve de numération du test B-LM Cycle II (Métral, 2008) ; cette épreuve sera détaillée plus loin puisqu'elle fait également partie des phases de pré et post-tests.

- Les enfants ayant leurs 6 ans révolus au 31 décembre 2011 : enfants non doublants ou n'ayant pas une année d'avance, afin de comparer des enfants du même âge ;

- Les enfants ayant développé les différentes structures logiques nécessaires à la construction du nombre, au regard de leur niveau attendu selon le B-LM Cycle II (Métral, 2008). Les différentes épreuves proposées sont les suivantes :
    - Epreuves de classification : l'enfant doit extraire dans un premier temps les différents critères d'un jeu de 24 cartes –jeu élaboré selon 3 critères-, puis d'un

ensemble de 30 jetons –façonnés selon 2 critères. Cette épreuve permet également de faire état de la mobilité de pensée de l'enfant.

- Epreuve de sériation : il s'agit pour les enfants de répondre à de multiples questions après avoir sérié 9 baguettes de longueurs différentes. Cette épreuve permet d'évaluer le niveau de sériation de l'enfant à travers une tâche de manipulation puis de raisonnement verbal. Elle permet également de vérifier si l'enfant est en mesure de gérer les relations d'ordre.
- Epreuve de conservation des quantités discontinues : l'enfant doit mettre en correspondance deux ensembles d'éléments (des lapins et des carottes) puis attester de leur conservation lors du déplacement d'un ensemble d'éléments, les carottes. Cette épreuve permet d'évaluer l'utilisation opérationnelle de la correspondance terme à terme et de vérifier si l'enfant est dépendant de ses perceptions.
- Epreuve d'utilisation du nombre : il s'agit pour l'enfant d'aller chercher dans un magasin les différents accessoires pour habiller des garçons. Cette épreuve fait état de l'utilisation opérationnelle du nombre et de la capacité de l'enfant à ajuster une stratégie d'utilisation du nombre en fonction de changements de situations.

Chacune de ces épreuves sont arrêtées d'après les critères définis dans le protocole de passation.

La cotation du test B-LM Cycle II s'effectue de la façon suivante. Lorsque le trait plafond délimitant les notions sensées être acquises est tracé, le profil est rempli en fonction des réponses données par l'enfant. Trois couleurs sont utilisées pour cela :

- Le vert : lorsque l'enfant a produit la réponse ou conduite seul, sans aide de l'examinateur. La case verte la plus haute indique le plus haut niveau atteint par l'enfant. Au-delà, ce n'est pas le rouge qui est utilisé, mais le blanc, puisque que la réussite n'est pas attendue au-delà du trait plafond.
- L'orange : lorsque l'enfant fournit sa réponse, soit après aide de l'examinateur, soit après plusieurs essais.
- Le rouge : pour signifier que le niveau de conduite normalement atteint à cet âge n'a pas été obtenu, malgré l'aide apportée par l'examinateur.

2.2. Pré-test

2.2.1. Epreuve de numération « la dizaine », B-LM Cycle II, Métral, 2008

Notre choix s'est porté sur cette épreuve de la batterie B-LM Cycle II (Métral, 2008), car elle permet de voir si l'enfant a réussi à aborder les notions de numération décimale dispensées en mathématiques à l'école.

<u>Objectif</u> : Evaluer à la fois la maîtrise de la numération de position dans ses aspects quantitatifs, et la mise en place de l'équivalence numérique nécessaire à la compréhension de la base 10.

<u>Matériel</u> : 24 jetons rouges en bois.

Passation : Nous demandons tout d'abord à l'enfant de nous dire combien de jetons sont disposés devant lui, puis d'écrire ce nombre en grand sur une feuille. Après lui avoir demandé à quoi correspondent le « 2 » et le « 4 », nous inscrivons ses réponses en dessous des chiffres. Puis nous demandons à l'enfant de nous donner une unité dans la main gauche et une dizaine dans la main droite, en tendant nos mains. Ensuite, nous demandons à l'enfant : *« Puisque tu me dis que dans 24 il y a des unités et des dizaines, prends dans tes jetons et mets des unités sur le chiffre des unités, et les dizaines sur le chiffre des dizaines.* » Il s'agit donc pour l'enfant de placer l'ensemble des jetons sur le chiffre 24 qu'il a écrit précédemment. Selon les réponses fournies par l'enfant au cours de l'épreuve, des aides, des relances ou des arrêts peuvent être proposés.

Cotation : Deux niveaux déterminent l'épreuve. L'appariement unités/jetons, et l'appariement dizaines/jetons avec, pour la dizaine, la capacité à disposer correctement les jetons lors de la seconde partie de l'épreuve. La cotation pour chaque classe numérique est réalisée d'après le profil à l'aide de trois couleurs, en fonction des réponses données par l'enfant. Le vert, est utilisé lorsque la classe numérique est parfaitement maîtrisée. L'orange est utilisé lorsque l'épreuve est réussie partiellement, c'est-à-dire que l'enfant a su répondre correctement à l'une des deux parties de l'épreuve, ou bien après plusieurs essais ou encore avec l'aide de l'examinateur. Le rouge est utilisé lorsque l'enfant n'a pas su fournir les bonnes réponses en dépit des aides et/ou des relances proposées.

Analyse des résultats : Les résultats attendus à cette épreuve sont corrélés aux apprentissages scolaires de la numération. A partir du mois d'avril de la grande section de maternelle (GSM), l'enfant est capable d'établir une correspondance entre un nombre oral ou écrit et une collection d'objets correspondants. A partir du mois d'avril du CP, l'enfant a accès au concept d'équivalence numérique et a acquis une représentation quantitative de la dizaine.

2.2.2. Epreuves du ZAREKI-R, Von Aster et Dellatolas, 2006

Le ZAREKI-R est une batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant élaborée d'après les modèles neurocognitifs de Dehaene et Cohen (1992) et McCloskey, Caramazza et Basili, (1985). Elle permet une évaluation des différentes composantes du traitement du nombre et du calcul. Cette batterie se compose de douze épreuves. Nous en avons utilisé huit dans le cadre de ce travail.

- Dénombrement de points :

Objectif : Evaluer les procédures de quantification à travers l'observation de plusieurs compétences : l'ordre fixe de la séquence verbale, la correspondance entre la séquence verbale et le pointage, la présence d'oublis ou de multiples comptages de points ainsi que l'interprétation du dernier mot-nombre indiquant le nombre d'éléments.

Matériel : Livret de stimuli.

Passation : Dans un premier temps, il est demandé à l'enfant de compter les points présents sur la feuille, puis de nous dire combien il en a trouvé. Dans un second temps, il est demandé à l'enfant de compter les points à voix haute en les touchant en même temps avec son doigt, puis d'inscrire la réponse sur le cahier de recueil.

Cotation : Il s'agit d'observer pour la première partie de l'épreuve si l'enfant utilise spontanément le doigt ou compte à voix haute ; et dans la seconde partie si la séquence verbale et la correspondance séquence verbale et pointage sont correctes, si chaque point a bien été compté une seule fois et si la réponse fournie par l'enfant est juste. Un point est attribué par bonne réponse.

Analyse des résultats : Pour les enfants de 6 ans à 6 ans 11 mois, le score minimum attendu est de 4, le score maximum de 6.

- Dictée de nombres :

Objectif : Evaluer les capacités de transcodage sémantique de la forme orale d'un nombre vers sa forme écrite en chiffres arabes.

Matériel : Cahier de recueil de l'enfant.

Passation : Il est demandé à l'enfant d'écrire les nombres qui vont lui être dictés. L'enfant est prévenu qu'il est possible qu'il ne sache pas écrire certains de ces nombres : il doit alors tenter de les écrire quand même *« Ecris ce que pourrait être ce nombre pour toi ».*

Cotation : Noter ce que l'enfant dit et fait, et observer si l'enfant a besoin que les nombres lui soient répétés. 2 points sont attribués pour chaque réponse correcte, et 1 point lorsque la réponse est correcte mais a nécessité une répétition.

Analyse des résultats : Pour les enfants de 6 ans à 6 ans 11 mois, le score minimum attendu est de 3. Le score maximum est de 16.

- Lecture de nombres :

Objectif : Evaluer les capacités de transcodage sémantique de la forme écrite d'un nombre en chiffres arabes vers sa forme orale.

Matériel : Livret de stimuli.

Passation : L'enfant doit lire à voix haute les nombres qui lui sont présentés. Pour cette épreuve aussi, l'enfant est averti qu'il se peut qu'il ne sache pas lire tous les nombres. Il est alors invité à dire *« ce que pourrait être ce nombre ».*

Cotation : Noter ce que dit l'enfant et sa réponse. On attribue 2 points pour chaque réponse correcte, et 1 point lorsque la réponse est initialement incorrecte mais corrigée spontanément.

Analyse des résultats : Pour les enfants de 6 ans à 6 ans 11 mois, le score minimum attendu est de 2. Le score maximum est de 16.

- Positionnement de nombres sur une échelle verticale :

Objectif : Evaluer la capacité de l'enfant à traiter la quantité associée à un nombre et la perception du rapport entre deux quantités. Cette épreuve est divisée en deux sous parties : lignes marquées sur les versants oral et écrit, et lignes vierges sur les versants oral et écrit. La présentation orale ou écrite en chiffres arabes des nombres à positionner permet de comparer la transcription verbale-analogique à la transcription arabe-analogique.

Matériel : Livret de Stimuli et cahier de recueil de l'enfant.

Passation : Lors de la première partie de l'épreuve, l'échelle de nombre est présentée et expliquée à l'enfant. Pour la modalité de passation des lignes marquées, l'enfant est invité à montrer un trait parmi quatre, qui correspond pour les 3 premiers items au nombre énoncé à l'oral, puis au nombre écrit pour les trois items suivants. Pour la modalité de passation des lignes vierges, l'enfant doit faire un trait sur l'échelle des nombres correspondante, pour les premiers items, au nombre énoncé à l'oral et pour les items suivants au nombre écrit.

Cotation : Pour la cotation des lignes marquées, 2 points sont attribués pour chaque réponse correcte. Pour la cotation des lignes vierges, l'attribution des points s'étend de 0 à 2 avec un palier tous les 0.5. Un transparent de correction permet de déterminer le nombre de points obtenus par l'enfant.

Analyse des résultats : Pour les enfants de 6 ans à 6 ans 11 mois, le score minimum attendu est de 5. Le score maximum est de 24.

- Comparaison de deux nombres présentés oralement :

Objectif : Evaluer la représentation de deux nombres. Cette épreuve met aussi en jeu la mémoire de travail auditivo-verbale.

Passation : L'enfant doit trouver parmi deux nombres celui qui est le plus grand. La consigne donnée à l'enfant est la suivante : *« Chacune de mes mains contient un nombre. Tu dois toucher la main qui contient le plus grand nombre. Par exemple, si je te dis 1 (en tendant la main gauche) et 100 (en tendant la main droite). Le plus grand nombre ici c'est 100 (en montrant la main droite) ».*

Cotation : 2 points sont attribués pour chaque réponse correcte, et 1 point pour chaque réponse après répétition.

Analyse des résultats : Pour les enfants de 6 ans à 6 ans 11 mois, le score minimum attendu est de 6. Le score maximum est de 16.

- Estimation visuelle de quantités :

Objectif : Evaluer la capacité à estimer un nombre d'objets dans une collection avec une contrainte temporelle.

Matériel : Livret de stimuli.

Passation : La consigne donnée à l'enfant est la suivante : *« Je vais te montrer des feuilles sur lesquelles il y a des points, des balles, des verres. J'aimerais que tu me dises combien à peu près, il y a d'objets dessinés sur chaque feuille. Tu pourras regarder ces feuilles un* *petit moment seulement et tu n'auras pas le temps de compter ces objets un à un ».* Les deux premiers items sont présentés pendant deux secondes, et les deux items suivants sont présentés pendant cinq secondes. Le dernier item est une question : il est demandé à l'enfant de nous dire, d'après lui, laquelle des deux quantités estimées est la plus importante.

Cotation : 1 point par réponse correcte.

Analyse des résultats : Pour les enfants de 6 ans à 6 ans 11 mois, le score minimum attendu est de 2. Le score maximum est de 5.

- Estimation qualitative des quantités en contexte :

Objectif : Evaluer la capacité à juger correctement une quantité dans un contexte particulier. Cela dépend à la fois de la connaissance du monde et de la compréhension du sens des nombres.

Matériel : Livret de stimuli.

Passation : Il est demandé à l'enfant de dire si la quantité de choses est peu, moyenne, ou beaucoup, en montrant à la fois les cercles correspondants.

Cotation : 1 point pour chaque réponse correcte.

Analyse des résultats : Pour les enfants de 6 ans à 6 ans 11 mois, le score minimum attendu est de 2. Le score maximum est de 10.

- Comparaison de deux nombres écrits :

Objectif : Evaluer la capacité à déterminer le plus grand nombre parmi deux, en s'appuyant à la fois sur leur forme écrite en chiffres arabes et sur la connaissance des règles régissant ce code.

Matériel : Cahier de recueil de l'enfant.

Passation : On explique à l'enfant que sur chacune des dix lignes de sa feuille, deux nombres sont écrits sur chacune d'entre elles. L'enfant doit entourer celui qui est le plus grand des deux.

Cotation : 1 point est attribué pour chaque réponse correcte.

Analyse des résultats : Pour les enfants de 6 ans à 6 ans 11 mois, le score minimum attendu est de 6. Le score maximum est de 10.

2.3. Post-tests 1 et 2

•Epreuve de numération du B-LM Cycle II (Métral, 2008). L'épreuve de numération décrite plus haut a été présentée de nouveau aux enfants afin d'observer si leur résultat à cette épreuve s'était amélioré suite à notre entraînement.

Légende :

Réussite
Intermédiaire
Echec
Echec au-dessus du trait plafond
Niveau correspondant à l'âge de l'enfant

99-101		isole 3 critères		cons. Just.	2g 3b
96-98		isole 2 critères	5 dés. Corr.	conservation sans justification	parap. Cons.
93-95	isole 2 critères				
90-92					chap. cpte parap.cpte
87-89					
84-86			4 dés. Corr.	identité collections t. à t	
81-83		isole 1 critère			
78-80	isole 1 critère				
75-77					chap. ncp parap.cpte
72-74			3 dés. Corr.		
69-71				non identité collections t. à t.	
66-68	classe selon 2 critères	classe selon 2 critères			
63-65					
60-62			2 dés. Corr.		part sans cpter
âge en mois	classification Jetons	classification cartes	sériation baguettes	conservation lapins	utilisation nb garçons
80 mois	CLASSIFICATION		SERIATION	CONSERVATION	UTILISATION NB

Tableau 1 : **Profil logique d'Amandine (B-LM Cycle II, Métral, 2008)**

99-101		isole 3 critères		cons. Just.	2g 3b
96-98		isole 2 critères	5 dés. Corr.	conservation sans justification	parap. Cons.
93-95	isole 2 critères				
90-92					chap. cpte parap.cpte
87-89					
84-86			4 dés. Corr.	identité collections t. à t.	
81-83	isole 1 critère	isole 1 critère			
78-80					
75-77					chap. ncp parap.cpte
72-74			3 dés. Corr.		
69-71				non identité collections t. à t.	
66-68	classe selon 2 critères	classe selon 2 critères			
63-65					
60-62			2 dés. Corr.		part sans cpter
âge en mois	classification Jetons	classification cartes	sériation baguettes	conservation lapins	utilisation nb garçons
76 mois	CLASSIFICATION		SERIATION	CONSERVATION	UTILISATION NB

Tableau 2 : **Profil logique de Louis (B-LM Cycle II, Métral, 2008)**

•Epreuves du ZAREKI-R (Von Aster et Dellatolas, 2006). Les mêmes épreuves énoncées ci-dessus ont été proposées aux enfants afin d'observer une amélioration de leurs performances en ce qui concerne le domaine arithmétique, et de mettre en exergue une corrélation avec certains subtests.

3. Présentation des enfants

Afin de conserver l'anonymat et pour des questions de confidentialité, les prénoms des enfants ont été changés. Les âges indiqués sont ceux des enfants au moment où le pré-test a été réalisé. La présentation du profil des enfants décrite ci-dessous fait volontairement état des seules compétences logiques observées de chaque enfant. Le profil en numération de chaque enfant apparaît plus loin, l'épreuve faisant partie de notre pré test.

3.1.1. Amandine, 6 ans 8 mois

Le profil logique d'Amandine (voir tableau 1) est globalement homogène sauf en ce qui concerne la structure de classification. En effet, en classification une des deux épreuves est échouée : la classification de cartes, qui fait appel à un matériel plus abstrait. Amandine ne peut extraire un critère, même avec incitation de l'expérimentateur. Conformément aux consignes de passation, il lui a aussi été proposé de passer l'épreuve de classification de jetons, épreuve qui a été réussie.

3.1.2. Louis, 6 ans 4 mois

Les résultats de Louis aux épreuves proposées font apparaître un profil hétérogène. On peut constater un décalage allant jusqu'à 18 mois entre le niveau d'acquisition des structures de classification et de sériation (voir tableau 2). Selon les critères du B-LM Cycle II, Louis a acquis les structures logiques nécessaires à la construction du nombre.

3.1.3. Amélie, 6 ans 7 mois

Le profil logique présenté par Amélie est homogène (voir tableau 3). L'ensemble des conduites observées est supérieur aux conduites attendues pour son âge. Les structures logiques nécessaires à la construction du nombre sont acquises selon les critères du B-LM Cycle II.

3.1.4. Corentin, 6 ans 3 mois

La synthèse des résultats obtenus par Corentin lors des épreuves fait état d'un profil logique homogène (voir tableau 4). Ses résultats correspondent à ceux attendus pour son âge et vont même au-delà. Les structures logiques nécessaires à la construction du nombre sont selon les critères du B-LM Cycle II.

Légende :

- Réussite
- Intermédiaire
- Echec
- Echec au-dessus du trait plafond
- Niveau correspondant à l'âge de l'enfant

99-101		isole 3 critères		cons. Just.	2g 3b
96-98				conservation sans justification	parap. Cons.
93-95	isole 2 critères	isole 2 critères	5 dés. Corr.		
90-92					chap. cpte parap.cpte
87-89					
84-86			4 dés. Corr.	identité collections t. à t.	
81-83	isole 1 critère	isole 1 critère			
78-80					
75-77					chap. ncp parap.cpte
72-74			3 dés. Corr.		
69-71				non identité collections t. à t.	
66-68	classe selon 2 critères	classe selon 2 critères			
63-65					
60-62			2 dés. Corr.		part sans cpter
âge en mois	classification Jetons	classification cartes	sériation baguettes	conservation lapins	utilisation nb garçons
79 mois	CLASSIFICATION		SERIATION	CONSERVATION	UTILISATION NB

<u>Tableau 3</u> : Profil logique d'Amélie (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

99-101		isole 3 critères		cons. Just.	2g 3b
96-98		isole 2 critères		conservation sans justification	parap. Cons.
93-95	isole 2 critères		5 dés. Corr.		
90-92					chap. cpte parap.cpte
87-89					
84-86			4 dés. Corr.	identité collections t. à t.	
81-83		isole 1 critère			
78-80	isole 1 critère				
75-77					
72-74			3 dés. Corr.		chap. ncp parap.cpte
69-71				non identité collections t. à t.	
66-68	classe selon 2 critères	classe selon 2 critères			
63-65					
60-62			2 dés. Corr.		part sans cpter
âge en mois	classification Jetons	classification cartes	sériation baguettes	conservation lapins	utilisation nb garçons
75 mois	CLASSIFICATION		SERIATION	CONSERVATION	UTILISATION NB

<u>Tableau 4</u> : Profil logique de Corentin (B-LM Cycle II, Métral, 2008)

II. Elaboration d'un outil d'entraînement

1. Choix de l'outil

Différemment des rééducations centrées sur le système en base (La Fay et Weider, 2006), nous avons souhaité aborder la numération décimale en proposant un travail sur le troc. En effet, les équivalences numériques étant un des principes de la numération, et les équivalences par regroupement avec changement de dénomination ayant déjà fait l'objet de travaux, il nous a semblé intéressant d'axer notre travail sur les équivalences par échange. L'objectif est double : amener l'enfant à penser à propos d'une quantité sur deux modes à la fois, et lui faire comprendre la notion de regroupement à travers la manipulation.

Pour construire nos séances, nous nous sommes inspirées d'un jeu créé par une orthophoniste « Troc chez le chef Indien » (Laurence Boukobza, 2009). Le but de ce jeu est d'obtenir des cadeaux en réalisant des échanges à l'aide de cartes « monnaie ». Nous avons utilisé ce jeu pour deux de nos séances, et nous nous sommes inspirées du principe utilisé (le troc) pour créer d'autres situations. Il nous a semblé intéressant d'utiliser un matériel concret et varié, afin de limiter le conditionnement.

2. Présentation des séances

Nous avons choisi un thème imaginaire, afin que nos activités restent ludiques et suscitent l'intérêt de l'enfant. Celui-ci parcourt différents lieux (huit au total, soit un par séance). A chaque fois, l'enfant effectue du troc pour obtenir les objets correspondants aux emplacements.

Les séances suivent toutes le même schéma. Après un temps d'explication de la règle du jeu et de présentation du matériel, il est demandé à l'élève d'expliquer à son tour ce qu'il a compris, afin de limiter le biais dû à une mauvaise ou une non-compréhension de la consigne. La première partie de chaque séance constitue un temps de manipulation, ce qui rend ainsi l'enfant acteur de son apprentissage. Au cours des manipulations successives, il ne lui est pas demandé de justifications de façon explicite. Pour ne pas perdre l'enfant, nous avons choisi de mettre nos actions en mots. Ainsi, par imitation des explications de l'expérimentateur, celui-ci va verbaliser son action, ce qui lui permet de s'organiser en anticipant ses actions, et de mettre sa pensée en mots. Vygotski (1997, p431) affirme que « en se transformant en langage, la pensée se réorganise et se modifie. Elle ne s'exprime pas mais se réalise dans le mot ». Cette mise en mots nous permet ainsi de suivre le déroulement de son raisonnement. Dans un second temps, nous invitons l'enfant à répondre à une série de quatre ou cinq questions d'équivalence présentées oralement et à l'aide d'une photo, afin qu'il ne soit pas confronté à une situation de surcharge cognitive. Pour y répondre, l'enfant peut avoir recours à la manipulation. En cas de difficultés, des aides lui sont proposées. Si la réponse fournie est erronée ou incomplète, même après qu'une aide a été fournie, la réponse est donnée. En effet, comme nous nous trouvons dans une démarche d'entraînement et non d'évaluation, la réponse est fournie et expliquée à l'enfant. Le niveau de difficulté des questions augmente graduellement.

<u>Image 1</u> : Carte monnaie (à gauche) et carte cadeau (à droite) de la séance 1

Nous avons créé une progression d'une séance à l'autre, pour aller le plus loin possible dans l'abstraction du nombre. Ainsi, nous avons fait varier la présentation de la règle du jeu sur le tableau d'échanges (photos puis chiffres arabes) et le matériel de jeu (objets réels ou cartes). La description précise de chacune des séances se trouve en annexe II.

2.1. Séance 1 : Le chef Indien – 1

Matériel (emprunté au jeu Troc chez le chef indien) : Les cartes monnaie (coquillages, fleurs, plumes, sacs), les cartes « cadeau » et pioche sans chiffre, le tableau d'échanges (un contre plusieurs).

Objectif et déroulement de l'activité : La première phase de la séance est une phase de manipulation. A partir de la monnaie d'échange (des coquillages) qu'il gagne ou perd, et en respectant la règle explicitée par le tableau, l'enfant doit troquer ses coquillages contre des cadeaux. Pour les obtenir, il doit donner le nombre de cartes monnaie correspondant à la valeur indiquée sur la carte cadeau (exemple de cartes : image 1). Lors de la seconde phase, plusieurs questions concernant la manipulation sont posées, afin de vérifier que la compréhension du double point de vue de l'échange soit comprise. Pour la première manipulation, on demande à l'enfant s'il peut troquer la monnaie contre trois cadeaux présentés successivement, et de justifier sa réponse. Pour la seconde manipulation, on donne une carte cadeau à l'enfant et celui-ci doit justifier s'il peut ou non échanger le cadeau en fonction de quantité de monnaies différentes.

2.2. Séance 2 : Le Garage

Matériel : Le tableau d'échanges (un contre plusieurs), les cartes « monnaie » (vélo, voiture, camion, train), le dé reconfiguré (faces +1, +2, +3, -1, -2), le garage final.

Objectif et déroulement de l'activité : La première partie de l'activité consiste à réaliser par manipulation, les échanges pour remplir son garage, comme l'indique le modèle. Le dé est introduit. Il permet à l'enfant de gagner ou de perdre la monnaie (les vélos). Au cours de la seconde partie de la séance, l'enfant répond à une série de questions pour l'amener à raisonner d'un point de vue vers un autre. Il peut s'aider si nécessaire en manipulant et en réalisant les échanges.

2.3. Séance 3 : Le Moyen-âge

Matériel : Le tableau d'échanges (plusieurs contre un), le dé reconfiguré, les cubes (cubes, tour, mur, château).

Objectif et déroulement de l'activité : Lors de la première partie de l'activité, l'enfant est invité à faire des échanges pour obtenir au plus vite le château. C'est à lui de trouver les échanges successifs qu'il doit faire. L'intérêt de ce matériel est que l'enfant « voit » de quoi est composée chaque unité : la tour se compose de 3 cubes, le mur de 2 tours, et donc de 6 cubes, qui sont visibles puisque collés les uns aux autres. Ceci lui permet de prendre conscience, ou du moins, de constater le double point de vue de l'unité. L'équivalence est donc visible. Les questions d'équivalence abordées pendant la seconde partie de l'activité amènent de nouveau l'enfant à réfléchir sur un point de vue ou l'autre : de l'unité la plus petite vers l'unité la plus grande et inversement.

2.4. Séance 4 : La Cuisine

Matériel : Le tableau d'échanges (plusieurs contre un), le dé reconfiguré, des bougies, des cuillères, des gobelets, une casserole.

Objectif et déroulement de l'activité : Au début de la séance, l'enfant est amené à manipuler le matériel afin d'obtenir la casserole, l'unité ayant la plus grande valeur. C'est à lui de trouver les échanges à effectuer et de mettre en place, éventuellement, des stratégies. L'équivalence n'est, dans ce cas, plus visible. Les questions posées dans la seconde partie de la séance conduisent l'enfant à considérer que l'échange peut se faire dans deux sens, de l'unité la plus petite vers la plus grande, ou inversement.

2.5. Séance 5 : Le chef Indien – 2

Matériel (emprunté au jeu Troc chez le chef indien) : Le tableau d'échanges (plusieurs -2- contre un), toutes les cartes « monnaie » (coquillages, fleurs, plumes, sacs), les cartes « cadeau » et pioche avec écriture chiffrée arabe.

Objectif et déroulement de l'activité : Dans un premier temps, l'enfant doit effectuer des échanges et être le premier à obtenir cinq cadeaux. Ce qui change dans cette séance et pour toutes celles qui vont suivre, c'est que la quantité d'éléments est indiquée sous forme de chiffres arabes, et non plus « visuellement ». De plus, chaque regroupement de deux éléments conduit à l'unité de regroupement supérieure. Dans un second temps, toujours dans l'optique d'entraîner l'enfant à passer d'un point de vue à un autre, il peut s'aider de la manipulation pour répondre aux questions qui lui sont posées.

2.6. Séance 6 : La cour de Récré

Matériel : Le tableau d'échanges (plusieurs -3- contre un), le dé reconfiguré, les billes, les scoubidous, les cocottes en papier, le rubik's cube.

Objectif et déroulement de l'activité : L'enfant doit effectuer des échanges afin d'obtenir le rubik's cube, élément ayant la valeur la plus haute. Chaque regroupement de trois éléments mène à l'unité supérieure. En fin d'activité, les réflexions proposées à l'enfant le mènent à considérer les deux points de vue : le passage d'une unité à une autre, et aussi à réfléchir à toutes les possibilités d'échanges envisageables.

2.7. Séance 7 : La sucrerie

Matériel : Le tableau d'échanges (plusieurs contre un), le dé reconfiguré, les bonbons, les sucettes, les carambars, le collier.

Objectif et déroulement de l'activité : Effectuer des échanges successifs pour obtenir le collier (élément de plus grande valeur). La règle de regroupement change d'un niveau à l'autre. Les questions soumises à l'enfant ont toujours pour objectif le passage d'un niveau de regroupement à l'autre.

2.8. Séance 8 : Les Pirates

Matériel : Le tableau d'échanges (plusieurs contre un), le dé reconfiguré, les cartes « monnaie » (pièces, diamants, rubis, coffre).

Objectif et déroulement de l'activité : L'enfant doit trouver les différents échanges qu'il doit réaliser pour obtenir le coffre. Les questions d'équivalence sont aussi posées.

III. Elaboration d'une grille d'observation

1. Présentation de la grille

1.1. Objectif

Nous avons élaboré une grille d'observation afin de recueillir et de pouvoir analyser qualitativement les comportements observés ainsi que leur évolution au cours des entraînements proposés. De plus, comme chaque enfant était entraîné individuellement, il fallait que nous fixions des conduites communes d'aide à adopter lors de certaines situations, notamment en cas d'erreur.

1.2. Elaboration

Nous avons construit une première grille (exemple de la grille A d'Amandine pour la séance 7 en annexe III) de recueil de données brutes. Cette grille A, construite en trois parties, était à remplir à chaque séance et pour chaque enfant. La première partie concerne la règle du jeu et la seconde son déroulement. Cette dernière comporte les corpus des réponses de l'enfant et de l'expérimentateur, ainsi que la quantité de monnaie acquise en cours de jeu et les échanges réalisés. La troisième et dernière partie de la grille se rapporte aux questions d'équivalence, où sont transcrites les réponses des enfants. Cette grille A nous a servi de point de départ pour la construction de la grille d'observation que nous allons détailler. Cette grille d'observation est propre à chaque enfant et pour chacune des séances.

Elle se décompose en deux parties : la règle du jeu et l'activité. Chacune de ces parties se subdivise comme suit :

- Pour la règle du jeu, nous avons observé :

  - les reformulations de la part de l'enfant en début de jeu,
  - les reformulations de l'expérimentateur au cours du jeu.

- Pour l'activité, nous avons défini deux sous sections :

La sous-section « qualité des échanges » qui décrit :
- le nombre d'échanges immédiats ou anticipés réalisés. L'échange est qualifié « d'immédiat » lorsque l'enfant, suite au lancé de dé, procède à un échange. Il est qualifié « d'anticipé » lorsque l'enfant attend d'avoir une certaine quantité avant d'échanger tout d'un seul coup, et de l'expliquer. De plus, ces échanges peuvent être réalisés selon deux manières : soit l'enfant se sert directement dans la banque sans intermédiaire pour finaliser son échange, c'est l'échange direct ; soit l'enfant a besoin de segmenter son échange en prenant d'abord l'unité de base puis en l'échangeant contre l'unité de valeur supérieure. Lorsque l'enfant effectuait deux échanges à un même tour, c'est l'échange direct qui était privilégié. Ces échanges appelés « doubles », apparaissent dans le tableau mais sont déjà comptabilisés dans les échanges immédiats ou anticipés.
- la spontanéité des échanges, si l'enfant a agi spontanément ou après avoir observé l'expérimentateur ;
- la verbalisation ;
- les niveaux d'échange : niveau I, II ou III, selon le niveau du regroupement et de la règle du jeu. L'accès au niveau III se fait lorsque l'enfant gagne la partie.

La seconde sous-section est un tableau à double entrée qui présente :
- d'une part, le type d'erreur observé lors des échanges (échange possible mais mal réalisé, possible mais non réalisé, impossible ; les deux derniers n'étant pas comptabilisés dans les erreurs),
- et d'autre part, le type de correction apporté (autocorrection immédiate de l'enfant : « AC », correction après aide de l'expérimentateur : « C+aide », absence de correction et la réponse a été fournie à l'enfant « Ø C »).

Enfin, à la fin du jeu, l'enfant doit exprimer en d'autres termes la monnaie qu'il lui reste. Par exemple : à la séance 4, s'il lui reste 1 gobelet et 1 bougie, nous lui demandons « et avec ce qu'il te reste, est-ce-que tu peux avoir quelque chose ? ». Il peut en effet obtenir 6 cuillères et 1 bougie. Ou encore 13 bougies.

Nous avons regroupé l'ensemble des diverses questions d'équivalences, posées au cours des huit séances d'entraînement et nous en avons réalisé une typologie (voir Annexe IV). Nous avons, ainsi, dégagé six catégories :

- avec une quantité de « monnaie » Y, l'enfant doit réaliser tous les échanges possibles pour l'exprimer d'une autre façon ;
- avec une quantité de « monnaie » Y, est-il possible de faire/d'avoir X ?
- pour avoir X, de quel type de « monnaie » a-t-on besoin ?
- comparer deux situations : qui a le plus, qui peut aller le plus loin dans les échanges ?
- partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a ;
- questions qui mettent en jeu la proportionnalité : « Avec cinq rubis et deux diamants, est ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? »

Les résultats des questions de chaque séance, sont eux aussi répertoriés dans un tableau.

Enfin, pour chacune de ces parties, nous avons décrit les conduites à tenir et les aides à apporter à l'enfant en cas d'erreur, afin de les éclairer dans leur démarche de raisonnement. En effet, nous souhaitions avant tout amener l'enfant à trouver la solution par lui-même.

- Pour la partie « règle du jeu », nous avons déterminé les points sur lesquels il a fallu insister, en fonction des réponses fournies par l'enfant : contexte, principe du troc, monnaie d'échange, tableau d'échanges, cadeaux.
- Pour la partie activité, nous avons mis en évidence trois types de conduite possible de la part de l'enfant et nous avons fixé les aides proposées en fonction de ces conduites :
  N°1 : L'enfant veut échanger mais cela est impossible : nous verbalisons sa production, puis : *« Je crois que tu as fait une erreur, regarde bien »*. Si on observe une auto-correction (AC) le jeu se poursuit, dans le cas contraire ; la réponse est fournie.
  N°2 : L'échange est possible mais mal réalisé *« Je crois que tu as fait une erreur, regarde bien ».* Si on observe une auto-correction (AC) le jeu se poursuit, dans le cas contraire ; la réponse est fournie.
  N°3 : L'échange est possible mais non réalisé : ce type d'erreur ne donnait pas lieu à une intervention de notre part puisque nous souhaitions observer la spontanéité des échanges. Leur faire remarquer qu'ils auraient pu échanger allait à l'encontre de la possibilité d'observer cette spontanéité. En revanche, si cela se produisait plusieurs fois de suite, nous leur rappelions la règle du jeu.
- Pour la partie concernant les questions d'équivalence, la manipulation était proposée à chaque fois, que la réponse soit juste ou fausse. Lorsqu'elle était correcte, la manipulation était demandée à l'enfant, ce qui lui permettait de mettre ses mots en action. Lorsque la réponse était incorrecte, la manipulation était proposée afin d'observer si elle amorçait le raisonnement. La réponse était donnée en dernier recours.

2. Utilisation de la grille

Pour remplir la grille d'observation, nous avons coché d'un « + » la case correspondante à chaque fois que le comportement s'est manifesté au moins une fois au cours de la séance, et d'un « - », lorsque le comportement était absent. Les cases qui apparaissent rayées sont celles où les comportements n'étaient pas attendus, ou n'avaient pas de possibilité de se réaliser compte tenu du déroulement de l'activité. Nous avons aussi comptabilisé le nombre de fois où les comportements ont été observés. Pour cela, nous nous sommes servies des données compilées dans la grille A.

Chapitre IV

PRESENTATION DES RESULTATS

Légende :

- Type de correction apportée :
  - **AC** : Autocorrection de l'enfant
  - **C +** aide : Correction de l'enfant après intervention de l'expérimentateur
  - **Ø C** : Absence de correction
- Manifestation du comportement :
  - + : le comportement s'est manifesté
  - **-** : le comportement ne s'est pas manifesté
  - Aucun comportement n'est attendu

		Séance 1 Le Chef Indien - Niveau 1	Séance 2 Le Garage	Séance 3 Le Moyen Age	Séance 4 La Cuisine	Séance 5 Le Chef Indien Niveau 2	Séance 6 La Cours de Récré	Séance 7 Le magasin de Sucrecries	Séance 8 Les Pirates
Règle du jeu	Reformulation correcte seule ou avec aide	Avec aide	Avec aide	Seule	Seule	Seule	Seule	Seule	Seule
	Reformulations nécessaires au cours du jeu	2 fois	1 fois				1 fois		
Activité	QUALITE DES ECHANGES								
	-Echange immédiat Direct	1	2	1	4	0	1	0	3
	Segmenté	1	3	7	6	3	11	10	4
	-Echange anticipé Direct								
	Segmenté								
	-Echange double				3		3	2	3
	non réalisé			4	2		3	1	
	- Spontanéité des échanges	+	-	+/-	+	+	+	+	+
	- Verbalisation	+	+	+	+	+	+	+	+
	- Echanges de : Niveau I	+	+	+	+	+	+	+	+
	Niveau II	+	+	+	+	+	+	+	+
	Niveau III	+	+	-	-		+		+
	NOMBRE D'ERREURS / NOMBRE TOTAL D'ECHANGES :	0/2	0/5	0/8	1/10	1/3	0/12	0/10	0/7

CORRECTION / TYPES D'ERREURS OBSERVEES	S1 AC	S1 C + aide	S1 Ø C	S2 AC	S2 C + aide	S2 Ø C	S3 AC	S3 C + aide	S3 Ø C	S4 AC	S4 C + aide	S4 Ø C	S5 AC	S5 C + aide	S5 Ø C	S6 AC	S6 C + aide	S6 Ø C	S7 AC	S7 C + aide	S7 Ø C	S8 AC	S8 C + aide	S8 Ø C
Echange possible mal réalisé										1			1											
Echange possible non réalisé					4			4			5												1	
Echange impossible		1												1										
Exprimer sa monnaie restante		+			+			+			+			+			+			+			+	

Tableau 5 : Synthèse des conduites d'Amandine manifestées aux entraînements

	Séance 1			Séance 2			Séance 3			Séance 4			Séance 5			Séance 6			Séance 7			Séance 8			Total
Manipulation : Avec (M) // sans (SM)	SM	M	Ttal	SM	M	Ttal	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	
Avec une quantité de « monnaie » Y, l'enfant doit réaliser tous les échanges possibles pour l'exprimer d'une autre façon				1	1	**2/2**	0	2	**2/3**	0	2	**2/2**				0	2	**2/3**	0	1	**1/3**	1	1	**2/2**	**10/15**
Avec une quantité de « monnaie » Y, est-il possible de faire/d'avoir X ?	1	2	**3/3**	0	0	**0/1**	0	1	**1/1**				2	1	**3/3**										**7/8**
Pour avoir X, de quel type de « monnaie » a-t-on besoin ?	3	0	**3/3**										2	1	**3/4**										**6/7**
Comparer deux situations, qui a le plus, qui peut aller le plus loin dans les échanges										0	1	**1/1**													**1/1**
Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a										1	0	**1/1**				0	0	**0/1**	0	0	**0/1**	0	1	**1/2**	**2/5**
Questions qui mettent en jeu la proportionnalité																						1	0	**1/1**	**1/1**

Tableau 6 : Synthèse des réussites d'Amandine aux questions d'équivalence

I. Etude de cas d'Amandine

Amandine est une enfant agréable. Elle semble timide, mais au fur et à mesure de nos entretiens, elle se sent plus à l'aise. Elle a abordé chacune des séances sereinement et était intéressée, volontaire et appliquée. Certaines séances étaient plus difficiles que d'autres, à la séance 5 par exemple, Amandine dit que « c'était difficile », et lors de la séance 7, elle est très fatiguée. D'une manière générale, Amandine s'est investie de la même manière dans chacune des séances. Il est à signaler qu'Amandine était malade et fatiguée lors de la passation du post-test 1.

1. Entraînement

1.1. Activité

Les conduites observées pendant l'entraînement sont décrites dans le tableau 5.
Au cours de la première séance, la règle du jeu doit être réexpliquée plusieurs fois. Amandine ne fait aucune erreur dans la réalisation des deux échanges, qui se font à tous les niveaux. A la seconde séance, la règle du jeu est assimilée assez rapidement. Aucune erreur n'est à signaler. A la troisième séance, aucune erreur n'est commise parmi les huit échanges. Certains échanges sont réalisés sur imitation. Les échanges de dernier niveau n'ont pas eu lieu. Lors de la quatrième séance, une erreur est observée sur les dix échanges réalisés, mais Amandine est capable de s'autocorriger sur incitation de l'expérimentateur. C'est au cours de cette séance qu'Amandine a compris qu'elle pouvait faire deux échanges au même tour de jeu (échange double), ce dont elle n'avait pas pris conscience jusqu'alors. La règle du jeu a été omise en cours de jeu, ce qui explique que l'échange de dernier niveau n'ait pas pu avoir lieu. Une erreur autocorrigée s'observe à la cinquième séance parmi les trois échanges réalisés. Lors de la sixième séance, aucune n'erreur n'est à signaler sur les douze échanges, cependant il a fallu rappeler la règle du jeu. A la septième séance, aucune erreur n'est observée. Enfin, lors de la dernière séance, aucune erreur n'est à signaler. Elle réalise un échange double à chaque fois que cela lui est possible.

Sur l'ensemble des séances, Amandine n'a pas particulièrement privilégié un mode d'échange (direct ou segmenté). Ce qui a évolué en comparaison des premières séances, c'est sa capacité à faire des échanges doubles. Tout le long des activités, le langage a accompagné son raisonnement, chaque manipulation était verbalisée. Ceci peut peut-être expliquer le faible nombre d'erreur recensé sur l'ensemble de l'entraînement. Chaque action était réfléchie, pensée et commentée.

1.2. Questions d'équivalence

Les questions d'équivalence proposées en fin de séances étaient plus coûteuses en terme de réflexion. Trois types de questions mettent plus spécifiquement en échec Amandine : la question de comparaison de situation ; effectuer des transformations successives de l'élément A vers a ; et réaliser tous les possibles à partir d'une quantité de monnaie donnée (voir tableau 6). Plus globalement, lorsqu'Amandine échoue à résoudre une question en première intention, elle est capable de la résoudre dans un second temps, lorsqu'une aide ou une manipulation lui est proposée. En effet, sans manipulation, elle obtient un score de 12/37 aux questions d'équivalence ; score qui augmente lorsque la manipulation est proposée : 28/37.

2. Epreuve de numération « la dizaine », B-LM Cycle II, Métral, 2008

2.1. Pré-test

Amandine compte mal les jetons, elle en dénombre vingt-sept. Elle est capable de pointer tous les jetons en les coordonnant avec la chaîne numérique verbale, mais procède sans les déplacer, ce qui fait qu'elle compte certains jetons plusieurs fois. Cette erreur ne nous a pas alertées puisque ses scores à l'épreuve de dénombrement de jetons du ZAREKI-R ne nous permettent pas suspecter un trouble. Elle écrit correctement le nombre trouvé, mais ne fournit pas les termes « unité » et « dizaine ». A la question, « à l'école, as-tu entendu parler de dizaines et d'unités ? », Amandine répond que oui. Cependant, à la question « peux-tu me dire si dans le nombre que tu as écrit il y a des dizaines et unités ? », elle répond « non », puis réussit à dire que « 7 » c'est des unités, mais se trompe pour la dizaine « c'est des vingt ». Amandine donne onze jetons lorsqu'on lui demande une unité, et dix jetons lorsqu'on lui demande une dizaine. L'épreuve est arrêtée ici, conformément aux consignes de passation.

2.2. Post-test 1

Amandine dénombre vingt-trois jetons, en coordonnant correctement pointage manuel et chaîne numérique verbale, son erreur est due à l'oubli d'un jeton. Elle écrit correctement le nombre trouvé et est capable de nommer le « 2 » comme « dizaine » et le « 3 » comme « unité ». Cependant, elle donne deux jetons lorsqu'il lui est demandé une unité, et pour la dizaine elle répond « je ne sais pas vraiment ce que c'est une dizaine » mais tient à essayer tout de même. Elle compte à voix haute jusqu'à dix en pointant les jetons et en donne onze. Conformément aux consignes de passation, l'épreuve doit s'arrêter ici. Pour une approche plus qualitative, et suite à l'ambiguïté de la réponse par rapport à la dizaine, nous avons proposé à Amandine de mettre les jetons sur « le chiffre des dizaines et sur celui des unités » : elle pose dix jetons sur le chiffre des dizaines, et deux jetons sur le chiffre des unités. Il lui est alors demandé à quoi correspondent les jetons restants, ce à quoi elle répond « je ne sais pas, c'est des dizaines ? ». L'épreuve est arrêtée.

2.3. Post-test 2

Amandine dénombre vingt-trois jetons. Même si elle avait dû en compter 24, sa réponse est acceptée d'après le protocole du B-LM Cycle II. Elle est capable de dire que le « 2 » c'est des dizaines et le « 3 », des unités. Toutefois, lorsqu'il s'agit de fournir une unité, Amandine donne deux jetons, et pour une dizaine, elle donne trois jetons. Les réponses fournies étant erronées, conformément aux consignes de passation, l'épreuve s'arrête ici.

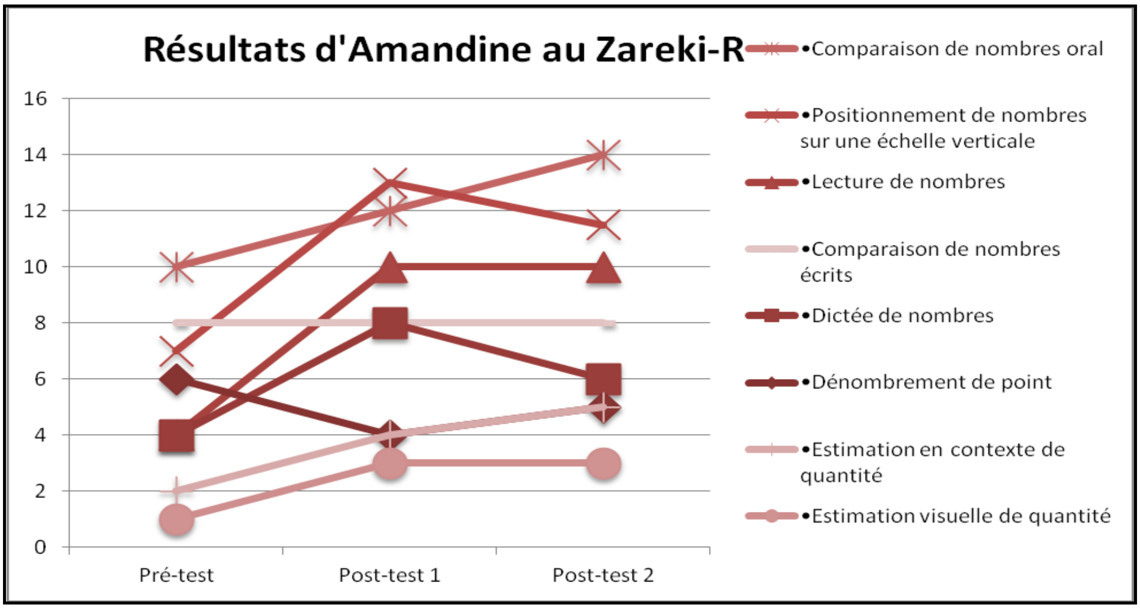
2.4. Synthèse des profils

	Pré-test	Post-test 1	Post-test 2
Appariement 1 dizaine /10 jetons	OUI	OUI	NON
Appariement 1 unité / 1 jeton	NON	NON	NON

Tableau 7: Synthèse des profils en numération d'Amandine

Compte tenu de l'échec à l'appariement unité/jeton, l'ensemble de cette épreuve est considéré comme échoué, selon la cotation de la batterie. Cependant, Amandine a fourni des réponses ambigües en ce qui concerne l'appariement dizaine/jetons. Nous avons donc fait le choix de matérialiser cette réponse par du orange.

3. Epreuves du ZAREKI-R, Von Aster et Dellatolas, 2006



Graphique 1: Synthèse des résultats d'Amandine obtenus au Zareki-R

Il est à signaler qu'un score (estimation visuelle de quantité au pré-test) est inférieur à celui attendu, celui-ci, seul, ne peut permettre de suspecter un trouble. Tous les résultats en post-test sont supérieurs à ceux obtenus en pré-test, sauf pour l'épreuve de dictée de nombres où Amandine a moins bien réussi en post-test 2 qu'en post-test 1 , mais ses résultats sont pour autant toujours supérieurs à ceux du pré-test. Par ailleurs, l'épreuve « dénombrement de points » est la seule où Amandine a obtenu de moins bons résultats en post-tests qu'en pré-test.

	Amandine
Pré-test / Post-test 1	47,6
Post-test 1 / Post-test 2	0,806
Pré-test / Post-test 2	48,81

Tableau 8 : Pourcentage moyen d'amélioration d'Amandine obtenu au Zareki-R

<u>Légende</u> :

- Type de correction apportée :
  - **AC** : Autocorrection de l'enfant
  - **C +** aide : Correction de l'enfant après intervention de l'expérimentateur
  - **Ø C** : Absence de correction
- Manifestation du comportement :
  - **+** : le comportement s'est manifesté
  - **-** : le comportement ne s'est pas manifesté
  - (case barrée) Aucun comportement n'est attendu

		Séance 1 Le Chef Indien - Niveau 1	Séance 2 Le Garage	Séance 3 Le Moyen Age	Séance 4 La Cuisine	Séance 5 Le Chef Indien Niveau 2	Séance 6 La Cours de Récré	Séance 7 Le magasin de Sucrecries	Séance 8 Les Pirates
Règle du jeu	Reformulation correcte seul ou avec aide	Avec aide	seul	Avec aide	Avec aide	Seul	Seul	Seul	Seul
	Reformulations nécessaires au cours du jeu		1 fois	1 fois	1 fois				
Activité	QUALITE DES ECHANGES								
	-Echange immédiat Direct	2	1	0	3	2	2	1	2
	Segmenté	3	4	6	6	3	7	10	3
	-Echange anticipé Direct								
	Segmenté								
	-Echange double			3	4		3	3	2
	non réalisé				1				
	- Spontanéité des échanges	+	+	+	+	+	+	+	+
	- Verbalisation	+	+	+	+	+	+	+	+
	- Echanges de : Niveau I	+	+	+	+	+	+	+	+
	Niveau II	+	+	-	+	+	+	+	+
	Niveau III		+	-	+		+	+	
	NOMBRE D'ERREURS / NOMBRE TOTAL D'ECHANGES :	3/5	1/5	0/6	1/9	0/5	1/9	0/11	0/5

CORRECTION / TYPES D'ERREURS OBSERVEES	Séance 1 AC	Séance 1 C + aide	Séance 1 Ø C	Séance 2 AC	Séance 2 C + aide	Séance 2 Ø C	Séance 3 AC	Séance 3 C + aide	Séance 3 Ø C	Séance 4 AC	Séance 4 C + aide	Séance 4 Ø C	Séance 5 AC	Séance 5 C + aide	Séance 5 Ø C	Séance 6 AC	Séance 6 C + aide	Séance 6 Ø C	Séance 7 AC	Séance 7 C + aide	Séance 7 Ø C	Séance 8 AC	Séance 8 C + aide	Séance 8 Ø C
Echange possible mal réalisé	1		2	1						1						1								
Echange possible non réalisé										5														
Echange impossible	2																							

	Séance 1	Séance 2	Séance 3	Séance 4	Séance 5	Séance 6	Séance 7	Séance 8
Exprimer sa monnaie restante	-	+			+	+	-	

<u>Tableau 9</u>: Synthèse des conduites de Louis manifestées aux entraînements

	Séance 1			Séance 2			Séance 3			Séance 4			Séance 5			Séance 6			Séance 7			Séance 8			Total
Manipulation : Avec (M) // sans (SM)	SM	M	Ttal	SM	M	Ttal	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	
Avec une quantité de « monnaie » Y, l'enfant doit réaliser tous les échanges possibles pour l'exprimer d'une autre façon				0	0	**0/2**	1	1	**2/3**	1	0	**1/2**				0	2	**2/3**	0	0	**0/3**	1	0	**1/2**	**10/15**
Avec une quantité de « monnaie » Y, est-il possible de faire/d'avoir X ?	3	0	**3/3**	0	0	**0/1**	0	0	**0/1**				2	1	**3/3**										**7/8**
Pour avoir X, de quel type de « monnaie » a-t-on besoin ?	2	0	**2/3**										1	1	**2/4**										**6/7**
Comparer deux situations, qui a le plus, qui peut aller le plus loin dans les échanges										0	0	**0/1**													**1/1**
Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a										0	0	**0/1**				0	0	**0/1**	0	0	**0/1**	0	1	**1/2**	**2/5**
Questions qui mettent en jeu la proportionnalité																						1	0	**1/1**	**1/1**

<u>Tableau 10</u> : Synthèse des réussites de Louis aux questions d'équivalence

II. Etude de cas de Louis

Louis est un enfant agréable avec qui le contact est facile. Il est agité, avec une attention fluctuante. Ce comportement est décrit à l'identique par la maîtresse en classe. Il ne peut rester toute une séance assis sur sa chaise. Il est aussi relativement bavard, ce qui nécessite parfois de le reprendre gentiment pour continuer sereinement la séance. Les pré et post-tests se sont déroulés normalement. Il est enjoué pour chacune des séances. Il est à noter que Louis accorde beaucoup d'importance aux couleurs du matériel utilisé, aux formes des objets, à leur odeur (séance avec les bonbons), et essaie souvent de faire pour que ce soit « joli ». Ce comportement s'est manifesté lors des séances 3, 4, 6 et 7, séances qui mettent en jeu du matériel (trois dimensions) et non plus des cartes (deux dimensions). Enfin, il convient de signaler que Louis a été très déçu de ne pas gagner lors de la dernière séance, ce qui n'était, encore, jamais arrivé.

1. Entraînement

1.1. Activité

Les conduites observées pendant l'entraînement sont décrites dans le tableau 9.
Lors de la première séance, trois erreurs sont observées, sur la totalité des cinq échanges réalisés. Les échanges ont lieu uniquement sur deux niveaux. A la seconde séance, une erreur est observée sur les cinq échanges réalisés. Les échanges ont eu lieu à tous les niveaux. Lors de la troisième séance, aucune erreur n'est observée. Les échanges sont restés au niveau I, Louis essayant de construire le château avec les cubes plutôt qu'en réalisant les échanges. A la quatrième séance, sur les neuf échanges réalisés, on observe une erreur. Les échanges ont eu lieu à chaque niveau. A la cinquième séance, les échanges sont réalisés sans erreur et ont eu lieu à tous les niveaux. Lors de la sixième séance, une erreur est à noter parmi les neuf échanges réalisés. Au cours de la septième séance, tous les échanges sont réalisés sans erreur. Il est difficile pour Louis d'exprimer sa monnaie d'une autre façon. Enfin, lors de la dernière séance, les échanges n'ont eu lieu que sur deux niveaux. Aucune erreur n'est recensée.

Sur l'ensemble de l'entraînement proposé, il est possible de dire que Louis a davantage privilégié un mode d'échange : celui segmenté. Il en réalise en effet 42, pour seulement 13 échanges directs. Par ailleurs, alors qu'il réalise 3 échanges doubles à la troisième séance, puis 4 à la séance suivante (et un manqué), lors des trois dernières séances, il réalise dès que possible un échange double. Ceci témoigne de sa capacité à prendre du recul pour accéder au même tour à différents niveaux. Enfin, sur 6 erreurs réalisées, Louis en a corrigé 4 par lui-même.

1.2. Questions d'équivalence

Plusieurs types de questions sont difficiles pour Louis (voir tableau 10). Il y a celles où il doit réaliser tous les possibles à partir d'une quantité de monnaie donnée. Six questions sont réussies sur quinze en première intention. Les questions sont mieux réussies lorsque l'on propose à Louis de manipuler. Comparer deux situations lui est difficile, mais possible lorsqu'il est guidé. Enfin une seule question est réussie pour l'item qui consiste à effectuer des échanges successifs en partant de l'élément de grande valeur A vers l'élément de petite valeur a. Ce type de question est davantage réussi lorsque Louis est aidé dans sa démarche de raisonnement ou lorsqu'il manipule. D'une manière générale, et pour l'ensemble des types de questions, Louis a besoin de décomposer et de passer par chacune des étapes de l'échange. Lorsqu'il se trompe, résoudre la question avec l'intervention de l'expérimentateur ou la manipulation lui est d'une grande aide, il réussit alors 18 questions sur 37 au lieu de 12 questions sur 37 sans manipulation.

2. Epreuve de numération « la dizaine », B-LM Cycle II, Métral, 2008

2.1. Pré-test

Louis dénombre vingt-trois jetons, un jeton a été omis par manque d'exploration du matériel. Il est capable d'écrire ce nombre. A la question consistant à dire ce que sont chacun des chiffres, Louis répond que « le 2, c'est des vingt », et « le 3, c'est des trente ». Il admet pourtant avoir déjà entendu à l'école les termes « dizaine » et « unité », et peut dire qu'il y en a dans le chiffre qu'il a écrit. Il donne alors sept jetons pour une unité et dix-sept jetons pour une dizaine. L'épreuve s'arrête ici conformément aux consignes d'administration.

2.2. Post-test 1

Louis dénombre vingt-cinq jetons, il les déplace un à un mais se trompe en comptant deux fois le même jeton. Après avoir écrit ce nombre, il est capable de fournir chacun des termes « unité » et « dizaine » pour les chiffres correspondants. Lorsqu'il s'agit de donner une unité, Louis donne dix jetons en précisant « une unité de dix » ; et pour une dizaine, il donne quatorze jetons. L'épreuve est arrêtée ici.

2.3. Post-test 2

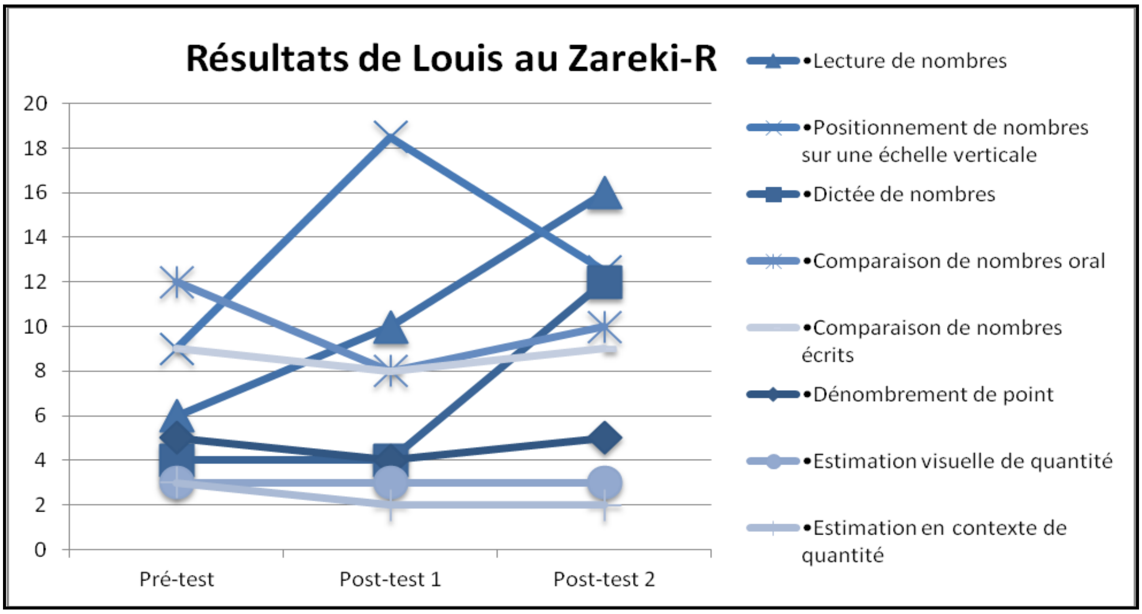
Louis dénombre correctement les jetons. Il est capable de dire que le deux, « c'est des dizaines » et le quatre, « c'est des unités ». Ensuite, Louis réussit à donner un jeton lorsqu'il lui est demandé une unité, mais fournit sept jetons lorsqu'il lui est demandé une dizaine. L'appariement unité/jeton étant respecté, l'épreuve se poursuit. Quand il lui est demandé de disposer ses jetons sur les chiffres des unités et des dizaines, Louis échoue en disposant quatre jetons sur le chiffre des unités et deux jetons sur le chiffre des dizaines. Comme le précise le protocole de passation du B-LM Cycle II, des questions d'étayage lui sont posées, il répond « je ne sais pas ». L'épreuve s'arrête donc ici.

2.4. Synthèse des profils

	Pré-test	Post-test 1	Post-test 2
Appariement 1 dizaine/10 jetons	NON	NON	NON
Appariement 1 unité / 1 jeton	NON	NON	OUI

Tableau 11 : Synthèse des profils en numération de Louis

3. Epreuves du ZAREKI-R, Von Aster et Dellatolas, 2006



Graphique 2: Synthèse des résultats de Louis obtenus au Zareki-R

Lors de l'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale vierge, Louis, au cours du post-test 1, a adopté une stratégie qui consiste à compter en partant du zéro en bas de l'échelle, et monter progressivement jusqu'à marquer le chiffre voulu. Il n'avait pas manifesté de stratégie particulière lors du pré-test. Au cours du second post-test, aucune stratégie de ce type n'a été remarquée.

Les résultats du post-test 1 ont stagné ou légèrement baissé par rapport au pré-test, sauf pour l'épreuve de positionnement de nombre où l'on constate une très nette augmentation. Au post-test 2, les résultats se sont stabilisés pour certaines épreuves, et ont nettement augmenté pour d'autres, par rapport au pré-test : la dictée et lecture de nombres, le positionnement de nombres sur une échelle verticale.

	Louis
Pré-test / Post-test 1	12,75
Post-test 1 / Post-test 2	20,87
Pré-test / Post-test 2	36,27

Tableau 12 : Pourcentage moyen d'amélioration de Louis obtenu au Zareki-R

Légende :

- Type de correction apportée :
  - **AC** : Autocorrection de l'enfant
  - **C +** aide : Correction de l'enfant après intervention de l'expérimentateur
  - **Ø C** : Absence de correction
- Manifestation du comportement :
  - + : le comportement s'est manifesté
  - **-** : le comportement ne s'est pas manifesté
  - Aucun comportement n'est attendu

		Séance 1 Le Chef Indien - Niveau 1	Séance 2 Le Garage	Séance 3 Le Moyen Age	Séance 4 La Cuisine	Séance 5 Le Chef Indien Niveau 2	Séance 6 La Cours de Récré	Séance 7 Le magasin de Sucrecries	Séance 8 Les Pirates
Règle du jeu	Reformulation correcte seule ou avec aide	Seule	Seule	Seule	Seule	Seule	Seule	Seule	Seule
	Reformulations nécessaires au cours du jeu		1 fois			1 fois			
Activité	QUALITE DES ECHANGES								
	-Echange immédiat Direct	1	2	2	4	3	6	7	5
	Segmenté	2	3	4	8	2	2	4	1
	-Echange anticipé Direct								
	Segmenté								
	-Echange double			3	2		4	2	3
	non réalisé				1				
	- Spontanéité des échanges	+	+	+	+	+	+	+	+
	- Verbalisation	+	+	+	+	+	+	+	+
	- Echanges de : Niveau I	+	+	+	+	+	+	+	+
	Niveau II	+	+	+	+	+	+	+	+
	Niveau III		+	+	+		+	+	+
	NOMBRE D'ERREURS / NOMBRE TOTAL D'ECHANGES :	0/3	0/5	1/6	0/12	2/5	0/8	1/11	1/6

CORRECTION / TYPES D'ERREURS OBSERVEES	AC	C + aide	ø C	AC	C + aide	ø C	AC	C + aide	ø C	AC	C + aide	ø C	AC	C + aide	ø C	AC	C + aide	ø C	AC	C + aide	ø C	AC	C + aide	ø C
Echange possible mal réalisé							1							1	1					1		1		
Echange possible non réalisé					1						1						1							
Echange impossible								1																

	Séance 1	Séance 2	Séance 3	Séance 4	Séance 5	Séance 6	Séance 7	Séance 8
Exprimer sa monnaie restante	+	+	+	+	+	+		+

Tableau 13: Synthèse des conduites d'Amélie manifestées aux entraînements

	Séance 1			Séance 2			Séance 3			Séance 4			Séance 5			Séance 6			Séance 7			Séance 8		
Manipulation : Avec (M) // sans (SM)	SM	M	Ttal	SM	M	Ttal	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Ttl
Avec une quantité de « monnaie » Y, l'enfant doit réaliser tous les échanges possibles pour l'exprimer d'une autre façon				1	1	**2/2**	3	0	**3/3**	2	0	**2/2**				3	0	**3/3**	3	0	**3/3**	2	0	**2/2**
Avec une quantité de « monnaie » Y, est-il possible de faire/d'avoir X ?	3	0	**3/3**	0	1	**1/1**	1	0	**1/1**				2	1	**3/3**									
Pour avoir X, de quel type de « monnaie » a-t-on besoin ?	2	0	**2/3**										3	0	**3/4**									
Comparer deux situations, qui a le plus, qui peut aller le plus loin dans les échanges										0	1	**1/1**												
Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a										0	1	**1/1**				0	0	**0/1**	0	0	**0/1**	0	0	**0/2**
Questions qui mettent en jeu la proportionnalité																						1		**1/1**

Tableau 14 : Synthèse des réussites d'Amélie aux questions d'équivalence

III. Etude de cas d'Amélie

Au cours des pré et post-tests, ainsi qu'au cours des entraînements, Amélie était à l'aise. C'est une enfant enjouée qui était très curieuse de découvrir ce qu'on allait faire ensemble. Amélie est plutôt bavarde et elle aime raconter des choses qui la concernent. Au fur et à mesure des séances, elle aurait aimé plus de responsabilités (s'occuper de la banque, faire les échanges pour son adversaire…).

1. Entraînement

1.1. Activité

Amélie a beaucoup aimé participer aux entraînements et était pressée de découvrir le nouveau matériel qui l'attendait à chaque séance. Elle a très rapidement compris la règle du jeu et le principe des échanges. Elle pouvait même anticiper la finalité du jeu par la lecture du tableau d'échanges. Par imitation sûrement, Amélie a beaucoup verbalisé ce qui nous permettait de suivre sa démarche.

Les conduites observées pendant l'entraînement sont décrites dans le tableau 13.

Elle réalise soixante-dix échanges sur les 3 niveaux proposés sur l'ensemble des huit séances. Nous pouvons remarquer que le nombre d'échanges dits immédiats directs augmente progressivement au fil de l'entraînement, ce type d'échanges est celui le plus utilisé par Amélie. On observe la tendance inverse pour les échanges que l'on qualifie d'immédiats segmentés, ce qui atteste d'une meilleure maîtrise du principe de troc et donc de regroupement. C'est à partir de la séance 5 que les échanges directs prennent le pas sur les échanges segmentés. De plus, la capacité d'anticipation est réellement prégnante chez Amélie.

Les échanges doubles sont des échanges particuliers, ils témoignent de la capacité de l'enfant de prendre du recul par rapport à son jeu pour accéder à différents niveaux à un même tour de jeu. On remarque qu'Amélie accède à l'échange double dès qu'elle en a l'occasion.

En ce qui concerne les erreurs, Amélie en commet très peu, ses échanges sont donc en majorité réfléchis et précis. On ne relève que 5 erreurs sur les 70 échanges et celles-ci sont corrigées d'elle-même ou par simple aide de l'expérimentateur.

Le tableau récapitulatif des séances nous indique aussi qu'il a été aisé pour Amélie, à la fin de chaque séance, d'exprimer de différentes façons ce qu'il lui restait.

1.2. Questions d'équivalence

En ce qui concerne les questions d'équivalence (voir tableau 14), Amélie les considère comme une suite du jeu. Elle les a très vite intégrées comme faisant partie de la séance et attend même avec impatience ces « défis », comme elle les qualifie. Elle est relativement à l'aise avec ces questions et là encore, elle prend le temps de verbaliser ses démarches. Elle peut évoquer ce qu'elle va faire avant toute manipulation, elle n'utilise cette dernière que dans un but de vérification des propos qu'elle avance. Un type de questions tout de même la met en difficultés : « Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a » ; elle obtient 1/5. L'évocation ici est impossible et la manipulation, même décomposée, reste difficile. Amélie fait de nombreuses erreurs de lecture du tableau d'échanges lorsque celle-ci doit se faire à l'envers : elle privilégie ici les échanges de type un contre un.

2. Epreuve de numération « la dizaine », B-LM Cycle II, Métral, 2008

2.1. Pré-test

Amélie peut dénombrer sans difficulté vingt-quatre jetons, et elle écrit alors '24'. Aux questions « Dans 24, le 2 c'est des quoi ?/le 4 c'est des quoi ? » elle répond « c'est 20/c'est 4.». Elle se souvient volontiers avoir entendu parler des termes « dizaines » et « unités » en classe et peut dire alors que le '2' « c'est <u>une</u> dizaine » et le '4' « <u>une</u> unité ». L'épreuve se poursuit, Amélie donne deux jetons pour une unité, et quatre jetons pour une dizaine. L'appariement unité/jeton étant échoué, l'épreuve est arrêtée.

2.2. Post-test 1

Amélie dénombre sans difficulté vingt-quatre jetons, elle écrit alors '24'. Aux questions « Dans 24, le 2 c'est des quoi ?/le 4 c'est des quoi ? » elle répond « le 2 c'est <u>une</u> dizaine / le 4 c'est <u>une</u> unité. » Malgré cette réponse qui peut paraître ambiguë, elle donne sans difficulté un jeton correspondant à une unité dans une main, et dix jetons correspondant à une dizaine dans l'autre main. Ensuite, elle dépose sans erreur les jetons correspondants sur le chiffre des unités et sur le chiffre des dizaines. Conformément aux consignes du BLM-Cycle II, et pour explorer l'ensemble de ses possibilités nous poursuivons avec les questions de généralisation : elle répond correctement à la question traitant de la dizaine mais échoue dès la question suivante.

2.3. Post-test 2

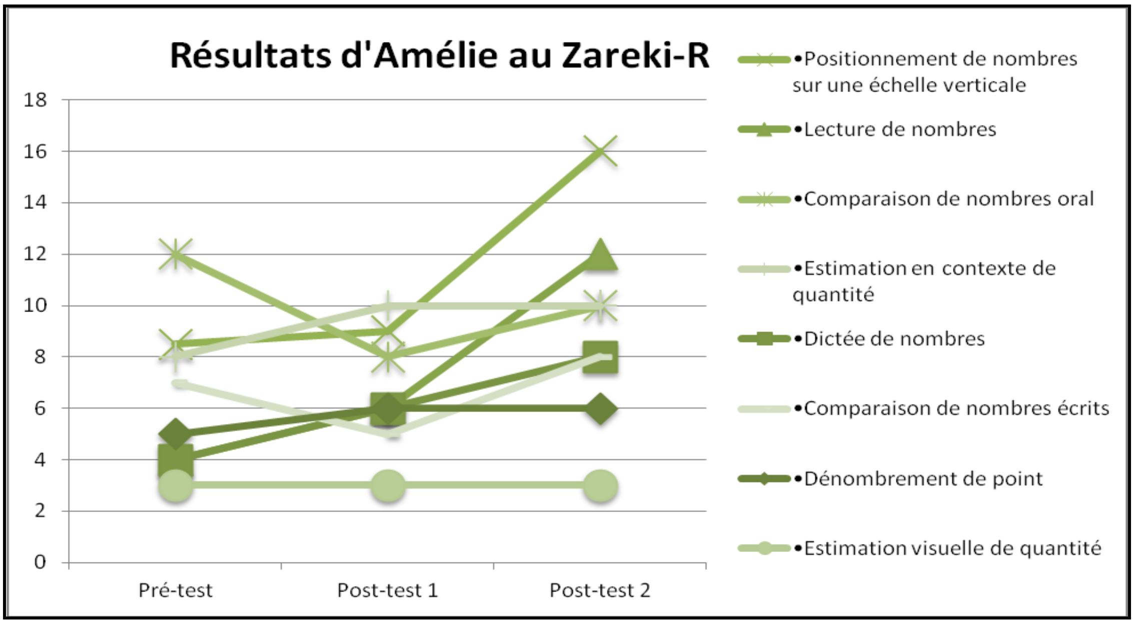
Amélie dénombre vingt-quatre jetons, elle écrit '24'. Dans ce '24', elle qualifie ensuite le chiffre '2' « de dizaines » et le '4' « d'unités ». A la demande « Donne-moi une unité », elle est capable de donner un jeton ; puis lorsque nous lui demandons une dizaine dans l'autre main, nous obtenons dix jetons. Elle répartit alors correctement les vingt-quatre jetons sur le chiffre des unités et celui des dizaines en nous disant « j'ai compté jusqu'à 4, et après j'ai mis le reste sur le 2 ». Nous enchaînons avec les questions de généralisation. Elle est capable de dire qu'une dizaine se fabrique avec 10 unités, en revanche les questions abordant la notion de centaine sont échouées.

2.4. Synthèse des profils

	Pré-test	Post-test 1	Post-test 2
Appariement 1 dizaine/10 jetons	NON	OUI	OUI
Appariement 1 unité / 1 jeton	NON	OUI	OUI

Tableau 15 : Synthèse des profils en numération d'Amélie

3. Epreuves du ZAREKI-R, Von Aster et Dellatolas, 2006



Graphique 3: Synthèse des résultats d'Amélie obtenus au Zareki-R

En pré-test, l'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale a été difficile pour Amélie. Elle a hésité avant de se lancer en répétant « c'est dur quand même ». Elle semblait plus à l'aise lors des post-tests, les scores vont dans ce sens.

	Amélie
Pré-test / Post-test 1	2,91
Post-test 1 / Post-test 2	37,74
Pré-test / Post-test 2	41,74

Tableau 16 : Pourcentage moyen d'amélioration d'Amélie obtenu au Zareki-R

IV. Etude de cas de Corentin

Lors du pré-test qui était notre première rencontre, Corentin s'est contenté de répondre aux questions qui lui étaient posées. Il semblait un peu impressionné, mais tout de même intéressé par les différentes épreuves. A partir de la 3ème séance d'entraînement, Corentin

Légende :

- Type de correction apportée :
  - **AC** : Autocorrection de l'enfant
  - **C +** aide : Correction de l'enfant après intervention de l'expérimentateur
  - **Ø C** : Absence de correction
- Manifestation du comportement :
  - **+** : le comportement s'est manifesté
  - **-** : le comportement ne s'est pas manifesté
  - (case barrée) Aucun comportement n'est attendu

		Séance 1 Le Chef Indien - Niveau 1	Séance 2 Le Garage	Séance 3 Le Moyen Age	Séance 4 La Cuisine	Séance 5 Le Chef Indien Niveau 2	Séance 6 La Cours de Récré	Séance 7 Le magasin de Sucrecries	Séance 8 Les Pirates
Règle du jeu	Reformulation correcte seul ou avec aide	Seul	Seul	Seul	Seul	Avec aide	Seul	Avec aide	Seul
	Reformulations nécessaires au cours du jeu	1 fois	1 fois	1 fois					
Activité	QUALITE DES ECHANGES								
	-Echange immédiat Direct	3	2	4	5	2	6	2	1
	Segmenté	2	4	2	6	3	2	7	4
	-Echange anticipé Direct								
	Segmenté							1	
	-Echange double			2	2		2	4	2
	non réalisé			1					
	- Spontanéité des échanges	+/-	+	+	+	+	+	+	+
	- Verbalisation	+/-	+/-	+	+	+	+	+	+
	- Echanges de : Niveau I	+	+	+	+	+	+	+	+
	Niveau II	+	+	+	+	+	+	+	+
	Niveau III		+	+	+	+	+	+	
	NOMBRE D'ERREURS / NOMBRE TOTAL D'ECHANGES :	1/5	0/6	0/6	1/11	2/5	0/8	1/10	0/5

CORRECTION / TYPES D'ERREURS OBSERVEES	S1 AC	S1 C + aide	S1 Ø C	S2 AC	S2 C + aide	S2 Ø C	S3 AC	S3 C + aide	S3 Ø C	S4 AC	S4 C + aide	S4 Ø C	S5 AC	S5 C + aide	S5 Ø C	S6 AC	S6 C + aide	S6 Ø C	S7 AC	S7 C + aide	S7 Ø C	S8 AC	S8 C + aide	S8 Ø C
Echange possible mal réalisé		1								1				1	1					1				
Echange possible non réalisé																	7		6				2	
Echange impossible																								
Exprimer sa monnaie restante		+			+			+			+			+			+			+			+	

Tableau 17 : **Synthèse des conduites de Corentin manifestées aux entraînements**

	Séance 1			Séance 2			Séance 3			Séance 4			Séance 5			Séance 6			Séance 7			Séance 8		
Manipulation : Avec (M) // sans (SM)	SM	M	Ttal	SM	M	Ttal	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta	SM	M	Tta
Avec une quantité de « monnaie » Y, l'enfant doit réaliser tous les échanges possibles pour l'exprimer d'une autre façon				1	0	**1/2**	2	0	**2/3**	2	0	**2/2**				2	0	**2/3**	3	0	**3/3**	2	0	**2/2**
Avec une quantité de « monnaie » Y, est-il possible de faire/d'avoir X ?	0	3	**3/3**	0	1	**1/1**	0	0	**0/1**				1	1	**2/3**									
Pour avoir X, de quel type de « monnaie » a-t-on besoin ?	0	2	**2/3**										1	3	**4/4**									
Comparer deux situations, qui a le plus, qui peut aller le plus loin dans les échanges										0	1	**1/1**												
Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a										0	0	**0/1**				0	0	**0/1**	0	0	**0/1**	0	1	**1/2**
Questions qui mettent en jeu la proportionnalité																						1		**1/1**

Tableau 18 : **Synthèse des réussites de Corentin aux questions d'équivalence**

a été plus à l'aise dans la relation à deux, il a pris plus de plaisir à expliquer comment il procédait lors des échanges ; il s'est dès lors permis de commenter et de rire.

1. Entraînement

1.1. Activité

Corentin aime jouer, il était volontaire à toutes les séances. C'est également un enfant plutôt réservé dont les verbalisations étaient assez rares. Ceci ne nous a pas permis de suivre sa démarche de réflexion aussi bien que pour Amélie, par exemple.

Les conduites observées pendant l'entraînement sont décrites dans le tableau 17.

Corentin effectue soixante-huit échanges répartis sur les 3 niveaux de jeu proposés au cours des huit séances. Il utilise préférentiellement l'échange dit immédiat segmenté, il a donc besoin de passer par des manipulations décomposées de ses échanges mais il lui arrive tout de même fréquemment d'anticiper ses actions. Il est le seul à réaliser un échange anticipé segmenté. En effet, lors de la séance 7, il accumule les éléments de plus petite valeur pour obtenir sans aucun échange intermédiaire un élément de grande valeur. Pour se faire, il fait des paquets devant lui et se sert du tableau à bon escient pour exprimer ce qu'il lui manque.

Corentin accède aux échanges doubles dès que cela est possible, ceux-ci sont le signe d'une bonne compréhension du principe de troc et de la possibilité de prendre du recul par rapport à son jeu pour anticiper.

Sur les soixante-huit échanges réalisés, seules cinq erreurs sont recensées. Nous pouvons remarquer qu'une aide de l'expérimentateur lui suffit, le plus souvent, pour se corriger.

A la fin de chaque séance Corentin a aisément exprimé sa monnaie restante de différentes façons. Essayer, à chaque fois, de trouver plus de solutions encore était très motivant pour lui.

1.2. Questions d'équivalence

En ce qui concerne les questions d'équivalence, Corentin a souvent fait remarquer qu'il trouvait qu'il y en avait beaucoup et il préférait la phase d'activité où il y avait une possibilité de gagner. Il a tout de même pris le temps de réfléchir et était volontaire à chaque séance. D'ailleurs, il est relativement à l'aise avec ces questions (voir tableau 18). Evoquer si la situation proposée était réalisable ou non, ainsi que ce qu'il allait faire avant toute manipulation a été possible presque à chaque fois. Mais au-delà de la démarche Corentin voulait toujours anticiper combien il aurait d'éléments à la fin, ce qui était coûteux et souvent compliqué. Un type de questions le met plus en difficultés : « Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a », il obtient 1/5. L'évocation ici est souvent impossible et la manipulation décomposée, même si elle l'aide un peu, reste difficile. Corentin fait de nombreuses erreurs de lecture du tableau d'échanges lorsque celle-ci doit se faire à l'envers, aller vers une unité de plus petite valeur va à l'encontre de la règle du jeu de l'activité qui précède, ce qui le fait beaucoup hésiter. Il est à noter que Corentin n'a pas réussi à répondre correctement à l'ensemble des questions d'une même séance.

2. Epreuve de numération « la dizaine », B-LM Cycle II, Métral, 2008

2.1. Pré-test

Corentin oublie un jeton et en dénombre donc vingt-trois, il écrit alors '23'. Aux questions « Dans 23, le 2 c'est des quoi ?/ le 3 c'est des quoi ?», il répond « c'est des dizaines / je ne sais pas». Quand nous lui demandons de donner une unité, il semble se souvenir de ce terme, pourtant, il n'a pas été capable de le fournir à la question précédente. Il donne alors trois jetons. Nous poursuivons en lui demandant une dizaine, nous obtenons deux jetons dans l'autre main. L'appariement unité/jeton n'étant pas respecté, l'épreuve est arrêtée.

2.2. Post-test 1

Corentin dénombre vingt-quatre jetons, il écrit '24'. Dans ce '24', il qualifie ensuite le chiffre '2' « de dizaines » et le '4' « d'unités ». A la demande « Donne-moi une unité », il dépose quatre jetons ; lorsque nous lui demandons une dizaine dans l'autre main, nous obtenons dix jetons. L'appariement unité/jeton n'étant pas respecté, l'épreuve s'arrête normalement ici, selon les consignes de passation. Corentin ayant tout de même progressé depuis le pré-test, nous lui proposons de poursuivre l'épreuve ce qui nous permettra une analyse qualitative plus fournie. Il peut disposer les jetons correspondants sur le chiffre des dizaines et celui des unités en redessinant les chiffres avec les jetons, les disposer en « vrac » n'est alors pas possible. L'ensemble des jetons ayant bien été réparti nous passons aux questions de généralisation. Il donne alors des réponses correctes aux questions traitant de la dizaine et de la centaine.

2.3. Post-test 2

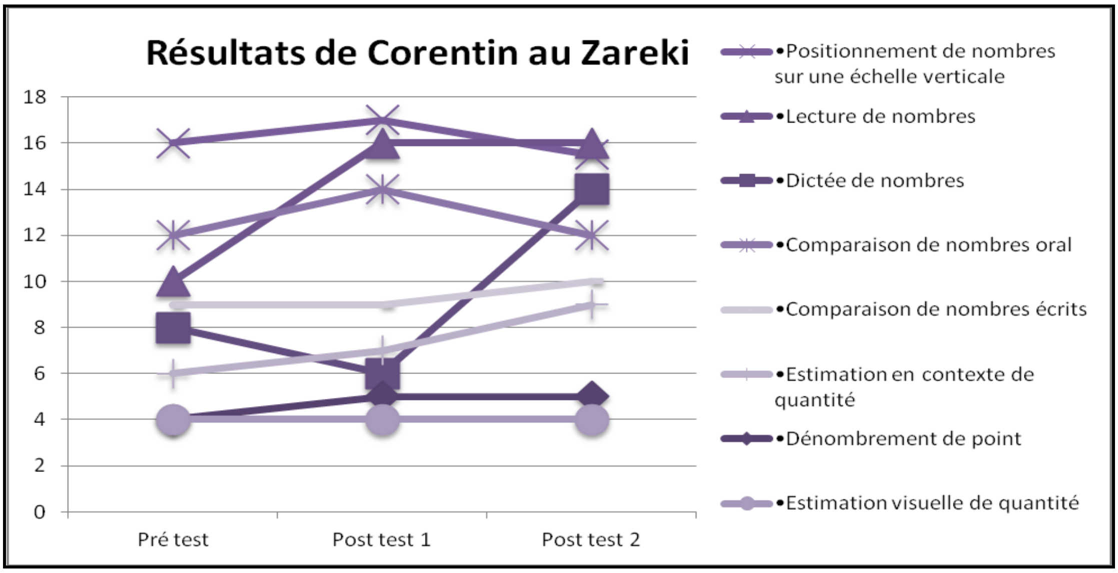
Corentin dénombre sans difficulté vingt-quatre jetons, et écrit '24'. Aux questions « Dans 24, le 2 c'est des quoi ?/le 4 c'est des quoi ? » il répond « c'est les dizaines/c'est les unités.». L'épreuve se poursuit, Corentin dispose les jetons correspondants sur le chiffre des dizaines et celui des unités en procédant de la même manière qu'au pré-test 1, c'est-à-dire en suivant les contours des chiffres. Nous passons aux questions de généralisation. Il répond sans faute et rapidement à la question concernant la dizaine mais échoue dès la question suivante qui traite de la centaine.

2.4. Synthèse des profils

	Pré-test	Post-test 1	Post-test 2
Appariement 1 dizaine/10 jetons	NON	OUI	OUI
Appariement 1 unité / 1 jeton	NON	NON	OUI

Tableau 19 : Synthèse des profils en numération de Corentin

3. Epreuves du ZAREKI-R, Von Aster et Dellatolas, 2006

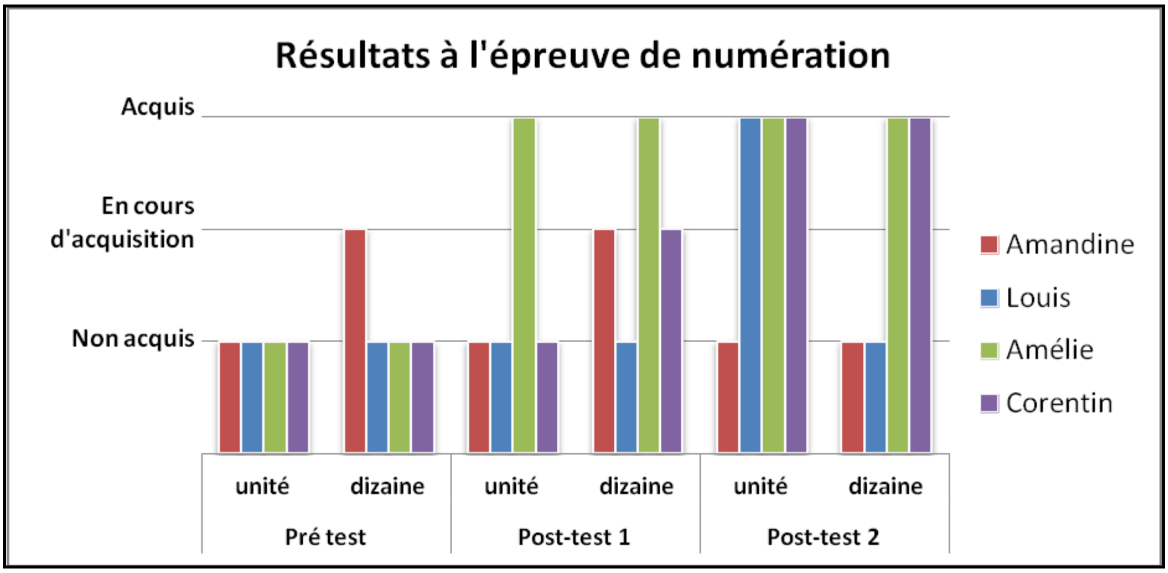


Graphique 4 : Synthèse des résultats de Corentin obtenus au Zareki-R

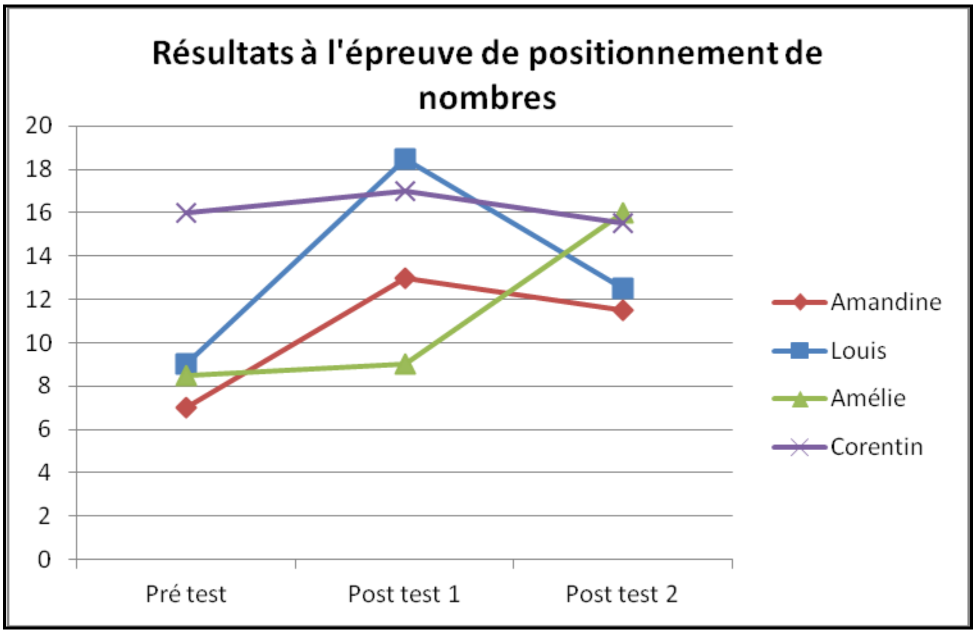
En pré-test, au cours de l'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale, nous avons pu entendre Corentin compter à voix basse depuis le zéro, en direction du cent lorsqu'il n'avait pas d'idée quant à la place du nombre à positionner. Ce comportement n'était pas présent au cours des post-tests.

	Corentin
Pré-test / Post-test 1	13,04
Post-test 1 / Post-test 2	9,62
Pré-test / Post-test 2	23,91

Tableau 20 : Pourcentage moyen d'amélioration de Corentin obtenu au Zareki-R



Graphique 5 : Résultats à l'épreuve de numération du B-LM Cycle II



Graphique 6 : Résultats à l'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale (ZAREKI-R)

V. Confrontation des résultats des quatre enfants

1. Résultats l'épreuve de numération

Le diagramme (graphique 5) présente les résultats de chaque enfant au cours des différentes phases de test. On constate ainsi, que si aucun des enfants n'avait acquis l'unité au pré-test, une enfant l'a acquise au premier post-test, et trois au second post-test.

En ce qui concerne la dizaine, elle apparaissait en cours d'acquisition pour Amandine, mais cela ne s'est pas confirmé lors des post-tests. Au post-test 1, Amélie a acquis la dizaine. Elle était en cours d'acquisition pour Corentin à ce post-test. Enfin, le post-test 2 révèle que ces deux enfants ont acquis la dizaine.

Pour conclure, au second post-test, seul Louis a acquis uniquement l'unité. Amélie et Corentin ont acquis à la fois l'unité et la dizaine. En ce qui concerne Amandine, elle n'a ni l'unité ni la dizaine.

2. Résultats au ZAREKI-R

Les résultats au Zareki-R sont représentés sous la forme d'un tableau (21) symbolisant les pourcentages d'amélioration entre le pré-test et le premier post-test, entre le premier post-test et le second post-test, et entre le pré-test et le second post-test.

	Amandine	Louis	Amélie	Corentin
Pré-test / Post-test 1	47,6	12,75	2,91	13,04
Post-test 1 / Post-test 2	0,806	20,87	37,74	9,62
Pré-test / Post-test 2	48,81	36,27	41,74	23,91

<u>Tableau 21</u> : Pourcentage moyen d'amélioration par enfant au Zareki-R

On remarque que les scores d'Amandine ont fortement augmenté au premier post-test. En revanche, ses performances sont celles qui ont le moins augmenté entre les deux post-tests. Ce qui signifie que ses résultats se sont stabilisés dans le temps. Les performances de Louis et Amélie sont comparables dans leur évolution, qui est restée constante depuis le pré-test et jusqu'au second post-test. Il en est de même pour Corentin, qui a connu une amélioration moins importante de ses performances entre les deux post-tests.

En outre, le graphique 6 fait état des performances de chacun des enfants aux différentes phases de test à l'épreuve de positionnement de nombre du Zareki-R. On remarque que les scores de chaque enfant ont augmenté au premier post-test. Au second post-test, les scores ont chuté pour trois des enfants. Seule Amélie a mieux réussi au post-test 2 qu'au post-test 1. C'est par ailleurs la seule dont les résultats ont très peu augmenté entre le pré-test et le post-test 1. Enfin, au second post-test, les résultats d'Amandine, Amélie et Louis sont meilleurs qu'au pré-test. Seuls les résultats de Corentin sont légèrement inférieurs au post-test 2.

Chapitre V

DISCUSSION DES RESULTATS

I. Etude de cas d'Amandine

1. Entraînement

1.1. Activité

Au fil des séances, Amandine réalise différents types d'échanges immédiats : des échanges directs et des échanges segmentés, mais aussi quelques échanges doubles. Elle est capable d'adapter ses actions en fonction de plusieurs éléments pris en compte. En outre, Amandine segmente un grand nombre d'échanges, qu'elle a besoin d'accomplir dans un certain ordre, ce qui semble l'aider à structurer son raisonnement, surtout s'il s'agit de changer de niveau. Il est possible d'établir une corrélation entre l'évolution du nombre d'échanges immédiats directs et l'évolution du nombre d'échanges doubles. Pour réaliser ce type d'échange, il faut être capable, au même tour de jeu, de se détacher du premier échange pour en réaliser un second qui prend en compte non seulement l'échange réalisé, mais aussi ce que l'enfant a dans son jeu. Tous ces éléments indiquent qu'Amandine semble avoir acquis une certaine mobilité de pensée, capacité mise en jeu dans les équivalences numériques comme l'indiquent Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005). En ce qui concerne les niveaux d'échanges, Amandine a montré qu'elle était capable d'accéder au plus haut niveau de regroupement (séances 1, 2, 5, 6 et 8).

Les deux erreurs relevées au cours de l'activité peuvent s'expliquer par le fait qu'Amandine a trop de choses à gérer à la fois. Elle se trouve alors dans une situation où sa pensée ne lui permet pas de considérer toutes les informations qui l'entourent : règle d'équivalence, traits perceptifs du matériel (couleur, forme), monnaie disponible dans son jeu, but de l'activité.

Par ailleurs, Amandine n'a présenté aucune difficulté particulière pour exprimer sa monnaie sous différents points de vue et lui faire subir des transformations. Il est à signaler que verbaliser l'aide beaucoup pour effectuer les échanges, tout comme Piaget le proposait aux enfants lors des entretiens clinico-expérimentaux. On observe une évolution de son raisonnement par les explications qu'elle fournit en manipulant. Alors qu'aux premières séances, elle avait besoin de « dire pour faire » : « je veux faire du troc, je pose trois cubes contre une tour » (séance 3), aux dernières séances, elle n'a plus besoin d'autant de précisions et est capable de « faire sans dire » : « J'ai trop de pièces je vais échanger *[elle échange deux fois cinq pièces contre deux diamants »* (séance 8). On constate que la pensée s'est réorganisée et modifiée (Vygotski). C'est parce qu'Amandine a compris le principe du troc, que le langage, qui, au début, accompagnait l'action, se détache progressivement de celle-ci.

1.2. Questions d'équivalence

En ce qui concerne les questions d'équivalence, un type de question met plus particulièrement Amandine en difficulté (2 réussites sur 5) : celle qui nécessite une mobilité de pensée ; « Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a ». Les questions qui sont échouées en première intention sont ensuite réussies lorsque l'expérimentateur l'accompagne ou la laisse manipuler et « essayer ». Ce fonctionnement est constaté sur l'ensemble des séances : elle double en effet son score (de 12 à 28 réussites après manipulation) de réponses aux questions à chaque fois que la manipulation lui est proposée. Ceci révèle qu'Amandine construit peu à peu son raisonnement, ce qui se vérifie, puisque lors de la dernière séance, elle réussit la question en rapport avec la proportionnalité. Cet effet positif de la manipulation, notamment souligné par Piaget (1941), va dans le sens de l'hypothèse opérationnelle n°3.

Nous constatons que l'entraînement suivi par Amandine a fait émerger, d'une part, la capacité à adopter un double point de vue à propos d'une quantité, et d'autre part, à faire des regroupements ; ces deux concepts intervenant dans les équivalences numériques, comme le précisent Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005).

2. Résultats au test BLM-Cycle II

Au post-test 1 en numération, tout comme au pré-test, on observe que la dizaine émerge. On ne peut cependant pas considérer cette capacité comme acquise au regard des critères de cotation du B-LM Cycle II, puisque l'appariement unité/jeton n'est pas acquis, ou du moins ne s'est pas manifesté lors des tests. Cette absence d'appariement est peut-être due à un élément de la passation que nous n'avons pas ou mal contrôlé, ou bien à une formulation imprécise de l'énoncé, ou encore par le fait qu'Amandine se soit retrouvée envahie visuellement par l'écriture arabe chiffrée déterminant le nombre de jetons comptés. Comme le stipule en effet la consigne de passation, lorsqu'il est demandé à l'enfant de fournir une unité puis une dizaine, l'expérimentateur positionne ses mains au-dessus du chiffre écrit par l'enfant, ce qui peut lui sembler être un indice de réponse. Il est en effet étonnant qu'Amandine soit capable de fournir dix jetons pour une dizaine mais pas un jeton pour une unité.
Au second post-test, ces résultats ne sont pas maintenus. Ni l'unité ni la dizaine ne sont acquis.

Il est possible d'expliquer ces résultats en fonction du profil logique d'Amandine (p.29). En effet, selon les consignes de cotation du test BLM-Cycle II, il suffit qu'une des deux épreuves de classification soit réussie pour que la structure soit considérée comme acquise. Si nous nous référons à l'élaboration du nombre tel que Piaget l'a définie, celui-ci ne peut se construire tant que les structures logiques de classification, d'inclusion, de sériation et de conservation ne sont pas acquises, et que l'enfant n'a pas atteint le stade des opérations concrètes. Lors des épreuves utilisées pour sélectionner les sujets de l'étude, Amandine n'a réussi que la classification de jetons, et a échoué à la classification de cartes. Elle avait en effet procédé à un classement selon les critères perceptifs du matériel. Ceci témoigne du mode de pensée utilisée à cet instant : la pensée figurative. Elle n'atteignait donc pas le stade opératoire indispensable selon Piaget pour l'acquisition du nombre. De même, la conservation du nombre n'atteignait pas le stade opératoire, mais était en phase d'élaboration puisqu'Amandine ne pouvait attester de la conservation numérique après déplacement des éléments. Tous ces indices peuvent ainsi expliquer, pourquoi la numération n'a pu se mettre en place, les structures logiques n'étant pas suffisamment stables. L'ensemble de ces données va à l'encontre de l'hypothèse opérationnelle n°1.

3. Résultats au Zareki-R

Le pourcentage d'amélioration (47,6%) obtenu par Amandine au premier post-test est relativement important, ce qui signifie que l'entraînement pourrait lui avoir profité en ce qui concerne le domaine arithmétique. Nous remarquons une forte progression dans chacune des épreuves, sauf dans le dénombrement de points et la comparaison de nombres écrits où la progression s'est avérée moindre. Par ailleurs au second post-test, les résultats se sont stabilisés, voire augmentés. Seule une diminution des scores s'observe pour l'épreuve de dénombrement de point par rapport au post-test 1. L'entraînement proposé fait appel à la ligne numérique mentale puisque pour réaliser les échanges, il convenait de déterminer « combien de X faut-il pour avoir Y ». Cela active donc la représentation mentale des quantités. L'épreuve de positionnement de nombre semble avoir le plus profité de cet entraînement : les résultats en post-test 1 font état d'un fort progrès par rapport au pré-test (+6 points). Ils vont dans le sens de l'hypothèse opérationnelle n°2. L'estimation en contexte n'a pas permis de mettre en avant un quelconque bénéfice de l'entraînement, cette épreuve faisant davantage appel à la compréhension du sens des nombres et de la connaissance du monde.

II. Etude de cas de Louis

1. Entraînement

1.1. Activité

Lors des activités, Louis procède à des échanges immédiats directs et segmentés, avec tout de même une plus grande proportion d'échanges segmentés. Il a donc besoin d'effectuer toutes les manipulations les unes après les autres pour réussir à établir l'équivalence. Il réalise aussi des échanges doubles, mais qui sont segmentés. Louis fait relativement peu d'erreurs au cours des échanges, ce qui témoigne de bonnes capacités à faire des regroupements. Louis est d'ailleurs capable d'accéder au plus haut niveau de regroupement. Il réussit à exprimer sa monnaie de façons différentes, ce qui témoigne de certaines possibilités de décentration pour adopter un autre point de vue. Cette remarque est à nuancer cependant, puisque cela lui est impossible par deux fois, même avec incitation et aide de l'expérimentateur. Tous les éléments recueillis au cours de l'entraînement conduisent à dire que Louis a certes, une mobilité de pensée, mais qu'elle n'est pas encore suffisante pour prendre le recul nécessaire et produire des équivalences numériques. Par ailleurs, pour Piaget, la construction du nombre relève d'un mode de pensée opératoire où la pensée devient réversible et permet des acquisitions solides. Or, lorsque Louis se fie aux traits perceptifs du matériel (séance 3), ils l'empêchent d'accomplir les équivalences. Ces indices montrent qu'il adopte encore parfois des conduites figuratives, ce qui ne lui permet pas de généraliser les principes de l'entraînement.
Signalons que Louis est un enfant qui se dissipe facilement et difficile à canaliser. Il « décrochait » plusieurs fois au cours de l'activité, et bien souvent, oubliait de réaliser les échanges pour obtenir les équivalences. Ce comportement n'est pas aussi manifeste en classe, comme nous l'a confié la maîtresse. On peut se demander si ce n'est pas cette

dispersion qui a empêché Louis de tirer profit de l'entraînement.

Pour effectuer les échanges, Louis commente chacun de ses gestes. Le langage accompagne l'action. Et cela dès la première séance : « Je ne peux pas jouer parce qu'il me faut... C'est une casserole avec 6 coquillages et j'en n'ai que 2. 2 coquillages et 1 plume j'peux pas échanger ». Il a recours régulièrement au tableau d'échanges. Cela l'aide à se recentrer et à raisonner, dans des moments où il se dispersait. Nous aurions pu suspecter une faiblesse de la mémoire de travail, mais cela a été exclu, suite aux résultats obtenus au pré-test. « Oulàlà, 2 plumes… J'peux pas j'crois *(Consulte le tableau)* ah si! 2 coquillages, 1 fleur, encore 2 coquillages, 1 fleur, 2 fleurs, 1 plume, donc j'ai pas assez! ». On suit alors son raisonnement au rythme du déroulement de ses paroles. Ces comportements se sont manifestés lors de chaque séance. Ainsi, on relève à la séance 8 : « 4 pièces contre 1 diamant, 2 diamants contre 1 cristal ! Il m'en faut encore 4 et c'est parti !! ». On remarque dans cette dernière citation que Louis est capable d'anticiper son action, de formuler ce qu'il lui manque pour effectuer le prochain échange. « La pensée se réalise dans le mot » (Vygotsky, 1933).

1.2. Questions d'équivalence

Il est très difficile pour Louis de répondre aux questions qui nécessitent une réversibilité de pensée : « Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a ». Cela lui demande un effort considérable pour se décentrer et prendre le recul nécessaire. Sa pensée semble moins mobile dans ces conditions, même après des essais successifs. Très souvent, la solution lui est expliquée. Elle est ensuite concrétisée par des manipulations. Celles-ci sont donc très importantes et l'aident à construire son raisonnement. Ces éléments vont en faveur de l'hypothèse opérationnelle n°3. La question concernant la comparaison de situations, et qui nécessite d'adopter des points de vue différents, est résolue sur incitation de la réponse, mais pas spontanément. Enfin, les questions du type « Avec une quantité de « monnaie » Y, l'enfant doit réaliser tous les échanges possibles pour l'exprimer d'une autre façon » restent délicates pour Louis, et ce, quelle que soit la séance. Aucune progression particulière n'est relevée. Il a toujours besoin d'une aide, soit par des questions d'étayage, soit en passant par la manipulation, ce qui lui est tout de même bénéfique : en effet, dans ce cas on constate trois réussites de plus.

2. Résultat au test BLM-Cycle II

Lors du premier post-test, aucune amélioration ne s'était manifestée lors de l'épreuve de numération. Au second post-test, on remarque que seule l'unité est acquise. Même si Louis semble avoir progressé sur le regroupement, les compétences mises en jeu lors de l'entraînement ne sont pas suffisantes pour laisser apparaître une évolution à l'épreuve de numération du B-LM Cycle II au post-test 1. Elles ne se manifestent qu'au second post-test, ce qui ne va que partiellement dans le sens de l'hypothèse opérationnelle n°1.

Si on compare ce résultat avec le profil logique de Louis (p.29) on remarque un décalage dans l'acquisition des différentes structures logiques, pouvant aller jusqu'à 18 mois, et ce, même si le niveau de développement attendu pour son âge est atteint. Alors que la structure de classification semble bien acquise et stable (au regard des critères de cotation du B-LM Cycle II, et à la fois au sens piagétien du terme, puisque Louis est capable d'extraire trois critères), la conservation du nombre ne l'est pas. De plus, Louis n'est capable de n'effectuer que 3 désignations correctes en ce qui concerne la sériation. L'hétérogénéité dans l'élaboration des structures logiques peut donc expliquer pourquoi l'entraînement proposé n'a pas suffisamment profité à Louis pour que ses effets se matérialisent dans le post-test 1.

3. Résultats au Zareki-R

Les performances de Louis ont globalement progressé entre le pré-test et le post-test 1, en est témoin le pourcentage moyen d'amélioration obtenu de 9,3%. Certains résultats sont stables (dictée de nombres et estimation visuelle de quantités), d'autres ont augmenté : lecture de nombres, positionnement de nombres. Les autres épreuves font état d'un score inférieur au post-test 1 par rapport au score du pré-test. Comme précisé plus haut, l'épreuve d'estimation en contexte ne nous semble pas pertinente. Elle fait appel en effet à la connaissance du monde et il semble que les choix de réponses proposées « peu, moyen et beaucoup » n'aient pas encore la signification attendue. Entre le pré-test et le second post-test, on note un pourcentage d'amélioration moyen de 36,27%. Louis a donc beaucoup progressé entre les deux post-tests. On peut donc supposer que l'évolution constatée au premier post-test et poursuivie au post-test 2 soit en partie liée à l'entraînement, ce qui va dans le sens de l'hypothèse opérationnelle n°2.

Les résultats de Louis à l'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale ont très fortement augmenté au premier post-test portant son score à 18,5, soit une progression de 10 points. Au second post-test, son score est de 12,5. Au vu de ces résultats, on peut dire que les progressions observées et le maintien des performances sont liés à l'entraînement proposé. L'activation de la représentation analogique des nombres ne paraît donc pas être difficile pour Louis. Il semble que l'entraînement ait eu plus d'impact sur la représentation des quantités, ce qui s'est manifesté davantage à travers les épreuves de positionnement de nombres qu'à travers l'épreuve de numération.

III. Amélie

1. Entraînement

1.1. Activité

Amélie est l'enfant qui a le plus tiré profit des huit séances que nous lui avons proposées. Elle a su faire évoluer son mode d'action entre la première et la dernière séance. En ce qui concerne les types d'échanges, on remarque qu'à partir de la séance 5 les échanges directs deviennent plus nombreux que les échanges segmentés. Amélie est à l'aise avec le principe de troc et de regroupement, et, lorsqu'elle a estimé qu'un échange direct était plus rapide tout en étant aussi précis, elle l'a favorisé dès que cela lui a été possible. Il lui est cependant arrivé d'avoir des difficultés à gérer ce qu'elle avait dans son jeu et ce qu'elle venait de remporter. Dans ce dernier cas, elle revenait naturellement aux décompositions et donc aux échanges segmentés. Les verbalisations d'Amélie nous ont

permis de constater que les échanges directs n'étaient pas dus au hasard mais bien choisis dans le but d'un gain de temps. Dès la séance 5, nous avons pu entendre « Je vais pas les prendre parce que ça me servirait à rien » ou encore « Je vais acheter directement ça ». Tous ces signes témoignent d'une capacité d'anticipation et d'une bonne maîtrise du principe de troc et donc de regroupement.
Les échanges doubles font appel à différentes notions. Il faut d'abord pouvoir prendre du recul par rapport à son jeu pour réussir à anticiper les échanges entre les différents niveaux à un même tour de jeu. Mais il faut également être doté d'une certaine mobilité de pensée pour ne pas considérer un premier gain comme une finalité mais plutôt comme la possibilité d'en faire autre chose. Amélie accède à ces échanges dits doubles.

Amélie commet très peu d'erreurs au cours des séances. Elles sont souvent la conséquence d'une trop grande impulsivité. Amélie semble captivée par ce jeu qui lui plaît et elle veut faire vite : il lui est arrivé d'oublier de tout remettre à la banque, de prendre l'élément final sans passer par un échange pourtant bien anticipé oralement. Dans ces situations, le simple fait de lui demander d'expliquer comment elle avait procédé lui permettait de corriger ses erreurs.

En fin d'activité, lui faire exprimer ce qu'il lui restait dans les mains de différentes façons par lecture du tableau d'échanges, (prétexte à l'évaluation de cette notion d'équivalence numérique) l'amuse beaucoup. Elle réussit aisément.

1.2. Questions d'équivalence

En deuxième partie de séance, Amélie est encore une fois relativement à l'aise face aux questions des différents types. Toutefois lorsqu'il lui est demandé de « partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a » ; elle obtient seulement 1/5 sur l'ensemble de l'entraînement. Cette bonne réponse est obtenue grâce à la manipulation. Décomposer les échanges l'aide dans ce cas, mais cela ne se réitèrera pas. Face à ce type de question, Amélie fait de nombreuses erreurs de lecture du tableau d'échanges car ici celle-ci doit se faire à l'envers : elle privilégie les échanges de type un contre un ce qui l'induit en erreur. Dans ces situations, seule une intervention de l'expérimentateur lui permet de trouver la solution. Ces résultats attestent d'une faiblesse de réversibilité de la pensée.

Amélie a systématiquement recours à la manipulation pour vérifier les propos qu'elle a avancés lors d'une anticipation orale. En revanche, lorsque celle-ci lui est proposée pour faire face à une question qui la met en difficulté, pour la soulager, c'est peu efficace. En effet, seules 5/21 bonnes réponses sont obtenues par manipulation seule. Ces éléments ne sont que partiellement en faveur de notre hypothèse opérationnelle n°3.

2. Résultats au test BLM-Cycle II

Nous pouvons remarquer une nette progression dans les réponses fournies par Amélie à l'épreuve de numération du B-LM Cycle II. En effet, elle a acquis les notions d'unité et de dizaine au post-test 1 alors qu'aucune n'avait été objectivée au pré-test. De plus, ces résultats se maintiennent dans le temps. Amélie a rapidement compris le principe du troc. Elle a su, au fil des huit séances, dégager de réelles stratégies. De plus, nous pouvons attester de la présence, chez cette enfant, d'une bonne capacité d'anticipation. Les activités proposées ont également entraîné sa mobilité de pensée, qui reste toutefois fragile. Ces éléments semblent constituer un bagage suffisant quant à une meilleure compréhension de la numération. Les résultats entre pré-test et post-test 1 en attestent, ceux du post-test 2 suivent la même tendance. Amélie, chez qui l'équivalence numérique était acquise au cours des séances d'entraînement, semble maîtriser la notion de dizaine. Ces éléments vont dans le sens de l'hypothèse opérationnelle n°1.

De plus, le profil logique d'Amélie (p.30) atteste d'un niveau relativement homogène. Les réponses obtenues font état d'une sériation dite opératoire, au sens piagétien du terme. Pour ce qui est de la conservation numérique, Amélie l'admet mais ne peut la justifier. Elle ne peut isoler 3 critères en classification. Ces deux dernières réponses correspondent à un stade intermédiaire (Dolle, 1999). Le niveau de développement de ces trois structures est bien supérieur à celui attendu pour son âge. Un tel profil logique, associé à un entraînement du principe de regroupement et de la mobilité de la pensée, lui ont permis d'obtenir de meilleurs résultats aux post-tests par rapport au pré-test.

Cette progression notoire entre le pré et les post-tests peut tout de même être nuancée. Nous ne pouvons pas certifier que notre entraînement peut l'expliquer à lui seul. Par exemple, un élément de passation mal contrôlé en pré-test a pu fausser les données recueillies au cours de celui-ci. Amélie reste tout de même l'enfant qui semble avoir été la plus à même de profiter pleinement de l'entraînement et de faire des liens avec l'enseignement qu'elle a continué à recevoir en classe.

3. Résultats au Zareki-R

Le pourcentage d'amélioration obtenu par Amélie entre le pré-test et le premier post-test est relativement bas (2,91%). La mobilité de pensée, entraînée au cours des séances est « indispensable pour accéder à l'équivalence numérique » (Gueritte-Hess, Causse Mergui et Romier, 2005). Cette dernière notion est au cœur de notre système décimal. En effet, le troc, constitué d'échanges d'un contre plusieurs ou de plusieurs contre un, nous amène à comprendre des égalités comme 10 unités = 1 dizaine ; une même quantité pour deux dénominations. Une pensée mobile étant d'abord le pré-requis d'une bonne compréhension de notre système décimal, nous pouvons penser que notre entraînement a eu plus d'impact sur les compétences numériques des enfants dans un premier temps. Celles-ci forment le socle commun des compétences arithmétiques. Le système décimal doit être compris pour accéder à la lecture de nombres, à la comparaison de deux nombres…Nous souhaitions donc vérifier si de bonnes capacités dans le domaine numérique pouvaient amener à de meilleurs résultats dans les épreuves arithmétiques. Nous ne pouvons pas conclure cela après l'analyse des résultats obtenus par Amélie au post-test 1. Ces éléments ne valident que partiellement la première partie de notre hypothèse opérationnelle n°2. On remarque toutefois qu'elle obtient un fort pourcentage d'amélioration entre pré-test et post-test 2 (41,74%). En effet, les capacités numériques s'étant maintenues entre les deux post-tests, Amélie a pu par la suite se consacrer à d'autres apprentissages (arithmétiques) en mettant à profit les notions travaillées au cours de l'entraînement.

La tendance est la même en ce qui concerne l'épreuve de positionnement de nombres. La progression est moindre entre le pré-test et le post-test 1 (+1 point) mais elle est très marquée entre le post-test 1 et le post-test 2 (+7 points). Ceci va dans le sens d'une validation de la deuxième partie de l'hypothèse opérationnelle n°2.

IV. Corentin

1. Entraînement

1.1. Activité

Corentin est un joueur, il a pour objectif de gagner. C'est cette volonté qui le fait chercher différentes stratégies. Nous avons pu le voir anticiper des échanges sur différents niveaux en utilisant le tableau d'échanges à bon escient. Corentin comprend très vite le principe du jeu : nous relevons des phrases telles que « il faut que je recommence tous les échanges que j'ai déjà faits » ou « encore 2 fois pareil et j'ai gagné ». Par ces exemples, nous pouvons observer que cet enfant met sa pensée en mots (Vygotsky, 1997). Il est conscient que pour un même résultat, l'ensemble des échanges à effectuer pourra être différent en fonction de l'utilisation du tableau d'échanges.

Corentin accède à tous les niveaux d'échanges ce qui témoigne d'une bonne mobilité de pensée. En ce qui concerne les types d'échanges utilisés, il est difficile de dégager une tendance pour cet enfant. On remarque que les échanges directs et segmentés sont utilisés alternativement. Le fait qu'il n'utilise pas majoritairement les échanges dits directs nous renseignent tout de même sur ce besoin d'avoir recours aux décompositions. Même s'il est souvent capable d'anticiper oralement son action, la manipulation aide Corentin à organiser sa pensée pour arriver à ses objectifs. Dans ce dernier cas, Corentin agit, puis parle de ses propres expériences (Piaget, 1941).

Corentin accède aux échanges doubles dès que cela lui est possible, ceux-ci sont le signe d'une bonne compréhension du principe de troc et de la possibilité de prendre du recul par rapport à son jeu pour anticiper. Il a également pu aisément parler de ce qu'il lui restait à la fin de chaque séance, de différentes façons. Cet exercice met en jeu une pensée mobile et la capacité à envisager une quantité selon différents points de vue.

Il commet peu d'erreurs. Il a toutefois tendance à s'attacher aux traits perceptifs des objets jusqu'à se laisser « envahir » et perdre le fil de son action. Nous avons pu le voir par exemple, choisir des bonbons exclusivement au citron ou encore trier les scoubidous par couleur. Ces comportements attestent d'une pensée figurative (Dolle, 1999).

Corentin, au cours de ces huit séances a fait preuve d'une pensée relativement mobile : capacité à se décentrer de son jeu pour effectuer un échange double ou encore exprimer une quantité de différentes façons. Cette capacité de mobilité de pensée semble attester de la présence de la notion d'équivalence numérique chez cet enfant. Corentin paraît armé pour comprendre les principes de notre système numérique qui dépend de celui du regroupement mis en jeu dans le troc.

1.2. Questions d'équivalence

Corentin est capable d'anticiper oralement la résolution d'une « situation-problème » avant toute manipulation. Corentin voulait aller toujours plus loin. Il tenait à trouver « combien » ; combien il lui fallait échanger d'éléments, combien il en aurait à la fin, combien ne servirait à rien…
Il est relativement à l'aise. Toutefois, un type de questions le met plus en difficulté : « Partir de l'élément de grande valeur (niveau II ou III) et faire les échanges successifs jusqu'à l'élément de petite valeur (niveau I ou II) : A → a », il obtient 1/5. L'évocation ici est souvent impossible, et la manipulation décomposée, même si elle l'aide un peu, reste difficile. Corentin fait de nombreuses erreurs de lecture du tableau d'échanges lorsque celle-ci doit se faire à l'envers. Aller vers une unité de plus petite valeur va à l'encontre de la règle du jeu de l'activité qui précède, ce qu'il refuse d'envisager car cela ne lui permettra jamais de gagner. L'utilisation répétée du principe du troc semble avoir entraîné sa mobilité de pensée comme le montrent les nombreux éléments relevés au cours des séances. Cependant, celle-ci demeure fragile.

La manipulation a permis à Corentin d'organiser sa pensée autant au cours du jeu que pour répondre aux questions d'équivalences, comme le suppose l'hypothèse opérationnelle n°3. En effet, douze bonnes réponses (12/27) sont données grâce au recours à cette dernière.

2. Résultats au test BLM-Cycle II

Nous pouvons remarquer une progression entre le pré et le post-test 1. En effet, la notion de dizaine semble émerger mais l'appariement unité/jeton n'est pas respecté. Ces résultats sont à nuancer. La consigne de passation a pu être mal interprétée. De plus, la dizaine est également une notion travaillée en classe comme équivalent de dix unités. La réponse fournie par Corentin à cette question pourrait être une bribe de leçon tout comme les bonnes réponses fournies aux questions de généralisation.
Les résultats en post-test 2 attestent eux d'une réelle progression en comparaison au post-test 1 mais surtout au pré-test, ce que prévoyait l'hypothèse opérationnelle n°1. L'appariement unité/jetons est respecté ainsi que la répartition des jetons sur les chiffres des dizaines et des unités. Corentin va même un peu plus loin et réussit la question de généralisation portant sur la dizaine. Les résultats de ce post-test 2 vont dans le sens de l'émergence de la dizaine manifestée au post-test 1.

Lors du post-test 2 les réponses de Corentin étaient plus « fluides », il a certainement tiré parti de l'entraînement. En effet, malgré une pensée figurative marquée par moments, nous avons pu le voir passer par les différents niveaux et anticiper des échanges facilement. Corentin est capable d'envisager une quantité sous différents points de vue et il a fait preuve d'une certaine pensée mobile. L'entraînement de cette dernière, associé à des activités de manipulation, constitue pour Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005) une bonne introduction à la numération. De plus, il a dû faire davantage de liens avec ce qui lui est enseigné en classe, comme en témoignent les résultats du post-test 2.

Cette nette progression entre pré et post-tests est également à mettre en lien avec le profil logique de Corentin (p.30). Ce profil atteste d'un niveau relativement homogène et le plus avancé des quatre enfants, Les structures logiques nécessaires à la mise en place du « nombre compris » et de la numération semblaient en place. Les réponses obtenues lors de l'évaluation des structures de classification, sériation et conservation qui sous-tendent le nombre dépassent largement le niveau attendu pour son âge. Pour autant seule la sériation peut être qualifiée d'opératoire au sens piagétien.

3. Résultats au Zareki-R

Le pourcentage d'amélioration obtenu par Corentin entre le pré-test et le premier post-test est le témoin d'un progrès peu important (13,04%). L'entraînement pourrait, comme pour Amélie, lui avoir profité quant à la numération seulement dans un premier temps.
On remarque toutefois qu'il obtient le pourcentage d'amélioration le moins élevé des quatre enfants entre le pré-test et le post-test 2 (23,91%). L'entraînement n'aura pas eu de réelles répercussions en ce qui concerne le domaine arithmétique chez cet enfant. Peut-être était-ce trop tôt ? Etant donné que Corentin a montré de nets progrès au second post-test à l'épreuve de numération, nous pouvons supposer que les progrès dans le domaine arithmétique se feront dans un second temps, de même que pour Amélie.

Pour ce qui est de l'épreuve positionnement de nombres, la progression est moindre entre le pré-test et le post-test 1 (+ 1point). Puis on observe une chute des scores en post-test 2. Ces derniers sont même inférieurs aux scores du pré-test (- 0,5 point). Il est difficile de dégager une tendance chez Corentin quant à cette épreuve, ses résultats sont très irréguliers. Cette dernière, en activant des représentations de la quantité des nombres, fait appel à la notion de ligne numérique mentale. Corentin semble ne pas avoir entraîné suffisamment, au cours de nos séances, la représentation analogique. Ces résultats vont à l'encontre de la deuxième partie de notre hypothèse opérationnelle n°2.

V. Validation des hypothèses

1. Confrontation des résultats du B-LM Cycle II

Les résultats obtenus à l'épreuve de numération du B-LM Cycle II laissent entrevoir deux groupes d'enfants.

<u>Groupe 1 : Amandine et Louis</u>. Au premier post-test, aucun n'avait acquis l'unité. Seul Louis l'a acquise au second post-test. De plus, les modes de raisonnement et les profils logiques relevés sont assez similaires. Ils ont, par exemple, tous deux le même niveau de conservation numérique, et adoptent parfois des conduites figuratives. Il semble qu'Amandine et Louis auraient peut-être eu besoin, d'une part, d'un entraînement plus long et davantage répétitif afin de généraliser le principe de regroupement mis en jeu dans le troc, et d'autre part, d'une combinaison avec un apprentissage plus explicite du système numérique décimal.

<u>Groupe 2 : Amélie et Corentin</u>. Leur profil logique est similaire : tous deux ont atteint un niveau de sériation opératoire. Les structures logiques de classification et de conservations numériques sont à un niveau intermédiaire. Leurs résultats à l'épreuve de numération, attestent d'une réussite, uniquement au post-test 1 pour Amélie, et au post-test 2 pour chacun d'eux. On peut donc supposer qu'ils ont su généraliser l'entraînement pour en appliquer ses principes à la numération décimale.

Pour conclure : sur l'ensemble des quatre enfants, seule Amélie a acquis l'unité au post-test 1. L'échec des autres sujets à cette épreuve peut, peut-être, s'expliquer par le fait que les enfants auraient besoin d'un apprentissage plus explicite de la numération comme le préconisent Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005). Au post-test 2, on observe que Louis, Amélie et Corentin, ont acquis l'unité. Notre entraînement pourrait donc leur avoir été bénéfique à plus long terme, tout en étant associé à l'apprentissage de la numération travaillé en classe.
Par ailleurs, seuls Amélie et Corentin ont acquis la dizaine au second post-test. Il semble que ces deux enfants ont su le mieux tirer parti des entraînements en appliquant les principes en classe. Piaget envisage le nombre comme la synthèse des structures logiques de classification, de sériation et de conservation. Le niveau de développement de ces dernières pourrait être mis en lien avec les résultats. En effet, Amélie et Corentin font état des deux profils logiques les plus avancés, ce qui peut expliquer leur nette progression.

Nous avions formulé l'hypothèse suivante : à la suite de notre entraînement les enfants présenteront de meilleurs résultats à l'épreuve de numération du B-LM Cycle II aux post-tests.
Un enfant a de meilleurs résultats au post-test 1, qui se maintiennent au post-test 2. Deux enfants de plus font état de progrès au second post-test. Trois enfants ont donc amélioré leurs résultats entre le pré-test et le post-test 2. **Notre hypothèse opérationnelle n°1 est donc partiellement validée.**

2. Confrontation des résultats au ZAREKI-R

Le ZAREKI-R est une batterie à l'origine utilisée pour le dépistage des difficultés en calcul et en traitement des nombres. Sa conception est centrée sur les apprentissages scolaires puisque les résultats obtenus par cette batterie sont corrélés aux résultats scolaires.

Le travail sur les équivalences que nous avons proposé, mettait en jeu à la fois la notion de regroupement, notion essentielle sur laquelle est construit notre système décimal, et le principe de double point de vue, c'est-à-dire la capacité à aborder une quantité de deux façons différentes. Suite aux séances proposées, nous souhaitions voir si les enfants étaient capables de transposer les notions abordées à d'autres domaines que la numération décimale. C'est-à-dire que nous souhaitions observer si les enfants étaient capables de généraliser et de tirer parti des activités, afin d'en appliquer les principes aux épreuves proposées dans le ZAREKI-R. Il s'est avéré qu'entre le pré-test et le post-test 1, tous les enfants de l'étude ont progressé, comme en atteste le pourcentage de réussite calculé pour chacun d'entre eux. Amandine a le plus progressé.

L'épreuve de positionnement de nombre met en jeu divers éléments. Il convient tout d'abord d'avoir une représentation de la quantité évoquée par le nombre, et ensuite de situer ce nombre sur une échelle, en fonction de deux autres nombres (zéro et cent) tout en traitant simultanément ces informations (Von Aster et Dellatolas, 2006). Il faut donc avoir la capacité de pouvoir effectuer un positionnement correct en adoptant chacun des points de vue déterminés par les extrémités de l'échelle. Cette tâche active la ligne numérique mentale intégrée à la représentation analogique du modèle du triple code de Dehaene. A cette épreuve, tous les enfants font état d'une progression au post-test 1 par rapport au pré-test.

Lors de la formulation de notre hypothèse, nous supposions que l'entraînement proposé améliorerait les compétences arithmétiques des enfants en post-test 1 par rapport au pré-test. Celles-ci sont sollicitées dans les épreuves du ZAREKI-R, dont l'épreuve de positionnement de nombres sur une échelle verticale (Von Aster et Dellatolas, 2006). **Les résultats cités précédemment valident la première partie de notre hypothèse opérationnelle n°2**.

Les performances arithmétiques de chaque enfant, évaluées lors du second post-test, ont toutes augmenté par rapport au post-test 1, et peuvent être classées en trois groupes : les scores qui se sont stabilisés, c'est le cas de ceux d'Amandine. Ceux qui ont moyennement augmenté, c'est le cas de ceux de Corentin. Et enfin, ceux qui ont plus nettement augmenté, ceux d'Amélie et Louis. De plus, tous les résultats obtenus au second post-test, sont supérieurs à ceux du pré-test. Il convient de se poser la question de cette amélioration : est-elle due uniquement à un effet tardif de l'entraînement, ou bien à l'enseignement scolaire dispensé ? Ou est-ce encore la coexistence de ces deux facteurs ?

En ce qui concerne le positionnement de nombres, alors que tous les enfants font état d'une progression au post-test 1, celle-ci ne se maintient pas dans le temps pour tous. En effet, seule Amélie a continué à progresser. Les résultats de Louis et d'Amandine ont diminué tout en restant supérieurs à ceux du pré-test. Ce qui n'est pas le cas de Corentin pour qui les scores du second post-test sont inférieurs à ceux du pré-test. La progression des résultats à cette épreuve n'est donc pas homogène. Il est possible d'avancer certaines hypothèses quant aux difficultés rencontrées par les enfants à cette épreuve : cela peut être dû à une mauvaise compréhension de la consigne, à un trouble de la perception spatiale ou encore à des difficultés de compréhension du sens analogique des nombres, c'est-à-dire de l'estimation des quantités (Von Aster et Dellatolas, 2006).

Nous postulions l'hypothèse suivante : les scores des épreuves du ZAREKI-R, et notamment ceux de l'épreuve de positionnement de nombre, se stabiliseront entre les deux post-tests. Tous les enfants ont maintenu leurs résultats aux épreuves arithmétiques entre les deux post-tests. En revanche, seule Amélie stabilise ses résultats en ce qui concerne l'épreuve de positionnement de nombre. **La seconde partie de cette hypothèse est vérifiée partiellement.**

L'hypothèse opérationnelle n° 2 n'est donc validée que partiellement, les enfants n'ayant pas stabilisé leurs scores à l'épreuve de positionnement de nombre entre les deux post-tests.

3. Hypothèse opérationnelle n°3

Nous avions énoncé l'hypothèse suivante : la manipulation permettrait de résoudre un plus grand nombre de questions d'équivalence.

Les recherches de Piaget ont montré que la manipulation aide l'enfant à raisonner. Amélie l'utilise dans un but de vérification, cela fonctionne bien et la rassure. Or, lorsqu'elle échoue à une question, et que la manipulation lui est proposée, elle ne lui permet que rarement de surmonter cet échec. Il en est de même pour Louis. La manipulation ne l'aide pas à augmenter ses scores de façon significative.

En revanche, Amandine et Corentin y ont davantage recours comme moyen de réponse. Dans notre étude, nous avons pu remarquer que la manipulation, associée à un questionnement orienté de l'expérimentateur, les soutient suffisamment et les fait augmenter leurs scores.

Nous pouvons relever un impact de la manipulation sur le nombre de bonnes réponses obtenues aux questions d'équivalence pour deux des quatre enfants. Ces données nous permettent de valider partiellement notre hypothèse opérationnelle n°3.

4. Hypothèse générale

Suite à l'entraînement au troc, nous nous attendions à une meilleure compréhension de la numération décimale.

Les résultats obtenus montrent une amélioration des performances en numération pour Amélie, Louis et Corentin. Pour ces deux derniers, les résultats ne se sont manifestés qu'au second post-test. Face à ces résultats, et Amandine n'ayant pas montré d'amélioration aux post-tests, nous ne pouvons valider totalement notre hypothèse générale. Guéritte-Hess, Causse-Mergui et Romier (2005), proposent dans leur rééducation, de ne pas s'arrêter au travail préalable basé sur l'activité de manipulation et de la mobilité de pensée, mais de le poursuivre avec un apprentissage plus conventionnel du système décimal. C'est peut-être ce travail plus concret sur la base décimale qui a manqué à Amandine. Les réussites des autres enfants trouvent leur source dans d'autres explications. La manipulation, en les confrontant aux objets leur a-t-elle permis d'extraire des propriétés de leurs actions, comme le suggère l'approche constructiviste ? En outre, comme nous avons pu le voir avec les profils d'Amélie et de Corentin, plus le niveau d'élaboration des structures logiques est élevé, meilleure est la réussite à l'épreuve de numération. Les activités mises en jeu lors des séances ont permis à chacun d'entraîner sa mobilité de pensée. Les équivalences numériques, nécessaires pour que la numération s'installe, s'appuient sur cette capacité.

Trois des quatre enfants ont amélioré leur performance en numération décimale, l'hypothèse générale est validée partiellement.

VI. Limite de l'étude

1. Population

Pour réaliser notre étude, nous avons sélectionné quatre enfants que nous avons entraînés. Le nombre restreint de sujets pose la première limite de notre travail. En effet, les conduites que nous avons pu relever ne prennent leur sens que dans le cadre d'une étude de cas, et ne peuvent en aucun cas s'appliquer à une population d'enfants de CP. Pour généraliser les conduites observées il s'agirait de vérifier ces hypothèses, sur un plus grand échantillonnage pour que celui-ci soit davantage représentatif.

De plus, pouvoir comparer les résultats d'enfants entraînés à une population contrôle (d'enfants en difficultés en numération et non entraînés) aurait pu donner plus de poids à notre analyse.

Nous nous sommes positionnées en fonction des apprentissages scolaires de la numération décimale. Nous avons donc sélectionné des enfants en classe de CP, qui avaient au minimum 6 ans 3 mois. L'entraînement que nous avons proposé, repose sur les équivalences numériques. Pour Piaget, les équivalences numériques ne sont envisageables qu'à partir du moment où l'enfant a accès à la conservation du nombre, c'est-à-dire à partir de son entrée dans le stade opératoire, à 7 ans. En ayant fait le choix de nous situer par rapport à l'apprentissage scolaire de la numération décimale, nous avons sélectionné des enfants d'au minimum 6 ans, et qui, selon les stades définis par Piaget, ne pouvaient de ce fait pas avoir accès à une conservation opératoire du nombre. Au regard des performances attendues pour leur âge, ils avaient cependant la correspondance terme à terme mais ne pouvaient affirmer de la conservation numérique de deux collections suite au déplacement de l'une d'entre elle. Pourtant, les enfants sont confrontés dès le CP à l'apprentissage de la numération. Les quatre sujets de notre étude rencontraient des difficultés face à celui-ci. Notre objectif était de tester l'impact d'un entraînement au troc sur les compétences numériques. Notre étude nous a permis de mettre en avant l'écart entre connaissances apprises et connaissances acquises.

2. Expérimentation

D'autres limites proviennent des conditions méthodologiques d'expérimentation ainsi que du protocole.

Tout d'abord, il semble important de rappeler que les résultats d'un test ne sont valables qu'au moment où ce test est proposé à l'enfant. Il fait état d'une performance spécifique à un moment donné. De nombreux autres paramètres entrent aussi en compte et peuvent biaiser et modifier les résultats collectés. Ainsi, dans notre étude, nous pouvons tout d'abord faire état des conditions de réalisation des pré et post-tests. Le pré-test, qui était administré individuellement, était notre première vraie rencontre avec les enfants, et ces derniers pouvaient ressentir une situation d'évaluation où il fallait « bien répondre ». De plus, la durée du pré-test était très longue et la fatigue des enfants s'est très certainement fait ressentir dans les résultats. Il convient aussi d'ajouter que malgré les modalités strictes des consignes de passations, certains paramètres restent plus difficilement contrôlables. Citons par exemple une intonation de voix de notre part, un regard, un bref mouvement sur notre visage. Ce sont autant d'éléments et « d'indices » que les enfants ont pu interpréter à leur façon ce qui a pu influencer leurs résultats.

Ensuite, en ce qui concerne les séances d'entraînements, comme nous intervenions sur le temps scolaire, il est arrivé que certaines séances empiètent sur le temps de la récréation. Certains enfants de l'étude entendaient ainsi leurs camarades dans la cour et se trouvaient alors distraits, s'intéressant moins à l'activité. En outre, l'entraînement présenté était intensif. Il s'est déroulé sur quatre semaines à raison de deux séances par semaines, de trente minutes chacune. Nous avons souhaité, dans notre protocole, changer de matériel à chaque séance afin que les enfants ne soient pas conditionnés sur un type de matériel et ne s'y habituent pas trop. Ces changements systématiques peuvent nous avoir été préjudiciables, puisqu'alors, en ne proposant pas deux fois la même séance ou le même matériel de manipulation, nous ne pouvions pas avoir de points de comparaison fixes. Rajoutons enfin que, toujours dans un souci de mesurer une progression entre les séances, nous aurions peut-être dû proposer à chaque séance, une question d'équivalence de chaque type, et non pas seulement quelques-unes. Par exemple, nous n'avons proposé qu'une seule fois une question de comparaison de situation. Il aurait été nécessaire de proposer une autre question de ce type pour vérifier si, suite aux séances, les enfants auraient été capables d'y répondre.

Enfin, le poids et l'enjeu de la manipulation sont apparus en cours d'expérimentation. En effet, nous avions prévu que les enfants effectuent la manipulation pendant l'activité dans le but de les « faire faire », de rendre l'activité plus ludique, et enfin de soulager leur mémoire. Notre protocole n'était pas pensé pour déterminer dans quelle mesure la manipulation participe au raisonnement. Pour attester de son importance, il conviendrait de le repenser afin de pouvoir mieux contrôler son influence.

VII. Apport de notre étude et ouverture

Ce travail de recherche nous a permis d'être au plus près de notre future pratique professionnelle. En effet, nous avons dû d'abord aller à la rencontre de chacun des enfants, découvrir leur personnalité mais également nous ajuster à eux en fonction de leurs questions et de leurs réponses. Nous avons eu chacune à faire passer des épreuves standardisées, à les coter et les analyser. De plus, nous devions gérer le temps en fonction des activités prévues lors des séances. Ces séances d'entraînement nous ont permis d'aiguiser notre sens de l'observation. Nous avons pu repérer les points forts et les lacunes de chaque enfant quant à notre entraînement. Nous pouvions alors faire la différence entre une « panne » et une recherche de réponse ce qui nous a permis de ne pas laisser trop longtemps un enfant en échec.

Pour réaliser cette étude nous avons eu à créer un matériel spécifique. Nous avons élaboré huit séances différentes d'entraînement autour des équivalences. Cela nous a beaucoup apporté. En effet, nous avons cherché à créer des situations attractives tout en utilisant un matériel relativement « basique » pour permettre une réutilisation aisée de ce matériel. Cependant, il n'est pas « clé en main » mais à compléter au gré des besoins et à réajuster en fonction du niveau de l'enfant pris en charge. De plus, nous avons tenté de graduer les niveaux sans mettre les enfants en échec, le but étant qu'ils manipulent le plus possible pour tirer profit de ces séances. Il a également été question d'inventer des questions d'équivalence variées. Créer du matériel ciblé pour travailler une notion bien particulière, gérer la contrainte temporelle en ayant le souci que les différentes activités que nous avions à proposer ne dépassent pas la demi-heure qui nous était accordée, sont des grands principes que nous aurons à réutiliser au quotidien.

Cette étude montre une évolution positive des résultats à l'épreuve de numération du B-LM Cycle II entre pré et post-test pour trois des quatre enfants entraînés. Il apparaît tout de même que cet entraînement ne peut exister seul. Nous pourrions envisager une suite à notre étude en proposant ce protocole d'entraînement associé à un apprentissage explicite de la numération décimale. Cette combinaison pourrait permettre à l'enfant de transférer les principes mis en jeu dans l'entraînement. Par ailleurs, il semblerait intéressant de tester ce protocole auprès d'enfants ayant un trouble de la numération avéré.

CONCLUSION

Dans le cadre de notre étude, nous avons proposé à quatre enfants de CP de suivre huit séances d'entraînement basées sur l'équivalence numérique à travers des « jeux de troc ». Suite à celles-ci, nous avons pu objectiver une évolution positive entre le pré-test et le post-test 2 à l'épreuve de numération du B-LM pour trois des quatre enfants. Ce constat nous permet de valider partiellement notre hypothèse. De plus, l'évaluation du domaine arithmétique grâce au Zareki-R fait état d'une progression globale chez tous les enfants. Les compétences numériques et arithmétiques semblent corrélées.

Nous n'avons pu noter des progrès quant à la numération décimale chez tous. En revanche, chacun a tiré parti, à sa façon, de l'entraînement proposé. En effet la mobilité de pensée a été entraînée et les activités de manipulation leur ont permis de structurer leur raisonnement. Tout ceci a été constaté par une évolution de leur comportement au fil des séances.

Nous avons tout de même conscience qu'un entraînement aussi ciblé ne peut exister seul. En effet, cette mobilité de pensée mise en jeu dans la notion d'équivalence est nécessaire à une meilleure compréhension de la numération ; mais elle est insuffisante à un apprentissage pérenne de celle-ci. Notre système numérique est régi par des règles qui se doivent d'être travaillées pour être appréhendées. Dans le cadre de notre étude nous n'avons jamais abordé la numération décimale en tant que telle. Nous voulions observer si travailler l'équivalence numérique offrait une possibilité de généralisation des regroupements et de la mobilité de pensée quant à notre système numérique.

BIBLIOGRAPHIE

Bacquet, M., & Gueritte-Hess, B. (1982). *Le nombre et la numération : Pratique de rééducation*. Montreuil : Éditions du papyrus.

Baroody, A J. (1991). Procédures et principes de comptage : leur développement avant l'école. In J. Bideaud, C.Meljac & J-P. Fischer, *Les chemins du nombre* (p133-158). Lille : Presse Universitaire de Lille.

Barth, B-M. (1987). Stratégies d'apprentissage : le cheminement vers l'abstraction. In B-M. Barth, *L'abstraction de l'apprentissage* (p113-139). Paris : Retz.

Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine : de l'erreur en mathématiques*. Paris : Edition du Seuil.

Baruk, S. (1995). *Dictionnaire des mathématiques élémentaires*. Paris : Edition du Seuil.

Baruk, S. (2003). *Comptes pour petits et grands*. Paris : Magnard.

Bideaud, J., Lehalle, H., & Vilette, B. (2004). *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant.* Villeneuve d'Ascq : Presses Universitaires du Septentrion.

Boukobza, L. (2009). Troc chez le chef indien. Paris : Tralalère.

Brissiaud, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer : le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*. Paris : Retz.

Brissiaud, R. (2007). *Premiers pas vers les maths : les chemins de la réussite à l'école maternelle.* Paris : Retz.

Camos, V. (2011). La cognition numérique chez l'animal et le bébé. In M. Habib, M-P. Noël, F. George-Porrachia & V.Brun, *Calcul et dyscalculies : des modèles à la rééducation* (p17-28). Issy-les-Moulineaux : Elsevier Masson.

Campolini, C., Timmermans, A. & Vansteellandt, A. (2002). *Dictionnaire de logopédie : La construction du nombre.* Louvain-la-neuve : Peeters.

Chalon-Blanc, A. (2005*). Inventer, compter, classer : de Piaget aux débats actuels.* Paris : Armand Colin.

Chillier, L. (2002). La ligne numérique et les codages du nombre chez l'enfant. In J. Bideaud et H. Lehalle, *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (p129-150). Paris : Lavoisier.

Colomb, J. (Ed) (2005). Equipe de Recherche en didactique des Mathématiques. *Apprentissages numériques et résolution de problèmes : Cp, Cycle 2.* Paris : Hatier ERMEL.

Colomb, J. (Ed) (2005). Equipe de Recherche en didactique des Mathématiques. *Apprentissages numériques et résolution de problèmes : GS, Cycle 2.* Paris : Hatier ERMEL.

Daclin, A-H. & Lallemand, R. (2011). *Prédire les performances arithmétiques de 4 à 6 ans : Poids des compétences verbales et non-verbales.* Lyon I : mémoire orthophonie n°1593.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44*, (p1-42).

Dehaene, S. (1997). *La bosse des maths*. Paris : ODILE JACOB.

Delazer, M., & Girelli, L. (2004). Le modèle modulaire de McCloskey. In M. Pesenti & X. Seron, *La cognition numérique*. (p 45-68). Paris : Lavoisier.

Desailly P. (1992). *Le nombre : Réflexions pour un apprentissage fécond*. Isbergues : l'Ortho-Edition.

Dolle, J-M. (1999). *Pour comprendre Piaget*. Paris : Dunod.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre : du comptage à la résolution de problèmes.* Neufchâtel : Delachaux et Niestlé.

Fayol, M. (2002). Le facteur verbal dans les traitements numériques : perspective développementale. In J. Bideaud & H. Lehalle, *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (p151-171). Paris : Lavoisier.

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre.* Que-sais-je ? Paris : Presse Universitaire de France.

Fias, W., & Pesenti, M. (2004). Le modèle du triple code de Dehaene. In M. Pesenti & X. Seron, *La cognition numérique*. (p 69-94). Paris : Lavoisier.

George-Porrachia, F. (2011). Evaluation des dyscalculies. In M. Habib, M-P. Noël, F. George-Porrachia & V.Brun, *Calcul et dyscalculies : des modèles à la rééducation* (p70-78). Issy-les-Moulineaux : Elsevier Masson.

Guéritte-Hess, B., Causse-Mergui, I., & Romier, M-C. (2005). *Les maths à toutes les sauces.* Paris: Le Pommier.

Guitel, G. (1975). Prolégomène. In G. Guitel, *Histoire comparée des numérations écrites*. (p19-54). Paris : Flammarion.

Ifrah, G. (1994). *Histoire universelle des chiffres : l'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul*. Paris : Robert Laffont.

Jaulin-Mannoni, F. (1965). *La rééducation du raisonnement mathématique*. Paris : les Editions Sociales Françaises.

La Fay, M. & Weider, C.L. (2010). *Apport d'un entraînement de la numération sur la compréhension de la numération décimale à partir d'un outil crée en base 3 : Etude de cas de quatre enfants scolarisés en CE2.* Lyon I : mémoire orthophonie n°1544.

Lemarchand, F. (2009). Aux sources de la numération moderne. *Les cahiers de science & vie*, *112*, (p56-63).

Lemer, C. (2003). Acalculie : un examen rapide (mais réfléchi) du calcul. *Neurologie, Vol.6*, (p234-239).

Le Petit Larousse. (2005). Paris : Larousse.

Mac Closkey, M., Caramazza A. & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation : evidence from dyscalculia. *Brain and cognition, 4,* (p171-196).

Machabey, E. (2010). *Déficiences motrices : Impact du manque de manipulation dans le domaine logico-mathématique*. Nantes : Mémoire d'orthophonie.

Meljac, C., et Charron, C. (2002). Une approche constructiviste des remédiations dans le domaine numérique. In J. Bideaud et H. Lehalle, *Le développement des activités numériques chez l'enfant*. (p 293-314). Paris : Lavoisier.

Métral, E. (2008). *B-LM Cycle II : Manuel d'utilisation*. Chavanod : Edition du Grizzly.

Mix, K. (1999). Similarity and Numerical Equivalence : Appearances Count. *Cognitive Development, volume 14* (p269-296).

Piaget, J., & Inhelder, B. (1959). *La genèse des structures logiques élémentaires : classifications et sériations.* Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1966). Les opérations concrètes de la pensée et les relations interindividuelles. In J. Piaget & B. Inhelder, *La psychologie de l'enfant*, (p89-122). Paris : Presse Universitaire de France.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1991). *La genèse du nombre chez l'enfant* (7th ed. 1st ed : 1941). Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

Tran-Thong. (1967). Le système de stades de Piaget. In Tran-Thong, *Stades et concepts de développement de l'enfant dans la psychologie contemporaine* (p19-97). Paris : Vrin.

Van Hout, G. (2005). L'apprentissage des nombres naturels. In A. Van Hout, C. Meljac et J-P. Fischer, *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (p9-40) (2ème édition). Paris : Masson.

Vilette, B. & Schneider, N. (2011). La rééducation basée sur la représentation de la magnitude. In M. Habib, M-P. Noël, F. George-Porrachia & V.Brun, *Calcul et dyscalculies : des modèles à la rééducation* (p130-142). Issy-les-Moulineaux : Elsevier Masson.

Von Aster, M. & Dellatolas, G. (2006). *ZAREKI-R : Manuel d'utilisation*. Paris : ECPA.

Vygotski, L. (1997). Pensée et mots. In : *Pensée et langage* (p 415-500) (3rd ed. 1st ed : 1933). Paris : La dispute.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction in human infants. *Nature 358* (p749-750).

Xu, F., Spelke, E S. (2000). Large number discrimination in 6-months-old infants. *Cognition, 74*, (B1-B11).

ANNEXES

Annexe I : Les programmes scolaires en mathématiques

Hors-série N°3 du bulletin officiel du 19 juin 2008

L'apprentissage des mathématiques développe l'imagination, la rigueur et la précision ainsi que le goût du raisonnement. La connaissance des nombres et le calcul constituent les objectifs prioritaires du CP et du CE1. La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations. Conjointement une pratique régulière du calcul mental est indispensable. De premiers automatismes s'installent. L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification.

1 - Nombres et calcul

Les élèves apprennent la numération décimale inférieure à 1 000. Ils dénombrent des collections, connaissent la suite des nombres, comparent et rangent. Ils mémorisent et utilisent les tables d'addition et de multiplication (par 2, 3, 4 et 5), ils apprennent les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction, celle de la multiplication et apprennent à résoudre des problèmes faisant intervenir ces opérations. Les problèmes de groupements et de partage permettent une première approche de la division pour des nombres inférieurs à 100. L'entraînement quotidien au calcul mental permet une connaissance plus approfondie des nombres et une familiarisation avec leurs propriétés.

2 - Géométrie

Les élèves enrichissent leurs connaissances en matière d'orientation et de repérage. Ils apprennent à reconnaître et à décrire des figures planes et des solides. Ils utilisent des instruments et des techniques pour reproduire ou tracer des figures planes. Ils utilisent un vocabulaire spécifique.

3 - Grandeurs et mesures

Les élèves apprennent et comparent les unités usuelles de longueur (m et cm ; km et m), de masse (kg et g), de contenance (le litre), et de temps (heure, demi-heure), la monnaie (euro, centime d'euro). Ils commencent à résoudre des problèmes portant sur des longueurs, des masses, des durées ou des prix.

4 - Organisation et gestion des données

L'élève utilise progressivement des représentations usuelles : tableaux, graphiques.

	Cours Préparatoire	Cours élémentaire 1ère année
Nombre et calcul	- Connaître (savoir écrire et nommer) les nombres entiers naturels inférieurs à 100. - Produire et reconnaître les décompositions additives des nombres inférieurs à 20 (“table d’addition”). - Comparer, ranger, encadrer ces nombres. - Écrire une suite de nombres dans l’ordre croissant ou décroissant. - Connaître les doubles des nombres inférieurs à 10 et les moitiés des nombres pairs inférieurs à 20. - Connaître la table de multiplication par 2. - Calculer mentalement des sommes et des différences. - Calculer en ligne des sommes, des différences, des opérations à trous. - Connaître et utiliser les techniques opératoires de l’addition et commencer à utiliser celles de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 100). - Résoudre des problèmes simples à une opération	- Connaître (savoir écrire et nommer) les nombres entiers naturels inférieurs à 1 000. - Repérer et placer ces nombres sur une droite graduée, les comparer, les ranger, les encadrer. - Écrire ou dire des suites de nombres de 10 en 10, de 100 en 100, etc. - Connaître les doubles et moitiés de nombres d’usage courant. - Mémoriser les tables de multiplication par 2, 3, 4 et 5. - Connaître et utiliser des procédures de calcul mental pour calculer des sommes, des différences et des produits. - Calculer en ligne des suites d’opérations. - Connaître et utiliser les techniques opératoires de l’addition et de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 1 000). - Connaître une technique opératoire de la multiplication et l’utiliser pour effectuer des multiplications par un nombre à un chiffre. - Diviser par 2 ou 5 des nombres inférieurs à 100 (quotient exact entier). - Résoudre des problèmes relevant de l’addition, de la soustraction et de la multiplication. - Approcher la division de deux nombres entiers à partir d’un problème de partage ou de groupements. - Utiliser les fonctions de base de la calculatrice.

Séance 1 : Niveau 1 Chef Indien

Matériel :

- Cartes cadeau avec maximum 2 éléments sans chiffres
- Cartes pioche sans chiffres (jusqu'à gain +3 perte -3)
- Toutes les monnaies
- Le tableau d'échange

Règle :

L'enfant est à 90° de nous, la banque est installée à égale distance de l'enfant et de nous. Les 5 cartes coquillages sont distribuées face cachée aux joueurs.

« Tu vas en Amérique du nord, et tu aimerais rapporter 5 cadeaux à ta famille. Pour cela, tu dois faire du troc. Le troc c'est échanger un ou plusieurs objets contre un ou plusieurs autres. Par exemple, si un copain a un ballon et toi des billes, vous pouvez faire du troc, tu peux échanger 5 billes, contre son ballon. Dans le pays où tu vas, tu peux échanger les cadeaux contre des coquillages, des fleurs, des plumes et des sacs.»

Lui expliquer, ligne par ligne le tableau d'échange. (une fleur c'est pareil que deux coquillages).

« Au départ, tu as 5 coquillages. A chaque tour, tu pioches une carte, qui peut être soit une carte verte où tu gagnes des coquillages, soit une carte rouge où tu perds des coquillages (lui montrer les trois cartes en même temps : +2 ;-1 ; la peau), *soit une carte cadeau. Si, quand c'est à toi de jouer, et que tu as pioché un cadeau et que tu as ce qu'il faut pour l'avoir, alors tu dois faire du troc, l'échanger. C'est le premier qui a 5 cadeaux qui a gagné. »*

« Par exemple, tu vois, pour acheter la peau, tu dois donner 4 coquillages. Tu as compris ? Tu peux me réexpliquer ?»

Faire réexpliquer l'enfant : il doit mentionner :

- Le troc / l'échange : notion de recevoir / donner
- L'obligation d'échange
- Les 5 cadeaux.

Noter chacun des cadeaux échangés par l'enfant et ce qu'il a utilisé pour faire l'échange. Pour le premier échange, observer si l'enfant sait ce qu'il va faire, s'il ne sait pas quoi faire ou se trompe, le faire en l'accompagnant.

Jeu :

Au troisième cadeau échangé par l'enfant, vérifier s'il a compris la notion de troc en le faisant verbaliser *« tu peux m'expliquer ce que tu viens de faire là ? »*.

Si au minimum 3 échanges sont correctement réalisés sur cinq, on pose les questions finales, et lors de la prochaine séance on passera directement au jeu n°2.

Si des erreurs se produisent à n'importe quel échange, il peut s'agir de différents types d'erreurs :

N°1 : L'enfant n'a pas vu qu'il pouvait échanger : lui demander alors ce dont il a besoin pour acheter ce qu'il a en main *« Regarde bien, tu crois que tu pourrais faire quelque chose pour acheter ce cadeau ? »*

- Si réponse correcte : continuer le jeu
- Si réponse incorrecte : lui fournir la réponse

N°2 : L'enfant veut échanger sa monnaie contre le cadeau mais c'est impossible car il n'a pas les bonnes cartes en main (trop ou pas assez) : Lui faire verbaliser ce qu'il voulait faire

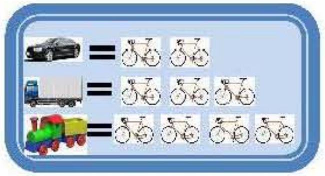
- *« Je crois que tu as fait une erreur, regarde bien »* Pour observer la compréhension de l'implicite et une éventuelle auto correction
- Si pas d'autocorrection de la part de l'enfant même après demande implicite, lui fournir la réponse.

N°3 : L'échange est possible mais mal réalisé

Questions finales :

- Si de 0 à 2 échanges corrects sur 5 : donner à l'enfant *4 coquillages*, et lui présenter successivement les cadeaux suivant (2 possibles, 1 impossible) : le *collier*, le *calumet*, la *hache*. *« Avec ce que tu as en main, est ce que tu peux acheter ce cadeau ? et celui là ? Et celui là ? »*
- Si au moins 3 échanges sur 5 ont été correctement réalisés : lui donner la carte cadeau *'toque du chef indien' « qu'est ce qu'il te faut si tu veux échanger ce cadeau ?, avec 2 coquillages, peux-tu l'acheter ? avec 5 coquillages, peux-tu l'acheter ? et avec 2 fleurs ?»*

Séance 2 : Le Garage



Matériel :

- Tableau d'échange
- Garage final
- Le dé reconfiguré (+1.+2.+3.-1.-2.-3)
- Les cartes d'échange

Règle :

« Aujourd'hui, tu arrives au garage car tu souhaiterais avoir différents véhicules : tu voudrais avoir un train, deux camions, une voiture et un vélo. Lui montrer la planche. *Pour cela, tu dois faire du troc. Le troc c'est échanger un ou plusieurs objets contre un ou plusieurs autres. Par exemple, si un copain a un ballon et toi des billes, vous pouvez faire du troc, tu peux échanger 5 billes, contre son ballon. Mais dans ce garage, tu ne peux échanger que des vélos, des voitures, des camions et des trains. »*

« Tu vois, ici ce sont les échanges que tu as le droit de faire.

Lui expliquer, ligne par ligne le tableau d'échange.

Par exemple, si tu veux un camion, combien te faudra-t-il de vélos ? Au départ, tu n'auras pas de vélos. Pour en gagner, il faut lancer le dé et tu gagnes autant de vélos qu'indiqué sur le dé. Attention, c'est un dé un peu bizarre qui ne va que jusqu'à 3. Tu peux soit gagner, soit perdre des vélos. »

Lui montrer les faces + et – du dé.

« C'est à toi de trouver les échanges que tu devras faire pour repartir avec les 5 véhicules. »

« C'est le premier qui a les 5 véhicules qui gagne. »

Faire réexpliquer la règle par l'enfant. Il doit mentionner :

- Le troc / l'échange : notion de donner/recevoir
- La finalité de la partie

Noter chacun des échanges réalisés par l'enfant et comment il s'y est pris.

Pour le premier échange, observer si l'enfant sait ce qu'il va faire, s'il ne sait pas quoi faire ou se trompe, le faire en l'accompagnant.

Jeu :

Les erreurs d'échange sont des échanges mal réalisés. « *Je vois que tu as fait une erreur, regarde bien »*

- Si l'enfant se corrige seul : continuer le jeu
- Si l'enfant ne se corrige pas, lui fournir la réponse.

Questions finales :

« ▪*Avec 2 voitures, est ce que tu peux avoir un train ? »* Avec MANIPULATION

▪*Si tu as 7 vélos :*

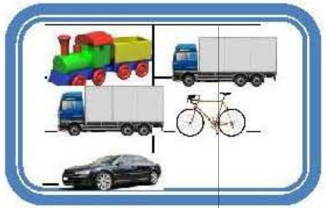
- *Tu peux obtenir un camion et une voiture, est ce que tu peux avoir encore autre chose ?* AVEC MANIPULATION

▪*Si tu as 8 vélos :* SANS MANIPULATION

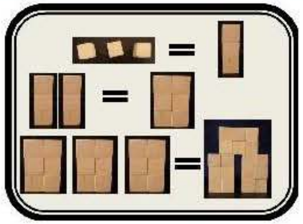
- *Est-ce que tu peux avoir plusieurs choses ?*
- *Qu'est ce que tu peux échanger ?*
- *Est-ce que tu peux obtenir des choses différentes ? Donne-moi un exemple de ce que tu pourrais avoir. »*

A l'oral : on écoute sa 1ère réponse :

- si juste, le faire manipuler cette solution, puis on lui en demande une seconde etc.
- si fausse, on l'accompagne dans son raisonnement jusqu'à la bonne réponse en s'aidant de la manipulation, puis on lui demande une nouvelle idée à l'oral et on lui dit qu'il peut s'aider des cartes. Si cette seconde réponse est fausse, la réponse est fournie.



Séance 3 : Le Moyen-âge



Matériel :

- Le tableau d'échange
- Le dé reconfiguré
- Les cubes

Règle :

« Tu es au moyen-âge, et tu voudrais avoir un château comme celui-ci (lui montrer le château sur la planche). Tu vois, ce château est composé de 3 murs. Pour cela, tu dois faire du troc. Le troc c'est échanger un ou plusieurs objets contre un ou plusieurs autres. Par exemple, si un copain a un ballon et toi des billes, vous pouvez faire du troc, tu peux échanger 5 billes, contre son ballon.»

Demander de rappeler à l'enfant ce qu'est le troc.

« Mais ici, tu n'as le droit d'échanger que des cubes, des tours et des murs, pour obtenir le château. »

Lui expliquer, ligne par ligne le tableau d'échange.

« Tu vois, ici, ce sont les échanges que tu as le droit de faire. Par exemple, si tu veux avoir une tour, il te faut 3 cubes. Au départ, tu n'auras pas de cubes. Pour en gagner, il faut lancer le dé et tu gagnes autant de cubes qu'indiqué sur le dé. »

Lui montrer les faces + et – du dé.

« C'est le premier qui a le château qui gagne. Attention, c'est à toi de trouver les échanges (troc) que tu dois faire pour avoir le château ».

Faire réexpliquer la règle par l'enfant. Il doit mentionner :

- Le troc / l'échange : notion de donner/recevoir
- La finalité de la partie

Noter chacun des échanges réalisés par l'enfant et comment il s'y est pris.

Pour le premier échange, observer si l'enfant sait ce qu'il va faire, s'il ne sait pas quoi faire ou se trompe, le faire en l'accompagnant.

Avant de commencer la partie, se mettre d'accord avec l'enfant du vocabulaire utilisé : cube-tour – mur – château. Cf. manipulation si nécessaire.

Jeu :

Le jeu se déroule à l'aide du dé.

Les erreurs d'échange sont des échanges mal réalisés (possibles ou impossibles). « *Je vois que tu as fait une erreur, regarde bien* »

- Si l'enfant se corrige seul : continuer le jeu
- Si l'enfant ne se corrige pas, lui fournir la réponse.

Questions finales :

- « *Si tu as 5 tours, peux-tu faire un château ?* »
  - si l'enfant répond non, lui demander « *qu'est ce que tu pourrais faire pour avoir ce château ?* » en quels termes exprime-t-il le résultat ? (en cubes ? en tour ?)

- « *Qu'est ce que tu peux faire avec 3 cubes et une tour ?* » (un mur)

(Passer à la question suivant uniquement si réussite à cette question)

- « *Qu'est ce que tu peux faire avec 2 murs et 2 tours ?* » (un château)

Séance 4 : La Cuisine

Matériel :

- Le tableau d'échange
- Le dé reconfiguré
- Bougies, cuillères en plastique, gobelets, 1 casserole

Règle :

« Tu es chef cuisinier et tu voudrais une nouvelle casserole dans ta cuisine. Pour l'obtenir, tu dois faire du troc. Le troc c'est échanger un ou plusieurs objets contre un ou plusieurs autres. Par exemple, si un copain a un ballon et toi des billes, vous pouvez faire du troc, tu peux échanger 5 billes, contre son ballon. »

Demander de rappeler à l'enfant ce qu'est le troc.

« Mais toi, tu ne pourras échanger que des bougies, cuillères, gobelets et casserole. »

Lui expliquer, ligne par ligne le tableau d'échange.

« Tu vois, ici ce sont les échanges que tu peux faire. Par exemple, si tu veux un bol, il te faut échanger 6 cuillères. Mais toi, tu n'auras que des bougies à échanger. Pour en gagner, il te faut lancer le dé. Tu gagnes alors autant de bougies que l'indique le dé. C'est le même dé que la dernière fois. »

Lui montrer les faces + et – du dé.

« C'est le premier qui a la casserole qui gagne. Attention, *c'est à toi de trouver les échanges (troc) que tu dois faire pour avoir la casserole».*

Faire réexpliquer la règle par l'enfant. Il doit mentionner :

- Le troc / l'échange : notion de donner/recevoir
- La finalité de la partie

Noter chacun des échanges réalisés par l'enfant et comment il s'y est pris.

Pour le premier échange, observer si l'enfant sait ce qu'il va faire, s'il ne sait pas quoi faire ou se trompe, le faire en l'accompagnant.

Jeu :

Au cours du jeu, il est intéressant de noter si , lorsque l'enfant lance le dé et gagne 3 bougies, il en échange 2 contre 1 cuillère, puis si au lancer suivant il gagne de nouveau 3 bougies, il échange directement les 4 bougies contre 2 cuillères.

Les erreurs attendues sont des erreurs de comptage (surtout au niveau du troc cuillère/verre).

Questions finales :

- *« Si tu as deux cuillères, combien cela te fait-il de bougies ?*
- *Si tu as 5 cuillères et 2bougies, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?*
- *Si tu as 6 cuillères et un gobelet, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?*
- *Comparaison de situation : j'ai 1 gobelet, 4 cuillères et deux bougies, et tu as 1 gobelet, 5 cuillères et 4 bougies»*

Séance 5 : Le Chef Indien Niveau 2

Matériel :

- Cartes cadeau et cartes pioche avec chiffres
- Toutes les monnaies
- Le tapis et le tableau d'échange

Règle :

« Tu retournes en Amérique du nord, et tu aimerais rapporter 5 cadeaux à tes amis. (C'est donc le premier qui a 5 cadeaux qui a gagné.) *Pour cela, tu dois faire du troc. Le troc c'est échanger un ou plusieurs objets contre un ou plusieurs autres. Par exemple, si un copain a un ballon et toi des billes, vous pouvez faire du troc, tu peux échanger 5 billes, contre son ballon. »*

Demander de rappeler à l'enfant ce qu'est le troc.

« Mais toi, tu ne pourras échanger que des coquillages, fleurs, plumes et sacs. »

« Tu vois, ici ce sont les échanges que tu peux faire. »

Lui expliquer, ligne par ligne le tableau d'échange.

« Au départ, tu as 5 coquillages. A chaque tour, tu pioches une carte, qui peut être soit une carte verte où tu gagnes des coquillages, soit une carte rouge où tu perds des coquillages (lui montrer les trois cartes en même temps : +2 et -1 écrits et dessinés ; la broche et le collier), *soit une carte cadeau. Si, quand c'est à toi de jouer, et que tu as pioché un cadeau et que tu as ce qu'il faut pour l'avoir, alors tu dois faire du troc, l'échanger. C'est le premier qui a 5 cadeaux qui a gagné. Attention, c'est à toi de trouver les échanges (troc) que tu dois faire. »*

Faire réexpliquer la règle par l'enfant. Il doit mentionner :

- Le troc / l'échange : notion de donner/recevoir
- La finalité de la partie
- Les 5 cadeaux

Noter chacun des échanges réalisés par l'enfant et comment il s'y est pris.

Pour le premier échange, observer si l'enfant sait ce qu'il va faire, s'il ne sait pas quoi faire ou se trompe, le faire en l'accompagnant.

Jeu :

Si des erreurs se produisent à n'importe quel échange, il peut s'agir de différents types d'erreurs :

- L'enfant veut échanger sa monnaie contre le cadeau mais c'est impossible car il n'a pas les bonnes cartes en main (trop ou pas assez) : Lui faire verbaliser ce qu'il voulait faire
  - *« Je crois que tu as fait une erreur, regarde bien »* Pour observer la compréhension de l'implicite et une éventuelle auto correction
  - Si pas d'autocorrection de la part de l'enfant même après demande implicite, lui fournir la réponse.
- L'échange est possible mais mal réalisé

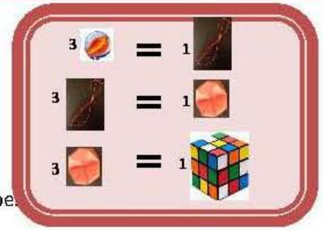
Questions finales :

• Donner à l'enfant *6 coquillages*, et lui présenter successivement les cadeaux suivant (2 possibles, 1 impossible) : le *lasso*, le *pantalon*, la *broche refaite*. *« Avec ce que tu as en main, est ce que tu peux acheter ce cadeau ? et celui là ? Et celui là ? »*A chaque fois qu'il fournit une réponse (correcte ou non) le faire manipuler.

• Lui donner la carte cadeau '*veste retouchée' (1plume et 1 fleur=6coquillages) « qu'est ce qu'il te faut si tu veux échanger ce cadeau ? (réponse attendue = 1 plume et 1 fleur).*

- *avec 7 coquillages, peux-tu l'acheter ?* faire manipuler. *avec 2 fleurs, peux-tu l'acheter ?* (faire manipuler). *avec 3 fleurs, peux-tu l'acheter ?* (faire manipuler). *et avec 1 sac ?* (faire manipuler)*».*

<u>Séance 6 : La cour de Récré</u>



<u>Matériel</u> :

- Le tableau d'échange
- Le dé reconfiguré
- Les billes, scoubidou, cocottes et rubik's cube.

<u>Règle</u> :

Attention à utiliser le vocabulaire de l'enfant

« Tu es dans la cours de récréation et tu voudrais une avoir un rubik's cube pour ta collection. Pour l'obtenir, tu dois faire du troc. Le troc c'est échanger un ou plusieurs objets contre un ou plusieurs autres. Par exemple, si un copain a un ballon et toi des billes, vous pouvez faire du troc, tu peux échanger 5 billes, contre son ballon. »

Demander de rappeler à l'enfant ce qu'est le troc.

« Mais toi, tu ne pourras échanger que des billes, scoubidous, cocottes et rubik's cube. »

« Tu vois, ici ce sont les échanges que tu peux faire. »

Lui expliquer, ligne par ligne le tableau d'échange.

Pour gagner des billes, il te faut lancer le dé. Tu gagnes alors autant de billes que l'indique le dé. C'est le même dé que la dernière fois. »

Lui montrer les faces + et – du dé.

« C'est le premier qui a le cube qui gagne. Attention, c'est à toi de trouver les échanges (troc) que tu dois faire pour avoir le cube».

Faire réexpliquer la règle par l'enfant. Il doit mentionner :

- Le troc / l'échange : notion de donner/recevoir
- La finalité de la partie

Noter chacun des échanges réalisés par l'enfant et comment il s'y est pris.

Pour le premier échange, observer si l'enfant sait ce qu'il va faire, s'il ne sait pas quoi faire ou se trompe, le faire en l'accompagnant.

<u>Jeu</u> :

Au cours du jeu, il est intéressant de noter si , lorsque l'enfant lance le dé et gagne 3 billes, il en échange 3 contre 1 scoubidou, puis au lancer suivant il gagne de nouveau 3 billes, il échange directement les 6 billes contre 2 scoubidou.

Les erreurs attendues sont des erreurs de comptage.

<u>Questions finales</u> :

« • Tu vas prendre 3 cocottes, tu vas faire tous les échanges que tu peux pour n'avoir que des billes à la fin = MANIPULATION

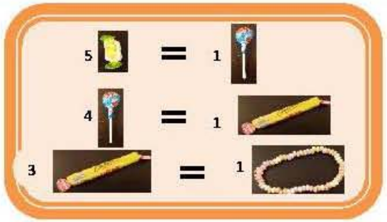
• Si tu as 3 billes et 2 scoubidous, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ? (1 cocotte)

• Si tu as 6 scoubidous et 1 cocotte, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ? (1 rubik's cube)

• Si tu as 2 cocottes et 6 billes ? , est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ? (rien, il manque 3 billes)

- Si réussite par anticipation ou manipulation facile = *que faut –il de plus pour avoir le rubik's cube* **?**
- Si échec de la manipulation, lui donner la réponse. »

Séance 7 : Le Magasin de sucrerie



Matériel :

- Le tableau d'échange
- Le dé reconfiguré
- Les différents bonbons

Règle :

« Tu es dans un magasin de sucreries et tu voudrais acheter un collier de bonbons. (C'est donc le premier qui a le collier qui a gagné.) *Pour l'obtenir, tu dois faire du troc. Le troc c'est échanger un ou plusieurs objets contre un ou plusieurs autres. Par exemple, si un copain a un ballon et toi des billes, vous pouvez faire du troc, tu peux échanger 5 billes, contre son ballon. »*

Demander de rappeler à l'enfant ce qu'est le troc.

ATTENTION à se mettre d'accord avec l'enfant sur le vocabulaire !!

« Mais toi, tu ne pourras échanger que des bonbons, sucettes, carambar et collier. »

« Tu vois, ici ce sont les échanges que tu peux faire. »

Lui expliquer, ligne par ligne le tableau d'échange.

Pour gagner des bonbons, il te faut lancer le dé. Tu gagnes alors autant de bonbons que l'indique le dé. C'est le même dé que la dernière fois. »

Lui montrer les faces + et – du dé.

« C'est le premier qui a le collier qui gagne. Attention, c'est à toi de trouver les échanges (troc) que tu dois faire pour avoir le collier».

Faire réexpliquer la règle par l'enfant. Il doit mentionner :

- Le troc / l'échange : notion de donner/recevoir
- La finalité de la partie

Noter chacun des échanges réalisés par l'enfant et comment il s'y est pris.

Pour le premier échange, observer si l'enfant sait ce qu'il va faire, s'il ne sait pas quoi faire ou se trompe, le faire en l'accompagnant.

Jeu :

Les erreurs attendues sont des erreurs de comptage. Mais aussi des erreurs d'oubli d'échange ou d'impossibilité d'échange.

Questions finales :

▪ *Si tu as un collier, est ce que tu penses que c'est possible de faire des échanges pour avoir des sucettes ?* (12 sucettes)

- Si non : proposer manipulation et lui reposer la question avec le matériel sous les yeux. Si toujours échec, lui donner la réponse.
- - Si oui : combien et demander la démonstration.

▪ *Avec 2 sucettes et 10 bonbons, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (un carambar)

▪ *Avec 2 carambars, 4 sucettes et 2 bonbons, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (1 collier reste 2 bonbons)

▪ *Avec 2 sucettes et 8 bonbons, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (une sucette, reste 3 bonbons).

Séance 8 : Les Pirates

Matériel :

- Le tableau d'échange
- Le dé reconfiguré
- Les cartes monnaie

Règle :

« Tu es un pirate et tu voudrais un nouveau coffre pour y ranger tous tes trésors. Pour l'obtenir, tu dois faire du troc. (C'est donc le premier qui a le coffre qui a gagné.) *Pour l'obtenir, tu dois faire du troc. Le troc c'est échanger un ou plusieurs objets contre un ou plusieurs autres. Par exemple, si un copain a un ballon et toi des billes, vous pouvez faire du troc, tu peux échanger 5 billes, contre son ballon. »*

Demander de rappeler à l'enfant ce qu'est le troc.

ATTENTION à se mettre d'accord avec l'enfant sur le vocabulaire !!

« Mais toi, tu ne pourras échanger que des pièces, diamants, rubis et coffre. »

« Tu vois, ici ce sont les échanges que tu peux faire. »

Lui expliquer, ligne par ligne le tableau d'échange.

Pour gagner des pièces, il te faut lancer le dé. Tu gagnes alors autant de pièces que l'indique le dé. C'est le même dé que la dernière fois. »

Lui montrer les faces + et – du dé.

« C'est le premier qui a le coffre qui gagne. Attention, c'est à toi de trouver les échanges (troc) que tu dois faire pour avoir le coffre».

Faire réexpliquer la règle par l'enfant. Il doit mentionner :

- Le troc / l'échange : notion de donner/recevoir
- La finalité de la partie

Noter chacun des échanges réalisés par l'enfant + comment il s'y est pris.

Pour le premier échange, observer si l'enfant sait ce qu'il va faire, s'il ne sait pas quoi faire ou se trompe, le faire en l'accompagnant.

Jeu :

Les erreurs attendues sont des erreurs de comptage. Mais aussi des erreurs d'oubli d'échange ou d'impossibilité d'échange.

Questions finales :

▪ *Avec 4 pièces, 1 diamant, et 2 rubis, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (le coffre)

▪ *Si tu as le coffre, est ce que tu penses que c'est possible de faire des échanges pour avoir des Diamants ?* (12 diamants)

- Si non : proposer la manipulation et lui reposer la question avec le matériel sous les yeux.
- Si toujours échec, lui donner la réponse.
- Si oui : combien et demander la démonstration.

▪ *Avec 2 rubis et 4 pièces, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (2 rubis 1 diamant)

▪ *Avec 5 rubis et 2 diamants, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (2 coffres)

▪ *Tu as 2 rubis, 4 pièces et 1 diamant, est ce que tu penses que c'est possible de faire des échanges pour avoir des pièces ?*

Annexe III : Grille A : Amandine Séance 7

Séance 7 **La sucrerie**			Réponse de l'enfant	Réponse de l'adulte	Aide proposée à l'enfant/reformulation
Règle du jeu	O / N		"On pourra échanger des bonbons, des sucettes et des carambars pour avoir le collier. [QUESTION] Il faut tirer le dé face verte je prends des bonbons, face rouge je perds des bonbons. [QUESTION] Il faut gagner, c'est celui qui a le collier qui a gagné."	"est ce que tu sais comment tu fais pour échanger des bonbons?" "Tu te souviens du but du jeu,"	Comment gagne t on la partie? Comment fait on pour avoir le collier?(lui faire parler de la monnaie, du tableau d'échange, du troc)
contexte					
troc	O				
bonbons, carambars, sucettes, collier	O				
tableau d'échange / dé	O				
autre					
Jeu					
Tour de pioche	€? : O/N	nbr bonbons	TYPE d'ECHANGE/ERREUR		
1- -2 bonbons		0	"-2"	"+3"	
2- +3 bonbons		3	"+3"	"-1"	
3- +1 bonbon		4	"+1"	"+1"	
4- +1 bonbon		5	"+1"	"+3. moi j'échange 5 bonbons contre 1 sucette"	
5- +2 bonbons	Oui Suc.	2	"+2, je veux faire du troc : 5 bonbons je les veux plus, je veux 1 sucette"	"+3. j'échange 5 bonbons contre 1 sucette"	
6- +3 bonbons	Oui Suc.	0	"et 3! 5 bonbons contre 1 sucette"	"+2"	
7- +3 bonbons		3	"+3"	"+1"	
8- +1 bonbon		4	"+1"	"+2. je vais échanger 5 bonbons contre 1 sucette"	
9- -2 bonbons		2	"-2"	"+3"	
10- +1 bonbon		3	"+1 petit bonbon"	"+3"	
11- +3 bonbons	Oui Suc.	1	"+3 [échange 5 bonbons contre 1 sucette]"	"+2. j'échange 5 bonbons contre 1 sucette et j'échange 4 sucettes contre 1 carambar"	
12- +3 bonbons		4	"+3"	"+2. j'échange 5 bonbons contre 1 sucette"	
13- +2 bonbons	Oui Suc.	1	"+2, hop, j'en ai 6 [pose 5 bonbons et prend 1 sucette]"	"+1"	
14- +3 bonbons		4	"+3"	"+3. j'échange 5 bonbons contre 1 sucette"	
15- +3 bonbons	Oui Suc. + Car	2	"+3, je veux faire du troc [pose 4 sucettes contre 1 carambar], +5 bonbons et 1 sucette"	"+3"	
16- +1 bonbon		3	"+1"	"+1"	
17- -2 bonbons		1	"-2"	"+2. je change 5 bonbons contre 1 sucette"	
18- +3 bonbons		4	"+3"	"+3"	**ERREUR** : L'échange possible mais mal réalisé *« Je crois que tu as fait une erreur, regarde bien »* - réponse correcte : continuer le jeu - réponse incorrecte : lui fournir la réponse Echange impossible
19- +3 bonbons	Oui Suc	2	"+3 petit bonbons [compte 5] 1 sucette!!"	"+1. 5 bonbons contre 1 sucette"	
20- +3 bonbons	Oui Suc.	0	"+3, 5 bonbons, 1 sucette"	"+3"	
21- +2 bonbons		2	"+2 petits bonbons"	"+1"	
22- +1 bonbon		3	"+1"	"+2. 5 contre 1 sucette"	
23- +3 bonbons	Oui Suc. + Car	1	"+3. [compte : pose 5 bonbons, prend 1 sucette, pose 4 sucettes, prend 1 carambar"	"+3. 5 bonbons contre 1 sucette et 4 sucettes contre 1 carambar"	
24- +1 bonbon		2	"+1"	"+2"	
25- -1 bonbon		1	"-1"	"+2"	
26- -1 bonbon		0	"-1"	"+3"	
27- +3 bonbons		3	"+3"	"-2"	
28- -1 bonbon		2	"-1"	"+3"	
29- +3 bonbons	Oui Suc.	0	"+3, 5 bonbons, 1 sucette"	"+2. et 5 bonbons contre 1 sucette"	
30- +3 bonbons		3	"+3"	"+1"	
31- -2 bonbons		1	"-2"	"-2"	
32- -1 bonbon		0	"-1"	"+3"	

33- -1 bonbon		0	"-1"	"-1"	
34- +3 bonbons		3	"+3"	"+1"	
35- +2 bonbons	Oui Suc.	0	"+2 [échange 5 bonbons contre 1 sucette]"	"+3. j'échange 5 bonbons contre 1 sucette"	
36- -2 bonbons		0	"-2"	"-2"	
37- +1 bonbon		1	"+1	"+3"	
38- -1 bonbon		0	"-1"	"-1. j'échange 4 sucettes contre 1 carambar"	
39- +2 bonbons		2	"+2 bonbons"	"-2"	
40- -1 bonbon		1	"-1 "	"+2. je vais échanger 3 carambars contre le collier!"	
1er échange : Aide?	N				
Spontanéité des échanges?	O				
Fin de partie					
Sait exprimer ce qu'il reste?			[avec ce qu'il me reste : 5 bonbons] "prendre 1 sucette" [avec les siens : 2Ca, 2Su, 1 B] "je peux échanger 1 carambar c'est 4 sucettes" [QUESTION] "un carambar" [QUESTION] "euh non" [SOLUTION DONNEE]	"et avec ce qu'il te reste?" "Est-ce qu'il te manque quelque chose pour avoir le collier?" "Avec ce que tu as est ce que tu aurais pu avoir un carambar?"	
▪ *Si tu as un collier, est ce que tu penses que c'est possible de faire des échanges pour avoir des sucettes ?* (12 sucettes)	je ne sais pas		[QUESTION AIDE : amorce de réponse par lecture du tableau] "échanger le collier par 3 carambars, 1 carambar contre 4 sucettes /fatigue/ [ERREUR : AIDE] échanger 1 carambar contre 4 sucettes et encore le dernier carambar contre 4 sucettes (avec mon aide)"	[AIDE] [AIDE tu penses que tu as terminé? + rappel consigne + encouragements]	Si non : proposer manipulation et lui reposer la question avec le matériel sous les yeux. Si tjrs échec, lui donner la réponse. Si oui : combien + démonstration.
▪ *Avec 2 sucettes et 10 bonbons, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (un carambar)	Oui		"échanger mes 10 bonbons contre 2 sucettes, après je sais pas [MANIPUALTION : 2x5B:2S, en verbalisant et regardant le tableau. RELANCE QUESTION] je peux échanger 4 sucettes contre 1 carambar"	[étayage + renforcement]	Si correct : MANIPULATION si incorrect : MANIPULATION proposée, puis si tjrs échec, on lui donne la réponse +noter le spatial (rapprochement?)
▪ *Avec 2 carambars, 4 sucettes et 2 bonbons, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (1 collier reste 2 bonbons)	Oui		"échanger mes 4 sucettes contre 1 carambar et mes 3 carambars contre le collier" [MANIPULATION : 4S:1Ca, 3Ca:1Co]		Si correct : MANIPULATION s incorrect : MANIPULATION proposée, puis si tjrs échec, on lui donne la réponse +noter le spatial (rapprochement?)
▪ *Avec 2 sucettes et 8 bonbons, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ?* (une sucette, reste 3 bonbons)	Oui		"échanger 5 bonbons contre 1 sucette, je sais pas après" [MANIPULATION : 5B:1S, puis 1S:5B] parce que 1 sucette c'est pareil que 5 bonbons" [SOLUTION DONNEE]	"oh regarde c'est pareil que ce que tu avais au début" + SOLUTION	observer si retour en arrière?

Annexe IV : Typologie des questions d'équivalence

- **Avec une quantité de monnaie Y, faire tous les possibles :**

Séance 2 :

- Si tu as sept vélos, tu peux obtenir un camion et une voiture, est ce que tu peux avoir encore autre chose ? (un train + un camion, ou un camion et deux voitures, ou un train et une voiture)
- Si tu as huit vélos, est ce que tu peux avoir plusieurs choses ? qu'est-ce que tu peux échanger ? est-ce que tu peux obtenir des choses différentes ? quoi ?

Séance 3 :

- Qu'est-ce que tu peux faire avec trois cubes et une tour ? (un mur)
- Qu'est-ce que tu peux faire avec deux murs et deux tours ? (un château)
- Qu'est-ce que tu peux faire avec deux murs et deux cubes ? (impossible)

Séance 4 :

- Si tu as cinq cuillères et deux bougies, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ? (six cuillères = un gobelet)
- Si tu as six cuillères et un gobelet, est ce que tu peux faire quelque chose ? Quoi ? (une casserole)

Séance 6 :

- Si tu as trois billes et deux scoubidous, est ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? (une cocotte)
- Si tu as six scoubidous et une cocotte ? est-ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? (un rubik's cube)
- Si tu as deux cocottes et six billes ? est-ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? (rien, manque trois billes)

Séance 7 :

- Avec deux sucettes et dix bonbons, est ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? (un carambar)
- Avec deux carambars, quatre sucettes et deux bonbons est ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? (un collier reste deux bonbons)
- Avec deux sucettes et huit bonbons, est ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? (une sucette, reste trois bonbons)

Séance 8 :

- Avec quatre pièces, un diamant et deux rubis, est ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ?(le coffre)
- Avec deux rubis, et quatre pièces, est ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? (deux rubis un diamant)

- **Avec une quantité de monnaie Y, peut-on faire X ?**

Séance 1 :

- Avec ce que tu as en main, est ce que tu peux échanger ta monnaie pour avoir ce cadeau ? (2 possible 1 impossible)

Séance 2 :

- Avec deux voitures, est ce que tu peux avoir un train ? (oui)

Séance 3 :

- Si on a cinq tours, on peut faire un château ? Qu'est-ce que tu pourrais faire pour avoir ce château ? (manque une tour)

Séance 5 :

- Avec ces six coquillages, est ce que tu peux acheter ce cadeau ? (lasso, pantalon, broche) et celui-là ?

- **Pour avoir X, quel type de monnaie est nécessaire ?**

Séance 1 :

- Qu'est-ce qu'il te faut si tu veux échanger ce cadeau ?

Séance 5 :

- Qu'est-ce qu'il te faut si tu veux échanger ce cadeau ? Avec sept coquillages, peux-tu l'acheter ? avec deux fleurs ? trois fleurs ? un sac ?

- **Comparaison de situations**

Séance 4 :

- Si j'ai un gobelet, quatre cuillères et deux bougies, et que tu as un gobelet, cinq cuillères et quatre bougies ?

- **Partir de l'élément de grande valeur et faire les échanges successifs jusqu'à l'unité de plus grande valeur : A->a**

Séance 4 :

- Si tu as deux cuillères, combien cela te faut-il de bougies ? (quatre bougies)

Séance 6 :

- Tu vas prendre trois cocottes et faire tous les échanges que tu peux pour n'avoir que des billes à la fin.

Séance 7 :

- Si tu as un collier, est ce que tu penses que c'est possible de faire des échanges pour avoir des sucettes ? (douze sucettes)

Séance 8 :

- Si tu as le coffre, est ce que tu penses que c'est possible de faire des échanges pour avoir des diamants ? (douze diamants)
- Tu as deux rubis, quatre pièces et un diamant, est ce que tu penses que c'est possible de faire des échanges pour avoir des pièces ?

- **Question faisant intervenir la proportionnalité**

Séance 8 :

- Avec cinq rubis et deux diamants, est ce que tu peux faire quelque chose ? quoi ? (deux coffres)

TABLE DES ILLUSTRATIONS

1. Liste des figures

2. Liste des tableaux

3. Liste des graphiques

4. Liste des Images

TABLE DES MATIERES

Audrey Belot
Aurélie Vernet

CREATION D'UN OUTIL D'ENTRAINEMENT AU TROC ET APPORT SUR LA COMPREHENSION DE LA NUMERATION DECIMALE : Etude de cas de quatre enfants de CP

97 Pages

Mémoire d'orthophonie -**UCBL-ISTR**- Lyon 2012

RESUME

L'équivalence numérique est une notion qui intervient dans différents domaines et qui se définit comme la capacité à parler d'une quantité de différentes façons. En cela, elle est impliquée dans le principe de regroupement, l'un de ceux qui régissent notre système numérique.

Partant d'un constat clinique, nous posons l'hypothèse qu'un entraînement basé sur cette notion d'équivalence numérique aurait un impact sur la compréhension de la numération décimale. Afin d'en vérifier la validité, nous avons élaboré un protocole d'entraînement de huit séances autour du troc, que nous avons proposé à quatre enfants de CP présentant de faibles performances en numération. A la suite de cet entraînement, nous avons croisé les données, en effectuant une analyse qualitative en ce qui concerne les séances, et quantitative en ce qui concerne la comparaison des résultats entre le pré et le post-test. Il en ressort une évolution positive des résultats pour trois des quatre enfants entraînés ce qui valide partiellement notre hypothèse générale.

L'équivalence numérique ne se suffit donc pas à elle-même pour mieux appréhender la numération décimale. Etant un système arbitraire, elle est régie par des règles qui nécessitent un apprentissage. Dans le cadre de cette étude, elle n'a jamais été abordée en tant que telle. Il serait donc intéressant de compléter cette étude en proposant à des enfants ayant des profils similaires, un entraînement du même type mais associé à un travail sur la numération en base 10 pour permettre la généralisation des notions qui auraient émergé au cours des activités de troc.

MOTS-CLES

Numération – Equivalence numérique - Troc - Entraînement - Logico-mathématique – Enfant

MEMBRES DU JURY

Sylvie GAUDIN – Corine GAUTHIER – Pascale OLLAGNON

MAITRE DE MEMOIRE

Armelle Picard-Gallet

DATE DE SOUTENANCE

27 septembre 2012